

VILNIAUS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
EKONOMETRIJOS BAKALAURO STUDIJŲ PROGRAMA

Bakalauro baigiamasis darbas

Valiutų kurso modeliavimas ir prognozavimas

Exchange Rate Modeling and Forecasting

Miglė Banionytė

Darbo vadovas prof., dr. Vytautas Kazakevičius

Vilnius, 2021

Turinys

1 Įvadas	3
2 Temos aprašymas	4
2.1 Tyrimo tikslas	4
2.2 Tyrimo aktualumas ir nauda	4
3 Literatūros apžvalga	5
4 Metodologija ir duomenų aprašymas	6
4.1 Metodologija	6
4.2 Duomenų aprašymas	7
4.3 Pirminė duomenų analizė	7
4.4 Egzogeninis kintamasis	9
5 Modelių sudarymas ir rezultatai	10
5.1 Pradinis modelis	10
5.2 Pradinis modelis su egzogeniniu kintamuoju	12
5.2.1 I skaidymo metodas	12
5.2.2 II skaidymo metodas	14
5.2.3 III skaidymo metodas	16
5.3 ARMA (12, 0)	17
5.3.1 I skaidymo metodas	18
5.3.2 II skaidymo metodas	20
5.3.3 III skaidymo metodas	22
5.4 ARMA (12, 0) - GARCH (1, 1)	24
6 Išvados	26
Literatūra	27
A Priedai	28

Valiutų kursų modeliavimas ir prognozavimas

Santrauka

Bakalauro baigiamajame darbe modeliuojamos valiutų kurso poros USD/EUR logaritminės grąžos. Generuojami ARMA, ARMA - GARCH modeliai su skirtingais duomenų įvedimo metodais. Modelių vertinimui skaičiuojamas vidutinės kvadratinės prognozavimo paklaidos parametras. Modelių tinkamumas tiriamas tikrinant hipotezes apie liekamųjų paklaidų normalumą Šapiro - Vilko kriterijumi, liekanų homoskedastiškumą Portmanteau Q testu ir liekanų buvimą baltuoju triukšmu.

Raktiniai žodžiai : valiutų kursas; prognozavimas; ARMA modelis; ARMA - GARCH modelis; liekamųjų paklaidų normalumas; liekanų homoskedastiškumas; baltasis triukšmas; vidutinė kvadratinė prognozavimo paklaida; logaritminė grąža; parametro pasikeitimo taškas.

Exchange rate modeling and forecasting

Abstract

The logarithmic returns of the Exchange Rate pair USD/EUR are modeled in the bachelor's thesis. ARMA, ARMA - GARCH models with different data entry methods are generated. For the evaluation of the models, the parameter of the Mean Square Forecasting Error is calculated. The suitability of the models is investigated by testing the hypotheses about the normality of residual errors by the Shapiro - Wilk test, the homoskedasticity of residuals by the Portmanteau Q test, and the white noise.

Key words : Exchange Rate; forecasting; ARMA model; ARMA - GARCH model; normality of residual errors; homoskedasticity of residuals; white noise; Mean Square Forecasting Error; logarithmic returns; Change Point Detection.

1 Įvadas

Valiutų rinka, tai įvairių užsienio valiutų pirkimo - pardavimo operacijų visuma, kuri atspindi tarptautines, politines ir ekonomines realijas, tendencijas ir poreikius [9]. Valiutos kursas yra vienas iš svarbiausių šalies ekonominių rodiklių. Jis turi tiesioginę įtaką ekonomikos augimui, palūkanų normai, infliacijai bei tarptautinei prekybai. Šiuo metu, valiutų rinka, dar vadinama Forex (angl. Foreign Exchange market) yra didžiausia pasaulyje finansų rinka, kuri veikia visą parą, penkias dienas per savaitę. Jos vertė du su puse karto didesnė nei pasaulinio bendrojo vidaus produkto (angl. GDP - gross domestic product). Šios rinkos pagrindiniai dalyviai yra bankai, tarptautinės bendrovės, finansų institucijos, stambūs spekuliantai, atliekantys didelės apimties sandorius, galinčius turėti įtakos valiutos kursui.

Valiutų kurso prognozės yra būtinos norint įvertinti užsienio denominuotus¹ pinigų srautus, susijusius su tarptautiniais sandoriais. Valiutos kursas ir jo stabilumas gali stipriai paveikti importavimo ir eksportavimo kaštus. Taigi, valiutos kurso prognozavimas labai svarbus norint įvertinti naudą ir riziką, susijusią su tarptautine verslo aplinka. Žinomi du pagrindiniai būdai prognozuoti užsienio valiutų kursams - fundamentalus ir techninis. *Fundamentalaus* metodo sudarymui naudojama daugybė duomenų, laikomų pagrindiniais ekonominiais kintamaisiais, kurie turi įtakos valiutų kursui. Paprastai įtraukiami kintamieji yra bendrasis nacionalinis produktas (BNP), vartojimas, prekybos balansas, infliacijos lygis, palūkanų normos, nedarbas, produktyvumo indeksai ir kt. Pagrindinė prognozė remiasi struktūriniais (pusiausvyros) modeliais. Šie struktūriniai modeliai yra modifikuojami atsižvelgiant į statistines duomenų charakteristikas ir prognozuotojų patirtį. *Techninis* metodas sutelktas į mažesnę turimų duomenų pogrupį. Bendrai, jis pagrįstas informacija apie kainą. Analizė yra „techninė“ ta prasme, jog ji remiasi ne pagrindine valiutų kursų ar turto kainų veiksmų analize, o tik ankstesnių kainų tendencijų ekstrapoliacija². Techninės analizės metu siekiama pakartoti konkrečius kainų modelius.

Šiame darbe siekiama sumodeliuoti valiutų kurso prognozę Jungtinių Amerikos Valstijų dolerio ir euro porai naudojant skirtingus duomenų įvedimo metodus. Generuojami ARMA (p, q) ir ARMA (P, Q) - GARCH (p, q) procesai su skirtingomis parametru eilėmis. Tikrinamos modelio tinkamumo hipotezės apie liekamųjų paklaidų normalumą, homoskedastiškumą ir buvimą baltuoju triukšmu. Kiekvienam modeliui skaičiuojamas paklaidos parametras, kuris leidžia lyginti skirtingų modelių prognozių tikslumą. Darbe remiamasi istoriniais minėtos valiutų kurso poros duomenimis.

Antrajame bakalauro baigiamojo darbo skyriuje aprašoma tyrimo tema, tikslas, aktualumas ir nauda. Trečiajame skyriuje pateikiama literatūros apžvalga. Ketvirtajame skyriuje aprašyta tyrimo metodologija bei naudoti duomenys su pirminės analizės rezultatais. Modelio sudarymas ir rezultatai aprašyti penktajame skyriuje. Šeštajame darbo skyriuje pateikiamos darbo išvados.

¹Denominacija - nominalinės piniginių ženklų vertės pakeitimas, mainant tam tikru santykiu senuosius piniginius ženklus į naujus, tai šalies piniginio vieneto sustambinimas siekiant sureguliuoti pinigų apyvartą. Kartu tuo pačiu santykiu perskaičiuojamos kainos, tarifai, darbo užmokestis ir kt.

²Ekstrapoliacija - praeities patirties pritaikymas prognozuojant nežinomus (būsimus ateityje) reiškinius, darant prielaidą, kad sąlygos iš esmės nesikeis.

2 Temos aprašymas

2.1 Tyrimo tikslas

Tyrimo tikslas - remiantis istoriniais valiutų kurso duomenimis, sudaryti modelius naudojant skirtingus duomenų įvedimo metodus. Atsižvelgus į gautus rezultatus, sukurti prognozes tolimiesiems laikotarpiams ir nustatyti, kuris modelis bei įvedimo būdas tinkamiausias.

2.2 Tyrimo aktualumas ir nauda

Valiutų kursai yra svarbūs daugeliui ekonominių subjektų, kai prekiaujama, investuojama užsienyje ar esant emigrantu, siunčiant dalį darbo užmokesčio į kitą valstybę. Vis labiau globalėjančiame pasaulyje tai ypač svarbu, kadangi susiduriama su valiutų kurso rizika. Patikimos valiutų kurso prognozės galėtų sušvelninti rizikų pasekmes.

Valiutų poros klasifikuojamos į tris grupes pagal operacijų valiutas, teritorijas, teritorines rinkas ir operacijas (pvz.: Europos rinkoje dominuojanti prekyba eurai ir JAV doleriais). Pagrindinėmis valiutų poromis laikomos tokios, kurios yra poroje su Jungtinių Amerikos Valstijų (JAV) doleriu arba yra reikšmingiausių pasaulio valstybių oficialūs pinigai. JAV doleris yra viena iš dviejų valiutų sudarant devynis iš dešimties tarptautinių sandorių visame pasaulyje. Šiuo metu svarbiausia ir dažniausiai naudojama valiutų pora Forex rinkoje yra euras/doleris, ši pora dar vadinama *Fiber*. Didžiausia (daugiau kaip pusė) pasaulinės užsienio valiutų rinkos apyvartos dalis yra sugeneruojama prekiaujant minėta pora. Reprezentuojami du didžiausi ekonominiai blokai: Europos bendroji ir Jungtinių Valstijų rinkos. Valiutos kurso svyravimai yra reikšmingi ne tik sandoriams tarp dviejų minėtų rinkų vykdyti, tačiau ir kaip tarptautinė vertės kaupimo priemonė. Dėl aukšto likvidumo lygio *Fiber* poros volatilumas yra žemesnis nei kitų valiutų porų. Tačiau svarbu pažymėti, jog net dideliu likvidumu pasižyminčių instrumentų volatilumas gali išaugti esant tam tikroms aplinkybėms. Stabilumas tarp pagrindinės valiutų poros yra gyvybiškai svarbus visai ekonomikai. Dėl šios priežasties darbe modeliavimui ir prognozavimui pasirinkta USD/EUR valiutų kurso pora.

3 Literatūros apžvalga

Per pastaruosius du dešimtmečius nemažai pastangų buvo sutelkta į hipotezės tikrinimą, kuri teigia, kad finansų rinkų elgesys yra nelinijinis. Šiame skyriuje pateikiama trumpa keletos ankstesnių darbų apžvalga valiutų kurso prognozavimo srityje.

O. S. Yaya ir O. Shittu [10] darbe pabrėžė, jog klasikinis požiūris į ekonominių eilučių modeliavimą yra pritaikyti ARMA arba ARIMA „Box - Jenkins“ metodą³, atsižvelgiant į tai, ar laiko eilutė yra stacionari. Jei laiko eilutėms būdinga ilga atmintis, tai prognozuojamos vertės, pagrįstos ARIMA modeliu, gali būti nepatikimos. Todėl tyrime pagrindinis dėmesys buvo skiriamas ARIMA (p, d, q) ir ARFIMA (p, d, q) modelių prognozuojamai stacionarių eilučių, turinčių ilgą atminties savybių, našumui įvertinti. Buvo analizuojami Jungtinės Karalystės svaro ir Jungtinių Amerikos Valstijų dolerio poros kurso duomenys, kaip matavimo kriterijus naudota vidutinė kvadratinė prognozės paklaida ir vidutinis absoliučios prognozės klaidos procentas. Buvo nustatyta, kad ARFIMA modelis yra geresnis už ARMA modelį. Apskaičiuotos ARFIMA modelio prognozuojamos vertės buvo realistiškesnės ir tiksliau atspindėjo tuometinę ekonominę situaciją abiejose šalyse.

J. Asemota ir D. Bala [2] išnagrinėjo valiutų kursų volatilumą naudodami GARCH modelius. Tyrime naudojami mėnesiniai valiutos kurso gražos duomenys Nigerijos valiutos - nairos atžvilgiu prieš JAV dolerį, Didžiosios Britanijos svarą bei eurą. Palyginti išvestims, buvo vertinami įvairūs GARCH modeliai (ARCH, GARCH, EGARCH, PARCH, IGARCH, TGARCH IR CGARCH) su ir be volatilumo trūkiais. Iširta, jog dauguma modelių atmetė finansinio svarto efekto (angl. leverage effect) egzistavimą, išskyrus turinčius volatilumo trūkį. Dėl šios priežasties pasiūlyta į modelį įtraukti reikšmingus įvykius, kurie turėjo įtakos rezultatams.

E. Hillebrand ir G. Schnabl [6] darbe tikrino trumpalaikės užsienio valiutų intervencijos poveikį Japonijos jenos/JAV dolerio kurso lygiui ir rinkos volatilumui. Tyrimui atlikti naudotas GARCH modelis su egzogeniniais kintamaisiais sąlyginio vidurkio ir dispersijos lygtyse. Išanalizavus duomenis nuspręsta, jog rezultatai stipriai priklauso nuo pasirinkto periodo, kadangi pateikiamas tik vienas išsamus rezultatas visam stebėjimo laikotarpiui. Norėdami išspręsti šią problemą, autoriai iš naujo vertino GARCH modelį skaidydami turimą laikotarpį į trumpesnius periodus bei pritaikydami *Change - point* teoriją aptikti išskirtims, kurios atsirado dėl reikšmingų įvykių, lėmusių netradicinių reikšmių atsiradimą. Pritaikius minėtus pakeitimus gauti išsamesni rezultatai ir pastebėta, jog volatilumo pokyčiai tam tikru laipsniu dera su intervencijos laikotarpiais.

R. Hosni ir D. Rofael [7] siekė sukurti prognozę ir įvertinti valiutų kurso svyravimus Egipte, naudojant ARCH ir *State space* (SSM) modelius⁴. Remiantis apytiksliai dešimties metų duomenimis, jie nustatė Egipto valiutų kursų gražos svyravimus, taip pat valiutų kursų ir akcijų rinkos neatitikimo riziką. Panašūs rezultatai pasiekti Ahmad, Choo ir Loo [1] darbe, kuriame buvo naudojami keletas GARCH modelio variantų, kad užfiksuoti Malaizijos ringito (RM) kurso nepastovumo dinamiką prieš Didžiosios Britanijos svarą. Remtasi 1990 m. - 1997 m. dienos duomenimis ir prieita išvados, jog RM/svaro kurso nepastovumas - nuolatinis. Taip pat išsiaiškinta, jog GARCH-in-mean (GARCH-M) modelis rezultatų tikslumu pranoko įprastą GARCH modelį.

³Box - Jenkins metodas - naudojant autoregresijos slenkamojo vidurkio arba integruotą autoregresijos slenkamojo vidurkio metodą nustatyti geriausiai tinkantį modelį laiko eilutei analizuoti ir prognozuoti.

⁴*State space* modelis (SSM) nurodo tikimybinio grafino modelio klasę, kuri apibūdina tikimybinę priklausomybę tarp latentinės būsenos kintamojo ir stebimo matavimo. SSM pateikia bendrą pagrindą analizuoti deterministines ir stochastines dinamines sistemas, kurios yra matuojamos ar stebimos stochastinio proceso metu [5].

4 Metodologija ir duomenų aprašymas

4.1 Metodologija

Tyrimui atlikti pasirinkta keletas skirtingų modelių bei duomenų įvedimo metodų. Kuriamos įvairios 4.1 formulės pavidalo modelių variacijos:

$$X_t = \mu_t + \sigma_t \epsilon_t, \quad (4.1)$$

čia μ_t dalims taikomas ARMA (p, q) (angl. *Autoregressive Moving Average*) modelis su egzogeniniu kintamuoju, aprašytu 4.4 poskyryje, σ_t daliai - GARCH (p, q) (angl. *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) modelis, o ϵ_t yra baltasis triukšmas, kuris indikuoja, jog visi ϵ_t yra nepriklausomi, vienodai pasiskirstę, su vidurkiu lygiu nuliui ir dispersija lygia vienetui.

Naudojamas toks duomenų įvedimo į modelį metodas: visa laiko eilutė yra skaidoma į dalis ir kiekvienai iš jų taikomas savas aprašyto tipo modelis. Visų dalių modelio tipas prognozei apskaičiuoti yra tas pats, tačiau parametrai gali skirtis. Darbe pateikiami trys skaidymo būdai.

1. Pirmo metodo atveju laiko eilutė nėra skaidoma, atitinkamas modelis taikomas ciklams nuo 1-ojo iki i -ojo mėnesio valiutų kursų logaritminėms grąžoms (žr. 4.3 formulę), kur i reiškia laiko eilutės mėnesinį indeksą. Toliau remiantis atitinkamo modelio kiekvienam mėnesiui sugeneruotais koeficientais ir turimomis istorinėmis valiutų kurso logaritminėmis grąžomis sudaroma kiekvienos dienos prognozė ($i+1$) - ajam mėnesiui. Kai sugeneruojamos valiutų kurso logaritminių grąžų prognozės visam stebėjimų laikotarpiui, apskaičiuojama paklaida lyginant su tikrosiomis valiutų kurso reikšmėmis pagal 4.2 formulę. Tada grįžtama prie pirmojo žingsnio, kur i reikšmė padidėja vienetu ir generuojamas modelis naujo ciklo koeficientams gauti bei paklaidoms apskaičiuoti.
2. Antro metodo atveju laiko eilutė skaidoma į 4 periodus, kurie laikomi nepriklausomais: nuo 1999 m. iki 2003 m., nuo 2004 m. iki 2008 m., nuo 2009 m. iki 2017 m., nuo 2018 m. iki 2021 m. Remiamasi 1 grafiko tendencija bei valiutų kursui darančiais įtaką įvykiais įvardintais 4.3 skyriuje. Toliau taikoma pirmam atvejui analogiška metodologija individualioms laiko eilutėms, t.y. kiekvienoje dalyje galioja atskiras modelis.
3. Trečio metodo atveju remiamasi *parametro pasikeitimo taško* (angl. *Change - point*) teorija. Naudojama *cpt.meanvar* funkcija R programoje, kuri identifikuoja pokyčius laiko eilutės vidurkyje ir dispersijoje. Rezultatai nurodo kiek pokyčių ir kada jie įvyko. Šiuo atveju laiko eilutė suskirstyta į šešis nepriklausomus periodus, kadangi išskirti penki taškai: 2004 m. rugsėjo 13 d., 2008 m. rugpjūčio 7 d., 2009 m. birželio 11 d., 2013 m. liepos 16 d., 2016 m. birželio 28 d. Taškai aptikti nepriklausomai nuo mėnesio dienos, todėl vieno mėnesio duomenys gali būti įtraukti į du periodus. Toliau, kaip ir antro metodo atveju, kiekvienoje laiko eilutės dalyje galioja atskiras modelis.

Lyginti apibendrintus modelius, kiekvieną kartą skaičiuojamas MSFE (angl. *Mean Square Forecasting Error*) parametras:

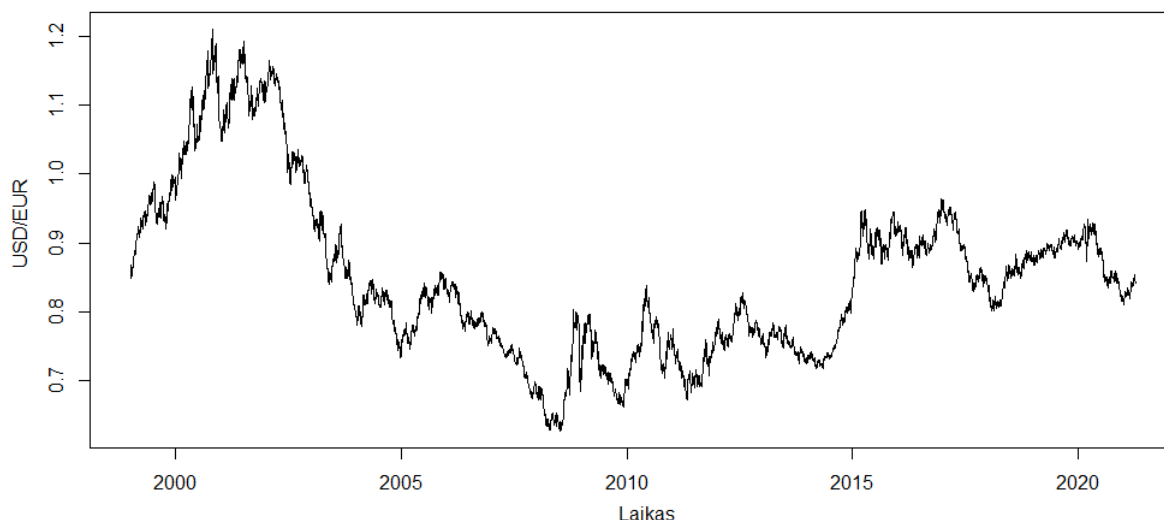
$$MSFE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (\hat{X}_t - X_t)^2}{n}}, \quad (4.2)$$

čia $\hat{X}_t = \hat{\mu}_t$ yra X_t prognozė vienai dienai į priekį, t.y. spėjimas, koks bus X_t , žinant $X_1, X_2, \dots, X_{t-1}$; n - indeksas, žymintis dienų skaičių laiko eilutėje.

$\hat{X}_t$ skaičiuojamas apytiksliai, kadangi parametrų įverčiai atnaujinami kas mėnesį, pradedant nuo antro, laiko eilutės dalies, mėnesio. Pirmą dalies mėnesį laikoma, jog $\hat{X}_t = 0$.

4.2 Duomenų aprašymas

Darbe naudojamas istorinis valiutos kurso duomenų rinkinys, atspindintis santykį tarp Jungtinių Amerikos Valstijų dolerio ir euro. Duomenys pateikti iš Europos Centrinio banko viešosios duomenų rinkmenos. Valiutų kursas fiksuotas kiekvieną dieną 14 val. 15 min. Vidurio Europos laiku⁵ laikotarpyje nuo 1999 m. sausio 4 dienos iki 2021 m. balandžio 8 dienos, išskyrus savaitgalius ir šventines dienas⁶, kadangi šiomis dienomis Forex rinka nedirba. Imties dydis - 5,695 stebėjimai. 1 pav. pavaizduotas dolerio/euro valiutų kurso laiko eilutės grafikas.



1 pav.: USD/EUR valiutų kursas 1999 m. sausio 4 d. - 2021 m. balandžio 8 d.

4.3 Pirminė duomenų analizė

Analizuojamos valiutų kurso logaritminės grąžos, kurios apskaičiuojamos pagal 4.3 formulę.

$$r_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}}, \quad (4.3)$$

čia:

r_t - vieno periodo logaritminė grąža nuo laiko momento $t - 1$ iki t ;

P_t - valiutų kurso reikšmė laiko momentu t .

Siekiant pamatyti ryškesnius rezultatus nepaveikiant modelių išvesčių, valiutų kurso logaritminės grąžos dauginamos iš tūkstančio. Statistinės savybės pateiktos 1 lentelėje. Neigiamas asimetrijos koeficientas reprezentuoja vyraujantį dolerio padidėjimą euro atžvilgiu. Patikrinus hipotezę apie logaritminių grąžų vidurkį, gauta p - reikšmė yra mažesnė už 0,05, tai reiškia, jog vidurkis statistiškai reikšmingai skiriasi nuo nulio. Ekscesas didesnis už 3, indikuoja leptokurtinį⁷ USD/EUR kurso grąžos pasiskirstymą. Kasdieninės valiutų kurso grąžos pavaizduotos 2 pav., o volatilumas (apibrėžtas kaip grąžos kvadratas) 3 pav.

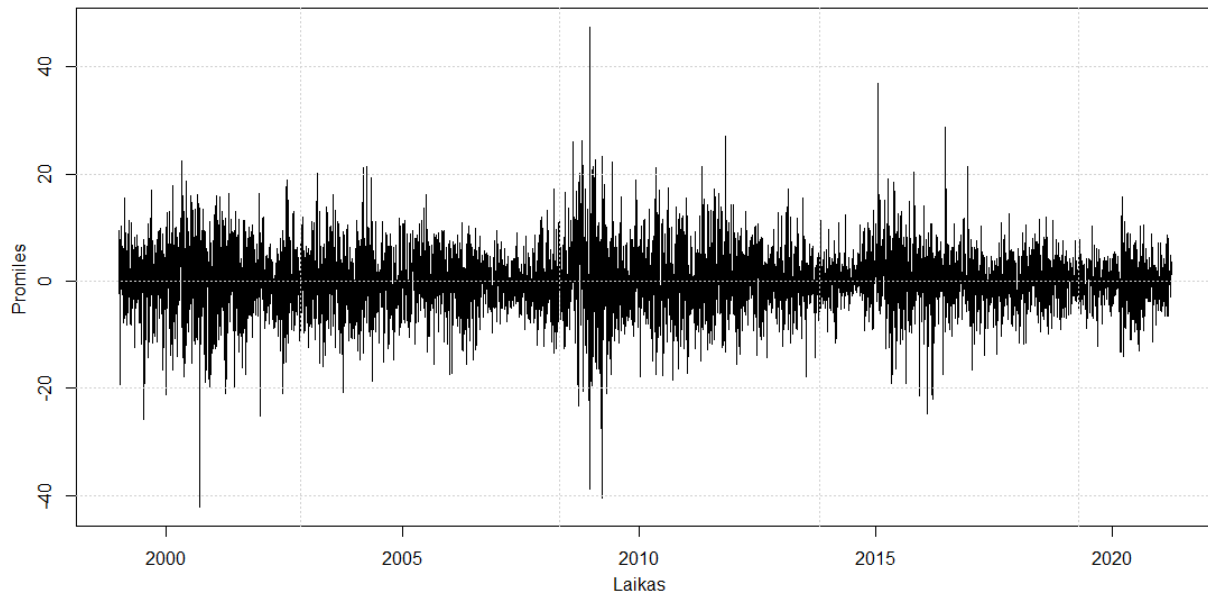
⁵Vidurio Europos laikas (angl. *Central European time (CET)*) - GMT-1 laikas, kuris yra viena valanda mažesnis už laiką Lietuvoje. Šiuo atveju atitinka 13 val. 15 min.

⁶Šventinės (nedarbo) dienos - Naujieji metai, Didysis penktadienis, šv. Velykų antroji diena, Tarptautinė darbo diena, šv. Kalėdos, šv. Kalėdų antroji diena.

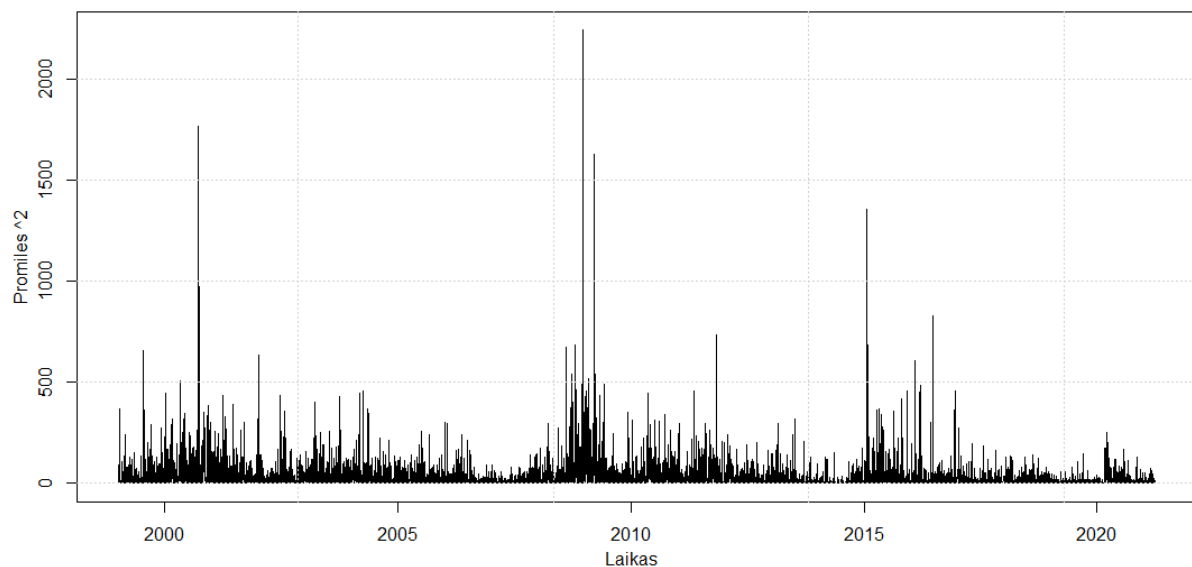
⁷Leptokurtinis pasiskirstymas, kuriame kurtosio perteklius yra teigiamas, didesnis už 3. Finansų srityje leptokurtinis pasiskirstymas rodo, jog grąža gali būti labai nepastovi. Vienas žinomiausių leptokurtinių pasiskirstymų - Studento- t pasiskirstymas.

Paprastasis vidurkis	Standartinis nuokrypis	Asimetrijos koeficientas	Ekscesas
0,00096	6,05399	-0,00903	5,99956

1 lentelė: USD/EUR valiutų kurso logaritminių grąžų aprašomoji statistika. Logaritminės grąžos padaugintos iš 1 tūkst.



2 pav.: USD/EUR valiutų kurso logaritminių grąžų laiko eilutės grafikas



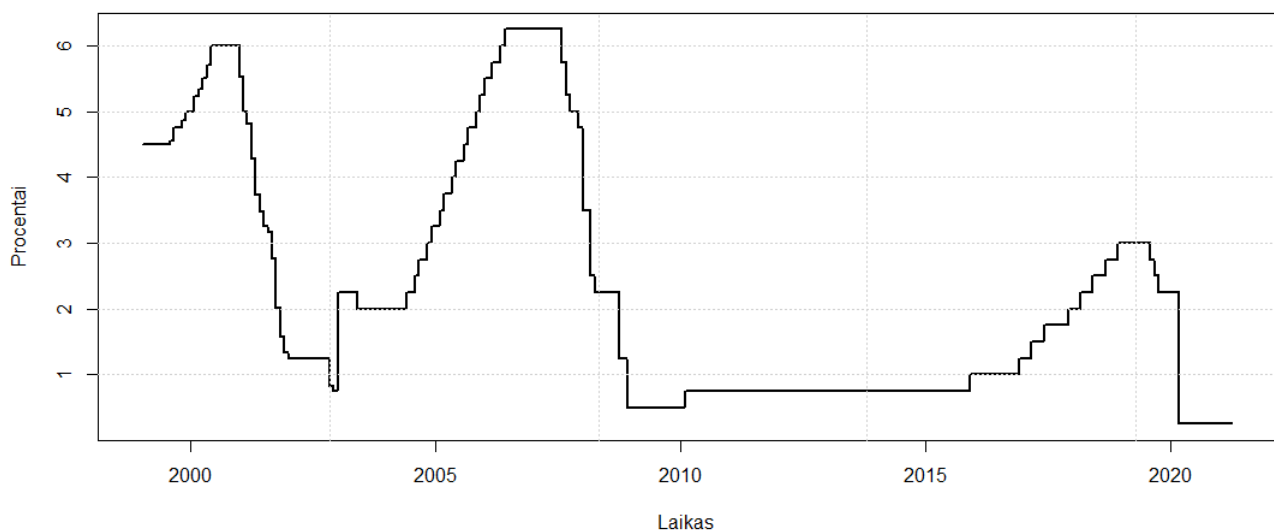
3 pav.: USD/EUR valiutų kurso logaritminių grąžų volatilumas

Įvairūs pašaliniai veiksniai finansų rinkose sukelia kainų svyravimus, kurie lemia volatilumą. 1 pav. galima matyti, jog ryškiausios išskirtys stebimos 2002 metais dėl *Dot-com* IT burbulo, 2008 metais finansų krizės ir 2018 metais JAV vyriausybės uždarymo, dėl federalinio biudžeto

nebuvo. Toliau darbe duomenis į modelį įvedant II - uoju metodu, stebimas laikotarpis bus skirstomas į keturis periodus atsižvelgiant į minėtus įvykius, svarbius valiutų kurso atžvilgiu.

4.4 Egzogeninis kintamasis

Egzogeninis kintamasis darbe naudojamas kaip globalus volatilumo rodiklis, kuris tikėtina, jog turi įtakos dispersijai bei tikslesniems modelio parametrų įvertinimams pasiekti. Sudarant kai kuriuos modelius į procesą įtraukiamas egzogeninis kintamasis - nominali palūkanų norma⁸ Jungtinėms Amerikos Valstijoms. Naudojami duomenys iš Tarptautinio valiutos fondo (angl. *International Monetary Fund*)⁹. 4 grafike galima matyti kaip kito palūkanų norma laiko atžvilgiu.



4 pav.: Nominali palūkanų norma Jungtinėse Amerikos Valstijose 1999 m. sausis - 2021 m. kovas

⁸Nominali palūkanų norma - metinė pinigų skolinimosi kaina, išreikšta procentais. Realios palūkanų normos ir numatomos infliacijos lygio procentais suma.

⁹Tarptautinis valiutos fondas – tarptautinė organizacija, įkurta 1947 metais, padedanti plėtoti pasaulinę prekybą, remianti šalis, turinčias finansinių sunkumų. Organizacija įsikūrusi Vašingtone, JAV.

5 Modelių sudarymas ir rezultatai

5.1 Pradinis modelis

Pradiniu laikomas ARMA (0, 0) modelis yra 4.1 formulės pavidalo, kur $\mu_t = 0$ ir $\sigma_t = \sigma$. Šiuo atveju $\hat{X}_t = 0$ nepriklauso nuo $\hat{\sigma}$, todėl laiko eilutė nebus skaidoma į dalis, kadangi MSFE parametras nekintantis.

Šį modelį rekomendavo *auto.arima* funkcija R programoje, kuri atsižvelgdama į AIC¹⁰, AICc¹¹ arba BIC¹² reikšmes rekomenduoja geriausią ARMA (p , q) modelį, t.y. tinkamiausią parametrų p ir q eilę.

σ įvertis	MSFE reikšmė
6,05346	6,05399

2 lentelė: Pradinio modelio rezultatai

Iš 2 lentelės, kurioje pateikti pradinio ARMA (0, 0) modelio rezultatai, galima matyti, jog σ įvertis sutampa su MSFE reikšme trimis skaičiais po kablelio. Galima spręsti, jog pradinis modelis prognozuoja gana tiksliai.

Modelio tinkamumas

1. Liekamųjų paklaidų normalumas tikrinamas Šapiro - Vilko kriterijumi. Patikrinus hipotezę:

$$\begin{cases} H_0 : \text{Paklaidos pasiskirsčiusios pagal normalųjį skirstinį.} \\ H_1 : \text{Paklaidos nėra pasiskirsčiusios pagal normalųjį skirstinį.} \end{cases}$$

gauti rezultatai matomi 3 lentelėje, kurie nurodo, jog p - reikšmė $< 2, 2e^{-16} < 0, 05$. Todėl galima teigti, jog sprendžiant iš Šapiro – Vilko kriterijaus, liekamųjų paklaidų pasiskirstymo pagal normalųjį skirstinį sąlyga nėra tenkinama. Taip pat, 5a grafike pavaizduotas modelio liekanų kvantilinis pasiskirstymas (angl. *Quantile-Quantile Plot*) pagrindžia gautus rezultatus. Pastebimos sunkios uodegos tiek dešinėje, tiek kairėje pusėse, todėl normalumo hipotezė atmetama.

W įvertis	p - reikšmė
0,97818	$< 2, 2e^{-16}$

3 lentelė: Pradinio modelio liekamųjų paklaidų normalumo vertinimo rezultatai

2. Liekanų homoskedastiškumas. Patikrinti, ar modelio liekanos yra homoskedastiškos, naudojamas *Portmanteau Q* testas. Patikrinus hipotezę:

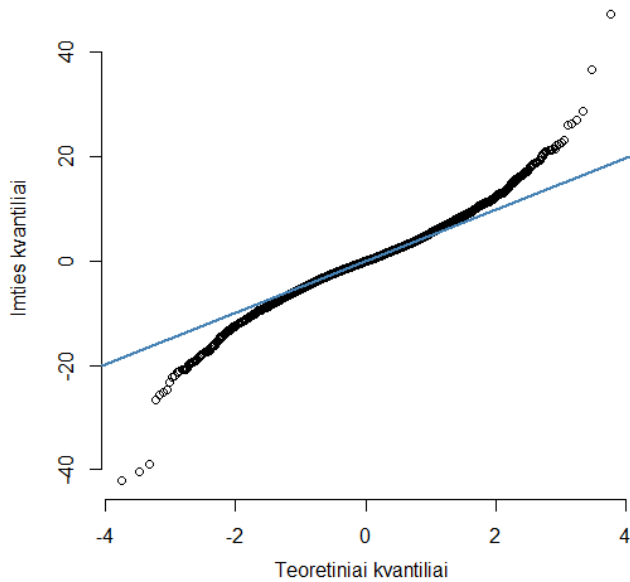
$$\begin{cases} H_0 : \text{Liekanos homoskedastiškos.} \\ H_1 : \text{Liekanos nėra homoskedastiškos.} \end{cases}$$

gauta minėto testo p - reikšmė, kuri lygi 0, todėl nulinė hipotezė atmetama. Tai reiškia, jog modelio liekanos nepasižymi homoskedastiškumu.

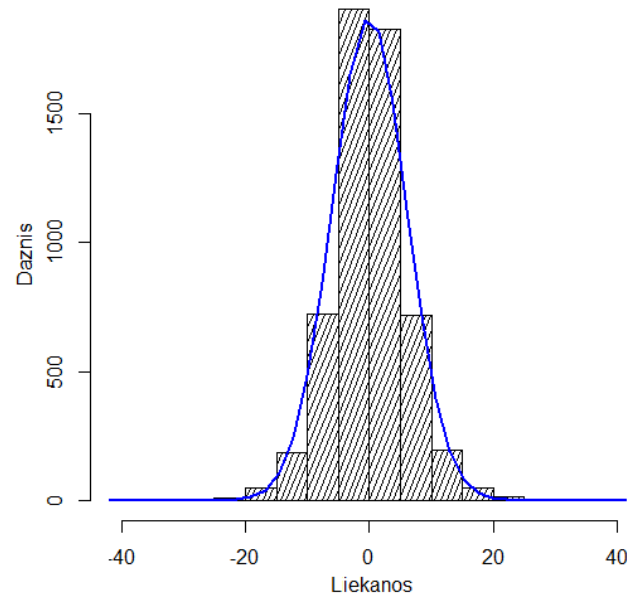
¹⁰AIC - Akaike Information Criterion

¹¹AICc - Second-order Akaike Information Criterion

¹²BIC - Bayesian Information Criterion



(a) Kvantilinis pasiskirstymas



(b) Histograma su normaliuoju pasiskirstymu

5 pav.: Pradinio modelio liekanų pasiskirstymas

3. Modelio liekanos - baltasis triukšmas. Tam, kad ištirti, ar modelio liekanos yra baltasis triukšmas naudojamas *Ljung - Box* testas. Patikrinus hipotezę:

$$\begin{cases} H_0 : \text{Laiko eilutės liekanos yra baltasis triukšmas.} \\ H_1 : \text{Laiko eilutės liekanos nėra baltasis triukšmas.} \end{cases}$$

gauti minėto testo rezultatai, pateikti 4 lentelėje. Galima matyti, jog pagal nutylėjimą teste naudojant 10 lagų¹³, p - reikšmė yra didesnė už 0,05, todėl nulinės hipotezės atmeti negalima. Pasirinkus teste naudoti 12 lagų, gaunamas priešingas rezultatas - nulinė hipotezė atmetama.

Lagų skaičius	Q įvertis	p - reikšmė
10	14,446	0,154
12	25,597	0,012

4 lentelė: Pradinio modelio Ljung - Box testo rezultatai

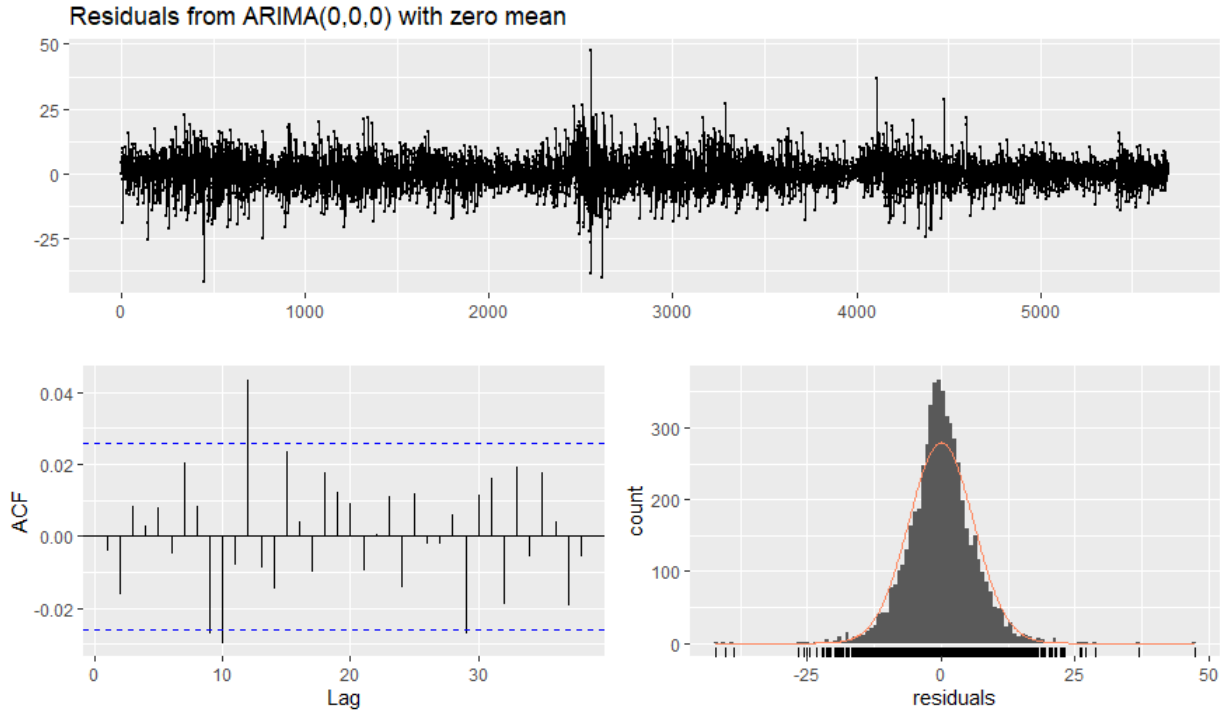
4. Duomenų stacionarumas vertinamas Augmented Dickey - Fuller (ADF) testu, kuris tikrina, ar laiko eilutė turi vienetinę šaknį. Atlikus testą gauti rezultatai, pagal kuriuos nulinė hipotezė atmetama, kas reiškia, jog laiko eilutė stacionari. 2 pav. pagrindžia eilutės stacionarumą grafiškai.

$$\begin{cases} H_0 : \text{Rodiklis turi vienetinę šaknį. Laiko eilutė nėra stacionari.} \\ H_1 : \text{Rodiklis neturi vienetinės šaknies. Laiko eilutė stacionari.} \end{cases}$$

ARMA (p , q) procesui identifikuoti ir nustatyti modelio parametrų eiles remiamasi 6 pav. pavaizduota grafine autokoreliacijos funkcijos išraiška. Išskirtiniai laiko eilutės vėlavimai 10 ir 12 laguose, kadangi ACF grafike funkcijos reikšmės kerta mėlynas punktyrines linijas,

¹³Lagas - laiko intervalų skirtumas, kuriam apskaičiuojamas autokovariacijos koeficiento įvertis.

kurios nurodo pasikliautinojo intervalo ribas. 5.3 poskyryje sudaromas ARMA (12, 0) modelis remiantis koreliogramos analizės rezultatais.



6 pav.: ACF funkcijos grafikas logaritminėms valiutų kurso grąžoms

5.2 Pradinis modelis su egzogeniniu kintamuoju

ARMA (0, 0) modelis sudaromas įtraukiant egzogeninį kintamąjį y_t , aprašytą 4.4 poskyryje, norint pasiekti tikslesnius rezultatus bei išsiaiškinti sąryšį tarp valiutų kurso ir palūkanų normos. Čia $\mu_t = \mu + \gamma y_t$ ir $\sigma_t = \sigma$. Laikoma, jog prognozė šiame modelyje $\hat{X}_t = \hat{\mu} + \hat{\gamma} y_t$.

5.2.1 I skaidymo metodas

Parametras	Įvertis	p - reikšmė
γ	0,0074	0,863
μ	-0,0161	0,900

5 lentelė: ARMA (0, 0) modelio su egzogeniniu kintamuoju parametų įverčiai

Patikrinus hipotezes apie γ ir μ parametų įverčius:

$$\begin{cases} H_0 : \gamma = 0, \\ H_1 : \gamma \neq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 0, \\ H_1 : \mu \neq 0. \end{cases}$$

gauti rezultatai (žr. 5 lent.), pagal kuriuos nulinės hipotezės atmetamos - abu parametrai statistiškai reikšmingai nesiskiria nuo nulio.

σ įvertis	MSFE reikšmė
6,05450	6,56765

6 lentelė: ARMA (0, 0) modelio su egzogeniniu kintamuoju rezultatai

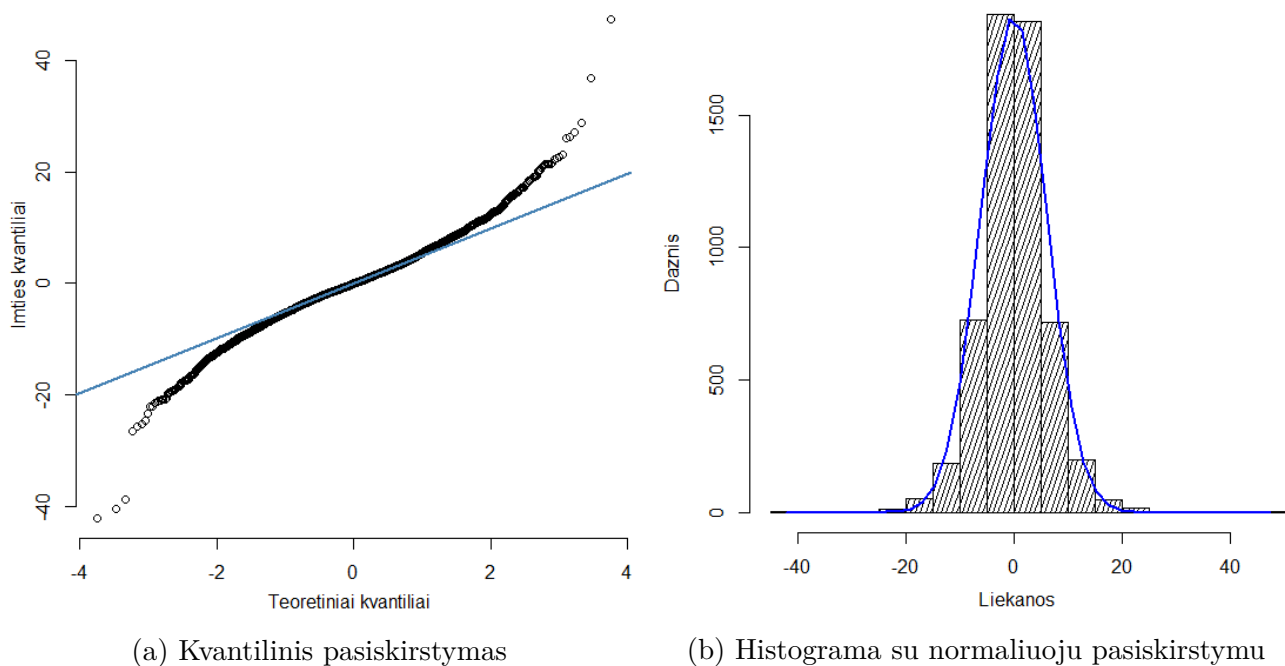
Iš 6 rezultatų lentelės galima pastebėti, jog MSFE reikšmė nutolusi nuo σ įverčio ir yra didesnė lyginant su pradiniu modeliu be egzogeninio kintamojo.

Modelio tinkamumas

1. Liekamųjų paklaidų normalumas tikrinamas Šapiro - Vilko kriterijumi, kaip ir pradiniam modelyje. Iš 7 lentelės matyti, jog p - reikšmė $< 2, 2e^{-16} < 0, 05$. Todėl liekamųjų paklaidų pasiskirstymo pagal normalųjį skirstinį sąlyga nėra tenkinama. 7a grafike pavaizduotas modelio liekanų kvantilinis pasiskirstymas. Galima pastebėti, jog jis atitinka rezultatus gautus tikrinant šią hipotezę pradiniam modeliui be egzogeninio kintamojo. Rezultatai gauti Šapiro - Vilko kriterijui ir stebimi grafike sutampa - normalumo hipotezė atmetama.

W įvertis	p - reikšmė
0,97817	$< 2, 2e^{-16}$

7 lentelė: ARMA (0, 0) su egzogeniniu kintamuoju liekamųjų paklaidų normalumo vertinimo rezultatai



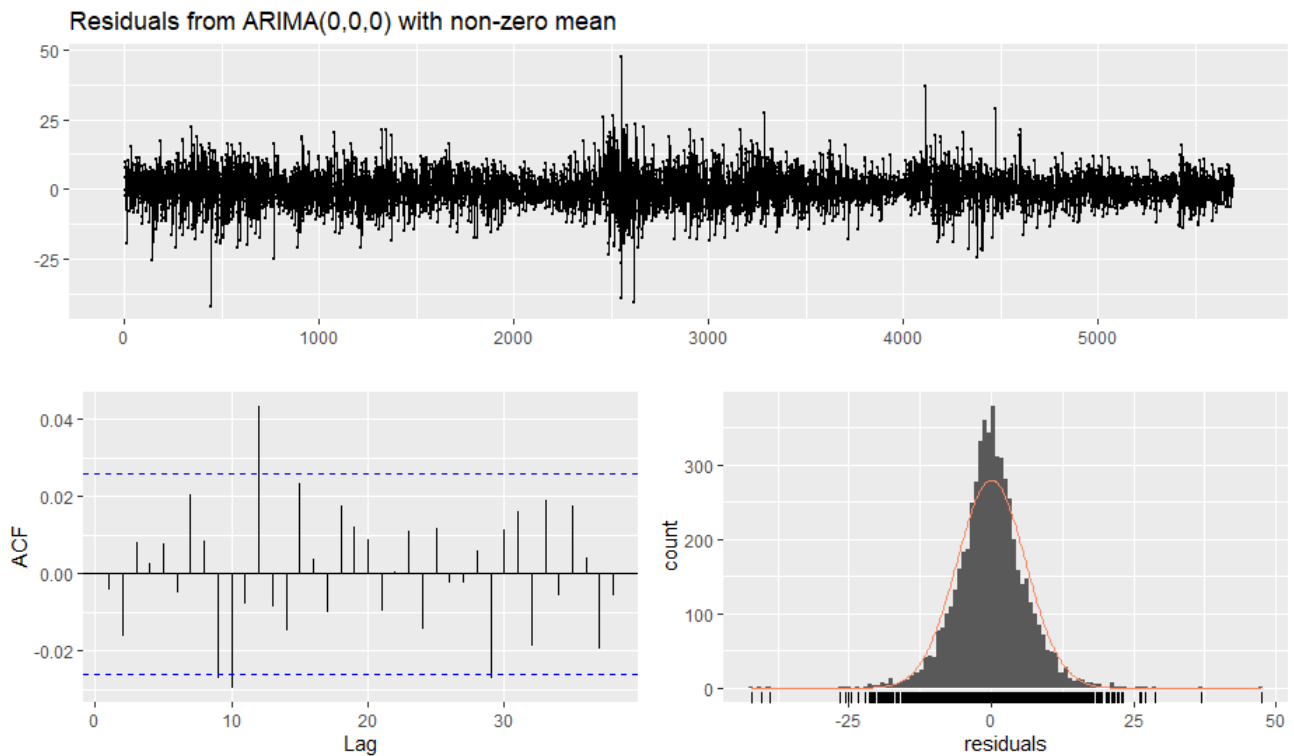
7 pav.: Pradinio modelio liekanų pasiskirstymas

2. Liekanų homoskedastiškumas. Patikrinus hipotezę apie liekanų homoskedastiškumą, gauta p - reikšmė, kuri yra lygi nuliui, todėl nulinė hipotezė, kuri teigia, jog liekanos homoskedastiškos, atmetama.
3. Modelio liekanos - baltasis triukšmas. Tikrinama hipotezė apie modelio liekanų buvimą baltuoju triukšmu. Rezultatai analogiški pradiniam modeliui (žr. 4 lent.). Remiantis

p - reikšmė, naudojant 10 lagų nulinės hipotezės atmeti negalima, tačiau įtraukiant papildomus 2 lagus - nulinė hipotezė atmetama.

Lagų skaičius	Q įvertis	p - reikšmė
10	14,448	0,071
12	25,596	0,004

8 lentelė: Pradinio modelio Ljung - Box testo rezultatai



8 pav.: ACF funkcijos grafikas logaritminėms valiutų kurso grąžoms

5.2.2 II skaidymo metodas

Periodas	γ parametras	p - reikšmė	μ parametras	p - reikšmė	σ įvertis
1	0,2558	0,020	-0,9271	0,028	6,872
2	-0,1141	0,248	0,3949	0,371	6,093
3	-0,5659	0,167	0,5452	0,141	6,101
4	0,1715	0,186	-0,2810	0,307	4,227

9 lentelė: ARMA (0, 0) modelio su egzogeniniu kintamuoju parametrų įverčiai skaidant į periodus

MSFE reikšmė: 6,068538.

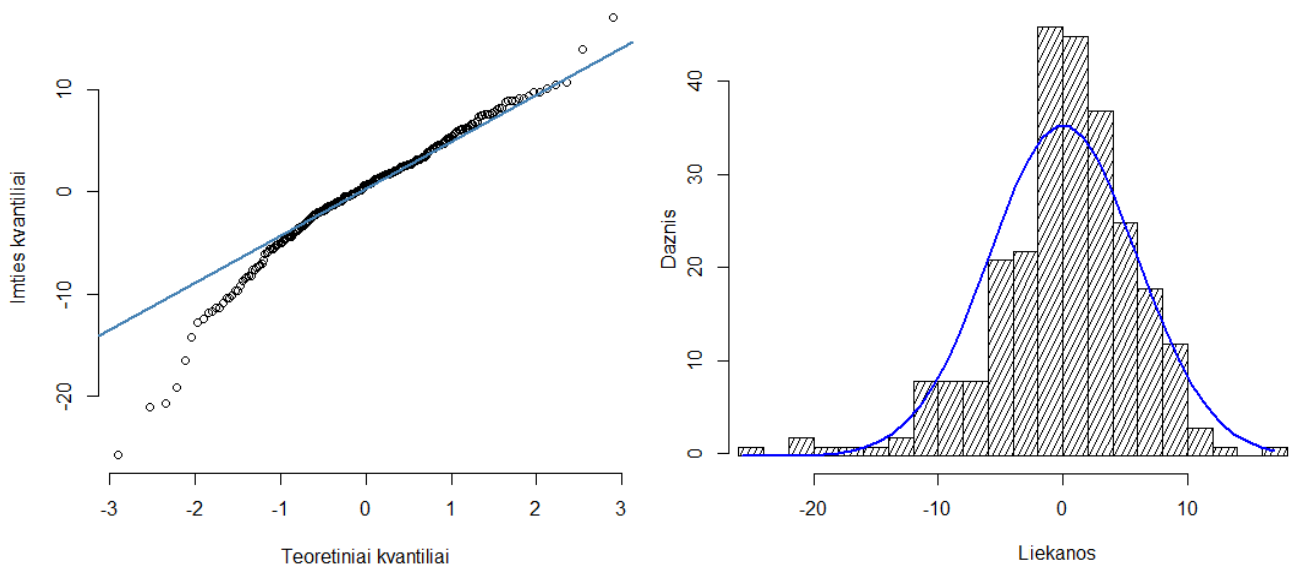
Iš 9 rezultatų lentelės galima pastebėti, jog γ ir μ parametrai statistiškai reikšmingi tik pirmame iš keturių periodų. MSFE reikšmė artimiausia σ įverčiui antrame periode.

Modelio tinkamumas

1. Liekamųjų paklaidų normalumas tikrinamas Šapiro - Vilko kriterijumi. Iš 10 lentelės matyti, jog skirtingiems ciklams gaunami skirtingi parametru įverčiai bei p - reikšmės. Tačiau atsižvelgus į W įverčio p - reikšmes, visiems periodams gaunamas vienodas rezultatas - nulinė hipotezė atmetama, liekamųjų paklaidų pasiskirstymo pagal normalųjį skirstinį sąlyga nėra tenkinama. 9a grafike pavaizduotas jungtinis (4 periodų) modelio liekanų kvantilinis pasiskirstymas. Kairėje pusėje galima pastebėti, jog liekanų pasiskirstymo uodegos yra sunkios ir dažnas taškų išsidėstymas pagrindžia pasiskirstymo pagal normalųjį skirstinį hipotezės atmetimą.

W įvertis	p - reikšmė
$W_1 = 0,9882$	$1,185e^{-8}$
$W_2 = 0,9569$	$< 2,2e^{-16}$
$W_3 = 0,9764$	$< 2,2e^{-16}$
$W_4 = 0,9943$	0,003136

10 lentelė: ARMA (0, 0) modelio su egzogeniniu kintamuoju liekamųjų paklaidų normalumo vertinimo rezultatai



(a) Kvantilinis pasiskirstymas

(b) Histograma su normaliuoju pasiskirstymu

9 pav.: ARMA (0, 0) modelio su egzogeniniu kintamuoju liekanų pasiskirstymas

2. Liekanų homoskedastiškumas. Patikrinus hipotezę apie liekanų homoskedastiškumą naudojant *Portmanteau Q* testą, gauta p - reikšmė, kuri visiems keturiems ciklams yra mažesnė už 0,05, todėl nulinė hipotezė, kuri teigia, jog liekanos homoskedastiškos, atmetama.
3. Modelio liekanos - baltasis triukšmas. Patikrinus baltojo triukšmo hipotezę, gautos p - reikšmės, kurios yra didesnės už 0,05 visiems keturiems ciklams, išskyrus II periodo 12 - likai lagų. Nulinės hipotezės, kuri teigia, jog laiko eilutės liekanos yra baltasis triukšmas, atmesti negalima I, III ir IV periodams.

Periodas	Lagų skaičius	Q įvertis	p - reikšmė
I	10	10,228	0,249
	12	14,888	0,136
II	10	13,817	0,087
	12	19,435	0,035
III	10	5,046	0,753
	12	6,670	0,756
IV	10	13,923	0,084
	12	16,266	0,092

11 lentelė: Ljung - Box testo rezultatai

5.2.3 III skaidymo metodas

Periodas	γ parametras	p - reikšmė	μ parametras	p - reikšmė	σ įvertis
1	0,2261	0,032	-0,7615	0,049	6,812
2	-0,0258	0,820	-0,1139	0,839	4,991
3	1,8870	0,102	-1,3950	0,305	11,300
4	0,0841	0,969	0,0167	0,991	6,305
5	-2,4260	0,238	2,1600	0,192	5,571
6	0,0221	0,872	-0,0227	0,923	5,095

12 lentelė: ARMA (0, 0) modelio su egzogeniniu kintamuoju parametų įverčiai skaidant į periodus

MSFE reikšmė: 6,107458.

Iš 12 rezultatų lentelės galima pastebėti, jog γ ir μ parametrai statistiškai reikšmingi tik pirmame iš šešių periodų. MSFE reikšmė artimiausia σ įverčiui ketvirtame periode.

Modelio tinkamumas

1. Liekamųjų paklaidų normalumas tikrinamas Šapiro - Vilko kriterijumi.

W įvertis	p - reikšmė
$W_1 = 0,9892$	$6,135e^{-9}$
$W_2 = 0,9947$	0,001501
$W_3 = 0,9793$	0,003132
$W_4 = 0,9935$	0,000159
$W_5 = 0,9419$	$< 2,2e^{-16}$
$W_6 = 0,9687$	$< 2,2e^{-16}$

13 lentelė: ARMA (0, 0) modelio su egzogeniniu kintamuoju liekamųjų paklaidų normalumo vertinimo rezultatai

Iš 13 lentelės matyti, jog skirtingiems ciklams gaunami skirtingi įverčiai bei p - reikšmės. Tačiau atsižvelgus į W įverčio p - reikšmes, visiems periodams gaunamas vienodas re-

zultatas - nulinė hipotezė atmetama, liekamųjų paklaidų pasiskirstymo pagal normalųjį skirstinį sąlyga nėra tenkinama.

2. Liekanų homoskedastiškumas. Patikrinus hipotezę apie liekanų homoskedastiškumą naudojant *Portmanteau Q* testą, gauta p - reikšmė, kuri visiems šešiams ciklams yra mažesnė už 0,05, todėl nulinė hipotezė, kuri teigia, jog liekanos homoskedastiškos, atmetama.
3. Modelio liekanos - baltasis triukšmas. Patikrinus baltojo triukšmo hipotezę, gautos p reikšmės, kurios yra didesnės už 0,05 visiems šešiams ciklams, įtraukiant skirtingą skaičių lagų. Nulinės hipotezės, kuri teigia, jog laiko eilutės liekanos yra baltasis triukšmas, atmesti negalima.

Periodas	Lagų skaičius	Q įvertis	p - reikšmė
I	10	9,4263	0,308
	27	20,9360	0,696
II	10	6,8017	0,558
	27	25,3660	0,442
III	10	14,6460	0,066
	27	30,0150	0,224
IV	10	6,6437	0,576
	27	19,1360	0,791
V	10	7,4611	0,488
	13	16,3210	0,129
VI	10	6,6925	0,570
	14	17,9180	0,118

14 lentelė: Ljung - Box testo rezultatai

Išvada:

patikrinus hipotezę apie γ parametą trimis skaidymo metodais, gauti rezultatai, jog nulinės hipotezės, kuri teigia, kad γ parametras statistiškai reikšmingai nesiskiria nuo nulio, atmesti negalima. II - ojo ir III - ojo skaidymo rezultatai parametro γ atžvilgiu sutampa (žr. 9 ir 12 lent.), nulinės hipotezės negalima atmesti visuose, išskyrus pirmąjį, perioduose taikant minėtus skaidymo būdus. Dėl šios priežasties, egzogeninis kintamasis toliau darbe nebus naudojamas, kadangi jis nėra statistiškai reikšmingas.

5.3 ARMA (12, 0)

Kaip minėta anksčiau 5.1 poskyrio modelio tinkamumo dalyje apie stacionarumo tikrinimą, ARMA (p , q) modeliui parametro eilė parinkta remiantis koreliogramų (žr. 6 pav.) analizės rezultatais. Šiuo atveju:

$$\mu_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \dots + \alpha_p X_{t-p}$$

ir

$$\sigma_t = \sigma.$$

Prognozė šiame modelyje:

$$\hat{X}_t = \hat{\alpha}_1 X_{t-1} + \hat{\alpha}_2 X_{t-2} + \dots + \hat{\alpha}_p X_{t-p},$$

čia $p = 12$.

5.3.1 I skaidymo metodas

Parametras	Įvertis	p - reikšmė	Parametras	Įvertis	p - reikšmė
α_1	-0,00454	0,731	α_7	0,02025	0,126
α_2	-0,01438	0,277	α_8	0,00762	0,566
α_3	0,00984	0,457	α_9	-0,02686	0,042
α_4	0,00231	0,861	α_{10}	-0,02941	0,026
α_5	0,00777	0,557	α_{11}	-0,00908	0,493
α_6	-0,00400	0,762	α_{12}	0,04265	0,001

15 lentelė: ARMA (12, 0) modelio parametų įverčiai

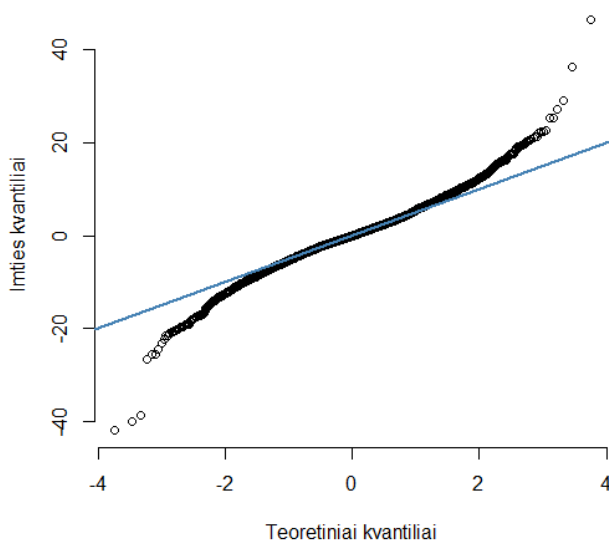
σ įvertis	MSFE reikšmė
6,04004	6,09123

16 lentelė: ARMA (12, 0) modelio rezultatai

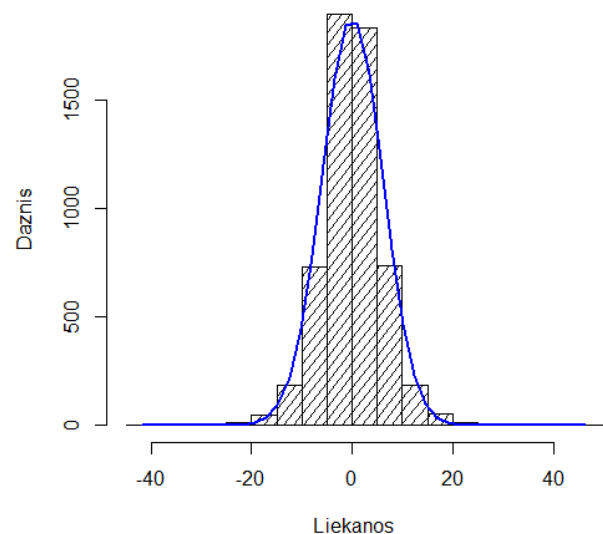
15 lentelėje galima pastebėti, jog α_n parametrai statistiškai reikšmingi, kai $n \in \{9, 10, 12\}$. Iš 16 lentelės matyti, jog σ įvertis gana artimas MSFE reikšmei.

Modelio tinkamumas

1. Liekamųjų paklaidų normalumas tikrinamas Šapiro - Vilko kriterijumi. Iš 17 lentelės matyti, jog p - reikšmė $< 2, 2e^{-16} < 0,05$. Todėl liekamųjų paklaidų pasiskirstymo pagal normalųjį skirstinį sąlyga nėra tenkinama. 10a grafike pavaizduotas modelio liekanų kvantilinis pasiskirstymas, kuriame galima matyti, jog kairėje pusėje liekanų uodegos yra sunkios ir nesutampa su mėlyna kreive, kuri žymi reikšmių normalųjį pasiskirstymą. Taigi, Šapiro - Vilko kriterijaus bei grafinio vaizdavimo rezultatai sutampa.



(a) Kvantilinis pasiskirstymas



(b) Histograma su normaliuoju pasiskirstymu

10 pav.: ARMA (12, 0) modelio liekanų pasiskirstymas

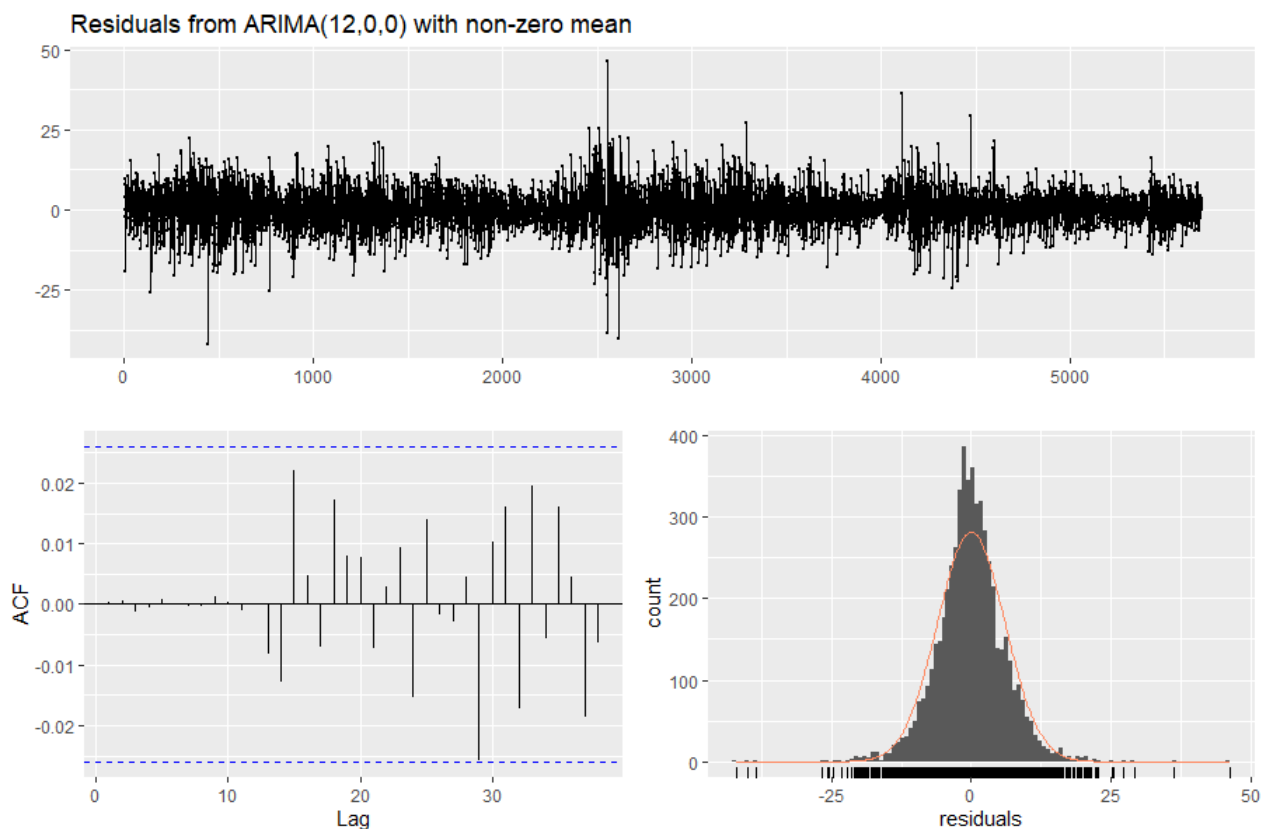
W įvertis	p - reikšmė
0,9789	$< 2,2e^{-16}$

17 lentelė: ARMA (12, 0) modelio liekanų paklaidų normalumo vertinimo rezultatai

2. Liekanų homoskedastiškumas. Patikrinus hipotezę apie liekanų homoskedastiškumą, gauta p - reikšmė, kuri yra lygi nuliui, todėl nulinė hipotezė, kuri teigia, jog liekanos homoskedastiškos, atmesta.
3. Modelio liekanos - baltasis triukšmas. Remiantis p reikšme, kai naudojama 15 ir 29 lagai, nulinės hipotezės, kuri teigia, jog laiko eilutės liekanos yra baltasis triukšmas, atmesti negalima. Keičiant lagų skaičių nulinė hipotezė taip pat nėra atmetama.

Lagų skaičius	Q įvertis	p - reikšmė
15	4,115	0,249
29	14,259	0,649

18 lentelė: Ljung - Box testo rezultatai



11 pav.: ACF funkcijos grafikas logaritminėms valiutų kurso grąžoms

5.3.2 II skaidymo metodas

I ciklas			II ciklas			III ciklas			IV ciklas		
α_n	Įvertis	p	α_n	Įvertis	p	α_n	Įvertis	p	α_n	Įvertis	p
α_1	-0,0224	0,422	α_1	0,0391	0,161	α_1	-0,0188	0,366	α_1	0,0071	0,836
α_2	-0,0322	0,248	α_2	-0,0170	0,541	α_2	-0,0112	0,592	α_2	0,0141	0,754
α_3	0,0153	0,582	α_3	0,0132	0,636	α_3	-0,0021	0,917	α_3	-0,0031	0,928
α_4	0,0262	0,348	α_4	0,0207	0,459	α_4	-0,0137	0,510	α_4	-0,0327	0,344
α_5	-0,0092	0,742	α_5	0,0379	0,175	α_5	0,0194	0,352	α_5	-0,0409	0,236
α_6	0,0330	0,236	α_6	-0,0368	0,189	α_6	-0,0032	0,875	α_6	-0,0603	0,081
α_7	0,0328	0,240	α_7	0,0062	0,827	α_7	0,0199	0,341	α_7	0,0120	0,727
α_8	-0,0319	0,254	α_8	0,0294	0,316	α_8	0,0257	0,220	α_8	-0,0756	0,028
α_9	-0,0297	0,288	α_9	-0,0635	0,031	α_9	-0,0085	0,685	α_9	-0,0265	0,446
α_{10}	-0,0302	0,281	α_{10}	-0,0294	0,320	α_{10}	-0,0008	0,966	α_{10}	-0,0409	0,241
α_{11}	0,0075	0,789	α_{11}	-0,0426	0,151	α_{11}	0,0015	0,941	α_{11}	0,0001	0,998
α_{12}	0,0644	0,021	α_{12}	0,0600	0,043	α_{12}	0,0278	0,185	α_{12}	0,0488	0,162

Čia p žymi p - reikšmę.

19 lentelė: ARMA (12, 0) modelio parametrų įverčiai

Parametras	Įvertis
σ_1	6,05358
σ_2	6,04415
σ_3	6,09118
σ_4	4,18869
MSFE	6,17833

20 lentelė: ARMA (12, 0) modelio rezultatai

19 lentelėje galima pastebėti, jog α_n parametrai statistiškai reikšmingi I cikle, kai $n = 12$, II cikle, kai $n \in \{9, 12\}$ ir IV cikle, kai $n = 8$. Iš 20 lentelės matyti, jog σ_n įvertis artimiausias MSFE reikšmei, kai $n = 3$.

Modelio tinkamumas

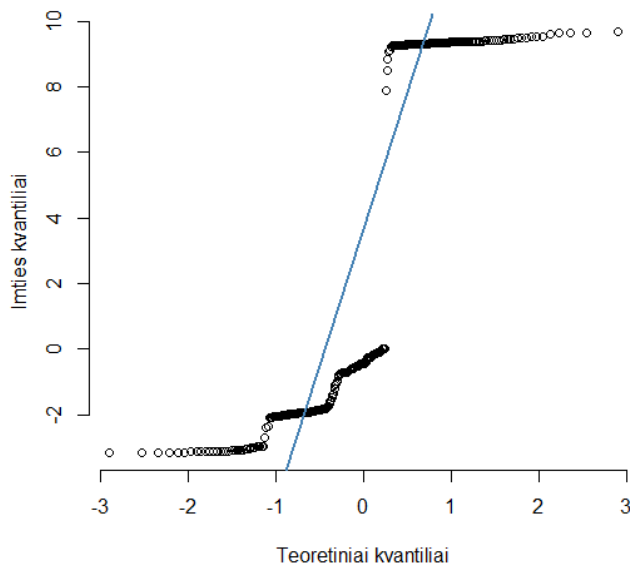
1. Liekamųjų paklaidų normalumas tikrinamas Šapiro - Vilko kriterijumi.

W įvertis	p - reikšmė
$W_1 = 0,98923$	$4,464e^{-8}$
$W_2 = 0,96106$	$< 2,2e^{16}$
$W_3 = 0,97616$	$< 2,2e^{16}$
$W_4 = 0,99436$	0,00345

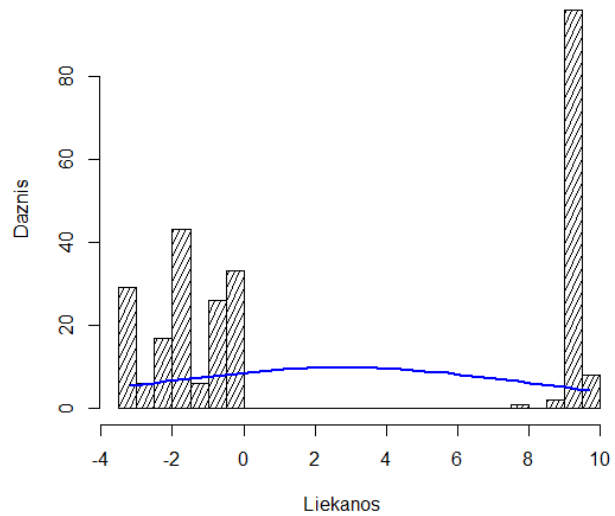
21 lentelė: ARMA (12, 0) modelio liekamųjų paklaidų normalumo vertinimo rezultatai

Iš 21 lentelės matyti, jog p - reikšmė visiems keturiems periodams yra mažesnė už 0,05. Todėl liekamųjų paklaidų pasiskirstymo pagal normalųjį skirstinį sąlyga nėra tenkinama.

12a grafike pavaizduotas modelio liekanų kvantilinis pasiskirstymas, kuris sufleruoja apie bimodalinį liekanų pasiskirstymą.



(a) Kvantilinis pasiskirstymas



(b) Histograma su normaliuoju pasiskirstymu

12 pav.: ARMA (12, 0) modelio liekanų pasiskirstymas

2. Liekanų homoskedastiškumas. Patikrinus hipotezę apie liekanų homoskedastiškumą naudojant *Portmanteau Q* testą, gauta p - reikšmė, kuri visiems keturiems ciklams yra didesnė už 0,05, todėl nulinės hipotezės, kuri teigia, jog liekanos homoskedastiškos, atmesti negalima.
3. Modelio liekanos - baltasis triukšmas. Patikrinus baltojo triukšmo hipotezę, gautos p reikšmės, kurios yra didesnės už 0,05 visiems keturiems ciklams, išskyrus II periodo 16 - likai lagų. Nulinės hipotezės, kuri teigia, jog laiko eilutės liekanos yra baltasis triukšmas, atmesti negalima.

Periodas	Lagų skaičius	Q įvertis	p - reikšmė
I	16	0.638	0.887
	25	8.897	0.712
II	16	8.424	0.038
	25	15.555	0.212
III	16	6.879	0.076
	25	11.142	0.517
IV	16	4.660	0.198
	25	19.472	0.078

22 lentelė: Ljung - Box testo rezultatai

5.3.3 III skaidymo metodas

I ciklas			II ciklas			III ciklas		
α_n	Įvertis	p - reikšmė	α_n	Įvertis	p - reikšmė	α_n	Įvertis	p - reikšmė
α_1	-0,0145	0,577	α_1	0,0166	0,597	α_1	0,0370	0,583
α_2	-0,0445	0,088	α_2	-0,0164	0,602	α_2	-0,0021	0,974
α_3	0,0079	0,760	α_3	-0,0351	0,265	α_3	0,0976	0,151
α_4	0,0194	0,458	α_4	0,0203	0,520	α_4	-0,0329	0,626
α_5	-0,0067	0,796	α_5	0,0036	0,909	α_5	0,0576	0,392
α_6	0,0279	0,285	α_6	-0,0496	0,116	α_6	0,0008	0,989
α_7	0,0252	0,337	α_7	0,0474	0,134	α_7	0,0137	0,838
α_8	-0,0243	0,354	α_8	0,0073	0,816	α_8	0,1047	0,118
α_9	-0,0172	0,511	α_9	-0,0038	0,904	α_9	-0,1317	0,051
α_{10}	-0,0306	0,243	α_{10}	-0,0006	0,984	α_{10}	-0,1487	0,028
α_{11}	-0,0078	0,765	α_{11}	-0,0234	0,459	α_{11}	-0,0418	0,541
α_{12}	0,0431	0,100	α_{12}	0,0270	0,395	α_{12}	0,1315	0,054
IV ciklas			V ciklas			VI ciklas		
α_n	Įvertis	p - reikšmė	α_n	Įvertis	p - reikšmė	α_n	Įvertis	p - reikšmė
α_1	-0,0254	0,408	α_1	0,0231	0,525	α_1	0,0051	0,832
α_2	0,0275	0,371	α_2	-0,0027	0,941	α_2	-0,0093	0,701
α_3	0,0011	0,969	α_3	-0,0314	0,395	α_3	-0,0077	0,752
α_4	-0,0285	0,355	α_4	0,0354	0,336	α_4	0,0044	0,854
α_5	0,0269	0,383	α_5	-0,0327	0,375	α_5	-0,0202	0,407
α_6	-0,0031	0,919	α_6	0,0138	0,707	α_6	-0,0267	0,274
α_7	0,0042	0,891	α_7	-0,0172	0,641	α_7	0,0145	0,553
α_8	-0,0010	0,972	α_8	0,0557	0,131	α_8	-0,0111	0,648
α_9	-0,0030	0,920	α_9	0,0096	0,793	α_9	-0,0190	0,435
α_{10}	0,0483	0,117	α_{10}	-0,0672	0,069	α_{10}	-0,0436	0,074
α_{11}	-0,0188	0,542	α_{11}	0,0670	0,070	α_{11}	0,0261	0,286
α_{12}	0,0468	0,130	α_{12}	-0,0548	0,139	α_{12}	-0,0037	0,878

23 lentelė: ARMA (12, 0) modelio parametro α_n įverčiai

Parametras	Įvertis
σ_1	6,79085
σ_2	4,97151
σ_3	10,85630
σ_4	6,27246
σ_5	5,52568
σ_6	5,08027
MSFE	6,27039

24 lentelė: ARMA (12, 0) modelio rezultatai

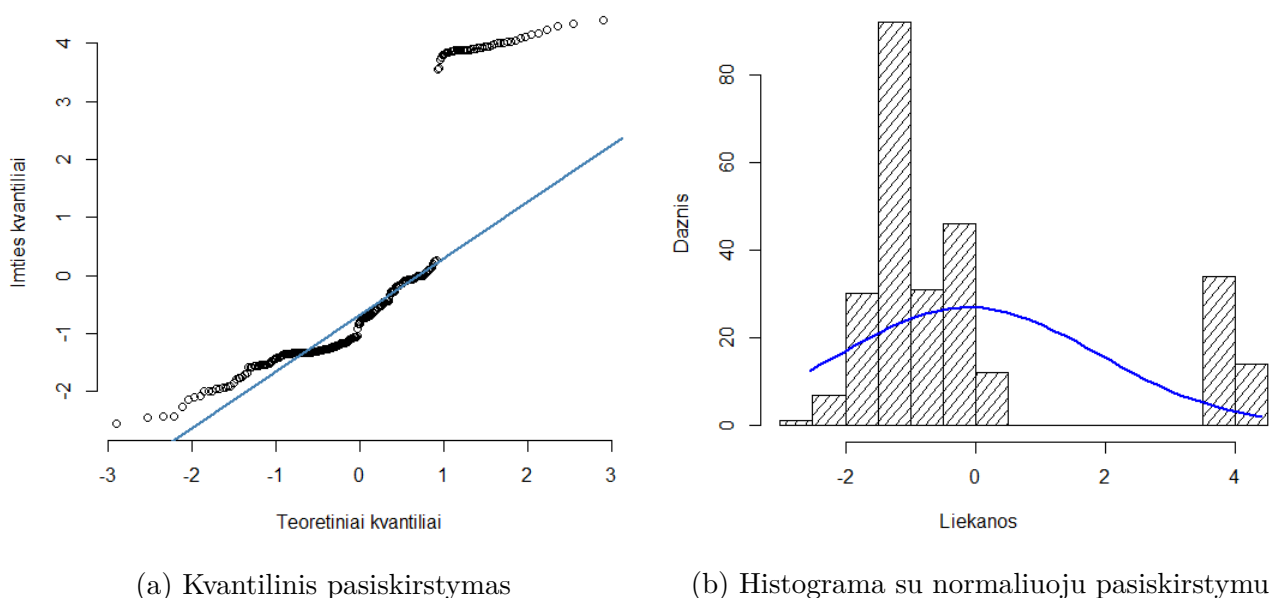
23 lentelėje galima pastebėti, jog α_n parametrai statistiškai reikšmingi III cikle, kai $n = 10$. Iš 24 lentelės matyti, jog σ_n įvertis labai artimas MSFE reikšmei, kai $n = 4$.

Modelio tinkamumas

1. Liekamųjų paklaidų normalumas tikrinamas Šapiro - Vilko kriterijumi. Iš 25 lentelės matyti, jog p - reikšmės mažesnės už 0,05 visiems šešiams periodams. Todėl liekamųjų paklaidų pasiskirstymo pagal normalųjį skirstinį sąlyga nėra tenkinama.

W įvertis	p - reikšmė
$W_1 = 0,99018$	$2,606e^{-8}$
$W_2 = 0,99522$	0,003160
$W_3 = 0,97747$	0,001665
$W_4 = 0,99298$	$6,994e^{-5}$
$W_5 = 0,94145$	$< 2,2e^{-16}$
$W_6 = 0,96767$	$< 2,2e^{-16}$

25 lentelė: ARMA (12, 0) modelio liekamųjų paklaidų normalumo vertinimo rezultatai



13 pav.: ARMA (12, 0) modelio liekanų pasiskirstymas

2. Liekanų homoskedastiškumas. Patikrinus hipotezę apie liekanų homoskedastiškumą naudojant *Portmanteau Q* testą, gauta p - reikšmė, kuri visiems šešiams ciklams yra didesnė už 0,05, todėl nulinės hipotezės, kuri teigia, jog liekanos homoskedastiškos, atmesti negalima.
3. Modelio liekanos - baltasis triukšmas. Patikrinus baltojo triukšmo hipotezę, gautos p reikšmės, kurios yra didesnės už 0,05 penkiems periodams iš šešių. Nulinės hipotezės, kuri teigia, jog laiko eilutės liekanos yra baltasis triukšmas, atmesti negalima I - V periodams, o VI -ajam periodui hipotezę atmetama.

Periodas	Lagų skaičius	Q įvertis	p - reikšmė
I	16	1,0982	0,777
	25	9,7373	0,639
II	16	2,7438	0,433
	27	17,2150	0,245
III	16	1,4501	0,694
	27	9,8976	0,769
IV	16	2,0583	0,560
	27	10,4010	0,732
V	16	6,4231	0,093
	27	17,2180	0,245
VI	16	14,6610	0,002
	23	21,9810	0,015

26 lentelė: Ljung - Box testo rezultatai

5.4 ARMA (12, 0) - GARCH (1, 1)

Šiame poskyryje nagrinėjamas 4.1 pavidalo modelis su

$$\mu_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \dots + \alpha_P X_{t-P}$$

ir

$$\sigma_t^2 = \delta_0 + \sum_{i=1}^q \delta_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2,$$

čia $P = 12$, $p = q = 1$.

Modeliuojant ARMA (P, Q) - GARCH (p, q) procesą ARMA modelio parametrų eilės parinktos remiantis koreliogramų (žr. 6 pav.) analizės rezultatais. Naudojant *ugarchfit* funkciją R programoje, pasirinktos rekomenduotinos GARCH modelio parametrų eilės. Prognozė šiame modelyje

$$\hat{X}_t = \hat{\alpha}_1 X_{t-1} + \hat{\alpha}_2 X_{t-2} + \dots + \hat{\alpha}_P X_{t-P}.$$

α_n	Įvertis	p - reikšmė	α_n	Įvertis	p - reikšmė	Parametras	Įvertis	p - reikšmė
α_1	-0,0093	0,496	α_7	0,0234	0,084	δ_0	0,0994	0,001
α_2	-0,0070	0,606	α_8	-0,0010	0,942	δ_1	0,0297	0,001
α_3	-0,0041	0,761	α_9	-0,0284	0,033	β_1	0,9679	0,001
α_4	0,0017	0,899	α_{10}	-0,0109	0,419			
α_5	0,0083	0,541	α_{11}	-0,0033	0,805			
α_6	-0,0224	0,099	α_{12}	0,0350	0,010			

27 lentelė: ARMA (12, 0) - GARCH (1, 1) modelio parametrų įverčiai

Duomenys į modelį įvedami naudojant I skaidymo metodą.

MSFE reikšmė: 6,07691.

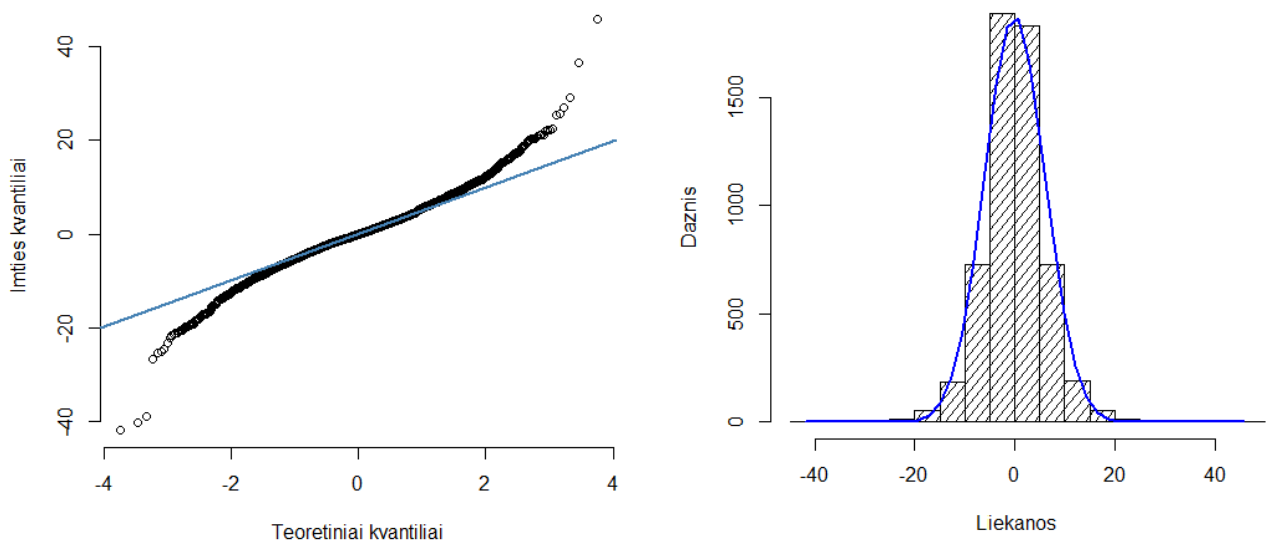
27 lentelėje galima pastebėti, jog α_n parametrai statistiškai reikšmingi, kai $n \in \{9, 12\}$. Taip pat reikšmingi parametrai yra δ_0 , δ_1 ir β_1 .

Modelio tinkamumas

1. Liekamųjų paklaidų normalumas tikrinamas Šapiro - Vilko kriterijumi. Iš 28 lentelės matyti, jog p - reikšmė $< 2, 2e^{-16} < 0, 05$. Todėl liekamųjų paklaidų pasiskirstymo pagal normalųjį skirstinį sąlyga nėra tenkinama. 14a grafike pavaizduotas modelio liekanų kvantilinis pasiskirstymas, kuriame galima matyti, jog kairėje ir dešinėje pusėse liekanų uodegos yra sunkios ir nesutampa su mėlyna kreive, kuri žymi reikšmių normalųjį pasiskirstymą. Taigi, Šapiro - Vilko kriterijaus bei grafinio vaizdavimo rezultatai sutampa.

W įvertis	p - reikšmė
0,97865	$< 2, 2e^{-16}$

28 lentelė: ARMA (12, 0) - GARCH (1, 1) modelio liekamųjų paklaidų normalumo vertinimo rezultatai



(a) Kvantilinis pasiskirstymas

(b) Histograma su normaliuoju pasiskirstymu

14 pav.: ARMA (0, 0) - GARCH (1, 1) modelio liekanų pasiskirstymas

2. Modelio liekanos - baltasis triukšmas. Remiantis Ljung Box testo rezultatais, nulinės hipotezės atmesti negalima. Iš to galima daryti išvadą, jog modelio liekanos yra baltasis triukšmas.

6 Išvados

Pirminė duomenų analizė parodė, jog valiutų kurso logaritminis gražos vidurkis, statistiškai reikšmingai skiriasi nuo nulio, o asimetrijos koeficientas laiko eilutei reprezentuoja dolerio padidėjimą euro atžvilgiu. Sugeneravus pradinį modelį ARMA (0, 0) I duomenų įvesties metodu paaiškėjo, jog liekamųjų paklaidų pasiskirstymo pagal normalųjį skirstinį ir modelio liekanų homoskedastiškumo sąlygos nėra tenkinamos. Laiko eilutės liekanų buvimo baltuoju triukšmu hipotezė yra/nėra atmetama priklausomai nuo naudotų lagų skaičiaus. Minėto modelio generavimo metu išsiaiškinta, jog valiutų kurso logaritminės gražos laiko eilutė yra stacionari. Sumodeliavus ARMA (0, 0) procesą su egzogeniniu kintamuoju trimis duomenų įvedimo metodais išsiaiškinta, jog visų metodų atveju normalumo ir liekanų homoskedastiškumo hipotezės atmetamos. Liekanų buvimo baltuoju triukšmu rezultatai kinta priklausomai nuo naudotų lagų skaičiaus. Patikrinus hipotezę apie parametą γ paaiškėjo, kad nulinės hipotezės, kuri teigia, jog parametras statistiškai reikšmingai nesiskiria nuo nulio, atmesti negalima. Dėl šios priežasties egzogeninis kintamasis toliau nebuvo įtrauktas į modelių generavimą. Remiantis koreliogramų analize sudarytas ARMA (12, 0) modelis, kurio liekamųjų paklaidų pasiskirstymo pagal normalųjį skirstinį sąlygos nebuvo tenkinamos nei vienam iš trijų duomenų įvedimo metodų. Liekanų homoskedastiškumo ir modelio liekanų buvimo baltuoju triukšmu hipotezės atmestos tik I skaidymo metodui. Modelio ARMA (12, 0) - GARCH (1, 1) liekamųjų paklaidų normalumo sąlyga nėra tenkinama, tačiau hipotezės, kuri teigia, jog modelio liekanos yra baltasis triukšmas atmesti negalima.

Tiksliausi rezultatai, t.y. mažiausia MSFE reikšmė gauta generuojant pradinį ARMA (0, 0) modelį - 6,05399. Didžiausia paklaida gauta sukompiliavus pradinį modelį su egzogeniniu kintamuoju I - uoju skaidymo metodu, kai MSFE = 6,56765. Netikėta, jog egzogeninio kintamojo įvedimas ir laiko eilutės skaidymas rezultatų nepagerino. Todėl galima manyti, jog turint laiko eilutę su daugiau reikšmių, sugeneruojami tikslesni modelio parametrų įverčiai, kurie leidžia sudaryti geresnę prognozę.

Šį darbą galima plėtoti ir siekti kuo mažesnės paklaidos kuriant sudėtingesnius modelius ir įvairesnius duomenų įvedimo metodus. Tikslesni rezultatai turėtų būti pasiekti įtraukus daugiau egzogeninių kintamųjų, kurie galbūt turės įtakos valiutų kurso prognozei. Tačiau svarbu pabrėžti, jog valiutų kurso svyravimui įtaką daro daug veiksnių, kurių prognozes sunku nuspėti.

Literatūra

- [1] Ahmad Muhammad Idrees, Choo Wei Chong, Loo Sin Chun. *Modelling the Volatility of Currency Exchange Rate Using GARCH Model*, Pertanika J. Soc. Sci. Humanit 10(2):85–95, 2002.
- [2] Asemota Joseph, Bala Dahiru. *Exchange-rates volatility in Nigeria: Application of GARCH models with exogenous break*, CBN Journal of Applied Statistics Vol. 4 No. 1, 2013, p. 89–116.
- [3] Bai Jushan. *Estimation of a Change Point in Multiple Regression Models*, The Review of Economics and Statistics, 1997, 79 (4): 551–563.
- [4] Dal Bianco Marcos, Camacho Maximo, Perez-Quiros Gabriel. *Short-run forecasting of the Euro-Dollar Exchange Rate with economic fundamentals*, Journal of International Money and Finance, Madrid, 2012.
- [5] Friedman Nir, Koller Daphne. *Probabilistic Graphical Models*, Cambridge, MA: MIT Press, 2009.
- [6] Hillebrand Eric, Schnabl Gunther. *The Effects of Japanese Foreign Exchange Intervention GARCH Estimation and Change Point Detection*, University Library of Munich, Germany, 2004.
- [7] Hosni Rana, Rofael Dina. *Modeling Exchange Rate Dynamics in Egypt: Observed and Unobserved Volatility*, Modern Economy, 2015.
- [8] Taylor Wayne. *Change-Point Analysis: A Powerful New Tool For Detecting Changes*, Deerfield, IL: Baxter Healthcare Corporation, 2000.
- [9] Versus. *60 milijonų. Analitinio verslo kariauna*, 2007.
- [10] Yaya Olaoluwa Simon, Shittu Olanrewaju. *Measuring Forecast Performance of ARMA and ARFIMA Models: An Application to US Dollar/UK Pound Foreign Exchange Rate*, European Journal of Scientific Research, 2009.

A Priedai

R programinės įrangos kodai naudoti darbe.

1. Valiutų kurso logaritminių grąžų laiko eilutės aprašomoji statistika (paprastasis vidurkis, standartinis nuokrypis, asimetrijos koeficientas, ekscesas).

```
mean(main$x, na.rm = T)
mean(main$x, na.rm = T)
skewness(main$x, na.rm = T)
kurtosis(main$x, na.rm = T)
```

2. Pradinis modelis.

```
# Rekomenduotinas ARMA modelis:
fit <- auto.arima(main$x)

# Sigma įvertis:
sqrt(fit$sigma2)

# MSFE reikšmė:
pred <- numeric(n)
pred[1:2] <- NA
sqrt(mean((pred - main$x) ^ 2, na.rm = T))

# Liekamųjų paklaidų normalumo tikrinimas:
shapiro.test(residuals(fit)[1:5000])

# Liekanų kvantilinis pasiskirstymas:
qqnorm(
  residuals(fit),
  pch = 1,
  frame = FALSE,
  xlab = "Teoretiniai kvantiliai",
  ylab = "Imties kvantiliai"
)
qqline(residuals(fit), col = "steelblue", lwd = 2)

# Liekanų homoskedastiškumo tikrinimas:
fit2 <- arima(main$x, order = c(0, 0, 0), include.mean = F)
arch.test(fit2)

# Baltojo triukšmo hipotezės tikrinimas:
checkresiduals(fit)
checkresiduals(fit, lag = 12)
tsdisplay(main$x)

# Stacionarumo tikrinimas:
library(tseries)
adf.test(main$x[2:n])
```

3. Pradinis modelis su egzogeniniu kintamuoju.

(a) I skaidymo metodas

```

# Gamma ir mu parametru įverčiai:
fit <- arima(main$x, order = c(0, 0, 0), xreg = main$y)

# Sigma įvertis:
fit_lm <- lm(x ~ y, data = main)
summary(fit_lm)

# MSFE reikšmė:
param <- matrix(0, nrow = menesiu, ncol = 2)
for (m in 9:menesiu) {
  param[m, ] <- arima(main$x[2:(menindex[m] - 1)],
                      order = c(0, 0, 0),
                      xreg = main$y[2:(menindex[m] - 1)])$coef
}
predg <- numeric(n)
predg[1:2] <- NA
for (i in 3:n) {
  predg[i] <- param[main$mennum[i], ] * c(1, main$y[i])
}

sqrt(mean((predg - main$x) ^ 2, na.rm = T))

# Liekamųjų paklaidų normalumo tikrinimas:
shapiro.test(residuals(fit)[1:5000])

# Liekanų kvantilinis pasiskirstymas:
qqnorm(
  residuals(fit),
  pch = 1,
  frame = FALSE,
  xlab = "Teoretiniai kvantiliai",
  ylab = "Imties kvantiliai"
)
qqline(residuals(fit), col = "steelblue", lwd = 2)

# Liekanų homoskedastiškumo tikrinimas:
arch.test(fit)

# Baltojo triukšmo hipotezės tikrinimas:
checkresiduals(fit)
checkresiduals(fit, lag = 12)
tsdisplay(residuals(fit))

```

(b) II skaidymo metodas

```

# Laiko eilutės skaidymas į ciklus:
ciklas <- numeric(4)
ciklas[1] <- main$mennum[main$metai == 2004][1] - 1
ciklas[2] <- main$mennum[main$metai == 2009][1] - 1
ciklas[3] <- main$mennum[main$metai == 2018][1] - 1
ciklas[4] <- menesiu

# Gamma, mu ir sigma parametru įverčiai (N = {1:4}, žymi ciklo numerį):
dalisN <- subset(main, mennum <= ciklas[N])
fit_lm <- lm(x ~ y, data = dalisN)

```

```

summary(fit_lm)

# MSFE reikšmė:
param <- matrix(0, nrow = menesiu, ncol = 2)
for (m in 9:ciklas[1]) {
  param[m, ] <- arima(main$x[2:(menindex[m] - 1)],
    order = c(0, 0, 0),
    xreg = main$y[2:(menindex[m] - 1)])$coef
}
for (m in (ciklas[1] + 7):ciklas[2]) {
  param[m, ] <- arima(main$x[(menindex[ciklas[1]]):(menindex[m] - 1)],
    order = c(0, 0, 0),
    xreg = main$y[(menindex[ciklas[1]]):(menindex[m] - 1)])$coef
}
for (m in (ciklas[2] + 15):ciklas[3]) {
  param[m, ] <- arima(main$x[(menindex[ciklas[2]]):(menindex[m] - 1)],
    order = c(0, 0, 0),
    xreg = main$y[(menindex[ciklas[2]]):(menindex[m] - 1)])$coef
}
for (m in (ciklas[3] + 4):ciklas[4]) {
  param[m, ] <- arima(main$x[(menindex[ciklas[3]]):(menindex[m] - 1)],
    order = c(0, 0, 0),
    xreg = main$y[(menindex[ciklas[3]]):(menindex[m] - 1)])$coef
}
predg <- numeric(n)
predg[1:2] <- NA
for (i in 3:n) {
  predg[i] <- param[main$mennum[i], ] * c(1, main$y[i])
}

sqrt(mean((predg - main$x) ^ 2, na.rm = T))

# Liekamųjų paklaidų normalumo tikrinimas (N = {1:4}, žymi ciklo numerį):
fit <- arima(dalisN$x, order = c(0, 0, 0), xreg = dalisN$y)
shapiro.test(residuals(fit))

# Liekanų homoskedastiškumo tikrinimas:
arch.test(fit)

# Baltojo triukšmo hipotezės tikrinimas:
checkresiduals(fit)
checkresiduals(fit, lag = 12)

```

(c) III skaidymo metodas

```

# Parametro pasikeitimo taškų identifikavimas:
library(changepoint)
dis.pelt <-
  cpt.meanvar(na.omit(main$x), test.stat = "Normal", method = "PELT")
plot(dis.pelt, cpt.width = 2)
cpts.ts(dis.pelt)
pts <- c(1458, 2458, 2672, 3724, 4478)
dalis21 <- main[1:(pts[1] - 1), ]
dalis22 <- main[pts[1):(pts[2] - 1), ]
dalis23 <- main[pts[2):(pts[3] - 1), ]

```

```

dalis24 <- main[pts[3]:(pts[4] - 1), ]
dalis25 <- main[pts[4]:(pts[5] - 1), ]
dalis26 <- main[pts[5]:n, ]

# Gamma, mu ir sigma parametru įverčiai (N = {1:6}, žymi ciklo numerį):
fit_lm <- lm(x ~ y, data = dalisN1)
summary(fit_lm)

# MSFE reikšmė:
predg <- numeric(n)
predg[1:2] <- NA

#1 periodas:
# Pirmas tinkamas mėnuo periode
m1 <- dalis21$mennum[which(dalis21$y != dalis21$y[2])[1]] + 1
# Paskutinis tinkamas mėnuo periode
m2 <- main$mennum[pts[1] - 1]
param <- matrix(0, nrow = m2, ncol = 2)
for (m in m1:m2) {
  param[m, ] <- arima(
    main$x[1:(menindex[m] - 1)],
    order = c(0, 0, 0),
    xreg = main$y[1:(menindex[m] - 1)],
    include.mean = F
  )$coef
}
for (i in 3:(pts[1] - 1)) {
  predg[i] <- param[main$mennum[i], ] * c(1, main$y[i])
}

# 2 periodas:
m1 <- dalis22$mennum[which(dalis22$y != dalis22$y[1])[1]] + 1
m2 <- main$mennum[pts[2] - 1]
param <- matrix(0, nrow = m2, ncol = 2)
for (m in m1:m2) {
  param[m, ] <- arima(main$x[pts[1]:(menindex[m] - 1)],
    order = c(0, 0, 0),
    xreg = main$y[pts[1]:(menindex[m] - 1)])$coef
}
for (i in pts[1]:(pts[2] - 1)) {
  predg[i] <- param[main$mennum[i], ] * c(1, main$y[i])
}

# 3 periodas:
m1 <- dalis23$mennum[which(dalis23$y != dalis23$y[1])[1]] + 1
m2 <- main$mennum[pts[3] - 1]
param <- matrix(0, nrow = m2, ncol = 2)
for (m in m1:m2) {
  param[m, ] <- arima(main$x[pts[2]:(menindex[m] - 1)],
    order = c(0, 0, 0),
    xreg = main$y[pts[2]:(menindex[m] - 1)])$coef
}
for (i in pts[2]:(pts[3] - 1)) {

```

```

    predg[i] <- param[main$mennum[i], ] * c(1, main$y[i])
  }

# 4 periodas:
m1 <- dalis24$mennum[which(dalis24$y != dalis24$y[1])[1]] + 1
m2 <- main$mennum[pts[4] - 1]
param <- matrix(0, nrow = m2, ncol = 2)
for (m in m1:m2) {
  param[m, ] <- arima(main$x[pts[3]:(menindex[m] - 1)],
                      order = c(0, 0, 0),
                      xreg = main$y[pts[3]:(menindex[m] - 1)])$coef
}
for (i in pts[3]:(pts[4] - 1)) {
  predg[i] <- param[main$mennum[i], ] * c(1, main$y[i])
}

# 5 periodas:
m1 <- dalis25$mennum[which(dalis25$y != dalis25$y[1])[1]] + 1
# Gaunama NA reikšmė, y nekinta, prognozė = 0

# 6 periodas:
m1 <- dalis26$mennum[which(dalis26$y != dalis26$y[1])[1]] + 1
m2 <- main$mennum[n]
param <- matrix(0, nrow = m2, ncol = 2)
for (m in m1:m2) {
  param[m, ] <- arima(
    main$x[pts[5]:(menindex[m] - 1)],
    order = c(0, 0, 0),
    xreg = main$y[pts[5]:(menindex[m] - 1)],
    include.mean = F
  )$coef
}
for (i in pts[5]:n) {
  predg[i] <- param[main$mennum[i], ] * c(1, main$y[i])
}

sqrt(mean((predg - main$x) ^ 2, na.rm = T))

# Liekamųjų paklaidų normalumo tikrinimas (N = {1:6}, žymi ciklo numerį):
fit <- arima(dalis2N$x, order = c(0, 0, 0), xreg = dalis2N$y)
shapiro.test(residuals(fit))

# Liekanų homoskedastiškumo tikrinimas:
arch.test(fit)

# Baltojo triukšmo hipotezės tikrinimas:
checkresiduals(fit)

```

4. ARMA (12, 0)

(a) I skaidymo metodas

```

# Alpha ir sigma parametrų įverčiai:
alfa <- numeric(12)
fit3 <- arima(main$x, order = c(12, 0, 0), include.mean = F)

```

```

alfa <- fit3$coef
se <- sqrt(diag(fit3$var.coef))
pv <- 2 * pnorm(abs(alfa) / se, lower.tail = F)
cbind(alfa, se, pv)
sqrt(fit3$sigma2)

# MSFE reikšmė:
alfa <- matrix(data = 0, nrow = menesiu, ncol = 12)
for (m in 2:menesiu) {
  alfa[m, ] <- arima(main$x[2:(menindex[m] - 1)],
                    order = c(12, 0, 0), include.mean = F)$coef
}
pred <- numeric(n)
pred[1:12] <- NA
for (i in 13:n) {
  pred[i] <- alfa[main$mennum[i],] * main$x[(i - 1):(i - 12)]
}

sqrt(mean((pred - main$x) ^ 2, na.rm = T))

# Liekamųjų paklaidų normalumo tikrinimas:
res <- residuals(fit)
shapiro.test(res[1:5000])

# Liekanų homoskedastiškumo tikrinimas:
arch.test(fit)

# Baltojo triukšmo hipotezės tikrinimas:
checkresiduals(fit)

```

(b) II skaidymo metodas

```

# Alpha ir sigma parametrų įverčiai (N = {1:4}, žymi ciklo numerį):
alfa <- numeric(12)
fit <- arima(dalisN$x, order = c(12, 0, 0), include.mean = F)
alfa <- fit$coef
se <- sqrt(diag(fit$var.coef))
pv <- 2 * pnorm(abs(alfa) / se, lower.tail = F)
cbind(alfa, se, pv)
sqrt(fit$sigma2)

# MSFE reikšmė:
alfa <- matrix(data = 0, nrow = menesiu, ncol = 12)
for (m in 2:ciklas[1]) {
  alfa[m, ] <- arima(main$x[2:(menindex[m] - 1)],
                    order = c(12, 0, 0), include.mean = F)$coef
}
for (m in (ciklas[1] + 2):ciklas[2]) {
  alfa[m, ] <- arima(main$x[(menindex[ciklas[1]]):(menindex[m] - 1)],
                    order = c(12, 0, 0), include.mean = F)$coef
}
for (m in (ciklas[2] + 2):ciklas[3]) {
  alfa[m, ] <- arima(main$x[(menindex[ciklas[2]]):(menindex[m] - 1)],
                    order = c(12, 0, 0), include.mean = F)$coef
}

```

```

for (m in (ciklas[3] + 4):ciklas[4]) {
  alfa[m, ] <- arima(main$x[(menindex[ciklas[3]]):(menindex[m] - 1)],
                    order = c(12, 0, 0), include.mean = F)$coef
}
pred <- numeric(n)
pred[1:12] <- NA
for (i in 13:n) {
  pred[i] <- alfa[main$mennum[i],] * main$x[(i - 1):(i - 12)]
}

sqrt(mean((pred - main$x) ^ 2, na.rm = T))

# Liekamųjų paklaidų normalumo tikrinimas (N = {1:4}, žymi ciklo numerį):
fit <- arima(dalisN$x, order = c(12, 0, 0))
shapiro.test(residuals(fit))

# Liekanų homoskedastiškumo tikrinimas:
arch.test(fit)

# Baltojo triukšmo hipotezės tikrinimas:
checkresiduals(fit)

```

(c) III skaidymo metodas

```

# Alpha ir sigma parametrų įverčiai (N = {1:6}, žymi ciklo numerį):
alfa <- numeric(12)
fit <- arima(dalis2N$x, order = c(12, 0, 0), include.mean = F)
alfa <- fit$coef
se <- sqrt(diag(fit$var.coef))
pv <- 2 * pnorm(abs(alfa) / se, lower.tail = F)
cbind(alfa, se, pv)
sqrt(fit$sigma2)

# MSFE reikšmė:
predg <- numeric(n)
predg[1:12] <- NA

# 1 periodas:
m1 <- 2
m2 <- main$mennum[pts[1] - 1]
param <- matrix(0, nrow = m2, ncol = 12)
for (m in m1:m2) {
  param[m, ] <- arima(main$x[1:(menindex[m] - 1)],
                    order = c(12, 0, 0))$coef[1:12]
}
for (i in 13:(pts[1] - 1)) {
  predg[i] <- param[main$mennum[i], ] * main$x[(i - 1):(i - 12)]
}

# 2 periodas:
m1 <- main$mennum[pts[1]] + 1
m2 <- main$mennum[pts[2] - 1]
param <- matrix(0, nrow = m2, ncol = 12)
for (m in m1:m2) {
  param[m, ] <- arima(main$x[pts[1]:(menindex[m] - 1)],

```

```

        order = c(12, 0, 0), include.mean = F)$coef[1:12]
    }
    for (i in pts[1):(pts[2] - 1)) {
        predg[i] <- param[main$mennum[i], ] * main$x[(i - 1):(i - 12)]
    }

    # 3 periodas:
    m1 <- main$mennum[pts[2]] + 1
    m2 <- main$mennum[pts[3] - 1]
    param <- matrix(0, nrow = m2, ncol = 12)
    for (m in m1:m2) {
        param[m, ] <- arima(main$x[pts[2):(menindex[m] - 1)],
                           order = c(12, 0, 0))$coef[1:12]
    }
    for (i in pts[2):(pts[3] - 1)) {
        predg[i] <- param[main$mennum[i], ] * main$x[(i - 1):(i - 12)]
    }

    # 4 periodas:
    m1 <- main$mennum[pts[3]] + 1
    m2 <- main$mennum[pts[4] - 1]
    param <- matrix(0, nrow = m2, ncol = 12)
    for (m in m1:m2) {
        param[m, ] <- arima(main$x[pts[3):(menindex[m] - 1)],
                           order = c(12, 0, 0))$coef[1:12]
    }
    for (i in pts[3):(pts[4] - 1)) {
        predg[i] <- param[main$mennum[i], ] * main$x[(i - 1):(i - 12)]
    }

    # 5 periodas:
    m1 <- main$mennum[pts[4]] + 1
    m2 <- main$mennum[pts[5] - 1]
    param <- matrix(0, nrow = m2, ncol = 12)
    for (m in m1:m2) {
        param[m, ] <- arima(main$x[pts[4):(menindex[m] - 1)],
                           order = c(12, 0, 0))$coef[1:12]
    }
    for (i in pts[4):(pts[5] - 1)) {
        predg[i] <- param[main$mennum[i], ] * main$x[(i - 1):(i - 12)]
    }

    # 6 periodas:
    m1 <- main$mennum[pts[5]] + 1
    m2 <- main$mennum[n]
    param <- matrix(0, nrow = m2, ncol = 12)
    for (m in m1:m2) {
        param[m, ] <- arima(main$x[pts[5):(menindex[m] - 1)],
                           order = c(12, 0, 0))$coef[1:12]
    }

    sqrt(mean((predg - main$x) ^ 2, na.rm = T))

```

5. ARMA (12, 0) - GARCH (1, 1)

```

# Modelio sukūrimas:
library(rugarch)
sp <-
  ugarchspec(
    variance.model = list(model = "sGARCH", garchOrder = c(1, 1)),
    mean.model = list(armaOrder = c(12, 0), include.mean = F)
  )
fit <- ugarchfit(
  spec = sp,
  data = main$x[2:n],
  solver.control = list(trace = 0),
  ut.sample = 0
)

# Alpha parametrų įverčiai:
cf <- coef(fit)
se <- sqrt(diag(vcov(fit)))
pv <- 2 * pnorm(abs(cf) / se, lower.tail = F)
round(cbind(cf, se, pv), 3)

# MSFE reikšmė:
alfagar <- matrix(0, nrow = menesiu, ncol = 12)
for (m in 2:menesiu) {
  fit <- ugarchfit(
    spec = sp,
    data = main$x[2:(menindex[m] - 1)],
    solver.control = list(trace = 0),
    ut.sample = 0
  )
  if (convergence(fit) == 0)
    alfagar[m, ] <- coef(fit)[1:12]
  cat("m= ", m, " done\n")
}
predgar <- numeric(n)
predgar[1:12] <- NA
for (i in 13:n) {
  predgar[i] <- alfagar[main$mennum[i], ] * main$x[(i - 1):(i - 12)]
}

sqrt(mean((predgar - main$x) ^ 2, na.rm = T))

```

Čia:

- menesiu - žymi bendrą mėnesių skaičių laiko eilutėje;
- menindex - žymi eilutės, kurioje prasideda kiekvienas naujas mėnesis, numerį;
- mennum - žymi mėnesio numerį laiko eilutėje;
- x - valiutų kurso logaritminės grąžos laiko eilutė;
- y - egzogeninio kintamojo laiko eilutė;
- main - valiutų kurso duomenų rinkinys.