

VILNIAUS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
FINANSŲ IR DRAUDIMO MATEMATIKOS
MAGISTRO STUDIJŲ PROGRAMA

Magistro baigiamasis darbas

Techninių atidėjinių skaičiavimas anuitetų
produktui, naudojant stochastinį metodą

Technical Provisions Calculation for Annuity
Product Using Stochastic Method

Greta Girdvainytė

Darbo vadovas prof. dr. Jonas Šiaulyš

Vilnius, 2021

Turinys

Santrauka /Abstract	2
1 Įvadas	5
2 Produkto aprašymas ir prielaidos	6
2.1 Produkto rūšys	6
2.2 Pelno priskyrimo draudėjams logika	6
3 Fiktyvių sutarčių portfelis	8
3.1 Mirtingumo lentelė	8
3.2 Sutarčių portfelio prielaidos	9
3.3 Anuiteto išmoka	10
4 Anuitetų portfelio pinigų srautai	12
5 Stochastiniai (angl. stochastic) scenarijai	14
5.0.1 Modeliai, taikomi generuojant stochastinius scenarijus	15
5.0.2 Ekonominių scenarijų generavimas	16
6 Turto grąžos modelis	17
6.1 Investavimo strategija	17
6.2 Stochastinės turto grąžos	17
7 Įsipareigojimų modelis	20
7.1 Rezultatų analizė	24
7.2 Vertės pokyčio rizika	26
7.3 Įsipareigojimų rezervo palyginimas	26
8 Išvados	28
Literatūra	29
Priedai	31

Techninių atidėjinių skaičiavimas anuitetų produktui, naudojant stochastinį metodą

Santrauka

Šio darbo tikslas yra sudaryti techninio rezervo skaičiavimo metodiką, pritaikytą anuiteto su dalyvavimu pelne produktui ir ištirti, kokią įtaką rezervo formavimui turi priskiriamas pelnas draudėjams, naudojant turto grąžų stochastiką. Techninis atidėjiny bus formuojamas dviem būdais: darant prielaidą, kad visos turto klasės turi deterministinę grąžą, lygią nerizikingai palūkanų normai ir naudojantis ekonominių scenarijų generatoriumi prognozuojamomis stochastinėmis turto grąžomis. Taip pat, bus atsižvelgta į garantuotų palūkanų įtaką techninio atidėjinio skaičiavimams. Darbo eigoje rezervo skaičiavimo būdai bus palyginti ir galiausiai padarytos išvados apie stochastinių scenarijų naudojimo įtaką anuiteto produkto rezervo skaičiavimams.

Raktiniai žodžiai : Pensijų anuiteto produktas, deterministinis modelis, stochastinis metodas, ekonominių scenarijų generavimas, techninis atidėjiny, turto modelis, įsipareigojimų modelis.

Technical Provisions Calculation for Annuity Product Using Stochastic Method

Abstract

The aim of this work is to develop a methodology for calculating technical provisions for annuity product with the profit participation and to investigate what impact does the stochastic asset return model have to reserve calculations. Technical provisions will be formed in two ways: assuming that all asset classes have return equal to a risk-free interest rate; using Economic Scenario Generator modeled stochastic asset returns with different volatility in each scenario. Also, the effect of guaranteed interest rate will be taken into account. In the end, results will be compared and conclusions will be reached about stochastic scenarios usage in annuity product reserving.

Key words : Annuity product, deterministic model, stochastic method, economic scenario generator, technical provision, asset model, liability model.

1 Įvadas

Draudimo bendrovėse techniniai atidėjiniai dažnu atveju sudaro didžiausią dalį įmonės balanse. Todėl nenuostabu, kad jų formavimui yra skiriamas nemenkas dėmesys. Šiame darbe bus nagrinėjamas techninio atidėjinio formavimas, vadovaujantis Mokumas II (angl. Solvency II) taikomais draudimo ir perdraudimo veiklos bei priežiūros reikalavimais, pagal kuriuos draudimo bendrovės yra įsipareigojusios užtikrinti tinkamą priimtų įsipareigojimų, kylančių iš draudiko sudarytų sutarčių su klientais, skaičiavimą.

Šiame darbe bus nagrinėjama pensijų anuiteto produkto rezervo formavimo metodika. Šis produktas suteikia galimybę draudėjams dalyvauti bendrovės pelne - tam tikrais atvejais skiriant dalį pelno pensijų anuiteto išmokos gavėjams.

Techniniai atidėjiniai privalo būti skaičiuojami laikantis apdairumo, patikimumo ir objektyvumo principų bei tinkamai įvertinant finansų rinkų informaciją ir bendrus viešai prieinamus duomenis apie draudimo riziką [6]. Galutinis rezervo rezultatas tiesiogiai priklauso nuo draudimo bendrovės taikomų prielaidų. Šio darbo pagrindinis tikslas - pasinaudojus ekonominių scenarijų generatoriaus sumodeliuotomis palūkanų bei grąžų kreivėmis įvertinti kokią įtaką techninio atidėjinio formavimui turi skirtingai vertinama bendrovės turto grąža. Pirmu atveju teigsime, kad visos turto klasės turi deterministinę grąžą, atitinkančią nerizikingą palūkanų normą (angl. risk-free rate). Antru atveju - turto grąžą apskaičiuojant remiantis 1500 ekonominių scenarijų rezultatais, išskiriant du garantuotų palūkanų efekto metodus. Toliau bus atsižvelgiama į kiekvieno scenarijaus tikėtiną pelną draudėjams ir siekiama įvertinti, kokią įtaką papildomas pelnas turi pensijų anuiteto portfelio rezervo dydžiui. Taip pat, bus nagrinėjama, kokią įtaką pelnui turi skirtingos turto klasių proporcijos.

2 Produkto aprašymas ir prielaidos

Kaip jau minėta, šiame darbe bus nagrinėjamas pensijų anuiteto produktas, kuris suteikia draudėjui galimybę sutarties sudarymo momentu įmokėjus vienkartinę įmoką užsitikrinti fiksuoto dydžio periodines išmokas kiekvieno mėnesio pradžioje iki gyvenimo pabaigos. Periodinė išmoka skaičiuojama su garantuota palūkanų norma, lygia 1%. Sutarties nutraukimo ir sutarties sąlygų keitimo galimybių nėra. Naujos sutartys nesudaromos, nes, kaip žinia, nuo 2020-ųjų liepos mėnesio II pakopos pensijų anuitetų mokėjimas iš privačių bendrovių perėjo į socialinio draudimo fondą administruojančią centrinę instituciją (*Sodra*). Privačioms bendrovėms vis dar liko savanoriško pensijų kaupimo, kitaip vadinama III-ioji pakopa, tačiau be II-osios pakopos tai nesudaro privačioms įmonėms naudingos verslo apimties.

2.1 Produkto rūšys

Šiame skyrelyje apžvelgsime kliento galimybes pasirinkti produkto rūšį sutarties sudarymo momentu.

1. Pensijų anuitetas su garantuotu mokėjimo laikotarpiu. Sutarties sudarymo momentu draudėjas gali pasirinkti laikotarpį, kurio metu draudikas įsipareigoja apdraustajam mirus naudos gavėjui išmokėti vienkartinę draudimo išmoką, lygią garantuotu mokėjimo laikotarpiu neišmokėtų pensijų anuiteto išmokų sumai.
2. Pensijų anuitetas be garantuoto mokėjimo laikotarpio. Sutarties sudarymo metu draudėjui nepasirinkus garantuoto periodo pastarajam mirus anuiteto išmoka nebus paveldima. Šios rūšies anuiteto išmoka bus didesnė nei pasirinkus garantuotą laikotarpį.

Taip pat, draudėjai įsigiję šio produkto sutartį dalyvauja draudiko pelno dalijimo procese. Pasibaigus kalendoriniams metams draudimo bendrovė įvertina, ar susidarė pelnas.

2.2 Pelno priskyrimo draudėjams logika

Kiekviena draudimo bendrovė gali nusistatyti individualią pelno paskirstymo draudėjams metodiką, atsižvelgiant į savo vykdomą veiklą. Šiame darbe pelnas draudėjams priskiriamas žemiau pateiktu principu:

- pirmiausia apskaičiuojamas praėjusių kalendorinių metų pelnas ar nuostolis, susidaręs iš investicijų pagal pensijų anuitetą grąžos ir garantuotos (planuotos) palūkanų normos skirtumo. Taip pat, būna atsižvelgiama, jei buvo neišmokėtos pensijų anuiteto išmokos dėl prognozuotos ir faktinės gyvenimo trukmės skirtumo. Tačiau, šiame darbe nagrinėsime tik pelno draudėjams priskyrimą dėl investicijų grąžos.
- vėliau apskaičiuotas praėjusių metų pelnas koreguojamas atsižvelgiant į ankstesnių laikotarpių nuostolio likutį. Jei gautas rezultatas neigiamas, pelno draudėjams nebus skirta, o jei teigiamas - visoms tuo metu aktyvioms sutartims, kurios galioja ilgiau nei metus bus padalinta 50% gauto pelno.

3 Fiktyvių sutarčių portfelis

3.1 Mirtingumo lentelė

Tarkime, kad nagrinėjamos atviros populiacijos mirtingumo lentelės duomenys yra žinomi. Šiame darbe bus naudojami naujausi pateikiami 2019 metų Lietuvos populiacijos geriausi mirtingumo tikimybių įverčiai $\hat{q}_x$, $x = 1, 2, \dots, 108$, iš viešai prieinamos pasaulio mirtingumo duomenų bazės *Human Mortality Database* [3]. Minėta internetinė svetainė suteikia galimybę pasinaudoti mirtingumo lentelių duomenimis tiek atsižvelgiant į lytį, tiek darant lyties neutralumo prielaidą.

Svarbu atsargiai vertinti pateiktus mirtingumo tikimybių įverčius, teigiant, kad skaičiumuose turi būti naudojamos atsargios mirtingumo tikimybės q_x su sąlyga, kad $\hat{q}_x > q_x$.

Iš turimų mirtingumo tikimybių įverčių $\hat{q}_x$, $x = 1, 2, \dots, 108$ norint gauti atsargius: q_x , $x = 1, 2, \dots, 108$ – bus pasinaudota Binominio a.d. tikimybės įverčio pasikliautinaisiais intervalais. Žemiau pateiktas atsargių mirties per vienerius metus tikimybių įverčių konstravimas.

Nagrinėkime Bernulio a.d. X^x :

$$X^x = \begin{cases} 1 & \text{su tik. } \hat{q}_x \text{ (} x \text{ metų asmuo mirė nesulaukęs } x + 1 \text{ gimtadienio);} \\ 0 & \text{su tik. } \hat{p}_x \text{ (} x \text{ metų asmuo sulaukė } x + 1 \text{ gimtadienio).} \end{cases}$$

Akivaizdu, kad tokio a.d. dispersija $\sigma^x := (X^x) = \hat{p}_x \hat{q}_x$.

Tarkime, kad turime N^x x amžiaus asmenų. Kiekvienam jų vykdant Bernulio eksperimentą X^x galime gauti α -lygmens tikimybės $\hat{q}_x$ pasikliautinąjį intervalą:

$$I_\alpha^x = \left[\hat{q}_x - z_\alpha \sqrt{\frac{\sigma^x}{N^x}}; \quad \hat{q}_x + z_\alpha \sqrt{\frac{\sigma^x}{N^x}} \right].$$

Čia z_α – standartinio normaliojo a.d. $1 - \frac{\alpha}{2}$ lygmens kvantilis, kuriam pasirinkta naudoti $\alpha = 0,05$. Šiuo atveju, apatinis intervalo I_α^x rėžis bus traktuojamas kaip saugus mirties per

vienerius metus tikimybės įvertis:

$$q_x = \max \left(\hat{q}_x - z_\alpha \sqrt{\frac{\sigma^x}{N^x}}, 0 \right)^*.$$

Atliekant pasikliautinojo intervalo skaičiavimus ir norint įvertinti kiekvienos amžiaus grupės asmenų skaičių N^x populiacijoje, pasinaudota [8] *Lietuvos statistikos departamento* skelbiamais 2019m. Lietuvos gyventojų skaičiaus duomenimis, suskirstytais pagal amžiaus intervalus, teigiant, kad asmenų skaičius kiekvienais metais tame intervale tenkina tolygaus pasiskirstymo prielaidą: x -mečių skaičius lygus bendram gyventojų skaičiui amžiaus intervale, į kurį patenka x -mečiai asmenys, padalinus iš to amžių intervalo ilgio skaičiuojant metais.

3.2 Sutarčių porfelio prielaidos

Tarkime, kad portfelį sudaro $n = 200$ pensijų anuiteto sutarčių, kurios dalyvauja pelne. Sutartys sudarytos apdraustajam esant 65-erių. *MS Excel* programos pagalba, pasinaudojus atsitiktinio generavimo funkcija *RANDBETWEEN* sukurta 200 sutarčių, priskirtų draudėjams su atsitiktinai parinkta apdraustojo lytimi. Draudėjų gimimo datos varijuoja nuo 1940-tųjų sausio 1 iki 1954-tųjų metų galo. Parinkus šias datas, apdraustųjų amžius ataskaitiniu momentu (2020 gruodžio 31 dieną) pakliūs į intervalą nuo 66 iki 80-ties. Sutarčių skaičius kiekvienai amžiaus grupei parinktas remiantis išgyvenamumo tikimybe iš mirtingumo lentelės, aprašytos 3.1 skyrelyje, darant prielaidą, kad ataskaitinio laikotarpio pabaigoje neliks apdraustųjų, kuriems vis dar bus 65-eri. Tokia prielaida taikoma dėl dalyvavimo pelne sąlygos, kadangi pelnas draudėjams priskiriamas, jei sutartis galioja ilgiau nei metus. Toliau, atsižvelgiant į draudėjo gimimo datą ir ataskaitinio laikotarpio datą, apskaičiuojama sutarties įsigaliojimo data.

Atsižvelgiant į produkto galimybę pasirinkti garantuotą periodą gali būti nustatytas 5, 10 arba 15 metų garantuotas laikotarpis. Darant prielaidą, kad visgi didžioji dauguma draudėjų bus suinteresuoti rinktis garantuotą periodą dėl galimybės apsaugoti turtą, sudarytas 1 lentelėje pateiktas skirstinys, kur X_n - kiekvienos sutarties garantuotas laikotarpis (metais).

*Parinktas tik neneigiamas tikimybės įverčio kraštas, siekiant išvengti neigiamų tikimybių reikšmių.

X_n	0	5	10	15
P	0,2	0,05	0,15	0,6

1 lentelė: Pasirinkto garantuoto laikotarpio X skirstinys sutarčių portfelyje.

Kaip ir anksčiau, atsitiktinio generavimo būdu ir pasinaudojus sudarytu skirstiniu kiekvienai sutarčiai priskirtas garantuotas laikotarpis. Vienkartinė anuiteto įmoka (premija) atsitiktiniu būdu parinkta iš intervalo nuo 17.000 iki 30.000 eurų.

3.3 Anuiteto išmoka

Vieno draudėjo pensijų anuiteto įmoka (premija), įmokėta sudarant anuiteto sutartį, pažymima P . Kiekvieno mėnesio pradžioje išmokama anuiteto išmoka žymima B .

P ir B sieja (3.1) nurodytas tiesinis sąryšis.

$$P = P\alpha + mB \cdot {}_g|\ddot{a}_{x:\overline{108-x}|}^{(m)} + mB\beta \cdot {}_g|\ddot{a}_{x:\overline{108-x}|}^{(m)}, \quad (3.1)$$

kur g - pasirinktas garantuotas laikotarpis, m - pensijų išmokėjimo periodiškumas, kuris išmokant B dydžio išmoką kas mėnesį bus lygus 12, α - sutarties sudarymo sąnaudos, o β - reguliariai patiriami sutarties administravimo kaštai. Šias išlaidas kiekviena draudimo bendrovė apskaičiuoja individualiai, todėl paprastumo dėlei padaryta prielaida, kad $\alpha = 1\%$, o $\beta = 2,5\%$. Išmokai skaičiuoti bus naudota garantuota palūkanų norma $i = 1\%$.

Galiausiai, pertvarkius (3.1) išraišką, išmoką B išskaičiuosime pagal formules 3.2 ir 3.3.

$$B = \frac{P(1 - \alpha)}{m \cdot {}_g|\ddot{a}_{x:\overline{108-x}|}^{(m)}(1 + \beta)}, \quad (3.2)$$

$${}_g|\ddot{a}_{x:\overline{108-x}|}^{(m)} = \ddot{a}_{\overline{g}|}^{(m)} + {}_g|\ddot{a}_{x+g:\overline{108-x-g}|}^{(m)}, \quad (3.3)$$

kur $\ddot{a}_{\overline{g}|}^{(m)}$ - finansinis anuitetas mokamas g metų, m dažnumu, apskaičiuojamas pagal [10]:

$$\ddot{a}_{\overline{g}|}^{(m)} = \frac{1 - v^g}{m \cdot (1 - v^{\frac{1}{m}})},$$

o ${}_g\ddot{a}_{x+g:\overline{108-x-g}}^{(m)}$ m periodiškumu, $108 - x - g$ metų mokamas išankstinis diskretus anuitetas su garantuotu laikotarpiu g :

$${}_g\ddot{a}_{x+g:\overline{108-x-g}}^{(m)} = v^g \cdot {}_g p_x \cdot \ddot{a}_{x+g:\overline{108-x-g}}^{(m)},$$

pasinaudojant *Woolhouse* formulės aproksimacija [7]:

$$\ddot{a}_{x+g:\overline{108-x-g}}^{(m)} \approx \ddot{a}_{x+g:\overline{108-x-g}} - \frac{m-1}{2m} (1 - v^{108-x-g} \cdot {}_{108-x-g} p_{x+g}).$$

$$\ddot{a}_{x+g:\overline{108-x-g}} = \sum_{k=0}^{108-x-g-1} v^k \cdot {}_k p_{x+g}$$

v - diskonto daugiklis, apskaičiuojamas:

$$v = \frac{1}{1+i}.$$

${}_t p_x$ - x amžiaus individo tikimybė išgyventi t metų:

$${}_t p_x = \mathbb{P}(T_x \geq t) = 1 - {}_t q_x = p_x p_{x+1} \cdots p_{x+t-1},$$

kur T_x - būsima x amžiaus asmens gyvenimo trukmė.

Panaudojus *MS Excel* makrokomandų įrašymo priemone, lyčiai neutralia mirtingumo lentelė ir anuitetų sutarčių portfelio prielaidas įstačius į (3.2) formulę apskaičiuotos kiekvienos sutarties periodinės išmokos sutarties sudarymo momentu. Kodas, naudotas apskaičiuoti išmoką B patalpintas *Priedų* skyrelyje.

4 Anuitetų portfelio pinigų srautai

Sutarties pradžioje 65 metų asmuo už savo sukauptą sumą P įsigyja viso gyvenimo anuitetą išmokamą kiekvieno mėnesio pradžioje ir lygų fiksuotai išmokai B , apskaičiuotai pasinaudojus 3.2 išraiška. Įprastai, vienos sutarties mėnesiniai pinigų srautai (angl. cash-flows) $CF := cf_t$, laiko momentais $t = 0, 1, \dots, (108 - x) \cdot 12 - 1$, kai nepasirinktas garantuoto periodo laikotarpis, atrodytų taip:

$$\begin{array}{ll}
 t = 0 : & cf_0 = P - \alpha P - (1 + \beta)B \\
 t = 1 : & cf_1 = -(1 + \beta)B \cdot \frac{1}{12} p_{65} \\
 \vdots & \vdots \\
 t = k : & cf_k = -(1 + \beta)B \cdot \frac{k}{12} p_{65} \\
 \vdots & \vdots \\
 t = 515 : & cf_{515} = -(1 + \beta)B \cdot_{43} p_{65}.
 \end{array}$$

Bendri metiniai pinigų srautai laiko momentais $t = 0, 1, \dots, 108 - x$, kai nepasirinktas garantuotas laikotarpis pateikti žemiau:

$$cf_t = -12(1 + \beta)B \cdot_t p_{65}. \quad (4.1)$$

Tuo tarpu, kaip ir minėta 3.2 skyrelyje, portfelyje ataskaitinio laikotarpio metu yra 200 sutarčių, kurių kiekvienos mėnesinė išmoka skiriasi ir priklauso nuo įmokos ir pasirinkto garantuoto laikotarpio. Pasirinkus garantuotą laikotarpį g , 4.1 galima papildyti:

$$cf_t^g = -12(1 + \beta)B \cdot_t p_{65}^g,$$

$${}_t p_{65}^g = \begin{cases} 1, & t \leq g \\ {}_t p_{65}, & t > g \end{cases}$$

Iplaukos tolimesniuose pinigų srautuose neatsispindės, kadangi dirbame jau su egzistuojančiu sutarčių portfeliu, todėl vieninteliai pinigų srautai - išmokos ir išlaidos, priklausančios nuo išmokos. Tarkime, kad B_n - mėnesinė anuiteto išmoka, atitinkanti n -tąją anuiteto sutartį, kur $n = 1, 2, \dots, 200$. Pažymėkime $[x_n]$ - n -tosios sutarties apdraustojo amžiaus sveikąją dalį, o $w_n \in (0, 1)$ - trupmeninę amžiaus dalį ataskaitiniu laiko momentu. Bendra n -tosios sutarties metinių pinigų srautų $cf_t^{g(n)}$ išraiška, kai skaičiuojama apdraustajam būnant $[x_n] + w_n$ amžiaus, atrodo taip:

$$cf_t^{g(n)} = -12(1 + \beta)B_n \cdot {}_t p_{[x_n] + w_n}^g, \quad (4.2)$$

$${}_t p_{[x_n] + w_n}^g = \begin{cases} 1, & t \leq g \\ {}_t p_{[x_n] + w_n}, & t > g \end{cases}$$

kur $[x_n] \in [66, 80]$, o g - likęs garantuotas laikotarpis. Darant tolygaus mirtingumo pasiskirstymo prielaidą ${}_t p_{[x_n] + w_n}$ gali būti apskaičiuojamas pagal [10]:

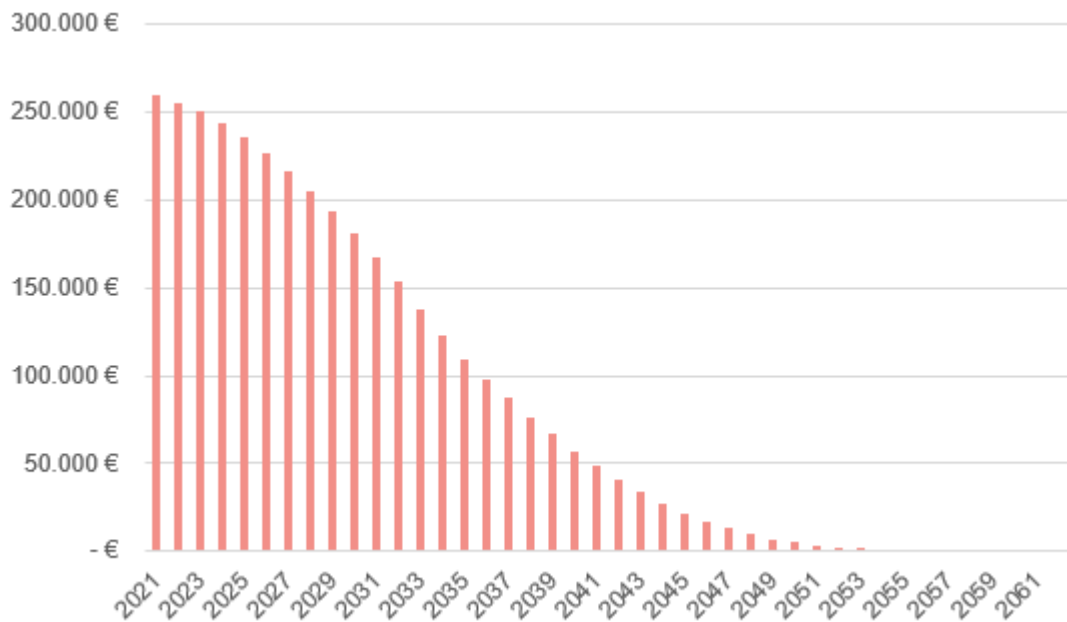
$${}_t p_{[x_n] + w_n} = 1 - {}_t q_{[x_n] + w_n} = 1 - \frac{{}_t q_x}{1 - {}_t q_x}$$

Galiausiai, bendri, per k -tuosius metus tikėtini pinigų srautai bus išreikšti sumuojant (4.2):

$$cf_t = \sum_{n=1}^{200} cf_t^{g(n)}$$

Išgyvenamumo tikimybėms skaičiuoti naudotasi 3.1 skyrelyje aprašytais saugiais q_x įverčiais, atsižvelgiant į apdraustojo lytį, kur $p_x = 1 - q_x$. Lyties neutralumo šiuo atveju netaikome, kadangi siekiame kuo tikslesnių pinigų srautų reikšmių.

Akvivaizdu, kad $cf_t \rightarrow 0$, kai $t \rightarrow \infty$ (žr. 1 paveikslėlį).



1 pav.: Pensijų anuitetų portfelio metiniai pinigų srautai.

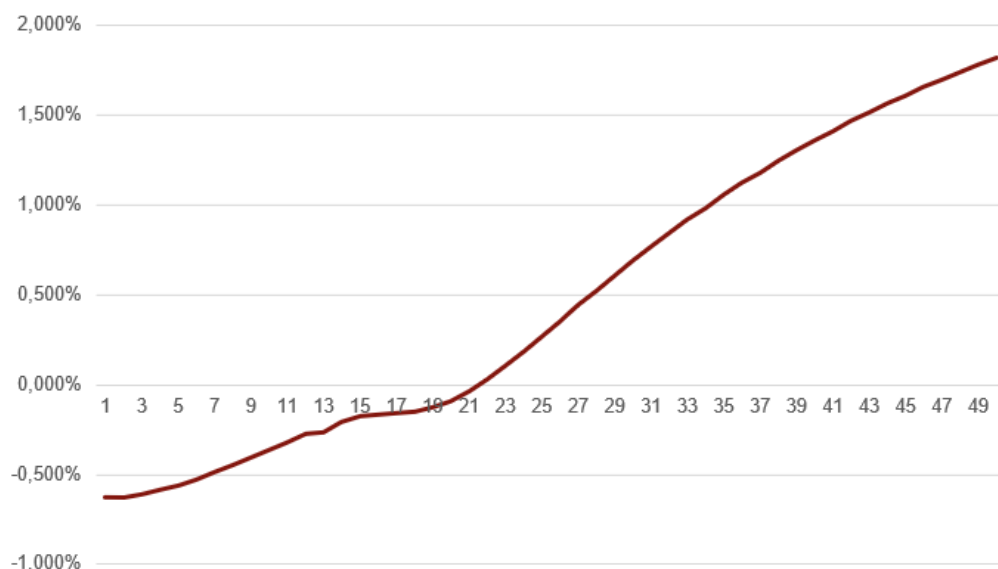
5 Stochastiniai (angl. stochastic) scenarijai

Stochastiniai scenarijai (ESG) naudojami apskaičiuoti būsimų opcionų laiko vertę (angl. time value). Scenarijai yra rizikai neutralūs (angl. risk neutral), todėl visos turto klasės vidutiniškai generuos nerizikingą grąžą, tačiau kintamumas kiekvienoje turto klasėje bus skirtingas. Taigi, kiekvieno scenarijaus atveju turto grąža skirsis.

Willis Towers Watson bendrovė save pristato, kaip pirmaujančią pasauline konsultavimo, tarpininkavimo ir sprendimų kompaniją, kuri padeda savo klientams valdyti riziką, optimizuoti pelną ir gerinti verslo rezultatus [11]. Ši bendrovė suteikia galimybę įmonėms įsigyti paslaugą, kurios dėka *Willis Towers Watson* kiekvieną ketvirtį klientams pateikia kalibravimo failą su rinką ir klientą atitinkančiais parametrais bei prielaidomis. Šie duomenys, kartu su tos pačios kompanijos platinama *STAR RN* programa, panaudojami sukurti 1500 skirtingų ekonominių scenarijų.

Star RN (Risk Neutral) - rizikai neutralių scenarijų generavimo programa, kuri leidžia sugeneruoti aukštos kokybės, rinką atitinkančius finansinių opcionų ir garantijų scenarijų rinkinius [12]. Kalibravimo failas paremtas visos rinkos apsikaitimo sandoriais (angl. swap rates), vertinant likvidumą. Naudojami palūkanų normų apsikaitimo pasirinkimo sando-

riai (angl. swaptions) neviršijantys 50-ties metų termino. Pagal Mokumas II normatyvus, pagrindine scenarijų simuliacijos kreive parinkta *EIOPA* nerizikinga (angl. risk-free Yield Curve) palūkanų kreivė (ataskaitinio laikotarpio kreivė atvaizduota 2 paveikslėlyje).



2 pav.: *EIOPA* nerizikingų palūkanų kreivė datai 2020 gruodžio 31d. [2]

Akcijų gražoms kalibruoti remtasi *Euro Stoxx 50* - akcijų indeksu, kuris apskaičiuojamas įvertinus 50-ies didžiausių įmonių, veikiančių euro zonoje, akcijų kainas ir *OMX Stockholm 30* - Stokholmo vertybinių popierių biržos akcijų rinkos indekso kintamumu. Kredito reitingai parinkti atitinkantys AAA, AA ir BBB *S&P* kredito reitingavimo skalę.

5.0.1 Modeliai, taikomi generuojant stochastinius scenarijus

Dėl *Willis Towers Watson* įmonės taikomos konfidencialumo politikos šiame skyrelyje bus pateikiami tik pagrindiniai naudojami modeliavimo principai.

- Palūkanų normos modelis.

Nominalioms palūkanų kreivėms modeliuoti naudojamas paslinktasis stochastinis *Alpha Beta Rho LIBOR Market Modelis (shifted SABR LMM)*, paremtas *Rebonato*, *MacKay* ir *White* (2009) darbu. Modelio parametrai parenkami taip, kad skirtumai tarp rinkos apsikeitimo sandorių kainų ir STAR RN modelio kainų būtų kuo mažesni.

- Akcijų (angl. Equity) modelis.

Akcijų gražos modeliuojamos naudojant *Heston stochastic volatility* modelį, aprašytą *Gatheral* (2006). Modelio parametrai parinkti taip, kad skirtumai tarp rinkos opcionų kainų ir STAR RN modelio kainų būtų kuo mažesni.

- Kredito rizikos modelis.

Kredito rizikos modelis - *Arvanitis, Gregory ir Laurent (1999, AGL)*. Kiekvienam laiko momentui ir kiekvienam scenarijui modelis generuoja stochastinę perėjimų matricą, iš kurios išvedama nuo laiko ir scenarijaus priklausanti nemokumo tikimybė ir kredito pasiskirstymas, reikalingas kompensuoti įsipareigojimo nevykdymo riziką.

5.0.2 Ekonominių scenarijų generavimas

Pasinaudojus pateiktu kalibravimo failu ir ekonominių stochastinių scenarijų generatoriumi, sukuriami 1500 ekonominių scenarijų matricų. Tegul $s \in \mathbb{Z} : s = 0, 1, \dots, 1500$ - žymi scenarijaus numerį. Todėl ekonominių scenarijų generatoriaus sumodeliuota matrica stochastinių scenarijų atveju, kai kintamumas nėra lygus nuliui, atrodys taip:

$$\mathbf{ESG}^{(s)} = \begin{bmatrix} P_P^{(s)}(0) & i_{0,1}^{(s)} & i_{0,2}^{(s)} & \dots & i_{0,50}^{(s)} & P_E^{(s)}(0) & P_G^{(s)}(0) & P_A^{(s)}(0) \\ P_P^{(s)}(1) & i_{1,1}^{(s)} & i_{1,2}^{(s)} & \dots & i_{1,50}^{(s)} & P_E^{(s)}(1) & P_G^{(s)}(1) & P_A^{(s)}(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_P^{(s)}(50) & i_{50,1}^{(s)} & i_{50,2}^{(s)} & \dots & i_{50,50}^{(s)} & P_E^{(s)}(50) & P_G^{(s)}(50) & P_A^{(s)}(50) \end{bmatrix}, \quad (5.1)$$

kur $i_{t,X}^{(s)}$ - X metų nerizikingų obligacijų palūkanų norma (angl. spot rate), o $P_P^{(s)}(t)$ - grynųjų pinigų (angl. cash), $P_E^{(s)}(t)$ - akcijų (Angl. equity), $P_G^{(s)}(t)$ - vyriausybės obligacijų, $P_A^{(s)}(t)$ - aukšto kreditingumo (AAA) įmonių vertybinių popierių vertės laiko momentais t , kai $t = 0, 1, \dots, 50$.

Sugeneruoti ekonominiai scenarijai tolimesniuose skaičiavimuose bus naudojami diskontuoti pinigų srautus ir apskaičiuoti turto augimą kiekvieno scenarijaus atveju.

6 Turto gražos modelis

6.1 Investavimo strategija

Kiekviena įmonė pagal savo vykdomą veiklą, įsipareigojimus ir situaciją rinkoje pasirenka atitinkamą investavimo strategiją. Kadangi portfelį sudaro pensijų anuitetų sutartys didžiąją dalį turto siekiama investuoti į nerizikingus fiksuoto pajamingumo vertybinius popierius, suderinant pinigų srautus ir užtikrinant investicinę grąžą ne mažesnę nei garantuotos palūkanos bei galimai generuoti pelną draudėjams. Skaičiavimai bus atlikti su prielaida, kad investavimo strategija atitiks 2 lentelėje nurodytas turto proporcijas.

Turto klasė	Turto proporcija
Obligacijos	60%
Akcijos	30%
Aukšto kreditingumo įmonių VP	8%
Grynieji pinigai	2%

2 lentelė: Turto investavimo strategija.

6.2 Stochastinės turto gražos

Tegul $\mathbf{R}^{(s)}$ - turto gražos vektorius, atitinkantis scenarijų $s = 1, 2, \dots, 1500$. Suformuosi-
me 1500 turto gražos vektorių:

$$\mathbf{R}^{(1)} = \begin{bmatrix} r_1^{(1)} \\ r_2^{(1)} \\ \vdots \\ r_{42}^{(1)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}^{(2)} = \begin{bmatrix} r_1^{(2)} \\ r_2^{(2)} \\ \vdots \\ r_{42}^{(2)} \end{bmatrix}, \dots, \quad \mathbf{R}^{(1500)} = \begin{bmatrix} r_1^{(1500)} \\ r_2^{(1500)} \\ \vdots \\ r_{42}^{(1500)} \end{bmatrix},$$

kur $r_t^{(s)}$ - atitinkamo scenarijaus turto grąža laiko momentu $t = 1, 2, \dots, 42$, apskaičiuojama kaip visų turto klasių grąžų svertinis vidurkis, pritaikant turto klasių svorius, nurodytus 2 lentelėje ir eliminuojant garantuotų palūkanų dydį:

$$r_t^{(s)} = r_G^{(s)}(t) \cdot w_G + r_E^{(s)}(t) \cdot w_E + r_C^{(s)}(t) \cdot w_C + r_P^{(s)}(t) \cdot w_P$$

- Gražą iš obligacijų apskaičiuosime pasinaudojus transponuota nerizikingų palūkanų normų matrica iš ESG sugeneruoto masyvo, pateikto 5.1:

$$\mathbf{ZCB}^{(s)} = \begin{bmatrix} i_{0,1}^{(s)} & i_{1,1}^{(s)} & \dots & i_{50,1}^{(s)} \\ i_{0,2}^{(s)} & i_{1,2}^{(s)} & \dots & i_{50,2}^{(s)} \\ \vdots & & & \\ i_{0,50}^{(s)} & i_{1,50}^{(s)} & \dots & i_{50,50}^{(s)} \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

Norint sužinoti, kokios trukmės obligacijų reikia įsigyti, vertinsime vidutinį svertinį laiko tarpą, kuriuo gaunami pinigų srautai iš nerizikingų investicijų. Trukmei įvertinti pasinaudosime *Macaulay* trukmės apskaičiavimo formule pinigų srautus diskontuojant su ataskaitinio laikotarpio nerizikingų palūkanų *EIOPA* kreive.

$$McD = \sum_{k=1}^{42} \frac{w'_k \cdot k}{1 + i_k}, \quad (6.2)$$

kur w'_k žymi diskontuotų metinių pinigų srautų svorį laiko momentu k . Apskaičiavus, pasinaudojus *MS Excel* skaičiuokle, gauta, kad $McD \approx 9,19$ metų. Paprastumo dėlei, remiantis apskaičiuota trukme, sudaromas obligacijų trukmės planas laiko momentu t , pateiktas 3 lentelėje.

Laiko momentas t	Obligacijos trukmė d_t	t	d_t	t	d_t	t	d_t
0	10	11	4	22	1	33	1
1	9	12	4	23	1	34	1
2	9	13	4	24	1	35	1
3	8	14	3	25	1	36	1
4	8	15	3	26	1	37	1
5	7	16	2	27	1	38	1
6	7	17	2	28	1	39	1
7	6	18	2	29	1	40	1
8	6	19	2	30	1	41	1
9	5	20	1	31	1	42	1
10	5	21	1	32	1		

3 lentelė: Įsigyjamų nerizikingų investicijų (obligacijų) trukmės (metais).

Tarkime, d_t - turto trukmė metais (angl. asset duration) laiko momentu t iš 3 lentelės.

Viso obligacijų portfelio grąža bus apskaičiuota pagal:

$$r_G^{(s)}(t) = \frac{(1 + i_{d_t,t}^{(s)})^{-d_t}}{(1 + i_{d_{t-1},t-1}^{(s)})^{-d_{t-1}}} - 1. \quad (6.3)$$

- Grąžos iš akcijų portfelio formulė, naudojantis 5.1 matricos duomenimis:

$$r_E^{(s)}(t) = \frac{P_E^{(s)}(t)}{P_E^{(s)}(t-1)} - 1.$$

- Aukšto kreditingumo įmonių vertybinių popierių grąža (angl. corporate bonds) apskaičiuojama analogiškai 6.3 tik atsižvelgiama į papildomai kylantį „triukšmą“ dėl įmonių obligacijų didesnio svyravimo dėka mažesnio likvidumo lyginant su vyriausybėmis obligacijomis.

$$r_C^{(s)}(t) = \frac{(1 + i_{d_t,t}^{(s)})^{-d_t}}{(1 + i_{d_{t-1},t-1}^{(s)})^{-d_{t-1}}} \cdot \underbrace{\frac{\frac{P_A^{(s)}(t)}{P_A^{(s)}(t-1)}}{\frac{P_G^{(s)}(t)}{P_G^{(s)}(t-1)}}}_{\text{„triukšmas"}} - 1.$$

- Grynųjų pinigų portfelio grąžos formulė, naudojantis 5.1 matricos duomenimis:

$$r_P^{(s)}(t) = \frac{P_P^{(s)}(t)}{P_P^{(s)}(t-1)} - 1.$$

7 Įsipareigojimų modelis

Apsibrėžkime, kad:

$$D_{t,X}^{(s)} := \frac{1}{(1 + i_{t,X}^{(s)})},$$

kur $i_{t,X}^{(s)}$ - nerizikingų palūkanų norma kiekvieno scenarijaus atveju iš 6.1 pateiktos matricos.

Pažymėkime V_t - kaip įsipareigojimų rezervą laiko momentu t . Akivaizdu, kad V_t - atsitiktinis dydis. Remiantis [9] ir [5] rezervas gali būti apskaičiuojamas diskontuojant pinigų srautus. Išskirsime du rezervo apskaičiavimo būdus:

1. Deterministinis rezervo apskaičiavimo būdas. Šiuo būdu techninis atidėjinys apskaičiuojamas diskontuojant pinigų srautus su ataskaitinio laikotarpio nerizikingų palūkanų $EIOPA$ kreive, darant prielaidą, kad dėl žemos palūkanų kreivės pelnas draudėjams nesusidarys.
2. Stochastinis rezervo apskaičiavimo būdas. Skaičiuojant šiuo būdu bus gaunama 1500 skirtingų rezervo reikšmių, kurios priklauso nuo kiekvieno scenarijaus turto grąžos. Techninio atidėjinio apskaičiavimo formulė:

$$V_t^{(s)} = \sum_{k=1}^{42-t+1} cf_{k+t-1} \cdot (D_{t-1,k}^{(s)})^k \quad (7.1)$$

Modeliuojant pelno draudėjams priskyrimo dalį reikia nepamiršti garantuotos palūkanų normos, kuri, kaip jau minėta 3.2 skyriuje, lygi 1%. Šiuo atveju draudimo bendrovės gali taikyti įvairias garantuotų palūkanų srautų pasiskirstymo laike prielaidas. Šiame darbe išskirsime du garantuotos palūkanų normos efekto pasiskirstymo metodus:

1. **I Metodas** - atsitiktinis. Šis metodas priklausys nuo skirtingos turto grąžos kiekvieno scenarijaus atveju. Tegul g - garantuota palūkanų norma, o $E^{I(s)}$ - garantuotos palūkanų normos efektas, s -tojo scenarijaus atveju, apskaičiuotas pirmuoju metodu. Tada:

$$cf_t^I := \begin{bmatrix} cf_1 - V_1^g \\ cf_2 \\ \vdots \\ cf_{42} \end{bmatrix},$$

$$E_t^{I(s)} = cf_t^I + V_{t+1}^{(s)} - V_t^{(s)} \quad (7.2)$$

2. **II Metodas** - tolygiai mažėjantis. Šiuo metodu garantuotos palūkanų normos efektas apskaičiuojamas kiekvienam laikotarpiui „išvyniojant“ po fiksuotą procentą (atitinkantį garantuotą palūkanų normą) nuo techninio atidėjinio paskaičiuoto diskontuojant pinigų srautus su garantuota palūkanų norma. Tegul g - garantuota palūkanų norma, o E^{II} - garantuotos palūkanų normos efektas, paskaičiuotas antru metodu. Tada:

$$E_t^{II} = V_t^g \cdot g = \sum_{k=1}^{42-t+1} \frac{cf_{k+t-1}}{(1+g)^k} \cdot g \quad (7.3)$$

Tokiu būdu paskaičiuotas efektas kiekvienam scenarijui sutaps, kadangi nepriklausys nuo stochastinės gražos. Taip pat, bėgant laikui efekto reikšmė tolygiai mažės, kol galiausiai pasieks nulį.

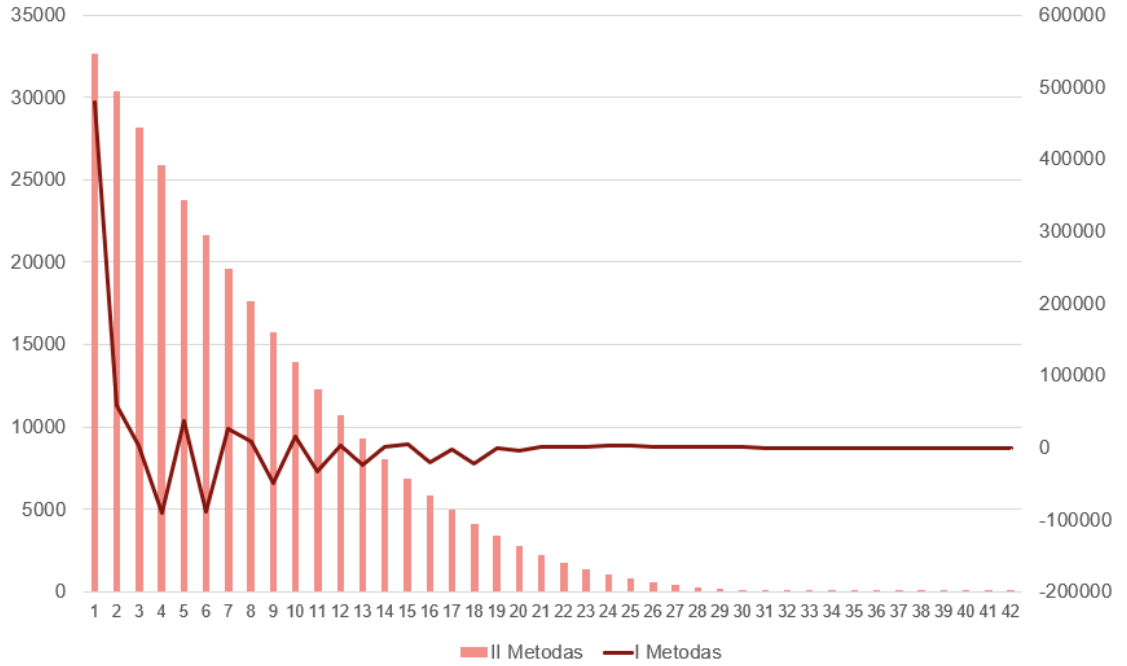
I-ojo ir II-ojo metodų efektų palyginimas pateiktas 3 paveikslėlyje.

Svarbu pastebėti, kad skaičiuojant tiek I metodu, tiek II metodu bendra viso laikotarpio garantuotos palūkanų normos efekto suma turi sutapti. T.y.:

$$\sum_{k=1}^{42} E_k^{I(s)} = \sum_{k=1}^{42} E_k^{II} = 307.052,42 \quad (7.4)$$

Tarkime, kad $Y_t^{(s)}$ - atsitiktinis dydis, žymintis susidariusį pelną laiko momentu t ir scenarijaus s atveju. Tada, taikant turto ir įsipareigojimų lygybės principą, pasirinkto efekto modelio atveju pelnas bus apskaičiuojamas pagal:

$$Y_t^{I(s)} = V_t^{(s)} \cdot r_t^{(s)} - E_t^{I(s)} \quad (7.5)$$



3 pav.: Garantuotos palūkanų normos efekto pasiskirstymo laike I (dešinė ordinačių ašis) ir II (kairė ordinačių ašis) metodų būdu palyginimas atsitiktinio scenarijaus atveju.

$$Y_t^{II(s)} = V_t^{(s)} \cdot r_t^{(s)} - E_t^{II} \quad (7.6)$$

Pagal pelno skirstymo metodiką apsibrėžtą 2 skyriuje:

- jei $Y_t^{*(s)} < 0$ - turto grąža sugeneravo nuostolį, kurį dengia bendrovė ir jos akcininkai;
- jei $Y_t^{*(s)} > 0$ - turto grąža sugeneravo pelną, kurio 50% turi būti padalinta galiojančių pensijų anuiteto sutarčių draudėjams, atsižvelgiant, ar ankstesniuose laikotarpiuose nebuvo fiksuotas nuostolis. Siekiant supaprastinti modelį, pelnas draudėjams bus išmokamas vienkartinė išmoka.

Vykdamt aprašytą algoritmą (žr. 4 paveikslėlį) kiekvieno efekto metodo atveju bus sumodeliuota 1500 skirtingų pelno draudėjams scenarijų kiekvienam laiko vienetui t su neneigiama pelno reikšme. Akivaizdu, kad kiekvienam laikotarpiui pinigų srautai pelno egzistavimo atveju susidarys iš išmokų draudėjams ir priedo iš pelno. Pinigų srautus kiekvieno scenarijaus atveju, atitinkamu garantuotų palūkanų efekto metodu, su įtrauktu pelno priedu žymėsime cf_t^{I*} . Perskaičiavus įsipareigojimų rezervą, pateiktą 7.1 formulėje, gausime:

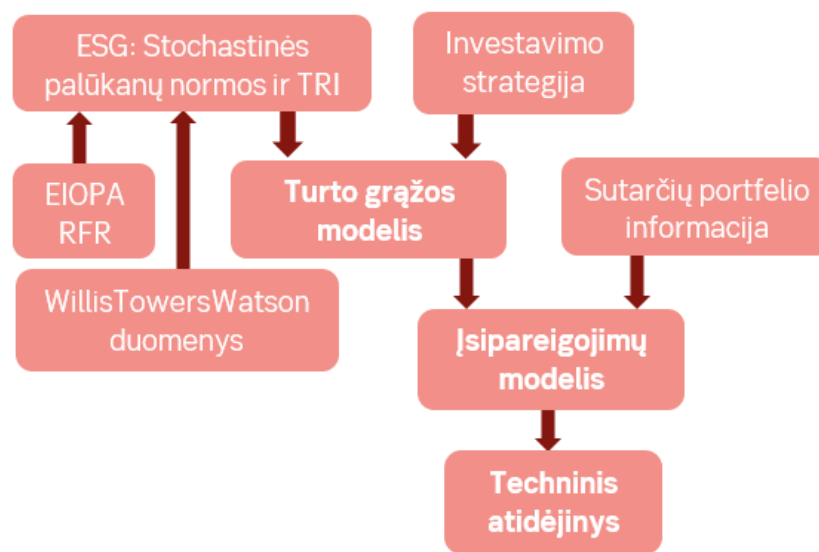
*Pasirinktas I arba II garantuotų palūkanų efekto metodas

$$V_t^{f*(s)} = \sum_{k=1}^{42-t+1} cf_{k+t-1}^{f*} \cdot (D_{t-1,k}^{(s)})^k.$$

Nesunku pastebėti, kad

$$V_1^{f*(s)} \geq V_1^{(s)} \quad (7.7)$$

Galiausiai, rezervo skaičiavimo kelias atvaizduotas 4 paveikslėlyje.



4 pav.: Techninių atidėjinių apskaičiavimo algoritmas

7.1 Rezultatų analizė

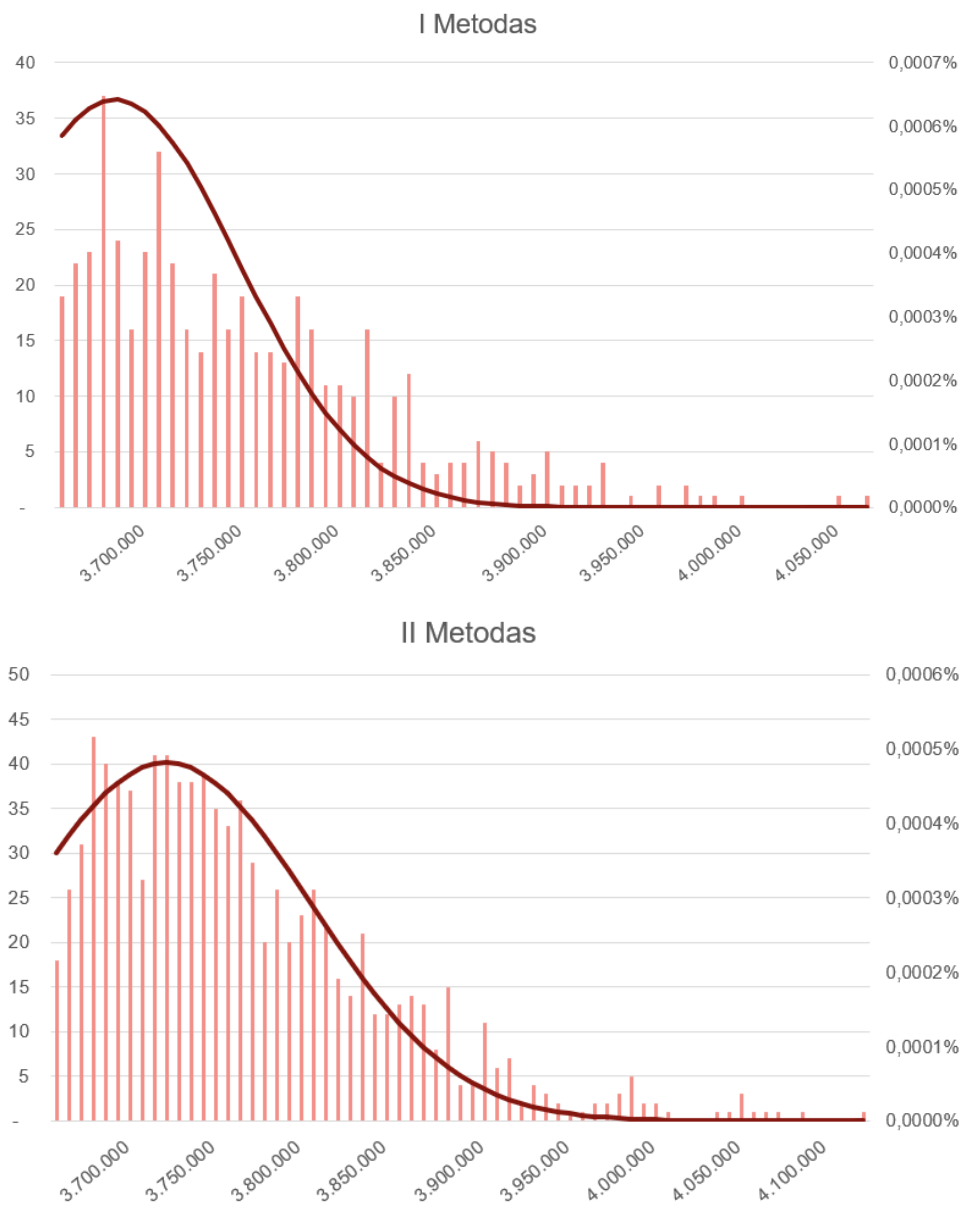
Panaudojus *MS Excel* makrokomandų įrašymo priemone ir atlikus techninio rezervo skaičiavimo algoritmą su 2 lentelėje pateikta turto investavimo strategija, sugeneruota po 1500 geriausių įsipareigojimo rezervų įverčių laiko momentu $t = 1$ su pasirinktu garantuotų palūkanų efekto metodu, atsižvelgiant į pelno priedą. Apskaičiavus gauta:

- taikant I metodą pelnas draudėjams nesusidarys 986 scenarijais iš 1500 ir rezervas nepadidės. Taigi, turėsime 34,3% rezervo išaugimo dėl pelno draudėjams tikimybę.
- II metodo būdu, pelnas nesusidarys 562 scenarijais iš 1500. Gausime 62,5% rezervo išaugimo dėl pelno draudėjams tikimybę.

Visais scenarijais apskaičiuotų techninių atidėjinių, pasirinkus vieną iš dviejų garantuotų palūkanų efekto metodų, skirstiniai atvaizduoti 5 paveikslėlyje, o pagrindiniai rezultatų rodikliai pateikti 4 lentelėje.

Rodiklis	I Metodas	II Metodas
Imtis	1.500	
Pelno draudėjams tikimybė	34,3%	62,5%
Mažiausia reikšmė	3.652.453,80	
Didžiausia reikšmė	4.059.873,28	4.125.406,30
Vidurkis (BE)	3.684.737,28	3.720.951,32
Standartinis nuokrypis	62.160,4	82.821,6
Pasikliautini intervalai ($\alpha = 5\%$)	[3.681.589; 3.687.886]	[3.716.757; 3.725.146]

4 lentelė: 1500 pensijų anuiteto įsipareigojimų rezervo scenarijų rodikliai I ir II metodais.



5 pav.: Kiekvieno scenarijaus techninių atidėjinių su sąlyga, kad susidarė pelnas pasiskirstymas laiko momentu $t = 1$, taikant atitinkamą metodą.

7.2 Vertės pokyčio rizika

Remiantis [1] ir pritaikius vertės pokyčio (angl. Value at Risk) išraišką pasirinktu garantuotų palūkanų efekto metodu galime apskaičiuoti techninio atidėjinio išaugimo riziką su $\alpha \in (0, 1)$:

$$VaR_{\alpha}(V_1'^{*}(s) - BE_1^*) = \sup\{b \in \mathbb{R} : \mathbb{P}(V_1'^{*}(s) - BE_1^* < b) \leq 1 - \alpha\}, \quad (7.8)$$

kur $V_1'^{*}(s)$ - jau minėtas atsitiktinis dydis, žymintis įsipareigojimų rezervą kiekvieno scenarijaus atveju, o BE_1^* - žymi visų 1500 scenarijų rezervų vidurkį atitinkamo efekto metodu, laiko momentu $t = 1$. Taip pat, α reikšmingumo lygmuo vertės pokyčio rizikos skaičiavimams bus parinktas, remiantis *Solvency II* reglamentu [4], pagal kurį mokumo kapitalo reikalavimas (angl. Solvency Capital Requirement (SCR)) skaičiuojamas su 99,5% pasikliauties intervalu. Taigi, $\alpha = 0,005$.

Pasinaudojus 7.8 gauname:

$$VaR_{0,005}(V_1'^{I(s)} - BE_1^*) = 267.950,27$$

$$VaR_{0,005}(V_1'^{II(s)} - BE_1^*) = 326.970,83$$

$VaR_{0,005}$ gautas rezultatas parodo techninio atidėjinio didžiausią galimą padidėjimą vertinant stochastiniu metodu apskaičiuotų rezervų nuokrypį nuo vidurkio (geriausio įverčio) atitinkamai skaičiuojant I ir II garantuotų palūkanų efekto metodu.

7.3 Įsipareigojimų rezervo palyginimas

Šiame skyrelyje išsiaiškinsime kokią įtaką įsipareigojimų rezervo išaugimui turi stochastinių turto gražų naudojimas atitinkamai parinkus garantuotų palūkanų efekto metodą. Lyginant su deterministiškai paskaičiuotu įsipareigojimų rezervu, naudojantis *EIOPA* ataskaitinio laikotarpio kreive, stochastinių turto gražų modeliu suskaičiuotas vidutinis 1500 scenarijų rezervas I metodo atveju bus didesnis per 0,83 procento, o tuo tarpu II metodo skaičiavimais - rezervas išaugs per 1,82 procento. Tačiau, tokie deterministinio ir stochastinio rezervo skai-

čiavimo rezultatų skirtumai aktualus tik 2 lentelėje nurodytai turto investavimo strategijai. Žemiau, 5 lentelėje, pateiktas rezervo išaugimo dėl stochastinio metodo taikymo draudėjo pelnei modeliuoti pasirinkus I ar II garantuotų palūkanų efekto metodą palyginimas su deterministiniu rezervu.

Obligacijos	Akcijos	AAA	Grynieji	I Metodas	II Metodas
40%	50%	7%	3%	3,16%	4,19%
50%	40%	8%	2%	1,93%	2,95%
60%	30%	8%	2%	0,88%	1,88%
70%	20%	8%	2%	0,19%	1,11%
80%	8%	10%	2%	0,02%	0,74%
90%	5%	3%	2%	0,01%	0,73%

5 lentelė: Įsipareigojimų rezervo pokytis, pritaikius stochastinių grąžų modelį pelno draudėjams prognozavimui atitinkamai I ir II garantuotos palūkanų normos efekto modeliams. Lyginama su nerizikingų palūkanų *EIOPA* kreive apskaičiuotu įsipareigojimų rezervu.

Nesunku pastebėti, kad tiek taikant I, tiek taikant II metodą didesnė akcijų dalis portfelje generuoja didesnę pelną draudėjams ir automatiškai didina įsipareigojimų rezervą. Priešingai - jei turtas investuojamas saugiau - didesnę dalį skiriant nerizikingoms vyriausybės obligacijoms, pelnas draudėjams bus minimalus ir daugeliu atvejų nesusidarys. Lygindami abu garantuotų palūkanų efekto modelius su ataskaitinio laikotarpio *EIOPA* kreive apskaičiuotu įsipareigojimų rezervu (be pelno draudėjams) I metodo atveju susidaręs pelno priedas draudėjams yra gerokai mažesnis nei II metodo atveju. Ši tendencija aktuali tik nerizikingų palūkanų kreivei ilgą laikotarpį svyruojant apie nulį (žr. 2 paveikslėlis). Hipotetiniu atveju, jei nerizikinga palūkanų norma generuotų didesnę grąžą nei garantuota palūkanų normą - pelnas draudėjams didesnis būtų I metodo atveju. Iš kliento perspektyvos, esant žemose nerizikingų palūkanų ribose, naudingesnis II garantuotų palūkanų efekto metodas.

8 Išvados

Pensijų anuiteto produkto, kurio klientai dalyvauja pelno dalijimo procese, įsipareigojimų rezervo vertinimas priklauso nuo daugelio niuansų. Šiame darbe buvo apžvelgtas fiktyvių anuiteto sutarčių portfelio techninio atidėjinio formavimo algoritmas, kuris leido įvertinti, kokią įtaką rezervo formavimui turi pasirinkta pelno skaičiavimo metodika. Turto gražos modeliavimui buvo pasinaudota ekonominių scenarijų generatoriaus sumodeliuotu, rinką atitinkančiu, 1500 scenarijų su skirtingu kintamumu failu, kuris leido pagal pasirinktą turto investavimo strategiją sumodeliuoti 1500 skirtingų turto gražų vektorių.

Pagal aprašytą pelno priskyrimo draudėjams metodiką, klientams gali būti padalijama tik ta pelno dalis, kuri viršija garantuotą palūkanų normą, lygią 1%. Dėl šios priežasties buvo išskirti du garantuotų palūkanų efekto pasiskirstymo laike metodai: kintantis, kuris priklauso nuo stochastinės turto gražos kiekvienu scenarijumi ir tolygiai mažėjantis, kuris kiekvienam periodui padalina po vieną procentą nuo viso laikotarpio garantuotų palūkanų sumos. Apskaičiavus įsipareigojimų rezervą abiem metodais ir palyginus su techninio atidėjinio dydžiu, kuris paskaičiuotas pinigų srautus diskontavus su ataskaitinio laikotarpio *EIOPA* kreive, gautas rezervo padidėjimas per 0,88 – 1,88%, priklausomai nuo metodo taikymo būdo. Taip pat, pastebėta, kad pelnas draudėjams didesnis, jei būna pasirenkama agresyvesnė investavimo strategija ir didesnė dalis turto investuojama į akcijas.

Dėl žemos ataskaitinio laikotarpio nerizikingų palūkanų kreivės klientui naudingesnis II garantuotų palūkanų išdėstymo laike metodas, nes tokiu atveju didesnė pelno susidarymo tikimybė. Iš įmonės perspektyvos mažesnis rezervas susidarytų I-ojo metodo taikymo atveju.

Literatūra

- [1] J. Alexander, P. Embrechts, R. Frey, Mcneil. *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*. Princeton: Princeton University Press, 2005, p 38.
- [2] European Insurance and Occupational Pensions Authority, *Monthly Technical Information 2020, December*,
https://www.eiopa.europa.eu/tools-and-data/risk-free-interest-rate-term-structures_en.
- [3] Human Mortality Database, *Lithuania 2019 life tables: Females, Males and Total (both sexes)*,
<https://www.mortality.org/cgi-bin/hmd/country.php?cntr=LTU&level=1>.
- [4] Institute and Faculty of Actuaries. *Solvency II Technical Provisions for General Insurers*, 2013, p 67.
<https://www.actuaries.org.uk/system/files/documents/pdf/sii-tp-wp-paper-giro40.pdf>
- [5] M. Koller. *Stochastic Models in Life Insurance*, EAA Series, 2010, p 39-40.
- [6] Lietuvos Respublikos draudimo įstatymas, 41 str. įsigaliojimo data 2016m. sausio 1d.,
<http://www.infolex.lt/ta/109389:str41>.
- [7] A. S. McDonald. Encyclopedia Of Actuarial Science, *Euler–Maclaurin Expansion and Woolhouse’s Formula*, 2004, p 631-633.
https://www.macs.hw.ac.uk/~angus/papers/eas_offprints/eul_mcl.pdf
- [8] Oficialios statistikos portalas *OSP*,
<https://osp.stat.gov.lt/pagrindiniai-salies-rodikliai>
- [9] A. Skučaitė. Paskaitų konspektas, *Pensijų sistemos*, Vilniaus universitetas, 2013, p 31-36.
- [10] J. Šiaulys. Paskaitų konspektas, *Aktuarinė matematika*, Vilniaus universitetas, 2006, p 11, 21, 25, 67, 68.

[11] WillisTowersWatson oficiali interneto svetainė.

<https://www.willistowerswatson.com/en-GB/About-Us/overview>

[12] WillisTowersWatson STAR RN produkto aprašymas.

<https://www.willistowerswatson.com/en-GB/Solutions/products/star-rn>

Priedai

3.1 skyrelyje aprašyti ir apskaičiuoti saugūs mirtingumo tikimybių įverčiai, kur M - moterys, V - vyrai:

Amžius	q_x (V)	q_x (M)	q_x (Abu)	Amžius	q_x (V)	q_x (M)	q_x (Abu)
55	0,01186	0,00358	0,00745	82	0,08432	0,05484	0,06335
56	0,01391	0,00317	0,00814	83	0,09394	0,06075	0,07019
57	0,0133	0,00386	0,00818	84	0,10385	0,07261	0,0813
58	0,01405	0,00469	0,00893	85	0,10461	0,07919	0,0861
59	0,01748	0,00571	0,01098	86	0,11854	0,09144	0,09857
60	0,01775	0,00552	0,01094	87	0,13203	0,10428	0,11139
61	0,01914	0,0063	0,01195	88	0,13997	0,11397	0,12056
62	0,02049	0,00667	0,01264	89	0,15128	0,12359	0,13046
63	0,02371	0,00822	0,01482	90	0,18317	0,15091	0,15856
64	0,02573	0,00845	0,01574	91	0,17256	0,15635	0,16002
65	0,02868	0,01067	0,01817	92	0,21172	0,17638	0,1839
66	0,03313	0,01099	0,02002	93	0,25372	0,20294	0,21273
67	0,03257	0,01036	0,01923	94	0,28346	0,20334	0,21798
68	0,03299	0,01174	0,02011	95	0,26422	0,24481	0,24834
69	0,03641	0,01281	0,0219	96	0,28343	0,26801	0,27066
70	0,03798	0,01384	0,02292	97	0,30291	0,29178	0,29358
71	0,03522	0,01448	0,02212	98	0,32252	0,31586	0,31687
72	0,04151	0,01659	0,02564	99	0,34212	0,33999	0,34029
73	0,0472	0,01966	0,02943	100	0,36156	0,36391	0,36361
74	0,04667	0,02135	0,03013	101	0,38072	0,38737	0,38656
75	0,05743	0,02332	0,03491	102	0,39946	0,41015	0,40893
76	0,05368	0,02787	0,0364	103	0,41767	0,43202	0,43051
77	0,06177	0,02838	0,0393	104	0,43525	0,45283	0,45113
78	0,06823	0,03036	0,0426	105	0,4521	0,47244	0,47063
79	0,05924	0,03344	0,0416	106	0,46817	0,49076	0,48893
80	0,06995	0,04019	0,04942	107	0,4834	0,50774	0,50594
81	0,08122	0,04474	0,05564	108	0,49776	0,52336	0,52164

Visi priedų skyrelyje pateikiami programiniai kodai naudoti MS Excel Visual Basic for Applications (VBA) makrokomandų rašymo programoje. Programos versija: Microsoft Excel for Office 365 MSO (16.0.12527.21912) 64-bit.

MS Excel VBA kodas anuiteto išmokai apskaičiuoti:

```
Dim i As Double
```

```
Dim m As Integer
```

```

Dim age As Integer
Dim gimimo_metai As Integer
Dim k As Integer
Dim g As Integer
Dim a5 As Double
Dim a10 As Double
Dim a15 As Double
Dim Sukaпта As Double
Dim beta As Double
Dim aproс As Double
Dim Per As Double

Sub ismoka()
With Worksheets("parametrai")
i = .Cells(1, 2).Value
beta = .Cells(5, 2).Value
aproс = .Cells(9, 2).Value
m = .Cells(13, 2).Value
End With

With Worksheets("Calculation")
a5 = (1 - (1 + i) ^ (-5)) / (m * (1 - (1 + i) ^ (-1 / m)))
a10 = (1 - (1 + i) ^ (-10)) / (m * (1 - (1 + i) ^ (-1 / m)))
a15 = (1 - (1 + i) ^ (-15)) / (m * (1 - (1 + i) ^ (-1 / m)))
k = 2
While .Cells(1 + k, 1).Value > 0
g = .Cells(k + 1, 6).Value
age = .Cells(k + 1, 3).Value
gimimo_metai = .Cells(k + 1, 4).Value
Sukaпта = .Cells(k + 1, 7).Value
Per = atidejinys(age, i, 0, m)
Per5 = atidejinys(age, i, 5, m)

```

```

Per10 = atidejinys(age, i, 10, m)
Per15 = atidejinys(age, i, 15, m)
If g = 0 Then
.Cells(k + 1, 8).Value = (Sukaupta * (1 - aproc)) / (m * (Per) * (1 + beta))
ElseIf g = 5 Then
.Cells(k + 1, 8).Value = (Sukaupta * (1 - aproc)) / (m * (Per5 + a5) *
* (1 + beta))
ElseIf g = 10 Then
.Cells(k + 1, 8).Value = (Sukaupta * (1 - aproc)) / (m * (Per10 + a10) *
* (1 + beta))
ElseIf g = 15 Then
.Cells(k + 1, 8).Value = (Sukaupta * (1 - aproc)) / (m * (Per15 + a15) *
* (1 + beta))
End If
k = k + 1
Wend
End With
End Sub

```

```

Function atidejinys(x As Integer, _
                    i As Double, _
                    g As Integer, _
                    m As Integer)

Sum = 1
p = 1
niu = 1 / (1 + i)

With Worksheets("mirt_lent")
    For it = 1 + g To 108 - x - 1
        q = .Cells(x + it - 54, 2).Value
        p = p * (1 - q)
        Sum = Sum + niu ^ (it - g) * p
    Next it
End With

```

```

        Next it
    End With

    atidejinyys = niu ^ (g) * nPx(x, g) * (Sum - ((m - 1) / (2 * m)) *
    * (1 - niu ^ (108 - x - g) * nPx(x + g, 108 - x - g)))
End Function

Function nPx(x As Integer, g As Integer)
    Dim k As Integer
    Dim q As Double
    p = 1
    With Worksheets("lentele")
        For k = 1 To g
            q = .Cells(x + k - 54, 2).Value
            p = p * (1 - q)
        Next k
    End With
    nPx = p
End Function

```

Stochastinių turto grąžų generavimui naudotas MS Excel VBA kodas:

```

Dim i As Double
Dim k As Integer
Dim n As Integer
Dim e As Integer
Dim s As Long
Dim d As Integer
Dim m As Long
Dim Proporcija_Govt As Double
Dim Proporcija_AAA As Double
Dim Proporcija_Equity As Double
Dim Proporcija_Cash As Double

```

```

Dim ws1 As Worksheet
Dim ws2 As Worksheet
Dim ws3 As Worksheet
Dim ws4 As Worksheet
Dim ws5 As Worksheet

Sub Yields()
Set ws1 = Worksheets("Yields")
Set ws2 = Worksheets("Rates")
Set ws3 = Worksheets("AAA")
Set ws4 = Worksheets("Equity")
Set ws5 = Worksheets("Cash")

With Worksheets("Parameters")
Proporcija_Govt = .Cells(4, 3).Value
Proporcija_AAA = .Cells(5, 3).Value
Proporcija_Equity = .Cells(6, 3).Value
Proporcija_Cash = .Cells(7, 3).Value
End With

For s = 3 To 1502
k = 0
While k < 43
ws1.Cells(3 + k, s) = Govt(Proporcija_Govt, k, s) + Proporcija_AAA *
* ((Govt(1, k, s) + 1) * ws3.Cells(3 + k, s - 1).Value - 1) + Proporcija_Equity *
* ws4.Cells(3 + k, s - 1).Value + Proporcija_Cash * ws5.Cells(3 + k, s - 1).Value
k = k + 1
Wend
Next s
End Sub

```

Pelno draudējams skaičiavimui naudotas MS Excel Visual Basic kods:

```

'Diskontuoti CF iš Calculator
For s = 4 To 1505
    k = 0
    While k < 43
        ws3.Cells(3 + k, (s - 4) * 2 + s) = ws1.Cells(3 + k, s + 3).Value
        k = k + 1
    Wend
Next s

'pelnas draudėjams
For s = 5 To 1505
    k = 0
    While k < 43
        ws3.Cells(3 + k, (s - 5) * 2 + s) = ws2.Cells(2 + k, s - 3).Value
        k = k + 1
    Wend
Next s

'perkskaičiuotas BE su CF iš pelno draudėjams
For s = 6 To 1505
    k = 0
    While k < 43
        ws3.Cells(3 + k, (s - 6) * 2 + s) =
        = SumProduct(k + 1, (s - 6) * 51 + k + 2, s - 6 + 2)
        k = k + 1
    Wend
Next s
End Sub

Function SumProduct(k As Integer, e As Long, s As Long)
    Sum = 0
    t = k

```

```

For m = k To 43
Sum = Sum + (ws1.Cells(2 + m, 5).Value + ws2.Cells(1 + m, s)) *
* ((1 + ws4.Cells(e, m - t + 5).Value) ^ (-ws1.Cells(m - t + 3, 1).Value))
Next m
SumProduct = Sum
End Function

```