

VILNIAUS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
FINANSŲ IR DRAUDIMO MATEMATIKOS BAKALAURO STUDIJŲ
PROGRAMA

Bakalauro baigiamasis darbas

COVID-19 įtaka Lietuvos ir Europos Sąjungos BVP

**COVID-19 effect on Lithuanian and European
Union GDP**

Eglė Gutauskaitė

Darbo vadovas Doc., Dr. Martynas Manstavičius
(darbo vadovo pedagoginis vardas, vadovo vardas ir pavardė)

Vilnius, 2021

TURINYS

1. ĮVADAS	6
2. COVID-19 PANDEMIJA	7
3. BENDRASIS VIDAUS PRODUKTAS	8
4. TEORINĖ DALIS.....	10
4.1. Laiko eilutės	10
4.2. Stacionarumas.....	11
4.3. ARIMA procesas	11
4.4. Modelių pasirinkimo kriterijai.....	13
4.5. Prognozavimo tikslumo įvertinimas.....	13
5. PRAKTINĖ DALIS	14
5.1. Lietuvos BVP tyrimas	15
5.2. Europos Sąjungos BVP tyrimas	20
5.3. Gautų rezultatų apžvalga	25
6. IŠVADOS	28
7. ŠALTINIAI.....	29
8. PRIEDAI.....	30

PAVEIKSLAI

Pav. 1 Lietuvos BVP struktūra pagal išlaidų grupes (nominalieji duomenys), 2020 m.....	9
Pav. 2 ES BVP struktūra pagal išlaidų grupes (nominalieji duomenys), 2020 m.	9
Pav. 3 Lietuvos BVP 1995 – 2020 m.	15
Pav. 4 Kiekvienų metų Lietuvos BVP 1995 – 2020 m.....	16
Pav. 5 ARIMA(3,1,1) su dreifu	16
Pav. 6 ARIMA(3,1,1) su dreifu modelio liekanų analizė.....	17
Pav. 7 ARIMA(3,1,1) su dreifu modelio Ljung – Box testo rezultatai	17
Pav. 8 ARIMA(0,1,3) su dreifu	18
Pav. 9 ARIMA(0,1,3) su dreifu modelio liekanų analizė.....	18
Pav. 10 ARIMA(0,1,3) su dreifu modelio Ljung – Box testo rezultatai	19
Pav. 11 Lietuvos BVP prognozės	19
Pav. 12 ES BVP 1995 – 2020 m.....	20
Pav. 13 Kiekvienų metų ES BVP 1995 – 2020 m.	21
Pav. 14 ARIMA(2,1,0) su dreifu	21
Pav. 15 ARIMA(2,1,0) su dreifu modelio liekanų analizė.....	22
Pav. 16 ARIMA(2,1,0) su dreifu modelio Ljung – Box testo rezultatai	22
Pav. 17 ARIMA(0,1,1) su dreifu	23
Pav. 18 ARIMA(0,1,1) su dreifu modelio liekanų analizė.....	23
Pav. 19 ARIMA(0,1,1) su dreifu modelio Ljung – Box testo rezultatai	24
Pav. 20 ES BVP prognozės	24
Pav. 21 Lietuvos BVP pokytis 2020 – 2021 m.	27
Pav. 22 ES BVP pokytis 2020 – 2021 m.....	27
Pav. 23 ARIMA(3,1,1) su dreifu modelio informacija.....	31
Pav. 24 ARIMA(0,1,3) su dreifu modelio informacija.....	32
Pav. 25 ARIMA(2,1,0) su dreifu modelio informacija.....	35
Pav. 26 ARIMA(0,1,1) su dreifu modelio informacija.....	36

LENTELĖS

Lentelė 1 Prognozavimo tikslumo nustatymas.....	15
Lentelė 2 Modelių ARIMA(3,1,1) ir ARIMA(0,1,3) su dreifais tikslumas	20
Lentelė 3 Modelių ARIMA(2,1,0) ir ARIMA(0,1,1) su dreifais tikslumas	25
Lentelė 4 Lietuvos BVP prognozės duomenys.....	25
Lentelė 5 ES BVP prognozės duomenys.....	26
Lentelė 6 Lietuvos BVP prognozės	33
Lentelė 7 ES BVP prognozės	37

COVID-19 įtaka Lietuvos ir Europos Sąjungos BVP

Santrauka

COVID-19 sukėlė pasaulinį nerimą, pareikalavo daugybės gyvybių ir sudavė didelį šoką ekonomikai. Šalių vyriausybės turėjo imtis griežtų priemonių, siekiant sustabdyti viruso plitimą, tai padarė tiesioginį ir reikšmingą poveikį visai ekonomikai. Atsižvelgiant į tai, šalims tapo svarbu įvertinti COVID-19 ekonominius padarinius.

Šiame darbe yra nagrinėjamas COVID-19 padarytas efektas Lietuvos ir Europos Sąjungos BVP kitimui. Poveikiui pastebėti yra naudojamas autoregresijos - slenkamojo vidurkio modelis ARIMA, kuris panaudojamas gauti 2020 – 2021 m. BVP prognozę prieš pandemijos pradžią ir taip pat 2021 m. prognozę jau po paveiktos ekonomikos. Po ARIMA modelio parinkimo ir prognozavimo atliekama padarytos COVID-19 įtakos BVP kitimui analizė, aptariama 2021 m. perspektyva, atsižvelgiant į gautus prognozės rezultatus.

Raktiniai žodžiai: COVID-19, bendrasis vidaus produktas, ekonomika, ARIMA modelis.

COVID-19 effect on Lithuanian and European Union GDP

Abstract

COVID-19 has caused global concern, claimed many lives and hit a big shock to the economy. The government of the countries had to take tough action to stop the spread of the virus, which had a direct and significant impact on the whole economy. In this context, it has become important for countries to assess the economic impact of COVID-19.

This work analyzes the COVID-19 effect on the change of GDP in Lithuania and European Union. The autoregression – moving average model ARIMA is used to observe the effect, which is used to get 2020 – 2021 GDP forecast before the start of pandemic and also the forecast for 2021 already after the affected economy. After the selection of ARIMA model and forecasting, an analysis of the impact of COVID-19 on GDP is being carried out, discusses the 2021 perspective, taking into account the results of the forecast.

Key words: COVID-19, gross domestic product, economy, ARIMA model.

1. ĮVADAS

Naujasis virusas (COVID-19), kuris pirmą kartą užfiksuotas 2019 m. gruodžio mėnesį Uhano mieste, Kinijoje, sukėlė pasaulinį nerimą, pareikalavo daugybės gyvybių ir sudavė didelį smūgį ekonomikai. Atsižvelgdami į gilėjančią grėsmę žmonių gyvybėms ir ekonomikai, Pasaulio sveikatos organizacijos (PSO) generalinis direktorius 2020 m. sausio 30 d. paskelbė, kad COVID-19 protrūkis yra tarptautinio masto ekstremalus pavojus visuomenės sveikatai.

Virusui plintant tarptautiniu mastu, daugelis šalių ėmėsi apriboti plitimą vykdydamos socialinės izoliacijos politiką, pavyzdžiui, uždarydamos švietimo įstaigas, apribodamos verslus ir žmonių judėjimą. Prevenciniai veiksmai padarė tiesioginį ir reikšmingą poveikį visai ekonomikai. Žmonių ir prekių judėjimo apribojimai sutrikdė tiekimo grandinės ir pablogino nedarbo problemą. Atsižvelgiant į tai, šalims tapo svarbu įvertinti COVID-19 ekonominius padarinius.

Dažnai aptariami ir atnaujinami makroekonominiai rodikliai atskleidžia šalies ekonomikos sveikatą ir stabilumą. Plačiausiai pripažintas rodiklis pasaulyje – bendrasis vidaus produktas (BVP), atspindintis visas šalyje pagamintas prekes ir paslaugas.

Šio darbo tikslas ištirti padarytą COVID-19 įtaką Lietuvos ir Europos Sąjungos (ES) BVP. Pažvelgti geriau į viruso sukeltą poveikį BVP į pagalbą buvo pasitelkta autoregresijos - slenkamojo vidurkio modelis ARIMA, kuris yra naudojamas laiko eilučių prognozavime. Pirmoji užduotis buvo gauti 2020 – 2021 metų prognozę iki COVID-19, kuri parodytų galėjusį būti BVP kitimą, jei paplitęs virusas nebūtų paveikęs pasaulio ekonomikos. Antroji tyrimo dalis, kurioje taip pat naudojamas prognozavimo modelis ARIMA, parodo jau po pandemijos prognozuojamą BVP dydžio kitimą 2021 metais. Šios dvi prognozės leidžia pamatyti COVID-19 efektą Lietuvos ir ES BVP 2020 metais ir pažvelgti į BVP rodiklio prognozės po COVID-19 nukrypimus nuo iki pandemiją buvusios jo kitimo perspektyvos netolimoje ateityje.

Šiame darbe taip pat trumpai apžvelgiama COVID-19 plitimas Lietuvoje ir kitose Europos šalyse, pateikiamos taikytos pagrindinės priemonės bandant jį sustabdyti, tai padeda pamatyti, kokias ekonomines sritis virusas palietė labiausiai. Detaliau aptariamas BVP rodiklis, aprašomas dažniausiai jo apskaičiavimui naudojamas metodas ir pateikiama Lietuvos ir ES BVP struktūra.

2. COVID-19 PANDEMIJA

Pirmasis oficialus COVID-19 atvejis Europoje buvo užfiksuotas 2020 m. sausio 24 d. Prancūzijoje, po trijų ir penkių dienų susirgimai buvo fiksuoti Vokietijoje ir Suomijoje. Vos per kelias savaites nukentėjo visos 27 ES šalys. 2020 m. kovo 13 d. Pasaulio sveikatos organizacija paskelbė Europą naujojo viruso pandemijos epicentru, kurioje buvo užregistruota daugiausia COVID-19 atvejų ir mirčių, o 2020 m. kovo 17 d. pirmą kartą istorijoje ES uždarė visas išorinės sienas, bandydama sustabdyti COVID-19 viruso plitimą. Sprendimas laikinai apriboti visas nebūtinias keliones anaipol nebuvo prieštaringas, tai sutapo ir su daugumos vyriausybių strategijų, kurių tikslas buvo numalšinti viruso plitimą ir svarbiausia apsaugoti, kuo daugiau žmonių. Kovo 9 d. Italija įvedė nacionalinį karantiną ir uždraudė bet koki žmonių judėjimą už namų ribų be rimtų priežasčių ir uždarė šalies sienas, Vokietijoje pasienio uždarymas prasidėjo kovo 13 d., po to sekė Ispanija – kovo 14 d., Prancūzija – kovo 16 d. Iki 2020 m. kovo 18 d. Europoje karantine buvo uždaryta daugiau nei 250 milijonų žmonių.

Lietuvoje pirmasis COVID-19 atvejis buvo užfiksuotas 2020 m. vasario 28 d. Dėl pandemijos šalyje pirmasis karantinas buvo įvestas kovo 16 d., o atšauktas birželio 17 d. Rudenį vėl pradėjus blogėti epidemiologinei situacijai kaip daugelyje kitų Europos ir pasaulio šalių lapkričio 4 d. buvo įvestas antrasis karantinas.

COVID-19 atsiradimas ir priemonės jį sustabdyti buvo staigus ir didžiulis šokas viešajam ir privačiam gyvenimui, tai matoma visais aspektais, pradedant ekonomikos nuosmikiu, socialinėmis problemomis, pasikeitusiu darbo pobūdžiu, mažesniu transporto ir energijos suvartojimu ir t.t. COVID-19 krizė masiškai paspartino ir kai kurias jau egzistavusias tendencijas, ypač skaitmenizaciją.

Vienas iš didžiausių šios pandemijos padarinių yra ekonomikai, kuri patyrė didžiausią nuosmukį po Didžiosios depresijos ir Antrojo pasaulinio karo. Per šį laikotarpį sutriko prekių tiekimo grandinės, tai lėmė gamybos mažėjimą, o sumažėjusi paklausa pasaulyje palietė ekonomikai svarbų eksporto sektorių. Turizmo, grožio, laisvalaikio pramogų, maitinimo ir kitas paslaugas teikiantis verslas, kuris dėl viruso plitimo ir įvesto karantino turėjo užsidaryti, taip pat smarkiai pajuto ekonominius pandemijos padarinius.

Vyriausybės jau ėmėsi vykdyti ekonominių ir finansinių priemonių planus, kurie pirmiausia yra skirti žmonių sveikatos apsaugai, pagalba nukentėjusiam smulkiam ir vidutiniam verslui, darbuotojų užimtumui ir ekonomikos skatinimui.

ES valstybių ekonomikoms COVID-19 poveikis labai skiriasi, tai lemia viruso paplitimo tendencijos, taikomos priemonės jam sustabdyti ir kiti faktoriai. Kadangi valstybės patyria skirtingo dydžio ekonomikos krizes, tai jų ir atsigavimo tempai bus nevienodi.

3. BENDRASIS VIDAUS PRODUKTAS

Bendrasis vidaus produktas (BVP) (angl. Gross Domestic Product, GDP) yra vienas iš svarbiausių ekonominių rodiklių, kuris yra apibrėžiamas kaip visų sukurtų galutinių prekių ir paslaugų bendra rinkos vertė šalies teritorijoje per tam tikrą laikotarpį. BVP paprastai yra skaičiuojamas kas ketvirtį ir metus.

Šalies BVP apskaičiavimas apima visą privatų ir viešąjį vartojimą, valstybės išlaidas, investicijas, privačių atsargų papildymus, apmokėtas statybų išlaidas ir užsienio prekybos balansą.

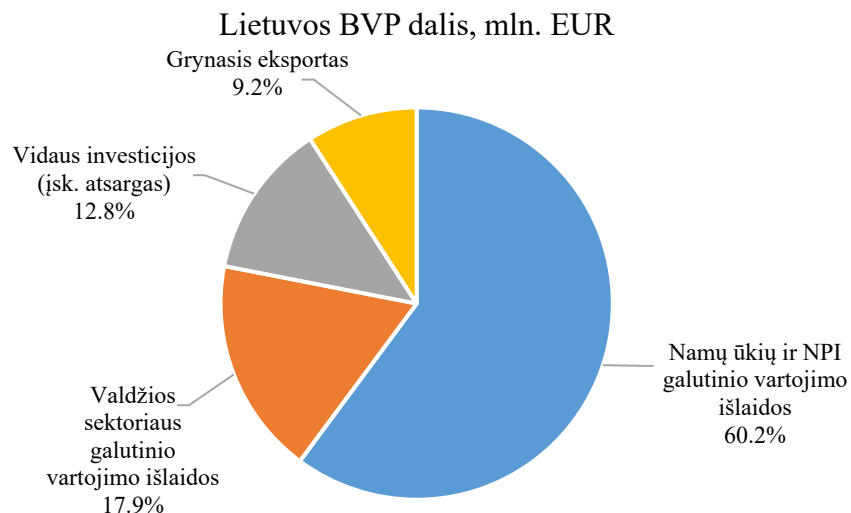
Iš visų šalies BVP sudarančių komponentų užsienio prekybos balansas yra ypač svarbus. Šalies BVP turi tendenciją didėti, kai bendra prekių ir paslaugų, kurias vidaus gamintojai parduoda užsienio šalims, vertė viršija bendrą užsienio šalių pagamintų prekių ir paslaugų, kurias perka vidaus vartotojai, vertę, kai susidaro ši situacija, sakoma, kad valstybėje yra prekybos perteklius. Jei susidaro priešinga situacija, kai suma, kurią vidaus vartotojai išleidžia užsienio produktams ir paslaugoms, yra didesnė už bendrą sumą, kurią vidaus gamintojai gali parduoti užsienio vartotojams, tai vadinama prekybos deficitu. Esant tokiai situacijai, šalies BVP paprastai mažėja.

BVP galima apskaičiuoti trimis būdais: gamybos, išlaidų ir pajamų metodu. Teisingai apskaičiavus, visi trys šie metodai turėtų pateikti tą patį skaičių. Dažniausiai naudojamas metodas – išlaidų. Šis metodas apskaičiuoja skirtingų ekonomikoje dalyvaujančių grupių išlaidas. Šiuo metodu BVP galima apskaičiuoti naudojant šią formulę:

$$BVP = C + G + I + NX, \quad (1)$$

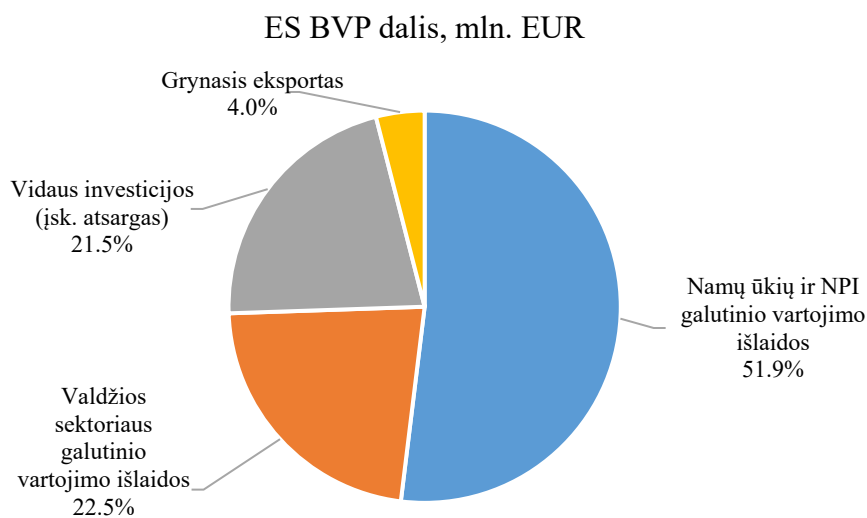
kur C – namų ūkio vartojimo išlaidos, G – vyriausybės išlaidos, I – investicijos ir NX – prekių ir paslaugų grynas eksportas (eksporto ir importo skirtumas). Visos šios išlaidos prisideda prie šalies BVP.

Pavaizduotame 1 paveikslėlyje galime pamatyti, kad namų ūkio ir nepelno siekiančių institucijų (NPI) vartojimo išlaidos yra didžiausios Lietuvos BVP dedamosios, sudarančios net 60,2 proc., 17,9 proc. sudaro valdžios išlaidos, investicijos – 12,8 proc., o grynas eksportas – 9,2 proc. [7]



Pav. 1 Lietuvos BVP struktūra pagal išlaidų grupes (nominalieji duomenys), 2020 m.

Europos Sąjungos BVP struktūra, kuri pavaizduota 2 paveikslėlyje, rodo, kad lyginant su Lietuvos BVP dalimis, čia namų ūkio ir NPI galutinio vartojimo išlaidos yra beveik 10 proc. mažesnės, sieki beveik 52 proc., kitos dalis tenka investicijoms ir valdžios išlaidoms (21,5 proc. ir 22,5 proc.), o grynasis eksportas sudaro 4 proc. [2]



Pav. 2 ES BVP struktūra pagal išlaidų grupes (nominalieji duomenys), 2020 m.

BVP yra svarbus matas, nes jis atspindi ekonomikos būseną. Samuelsonas ir Nordhauzas gražiai apibendrina BVP svarbą [8]. Jie palygina BVP gebėjimą pateikti bendrą ekonomikos būklės vaizdą su palydovu kosmose, kuris gali stebėti orą visame žemyne. Šis rodiklis leidžia politikos formuotojams ir centriniams bankams nuspręsti, ar ekonomika traukiasi ar plečiasi, ar jai reikia postūmio ar reikia ją suvaržyti, ir ar neartėja tokios grėsmės kaip recesija ar siaučianti infliacija.

4. TEORINĖ DALIS

4.1. Laiko eilutės

Laiko eilutės – tai atsitiktinių kintamųjų seka $\{X_t, t \in T\}$, kurie yra apibrėžti vienoje tikimybėje erdvėje ir vadinama atsitiktiniu procesu. Teorijoje kintamasis t dažniausiai yra $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ (diskretaus laiko atvejis) arba $\mathbb{R}_+ = [0, \infty)$, $\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$ (tolydaus laiko atvejis). [5]

Laiko eilučių duomenys galime rasti ekonomikos, socialinių mokslų, finansų, epidemiologijos ir fizinių mokslų srityse. Paprastai duomenys yra registruojami vienodais laiko intervalais, pavyzdžiui, kas valandą, savaitę, mėnesį, ketvirtį ar metus. Laiko eilutės, kuriose yra stebimas vieno kintamojo kitimas, vadinamos vienmatėmis, bet jei atsižvelgiama į daugiau nei vieno kintamojo kitimą - daugiamatėmis.

Laiko eilutė turi keturias pagrindines komponentes, kurias galime atskirti pagal stebimus duomenis, t.y.:

- a) trendas (bendra eilutės kitimo tendencija),
- b) sezoniskumas (pasikartojantis svyravimai per tam tikrą periodą),
- c) reguliarus svyravimas apie tendą (judėjimas aukštyn ir žemyn aplink tam tikrą tendą),
- d) atsitiktinė triukšmo komponentė (nenuspėjamas komponentas).

Praktikoje laiko eilutei yra pritaikomas tam tikras modelis, kuris yra naudojamas numatant būsimas vertes (laiko eilučių prognozavimas). Prognozuojant laiko eilutes, ankstesni jos duomenys yra renkami ir analizuojami, kad būtų sukurtas tinkamas matematinis modelis, kuris užfiksuoja pagrindinių duomenų generavimo procesą eilutėje, o tada pagal turimą modelį numatomi būsimi įvykiai. Šis metodas yra ypač naudingas, kai reikia įvertinti strategijas ir atsargumo priemones priimant sprendimus.

Pagrindiniai laiko eilučių analizės etapai:

1. Duomenų grafinis pavaizdavimas, kuris leidžia atpažinti preliminarų analizės modelį.
2. Turimų duomenų įvertinimas, kuriuo metu yra pasirenkami modelio parametrai. Atliekami duomenų glodinimai, regresiniai ir ARIMA analizės metodai.
3. Pasirinkus geriausią modelį, įvertinus jo tikslumą, atliekamas laiko eilutės prognozavimas.

Laiko eilutės modelis gali būti aprašomas dvejais būdais:

- adityviuoju

$$X_t = m_t + s_t + Z_t,$$

- multiplikatyviuoju

$$X_t = m_t \cdot s_t \cdot Z_t,$$

kur m_t – lėtai besikeičianti vidurkio funkcija (trendo komponentė), s_t – periodinė funkcija su žinomu periodu d (sezoniškumo komponentė), Z_t – triukšmo komponentė, t.y. stacionarus nulinio vidurkio atsitiktinis procesas. Jei rodikliai įgyja tik teigiamas reikšmes ir tenkina multiplikatyvųjį modelį, logaritmuojant galima pereiti prie adityvaus modelio:

$$\log X_t = \log(m_t \cdot s_t \cdot Z_t) = \log m_t + \log s_t + \log Z_t.$$

4.2. Stacionarumas

Atsitiktinių dydžių seka $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ yra stacionari, jei

1. $EX_t = EX_0, \forall t \in \mathbb{Z}$,
2. $EX_t^2 < \infty, \forall t \in \mathbb{Z}$,
3. $r(s, t) = \text{cov}(X_s, X_t) = \text{cov}(X_{s+h}, X_{t+h}), \forall s, t, h \in \mathbb{Z}$.

Vieno argumento kovariacinė funkcija žymima $r(s) \equiv r(s, 0), \forall s \in \mathbb{Z}$.

Stacionarios sekos autokoreliacinė funkcija (angl. Autocorrelation Function, ACF) apibrėžiama lygybe

$$\rho(h) = \frac{r(h)}{r(0)} = \text{corr}(X_{t+h}, X_t), \text{ su } t, h \in \mathbb{Z}. \quad (2)$$

Stacionari seka $\{Z_t\}$ vadinama balto triukšmo seka su vidurkiu 0 ir dispersija δ^2 (žym. $Z_t \sim BT(0, \delta^2)$), jeigu $EZ_t = 0$ ir kovariacinė funkcija yra

$$r(h) = \begin{cases} \delta^2, & h = 0, \\ 0, & h \neq 0. \end{cases} \quad (3)$$

4.3. ARIMA procesas

Dažniausiai praktikoje laiko eilučių analizei ir prognozavimui yra naudojami autoregresijos - slenkamojo vidurkio modeliai ARIMA (angl. Autoregressive Integrated Moving Average). ARIMA – plačiai naudojamas nestacionaraus laiko eilučių modelis, kuris yra glaudžiai susijęs su ARMA (angl. Autoregressive Moving Average) procesu.

Procesas $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ vadinamas autoregresijos – slenkamojo vidurkio procesu (ARMA), jeigu $\{X_t\}$ yra stacionarus ir su $\forall t$

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \dots - \phi_p X_{t-p} = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \dots + \theta_q Z_{t-q}, \quad (4)$$

čia $Z_t \sim BT(0, \delta^2)$, ši seka žymima ARMA(p, q), kur p – autoregresijos eilė, q – slenkamojo vidurkio eilė. Lygybę (4) galima užrašyti ir trumpiau:

$$\phi(B)X_t = \theta(B)Z_t, t \in \mathbb{Z}, \quad (5)$$

čia:

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p,$$

$$\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q.$$

B yra postūmio operatorius (t.y. $B^j X_t = X_{t-j}, j = 0, 1, \dots$). $\phi(\cdot)$ ir $\theta(\cdot)$ vadinami atitinkamai autogresijos bei slenkamojo vidurkio daugianariais.

ARMA(p, q) procesą sudaro du modeliai:

- 1) AR(p) – autoregresinis procesas (angl. Autoregressive Process). Šis laiko eilučių procesas yra stacionarus ir tenkina lygybę:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + Z_t, t \in \mathbb{Z}. \quad (6)$$

- 2) MA(q) – slenkančio vidurkio procesas (angl. Moving Average). Šis modelis yra aprašomas tokia lygybe:

$$X_t = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \dots + \theta_q Z_{t-q}, t \in \mathbb{Z}. \quad (7)$$

Atsitiktinių dydžių seka $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ vadinama (p, d, q) eilės autoregresijos – slenkamojo vidurkio integruotu procesu, kur $d = 1, 2, 3, \dots$, jei skirtumai $(1 - B)^d X_t$ tenkina ARMA(p, q) lygtį, t.y.

$$\phi(B)(1 - B)^d X_t = \theta(B)Z_t, t \in \mathbb{Z}, \quad (8)$$

čia $Z_t \sim BT(0, \delta^2)$, šį modelį žymime ARIMA(p, d, q). ARIMA lygtimi yra nusakoma $\{(1 - B)^d X_t\}$ sekos savybės, o ne $\{X_t\}$.

Taip pat galime pastebėti, kad, pridėję prie X_t bet kokią $d - 1$ daugianarį, nepažeidžiame (8) lygties, t.y.

$$\phi(B)(1 - B)^d (X_t + m(t)) = \theta(B)Z_t, t \in \mathbb{Z},$$

šioje lygtyje $m(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_{d-1} t^{d-1}$, kur $a_0, \dots, a_d$ gali būti atsitiktiniai koeficientai. Kitaip sakant, jei $\{X_t\}$ yra ARIMA(p, d, q) seka, tai $\{X_t + m(t)\}$ taip pat yra ARIMA(p, d, q). ARIMA modelis gali būti taikomas duomenims, kurie turi atitinkamą trendo komponentę. Šis trendas taip pat gali būti lygus nuliui.

Kartais ARIMA lygtis turi ir šiek tiek bendresnį pavidalą, kurį galime užrašyti ir taip

$$\phi(B)(1 - B)^d X_t = a + \theta(B)Z_t, \quad (9)$$

kur a yra konstanta.

4.4. Modelių pasirinkimo kriterijai

Modelio pasirinkimo kriterijai yra kaip taisyklės, naudojamos statistiniam modeliui parinkti iš galimų modelių rinkinio kandidatų, remiantis pastebėtais duomenimis.

Akaike informacijos kriterijaus (angl. Akaike's Information Criterion, AIC) aprašoma šia formule

$$AIC = 2(k + p + q + 1) - 2 \ln \mathcal{L}. \quad (10)$$

Koreguoto Akaike informacijos kriterijaus (angl. Corrected Akaike's Information Criterion, AIC_C) formulė

$$AIC_C = AIC + \frac{2(k+p+q+1)(k+p+q+2)}{n-k-p-q-2}. \quad (11)$$

Schwarzo Bayeso informacijos kriterijus (angl. Schwarz's Bayesian Information Criterion, BIC):

$$BIC = k \ln n - 2 \ln \mathcal{L}, \quad (12)$$

kur $\mathcal{L}$ - tikėtinumo funkcijos didžiausia reikšmė modeliui, k – parametrų skaičius modelyje, n – laiko eilutės duomenų skaičius. Kai konstanta nelygi nuliui, tada $k = 1$, o jei konstanta lygi nuliui, tai $k = 0$. [4]

4.5. Prognozavimo tikslumo įvertinimas

Vidutinė absoliutinė paklaida (angl. Mean Absolute Error, MAE), kuri parodo, kiek vidutiniškai prognozuotos reikšmės skiriasi nuo tikrųjų, apskaičiuojama šia formule:

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \hat{X}_i|}{n} \quad (13)$$

Taip pat dažnai naudojama vidutinė absoliutinė procentinė paklaida (angl. Mean Absolute Percentage Error, MAPE):

$$MAPE = 100 \cdot \left| \frac{\sum_{i=1}^n X_i - \hat{X}_i}{X_i} \right| \quad (14)$$

Skirtumas $\{X_i - \hat{X}_i\}$ yra apibrėžiamas kaip prognozuojamo modelio liekanos.

Diagnostinis Ljung – Box testas patikrina, ar kuri nors iš laiko eilutės autokoreliacijų grupės skiriasi nuo nulio. Šio testo hipotezės yra apibrėžiamos taip:

$$\begin{aligned} H_0: & \text{Duomenys pasiskirstę nepriklausomai} (\rho(1) = \dots = \rho(m) = 0), \\ H_1: & \text{Duomenys nėra pasiskirstę nepriklausomai} (\exists i \leq m: \rho(i) \neq 0). \end{aligned} \quad (15)$$

LJung – Box testo statistika:

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^h \frac{\hat{\rho}^2(k)}{n-k}, \quad (16)$$

čia n – imties dydis, $\hat{\rho}^2(k)$ – k vėlavimo autokoreliacija, h – tikrinamų vėlavimų skaičius. Nulinė hipotezė, yra išpildyta, jei asimptotiškai $Q \sim \chi_h^2$, kai $n \rightarrow \infty$. Nulinė hipotezė su reikšmingumo lygmeniu α yra atmetama, jeigu $Q > \chi_h^2(1 - \alpha)$. h reikšmė dažniausiai būna lygi 20 ir vertinama 95 % tikimybinio lygmeniu.

5. PRAKTINĖ DALIS

ARIMA yra labai populiari laiko eilučių modeliavimo technika. Nors ARIMA labai naudingas laiko eilučių duomenų prognozavimo modelis, duomenų paruošimo ir parametrų derinimo procesai užima daug laiko. Prieš naudojant ARIMA, reikia, kad eilutė būtų stacionari, nustatyti p ir q reikšmes, naudojant autokoreliacijos (ACF) ir dalinės autokoreliacijos (PACF) funkcijų grafikus. „Auto ARIMA“ funkcija palengvina šį procesą, nes pati sugeneruoja optimalias p, d, q reikšmes, kurios būtų tinkamiausios duomenų rinkiniui ir būtų pritaikytos geriausiam prognozavimui [3]. Funkcija šiuos parametrus parenka atsižvelgdama į AIC, AIC_c ar BIC reikšmes, kurios išsamiau aprašytos 4.2 skyrelyje. AIC, AIC_c ir BIC vertės yra kaip vertintojai modeliams palyginti. Kuo mažesnės šios vertės, tuo geresnis modelis.

Šiame tyrime naudojami duomenis buvo gauti iš Eurostato duomenų bazės, kurioje yra pateikti ekonomikos rodikliai ir statistika. Šiuos duomenis galima gauti naudojant „R“ paketą „Eurostat“ [9]. Analizei atlikti buvo atrinkti Lietuvos ir ES ketvirtiniai BVP duomenis pašalinus sezono ir darbo dienų skaičiaus įtaką (dabartinėmis kainomis, mln. eur.).

Lietuvos ir ES BVP rodiklių prognozavimas atliekamas, pirmiausia naudojant 1995 – 2019 m. duomenis, taip siekiama, pamatyti prognozę prieš COVID-19 2020 ir 2021 metams, o vėliau atliekamas tyrimas su turimais 1995 – 2020 m. BVP duomenimis ir atliekama prognozė 2021 metams su COVID-19 paveiktu laikotarpiu.

Tyrimo eiga, kuri bus atliekama rasti ARIMA modelį ir atlikti prognozę:

- 1) Turimiems duomenims atliekamas „Auto ARIMA“ modeliavimas, kurio metu parenkami parametrai prognozavimo modeliui pagal mažiausią AIC_c reikšmę.
- 2) Norint įsitikinti, ar gautas modelis yra tinkamas, atliekama modelio liekanų analizė. Patikrinama, ar liekanų reikšmės yra išsidėsčiusios aplink nulinę tiesę, kitaip tariant, liekanų vidurkis turi būti artimas nuliui. Toliau pažiūrima į ACF grafiką, kuriame stulpeliai turi nekirsti kritinės reikšmės ribų, tai reiškia, kad procesas yra stacionarus arba kitaip baltas triukšmas. Paskutinis žingsnis atliekant gautų liekanų analizę yra LJung – Box statistikos testas (16), kurio rezultatas turi būti, kad liekanos – nekoreliuotos.
- 3) Atliekama prognozė laiko eilutei ir nubraižomas grafikas su gautomis prognozėmis.

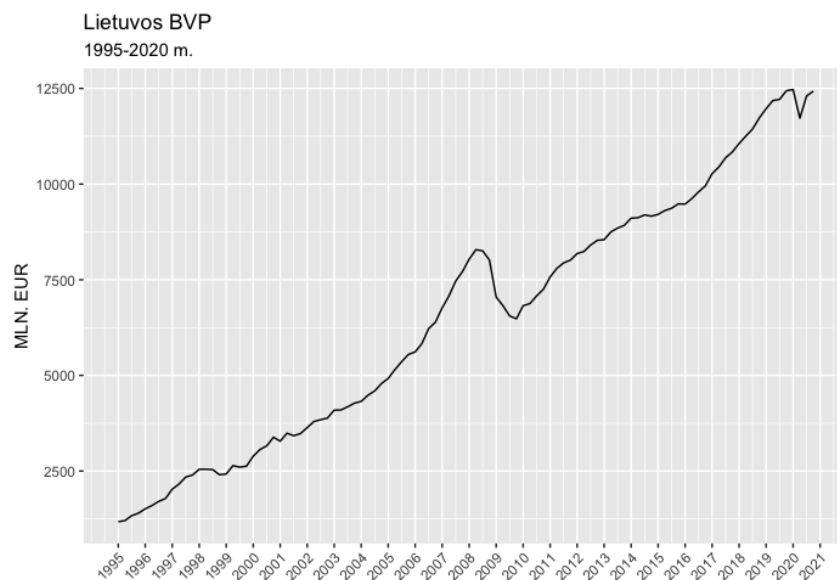
- 4) Įvertinamas prognozavimo tikslumas pagal vidutinę absoliutinę procentinę paklaidą MAPE (14), šio rodiklio gautas rezultatas yra vertinamas pagal pateiktą 1 lentelę. [6]

MAPE, %	Prognozavimo tikslumas
< 10	Labai tikslus
10 – 20	Tikslus
20 – 50	Pakankamas
> 50	Nepakankamas

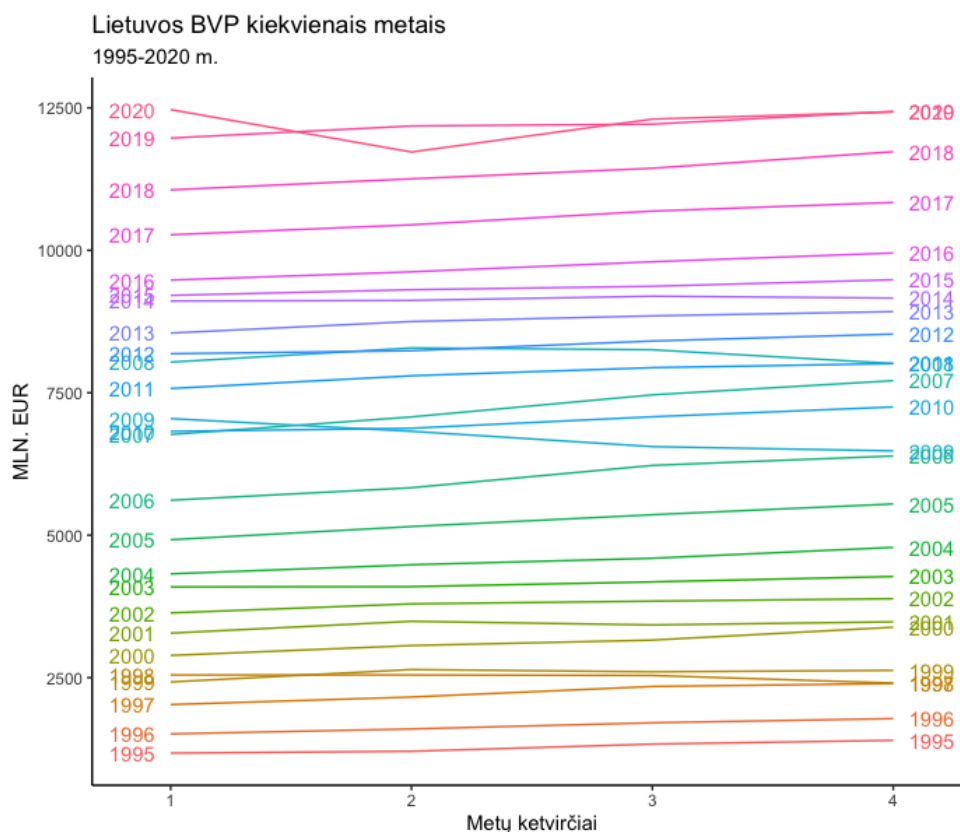
Lentelė 1 Prognozavimo tikslumo nustatymas

5.1. Lietuvos BVP tyrimas

Pavaizduotame Lietuvos BVP grafike (pav. 3) galime įžvelgti, kad nuo 1995 m. stebimi duomenys turi tendenciją didėti, bet taip pat yra laikotarpių, kai vyksta spartesni augimai ir mažėjimai. Šie periodai pasireiškė ekonomikos kriziniais laikotarpiais. Galime išskirti 2007 – 2008 m. finansų krizės periodą, kuriame yra spartus BVP augimas ir po to įvyksiantis didelis smukimas. 2020 metais atsiradus COVID-19 virusui, matome, kad įvyko BVP rodiklio staigus kritimas, jis pasiekė žemiausią tašką antrame metų ketvirtyje, tai galime pastebėti ir pavaizduotame kiekvienų metų Lietuvos BVP grafike (pav. 4). Jis parodo, kad BVP dydis 2020 m. antrame ketvirtyje buvo žemesnis lyginant su 2019 m. tuo pačiu laikotarpiu, bet jau trečiame ketvirtyje jis vėl grįžo į buvusi prieš metus dydį ir tendencingai augo, pasiekdamas lygį, kuriame buvo prieš metus.



Pav. 3 Lietuvos BVP 1995 – 2020 m.



Pav. 4 Kiekvienų metų Lietuvos BVP 1995 – 2020 m.

Atlikus pirmąjį „Auto ARIMA“ modeliavimą su turimais ketvirtiniais Lietuvos BVP duomenimis iki COVID-19 pandemijos, buvo sugeneruotas ARIMA(3,1,1) su dreifu modelis (pav. 5), kurio AICc reikšmė lygi 544,41, ji pagal visus tirtus modelius buvo gauta mažiausia. Gauta modelio formulė užrašoma taip:

$$\phi_3(B)(1-B)^1(X_t - at) = \theta_1(B)Z_t$$

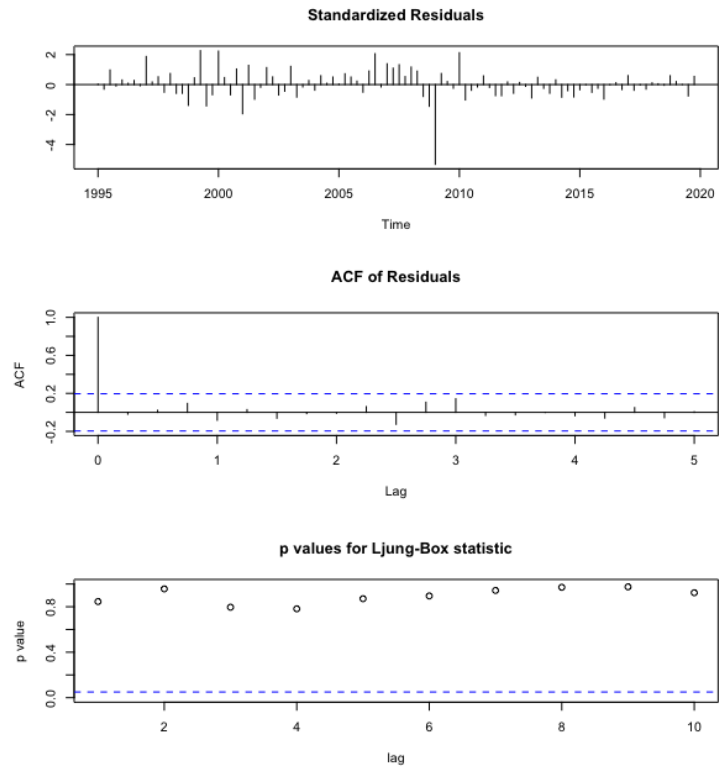
$$(1 - 1,1905B - 0,0209B^2 + 0,3254B^3)(1 - B)(X_t - 2,8773t) = (1 - 0,9351B)Z_t$$

ARIMA(3,1,1) with drift					
Coefficients:					
ar1	ar2	ar3	ma1	drift	
1.1905	0.0209	-0.3254	-0.9351	2.8773	
s.e. 0.1601	0.1697	0.1057	0.1685	0.2441	
sigma^2 estimated as 13.11: log likelihood=-265.75					
AIC=543.5 AICc=544.41 BIC=559.07					

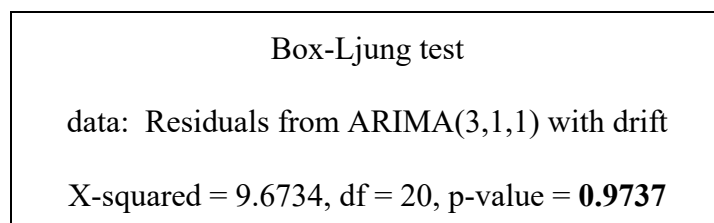
Pav. 5 ARIMA(3,1,1) su dreifu

Pažvelgus į modelio liekanų grafikus (pav. 6), matome, kad didžiausia dalis jų yra artimos nuliui, o autokoroliacijos grafikas (ACF) sudaro baltą triukšmą, nes visos reikšmės yra tarp mėlynos punktyrinės linijos. Ljung – Box testo rezultatai (pav. 7) rodo, kad negalime atmesti

nulinės hipotezės (15), jog liekanos yra nekoreliuotos ir pasiskirsčiusios nepriklausomai, nes gauta p – reikšmė $= 0,9737 > 0,05$, šis rezultatas yra pastebimas ir turimame liekanų trečiame grafike, p – reikšmės yra išsidėsčiusios virš reikšmingumo reikšmės ribų.



Pav. 6 ARIMA(3,1,1) su dreifu modelio liekanų analizė



Pav. 7 ARIMA(3,1,1) su dreifu modelio Ljung – Box testo rezultatai

Toliau atliekama modelio paieška 1995 – 2020 m. Lietuvos BVP duomenims. Gautas ARIMA(0,1,3) su dreifu modelis (pav. 8), kuris turėjo mažiausią AICc reikšmę lygią 557,03. Šio modelio formulė su gautomis reikšmėmis:

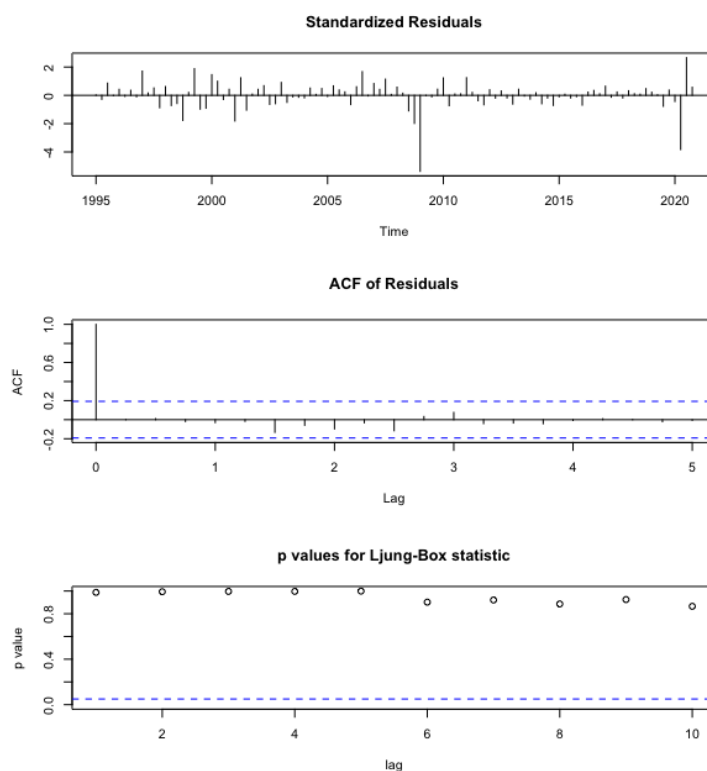
$$(1 - B)^1(X_t - at) = \theta_3(B)Z_t$$

$$(1 - B)(X_t - 2,4673t) = (1 + 0,1981B + 0,2945B^2 + 0,2899B^3)Z_t$$

ARIMA(0,1,3) with drift				
Coefficients:				
ma1	ma2	ma3	drift	
0.1981	0.2945	0.2899	2.4673	
s.e.	0.0961	0.0963	0.1221	0.5968
sigma^2 estimated as 12.22: log likelihood=-273.21				
AIC=556.42 AICc=557.03 BIC=569.59				

Pav. 8 ARIMA(0,1,3) su dreifu

Liekanų analizės išvados (pav. 9) rodo, kad jos yra artimos nuliui, didesnį nukrypimą matosi tik 2008-2009 m. ir 2020 m. laikotarpiais. ACF grafike iššokimų virš kritinės reikšmės ribų nėra, todėl galime teigti, kad liekanos sudaro baltą triukšmą. Ljung – Box testo pateikti rezultatai (pav. 10) rodo, kad p – reikšmė = 0,9971 > 0,05, iš to išplaukia išvada, kad liekanos nėra koreliuotos, tai patvirtina ir p – reikšmių grafikas Ljung – Box testo statistikai.

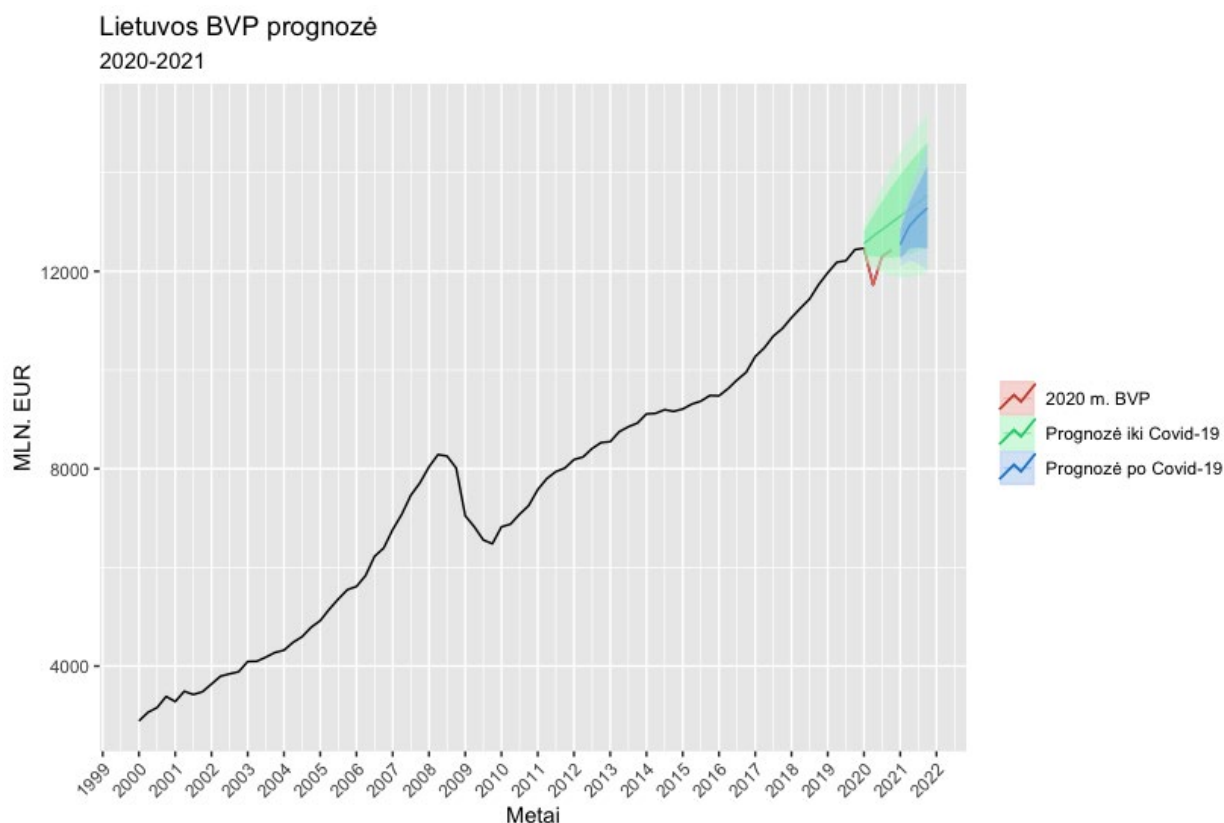


Pav. 9 ARIMA(0,1,3) su dreifu modelio liekanų analizė

Box-Ljung test
data: Residuals from ARIMA(0,1,3) with drift
X-squared = 6.8534, df = 20, p-value = 0.9971

Pav. 10 ARIMA(0,1,3) su dreifu modelio Ljung – Box testo rezultatai

Gavus dvejus ARIMA modelius ir patikrinus jų tinkamumą, toliau atliekamos Lietuvos BVP prognozės. Gautos prognozės pavaizduotos grafike (pav. 11), kur žalia spalva žymi BVP prognozę iki COVID-19, o mėlyna – po COVID-19, su 85 ir 95 proc. pasikliovimo intervalais. Raudona spalva pažymėtas Lietuvos 2020 m. BVP atkarpa per pandemiją. Šis grafikas parodo, kaip ekonominis rodiklis buvo paveiktas dėl susidariusios situacijos visame pasaulyje, jo nukrypimą nuo buvusių perspektyvų. Matome, kad 2020 – 2021 m. jis ir toliau turėjo tendenciją augti (žr. žalią grafiką), bet dėl susidariusios situacijos įvyko staigus kritimas (žr. raudoną grafiką), nors 2020 m. viduryje matomas BVP išaugimas ir toliau besitęsiantis didėjimas, bet rodiklis lieka žemiau, negu buvusi prognozė prieš šiuos metus. Mėlynos spalvos grafikas, kuris parodo perspektyvas 2021 metams po 2020 m. užklupusio viruso, vaizduoja, kad metų pradžioje išvelgiamas spartesnis Lietuvos BVP augimas, antroje metų pusėje augimo pagreitis sumažėja, bet BVP dydis priartėja prie prognozės, kuri buvo pateikiama iki COVID-19.



Pav. 11 Lietuvos BVP prognozės

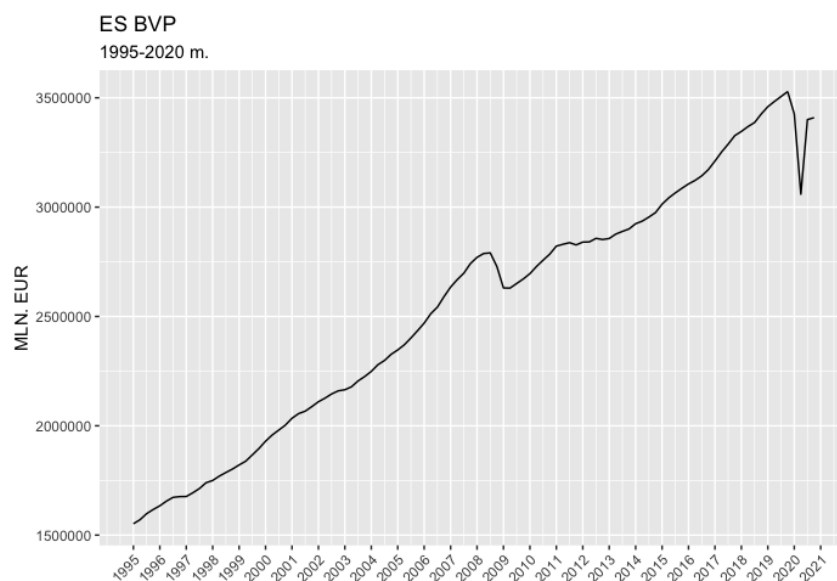
Įvertinus gauto modelio ARIMA(3,1,1) su dreifu tikslumą, vidutinė absoliutinė paklaida (MAE) lygi 91,67, o vidutinė absoliutinė procentinė paklaida (MAPE) – 1,86 (lentelė 2), tai reiškia, kad gauta BVP prognozė yra labai tiksli įvertinus pagal pateiktus prognozavimo tikslumo kriterijus (lentelė 1). Kito gauto modelio ARIMA(0,1,3) su dreifu duomenys rodo, kad MAE yra lygus 100,24, o MAPE – 1,89, šis modelis taip pat vertinamas kaip labai tikslus. Abiejų atliktų prognozių tikslumas siekia apie 98 proc., todėl galime galvoti, kad gauti duomenis yra patikimi.

	MAE	MAPE
ARIMA(3,1,1) su dreifu	91,66618	1,86434
ARIMA(0,1,3) su dreifu	100,2382	1,888904

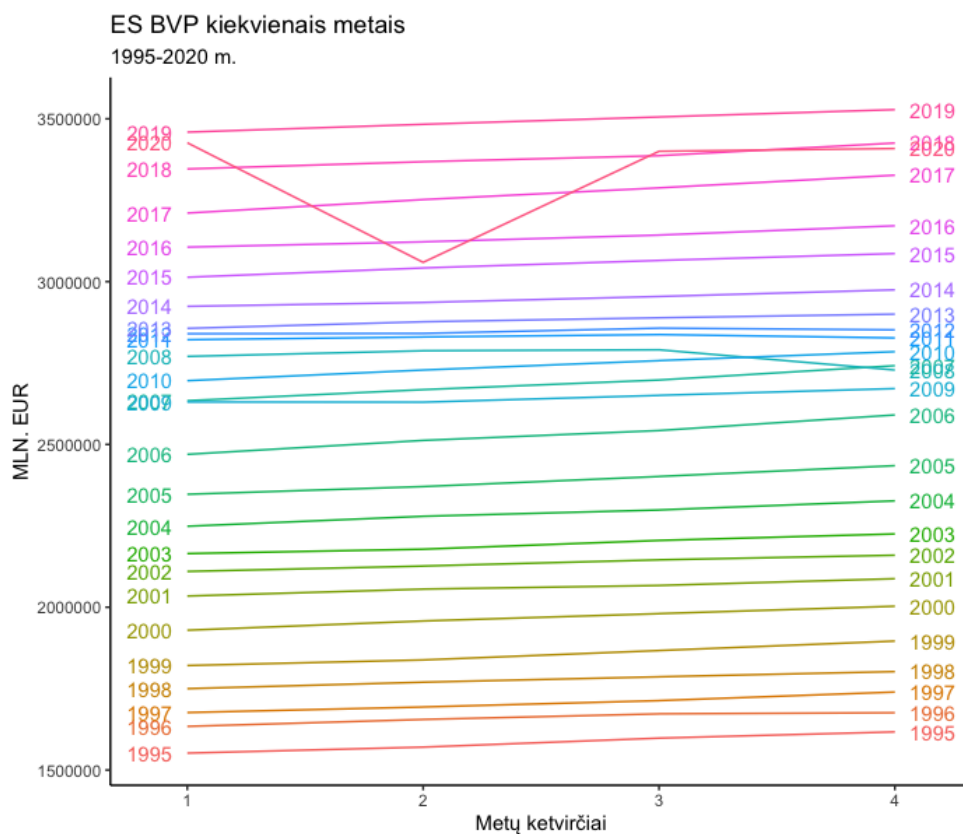
Lentelė 2 Modelių ARIMA(3,1,1) ir ARIMA(0,1,3) su dreifais tikslumas

5.2. Europos Sąjungos BVP tyrimas

Pažvelgus į pateiktą Europos Sąjungos BVP kitimo grafiką (pav. 12) įžvelgiame gana nuoseklų šio rodiklio didėjimą iki 2020 m. su žymiu nuosmukiu 2008 – 2009 m. laikotarpyje. Nuo 2020 m. yra didelis BVP dydžio kritimas, lyginant jį su Lietuvos BVP (pav. 3), jis yra ženkliai didesnis tuo pačiu periodu, bet finansinės krizės metu 2008 – 2009 m. ES BVP pokyčiai buvo šiek tiek stabilesni negu Lietuvoje. Atidžiau pažvelgus į kiekvienų metų ES BVP grafiką (pav. 13), matosi aiškiai išsiskiriantis 2020 metai, kuriais prasidėjo COVID-19 pandemija ir buvo sukeltas šokas ekonomikai. 2020 m. pirmojo ketvirčio ES BVP dydis jau buvo mažesnis negu 2019 m. pabaigoje. Vėliau antrame metų ketvirtyje vyko didelis kritimas, po kurio BVP pasiekė beveik 2015 m. buvusį dydį, o sekančiame ketvirtyje įvyko spartus pakilimas iki 2018 m. lygio ir per likusį 2020 metų laikotarpį BVP didėjimas vyko nuosekliai ir jo dydis išliko panašus kaip ir 2018 m.



Pav. 12 ES BVP 1995 – 2020 m.



Pav. 13 Kiekvienų metų ES BVP 1995 – 2020 m.

Atlikus „Auto ARIMA“ modeliavimą ES BVP duomenims iki COVID-19 pandemijos, geriausias išrinktas prognozavimui modelis yra ARIMA(2,1,0) su dreifu (pav. 14), AIC_c gauta reikšmė šiuo atveju lygi 894,51. Šio modelio formulė užrašoma tokia forma:

$$\phi_2(B)(1-B)^1(X_t - at) = Z_t$$

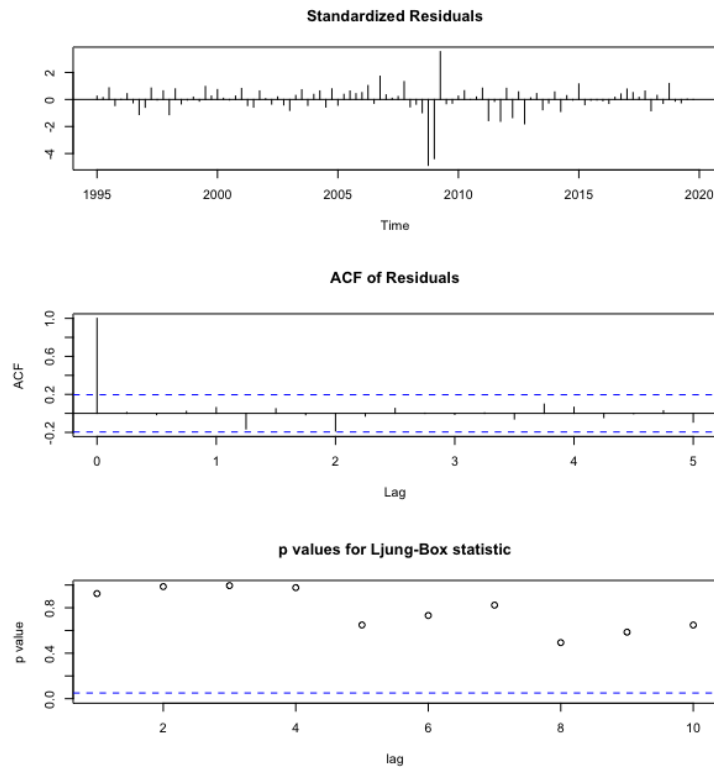
$$(1 - 0,7232B + 0,1707B^2)(1 - B)(X_t - 31,1835t) = Z_t$$

ARIMA(2,1,0) with drift			
Coefficients:			
ar1	ar2	drift	
0.7232	-0.1707	31.1835	
s.e. 0.0984	0.0983	4.7188	
sigma^2 estimated as 463.3: log likelihood=-443.04			
AIC=894.09 AICc=894.51 BIC=904.47			

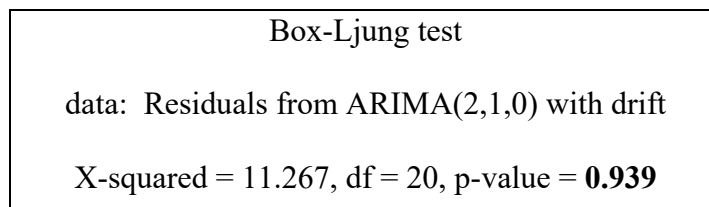
Pav. 14 ARIMA(2,1,0) su dreifu

Liekanų analizės pirmasis grafikas (pav. 15) parodo, kad šio modelio didžioji dalis liekanų yra pasiskirsčiusios arti nulio. Sekantis autokoroliacijos grafikas (ACF) rodo baltą triukšmą, kitaip tariant, liekanos yra stacionarios. Statistikos Ljung – Box testo rezultatai (pav. 16) parodė, kad p

– reikšmė = 0,939 > 0,05, gauname, kad liekanos pasiskirsčiusios tolygiai ir nėra koreliuotos, tai pastebima ir ARIMA(2,1,0) su dreifu modelio liekanų analizės trečiajame grafike.



Pav. 15 ARIMA(2,1,0) su dreifu modelio liekanų analizė



Pav. 16 ARIMA(2,1,0) su dreifu modelio Ljung – Box testo rezultatai

Pateiktiems 1995 – 2020 m. ES BVP duomenims „Auto ARIMA“ sugeneravo ARIMA(0,1,1) su dreifu modelį (pav. 17), gauta AIC_C reikšmė lygi 2537,67. Šio modelio formulė su gautomis reikšmėmis:

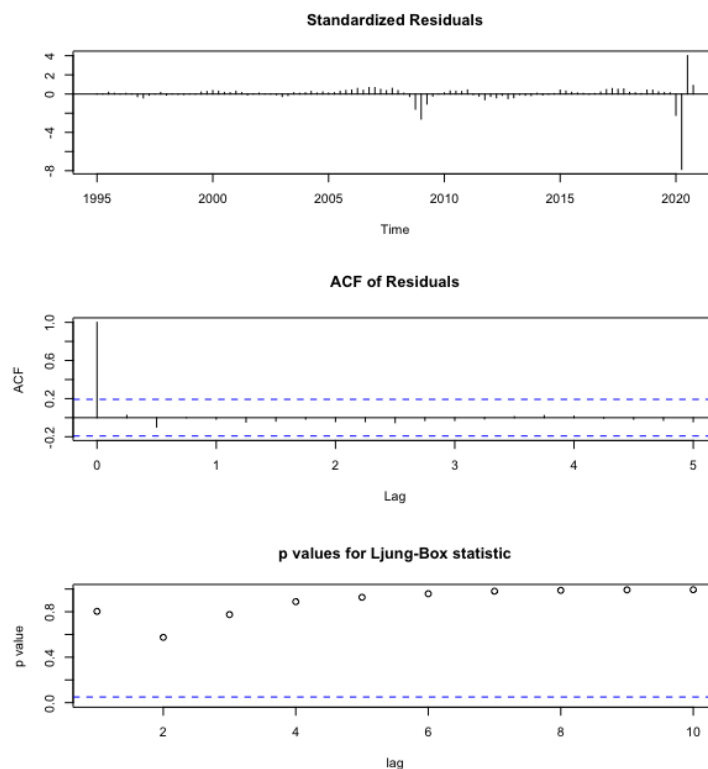
$$(1 - B)^1(X_t - at) = \theta_1(B)Z_t$$

$$(1 - B)(X_t - 17902,359t) = (1 - 0,2665B)Z_t$$

ARIMA(0,1,1) with drift	
Coefficients:	
ma1	drift
-0.2665	17902.359
s.e. 0.1066	3810.846
sigma^2 estimated as 2.814e+09: log likelihood=-1265.71	
AIC=2537.43 AICc=2537.67 BIC=2545.33	

Pav. 17 ARIMA(0,1,1) su dreifu

Grafike (pav. 18) pavaizduota ARIMA(0,1,1) su dreifu liekanų analizė parodo, kad liekanos beveik visame laikotarpyje yra artimos nuliui, didesni nukrypimai matomi tik 2008 – 2009 m. ir 2020 m. perioduose, ACF grafike aiškiai matoma, kad stulpeliai nekerta kritinės reikšmės ribų, liekanos ir šiuo atveju yra gaunamos stacionarios. Toliau atlikto Ljung – Box testo gauta p – reikšmė = 1 > 0,05 (pav. 19), todėl negalime atmesti nulinės hipotezės (15) ir darome išvadą, kad liekanos nėra koreliuotos.

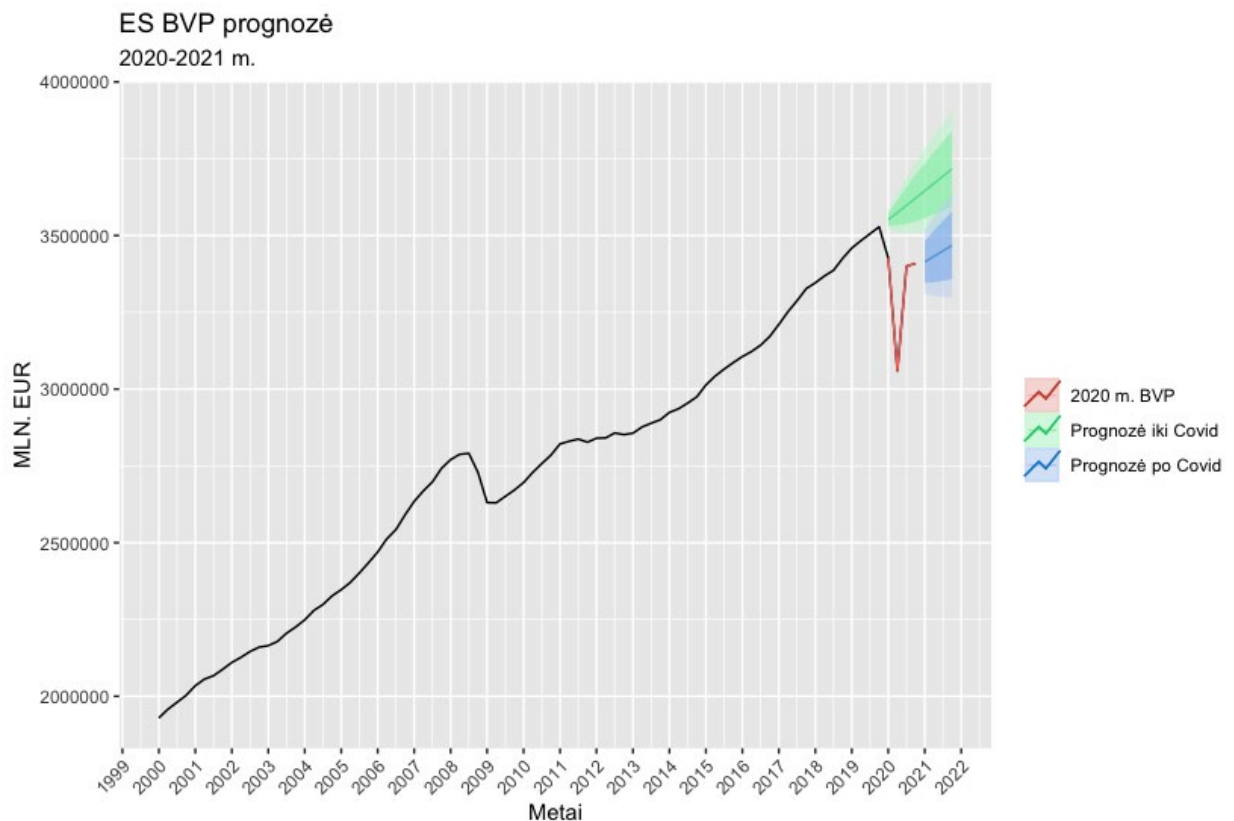


Pav. 18 ARIMA(0,1,1) su dreifu modelio liekanų analizė

Box-Ljung test data: Residuals from ARIMA(0,1,1) with drift X-squared = 2.9577, df = 20, p-value = 1

Pav. 19 ARIMA(0,1,1) su dreifu modelio Ljung – Box testo rezultatai

Atlikus abu ARIMA modeliavimus su turimais duomenimis, nubraižytas prognozių grafikas (pav. 20) pavaizduoja dvejus ES BVP rodiklio scenarijus. Pirmoji prognozė iki COVID-19 (žr. žalią grafiką) vaizduoja tendencingą BVP augimą 2020 – 2021 metais, bet tikrasis rodiklio kitimas, kurį vaizduoja raudonas grafikas, turi didelį kritimą ir žymiai nutolsta nuo prognozuoto iki COVID-19 BVP, nors jau antroje 2020 m. pusėje matomas atsigavimas ir ES BVP staigiai išauga ir toliau paskutiniame ketvirtyje tolygiai didėja, bet šis rodiklis išlieka labai toli nuo buvusios prognozės. Pažvelgus į kitą prognozę (žr. mėlyną grafiką), kuri parodo galimą scenarijų 2021 m. po COVID-19, rodo tolygų BVP augimą, bet šis scenarijus yra žymiai žemiau lyginant su prieš tai buvusią prognozę. Galima pastebėti, kad pagal prognozę per 2021 m. BVP dydis dar nesugrįš prieš pandemiją buvusį lygį, tam reikės daugiau laiko.



Pav. 20 ES BVP prognozės

Įvertinus pirmojo modelio ARIMA(2,1,0) su dreifu tikslumą pagal vidutinę absoliutinį paklaidų rodiklį, buvo gauta, kad MAE reikšmė lygi 8617,47, o MAPE – 0,35. Iš to galime padaryti išvadą, kad modelis yra labai tikslus pagal tikslumo nustatymo pateiktus kriterijus (lentelė 1) ir jo patikimumas siekia apie 99,65 proc. Antrojo naudoto rodiklio ARIMA(0,1,1) su dreifu, tikslumą apibūdinantys rodikliai rodo, kad MAE - 20718,86, o MAPE yra lygus 0,75. Šio rodiklio tikslumas siekia 99,25 proc. Tyrimė gauti ARIMA modeliai yra patikimi atlikti prognozavimą.

	MAE	MAPE
ARIMA(2,1,0) su dreifu	8617,465	0,3456729
ARIMA(0,1,1) su dreifu	20718,86	0,7453406

Lentelė 3 Modelių ARIMA(2,1,0) ir ARIMA(0,1,1) su dreifais tikslumas

5.3. Gautų rezultatų apžvalga

Ištyrus Lietuvos ir ES BVP rodiklio prognozes prieš ir po COVID-19, šiame skyrelyje bus nagrinėjami ketvirtiniai BVP pokyčiai 2020 – 2021 m. laikotarpyje. 4 ir 5 lentelėse pateikta tyrime gautų Lietuvos ir ES BVP prognozių duomenys (rausvi langeliai žymi 2020 m. turimi tikrieji duomenys, kurie nėra gauti iš prognozavimo).

Pažvelgus į turimus Lietuvos duomenys (lentelė 1), pastebima, kad BVP labiausiai nukrypsta nuo buvusios prognozės iki COVID-19 antrame ketvirtyje, rodiklis yra 7,77 procentais mažesnis, vėliau likusius 2020 m. ketvirčius skirtumas sumažėja iki maždaug 4,2 proc. 2021 m. pradžioje Lietuvos BVP prognozių skirtumas siekia 4,39 proc., toliau likusiais 2021 m. atotrūkis tarp šių dvejų prognozių mažėja ir paskutinio ketvirčio prognozės prieš ir po COVID-19 skirtumas yra apie 2 proc. Matoma, kad Lietuvoje ekonomika iš lėto atsigauna ir artėja prie iki pandemijos buvusių perspektyvų.

	BVP iki COVID-19	BVP prieš COVID-19	Prognozių pokyčiai
2020 K1	12558,9	12469,5	-0,71%
2020 K2	12713,06	11725,2	-7,77%
2020 K3	12843,32	12303,2	-4,21%
2020 K4	12981,1	12427,9	-4,26%
2021 K1	13115,81	12539,85	-4,39%
2021 K2	13254,97	12916,8	-2,55%
2021 K3	13397	13118,45	-2,08%
2021 K4	13543,67	13282,79	-1,93%

Lentelė 4 Lietuvos BVP prognozės duomenys

ES BVP atotrūkis nuo prognozės iki COVID-19 (lentelė 7) yra didesnis lyginant su Lietuvos, antrajame 2020 m. ketvirtyje, kuriame įvyko didžiausias šokas visai ekonomikai, jis siekia net 14,42 proc. Vėliau jis beveik tris kartus sumažėja, trečiajame ir ketvirtajame ketvirtyje siekia 5 – 6 proc. nuo prognozuotų dydžių prieš COVID-19. 2021 metų prognozių duomenys rodo, kad jei pasaulio nebūtų paveikusi pandemija, ES BVP galėtų būti 6 – 7 proc. didesnis. Per 2021 m. nematomas spartesnis priartėjimas prie prognozės, kuri buvo pranašaujama iki COVID-19.

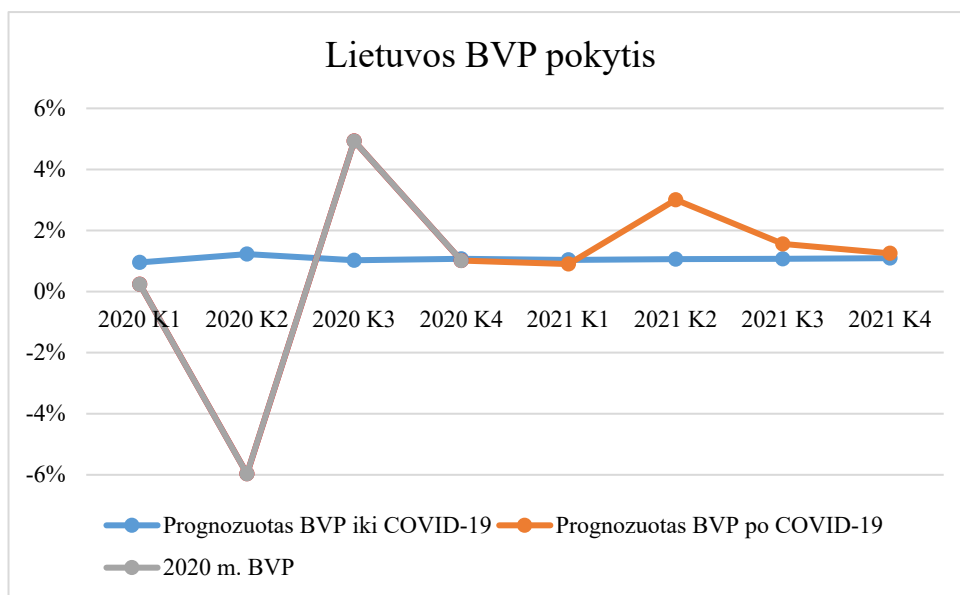
	BVP iki COVID-19	BVP prieš COVID-19	Prognozių pokyčiai
2020 K1	3551265	3426576	-3,51%
2020 K2	3574588	3059145	-14,42%
2020 K3	3598115	3400318	-5,50%
2020 K4	3621763	3408926	-5,88%
2021 K1	3645492	3414231	-6,34%
2021 K2	3669292	3432133	-6,46%
2021 K3	3693157	3450035	-6,58%
2021 K4	3717090	3467938	-6,70%

Lentelė 5 ES BVP prognozės duomenys

BVP pokytis, kuris apskaičiuojamas pagal (17) formulę, lygina ketvirtinius BVP duomenys su praėjusių metų ketvirčiu. Šis rodiklis leidžia pamatyti ekonomikos dinamiką, ar ūkis auga, ar smunka, bei koku tempu tai vyksta.

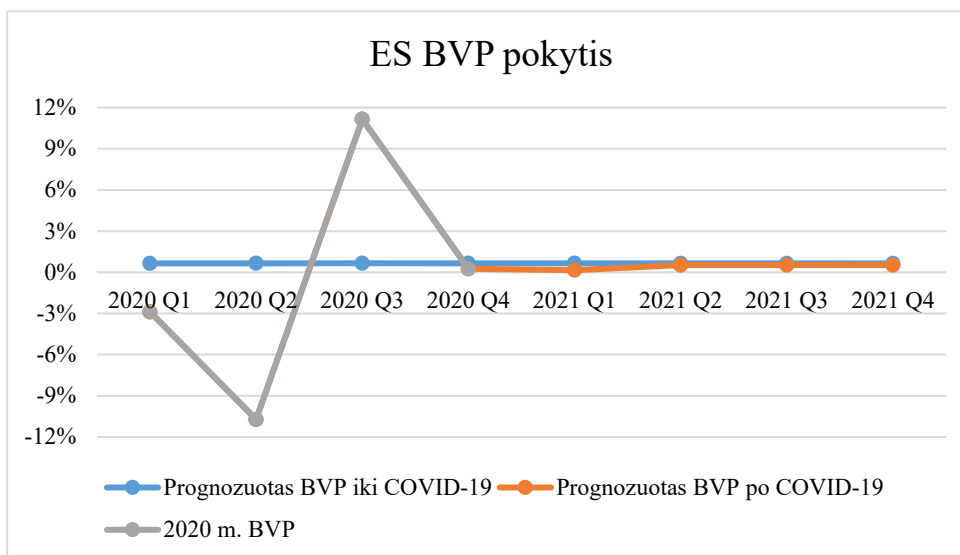
$$BVP_K \text{ pokytis} = \frac{BVP_K - BVP_{K-1}}{BVP_{K-1}}. \quad (17)$$

Apskaičiavus Lietuvos BVP pokytį pagal gautus prognozes duomenis (pav. 21), gauti rezultatai rodo, kad prieš pandemiją buvo prognozuojamas pastovus BVP didėjimas (žr. mėlyną grafiką) apie 1 proc. kiekvieną metų ketvirtį, bet pandemijos laikotarpyje vyko nemaži svyravimai (žr. pilką grafiką), kurie pakeitė 2021 m. Lietuvos BVP prognozę, kuri parodo, kad pirmąjį 2021 m. ketvirtį BVP pokytis yra apie procentą (žr. oranžinį grafiką), kaip ir pagal prieš tai buvusią prognozę, bet antrame ketvirtyje laukiamas šio rodiklio 3 proc. augimas, trečiame ketvirtyje augimas sulėtės dvigubai, o metų gale priartės vėl prie 1 proc.



Pav. 21 Lietuvos BVP pokytis 2020 – 2021 m.

ES BVP pokyčių grafikas (pav. 22) turėjo nemažus svyravimus (žr. pilką grafiką), antrąjį ketvirtį jis smuko beveik iki 11 proc., o trečiąjį jis išaugo virš 11 proc. BVP pokytis Europos Sąjungai prieš pandemiją 2020 – 2021 metams buvo prognozuojamas vienodas (žr. mėlyną grafiką), jis siekė apie 0,65 proc. Po COVID-19 BVP prognozuojamas pokytis šiek tiek mažesnis (žr. oranžinį grafiką), 2021 m. pirmąjį ketvirtį jis žadamas labai žemas – 0,16 proc., o likusius ketvirčius – 0,52 proc.



Pav. 22 ES BVP pokytis 2020 – 2021 m.

Gauti rezultatai rodo, kad ES BVP pokyčiai per pandemiją buvo žymiai didesni lyginant su Lietuvos. Pagal prognozes atsigavimas 2021 m. Lietuvoje žadamas šiek tiek spartesnis ir didesnis negu ES.

6. IŠVADOS

Šiame darbe nagrinėtas COVID-19 efektas Lietuvos ir ES BVP, parodė, kad didžiausias poveikis BVP ir nukrypimas nuo turėtos prognozės prieš pandemiją buvo pirmąjį 2020 m. ketvirtį, Lietuvoje rodiklio dydis nuo prognozės skyrėsi apie 8 proc., o tuo tarpu ES jis buvo didesnis apie 14 proc., vėliau šis skirtumas sumažėjo. 2021 metais Lietuvoje matomas spartesnis BVP artėjimas prie prieš pandemiją buvusias perspektyvas, tačiau ES atsigavimas atrodo bus lėtesnis.

Pažvelgus į žadamus BVP pokyčius, 2021 m. antrame ketvirtyje Lietuvoje matomas spartesnis šio rodiklio paaugimas (3 proc.), lyginant su atlikta prognoze iki COVID-19 tam pačiam laikotarpiui, kur augimas buvo prognozuojamas tik 1 proc. ES 2021 m. BVP pokyčio tendencija atrodo išliks tokia pat kaip ir pranašauta prieš pandemiją apie 0,5 proc., tik antrame ketvirtyje žadamas labai minimalus pokytis, kuris sieks 0,16 proc.

Nors COVID-19 vis dar cirkuliuoja pasaulyje, bet valstybės ir jų gyventojai pradeda išmokti su tuo gyventi ir sumažinti sukeltus padarinius. Šalys jau nebepatiria didelio šoko, kuris užklupo 2020 metais, todėl ekonomika tampa stabilesnė ir lengviau prognozuojama.

7. ŠALTINIAI

- [1] Brockwell, P.J., Davis, R. A., *Introduction to Time Series and Forecasting* (2nd ed.), 2002.
- [2] Europos Sąjungos statistikos tarnyba (Eurostat).
<https://ec.europa.eu/eurostat>
- [3] Forecasting Functions for Time Series and Linear Models.
<https://cran.r-project.org/web/packages/forecast/forecast.pdf>
- [4] Hyndman R. J., Athanasopoulos, *Forecasting: Principles and Practice* (2nd ed.), 2018.
- [5] Leipus R., *Ekonometrija II*, Vilnius 2013.
http://www.statistika.mif.vu.lt/wp-content/uploads/2014/04/R.Leipus_EKOII.pdf
- [6] Lewis, C.D., *Industrial and business forecasting methods*, 1982.
- [7] Lietuvos statistikos departamentas ir Lietuvos banko skaičiavimai.
<https://www.lb.lt/lt/bvp#ex-1-2>
- [8] Samuelson P. A., Nordhaus W. D., *Economics* (19th ed.), 2010.
- [9] Tools for Eurostat Open Data.
<https://cran.r-project.org/web/packages/eurostat/eurostat.pdf>

8. PRIEDAI

„R“ kodai

1. Naudoti „R“ paketai:

```
library(tseries)
library(forecast)
library(tidyverse)
library(eurostat)
```

2. Duomenų įkėlimas:

```
data <- get_eurostat("namq_10_gdp", time_format = "num")
data <- label_eurostat(data)
saveRDS(data, file = "/Users/eglegutauskaite/data.RDS")
data <- readRDS("/Users/eglegutauskaite/data.RDS")
```

3. Lietuvos BVP duomenų atrinkimas:

```
selected_geo <- "Lithuania"
dataLT <-
  data %>%
  mutate(geo = as.character(geo)) %>%
  filter(unit == "Current prices, million euro",
         s_adj == "Seasonally and calendar adjusted data",
         geo == selected_geo) %>%
  arrange(time) %>%
  spread(na_item, values)
dataLT$unit <- NULL
dataLT$s_adj <- NULL
dataLT$geo <- NULL
dataLT <- dataLT[, c(1, 22)] #pasirenkamas rodiklis: Gross domestic product at market prices
names(dataLT)[2]<-paste("BVP")
dataLT <- ts(dataLT[, -1], start = c(1995, 1), frequency = 4)
dataLT <- window(dataLT, end = c(2020, 4))
```

4. Lietuvos BVP grafikas:

```
autoplot(dataLT[, "BVP"]) +  
  labs(title = "Lietuvos BVP",  
        subtitle = "1995-2020 m.",  
        y = "MLN. EUR", x = " ") +  
  scale_x_continuous(breaks = seq(1995, 2021, 1)) +  
  theme(axis.text.x = element_text(angle = 45, hjust = 1))
```

5. Lietuvos kiekvienų metų BVP grafikas:

```
ggseasonplot(dataLT[, "BVP"], year.labels = TRUE, year.labels.left = TRUE,  
             season.labels = 1:4) +  
  labs(title = "Lietuvos BVP kiekvienais metais",  
        subtitle = "1995-2020 m.",  
        y = "MLN. EUR", x = "Metų ketvirčiai")+  
  theme_classic()
```

6. ARIMA modelio radimas iki COVID-19 (Lietuva):

```
periodas_1 <- window(dataLT, end = c(2019, 4))  
arimaLT1 <- auto.arima(periodas_1[, "BVP"],  
                      trace = TRUE,  
                      ic = "aicc",  
                      approximation = FALSE,  
                      stepwise = FALSE,  
                      lambda = "auto",  
                      seasonal = FALSE)  
summary(arimaLT1)
```

```
ARIMA(3,1,1) with drift  
Box Cox transformation: lambda= 0.5770769  
  
Coefficients:  
      ar1   ar2   ar3   ma1  drift  
  1.1905 0.0209 -0.3254 -0.9351 2.8773  
s.e. 0.1601 0.1697 0.1057 0.1685 0.2441  
  
sigma^2 estimated as 13.11: log likelihood=-265.75  
AIC=543.5  AICc=544.41  BIC=559.07  
  
Training set error measures:  
      ME  RMSE  MAE  MPE  MAPE  MASE  ACF1  
Training set -0.5389908 136.2906 91.66618 0.1646966 1.86434 0.1578003 0.04952782
```

Pav. 23 ARIMA(3,1,1) su dreifu modelio informacija

7. ARIMA modelio iki COVID-19 liekanų analizė ir Ljung – Box testas (Lietuva):

```
tsdiag(arimaLT1)
```

```
Box.test(residuals(arimaLT1), type = "Ljung", lag = 20)
```

8. ARIMA modelio radimas po COVID-19 (Lietuva):

```
arimaLT2 <- auto.arima(dataLT[, "BVP"],
```

```
  trace = TRUE,
```

```
  ic = "aicc",
```

```
  approximation = FALSE,
```

```
  stepwise = FALSE,
```

```
  lambda = "auto",
```

```
  seasonal = FALSE)
```

```
summary(arimaLT2)
```

ARIMA(0,1,3) with drift
Box Cox transformation: lambda= 0.5574639

Coefficients:

	ma1	ma2	ma3	drift
	0.1981	0.2945	0.2899	2.4673
s.e.	0.0961	0.0963	0.1221	0.5968

sigma² estimated as 12.22: log likelihood=-273.21
AIC=556.42 AICc=557.03 BIC=569.59

Training set error measures:

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1
Training set	-3.195248	173.8381	100.2382	0.05797407	1.888904	0.1764011	0.001647339

Pav. 24 ARIMA(0,1,3) su dreifu modelio informacija

9. ARIMA modelio po COVID-19 liekanų analizė ir Ljung – Box testas (Lietuva):

```
tsdiag(arimaLT2)
```

```
Box.test(residuals(arimaLT2), type = "Ljung", lag = 20)
```

10. Rastų Lietuvos BVP prognozių duomenų sudėjimas į lentelę:

```
BVP_progLT1 <- as.data.frame(forecast(arimaLT1, h=8))
BVP_progLT1$Rodiklis <- "BVP prognozė iki Covid"
BVP_progLT1$Periodas <- rownames(BVP_progLT1)
BVP_progLT2 <- as.data.frame(forecast(arimaLT2, h=4))
BVP_progLT2$Rodiklis <- "BVP prognozė po Covid"
BVP_progLT2$Periodas <- rownames(BVP_progLT2)
prognozesLT <- rbind(BVP_progLT1, BVP_progLT2)
rownames(prognozesLT) <- c()
```

	Point Forecast	Lo 80	Hi 80	Lo 95	Hi 95	Rodiklis	Periodas
1	12558.90	12308.71	12811.22	12177.13	12945.65	BVP prognozė iki Covid	2020 Q1
2	12713.06	12310.45	13121.14	12099.54	13339.37	BVP prognozė iki Covid	2020 Q2
3	12843.32	12277.38	13420.01	11982.16	13729.62	BVP prognozė iki Covid	2020 Q3
4	12981.10	12278.37	13700.30	11913.09	14087.64	BVP prognozė iki Covid	2020 Q4
5	13115.81	12297.31	13956.50	11873.09	14410.44	BVP prognozė iki Covid	2021 Q1
6	13254.97	12344.98	14192.18	11874.38	14699.23	BVP prognozė iki Covid	2021 Q2
7	13397.00	12416.21	14409.15	11909.82	14957.52	BVP prognozė iki Covid	2021 Q3
8	13543.67	12509.72	14612.13	11976.50	15191.57	BVP prognozė iki Covid	2021 Q4
9	12539.85	12249.72	12832.99	12097.34	12989.38	BVP prognozė po Covid	2021 Q1
10	12916.80	12459.31	13381.58	12220.09	13630.56	BVP prognozė po Covid	2021 Q2
11	13118.45	12482.93	13767.90	12152.17	14117.30	BVP prognozė po Covid	2021 Q3
12	13282.79	12456.80	14132.16	12029.08	14591.19	BVP prognozė po Covid	2021 Q4

Lentelė 6 Lietuvos BVP prognozės

11. Lietuvos BVP prognozių grafikas:

```
autoplot(window(dataLT[, "BVP"], start = c(2000, 1))) +  
  autolayer(window(dataLT[, "BVP"], start = c(2020, 1)), series = "2020 m. BVP") +  
  autolayer(forecast(arimaLT1, h=8), series = "Prognozė iki Covid", alpha = 0.5, ) +  
  autolayer(forecast(arimaLT2, h=4), series = "Prognozė po Covid", alpha = 0.5) +  
  labs(title = "Lietuvos BVP prognozė",  
        subtitle = "2020-2021",  
        y = "MLN. EUR", x = "Metai") +  
  guides(colour = guide_legend("")) +  
  scale_x_continuous(breaks = seq(1995, 2022, 1)) +  
  theme(axis.text.x = element_text(angle = 45, hjust = 1))
```

12. ES BVP duomenų atrinkimas:

```
selected_geo2 <- "European Union - 27 countries (from 2020)"  
dataES <-  
  data %>%  
  mutate(geo = as.character(geo)) %>%  
  filter(unit == "Current prices, million euro",  
         s_adj == "Seasonally and calendar adjusted data",  
         geo == selected_geo2) %>%  
  arrange(time) %>%  
  spread(na_item, values)  
dataES$unit <- NULL  
dataES$s_adj <- NULL  
dataES$geo <- NULL  
dataES <- dataES[, c(1, 16)] #pasirenkamas rodiklis: Gross domestic product at market prices  
names(dataES)[2] <- paste("BVP")  
dataES <- ts(dataES[, -1], start = c(1995, 1), frequency = 4)  
dataES <- window(dataES, end = c(2020, 4))
```

13. ES BVP grafikas:

```
autoplot(dataES, facets = TRUE) +  
  labs(title = "ES BVP",  
        subtitle = "1995-2020 m.", y = "MLN. EUR", x = " ") +  
  scale_x_continuous(breaks = seq(1995, 2021)) +  
  theme(axis.text.x = element_text(angle = 45, hjust = 1))
```

14. ES kiekvienų metų BVP grafikas:

```
ggseasonplot(dataES[, "BVP"], year.labels = TRUE, year.labels.left = TRUE,  
             season.labels = 1:4) +  
  labs(title = "ES BVP kiekvienais metais",  
        subtitle = "1995-2020 m.",  
        y = "MLN. EUR", x = "Metų ketvirčiai")+  
  theme_classic()
```

15. ARIMA modelio radimas iki COVID-19 (ES):

```
periodas_2 <- window(dataES, end = c(2019, 4))  
arimaES1 <- auto.arima(periodas_2[, "BVP"],  
                      trace = TRUE,  
                      ic = "aicc",  
                      approximation = FALSE,  
                      stepwise = FALSE,  
                      lambda = "auto",  
                      seasonal = FALSE)  
arimaES1 #ARIMA(2,1,0) with drift  
summary(arimaES1)
```

ARIMA(2,1,0) with drift							
Box Cox transformation: lambda= 0.5607959							
Coefficients:							
	ar1	ar2	drift				
	0.7232	-0.1707	31.1835				
s.e.	0.0984	0.0983	4.7188				
sigma^2 estimated as 463.3: log likelihood=-443.04							
AIC=894.09 AICc=894.51 BIC=904.47							
Training set error measures:							
	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1
Training set	-40.76207	13938.52	8617.465	0.00461885	0.3456729	0.09558322	0.01704292

Pav. 25 ARIMA(2,1,0) su dreifu modelio informacija

16. ARIMA modelio iki COVID-19 liekanų analizė ir Ljung – Box testas (ES):

```
tsdiag(arimaES1)
```

```
Box.test(residuals(arimaES1), type = "Ljung", lag = 20)
```

17. ARIMA modelio radimas po COVID-19 (ES):

```
arimaES2 <- auto.arima(dataES[, "BVP"],
```

```
trace = TRUE,
```

```
seasonal = FALSE)
```

```
summary(arimaES2)
```

ARIMA(0,1,1) with drift

Coefficients:

ma1 drift

-0.2665 17902.359

s.e. 0.1066 3810.846

sigma² estimated as 2.814e+09: log likelihood=-1265.71

AIC=2537.43 AICc=2537.67 BIC=2545.33

Training set error measures:

ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1
----	------	-----	-----	------	------	------

Training set	19.45681	52279.24	20718.86	0.007113328	0.7453406	0.2219165	0.02406308
--------------	----------	----------	----------	-------------	-----------	-----------	------------

Pav. 26 ARIMA(0,1,1) su dreifu modelio informacija

18. ARIMA modelio po COVID-19 liekanų analizė ir Ljung – Box testas (ES):

```
tsdiag(arimaES2)
```

```
Box.test(residuals(arimaES2), type = "Ljung", lag = 20)
```

19. Rastų ES BVP prognozių duomenų sudėjimas į lentelę:

```
BVP_progES1 <- as.data.frame(forecast(arimaES1, h=8))
```

```
BVP_progES1$Rodiklis <- "BVP prognozė iki Covid"
```

```
BVP_progES1$Periodas <- rownames(BVP_progES1)
```

```
BVP_progES2 <- as.data.frame(forecast(arimaES2, h=4))
```

```
BVP_progES2$Rodiklis <- "BVP prognozė po Covid"
```

```
BVP_progES2$Periodas <- rownames(BVP_progES2)
```

```
prognozesES <- rbind(BVP_progES1, BVP_progES2)
```

```
rownames(prognozesES) <- c()
```

	Point Forecast	Lo 80	Hi 80	Lo 95	Hi 95	Rodiklis	Periodas
1	3551265	3530512	3572071	3519548	3583107	BVP prognozė iki Covid	2020 Q1
2	3574588	3533174	3616213	3511337	3638334	BVP prognozė iki Covid	2020 Q2
3	3598115	3538207	3658465	3506672	3690590	BVP prognozė iki Covid	2020 Q3
4	3621763	3546113	3698113	3506351	3738813	BVP prognozė iki Covid	2020 Q4
5	3645492	3556368	3735584	3509581	3783667	BVP prognozė iki Covid	2021 Q1
6	3669292	3568350	3771468	3515415	3826056	BVP prognozė iki Covid	2021 Q2
7	3693157	3581584	3806232	3523129	3866695	BVP prognozė iki Covid	2021 Q3
8	3717090	3595751	3840194	3532235	3906073	BVP prognozė iki Covid	2021 Q4
9	3414231	3346244	3482217	3310255	3518207	BVP prognozė po Covid	2021 Q1
10	3432133	3347820	3516446	3303188	3561078	BVP prognozė po Covid	2021 Q2
11	3450035	3352080	3547990	3300226	3599844	BVP prognozė po Covid	2021 Q3
12	3467938	3358021	3577854	3299835	3636041	BVP prognozė po Covid	2021 Q4

Lentelė 7 ES BVP prognozės