

Vilniaus universitetas  
Fizikos fakultetas  
Cheminės fizikos institutas

Jonas Markevičius

ELEKTROSTATINIO ELEKTROS ENERGIJOS GENERATORIAUS SU SPIRALINIŲ  
KONDENSATORIUMI TYRIMAS

Magistrantūros studijų baigiamasis darbas

Optoelektronikos medžiagos ir technologijos  
studijų programa

Studentas

Jonas Markevičius

Leista ginti

2021-05-20

Darbo vadovas

dr. Liudas Tumonis

Recenzentas

doc. Mindaugas Viliūnas

Instituto direktorius

prof. Valdas Šablinskas

Vilnius 2021

# Turinys

Įvadas .....	3
1 Elektrostatinis generatorius .....	4
1.1 Atsinaujinantys energijos šaltiniai .....	4
1.2 Elektros generatorių rūšys .....	5
1.3 Elektrostatinio generatoriaus veikimo principai .....	12
1.3.1 Kondensatorius. Sandara .....	12
1.3.2 Generatoriaus veikimo režimai.....	15
1.3.2.1 Pastovaus krūvio režimas .....	16
1.3.2.2 Pastovios įtampos režimas.....	17
1.3.2.3 Pastovaus krūvio ir pastovios įtampos režimų palyginimas .....	18
1.3.3 Energijos transformavimo būdai .....	19
1.3.3.1 Pastovios įtampos režimo galios elektronika .....	20
1.3.3.2 Pastovaus krūvio režimo galios elektronika.....	21
1.3.4 Parazitinė talpa.....	22
1.3.5 Rezonansas. RLC grandinė. Apkrovos varža .....	23
1.3.6 Mechaninės energijos vertimas į elektros energiją .....	24
1.3.7 Generatoriaus galios ir naudingumo koeficiento priklausomybė nuo konstrukcinių bei darbinių dydžių .....	26
2 Elektrostatinio generatoriaus modeliavimas ir charakterizavimas .....	27
2.1 Spiralinis kondensatorius .....	27
2.1.1 Ekscentriškas cilindrinis kondensatorius su dielektriniu sluoksniu .....	28
2.1.2 Daugiažiedžio kondensatoriaus artinys spiralinio kondensatoriaus talpai rasti.....	32
2.1.3 Spiralinio kondensatoriaus geometrinis modelis ir talpa .....	37
2.1.4 Elektrostatinio generatoriaus elektrinių savybių charakterizavimas.....	41
2.1.5 Pagaminto elektrostatinio generatoriaus su spiraliniu kondensatoriumi elektrinių parametrų tyrimas .....	46
Išvados .....	48
Literatūros sąrašas .....	49
Santrauka .....	52
Summary .....	53
Priedas Nr. 1. ....	54
Priedas Nr. 2. ....	55

# Įvadas

Didėjant vartotojiškumui sparčiai auga ir energijos poreikis, o jos gamyboje vis dar dominuoja aplinką teršiantys metodai, skatinantys globalinį atšilimą, ledynų tirpimą bei sukeltą įvairius sveikatos sutrikimus. Šių problemų išvengiama naudojant atsinaujinančios energijos technologijas, pavyzdžiui, vėjo, vandens, saulės ar biodujų, bet jos dar nėra pakankamai gerai išvystytos, t.y. turi nedidelį naudingumo koeficientą, dideles veikimo sąnaudas bei yra brangesnės lyginant su aplinką teršiančiais metodais [1].

Viena iš potencialių alternatyvų minėtiems elektros gamybos būdams – elektrostatinis elektros generatorius. Tokie generatoriai jau naudojami MEMS (mikroelektromechaninėse sistemose) ir elektriniuose prietaisuose, kuriuose elektros energijos tiekimas negalimas laidiniu būdu, o galios poreikis neviršija mW eilės. Nors kol kas tai dar pakankamai mažai ištyrinėtas prietaisas ir dar nėra sukurta šio tipo generatorių, gaminančių didesnes nei W eilės galias, generatoriaus prijungimas į didelės galios tinklus jau yra teoriškai aprašytas ir pagrįstas, o atlikti tyrimai teikia vilčių [2]. Tokių prietaisų galios tankis yra mažesnis lyginant su klasikiniais – elektromagnetiniais, bet jų gamyba yra ženkliai pigesnė, nes nenaudojami retieji metalai, o ir medžiagų apdirbimas yra paprastesnis [3].

Elektrostatiiniu pagrindu veikiančio generatoriaus esminė dalis – kintamos talpos kondensatorius. Norint pagaminti gerus rezultatus duodantį tokio tipo kondensatorių, pirmiausia reikia išnagrinėti jame vykstančius fizikinius reiškinius, apibrėžti geometrinius parametrus, parinkti tinkamas medžiagas bei apskaičiuoti reikiamus fizikinius dydžius. Tokiam generatoriui panaudojant kintamos talpos spiralinį kondensatorių, reikia aprašyti jo talpos kitimą ir sukūrus valdymo elektrinę grandinę apskaičiuoti jo įtampos kitimą bei kuriamą galią. Atalitiškai apskaičiuotiems fizikiniams dydžiams patikrinti ir palyginti, reikia sukurti baigtinių elementų metodu paremtą skaitmeninę simuliaciją, tuomet rezultatai gali būti palyginti, o tada galima apibrėžti gaminamo bandinio geometrinius ir elektrinius parametrus.

Taigi, šio darbo tikslas: aprašyti spiralinio kondensatoriaus talpos kitimą ir sukurti bei ištirti elektrostatinio generatoriaus elektroniką. Šiam darbo tikslui pasiekti išsikelti uždaviniai: atlikti išsamią literatūros apžvalgą, aprašyti talpos kitimą ir tai lemiančius reiškinius bei patikrinti gautus rezultatus baigtinių elementų metodo skaitmenine simuliacija, sukurti elektrostatinio generatoriaus elektroniką ir įvertinti įtampos pokytį bei kuriamą galią.

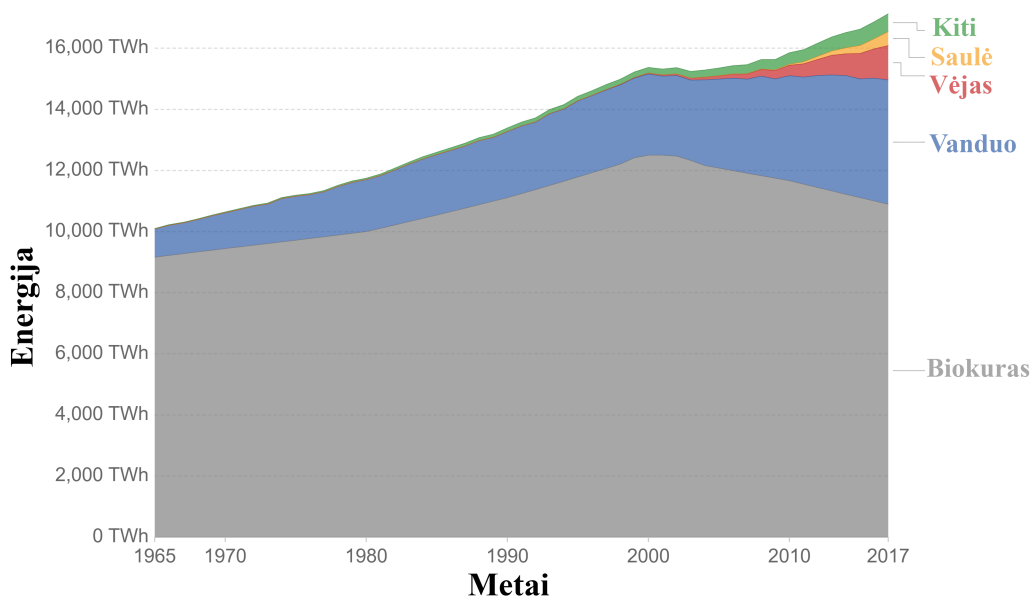
# 1 Elektrostatinis generatorius

Norint gerai suprasti elektrostatinio generatoriaus veikimą, privalu išnagrinėti jame vykstančius fizikinius dėsnius, sandarą, išsiaiškinti kokiomis sąlygomis ir kokias galias galima išgauti. Taip pat svarbu palyginti su kitų rūšių generatoriais, tam, kad būtų žinomi jo privalumai bei trūkumai. Taip ištyrus šį prietaisą yra daug lengviau kurti generatoriaus prototipą bei pritaikyti konkrečioms elektriniams imtuvams.

Taigi šiame skyriuje yra apžvelgiami energijos gamyba iš atsinaujinančių išteklių, elektros generatorių rūšys ir elektrostatinio elektros generatoriaus veikimo principai.

## 1.1 Atsinaujinantys energijos šaltiniai

Atsinaujinantys energijos šaltiniai (ištekliai) sutinkami gamtoje, kurių atsinaujinimą nulemia gamtos vyksmai tokie kaip: saulės šviesa, vėjas, upių srovės, jūrų bangavimas bei potvyniai ir atoslūgiai, biomasė ir geoterminė energija. Beveik visų šių išteklių šaltinis yra saulės energija. Paskutiniu metu neatsinaujinančių ir aplinką teršiančių išteklių energijos gavyba yra mažinama, pakeičiant juos į mažiau aplinkai kenksmingus išteklius (1 pav.).



1 pav. Įvairių energijos šaltinių sąnaudos nuo 1965 iki 2017 metų. Pritaikyta pagal [4].

Saulės energija – tai energija, gaunama iš saulėje vykstančios branduolių sintezės reakcijos, kurios metu išsiskiria milžiniškas energijos kiekis  $\sim 384,6$  YW, kurio dalis pasiekia Žemės paviršių  $\sim 1$  kW/m<sup>2</sup>. Matomoji šviesa ir UV spinduliuotė fotoelektriniuose elektros šaltiniuose yra panaudojama elektrai gaminti. Šiuo metu didžiausias pasiektas saulės elementų naudingumo koeficientas siekia net 47 % [5]. Šiuo metu daugiausia naudojamos puslaidininkinės saulės celės, pagamintos silicio pagrindu, tačiau sparčiai tobulėja ir organiniai puslaidininkiai. Į celę patekusi

šviesa (fotonas), kuri yra didesnės energijos nei puslaidininkio draustinės energijos tarpas, sukuria laisvuosius krūvininkus ar eksitonus (neutrali kvazidalelė, sudaryta iš elektrono ir skylės). Prijungus išorinį elektrinį lauką, šie krūvininkai yra ištraukiami ir kaupiami baterijose [6].

Biomasės energiją galima išgauti ją paverčiant degiomis biodujomis, kuomet organinės atliekos (gyvulinės ar augalinės kilmės, kanalizacijos nuotekos, pramonės atliekos) yra skaidomos mikroorganizmų bedeguonėje aplinkoje ir susidaro anglies dvideginis bei metanas. Metano dujos ar net pati biomasė yra deginama šiluminėse jėgainėse, kuriose gaminama šiluma arba elektros energija. Kadangi biomasė ar biodujos gaminasi natūraliai, net ir neperdirbus jėgainėje, tai vis tiek teršia atmosferą, todėl svarbu išgauti mažiau kitų degių gamtinių išteklių, kad būtų sumažinta teršalų emisija [7].

Geoterminė energija – tai mažai aplinką teršianti energija, kuriama Žemės vidiniuose sluoksniuose vykstačiu radioktyvaus skilimo metu gaunama šiluma. Tuomet gręžinyje yra šildomas vanduo ir pumpuojamas į geoterminę jėgainę, kurioje gali būti gaminama elektros energija arba šiluma [8].

Vėjo, upių tėkmės bei vandenynų bangų energijos gamyba yra panaši tuo, kad mechaninė energija yra verčiama elektros energija. Vandens bangų bei potvynių – atoslūgių elektrinės dar pakankamai mažai paplitusios ir gamina palyginus nedidelius kiekius elektros energijos. Taip yra dėl to, kad šios jėgainės yra apribotos geografinės vietovės, taip pat jų įrengimo kaina ir pagamintos energijos kiekio santykis yra didesnis nei kitų elektrinių [9].

Iš atsinaujinančių energijos šaltinių labiausiai paplitusios vėjo jėgainės, kurios yra mažiau apribotos geografinė padėtimi, tačiau jų kainos ir pagamintos elektros santykis yra konkurencingas lyginant su kitomis rūšimis. Vėjo elektrinės gamina elektros energiją ir esant nedideliam vėjui ir yra tinkamos naudoti visame pasaulyje. Šis energijos gavybos būdas yra tinkamas ir vienam namų ūkiui ir didelėms jėgainėms. Didžiausi trūkumai: teršia kraštovaizdį, didina garso taršą ir gali sužaloti paukščius [10].

## 1.2 Elektros generatorių rūšys

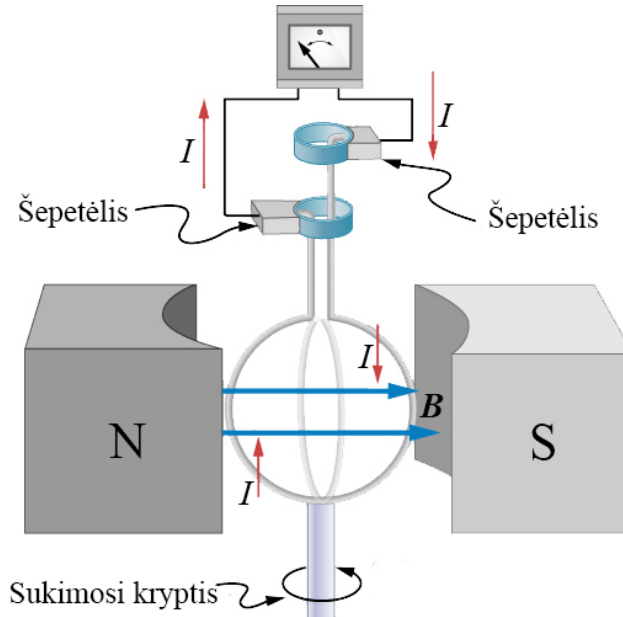
Šiame poskyryje yra aptarti generatoriai, kurie mechaninę energiją verčia į elektros energiją. Juos galima suskirstyti į elektromagnetinius, pjezoelektrinius, triboelektrinius ir elektrostatišnius.

### Elektromagnetiniai generatoriai (EMG)

Tai labiausiai paplitęs ir pirmasis naudoti pradėtas elektros generatorius. Jo veikimo principas pagrįstas elektromagnetine indukcija: magnetinio lauko srauto, kertančio kontūrą, kitimas laike sukelia jame elektrovaros jėgą ir kontūru ima tekėti elektros srovė (2 pav.). Elektrovarą tokia generatoriuje aprašo Faradėjaus dėsnis [6]:

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}, \quad (1)$$

kur  $\varepsilon$  – elektrovaros jėga (V),  $N$  – vijų skaičius,  $\Phi$  – magnetinis srautas (Wb),  $t$  – laikas (s).

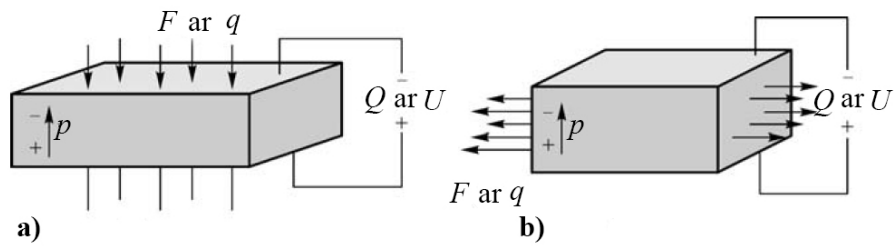


2 pav. Elektromagnetinio generatoriaus veikimo principas, kur N ir S magneto poliai,  $I$  – srovės stipris,  $B$  – magnetinė indukcija. Pritaikyta pagal [6].

EMG yra pritaikyti gaminant nuo mažos  $\mu\text{W}$  iki didelės MW galios elektros energiją. Jie yra patvarūs, pasižymintys ilgu tarnavimo laiku, kuria dideles elektros sroves, jų veikimui nereikia išorinio maitinimo šaltinio, galima gaminti tiek kintamą, tiek ir nuolatinę el. srovę. Nors ir šiai dienai EMG yra labiausiai paplitę, tačiau turi ir trūkumų. Norint užtikrinti jų pastovią srovę reikia palaikyti vienodą sukimosi dažnį, lyginant su kitų rūšių generatoriais kuriama įtampa yra mažesnė, mažas naudingumo koeficientas prie mažų sukimosi dažnių. Taip pat gaminant šiuos generatorius yra panaudojami retieji metalai tokie kaip neodimis (Nd), samaris (Sm), o jų pagrindinė tiekėja – Kinija, todėl daugelyje šalių ieškoma būdų, kaip išvengti priklausomybės nuo vieno tiekėjo [11]. Taip pat EMG tinkamam sukimosi greičiui reguliuoti panaudojamos mechaninės pavaros ir guoliai, kurie laikui bėgant genda.

### Pjezoelektriniai generatoriai

Kitas ganėtinai retai didelės galios generatoriuose naudojamas prietaisas, kuris panaudoja pjezo kristalą aukštai įtampai išgauti. Kol kas tokie generatoriai naudojami mažos vidutinės galios ( $\mu\text{W}$  eilės) įrenginiuose, pvz.: žiebtuvėlio liepsnai įžiebti. Pjezoelektriniai kristalai paveikiami įtempių (tempiami ar suspaudžiami) gali generuoti elektros energiją ir atvirkščiai (3 pav.). Šis reiškinys pasireiškia natūraliuose kristaluose, pav., kvarce, dirbtinai poliarizuotose sintetinėse keramikose ir kai kuriuose polimeruose. [12]



3 pav. Pjezo kristalo poliarizavimo būdai. a) gniuždant, b) tempiant. Pritaikyta pagal [12].

Pjezoelektriniame kristale atsiradęs krūvis yra proporcingas jį veikiančiai jėgai [13]:

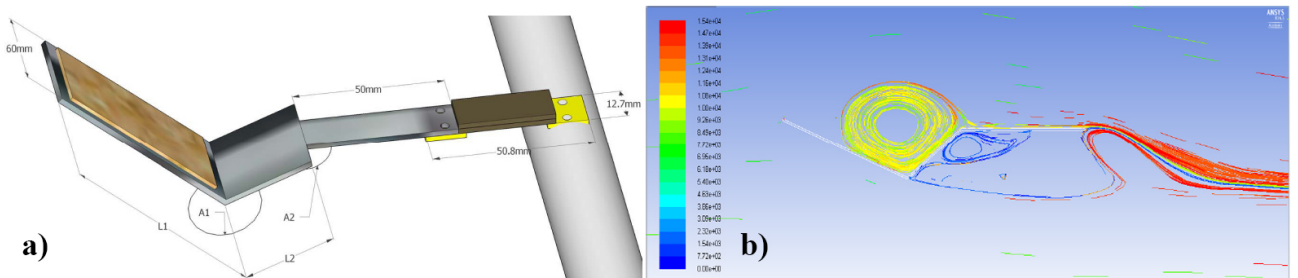
$$Q_a = d_{mn} \cdot F_a, \quad (2)$$

kur  $Q$  – generuotas krūvis (C), a indeksas – kristalografinė ašis,  $d_{mn}$  – pjezoelektrinis koeficientas išilgai statmenų kristalo pjūvių ašių (C/N),  $F$  – jėga (N). Pridėjus prie kristalo elektrodus iš abiejų pusių, gaunamas kondensatorius, kurio elektrinė talpa  $C$  (F), o elektros įtampa  $U$  (V) tarp elektrodų apskaičiuojama:

$$U = \frac{Q_a}{C} = \frac{d_{mn}}{C} \cdot F_a = \frac{d_{mn} \cdot l}{\varepsilon \varepsilon_0 \cdot S} \cdot F_a, \quad (3)$$

kur  $l$  – atstumas tarp elektrodų (m),  $S$  – elektrodų persidengimo plotas ( $m^2$ ),  $\varepsilon$  – santykinė dialektrinė skvarba, o  $\varepsilon_0$  – elektrinė konstanta.

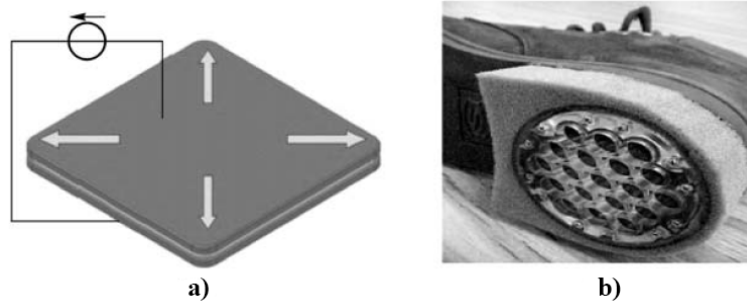
Kadangi, kristalų deformacijos nėra didelės, todėl yra sudėtinga pagaminti generatorių panaudojant turbiną, tačiau patogiau panaudoti svyruojantį įrenginį, kuris pučiant vėjui švytuoja ir lanksto pjezokristalą [14]. Toks vėjo generatorius kuria mW eilės galią, kai vėjo greitis 10 m/s (4 pav., a). Eksperimentiniu būdu buvo nustatyti šio generatoriaus plokštelių kampai, kuriems esant dėl susidariusių sukurinių oro srovių ir skirtingose plokštelės pusėse esančių aukšto ir žemo oro slėgio sričių plokštelė vibruoja didžiausia amplitudė ir dažniu (4 pav., b).



4 pav. a) Vėjo generatoriaus prototipas panaudojant pjezokristalą (tamsiai ruda), b) ši generatorių aptekančio oro srautai. Pritaikyta pagal [14].

Taip pat verta paminėti generatorius panaudojant elastomerines medžiagas, kurios yra tamprios (gali deformuotis žymiai daugiau, nei kietos pjezoelektrinės medžiagos) ir jas deformuojant

taip pat yra gaminama elektros energija. (5 pav., a) Tokio generatoriaus pavyzdys yra generatorius įtaisytas į bato kulną (5 pav., b) [15].



5 pav. Elastomerinis generatorius. a) veikimo principas, b) generatoriaus prototipas [15].

Pjezoelektriniai generatoriai nors ir generuoja aukštą įtampą, turi didelę elektrinę talpą ir yra lengvai miniatiūrizuojami, tačiau jų platesnį panaudojimą stabdo brangi pjezo medžiaga, kuriama maža galia ir trumpas tarnavimo laikas. Ateityje ištobulinius šiuos generatorius, jie bus panaudojami bevielių jutiklių ir siūstuvų elektros energijos aprūpinimu imdami aplinkos triukšmo virpesius [16].

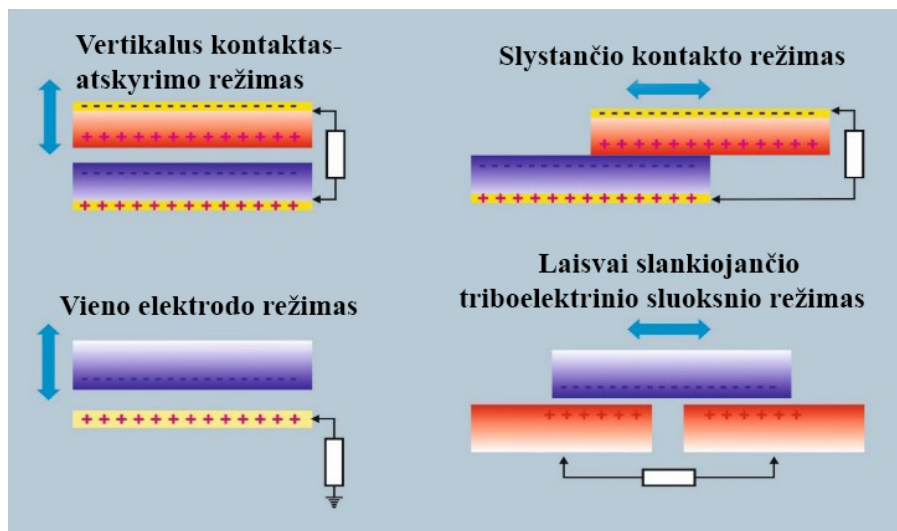
### Triboelektriniai generatoriai

Šiuo metu itin tobulinami triboelektriniai generatoriai. Triboelektrinis (graikiškai trības – trintis) efektas – tai procesas, kuomet elektrinis krūvis juda iš vienos medžiagos į kitos paviršių, tuo metu kai jos susiliečia. Tai galima pavadinti kontaktiniu įelektrinimu (angl. *contact electrification*), kai kūnas turintis krūvį įelektrina kitą, atiduodamas savo krūvininkus. Tuomet abu kūnai yra įelektrinti ir jų krūviai yra lygus, bet priešingų ženklų. Geriausias pavyzdys tokių medžiagų: stiklas ir šilkas, guma ir kailis, celofanas ir polivinilchloridas. Šio reiškinio stiprumas priklauso ne tik nuo medžiagų kontaktinio potencialų skirtumo, bet ir nuo aplinkos veiksnių: drėgmės, temperatūros, paviršių šiurkštumo. Šis reiškinys atsiranda ne nuo trinties, kaip tai buvo manoma anksčiau, o dėl sąlyčio su skirtingų medžiagų paviršiais, turinčiais skirtingus Fermi lygmenis. Trintis priverčia susiliesti nelygiems paviršiams trynimo metu, taip krūvininkai gali lengviau judėti tarp medžiagų [17].

Triboelektrinis generatorius gali veikti keliais režimais pavaizduotais (6 pav.) [18]. Vertikalus kontaktų atskyrimo režimas: ant dviejų elektrodų padengus skirtingų medžiagų dielektrinius sluoksnius ir juos suglaudus, priverčia sukaupti priešingą krūvį. Kai dielektrikai yra atskiriami, susikuria potencialų skirtumas, o prijungus abu elektrodus prie apkrovos varžos, laisvieji elektronai teka į kitą elektrodą ir taip sukuriama elektros srovė.

Slystančio kontakto režimas: veikimas toks pat kaip ir vertikalaus kontaktų atskyrimo režime, tik judėjimas vyksta horizontaliai.





6 pav. Triboelektrinio generatoriaus veikimo režimai. Pritaikyta pagal [18].

Vieno elektrodo režimas: elektrodas yra įžeminamas per apkrovos varžą, o įelektrintas dielektrikas, keisdamas atstumą tarp savęs ir elektrodo perskirsto jame krūvininkus, taip atsiranda elektros srovė.

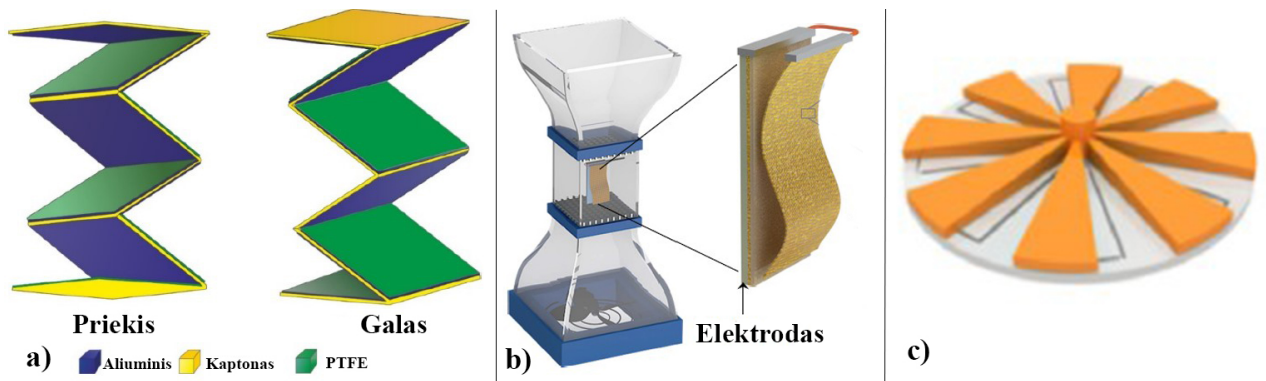
Laisvai slankiojančio triboelektrinio sluoksnio režimas: kai yra du vienodi elektrodai sujungti per apkrovos varžą, o kitas laisvai slankioja virš jų, tai priartėjęs prie bet kurio elektrodo, juose sukuria krūvininkų persiorientavimą, tuomet atsiranda elektros srovė.

Keli neįprasti triboelektriniai nano generatoriai (TENG) pavaizduoti (7 pav.). Sulankstomo tipo TENG (7 pav., a) sudarytas iš trijų sluoksnių: kaptono, aliuminio ir PTFE (teflonas). Šio generatoriaus matmenys 3,8 cm x 3,8 cm x 0,95 cm, veikiant bandinį 400 N deformacijos jėga 5 Hz dažniu, gauti momentiniai vertės: trumpojo jungimo srovė siekia 0,65 mA, atviros grandinės įtampa – 215 V, o galios tankis – 10,24 mW/cm<sup>3</sup>. Šio prietaiso privalumai: lengvas (7 g), lankstus, lengvai pagaminamas, įmanoma integruoti į drabužius. Kitas plazdenančios vėlevėlės principu veikiantis generatorius pavaizduotas (7 pav., b). Pučiant iš apačios oro srautui yra judinamas lankstus elektrodas. Keičiantis sąlyčio plotui tarp abiejų elektrodų yra generuojama elektros srovė. Šis generatorius prie 22 m/s vėjo greičio generavo 250 V ir 70 μA, o vidutinis galios tankis – 0,86 mW/cm<sup>3</sup>. (7 pav., c) parodytas klasikinis sukamojo judesio generatorius, jo kūrėjai teigia išgavę 2,13 mW galią. Šiame darbe taip pat buvo kuriami rotorai su skirtingais polių kiekiais ir geriausius rezultatus pademonstravo 16 polių generatorius [19].

Nors TENG prietaisai yra pigiai pagaminami, generuoja aukštą įtampą, tačiau jų kuriama galia nėra didelė. Taip pat dėl judančių, besitrinančių, ar besilankstančių dalių nukenčia jų tarnavimo trukmė.

### Elektrostatiniai generatoriai

Vieni iš perspektyviausių ir dar mažai ištyrinėtų elektros generavimo prietaisų yra elektrostatiniai generatoriai. Jie unikalūs tuo, kad kuriama elektros energija gaunama kintant kon-



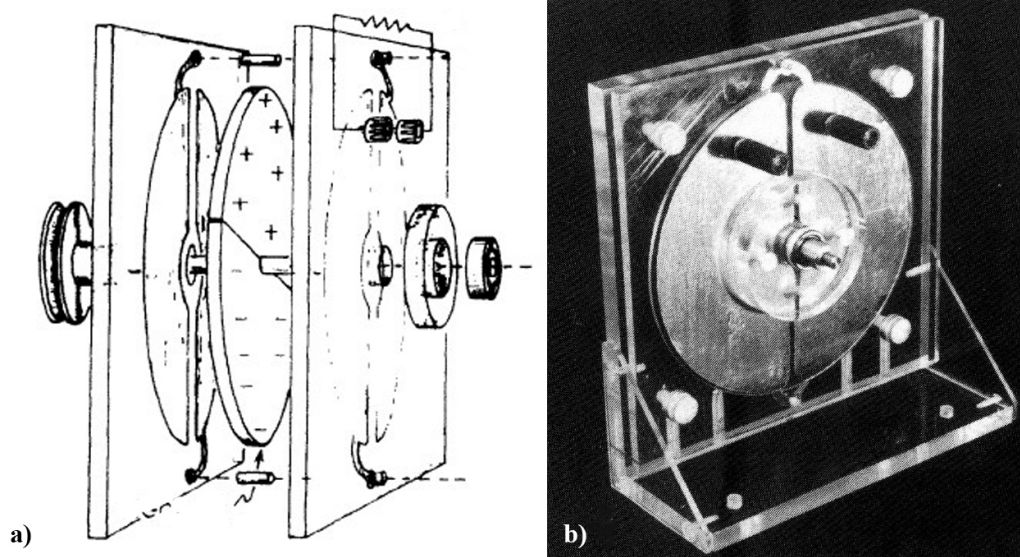
7 pav. TENG prototipai: a) sulankstomas generatorius, b) plazdenimo principu veikiantis generatorius, c) sukimosi principu veikiantis generatorius. Pritaikyta pagal: a) – [20], b) – [21], c) – [19].

densatoriaus talpai, kuri kinta keičiant atstumą tarp jo plokštelių ar jas deformuojant išorinės jėgos pagalba. Nors šiuo metu gaminami elektrostatiniai generatoriai kuria mW eilės galias [16], tačiau yra teoriškai išnagrinėti ir dideliai kW eilės galiai gaminti [3]. Šios rūšies generatoriai skirstomi į elektretinius ir beelektretinius. Elektretiniai generatoriai skiriasi tuo, kad juose elektriniam laukui tarp kondensatoriaus plokštumų sukurti, panaudojamas elektretas (medžiaga, kuri panašiai kaip magnetas išlaiko magnetinį lauką, tai elektretas išlaiko elektrinį lauką). Tokiuose prietaisuose dažniausiai viena kondensatoriaus plokštelė padengiama elektretu.

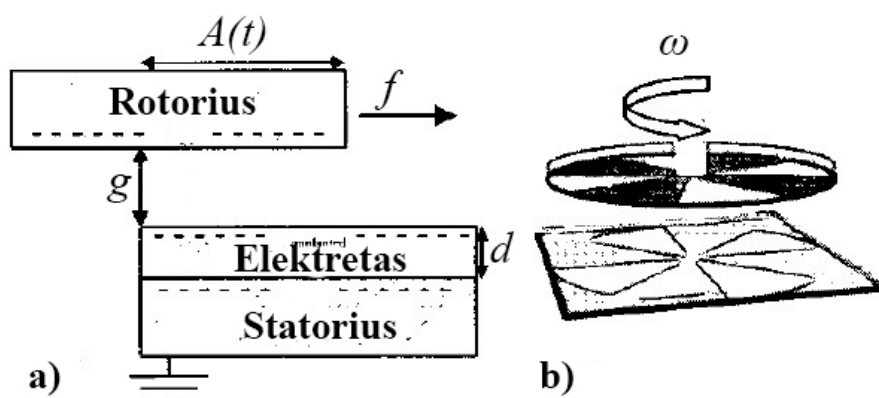
Pirmasis prototipas panaudojant elektretą buvo sukurtas 1974 metais. Generatorius sudarytas iš dviejų besisukančių pusapskritimių elektrete ir dviejų pusapskritimių metalinėje plokštelėje įtvirtintų stacionarių (8 pav., a). Šis prototipas sukdamasis 6000 *aps./min* greičiu, kuria 500 V įtampą ir 2,5 mW galią. Prototipas pavaizduotas 8 pav., b). Vėliau panaudojus panašios sandaros generatorių ir pagaminus jam itin spartų variklį bei valdymo elektroniką ir išsukus iki  $10^6$  *aps./min* generavo didžiausią 30,4 W galią [22].

Technologijoms žengiant į priekį yra svarbu mažinti prietaisų matmenis ir aprūpinti juos elektros energija lokaliai, t.y. bevieliu būdu, imant elektrą iš aplinkos miniatiūriniais prietaisais. Toks prototipas pademonstruotas 2003 metais, kurio statoriaus diametras yra 4 mm ir kuria 25  $\mu$ W galią sukant 4170 *aps./min* (9 pav.) [24]. Tai buvo pradžia kuriant mažo dydžio generatorius.

Tobulinant šių prietaisų sandarą, sukurti ir švytuokliniai generatoriai, kurie tapo panaudojami ir lengvai įmontuojami į MEMS (mikroelektromechaninė sistema) prietaisus [25]. Jų privalumas – gauna mechaninę energiją iš aplinkos virpesių, kuriuos paverčia elektros energija. Veikimo principas parodytas 10 pav., a). Ant plono strypelio ar plokštelės, kuris viename gale įtvirtintas nejudamai, o kitame gale pritvirtintas svarelis, veikiamas mechaninių virpesių ima svyruoti. Svyruodamas strypelis keičia atstumą tarp kito elektrodo, o dėl to keičiasi sistemos talpa. Pademonstruotas prototipas 10 pav., b), kurio ilgis 4 cm, o galia 10  $\mu$ W panaudojus 1 g svarelį.



8 pav. Pirmasis elektrostatinis generatorius panaudojant elektretą. a) generatoriaus schema, b) pagamintas prototipas. Pritaikyta pagal [23].

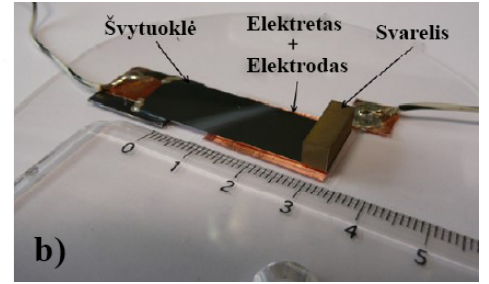
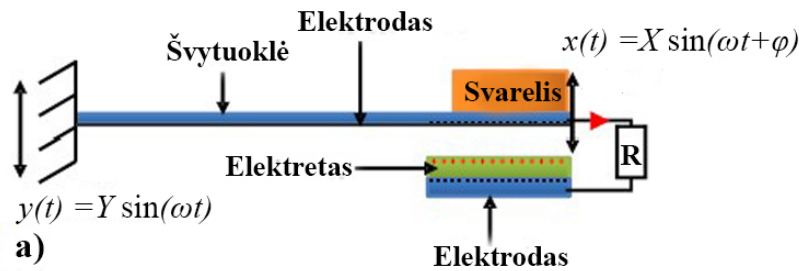


9 pav. Pirmasis mažo dydžio elektretinis generatorius. a) generatoriaus struktūra, b) prototipas. Pritaikyta pagal [24].

Pagrindinis elektretinių generatorių trūkumas – elektretas laikui bėgant išsielektina, todėl šio tipo prietaisai nėra ilgą laiką. Be elektreto veikianatys elektrostatiniai generatoriai yra panašių parametų, sandaros ir veikimo principo kaip ir su elektretu. Jų veikimui būtinas išorinis maitinimo šaltinis, kad aktyvusis elementas (kondensatorius) būtų įkraunamas.

Elektrostatiniai generatoriai kuria aukštą įtampą, kondensatoriaus storio mažinimas padidina jo talpą bei elektrinio lauko stiprį, o tai padidina išėjimo galią. Taip pat turi aukštą energijos keitimo koeficientą, kuris gali būti reguliuojamas, o gamyba yra pigi ir nereikia naudoti retųjų metalų ar kitų brangių medžiagų. Tačiau jų panaudojimą apsunkina jų elektroninėje grandinėje sukuriama parazitinė talpa, kurios sumažina galią, nes yra palyginamos su generatoriaus kondensatoriaus talpa.

Plačiau apie elektrostinių generatorių veikimą parašyta 1.3 poskyryje.



10 pav. Švytuoklės principu veikiantis elektretinis generatorius. a) veikimo schema, b) pagamintas prototipas. Pritaikyta pagal [25].

### 1.3 Elektrostatinio generatoriaus veikimo principai

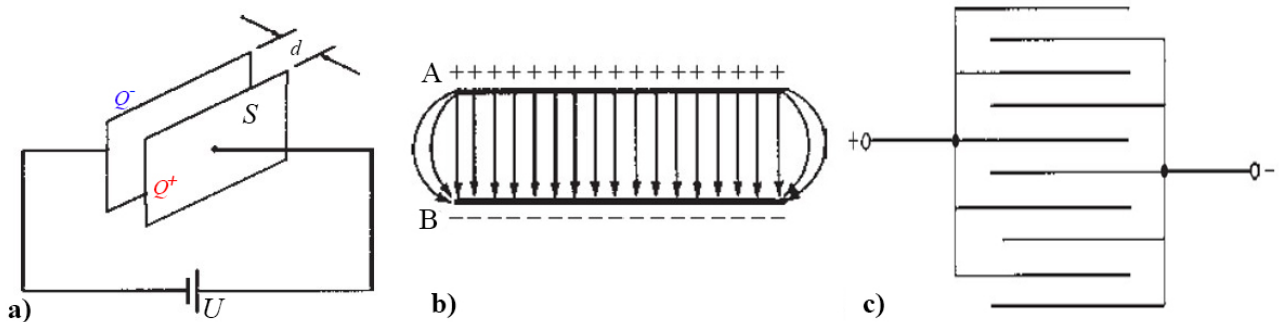
Elektrostatiniai generatoriai turi talpinę struktūrą, kuri paprasčiausiu atveju yra dvi plokštelių atskirtos bet koku dielektriku. Plokštelių santykinis poslinkis tarp jų keičia talpą, o dėl to keičiasi elektros krūvininkų kiekis.

#### 1.3.1 Kondensatorius. Sandara

Kondensatorius – tai prietaisas, sudarytas iš dviejų elektrai laidžių plokštelių atskirtų dielektriku, skirtas kaupti elektros energiją. Prie plokštelių prijungus įtampą, tarp jų susidaro elektrinis laukas pavaizduotas 11 pav., b). Elektrinio lauko stipris išreiškiamas:

$$E = \frac{U}{d}, \quad (4)$$

matavimo vienetas – (V/m), kur  $U$  – įtampa (V), o  $d$  – atstumas tarp plokštelių (m). Kondensatorius



11 pav. Kondensatorius. a) kondensatoriaus brėžinys b) elektrinio lauko linijos tarp kondensatoriaus plokštelių, c) lygiagrečių plokštelių kondensatorius. Pritaikyta pagal [6].

satorius prijungtas prie elektros šaltinio savo plokštelėse sukaupia krūvį  $Q$ , kurio kiekis abejose plokštelėse vienodas, tik priešingų ženklų (11 pav., a), o dydis, nusakantis kiek krūvio gali susikaupti plokštelėse esant tam tikram potencialų skirtumui – talpa:

$$C = \frac{Q}{U}, \quad (5)$$

matavimo vienetas – F, kur  $Q$  – krūvis (C), krūvio tankis:

$$\sigma = \frac{Q}{S}, \quad (6)$$

matavimo vienetas – (C/m<sup>2</sup>), o  $S$  – plotas (m<sup>2</sup>). Talpą galima išreikšti ir per kondensatoriaus sandaros parametrus:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}, \quad (7)$$

o lygiagrečių plokštelių kondensatoriui (11 pav., c):

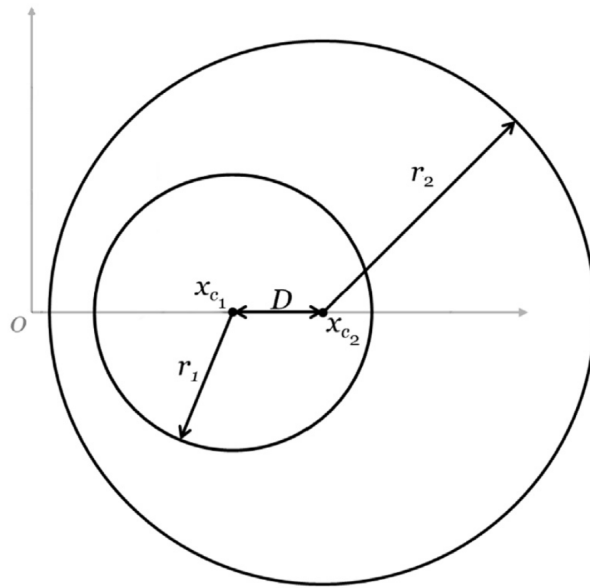
$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S(n-1)}{d}, \quad (8)$$

kur  $\varepsilon$  – santykinė dielektrinė skvarba,  $\varepsilon_0$  – elektrinė konstanta (F m), o  $n$  – vienos pusės plokštelių skaičius.

Taip pat praktikoje naudojami ir cilindriniai kondensatoriai, kurių talpa:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}, \quad (9)$$

kur  $L$  – cilindro ilgis (m),  $r_1$  – vidinio cilindro spindulys (m), o  $r_2$  – išorinio (m) (13 pav., e). Tačiau 9 lygtis tinka tik tada, kai jų centrai sutampa, kitu atveju talpa aprašoma lygtimi [26]:



12 pav. Cilindrinio kondensatoriaus pjūvio vaizdas, kai vidinis cilindras nėra išorinio cilindro centre [26].

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\cosh^{-1}\left(\frac{r_1^2+r_2^2-D^2}{2r_1r_2}\right)} = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\operatorname{acosh}\left(\frac{r_1^2+r_2^2-D^2}{2r_1r_2}\right)}, \quad (10)$$

kur  $D$  – cilindro poslinkis (m),  $x_{e1}$  ir  $x_{e2}$  – cilindro poslinkio koordinatės.

Svarbu paminėti, kad negalima viršyti kondensatoriaus didžiausios leistinos įtampos, nes įvyksta elektros išlydis per dielektriką ir jis yra sugadinamas. Fizikinis dydis apibūdinantis didžiausią leistiną elektrinio lauko stiprį dielektrikui vadinamas dielektriniu stipriu:

$$E_{\max} = \frac{U_{\max}}{d}, \quad (11)$$

kur  $E_{\max}$  dimensija – (V/m), kuris priklauso tik nuo dielektrinės medžiagos. Kondensatoriuje sukaupta energija:

$$W_C = \frac{1}{2}CU^2, \quad (12)$$

o didžiausias energijos tankis gaunamas įstačius (11) ir (7) lygtis:

$$u = \frac{E_{\max}}{V} = \frac{1}{2} \frac{CU_{\max}^2}{V} = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} E_{\max}^2 d^2 \frac{1}{Sd} = \boxed{\frac{1}{2} \varepsilon\varepsilon_0 E_{\max}^2}, \quad (13)$$

kur  $V$  – tūris ( $\text{m}^3$ ). Kai kondensatorius yra patoviai įkraunamas ar iškraunamas ir vieno ciklo trukmė  $t$  (s), tai jo galia:

$$P_C = \frac{W_C}{t} = \frac{1}{2} \frac{CU^2}{t} = \frac{1}{2} CU^2 f, \quad (14)$$

kur  $f$  – dažnis (Hz). Galios tankis:

$$P_D = \frac{1}{2} \varepsilon\varepsilon_0 E^2 f. \quad (15)$$

Taigi, galios tankį galima padidinti naudojant didelės dielektrinės skvarbos dielektriką, ar didesniu dažniu keičiant kondensatoriaus įelektrinimą.

Paprastai generatorių kondensatoriai būna (13 pav.) pavaizduotų formų.

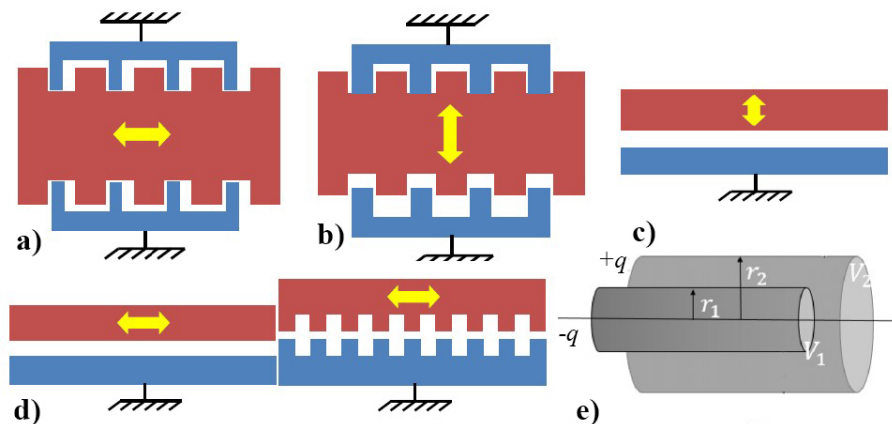
Elektrostatinė jėga veikianti tarp plokštelių išreiškiama pastovaus krūvio režime (žr. 1.3.2.1 poskyriuje):

$$F_e = \frac{1}{2} \frac{Q^2 d}{\varepsilon\varepsilon_0 S}, \quad (16)$$

o pastovios įtampos (žr. 1.3.2.2 poskyriuje):

$$F_e = \frac{1}{2} \frac{U^2 \varepsilon\varepsilon_0 S}{d^2}. \quad (17)$$

Elektrostatinės jėgos konkrečiai kondensatoriaus struktūrai parodytos 1 lentelėje, iš kurios galima pastebėti, kad tinkamiausias kondensatorius pastovaus krūvio režimui – „skersai siaurėjančio tarpo“, o pastovios įtampos – „persidengiančio tarpo“ arba „kintamo ploto“ [28]. Svarbu paminėti, kuomet atstumas tarp plokštelių ( $x$ ) artėja prie nulio, elektrostatinė jėga turėtų išaugti iki begalybės, tačiau praktikoje tai neįmanoma. Rekomenduojama panaudoti kondensatoriaus



13 pav. Kondensatorių formos panaudojamos generatoriuose. a) „išilgai siaurėjančio tarpo“ (angl. *in-plane gap closing*), b) „persidengiančio tarpo“ (angl. *in-plane overlap*), c) „skersai siaurėjančio tarpo“ (angl. *out-of-plane gap closing*), d) „kintamo ploto“ (angl. *in-plane variable surface*), e) cilindrinė. Iliustracijos a) – d) pritaikytos pagal [16], e) – [27].

konstrukciją ir režimą tokius, kad jo elektrostatinė jėga kintant talpai išliktų pastovi, taip išvengiant netiesiškumų.

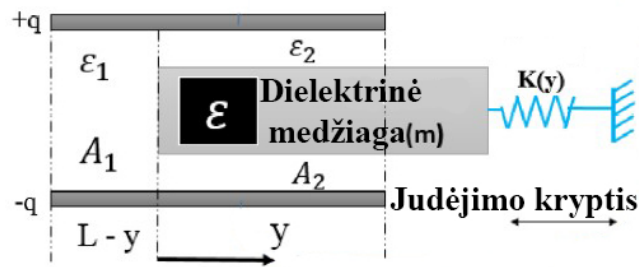
1 lentelė. Elektrostatinės jėgos priklausomybė nuo plokštelės poslinkio ( $x$ ) konkrečiuose kondensatoriuose bei režimuose

Struktūra	Pastovaus krūvio režimas	Pastovios įtampos režimas
„Išilgai siaurėjančio tarpo“	$F_e \sim x$	$F_e \sim \frac{1}{x^2}$
„Persidengiančio tarpo“	$F_e \sim x^2$	$F_e$ – konstanta
„Skersai siaurėjančio tarpo“	$F_e$ – konstanta	$F_e \sim \frac{1}{x}$
„Kintamo ploto“	$F_e \sim \frac{1}{x^2}$	$F_e$ – konstanta

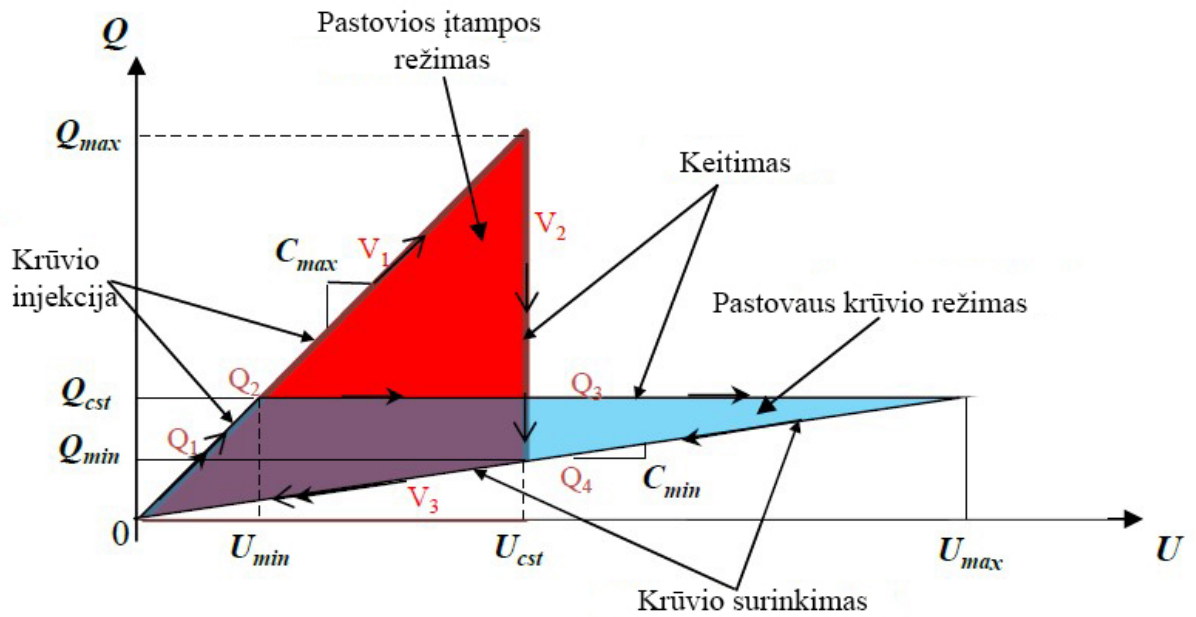
Remiantis 7 lygtimi, galima keisti ne tik plokštelių tarpusavio persidengimo plotą ar atstumą tarp jų, bet ir santykinę dialektrinę skvarbą (14 pav.). Kuomet dialektrinė medžiaga nėra tarp plokštelių, tuomet kondesatoriaus talpa yra mažiausia, o kai pilnai įkišta – didžiausia, taigi keičiant dielektrinės medžiagos plokštelės padėtį tarp elektrodų, galima keisti talpą.

### 1.3.2 Generatoriaus veikimo režimai

Šie elektrosstatiniai generatoriai yra pasyvūs prietaisai, kuriems reikia valdymo elektronikos, norint pakeisti mechaninę energiją į elektrinę. Šiuose generatoriuose panaudojami pastovios įtampos ar pastovaus krūvio energijos keitimo režimai ir atvaizduojami QU diagrama (15 pav.), kurioje trikampiai žymi atskirus ciklus. Šiuose generatoriuose sukauptą energijos kiekį lemia įtampa (12 lygtis). Didžiausia įtampa yra ta, kuriai esant kondensatorius nėra sugadinamas elektros išlydžio, o valdymo elektronika neviršija leistinos įtampos.



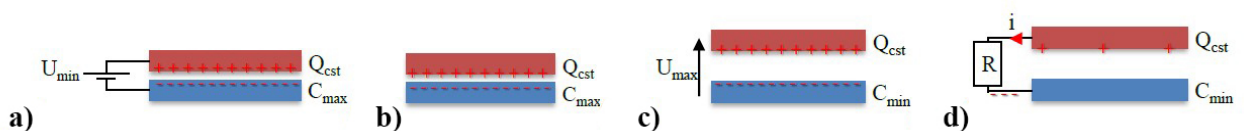
14 pav. Kintamos dielektrinės skvarbos kondensatorius. Pritaikyta pagal [27].



15 pav. Energijos keitimo režimai beelektretiniuose generatoriuose. Pritaikyta pagal [16].

### 1.3.2.1 Pastovaus krūvio režimas

Pastovaus krūvio režimas pavaizduotas (15 pav.) trikampis sudarytas iš violetinės ir žydros figūrų yra vienas lengviausiai pritaikomų elektrostatiuose prietaisuose. Ciklas prasideda



16 pav. Pastovaus krūvio režimas. Pritaikyta pagal [16].

tuomet kai kondensatorius įgyja didžiausią talpą  $C_{max}$  (16 pav., a). Tuomet kondensatorius yra įelektrinamas išorinio energijos šaltinio: krūvis  $Q_{cst} = C_{max}U_{min}$  patalpinamas kondensatoriuje ir tada generatorius atjungiamas nuo maitinimo šaltinio (paliekamas atviroje grandinėje) (16 pav., b), o jo energija tampa:  $\frac{1}{2}C_{max}U_{min}^2 = \frac{1}{2}Q_{cst}^2/C_{max}$ . Po to, plokštelės tarpusavyje pasislenka taip, kad kondensatoriaus talpa tampa mažiausia (16 pav., c). Kadangi, kondensatorius



atjungtas, todėl jo krūvis lieka nepakitęs, o talpa sumažėja, tuomet įtampa padidėja (15 pav. horizontali linija nuo  $U_{\min}$  iki  $U_{\max}$ ):

$$Q_{\text{cst}} = C_{\text{max}}U_{\min} = C_{\text{min}}U_{\max} \Rightarrow \frac{C_{\text{max}}}{C_{\text{min}}} = \frac{U_{\max}}{U_{\min}}. \quad (18)$$

Energija, esant  $U_{\max}$  padidėja  $\frac{1}{2}C_{\text{min}}U_{\max}^2 = \frac{1}{2}Q_{\text{cst}}^2/C_{\text{min}}$ . Remiantis  $U_{\min}$  ir  $U_{\max}$  sąsaja (18) lygtyje, energija esanti kondensatoriuje kai talpa yra  $C_{\text{min}}$  gali būti palyginama su energija, esant talpai  $C_{\text{max}}$ :

$$\frac{1}{2}C_{\text{min}}U_{\max}^2 = \frac{1}{2}C_{\text{max}}U_{\min}^2 \frac{C_{\text{max}}}{C_{\text{min}}}. \quad (19)$$

Iš (19) lygties pastebima, kad kondensatoriuje sukaupta energija pakinta santykiu  $C_{\text{max}}/C_{\text{min}}$ . Sukaupta energija pašalinama iš kondensatoriaus (16 pav., d), o jos dydis randamas:

$$\Delta E_Q = \frac{1}{2}C_{\text{max}}U_{\min}^2 \frac{C_{\text{max}}}{C_{\text{min}}} - \frac{1}{2}C_{\text{max}}U_{\min}^2 = \frac{1}{2}\Delta CU_{\min}^2 \frac{C_{\text{max}}}{C_{\text{min}}} = \frac{1}{2}\Delta CU_{\max}^2 \frac{C_{\text{min}}}{C_{\text{max}}} = \boxed{\frac{1}{2}\Delta CU_{\min}U_{\max}}. \quad (20)$$

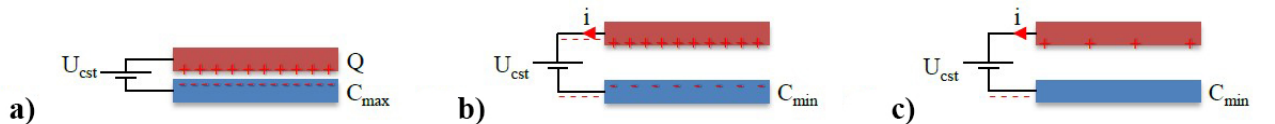
Kadangi (20) lygtis skirta pastovius krūvio režimui, todėl patogų ją pertvarkyti:

$$\Delta E_Q = \frac{1}{2}Q_{\text{cst}}^2 \left( \frac{1}{C_{\text{min}}} - \frac{1}{C_{\text{max}}} \right). \quad (21)$$

Ši energija proporcinga (15 pav.) violetinės ir žydros spalvos plotų sumai, tačiau realybėje yra mažesnė dėl valdymo elektronikos energijos sąnaudų, taip pat ir ominių nuostolių [29].

### 1.3.2.2 Pastovios įtampos režimas

Pastovios įtampos režimas pavaizduotas (15 pav.) trikampis sudarytas iš violetinės ir raudonos figūrų. Šis režimas taip pat prasideda kuomet generatoriaus talpa yra didžiausia  $C_{\text{max}}$ .



17 pav. Pastovios įtampos režimas beelektretiniuose generatoriuose [16].

Kondensatorius išorinio elektros šaltinio yra įelektrinamas pastovia įtampa  $U_{\text{cst}}$  (17 pav., a). Tuo metu jame sukauptas krūvis yra lygus  $Q_{\text{max}} = C_{\text{max}}U_{\text{cst}}$ , o sukaupta energija:  $\frac{1}{2}C_{\text{max}}U_{\text{cst}}^2 = \frac{1}{2}Q_{\text{max}}^2/C_{\text{max}}$ . Šiuo atveju, generatorius visada yra prijungtas prie pastovios įtampos šaltinio. Kai atstumas tarp kondensatoriaus plokštelių padidėja, jo talpa ir krūvis sumažėja iki  $C_{\text{min}}$  ir  $Q_{\text{min}}$ . Tam, kad būtų išlaikyta pastovi įtampa  $U_{\text{cst}}$ , kondensatorius į šaltinį atiduoda perteklinį krūvį lygų  $Q_{\text{max}} - Q_{\text{min}} = \Delta Q$  (17 pav., b). Kadangi, energijos kaupimo elementas ir kondensatorius veikia pastovioje įtampoje, kondensatorius perduoda energiją lygią  $(Q_{\text{max}} - Q_{\text{min}})U_{\text{cst}}$ . Kai kondensatorius yra išelektrinamas į energijos kaupimo elementą, tuomet krūvis prarandamas,

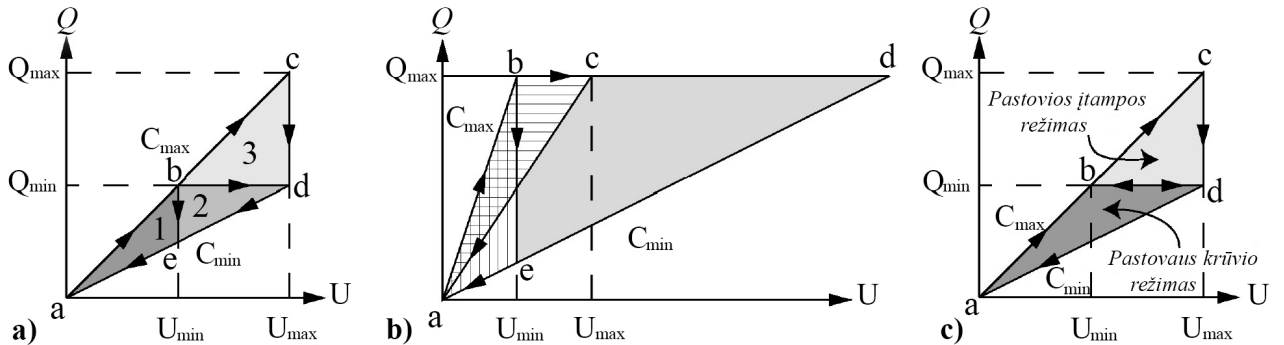
o jo energija lygi  $\frac{1}{2}C_{\min}U_{\text{cst}}^2$  (17 pav., c). Taigi, pasibaigus ciklui energijos pokytis:

$$\Delta E_U = \frac{1}{2}C_{\min}U_{\text{cst}}^2 + (Q_{\max} - Q_{\min})U_{\text{cst}}^2 - \frac{1}{2}C_{\max}U_{\text{cst}}^2 = \boxed{\frac{1}{2}\Delta CU_{\text{cst}}^2}. \quad (22)$$

Ši energija proporcinga (15 pav.) violetinės ir raudonos spalvos plotų sumai, tačiau realybėje yra mažesnė dėl valdymo elektronikos energijos sąnaudų, taip pat ir dėl ominių nuostolių [29]. Norint padidinti šių generatorių galią bei naudingumo koeficientą, paprastai panaudojama didesnė nei 100 V įtampa.

### 1.3.2.3 Pastovaus krūvio ir pastovios įtampos režimų palyginimas

(18 pav., a) pavaizduoti 3 darbo ciklai. Trikampis 1 parodo pastovios įtampos ciklą, kai didžiausia įtampa lygi  $U_{\min}$ , kuomet nuo taško  $a$ , kondensatorius įelektrinamas iki taško  $b$ , talpos sumažėjimas tiesė  $bc$ . 1 ir 2 trikampiai kartu vaizduoja pastovaus krūvio režimą, kai kondensatorius įelektrinamas įtampa  $U_{\min}$  (tiesė  $ab$ ), o jo talpos mažinimas padidina įtampą iki  $U_{\max}$  (tiesė  $bd$ ). Visi trikampiai kartu sudaro pastovios įtampos režimą, kai didžiausia įtampa lygi  $U_{\max}$  (tiesė  $ac$ ), talpos sumažėjimas esant pastoviai įtampai (tiesė  $cd$ ) ir visiškas iškrovimas (tiesė  $da$ ). Kadangi energijos padidėjimas po ciklo yra proporcingas pavaizduoto ciklo plotui, iš  $QU$  diagramos nesunku pamatyti, jei visuose režimuose yra tos pačios  $C_{\min}$  ir  $C_{\max}$  vertės, tai pastovios įtampos režimas, kai jo įtampa  $U_{\max}$  (trikampis  $acda$ ), sukuria didžiausią energijos pokytį.



18 pav. QU diagramos: a) režimų palyginimas, b) režimų palyginimas esant apribotai  $U_{\max}$ , c) efektyviausio režimo nustatymas. Pritaikyta pagal [29].

Pastovios įtampos režimas panaudoja aukštos įtampos šaltinį, kuris įelektrina įtampa  $U_{\max}$ , bet pastovaus krūvio režimui užtenka įtampos šaltinio, kuris įelektrina tik iki  $U_{\min}$ , o  $U_{\max}$  gaunama keičiantis talpai (tiesė  $bd$ ) (18 lygtis). Jei energijos šaltinio įtampa yra  $U_{\min}$ , tai pastovios įtampos režime (1 trikampis) energijos pokytis bus mažesnis nei pastovaus krūvio režimas (1 ir 2 trikampiai), kai pakitus talpai pasiekama  $U_{\max}$  įtampa. Taip pat verta paminėti, kad šiam režimui panaudojama paprastesni elektronikos grandynai. Kol kondensatorius keičia talpą nuo

$C_{\min}$  iki  $C_{\max}$ , pastovaus krūvio sąlyga įgyvendinama paprasčiausiai atjungus kondensatorių nuo elektronikos.

Pastovaus krūvio režime keičiantis talpai įtampa padidėja, tačiau, svarbu paminėti, jog didžiausią įtampą apriboja valdymo elektronika arba elektros išlydis. Šią problemą iliustruoja (18 pav., b). Pastovaus krūvio režimas (trikampis  $abca$ ) negali viršyti  $U_{\max}$ , o pasiekus šią vertę turi būti nedelsiant išelektrinamas, o dėl to, kondensatorius nepasiekia  $C_{\min}$  talpos. Šioje situacijoje efektyvesnis pastovios įtampos režimas (trikampis  $abea$ ) apribotas įtampa  $U_{\min}$ , kuriame talpa gali kisti visame intervale nuo  $C_{\max}$  iki  $C_{\min}$ . Kuris režimas sukuria daugiau energijos apsprendžia santykinės vertės  $C_{\max}$ ,  $C_{\min}$ ,  $U_{\min}$  ir  $U_{\max}$ .

Palyginant šių režimų sukuriamą energijos pokytį (18 pav., c), dažniausiai pastovios įtampos režimo valdymo elektronika, kai talpa  $C_{\max}$ , įelektrina kondensatorių (tiesė  $ac$ ) ir talpai sumažėjus iki  $C_{\min}$  (tiesė  $cd$ ) nesugeba visiškai išelektrinti kondensatoriaus (tiesė  $db$ ) ir energijos pokytis proporcingas trikampio  $bcd$  plotui. Jeigu kondensatorius būtų išelektrintas visiškai, tokio ciklo metu energijos pokytis būtų proporcingas trikampiui  $abcd$ . Tačiau pastovaus krūvio režime (trikampis  $abda$ ) kondensatorius yra išelektrinamas visiškai, kai pasiekama  $C_{\min}$  (tiesė  $da$ ), todėl palyginus trikampius  $abda$  ir  $bcd$ , pastebima, kad pastovaus krūvio režimas sukuria didesnę energijos pokytį. Kadangi trikampiai turi bendrą kraštinę, o jų plotų santykis atitinka sukauptų ar atiduotų energijų santykį, galima išreikšti:

$$\frac{\Delta E_{U_1}}{\Delta E_Q} = \frac{C_{\max} - C_{\min}}{C_{\min}}, \quad (23)$$

kur  $E_{U_1}$  – trikampio  $bcd$  plotas arba pastovios įtampos ciklo metu sukurta energija, o  $E_Q$  – trikampio  $abda$  plotas arba pastovaus krūvio ciklo metu gauta energija. Žinant  $C_{\max}$  bei  $C_{\min}$  vertes, nesunkiai galima nustatyti kuris režimas sukaupia daugiau energijos. Kai santykio reikšmė yra  $> 1$ , efektyvesnis pastovios įtampos režimas, kai  $< 1$  – pastovaus krūvio. Svarbu paminėti, kad pastovios įtampos režimas naudoja didesnes įtampas ir sroves, o tai sukuria didesnius elektrinius nuostolius valdymo elektronikoje [29].

### 1.3.3 Energijos transformavimo būdai

Elektrostatiniuose generatoriuose vyksta energijos keitimo ciklai, o jų metu vyksta kondensatoriaus įelektrinimai ir išelektrinimai, kurie yra suderinti su talpos kitimu ir reikiamu metu įelektrina bei išelektrina kondensatorių. Dėl to yra panaudojama elektronika, kuri gali būti išskaidyta į tris dalis: galios, valdymo bei jutimo.

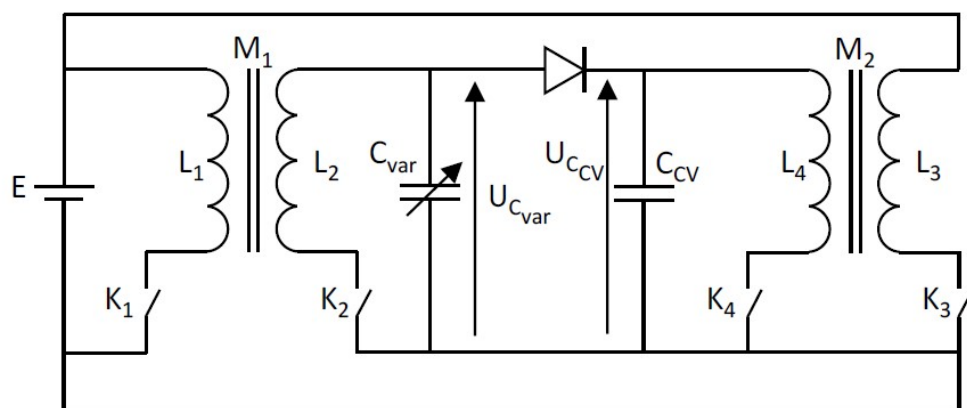
Galios elektronika atsakinga už energijos mainus tarp kintamos talpos kondensatoriaus, jo maitinimo šaltinio ir energijos kaupimo elemento. Šiam darbui įgyvendinti, ši galios elektronika turi gebėti įelektrinti ir išelektrinti generatoriaus kondensatorių palaikant pastovų krūvį arba pastovią įtampą, o šis procesas turi vykti su kiek įmanoma mažesniais energetiniais nuostoliais, kurie priklauso nuo elektronikos efektyvumo.

Valdymo elektronika skirta kontroliuoti galios elektroniką, junginėjant elektroninius komponentus (tranzistorius, rėles) taip reguliuojant energijos mainus generatoriuje. Dažniausiai tam panaudojamas mikrovaldiklis. Kad tai sklandžiai vyktų reikia jutiklių, kurie matuoja įtampas ar el. sroves, tuomet valdymo elektronika gali tinkamu metu įvykdyti savo funkcijas. Svarbu paminėti, tam, kad mikrovaldiklis veiktų, reikia parinkti jį tokį, kuriam užtektų mažos maitinimo srovės arba turėtų atskirą elektros energijos aprūpinimą, nes tokie generatoriai dažniausiai generuoja  $\mu\text{A}$  eilės sroves. Valdymo ir jutimo elektronikos energetiniai nuostoliai nepriklauso nuo energijos keitimo ciklo ir paprastai yra nekintantys laike, nes nuolatos yra darbiname režime. Tačiau šiuos nuostolius galima sumažinti įjungiant šiuos elektrinius grandynus tik tada, kai reikia. Šiame darbe supažindinama tik su galios elektronikos veikimo principais, kurie įgyvendina 1.3.2 poskyryje aprašytus režimus.

### 1.3.3.1 Pastovios įtampos režimo galios elektronika

Generatoriaus elektronika šiame režime atlieka tris funkcijas: įelektrina kintamos talpos kondensatorių ta pačia įtampa, kaip ir maitinimo šaltinio; palaiko pastovią įtampą kol kondensatoriaus talpa keičiasi nuo  $C_{\max}$  iki  $C_{\min}$  ir galiausiai išelektrina visą krūvį į energetinį elementą. Tačiau, šio režimo trūkumas – reikalinga didesnė įtampa nei pastovaus krūvio režime, o tai sudaro didesnius nuostolius elektronikos grandyne. Taip pat ši aukšta įtampa turi būti sumažinama iki mažesnės, tinkamos elektrinių imtuvų veikimui. Svarbu paminėti, kad kol talpa keičiasi nuo  $C_{\max}$  iki  $C_{\min}$  krūvis yra pastoviai perduodamas iš kondensatoriaus į energijos kaupimo elementą, taip sumažinant efektyvumą. Šios galios elektronikos privalumas – galima pritaikyti ir pastovaus krūvio režimui.

(19 pav.) parodyta generatoriaus valdymo elektronika. Kai generatoriaus  $C_{\text{var}}$  talpa pa-



19 pav. Pastovios įtampos generatoriaus valdymo elektronika [16].

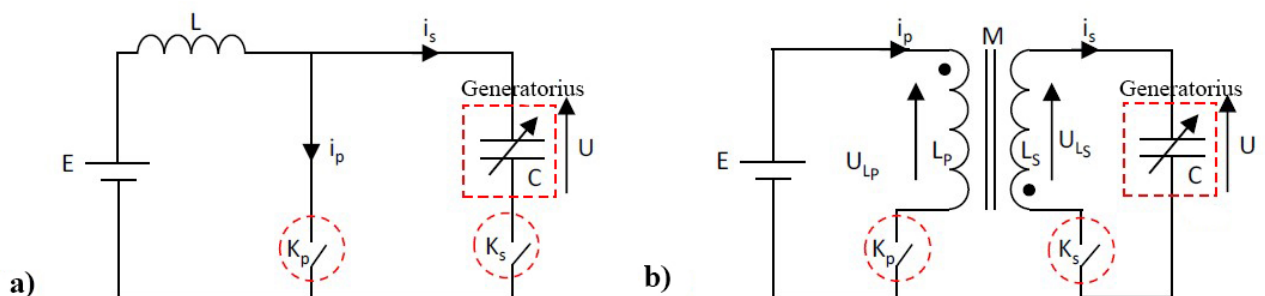
siekia didžiausią vertę, energija perduodama iš energetinio buferio (maitinimo šaltinio)  $E$  į magnetinę šerdį  $M_1$  uždarant  $K_1$  kelioms  $\mu\text{s}$ , o tai yra nykstamai maža trukmė, lyginant su mechaniniu talpos keitimo periodu. Tuomet, energija perduodama į kondensatorių  $C_{\text{var}}$  uždarant

$K_2$  sklendę kelioms  $\mu s$ .  $U_{C_{CV}}$  turi būti didesnė už galutinę  $C_{var}$  įtampą, kitaip krovimui bus sunaudota didesnė energija, nei gaunama, nes  $C_{var}$  tuo metu yra maksimali. Vėliau, talpai mažėjant  $C_{var}$  pasiekia  $U_{C_{CV}}$  įtampą ir srovė iš  $C_{var}$  pradeda krauti  $U_{C_{CV}}$ , o krūvis  $\Delta Q = U_{CV} \Delta C_{var}$  perduodamas į  $C_{CV}$  kondensatorių. Norint palaikyti įtampą  $U_{CV}$  apytiksliai nekintančią, panaudojamas dar vienas keitiklis. Kuomet  $U_{CV}$  tampa didesnė, nei slenkstinė įtampa, dalis energijos iš kondensatoriaus  $C_{CV}$  perduodama į energetinį buferį E uždarant  $K_4$ , o po to ir  $K_3$  sklendes. Galiausiai, kai generatoriaus talpa tampa mažiausia, likusi energija iš  $C_{var}$  perduodama į energetinį buferį E vėl uždarant  $K_4$  po to  $K_3$  sklendes. Sklendės yra lauko tranzistoriai, kurių užtūras valdo mikrovaldiklis. Šio režimo elektronika naudojama tada, kai kondensatoriaus talpos kitimas atitinka sąlygą:  $C_{max} > 2C_{min}$  (23 lygtis). Taip yra dėl to, kad pastovaus krūvio režime su tokiu talpos kitimu įtampa išauga daugiau kaip 2 kartus, tai gali sugadinti generatorių, o šiame režime yra pastovi įtampa, kuri neviršija didžiausios leistinos vertės.

### 1.3.3.2 Pastovaus krūvio režimo galios elektronika

Šio režimo elektronika yra paprastesnė nei pastovios įtampos režimo, nes šiuo atveju kondensatorius įelektrinamas tuomet kai jo talpa didžiausia ir paliekamas atviroje grandinėje iki tol, kol talpa sumažėja iki mažiausios vertės. Kai talpa mažiausia, įtampa yra didžiausia pagal (5) lygtį, o krūvis surenkamas iš generatoriaus.

Norint pasiekti didelį galios tankį, kondensatorių reikia įkrauti aukšta įtampa (virš 100 V). Dažniausiai bevieliai prietaisai naudoja 3 V įtampos šaltinius, todėl panaudojamas aukštinantysis nuolatinės srovės keitiklis (angl. *DC-DC step-up*), kuris įkrauna kondensatorių aukšta įtampa. Svarbu paminėti, kad aukšta įtampa negali būti tiesiogiai panaudojama prietaisų maitinimui, todėl panaudojamas žeminantysis nuolatinės srovės keitiklis (angl. *DC-DC step-down*). Aki vaizdu, kad reikia mažinti keitiklių kiekį, išlaikant didesnį naudingumo koeficientą, todėl panaudojamas dvikryptis nuolatinės srovės keitiklis, dėl to sumažėja ir generatoriaus kaina ir dydis. Dažniausiai panaudojami dviejų rūšių dvikrypčiai nuolatinės srovės keitikliai: „*buck-boost*“ ir „*flyback*“ (20 pav.) [30].



20 pav. Dvikrypčių nuolatinės srovės keitiklių schemos: a) „*buck-boost*“, b) „*flyback*“. Pritaikyta pagal [16].

Dvikrypčio „*buck-boost*“ keitiklio veikimas (20 pav., a):

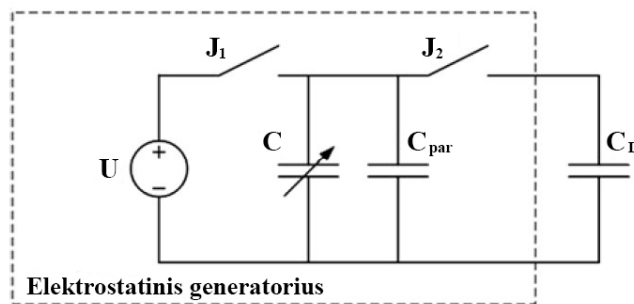
Pirmiausia įelektrinamas kondensatorius. Sklendė  $K_p$  uždaroma laiko tarpui  $t_1$ . Energija  $E$  iš maitinimo šaltinio perduodama induktyviniam elementui  $L$ . Tuomet sklendė  $K_p$  atidaroma, o  $K_s$  uždaroma, iki tol kol srovė  $i_s$  tampa lygi 0, t.y., tol kol energija iš induktyvinio elemento  $L$  persikelia į kondensatorių  $C$ . Kol kinta kondensatoriaus talpa, sklendės  $K_p$  ir  $K_s$  yra atidarytos. Toliau generatoriaus kondensatorius turi būti išelektrintas, todėl  $K_s$  uždaroma laiko tarpui  $t_2$ , tam, kad energija iš kondensatoriaus  $C$  būtų perduota pro induktyvinį elementą  $L$  į energijos kaupimo elementą  $E$ . Po to  $K_s$  atidaroma, o  $K_p$  uždaroma iki tol kol srovė  $i_p$  tampa lygi 0. Šis keitiklis yra vienas iš efektyviausių, nes jo naudingumo koeficientas siekia 80–90 %.

Dvikrypčio „flyback“ keitiklio veikimas (20 pav., b):

Tokiame keityklyje įkrovimas pirmiausia pradedamas kai  $K_p$  uždaroma laiko tarpui  $t_1$ . Tuomet energija iš maitinimo šaltinio  $E$  pernešama per transformatoriaus pirminę apvija  $L_p$  ir įmagnetina šerdį  $M$ . Po to atidaroma  $K_p$ , o  $K_s$  uždaroma, kol srovė  $i_s$  tampa lygi 0, t.y., kol energija iš magnetinės šerdies  $M$  per antrinę apvija  $L_s$  pereis į kondensatorių  $C$ .  $K_p$  ir  $K_s$  paliekamos atviros iki tol, kol kondensatorius pasieks mažiausią talpą. Kondensatoriaus išelektrinimui  $K_s$  uždaroma laiko tarpui  $t_2$ , kad energija iš jo per antrinę apvija  $L_s$  pereitų į magnetinę šerdį  $M$ . Po to  $K_s$  atidaroma, o  $K_p$  uždaroma, kol srovė  $i_p$  taps lygi 0 t.t., energija iš magnetinės šerdies per pirminę apvija  $L_p$  pereis į energijos kaupimo elementą  $E$ .

### 1.3.4 Parazitinė talpa

Supaprastinta elektrostatinio generatoriaus schema įskaitant ir parazitines talpas pastovaus krūvio režime pavaizduota (21 pav.).  $U$  – maitinimo šaltinis, kuris gali būti įkrautas kondensatorius ar įkraunama baterija.  $C$  – generatoriaus kintamos talpos kondensatorius,  $C_{par}$  – parazitinė talpa, kuri atsiranda, dėl kintamos talpos kondensatoriaus sandaros bei grandinėje esančių sujungimų, kurie sumažina didžiausią įtampą  $U_{max}$  kondensatoriuje  $C$ .  $C_L$  – energijos kaupimo kondensatorius arba gali būti apkrovos varža [31].



21 pav. Supaprastinta elektrostatinio generatoriaus schema, įtraukiant ir parazitinę talpą  $C_{par}$  pastovaus krūvio režime. Pritaikyta pagal [31].

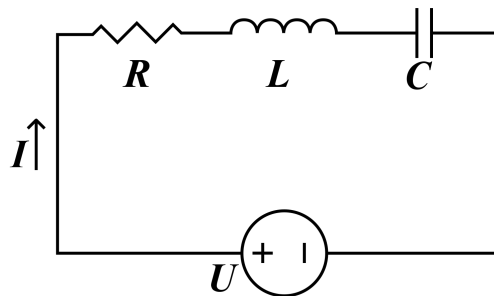
Didžiausia įtampa apkrovoje gaunama:

$$U_{max} = \frac{C_{max} + C_{par}}{C_{min} + C_{par}} U. \quad (24)$$

Iš (24) lygties pastebima, kad krūvis iš generatoriaus kondesatoriaus patenka ne tik į apkrovą, bet ir į parazitinę talpą, o tai sumažina kuriamą išėjimo galią. Parazitinė talpa laikui bėgant nekinta, o ją sumažinti galima patobulinus generatoriaus struktūrą panaudojant papildomus apsauginius elektrodus [30].

### 1.3.5 Rezonansas. RLC grandinė. Apkrovos varža

Elektrostatinį generatorių bei jo elektrinę grandinę galima palyginti su RLC grandine (22 pav.), o jo galia yra didžiausia tuomet, kai generatorius veikia rezonansiniu režimu (tiek mechaniniu, kuomet kondensatoriaus plokštelių virpėjimo amplitudė didžiausia, tiek ir elektriniu, kai elektrinių parametrų vertės tenkina rezonanso sąlygą ir įtampos amplitudė išauga).



22 pav. Nuoseklaus jungimo RLC grandinė [6].

RLC grandinėje, bendra varža susideda iš aktyviosios varžos  $R$  ir reaktyviųjų varžų  $X_L$  bei  $X_C$  [32]. Reaktyvinė induktyvumo varža išreiškiamas:

$$X_L = 2\pi fL, \quad (25)$$

kur  $X_L$  – ( $\Omega$ ),  $f$  – dažnis (Hz),  $L$  – induktyvumas (H), o talpumo:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}, \quad (26)$$

kur  $X_C$  – ( $\Omega$ ). Visos grandinės varža (impedansas) išreiškiamas (27) lygtimi.

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}. \quad (27)$$

Kuomet Induktyvinė  $X_L$  bei talpumo  $X_C$  reaktyvinės varžos susilygina, tuomet (27) lygtis tampa  $Z = R$ , o sulyginus (25) ir (26) lygtis gaunama rezonanso (28) sąlyga:

$$f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (28)$$

Kondensatorius įsielektrina ar išsielektrina per tam tikrą laiką, jo įtampa kraunant kinta dėsniu (29 lygtis):

$$U_C = U(1 - e^{-t/\tau}), \quad (29)$$

o iškraunant (30 lygtis):

$$U_C = U(e^{-t/\tau}), \quad (30)$$

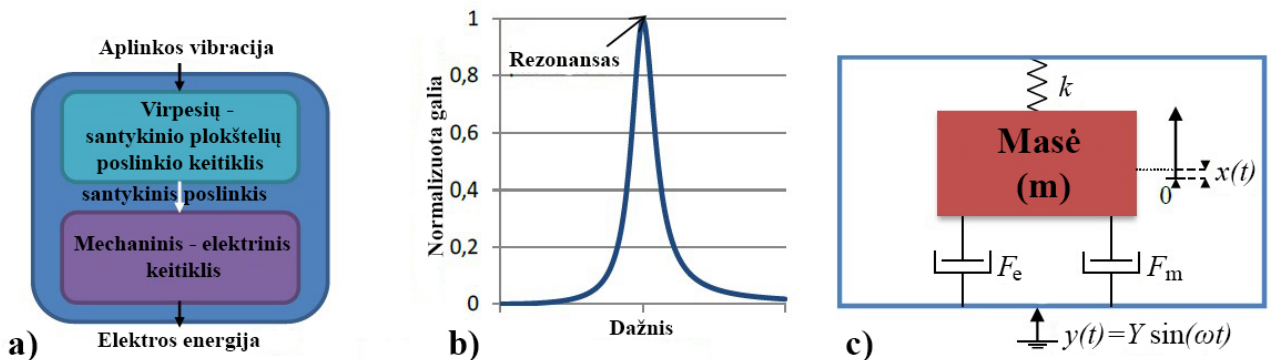
kur  $U_C$  – kondensatoriaus įtampa (V),  $U$  – maitinimo šaltinio įtampa (V),  $t$  – laikas (s) ir  $\tau$  – laiko konstanta (s). Laiko konstanta  $\tau$  išreiškiama (31) lygtimi:

$$\tau = CR. \quad (31)$$

Kadangi kondensatoriaus įsielektrinimas ir išsielektrinimas priklauso ne tik nuo talpos  $C$ , bet ir nuo prijungtos varžos  $R$ . Kuriant elektrostatinis generatorius yra svarbu parinkti tinkamą apkrovos varžą, tam kad išėjimo galia būtų didžiausia, kuri būna didžiausia tuomet kai generatoriaus mechaninis impedansas sutampa su elektriniu impedansu [33].

### 1.3.6 Mechaninės energijos vertimas į elektros energiją

Pagrindinis energijos transformavimo įrenginių principas – mechaninę energiją paversti elektros energija. Šis keitimas sudarytas iš dviejų žingsnių: vibracija pakeičiama į santykinį plokštelių poslinkį, o pastarasis keičiamas į elektros energiją (23 pav., a). Kadangi aplinkos vibracijos dažniausiai yra mažos amplitudės, panaudojus masės, pritvirtintos prie tamprios spyruoklės sistemą, galima sukelti rezonansą, o tai padidina judėjimo amplitudę (23 pav., b).



23 pav. Mechaninės energijos keitimas į elektros energiją. a) keitimo principas, b) rezonanso reiškinys, c) modelis. Pritaikyta pagal [16].

Supaprastintas elektrostatinio generatoriaus modelis pavaizduotas 23 pav., c), kuris yra veikiamas harmoninių virpesių. Nagrinėjant šį modelį, vibracijos šaltinio masė laikoma daug didesnė, už generatoriuje esančią masę  $m$ , o šio šaltinio galia begalinė. Pasinaudojant šiomis prielaidomis, galima teigti, kad generatorius nepaveikia vibracijų šaltinio.



Generatoriaus masė  $m$  pritvirtinta prie rėmo per spyruoklę, kurios konstanta  $k$ . Kuomet atsiranda išorinės vibracijos, kurių koordinatės kinta pagal dėsnį  $y(t) = Y \sin(\omega t)$ , jos yra perduodamos seisminei masei  $m$ , kuri pradeda judėti pagal harmoninį dėsnį  $x(t) = X \sin(\omega t + \phi)$ . Akivaizdu, kad  $y(t) > x(t)$ , taip yra dėl slopinimo jėgų  $f_e$  ir  $f_m$ . Elektromechaninė jėga  $f_e = b_e \dot{x}$ , o jei mechaninė trinties jėga  $f_m = b_m \dot{x}$  yra bent eile mažesnė už  $f_e$ , tuomet mechaninės trinties jėgą galima eliminuoti, kur  $b_e$  ir  $b_m$  yra elektrinis ir mechaninis slopinimas. Šio modelio diferencialinė lygtis:

$$m\ddot{x}(t) + b_e \dot{x}(t) + b_m \dot{x}(t) + kx(t) = -m\ddot{y}(t), \quad (32)$$

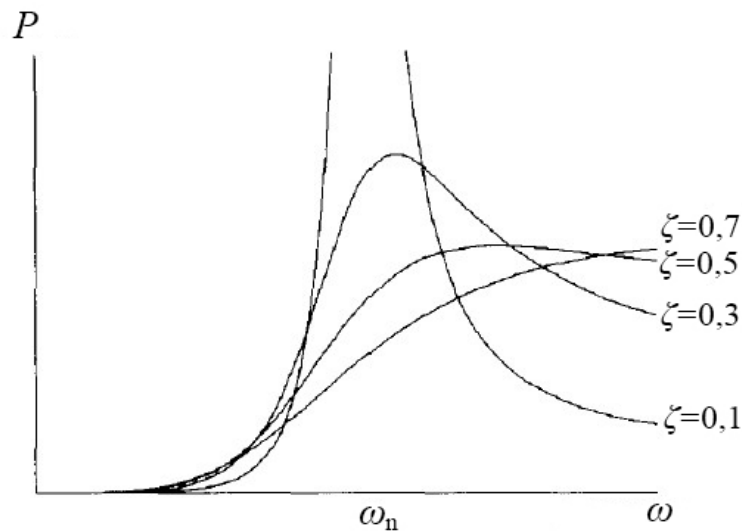
kur  $x$  – masės poslinkis,  $y$  – išorinių jėgų veikiamo rėmo poslinkis, jų pirmoji išvestinė – judėjimo greitis, antroji – pagreitis. Momentinis galios perdavimas masei gaunamas iš jėgos veikiančios masę ir jo greičio sandaugos:

$$p(t) = -m\ddot{y}(t) [\dot{y}(t) + \dot{x}(t)] \quad (33)$$

Iš (33) lygties gaunama mechaninė galia:

$$P = \frac{m\zeta_e Y^2 \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^3 \omega^3}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2(\zeta_e + \zeta_m) \frac{\omega}{\omega_n}\right]^2}, \quad (34)$$

kur  $\zeta_e = b_e/2m\omega_n$  – elektrinis slopinimo koeficientas,  $\zeta_m = b_m/2m\omega_n$  – mechaninis slopinimo koeficientas,  $Y$  – vibracijų amplitudė (m),  $\omega$  – aplinkos vibracijų kampinis dažnis (rad/s),  $\omega_n$  – generatoriaus rezonansinis kampinis dažnis. (34) lygtis tinka bet kokiam elektriniam keitikliui, o šio keitiklio rūšis neturi įtakos sukurtai galiai [34].



24 pav. Sukurtos galios dažnio spektras aplink generatoriaus rezonansinį dažnį su skirtingais slopinimo koeficientais. Pritaikyta pagal [34].

(24 pav.) parodytos galios su skirtingais slopinimo koeficientais, taip pat akivaizdžiai matosi, kad didžiausia galia pasiekama esant rezonansui. Slopinimo koeficientas  $\zeta$  keičia prietaiso

selektyvumą, t.y.: generatoriams, kurie yra veikiami pastovaus dažnio virpesių, mažas slopimo koeficientas leis sukurti didesnę galią, o generatoriams, kurie veikiami nepastovaus dažnio virpesiais, didesnis slopimo koeficientas  $\zeta$  yra reikalingas norint praplėsti dažnių juostos plotį, didesnei galiai išgauti.

Iš (34) lygties gaunama išvada, jog sukurtos galia rezonanso atveju yra kubiškai proporcingas virpesių dažniui. Generatorius sukurs didesnę galią, kur virpesių dažnis yra didesnis, lyginant su mažesnio dažnio. Kadangi didžiausia galia gaunama rezonanso metu, todėl generatoriai gaminami, taip, kad aplinkos vibracijos sutaptų su generatoriaus rezonansiniu dažniu, o (34) lygtis pertvarkoma:

$$P_r = \frac{\zeta_e}{4(\zeta_e + \zeta_m)^2} mY^2 \omega_n^3. \quad (35)$$

Sumažinus slopimo koeficientą, padidėja masės  $m$  poslinkis, kuris yra apribotas generatoriaus matmenimis. Kuriant generatorių svarbu parinkti dizainą tokį, kad masės  $m$  poslinkis būtų didžiausias, tuomet išgaunama maksimali galia.

### 1.3.7 Generatoriaus galios ir naudingumo koeficiento priklausomybė nuo konstrukcinių bei darbinių dydžių

Pertvarkius (35) lygtį C. B. Williams *et al.* [33] susiejo galią apkrovoje su elektriniais parametrais:

$$P_L = \frac{b_e^2 m^2 Y^2 \omega_n^4}{4b_m^2 R_L}, \quad (36)$$

kur  $R_L$  – apkrovos varža ( $\Omega$ ). Naudingumo koeficientas gaunamas, sukurtą galią padalinus iš aplinkos vibracijų galios:

$$\eta = \frac{P_L - P_\Omega}{mY^2 \omega_n^3}, \quad (37)$$

kur  $P_\Omega$  – elektrinės grandinės ominiai nuostoliai. Tačiau norint palyginti skirtingų dydžių ar dizainų elektrostatiškus generatorius tarpusavyje patogiau panaudoti „efektyvumą“ (angl. *figure of merit*) - skaitinė vertė, charakterizuojanti prietaiso veikimo kokybę, tai naudingumo koeficientas padalintas iš tūrio [35]:

$$\text{FOM} = \frac{P_L - P_\Omega}{mY^2 \omega_n^3 V}. \quad (38)$$

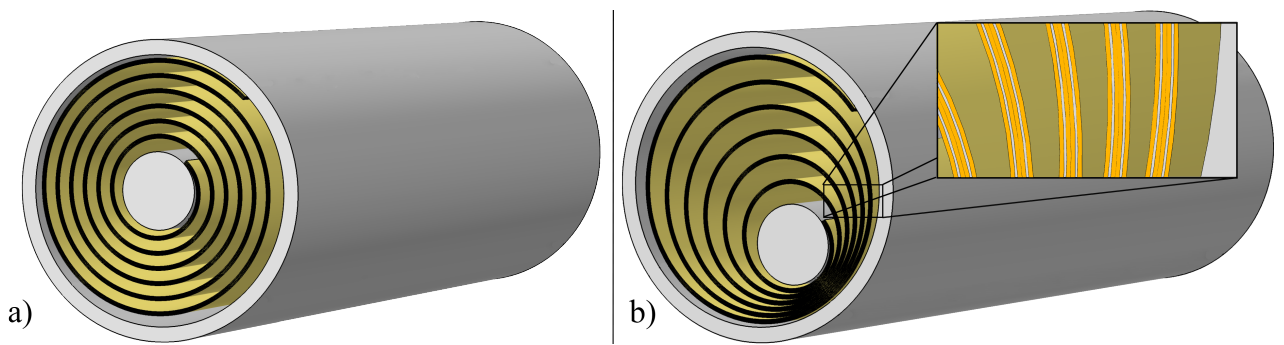
Taip pat lyginant elektrostatiškus generatorius tarpusavyje galima panaudoti ir galios tankį.

## 2 Elektrostatinio generatoriaus modeliavimas ir charakterizavimas

Šiame skyriuje yra aprašoma spiralinio kondensatoriaus elektrinės talpos lygtis, pritaikant cilindrinio kondensatoriaus artinį, kuris palyginamas su skaitmeniniais modeliais. Panaudojant papildomus elektrinius komponentus spiralinio kondensatoriaus grandinėje, sukuriama analizinė įtampos bei kuriamos galios sprendinys.

### 2.1 Spiralinis kondensatorius

Spiralinis kondensatorius sudarytas iš dviejų cilindrų ir spiralės, kuri susideda iš dviejų elektrodų bei 4 dielektrinių sluoksnių (25 pav.). Vienas iš elektrodų pritvirtinamas prie vidinio cilindro ir įelektrinamas teigiamu krūviu, o kitas – prie išorinio ir įelektrinamas neigiamu krūviu. Šio prietaiso talpa kinta, keičiantis jo geometrijai, t.y. kuomet cilindrai išsidėstę koncentriškai



25 pav. Spiralinis kondensatorius. a) Centrinis cilindras centre  $p = 0$ , o talpa mažiausia, b) centrinis cilindras prispaustas prie išorinio  $p = 1$ , talpa – didžiausia. Taip pat parodytas išdidintas spiralių vaizdas, kuriame oranžine spalva pavaizduoti dielektrikai, o pilka – metalas.

– talpa mažiausia (25 pav., a), o vidiniam cilindriui prispaudus prie išorinio – didžiausia (25 pav. b).

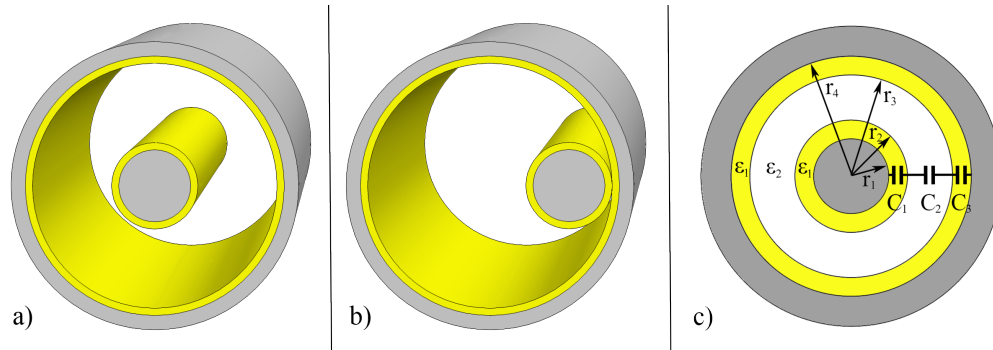
Norint gauti analizinę šio kondensatoriaus talpos išraišką dėl jo spiralinės struktūros tai tampa sudėtingas geometrinis uždavinys, todėl šiam tikslui pasiekti sukuriama apytikslis artinys, kuomet spiralė paverčiama cilindrų sistema. Kadangi elektrodams izoliuoti panaudojamas dielektrikas, reikia įvertinti jo poveikį talpai. Visa tai aprašyta tolesniuose poskyriuose.

Šiame darbe modeliuojant spiralinį kondensatorių apsibrėžti parametrai: išorinio cilindro vidinis spindulys – 9 mm, vidinio cilindro – 3 mm. Kadangi skaitmeninis modeliavimas atliktas 2D erdvėje, tai ilginė talpa išreikšta:  $F/m$ , arba tai galima prilyginti talpai esant 1 m ilgio kondensatoriui. Spiralės elektrodams panaudojama aliuminio folija, kuri yra – 30  $\mu\text{m}$  storio. Elektrostatiniame generatoriuje reikalinga aukšta įtampa, todėl jo izoliatoriai privalo pasižymėti dideliu dielektriniu stipriu, o talpai padidinti – didesne santykinė dielektrine skvarba. Atlikus prieinamų dielektrikų paiešką pasirinkta kaptoninė (poliamidinė) juosta, kurios  $E_{\text{max}} = 240$

kV/mm,  $\epsilon = 4,35$ , o storis – 50  $\mu\text{m}$ . Šis kondensatorius bei jo artiniai modeliuoti skaitmeniniu baigtinių elementų analizės metodu, atliktu „Comsol MultiPhysics 5.4“ programine įranga, o tinklelio tankis praretintas tiek, kad neiškraipytų rezultatų, bet pagreintų simuliacijos laiką. Šie rezultatai palyginami su analizinėmis išraiškėmis.

### 2.1.1 Ekscentriškas cilindrinis kondensatorius su dielektriniu sluoksniu

Ekscentriško cilindrinio kondensatoriaus 10 lygtis, pateikta ankstesniame skyriuje tinkama tik tada, kai nėra naudojamas dielektrikas, kurio  $\epsilon > 1$ . Tačiau norint apsaugoti elektrodus nuo trumpojo jungimo, reikėtų naudoti dielektrinį sluoksnį (26 pav.), kurio santykinė dielektrinė skvarba visada didesnė už 1.



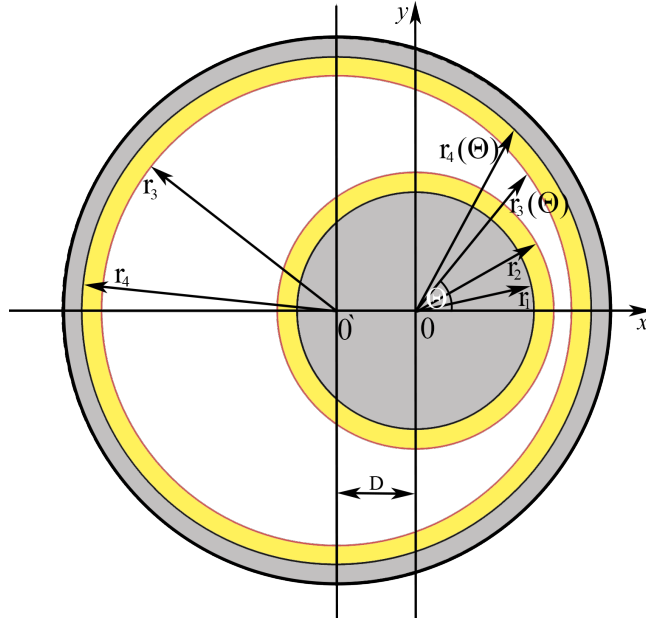
26 pav. Kintamos talpos cilindrinis kondensatorius su dielektriku (geltona spalva), elektrodai – pilka. a) koncentriinių cilindrų kondensatorius esant mažiausiai talpai, b) ekscentriškai išsidėsčiusių cilindrų kondensatorius esant didžiausiai talpai, c) kondensatoriaus ekvivalentinė schema, su nurodytais spinduliais.

Norint gauti analitinę šio prietaiso talpos lygtį, daroma prielaida, kad jis sudarytas iš trijų nuosekliai sujungtų kondensatorių: dielektrikas, oro tarpas, dielektrikas (26 pav. c). Tokio kondensatoriaus talpos išvedimas pateiktas priede Nr. 1., o galutinė jos išraiška:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_1^2\epsilon_2L}{\epsilon_1\epsilon_2 \cdot \ln\left(\frac{r_2r_4}{r_1r_3}\right) + \epsilon_1^2 \cdot \ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)} \quad (39)$$

Ši lygtis galioja tik tada, kai cilindrai išsidėstę koncentriškai (26 pav. a). (26 pav. b) atveju norint rasti talpą pateikiamas aiškesnis brėžinys (27 pav.).

Tokios sistemos talpai aprašyti galima panaudoti 39 lygtį ir joje esantį  $\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)$  nari vardiklyje galima būtų pakeisti į 10 lygties vardiklį  $\cosh^{-1}\left(\frac{r_2^2+r_3^2-D^2}{2r_2r_3}\right)$ . Tačiau tai būtų neteisinga, nes (27 pav.) esantys dielektrikai gali susiliesti, kadangi šioje schemeje daroma prielaida, jog bendra talpa lygi 3–jų nuosekliai sujungtų kondensatorių talpai, tuomet kondensatoriaus  $C_2$  talpa taptų begalinė, o taip būti negali. Todėl taikoma kita metodika: randama efektinė santykinė dielektrinė skvarba ( $\epsilon_{ef}$ ), kuri padauginama iš 10 lygties, tik joje spindulį  $r_2$  reikia pakeisti į  $r_4$ .  $\epsilon_\epsilon$



27 pav. Ekscentriško cilindrinio kondensatoriaus skerspjūvis. Išorinis cilindras vidinio atžvilgiu pastumtas išilgai  $x$  ašimi atstumu  $D$ , jo centras  $O'$ ,  $O$  – vidinio cilindro centras,  $r_3(\Theta)$  ir  $r_4(\Theta)$  išorinio dielektriko bei elektrodo spinduliai centro  $O$  atžvilgiu priklausantys nuo kampo  $\Theta$ . Geltona spalva pažymėti dielektriko sluoksniai, pilka – elektrodai.

išreiškiamą santykiu talpos su dielektriku iš talpos be dielektriko. Naudojama 39 lygtis, bet  $r_3$  ir  $r_4$  spinduliai joje pakeičiami į  $r_3(\Theta)$  bei  $r_4(\Theta)$ . Šie spinduliai priklauso nuo kampo  $\Theta$ , o juos apskaičiuoti galima į 40 lygties  $r$  atitinkamai įstatant  $r_3$  ir  $r_4$ :

$$r(\Theta) = -D \cdot \cos(\Theta) + \sqrt{r^2 - D^2 \cdot \sin^2(\Theta)}. \quad (40)$$

Tam, kad būtų gautas talpos vidurkis, reikia rasti  $C(\Theta)$  vidurkį, kur kinta  $\Theta = [0; 2\pi]$  (šiuo atveju  $\Theta = [0; \pi]$ , nes vidinis cilindras juda tik išilgai  $x$  ašimi, o jos atžvilgiu ašį visa geometrinė struktūra yra simetriška). Tai apskaičiuoti galima panaudojant funkcijos vidurkį, jo išraiška:

$$f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx, \quad (41)$$

taigi į 41 įstačius 39 gaunama:

$$C_{\epsilon_1} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_1^2\epsilon_2 L}{\epsilon_1\epsilon_2 \cdot \ln\left(\frac{r_2 \cdot r_4(\Theta)}{r_1 \cdot r_3(\Theta)}\right) + \epsilon_1^2 \cdot \ln\left(\frac{r_3(\Theta)}{r_2}\right)}, \quad (42)$$

o talpa tokio kondensatoriaus be dielektriko:

$$C_{\text{vakuume}} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln\left(\frac{r_4(\Theta)}{r_1}\right)}. \quad (43)$$

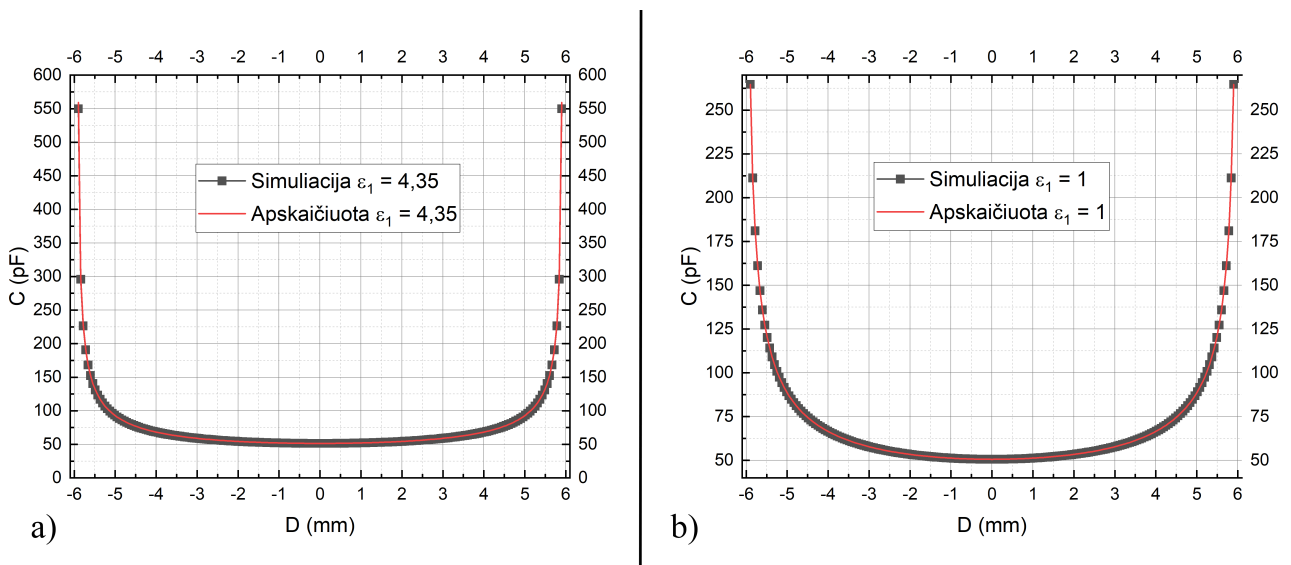
$\epsilon_\epsilon$  gaunama iš santykio 43 ir 42:

$$\epsilon_\epsilon = \frac{C_{\epsilon_1}}{C_{\text{vakuume}}} = \frac{\int_0^\pi \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_1^2\epsilon_2 L}{\epsilon_1\epsilon_2 \cdot \ln\left(\frac{r_2 \cdot r_4(\Theta)}{r_1 \cdot r_3(\Theta)}\right) + \epsilon_1^2 \cdot \ln\left(\frac{r_3(\Theta)}{r_2}\right)} d\Theta}{\int_0^\pi \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln\left(\frac{r_4(\Theta)}{r_1}\right)} d\Theta} = \int_0^\pi \frac{\epsilon_1\epsilon_2 \cdot \ln\left(\frac{r_4(\Theta)}{r_1}\right)}{\epsilon_2 \cdot \ln\left(\frac{r_2 r_4(\Theta)}{r_1 r_3(\Theta)}\right) + \epsilon_1 \cdot \ln\left(\frac{r_3(\Theta)}{r_2}\right)} d\Theta \quad (44)$$

Ekscentriško cilindrinio kondensatoriaus talpa:

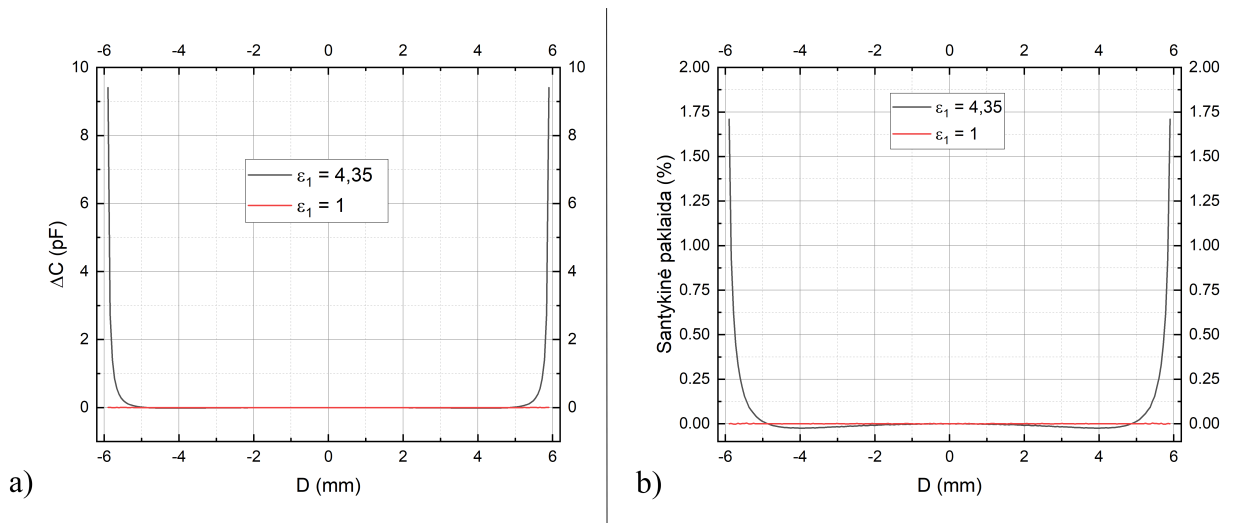
$$C_{\text{eksc}} = C_{\epsilon_\epsilon} = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\text{acosh}\left(\frac{r_1^2 + r_4^2 - D^2}{2r_1 r_4}\right)} \int_0^\pi \frac{\epsilon_1\epsilon_2 \cdot \ln\left(\frac{r_4(\Theta)}{r_1}\right)}{\epsilon_2 \cdot \ln\left(\frac{r_2 r_4(\Theta)}{r_1 r_3(\Theta)}\right) + \epsilon_1 \cdot \ln\left(\frac{r_3(\Theta)}{r_2}\right)} d\Theta \quad (45)$$

45 lygties rezultatai palyginami su skaitmeniniu modeliu (28 pav., a ir b), kuriuose pastebimas rezultatų sutapimas. Dielektriko su  $\epsilon_1 = 4,35$  panaudojimas talpos pokyti tarp 0 mm ir  $\pm 6$  mm padidina 2 kartus.

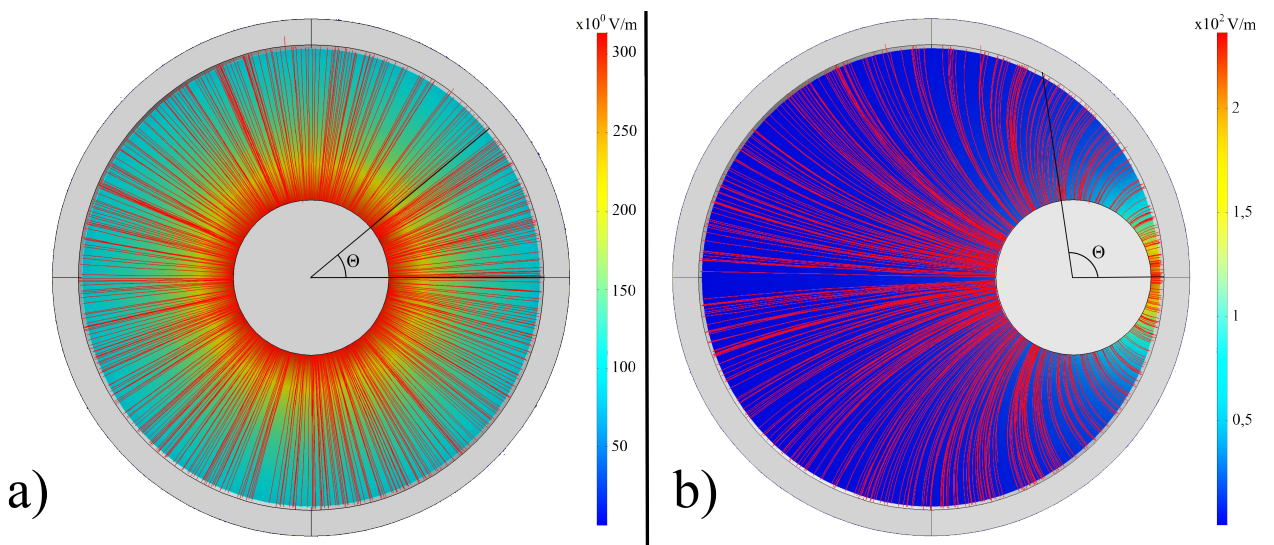


28 pav. Analitinio skaičiavimo ir skaitmeninio modelio talpos priklausomybė nuo poslinkio esant tokiems patiems kondensatoriaus matmenims, bet skirtingoms dielektriko  $\epsilon_1$ . a) –  $\epsilon_1 = 4,35$ , b) –  $\epsilon_1 = 1$ .

Kadangi iš šio grafiko tikslaus rezultatų nesutapimo pamatyti neįmanoma, pateikiami jų talpų skirtumo ir santykinės paklaidos grafikai (29 pav., a ir b). Kai šio kondensatoriaus dielektriko  $\epsilon_1 = 1$ , (29 pav., a) apskaičiuotos skaitiškai ir skaitmeninės simuliacijos vertės nesutampa tik dėl apvalinimo 0,001 pF tikslumu, tai geriau galima pastebėti iš santykinės paklaidos grafiko (29 b) pav.) – raudonos linijos fliuktacijos. Tačiau kai dielektriko  $\epsilon_1 = 4,35$ , esant poslinkiui didesniau kaip  $\pm 5$  mm (29 pav., a), pastebimas talpų neatitikimas, kurio vertė pasiekia didžiausią 9,4 pF vertę, bet tai sudaro tik  $\sim 1,7\%$  neatitikimą. Šį didėjantį talpų neatitikimą didėjant poslinkiui galima paaiškinti sumodeliuotu kondensatoriaus elektrinio lauko linijų vaizdu (30 pav.).



29 pav. a) Baigtinių elementų skaitmeninio modelio ir apskaičiuotos talpos 45 skirtumas nuo poslinkio, esant skirtingoms  $\epsilon_1$ . b) Santykinė paklaida nuo poslinkio.

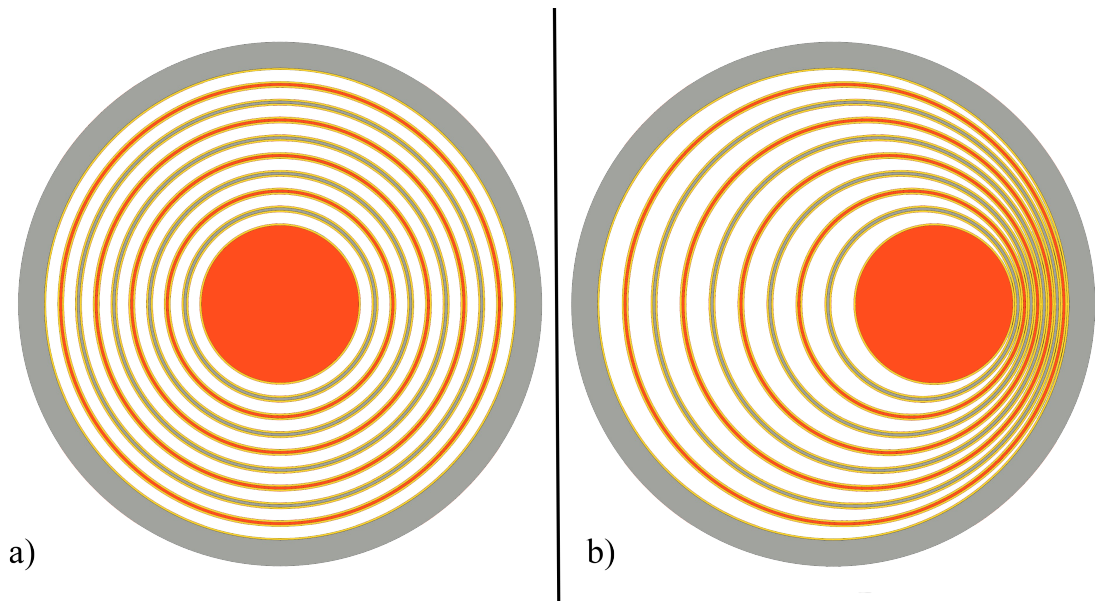


30 pav. Kondensatoriaus elektrinio lauko linijų skaitmeninė simuliacija esant skirtingiems poslinkiams. Už raudonų linijų pavaizduota elektrinio lauko stiprio spalvinė diagrama. Juodos linijos leidžia palyginti elektrinio lauko linijų kreivumą. a)  $D = 0$  mm, elektrinio lauko linijos yra tiesės, b)  $D = 5,4$  mm, elektrinio lauko linijos tampa kreivos.

Kuomet kondensatoriaus cilindro poslinkis  $D = 0$  mm (30 pav., a), tuomet elektrinio lauko linijos yra tiesės ir pasiskirsčiusios vienodai. Tačiau didėjant vidinio cilindro poslinkiui (30 pav., b) elektrinio lauko linijos išsikreipia. Apskaičiuojant  $\epsilon_{ef}$  pagal 44 lygtį yra integruojama einant tiesiai spinduliu, nuo kurio priklauso  $r_4(\Theta)$ , o elektrinio lauko linijos yra tiesės, tačiau šioje iliustracijoje akivaizdžiai galima pastebėti, jog šios kreivės kerta tiesę einančią nuo centro. Todėl (29 pav., a) matomas didėjantis talpų skirtumas cilindrų suartėjus.

### 2.1.2 Daugiažiedžio kondensatoriaus artinys spiralinio kondensatoriaus talpai rasti

Spiralinio kondensatoriaus talpos lygtį galima rasti supaprastinus šią geometrinę struktūrą, paverčiant ją į cilindrinę, t.y. spiralės vijas pakeičiant į cilindrus (31 pav.).



31 pav. Daugiažiedis kondensatorius. Geltona spalva pažymėti dielektriniai sluoksniai, pilka – elektrodai, iš kurių kas antras įelktrinti teigiamai (raudona spalva), kiti – neigiamai. a) esant mažiausiai talpai, kai  $p = 0$ , b) – didžiausiai, kai  $p = 1$ .

Tokiai struktūrai yra nepatogu naudoti poslinkio dydį  $D$ , nes tiesiogiai išmatuoti galima tik centrinio cilindro poslinkį išorinio atžvilgiu, o skaičiavimams naudojamas poslinkis, kuris yra tarp dviejų šalia esančių cilindrų. Taip pat skaitinė poslinkio prasmė be nurodytų matmenų neteikia informacijos apie cilindrų padėtį, todėl įvedamas parametras  $p$ , kurį su poslinkiu galima susieti sąryšiu:

$$D = D_{\max}p, \text{ kai } -1 \leq p \leq 1, \quad (46)$$

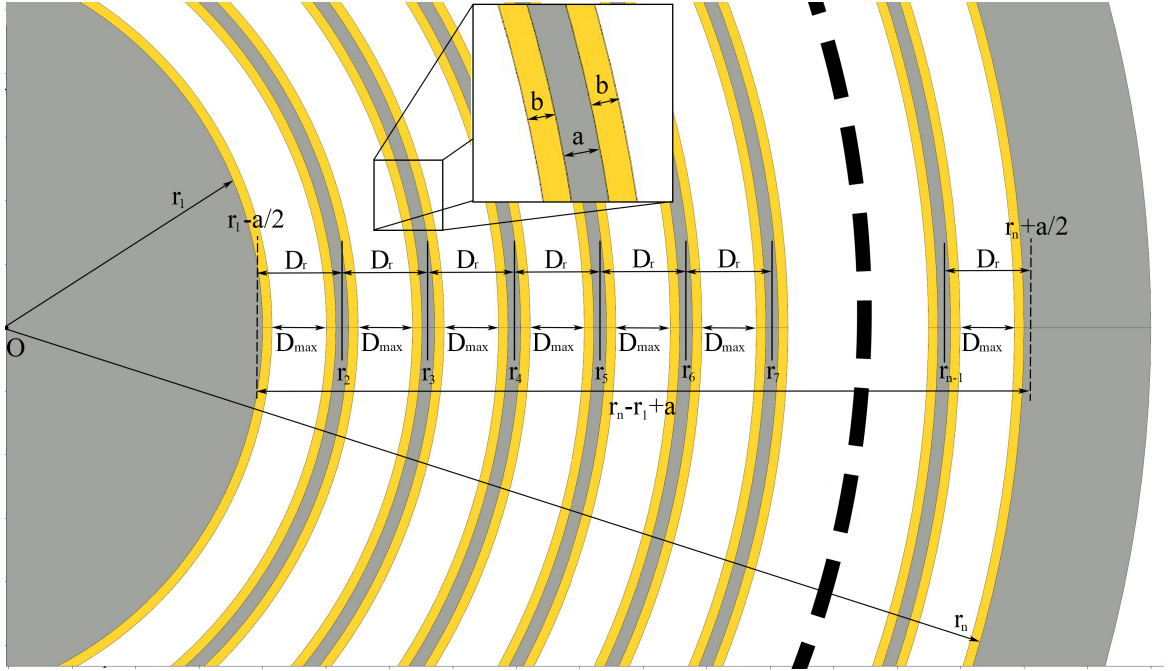
kur  $D_{\max}$  – didžiausias poslinkis tarp dviejų šalia esančių cilindrų. Taigi, kai  $p = 0$ , visi cilindrai išsidėstę koncentriškai (31 pav., a), kai  $p = 1$  – visi cilindrai susilietę (31 pav., b), o  $p = -1$  – susilietę priešingoje pusėje. Svarbu paminėti, kad  $D_{\max}$  ir  $D$  yra tokie patys visoms cilindrų poroms ir kintant  $p$  keičiasi vienodai (32 pav.).

Poslinkį cilindrų  $r_1$  ir  $r_n$  vienas kito atžvilgiu sieja sąryšis, gaunamas  $D_{\max}$  padauginus iš tarpų tarp cilindrų skaičiaus ( $n - 1$ ):

$$D_{\text{visas}} = D_{\max}(n - 1), \quad (47)$$

kur  $n$  – cilindrų skaičius.  $D_{\max}$  vertę galima rasti atėmus cilindro  $r_n$  spindulį iš  $r_1$  ir atimant





32 pav. Cilindrių masyvo kondensatoriaus schema. Brūkšnine linija pažymėti spinduliai, reikalingi tam, kad visi  $D_f$  atstumai būtų vienodi, kurie reikalingi kiekvieno cilindro padėčiai rasti.

tarp jų esančių elektrodų ( $a$ ) ir dielektrikų ( $b$ ) storius padalinant iš tarpų skaičiaus:

$$D_{\max} = \frac{r_n - r_1 - a(n-2) - 2b(n-1)}{n-1}, \text{ kai } n > 2, \quad (48)$$

kur  $a$  – elektrodo storis (m),  $b$  – dielektriko storis (m). Elektrodų bei dielektrikų spinduliams rasti pasinaudojama prielaida, kad atstumai tarp jų centrų  $D_f$  yra lygūs (32 pav.), todėl  $r_1$  cilindre reikia išsiskaičiuoti naują spindulį  $r_1 - \frac{a}{2}$ , o  $r_n$  cilindre –  $r_n + \frac{a}{2}$ , o atstumas tarp jų –  $r_n - r_1 + a$ . Gaunami cilindro elektrodų porų spinduliai:

$$r_i = (i-1) \frac{r_n - r_1 + a}{n-1} + \frac{a}{2} + r_1 - \frac{a}{2} = (i-1) \frac{r_n - r_1 + a}{n-1} + r_1, \text{ kai } n > 2 \text{ ir } 1 < i < n, \quad (49)$$

$$r_{i+1} = i \frac{r_n - r_1 + a}{n-1} - \frac{a}{2} + r_1 - \frac{a}{2} = i \frac{r_n - r_1 + a}{n-1} + r_1 - a, \text{ kai } n > 2 \text{ ir } 1 < i < n, \quad (50)$$

kur  $i$  – cilindro eilės numeris. Jų dielektrikų spinduliai:

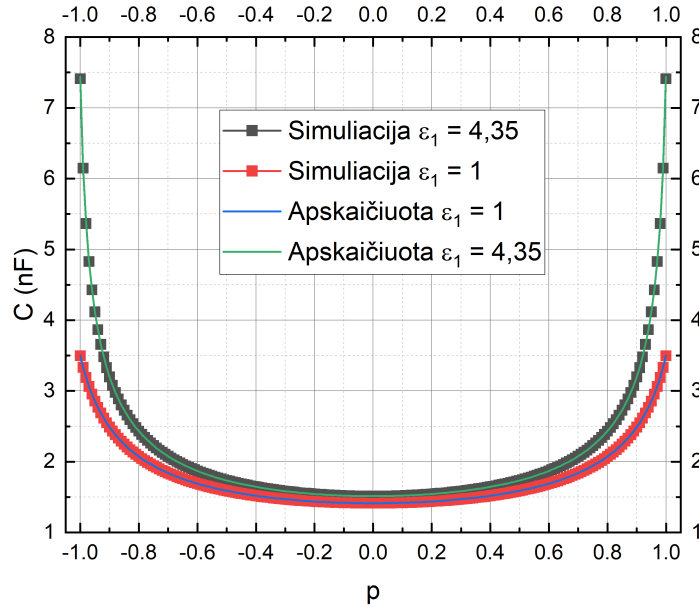
$$r_{d_i} = (i-1) \frac{r_n - r_1 + a}{n-1} + r_1 + b, \text{ kai } n > 2 \text{ ir } 1 < i < n, \quad (51)$$

$$r_{d_{i+1}} = i \frac{r_n - r_1 + a}{n-1} + r_1 - a - b, \text{ kai } n > 2 \text{ ir } 1 < i < n. \quad (52)$$

Jeigu  $n = 2$  talpos skaičiavimui taikoma 45 lygtis. Žinant  $r_i, r_{i+1}, r_{d_i}, r_{d_{i+1}}, D_{\max}$  ir  $p$  išraiškas, visa cilindrų masyvų talpa yra lygi visų esančių cilindrų porų talpų sumai, pritaikant 45 lygtį:

$$C_{\text{Artinio}} = \sum_{i=1}^n \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\text{acosh}\left(\frac{r_i^2 + r_{i+1}^2 - D_{\max}^2 p^2}{2r_i r_{i+1}}\right)} \int_0^\pi \frac{\epsilon_1 \epsilon_2 \cdot \ln\left(\frac{r_{i+1}(\Theta)}{r_i}\right)}{\epsilon_2 \cdot \ln\left(\frac{r_{d_i} r_{i+1}(\Theta)}{r_i r_{d_{i+1}}(\Theta)}\right) + \epsilon_1 \cdot \ln\left(\frac{r_{d_{i+1}}(\Theta)}{r_{d_i}}\right)} d\Theta. \quad (53)$$

Apskaičiuotas baigtinių elementų metodu ir taikant 53 formulę talpos kitimas yra palygintas (33 pav.).

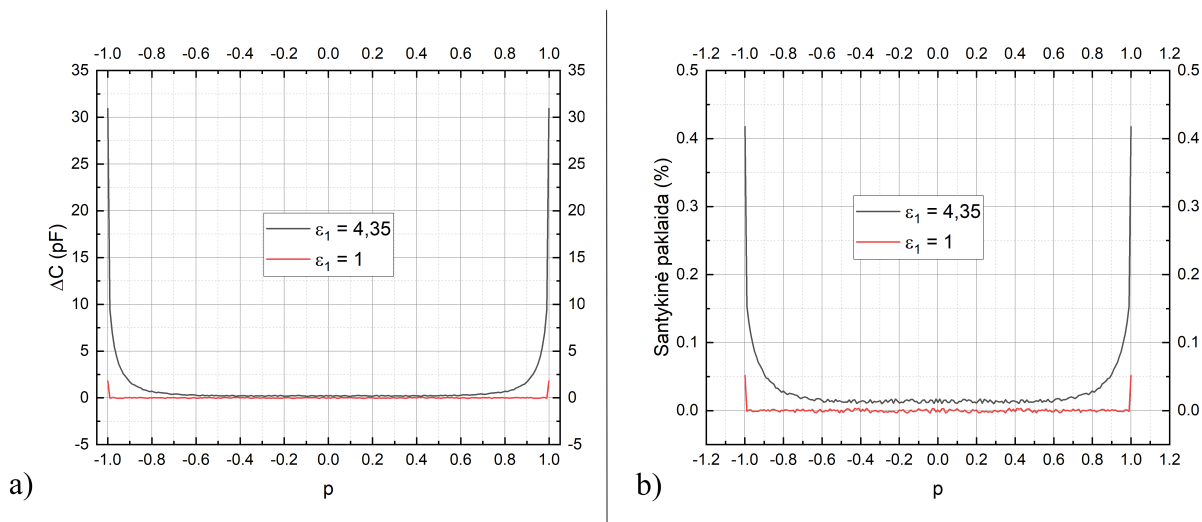


33 pav. Analitinio skaičiavimo ir skaitmeninio modelio talpos priklausomybė nuo poslinkio esant tokiems patiems kondensatoriaus matmenims, bet skirtingoms dielektriko  $\epsilon_1$ .

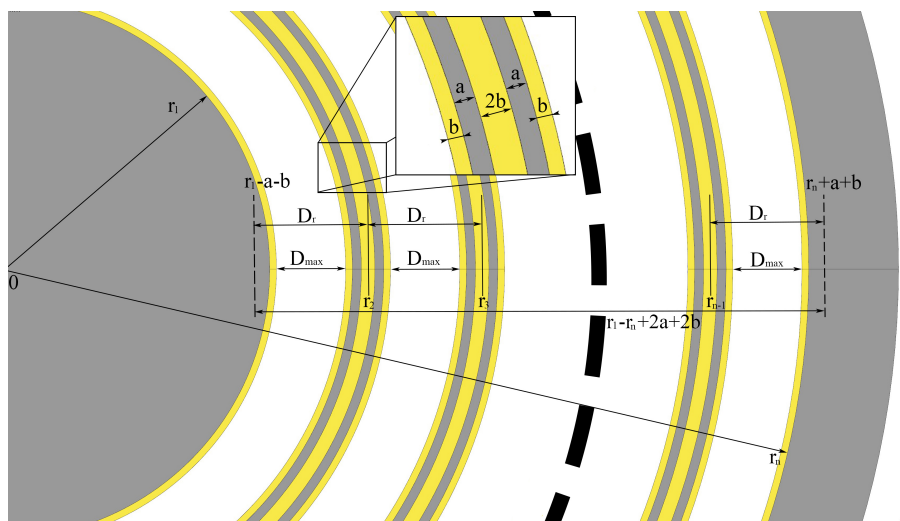
Šiame grafike galima pastebėti, kai  $p = 0$ , dielektriko įtaka talpai maža, tačiau artėjant link  $p = \pm 1$ , talpa padidėja daugiau 2 kartus. Svarbu paminėti, kad rezultatų skaitmeninio modelio, bei apskaičiuotos vertės persidengia, tai parodo artinio tikslumą. Norint rasti rezultatų neatitikimą pateikiami grafikai (34 pav.).

(34 pav., a) talpos skirtumas kai  $\epsilon_1 = 1$  šalia  $p = \pm 1$  padidėja, dėl skaitmeninio modelio tinkelio netolygumo, o smulkus šios kreivės netolygumas atsiranda dėl rezultatų apvalinimo 0,001 pF tikslumu, tai geriau galima pastebėti (34 pav., b) grafike. Kai dielektriko  $\epsilon_1 = 4,35$ , artėjant prie  $p = \pm 1$ , talpos skirtumas išauga iki  $\sim 32$  pF, dėl anksčiau aptarto elektrinio lauko linijų išlinkimo (30 pav., b), tačiau tai sudaro tik  $\sim 0,42$  % neatitikimą.

Šis artinys paremtas 53 lygtimi, nepilnai aprašo spiralinio kondensatoriaus talpą, nes spiralė sudaryta iš dviejų elektrodų, atskirtų dielektriko sluoksniu ir talpa gaunama ne tik tarp skirtingų apvijų sąveikos, bet ir dėl sąveikos tarp elektrodų. Todėl šis artinys yra papildomas taip kaip parodyta (35 pav.).



34 pav. a) Baigtinių elementų skaitmeninio modelio ir apskaičiuotos talpos 53 lygtimi skirtumas nuo parametro  $p$ , esant skirtingoms  $\epsilon_1$ . b) Santykinė paklaida nuo poslinkio.



35 pav. Atnaujinta cilindrių masyvo kondensatoriaus schema. Brūkšnine linija pažymėti spinduliai, nes yra reikalingi tam, jog atstumai  $D_r$  būtų vienodi, kurie reikalingi cilindrių padėčiai rasti.

Taip pat kaip ir (32 pav.) visi talpos išraiškoje reikalingi geometriniai parametrai randami tuo pačiu būdu.

$$D_{\max} = \frac{r_n - r_1 - 2a(n-2) - 4b(n-1)}{n-1,5}, \text{ kai } n > 2, \quad (54)$$

$$r_i = (i-1) \frac{r_n - r_1 + 2a + 2b}{n-1} + r_1, \text{ kai } n > 2 \text{ ir } 1 < i < n, \quad (55)$$

$$r_{i+1} = i \frac{r_n - r_1 + 2a + 2b}{n-1} + r_1 - 2a - 2b, \text{ kai } n > 2 \text{ ir } 1 < i < n, \quad (56)$$

$$r_{d_i} = i \frac{r_n - r_1 + 2a + 2b}{n - 1} + r_1 - 2a - 2b + b, \text{ kai } n > 2 \text{ ir } 1 < i < n, \quad (57)$$

$$r_{d_{i+1}} = i \frac{r_n - r_1 + 2a + 2b}{n - 1} + r_1 - 2a - 3b, \text{ kai } n > 2 \text{ ir } 1 < i < n. \quad (58)$$

Šiam atnaujintam artiniui į talpos išraišką prisideda talpa, esanti tarp tame pačiame cilindre esančių elektrodų. Jų talpa randama pagal 9 lygtį, tik spinduliai  $r_2$  ir  $r_1$  atitinkamai pakeičiami į:

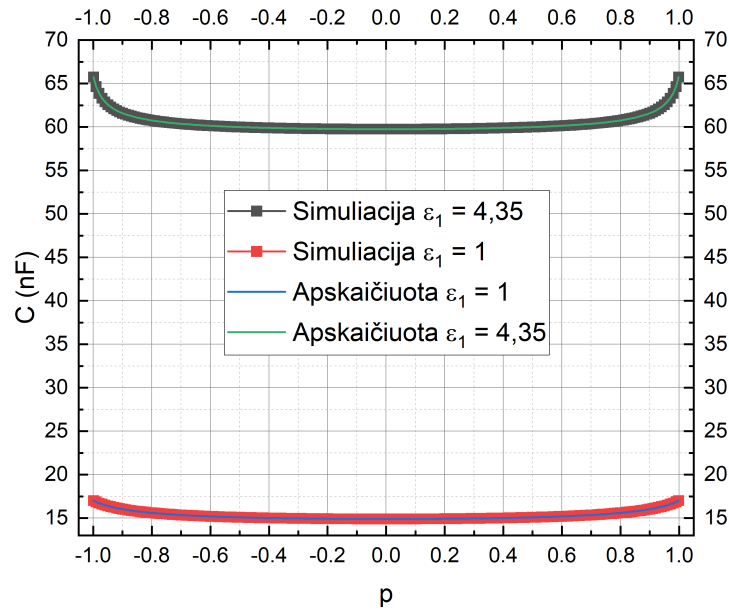
$$r_{e1_i} = (i - 1) \left( \frac{r_n - r_1 + 2a + 2b}{n - 1} \right) + r_1 - a - 2b, \quad (59)$$

$$r_{e2_i} = (i - 1) \left( \frac{r_n - r_1 + 2a + 2b}{n - 1} \right) + r_1 - a. \quad (60)$$

Taigi, atnaujinta šio artinio talpos lygtis:

$$C_{\text{Artinys2}} = \sum_{i=1}^n 2\pi\epsilon_0 L \left( \frac{\epsilon_1}{\ln\left(\frac{r_{e2_i}}{r_{e1_i}}\right)} + \frac{1}{\text{acosh}\left(\frac{r_i^2 + r_{i+1}^2 - D^2}{2r_i r_{i+1}}\right)} \right) \int_0^\pi \frac{\epsilon_1 \epsilon_2 \cdot \ln\left(\frac{r_{i+1}(\Theta)}{r_i}\right)}{\epsilon_2 \cdot \ln\left(\frac{r_{d_i} r_{i+1}(\Theta)}{r_i r_{d_{i+1}}(\Theta)}\right) + \epsilon_1 \cdot \ln\left(\frac{r_{d_{i+1}}(\Theta)}{r_{d_i}}\right)} d\Theta \quad (61)$$

Remiantis (35 pav.) artiniu apskaičiuotas baigtinių elementų metodu ir taikant 61 formulę talpos kitimas yra palygintas (36 pav.).

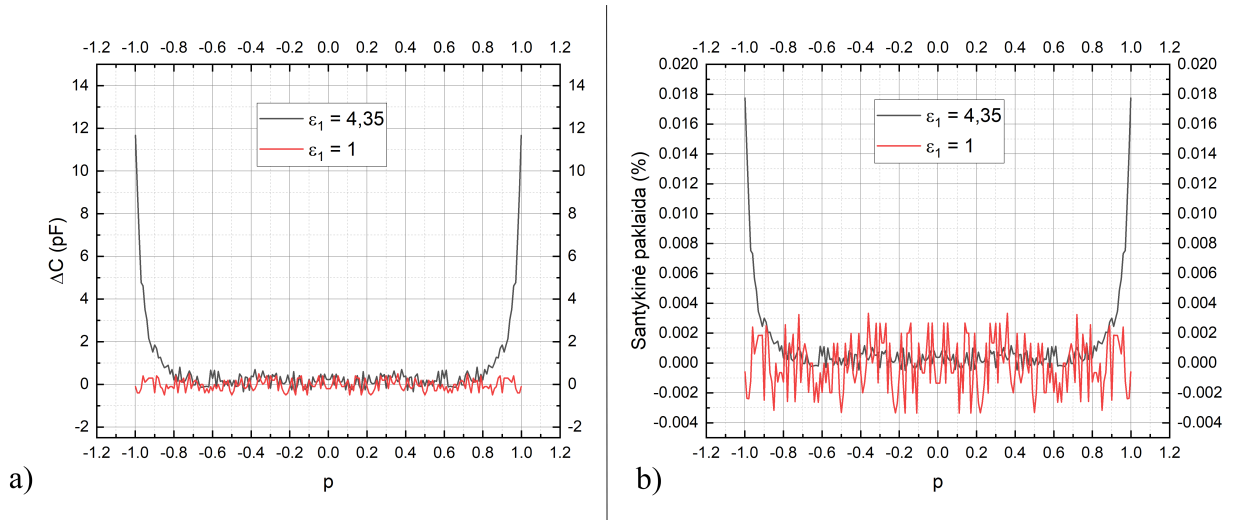


36 pav. Analitinio skaičiavimo ir skaitmeninio modelio talpos priklausomybė nuo poslinkio esant tokiems patiems kondensatoriaus matmenims, bet skirtingoms dielektriko  $\epsilon_1$ .

Šiame grafike talpa esant dielektrikui, kurio  $\epsilon_0 = 4,35$  pakinta daugiau kaip per 5 nF, kondensatoriaus su dielektrikui, kurio  $\epsilon_1 = 1$  per  $\sim 2,5$  nF. Didelį talpos skirtumą tarp kreivių

lemia tame pačiame cilindre esančių elektrodų tarpusavio talpa esant skirtingiems dielektrikams.

Įvertinant skaitmeninio modelio bei 61 lygties skirtumą ir paklaidas, pateikiami grafikai (37 pav., a ir b). Pastebimas talpos neatitikimas (37 pav., a) mažėja lyginant su pirmąja artinio



37 pav. a) Baigtinių elementų skaitmeninio modelio ir apskaičiuotos talpos 61 lygtimi skirtumas nuo parametro  $p$ , esant skirtingoms  $\epsilon_1$ . b) Santykinė paklaida nuo poslinkio.

versija (34 pav., a), nes atstumas tarp skirtingų cilindrių elektrodų mažėja, remiantis (30 pav., b) elektrinio lauko linijos tampa tiesesnės dėl trumpesnio atstumo, todėl šio artinio rezultatai yra tikslesni. Talpos skirtumo priežastys tokios pačios kaip ir prieš tai aprašyto artinio. Tai puikiai parodo (37 pav., b), nes santykinė paklaida neviršija 0,02 %, taigi galima teigti, jog šio atnaujinto artinio 61 lygtis teisingai aprašo modelį.

### 2.1.3 Spiralinio kondensatoriaus geometrinis modelis ir talpa

Spiralinio kondensatoriaus pagrindinė sudedamoji dalis – spiralė, kuri keičia talpą keisdama savo formą taip kaip parodyta (38 pav., a ir b). Tokio kondensatoriaus geometriniai modeliai pateikti (25 pav., a ir b).

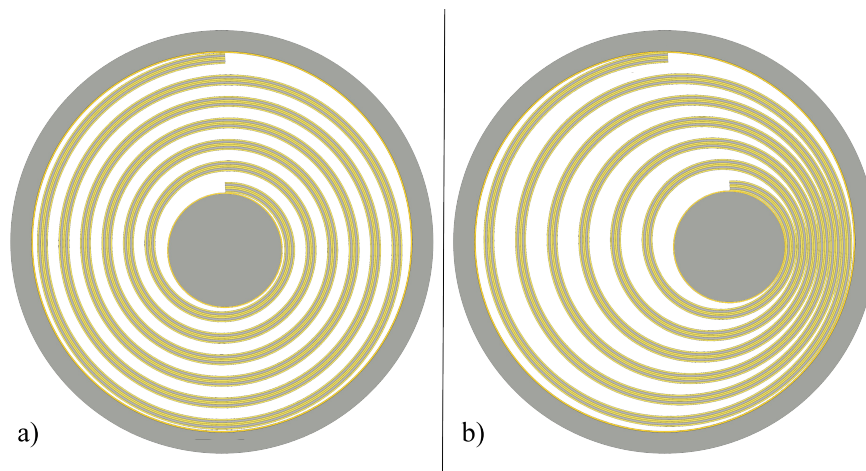
Spiralės, tokios kaip pavaizduota (38 pav., a), funkcija polinėje koordinatų sistemoje:

$$r = r_1 + k\Theta, \quad (62)$$

kur  $k$  – spiralės augimo koeficientas, kuris gaunamas:

$$k = \frac{r_n - r_1}{2\pi n}. \quad (63)$$

Tačiau dirbant su grafine programine įranga reikalingos lygtys aprašančios kreivės taškų  $x$  ir  $y$  dedamųjų kitimą. Joms gauti atlikus 62 funkcijos konversiją į Dekarto koordinatų sistemą,



38 pav. Spiralinio kondnesatoriaus skerspjūvis, kuriame spiralė pritvirtinta prie centre esančio strypo ir išorinio cilindro. a)  $p = 0$  – mažiausia talpa, b)  $p = 1$  – didžiausia.

gaunama ši lygčių sistema, pagal kurią aprašoma (38 pav., a) spiralė:

$$\begin{cases} x = r \cos(\Theta) \\ y = r \sin(\Theta). \end{cases} \quad (64)$$

(38 pav., b) atveju spiralės deformuojasi tik horizontalia kryptimi nuo koeficiento  $p$  gaunama pakeičiant 64 sistemos  $x$  komponentę papildant ją:

$$\begin{cases} x = r \cos(\Theta) + kp \\ y = r \sin(\Theta). \end{cases} \quad (65)$$

Remiantis (2.1.2) poskyryje aprašytais artiniais, spiralinę struktūrą reikia papildyti vidiniu ir išoriniu cilindrais, nes spiralės pradžioje ir gale susidarytų tik puse cilindro, o tai sumažintų artinio tikslumą, taip pat šie pridėtiniai cilindrai reikalingi tam, kad spiralės deformaciją būtų patogū keisti, turėtų korpusą ir būtų apsaugota nuo mechaninio sugadinimo.

Tokio kondensatoriaus talpos išraiška gaunama, pakeitus 61 lygties komponentę, kuri apskaičiuoja tame pačiame cilindre esančių elektrodų talpą, į plokščiojo kondensatoriaus 7 lygtį. Šioje lygtyje elektrodų plotas gaunamas iš spiralės ilgio ir pločio sandaugos, o atstumas tarp elektrodų remiantis (35 pav.) lygus  $2b$ . Taigi, spiralinio kondensatoriaus talpa:

$$C_{\text{Spiralinio}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_1 l L}{2b} + \sum_{i=1}^n \frac{2\pi \epsilon_0 L}{\text{acosh}\left(\frac{r_i^2 + r_{i+1}^2 - D^2}{2r_i r_{i+1}}\right)} \int_0^\pi \frac{\epsilon_1 \epsilon_2 \cdot \ln\left(\frac{r_{i+1}(\Theta)}{r_i}\right)}{\epsilon_2 \cdot \ln\left(\frac{r_{d_i} r_{i+1}(\Theta)}{r_i r_{d_{i+1}}(\Theta)}\right) + \epsilon_1 \cdot \ln\left(\frac{r_{d_{i+1}}(\Theta)}{r_{d_i}}\right)} d\Theta, \quad (66)$$

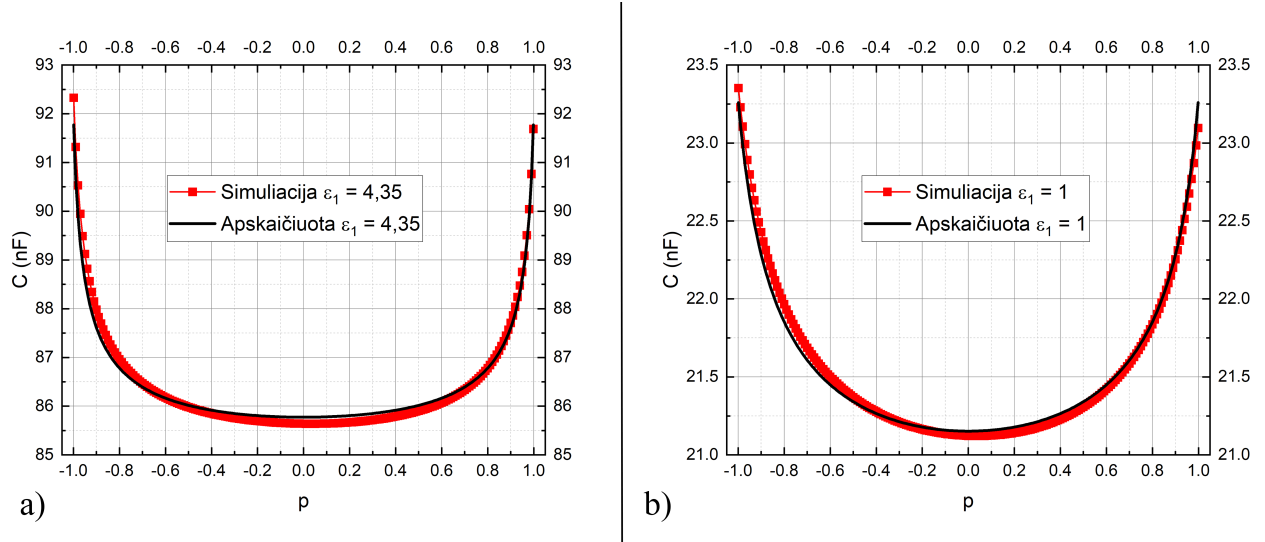
kur  $l$  – spiralės ilgis(m):

$$l = \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\Theta}\right)^2} d\Theta, \quad (67)$$

o  $\Theta_1$  ir  $\Theta_2$  atitinkamai kampai spiralinės pradžios ir pabaigos. 67 integralo sprendinys:

$$l = \frac{k}{2} \left( \Theta \sqrt{1 + \Theta^2} + \sinh^{-1} \Theta \right) \Big|_{\frac{r_1}{k}}^{\Theta_2 + \frac{r_1}{k}}. \quad (68)$$

Pasinaudojant 66 lygtimi ir sukūrus spiralinio kondnesatoriaus skaitmeninį modelį gaunami talpos grafikai (39 pav.). Abiejuose grafikuose pastebimas apskaičiuotų verčių ir BEM analizės

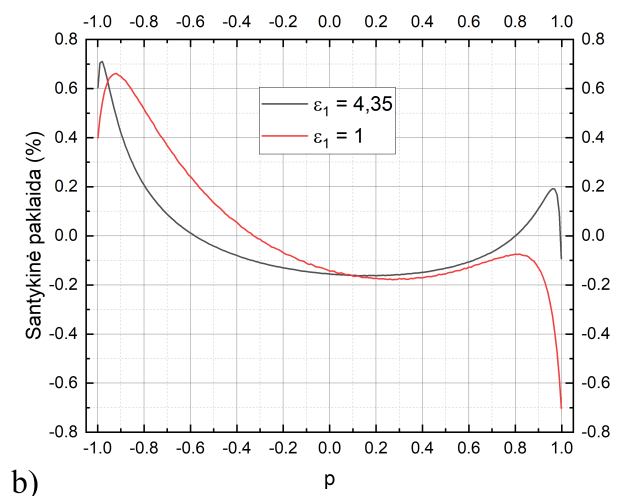
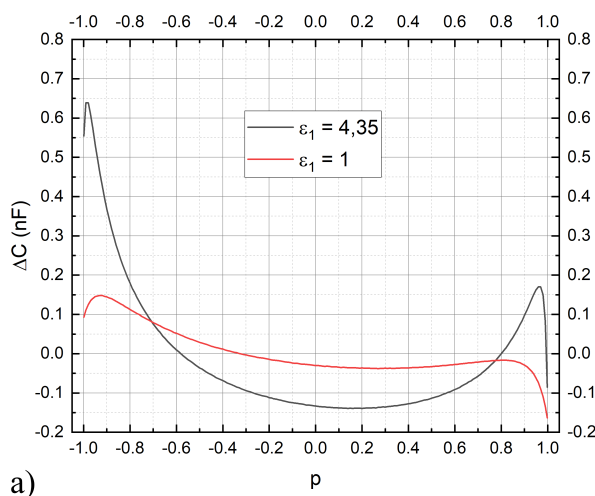


39 pav. Spiralinio kondensatoriaus talpos priklausomybė nuo  $p$ , esant vienodiems geometriniam parametrams. a) esant dielektrikui kurio  $\epsilon_1 = 4.35$ , b) –  $\epsilon_1 = 1$ .

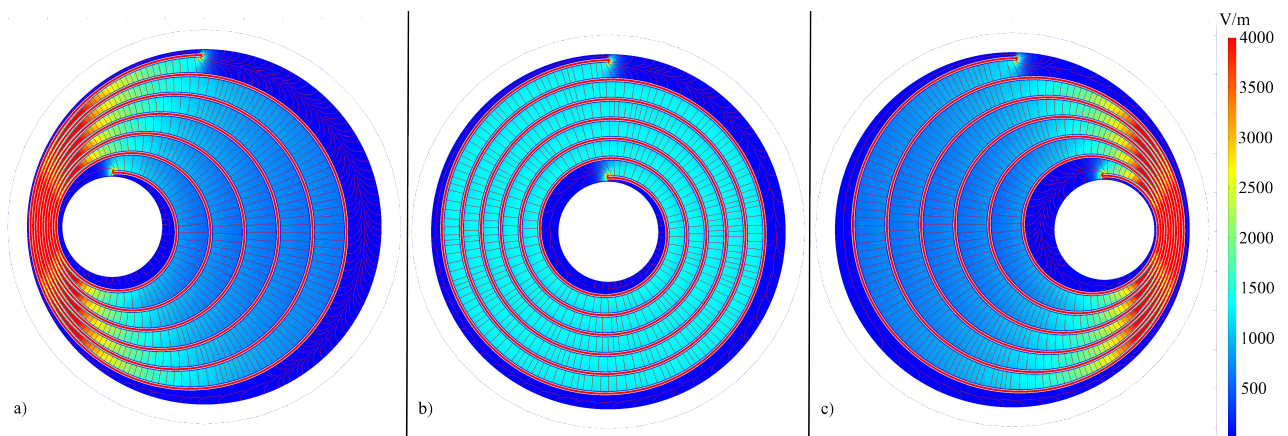
neatitikimas. Remiantis analitine išraiška kai daugiklis artėja prie  $p = \pm 1$ , jų vertės turėtų būti vienodos, tačiau skaitmeninis modelis rodo, kad jos skiriasi  $\epsilon_1 = 4.35$  (39 pav., a) atveju per  $\sim 0.64$  nF, o  $\epsilon_1 = 1$  (39 pav., b) per  $\sim 0.25$  nF. Šių verčių nesutapimą lemia spiralinės struktūros nesimetriškumas. Įvertinant modelio tikslumą apskaičiuojamas verčių neatitikimas ir santykinė paklaida (40 pav., a ir b).

(40 pav., a) talpų neatitikimus galima paaiškinti remiantis skaitmeninio modelio sukurtu elektrinio lauko ir jo linijų pasiskirstymo diagramomis (41 pav., a, b, c). Šalia  $p = -1$ , talpa stipriai skiriasi, nes (41 pav., a) vidinis strypas prispaudžia didžiausią spiralinės apvijos dalį, kuri turi didesnę įtaką talpai, nei  $p = 1$  (41 pav., c), kur priešingoje pusėje prispaudžiama mažesnio diametro apvijos dalis, šios priežasties 66 lygtis neįvertina. Tai galima pastebėti (40 pav., a) grafike, kuriame artėjant link  $p = \pm 1$ , kur esant dielektrikui su  $\epsilon_1 = 4,35$  talpos neatitikimas siekia  $\sim 0,65$  pF, o  $\epsilon_1 = 1 - \sim 0,2$  pF, o tai atitinkamai sudaro ne didesnę kaip 0,7 % paklaidą (40 pav., b).

Kai arti  $p = 0$ , paklaida yra  $\sim -0,15$  %, nes (41 pav., b) galima pastebėti aplink išorinį ir vidinį cilindrus esančias mėlynas zonas, kuriose elektrinio lauko stipris lygus  $\sim 0$  V/m, taigi šių zonų indėlis į talpą yra mažas. Taip pat (41 pav.) visose iliustracijose, matomas krašto efektas spiralinės pradžioje ir gale, o tai taip pat didina talpų rezultatų nesutapimus. Taip



40 pav. a) Baigtinių elementų skaitmeninio modelio ir apskaičiuotos talpos 61 lygtimi skirtumas nuo parametro  $p$ , esant skirtingoms  $\epsilon_1$ . b) Santykinė paklaida nuo poslinkio.



41 pav. Spiralinio kondensatoriaus elektrinio lauko linijų išsidėstymas esant: a)  $p = -1$ , b)  $p = 0$ , c)  $p = 1$ . Taip pat pateikta elektrinio lauko stiprio pasiskirstymo spalvinė diagrama.

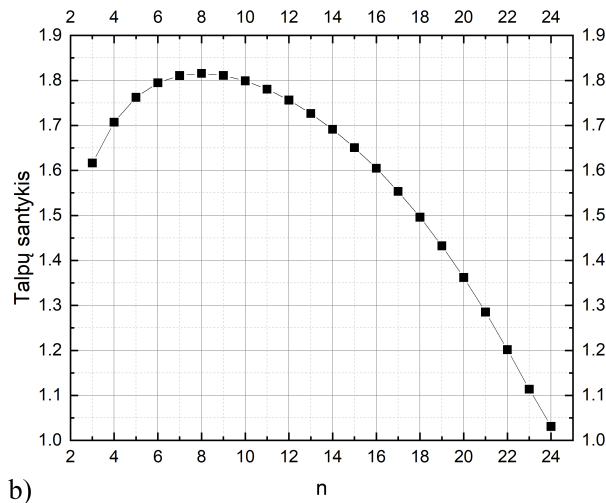
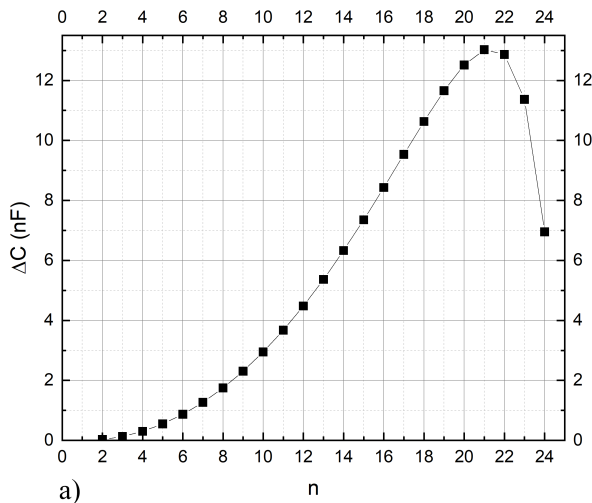
pat svarbu paminėti, kad rezultatų neatitikimą padidina BEM skaitmeninėje analizėje esantys vidinis strypas ir išorinis cilindras, kurie nesiliečia su spirale. Toks modelis buvo kuriamas dėl to, kad BEM modelio atskiros dalys negali susiliesti, nes tai iškraipo ir sumažina tinkelio segmentus ir taip prailgina modeliavimo trukmę. Kadangi šio tarpelio dydis yra  $20 \mu\text{m}$ , jo poveikis talpai yra mažas.

Taigi, sumodeliuotas spiralinis kondensatorius, kurio didžiausias talpos pokytis, kai panaudojamas dielektrikas su  $\epsilon_1 = 4,35$  jo didžiausias talpos pokytis  $\Delta C = 6,68 \text{ nF}$ , o kai dielektriko  $\epsilon_1 = 1$ , tuomet  $\Delta C = 2,23 \text{ nF}$ . Iš šių rezultatų seka pastebėjimas, kad norint gauti didesnę talpos pokytį reikia panaudoti didelės santykinės dielektrinės skvarbos izoliatorius, kurie padidina ne tik talpą, bet ir jos pokytį keičiant  $p$  dydį.

Gaminant tokį kondensatorių pagal žinomus matmenis, svarbu parinkti tinkamą apvijų skaičių, kuriam esant talpos pokytis ar santykis būtų didžiausias, nes nuo to priklauso elekt-



rostatinio generatoriaus kuriama galia. Pateikiami talpos pokyčio bei jos santykio priklausomybės nuo apvijų skaičiaus (42 pav.). Suprogramuotos skaičiuoklės kodas pateikiamas priede Nr. 2.



42 pav. Optimalaus vijų skaičiaus radimas. a) talpos pokyčio priklausomybė nuo apvijų skaičiaus. b) talpos santykio priklausomybė nuo vijų skaičiaus.

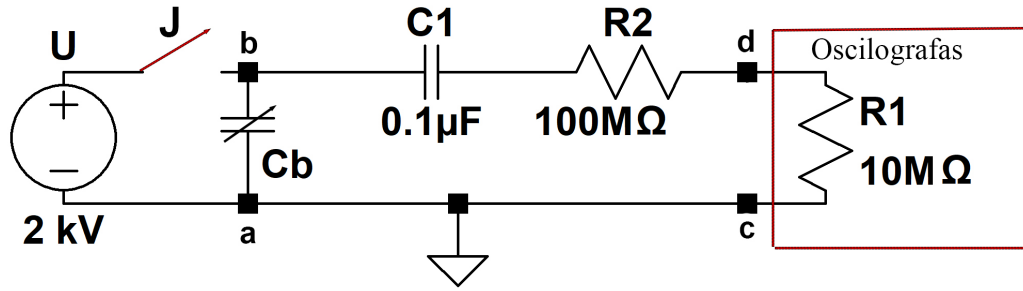
Talpos pokytis (42 pav., a) auga didinant vijų skaičių iki 21, bet toliau didinant ima mažėti. Taip yra dėl to, kad kiekviena vija užima erdvės dalį, ir kai jų yra daugiau nei 21, minimali tokio kondensatoriaus talpa pradeda sparčiau didėti nei maksimali, todėl yra stebimas talpos pokyčio mažėjimas. (42 pav., b) pavaizduota maksimalios ir minimalios talpų santykis nuo apvijų skaičiaus, kuris taip pat kaip ir talpos pokytis auga auga iki tam tikros vertės (8), nes minimali talpa didėjant apvijoms, lėčiau auga už maksimalią. Pasiekus 8 apvijų skaičių dėl abiejų talpų didėjimo jų santykis mažėja.

#### 2.1.4 Elektrostatinio generatoriaus elektrinių savybių charakterizavimas

Siekiant nustatyti spiralinio kondensatoriaus galimybes elektros energijai generuoti, buvo laikoma, kad kondensatoriaus cilindriniai elektrodai juda periodiškai, o jų tarpusavio padėtį apibūdinantis dydis  $p$  kito harmoniniu dėsniu:

$$p(t) = \cos(2\pi ft). \quad (69)$$

Elektrostatinio generatoriaus kuriama energija yra kvadratiškai proporcinga įtampai, o ji priklauso nuo talpos pokyčio, kurį tiesiogiai išmatuoti reikalinga speciali įranga. Dėl to buvo sukurta elektrinė schema, kuri leidžia matuoti kintamo kondensatoriaus įtampą tikroju laiku (43 pav.). Šioje grandinėje panaudojamas aukštos nuolatinės įtampos šaltinis  $U$  kuris per



43 pav. Bandinio įtampos matavimo realiu laiku schema.

jungiklį  $J$  lygiagrečiai sujungtas su kondensatoriumis: kintamos talpos  $C_b$  ir  $C_1$ .  $C_1$  parinkta  $0,1 \mu\text{F}$  talpa, kuri turi būti daug didesnė už kintamojo kondensatoriaus talpos pokytį, tada į  $C_1$  įtampos svyravimus galima neatsižvelgti. Kadangi naudojama aukšta įtampa, tam, kad oscilografas (su vidine varža  $R_1 = 10 \text{ M}\Omega$ ) nebūtų sugadintas, nuosekliai prijungiama  $100 \text{ M}\Omega$   $R_2$  varža. Tai sudaro įtampos daliklį, kurio išraiška:

$$U_{R_1} = U \frac{R_1}{R_1 + R_2}, \quad (70)$$

šiuo atveju tai yra daliklis iš 11.

Prieš pradėdant eksperimentą, jungiklis  $J$  uždaromas ir kondensatoriai yra įelektrinami.  $C_b$  pasiekia įtampą  $U$  akimirksniu (ns eilės laiko tarpe), nes tarp jo ir įtampos šaltinio nėra prijungtos varžos, o  $C_1$  įtampos priklausomybė nuo laiko:

$$u_{C_b} = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}), \quad (71)$$

kur  $\tau_1 = (R_1 + R_2)C_1$ . Oscilografe stebimas momentinės įtampos kritimas:

$$u_{cd} = U e^{-\frac{t}{R_1 C_1}} * \frac{R_1}{R_1 + R_2}. \quad (72)$$

Šioje elektrinėje grandinėje kondensatoriaus  $C_1$  įkrovimas užtrunka apie  $55 \text{ s}$  ( $\tau_1 = 11 \text{ s}$ , laikoma, kad kondensatorius pilnai įsikrauna per laiką  $5\tau_1$ ).

Atjungus jungiklį  $J$ , kondensatoriai tarpusavyje tampa sujungti nuosekliai, kadangi jų sukauptas bendras krūvis išlieka toks pat (kondensatorių elektroduose sujungtuose tarpusavyje, krūvis neturi kur „nutekėti“ (angl. *charge trap*)), todėl staigiai padidėja  $C_b$  įtampa ir relaksuoja iki  $u_{C_1}$ . Kai grandinėje pradeda keistis talpa, atsiranda srovė:

$$i = \frac{u_{C_1} - u_b}{R} = \frac{u_R}{R}, \text{ kur} \quad (73)$$

$R = R_1 + R_2$ ,. Taip pat srovė gali būti išreikšta:

$$i = \frac{dQ_{Cb}}{dt} = \frac{d(C_b U_{Cb})}{dt}. \quad (74)$$

Sulyginamos 73 ir 74 lygčių dešniosios pusės:

$$\frac{u_R}{R} = \frac{d(C_b U_{Cb})}{dt}, \text{ kur} \quad (75)$$

$$u_R = R \frac{d(C_b U_{Cb})}{dt}. \quad (76)$$

Išvestinės sandauga esanti 75 dešinėje pusėje išskleidus:

$$\frac{d(C_b u_{Cb})}{dt} = u_{Cb} \frac{dC_b}{dt} - C \frac{du_{C1}}{dt}. \quad (77)$$

77 lygtį įstačius į 76, gaunama:

$$u_R = R \left( u_{Cb} \frac{dC_b}{dt} - C \frac{du_{C1}}{dt} \right), \quad (78)$$

kadangi  $u_R = U_{C1} - u_{Cb}$ , tai 79 lygtį galima pertvarkyti:

$$\frac{u_{C1} - u_{Cb}}{R} = u_{Cb} \frac{dC_b}{dt} - C_b \frac{du_{Cb}}{dt} \quad (79)$$

Iš 79 lygties gaunama:

$$\frac{du_{Cb}}{dt} = \frac{u_{Cb} \frac{dC_b}{dt}}{C_b} - \frac{u_{C1} - u_{Cb}}{RC}. \quad (80)$$

Įtampos pokytis rezistoriuje  $R$  ir kondensatoriuje  $C_b$  siejasi:

$$du_R = -du_{Cb}, \quad (81)$$

taigi įtampos pokytis rezistoriuje:

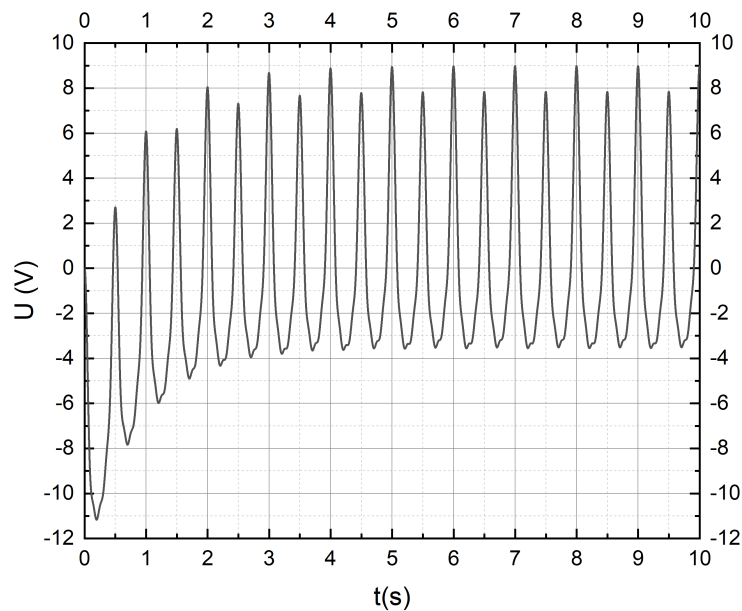
$$\frac{du_R}{dt} = \frac{u_{C1} - u_{Cb}}{RC_b} - \frac{u_{Cb} \frac{dC_b}{dt}}{C_b}. \quad (82)$$

Norint teoriškai apskaičiuoti įtampos kitimą laike, matomą oscilografe, reikia 82 lygtį padauginti iš įtampos daliklio  $R_1/(R_1 + R_2)$ . Remiantis 82 lygtimi, žinant  $u_R$ , galima rasti ir talpos pokytį:

$$\frac{dC_b}{dt} = \frac{1}{u_{Cb}} \left( \frac{u_{C1} - u_{Cb}}{RC_b} - \frac{du_R}{dt} \right). \quad (83)$$

Taigi panaudojant 82 lygtį ir sumodeliuotą spiralinį kondensatorių (2.1.3 poskyris), galima rasti jo kuriamą įtampą. Šio kondensatoriaus modelis buvo kurtas dvimatėje modeliavimo

aplinkoje, tai jo talpa prilyginama esant 1 m ilgio cilindrams arba talpos dimensija gali būti išreikšta F/m, tačiau realybėje taip būtų nepraktiška, todėl pasirinktas 0,1 m jo ilgis ir šiame skyrelyje toliau aprašyti skaičiavimai paremti aproksimuota BEM modelio talpos kitimo funkcija (39 pav., a). Po kondensatorių įelektrinimo atjungus jungiklį  $J$ , ir pradėdant keisti kondensatoriaus geometriją (parametrą  $p$ ) harmoniniu dėsniu  $-1 \leq p \leq 1$ , gaunama oscilograma (44 pav.), kurios suprogramuotos skaičiuoklės kodas pateikiamas priede Nr. 2. Svarbu paminėti, kad parametro  $p$  kitimo intervalas gali būti ir mažesnis.



44 pav. Įtampos kitimas laike, kai atjungiamas maitinimo šaltinis,  $f = 1$  Hz,  $U_{C1} = 2$  kV.

Šiame grafike nuo 0 iki 5 s, matomas įtampos kilimas, kuris atsiranda maitinimo šaltinio atjungimo metu, dėl padidėjusios  $C_b$  kondensatoriaus įtampos. Kadangi  $C_1$  įtampa yra  $U_{C1} < U_{Cb}$ , todėl grandine pradeda tekėti srovė, kol abiejų kondensatorių įtampos susilygina. Iš šio įtampos kilimo galima nustatyti pradinę  $C_b$  talpą, jeigu (44 pav.) įtampa atidedama logaritminėje skalėje, tuomet gaunamas tiesiškas įtampos kilimas, ir pradinė talpa gaunama remiantis lygtimi:

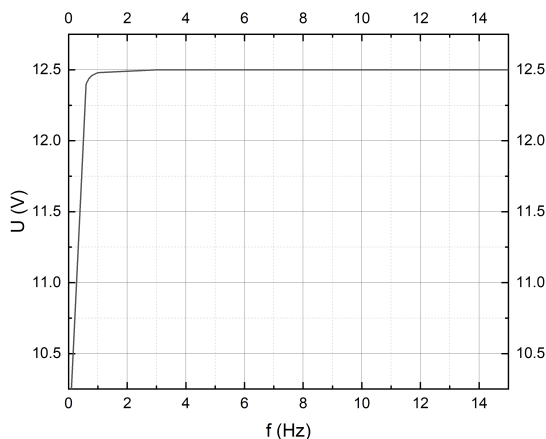
$$C_{b_0} = \frac{U_0}{R \cdot \tan(\theta)}, \quad (84)$$

kur  $C_{b_0}$  – pradinė  $C_b$  talpa,  $U_0$  – pradinė įtampa oscilogramoje,  $\tan(\theta)$  – tiesės polinkis. Iš (44 pav.) ir 84 lygties apskaičiuota  $C_{b_0} \approx 9,09$  nF. Nuo  $t = 5$  s matomos periodinės oscilacijos, kurios yra pasislinkusios į teigiamos įtampos pusę, taip yra dėl to, kad talpos kitimo greitis  $C_b$  kondensatoriaus nėra vienodas, o kas antra oscilacija yra mažesnė, nes spiralinio kondensatoriaus talpa esant  $p = \pm 1$  nėra vienoda. Iš šių oscilacijų amplitudės galima nustatyti talpos pokytį, o žinant jį ir esamą talpą, remiantis 85 lygtimi. Svarbu paminėti, kad šioje lygtyje  $U_{C1}$

laikoma pastovia ir lygi maitinimo šaltinio įtampa, nes jos kitimas yra mažas, o gaunamas talpos pokytis yra pakankamai tikslus.

$$\frac{d\left(\frac{dC}{C_{b0}}\right)}{dt} = -\frac{d\left(\frac{dU}{U_{C1}}\right)}{dt}. \quad (85)$$

Pagal (44 pav.) ir 85 rastas talpos pokytis  $\Delta C \approx 0,624$  nF. Norint sužinoti įtampos pokyčio priklausomybę nuo dažnio pateikiamas grafikas (45). Šiame grafike matomas įtampos augi-

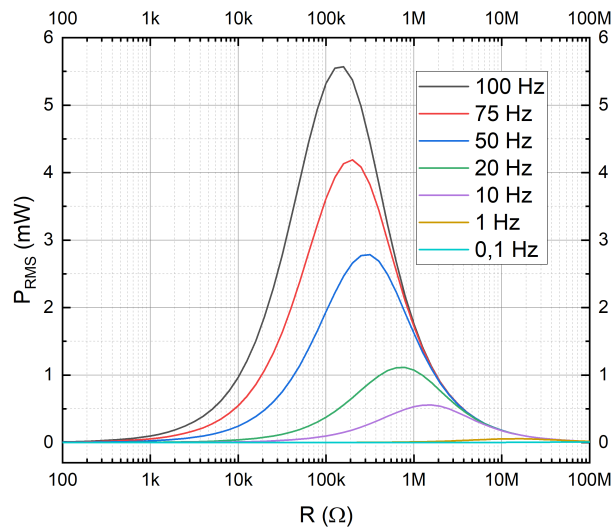


45 pav. Įtampos pokyčio nuo dažnio priklausomybė.

mas iki 1 Hz, viršijus šią vertę stebimas įsisotinimas. Taip yra dėl to, nes didėjant dažniui dėl didelės varžos krūvis iš kondensatoriaus nebespėja pasišalinti. Jeigu generatoriaus dažnis yra įsisotinimo diapazone, galima sumažinti grandinės varžą, tačiau  $R_1$  yra vidinė oscilografo varža ir kurios vertės pakeisti negalima. Šiuo atveju galima prie  $R_1$  lygiagrečiai prijungti mažesnės talpos rezistorių, o  $R_2$  taip pat atitinkamai sumažinti. Šioje grandinėje elektros statinio generatoriaus kuriama galia randama:

$$P_{\text{RMS}} = \frac{U_{\text{RMS}}^2}{R}, \quad (86)$$

kur  $U_{\text{RMS}}$  – efektinė įtampa ir  $P_{\text{RMS}}$  – efektinė galia. Kadangi ši galia kinta laiko atžvilgiu, iš (44 pav.) nuo  $t = 5$  s skaičiuojama vieno periodo efektinė galia, kuri pagal 86 lygtį siekia  $16,8 \mu\text{W}$ , o momentinė –  $90 \mu\text{W}$ . Ši (43 pav.) elektrinė grandinė skirta įvertinti talpos kitimą, tačiau joje esančius rezistorius pakeitus į elektros imtuvą arba apkrovos varžą, gaunamas elektros statinis generatorius. Varžos poveikis efektinei galiai pavaizduotas (46 pav.), kuriame pastebimas galios mažėjimas mažinant varžą, taip yra, dėl to, kad esant mažam  $RC$ , įtampą varžoje nulemta talpos pokyčio maksimumo, kuris su įtampa siejasi 85 lygtimi. Kadangi kondensatoriaus įtampa nebegali padidėti esant tam pačiam dažniui, todėl ir varžoje ji nebedidėja, taip pat sumažinus varžą, joje sumažėja ir įtampa, dėl to ir galia. Taip pat galima pastebėti, kad norint išgauti



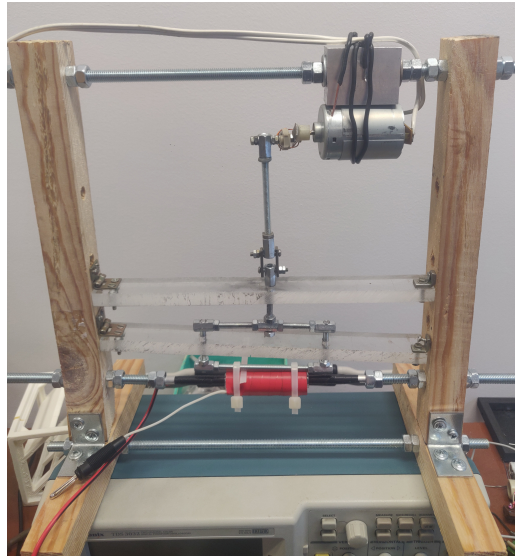
46 pav. Vidutinės galios priklausomybė nuo apkrovos varžos esant skirtingiems talpos kitimo dažniams.

didžiausią galią prie konkretaus dažnio, padidinus dažnį tiek pat kartų reikia sumažinti apkrovos varžą, o galia tiesiškai proporcinga talpos kitimo dažniui, kai  $-1 \leq p \leq 1$ . Taigi, iš BEM kondensatoriaus modelio, kai jo cilindro ilgis 10 cm, esant 100 Hz dažniui ir parenkama optimali 105 kΩ varža, pasiekama 5,57 mW galia (46 pav.). Remiantis 20 ir 14 lygtimis, apskaičiuota didžiausia teorinė galia – 99,4 mW. Šios reikšmės nesutampa, nes spiralinio kondensatoriaus talpa kinta netiesiškai. Apskaičiuotą efektingą galią iš (46 pav.) ir padalinus iš didžiausios teorinės, gaunamas elektrostatinio generatoriaus naudingumo koeficientas, kurio vertė – 5,6 %.

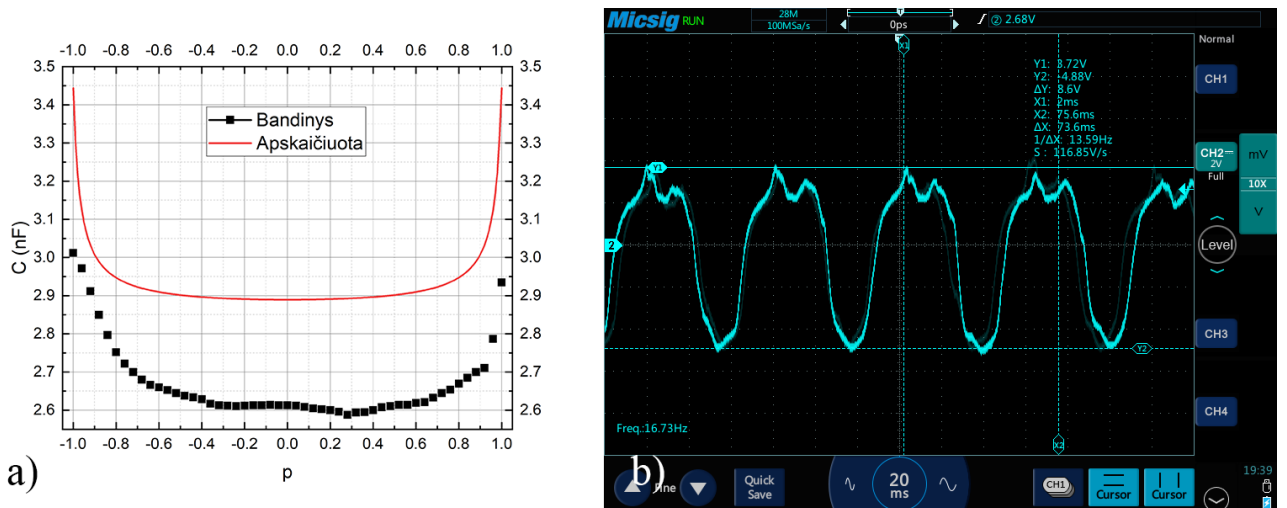
Norint elektrostatinių generatorių panaudoti praktiškai, į (43 pav.) elektrinę grandinę nuosekliai varžoms reikia prijungti žeminantį transformatorių, jeigu varžoje krintanti įtampa yra per didelė elektriniam imtuvui, taip pat įtampą galima paderinti keičiant įtampos daliklį. Svarbu, kad bendra grandinės varža būtų parinkta optimaliai, o transformatoriaus induktyvumas tenkintų rezonanso sąlygą (28 lygtis) parametro  $p$  kitimo dažniui.

### 2.1.5 Pagaminto elektrostatinio generatoriaus su spiraliniu kondensatoriumi elektrinių parametru tyrimas

Remiantis prieš tai aprašyta spiralinio kondensatoriaus geometrija, pagamintas 5 cm ilgio bandinys su 7–iomis apvijomis, kuriame kaip izoliatorius panaudota kanceliarinė lipni juosta, kurios  $\epsilon_1 \approx 2,5$ . Tam kad būtų galima periodiškai keisti bandinio talpą, sukurtas vibracinis standas bei elektrinė grandinė. Panaudojant precizinį stalelį keičiant geometrinį parametru  $p$  išmatuojama bandinio talpa, kuri palyginama su 66 lygtimi (48 pav., a). Grafike galima pastebėti, apskaičiuota talpa yra didesnė lyginant su bandinio. Taip yra todėl, nes bandinio



47 pav. Spiralinis kondensatorius (raudonas) įmontuotas į vibracinį stendą.



48 pav. a) Pagaminto spiralinio kondensatoriaus išmatuota talpa keičiant geometrinį parametą  $p$ , kuri palyginama su teoriškai apskaičiuota. b) Bandinio oscilograma.

spiralėje tarp elektrodų yra didesnis atstumas lyginant su apskaičiuotos kreivės, o ir patys elektrodai pagaminti nekokybiškai – užklijuotame dielektrike yra oro tarpų. Tačiau elektrosstatiniam generatoriui, svarbesnis parametras  $\Delta C$ : bandinio – 0,42 nF, apskaičiuota – 0,5 nF, kai  $-1 \leq p \leq 0$ . Šis neatitikimas yra dėl to, kad bandinio spiralė nėra ideali ir jos geometrija keičiasi ne taip pat kaip teoriškai apskaičiuojamos.

Įdėjus bandinį į vibracinį stendą ir jį įelektrinus 2 kV įtampa gauta oscilograma (48pav., b), kurioje matomas 8,6 V įtampos pokytis. Šį įtampos pokytį padalinus iš įtampos daliklio (70 lygtis) ir pasinaudojant 85 lygtimi, randamas talpos pokytis  $\sim 0,142$  nF. Iš (48 pav., a) toks talpos pokytis gaunamas kai  $p$  kinta intervale  $\sim [-0,8; 0]$ , todėl galima teigti, kad vibracinis stendas nesugeba efektyviai keisti spiralinio kondensatoriaus geometrijos.

## Rezultatai ir išvados

1. Sumodeliuotas spiralinis kondensatorius, kurio talpa kinta  $85,77 - 91,77$  nF intervale, o talpos pokytis  $6$  nF. Dėl nesimetriškos struktūros parametrai  $p$  esant  $\pm 1$  talpa nesutampa ir skiriasi per  $0,7$  nF. Panaudojus dielektriką, kurio  $\epsilon_1 = 4,35$ , talpos pokytis padidėja apie  $3$  kartus.
2. Per didelis apvijų skaičius mažina talpos pokytį, nes atstumas tarp apvijų sumažėja tiek, kad minimali talpa artėja link maksimalios.
3. Sukurtas spiralinio kondensatoriaus artinys apytiksliai (neatitikimas  $0,7\%$ ) aprašo talpos kitimą keičiantis geometriniam parametrai  $p$ . Talpų neatitikimai atsiranda dėl elektrinio lauko linijų išlinkimo, kai spiralinio kondensatoriaus parametras  $p$  artėja  $\pm 1$ . Didinant apvijų skaičių analitinio modelio tikslumas didėja, nes tarp apvijų mažėja atstumas ir elektrinio lauko linijos tampa tiesesnės.
4. Sukurta elektrinė schema elektrostatiniam generatoriui, kuri leidžia apskaičiuoti talpos pokytį ir talpą duotuoju metu. Stebimas įtampos pokytis varžoje yra proporcingas talpos pokyčiui. Gauta  $16,8$   $\mu\text{W}$  vidutinė galia, kurią padidinti galima parinkus optimalią apkrovos varžą, tuomet ši galia išauga iki  $5,5$  mW.



## Literatūros sarakšas

- [1] D. V. Farquharson, P. Jaramillo, G. Schivley, Beyond Global Warming Potential: A Comparative Application of Climate Impact Metrics for the Life Cycle Assessment of Coal and Natural Gas Based Electricity, *Journal of Industrial Ecology* **21**(4), 857–873 (2017), <http://dx.doi.org/10.1111/jiec.12475>
- [2] S. Boisseau, G. Despesse, B. Ahmed, Electrostatic Conversion for Vibration Energy Harvesting, *Small-Scale Energy Harvesting* (2012), <http://dx.doi.org/10.5772/51360>
- [3] R. O'Donnell, N. Schofield, A. C. Smith, J. Cullen, Design concepts for high-voltage variable-capacitance DC generators, *IEEE Transactions on Industry Applications* **45**(5), 1778–1784 (2009), <http://dx.doi.org/10.1109/TIA.2009.2027545>
- [4] V. Smil, *Energy Transitions: Global and National Perspectives* (Praeger, 2017), <http://publisher.abc-clio.com/9781440853258>
- [5] J. F. Geisz, M. A. Steiner, N. Jain, Building a Six-Junction Inverted Metamorphic Concentrator Solar Cell, *IEEE Journal of Photovoltaics* **8**(2), 626–632 (2018), <http://dx.doi.org/10.1109/JPHOTOV.2017.2778567>
- [6] J. Bird, *Electrical Circuit Theory and Technology* (Routledge, New York, 2017), <https://www.routledge.com/Electrical-Circuit-Theory-and-Technology/Bird/p/book/9781138673496>
- [7] G. M. Guebitz, A. Bauer, G. Bochmann, A. Gronauer, S. Weiss, *Biogas Science and Technology* (2015), <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-21993-6>
- [8] E. Barbier, Geothermal energy technology and current status: An overview, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* **6**(1-2), 3–65 (2002), [http://dx.doi.org/10.1016/S1364-0321\(02\)00002-3](http://dx.doi.org/10.1016/S1364-0321(02)00002-3)
- [9] H. Bernhoff, E. Sjöstedt, M. Leijon, Wave energy resources in sheltered sea areas: A case study of the Baltic Sea, *Renewable Energy* **31**(13), 2164–2170 (2006), <http://dx.doi.org/10.1016/j.renene.2005.10.016>
- [10] T. Ackermann, L. Söder, An overview of wind energy-status 2002, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* **6**(1-2), 67–127 (2002), [http://dx.doi.org/10.1016/S1364-0321\(02\)00008-4](http://dx.doi.org/10.1016/S1364-0321(02)00008-4)
- [11] H. Louie, S. J. Szablya, Electromagnetic field modeling of appropriate technology generators for rural electrification applications, *Proceedings - GHTC 2011* 242–246 (2011), <http://dx.doi.org/10.1109/GHTC.2011.34>

- [12] D. Jia, J. Liu, Human power-based energy harvesting strategies for mobile electronic devices, *Frontiers of Energy and Power Engineering in China* **3**(1), 27–46 (2009), <http://dx.doi.org/10.1007/s11708-009-0002-4>
- [13] Fizikiniai jutiklių pagrindai, [žiūrėta 2020-05-25], <https://ktu.edu/uploads/files/fakultetai/Matematikosirgamtosmokslufakultetas/files/images/Fizikoskatedra/Jutikliupagrindai.pdf>
- [14] A. Nayyar, V. Stoilov, An energy harvester from airflow induced vibrations, ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Proceedings (IMECE) **6A** (2014), <http://dx.doi.org/10.1115/IMECE2014-39078>
- [15] R. E. Pelrine, R. D. Kornbluh, J. P. Joseph, Electrostriction of polymer dielectrics with compliant electrodes as a means of actuation, *Sensors and Actuators, A: Physical* **64**(1), 77–85 (1998), [http://dx.doi.org/10.1016/S0924-4247\(97\)01657-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0924-4247(97)01657-9)
- [16] S. Boisseau, G. Despesse, B. Ahmed, Electrostatic Conversion for Vibration Energy Harvesting, *Small-Scale Energy Harvesting* 1–39 (2012), <http://dx.doi.org/10.5772/51360>
- [17] Z. L. Wang, Triboelectric Nanogenerators as New Energy Technology for Self-Powered Systems and as Active Mechanical and Chemical Sensors, *ACS Nano* **7**(11), 9533–9557 (2013), <http://dx.doi.org/10.1021/nn404614z>
- [18] O. Molnar, V. Gerasimov, I. P. Kurytnik, Triboelectricity and construction of power generators based on it, *Przegląd Elektrotechniczny* **94**(1), 167–171 (2018), <http://dx.doi.org/10.15199/48.2018.01.41>
- [19] M. L. Seol, R. Ivaškevičiūtė, M. A. Ciappesoni, All 3D printed energy harvester for autonomous and sustainable resource utilization, *Nano Energy* **52**, 271–278 (2018), <http://dx.doi.org/10.1016/j.nanoen.2018.07.061>
- [20] P. Bai, G. Zhu, Integrated multilayered triboelectric nanogenerator for harvesting biomechanical energy from human motions, *ACS Nano* **7**(4), 3713–3719 (2013), <http://dx.doi.org/10.1021/nm4007708>
- [21] J. Bae, J. Lee, S. Kim, J. Ha, B. S. Lee, Flutter-driven triboelectrification for harvesting wind energy, *Nature Communications* **5**, 1–9 (2014), <http://dx.doi.org/10.1038/ncomms5929>
- [22] T. Genda, S. Tanaka, M. Esashi, Design of High Power Electrostatic Motor and Generator Using Electrets, *IEEEJ Transactions on Sensors and Micromachines* **123**(9), 331–339 (2003), <http://dx.doi.org/10.1541/ieejsmas.123.331>

- [23] O. D. Jefimenko, D. K. Walker, Electrostatic Current Generator Having a Disk Electret as an Active Element, *IEEE Transactions on Industry Applications* **IA-14**(6), 537–540 (1978), <http://dx.doi.org/10.1109/TIA.1978.4503588>
- [24] J. Boland, Y. H. Chao, Y. Suzuki, Y. C. Tai, Micro electret power generator, in *Proceedings of the IEEE Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)* (2003), 538–541, <http://dx.doi.org/10.1109/memsys.2003.1189805>
- [25] S. Boisseau, G. Despesse, T. Ricart, E. Defay, A. Sylvestre, Cantilever-based electret energy harvesters, *Smart Materials and Structures* **20**(10) (2011), <http://dx.doi.org/10.1088/0964-1726/20/10/105013>
- [26] M. Morales, R. A. Diaz, W. J. Herrera, Solutions of Laplace’s equation with simple boundary conditions, and their applications for capacitors with multiple symmetries, *Journal of Electrostatics* **78**, 31–45 (2015), 1503.09183, <http://dx.doi.org/10.1016/j.elstat.2015.09.006>
- [27] D. T. Ngatcha, P. Wofo, Analysis of an electrostatic energy harvester with variable area, permittivity and radius, *European Physical Journal B* **89**(10) (2016), <http://dx.doi.org/10.1140/epjb/e2016-70287-y>
- [28] S. Beeby, N. White, *Energy Harvesting for Autonomous Systems* (Artech House, 2010), <http://dx.doi.org/10.1109/MIE.2012.2182863>
- [29] M. Miranda, *Electrostatic Vibration-to-Electric Energy Conversion by, Analysis* (2004), <http://hdl.handle.net/1721.1/16609>
- [30] S. R. Danick Briand, Eric Yeatman, *Micro Energy Harvesting* (Wiley-VCH Verlag GmbH & Co, 2015), <http://dx.doi.org/10.1002/9783527672943>
- [31] T. J. Kaźmierski, S. Beeby, *Energy Harvesting Systems: Principles, Modeling and Applications* (Springer, New York, 2011), <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4419-7566-9>
- [32] S. Masiokas, *Elektrotechnika* (Candela, Kaunas, 1994), <http://masiokas.lt/elektrotechnika/>
- [33] C. B. Williams, R. B. Yates, Development of an electromagnetic micro-generator, *Circuits Devices Syst.* **148**(6), 337– 342 (2001), <http://dx.doi.org/10.1049/ip-cds:20010525>
- [34] C. B. Williams, R. B. Yates, Analysis of a micro-electric generator for microsystems, *Sensors and Actuators, A: Physical* **52**(1-3), 8–11 (1996), [http://dx.doi.org/10.1016/0924-4247\(96\)80118-X](http://dx.doi.org/10.1016/0924-4247(96)80118-X)
- [35] J. Boland, *Micro electret power generators*, Ph.D. thesis, California Institute of Technology (2005), <https://resolver.caltech.edu/CaltechETD:etd-06092005-112430>

## ELEKTROSTATINIO ELEKTROS ENERGIJOS GENERATORIAUS SU SPIRALINIŲ KONDENSATORIUMI TYRIMAS

### Santrauka

Aplinką teršiantys veiksniai, iš kurių vienas pagrindinių – energijos gavyba, sukelia globalinį atšilimą bei planetos užterštumą. Dėl šių priežasčių yra svarbu kuo greičiau ir pigiau pereiti prie atsinaujinančių šaltinių energetikos. Nors paskutiniu laiku „švarios“ energijos gamyba sparčiai auga, jos kaina yra didesnė lyginant su atominių ar iškastinio kuro jėgainių. Atlikus išsamią literatūros apžvalgą, pigesnė alternatyva – elektrostatinis generatorius, kuriam pagaminti nereikia retųjų metalų, brangių medžiagų, o jo eksploatacija pigi.

Išnagrinėjus fizikinius reiškinius, vykstančius elektrostatinuose generatoriuose, pastebėta, jog prietaisui veikiant pastovios įtampos režime jo kuriama galia yra didesnė nei pastovaus krūvio, bet dėl elektrinės grandinės netobulumo neretai galia tampa mažesnė. Konkretaus režimo panaudojimas priklauso nuo kondensatoriaus talpos kitimo intervalo: jei talpa kinta daugiau kaip dvigubai, tuomet verta naudoti pastovios įtampos režimą. Taip yra dėl to, kad esant pastoviam krūviui kintant talpai išauga įtampa, o dėl to gali įvykti elektros išlydis dielektrike, taip sugadinant generatorių. Šis prietaisas kuria didžiausią galią rezonanso metu, kuri kubiškai priklauso nuo šio dažnio dydžio. Kai aplinkos vibracijų dažnis kinta laike, verta padidinti prietaiso mechaninį slopimo koeficientą, taip padidinant selektyvumą.

Norint sužinoti spiralinio kondensatoriaus talpos kitimą keičiant geometrinį parametrą  $p$ , pirmiausia išnagrinėjamas ekscentriškas cilindrinis kondensatorius su dviem dielektriniais sluoksniais, gaunama talpos lygtis, kuri palyginama su baigitinių elementų analizės metodu sukurta sukurta simuliacijos duomenimis. Rezultatų neatitikimai nesiekia 1,75 %, o jų priežastis – analitinėje išraiškoje neįskaitytas elektrinio lauko linijų kreivumas, kuris labiausiai rezultatus iškraipo esant didžiausiam ekscentriškumui. Pasinaudojant ekscentriško cilindrinio kondensatoriaus talpos lygtimi sukuriama daugiažiedžio kondensatoriaus artinys ir pastebėta, kad daugėjant apvijų (cilindrų) skaičiui, talpos neatitikimas mažėja iki 0,018 %, nes kuo daugiau cilindrų, tuo mažesni atstumai tarp elektrodų ir elektrinio lauko linijos yra tiesesnės.

Remiantis artinio talpos lygtimi gaunamas spiralinio kondensatoriaus talpos kitimas, o jo talpa kinta 85,77 – 91,77 nF intervale, o neatitikimas nesiekia 0,7 %, to priežastis – spiralinės struktūros nesimetriškumas. Šiam kondensatoriui sukurta elektronika leidžia apskaičiuoti jo talpos pokytį tiesiogiai matuojant įtampą varžoje, tačiau pasiekus 1 Hz dažnį įtampos amplitudė nedidėja, nes yra apribota didelės varžos. Apskaičiuota 16,8  $\mu$ W vidutinė galia, momentinė – 90  $\mu$ W, kurią galima padidinti parinkus optimalią varžą. Grandinėje rezistorius pakeitus į elektros imtuvą, gaunamas elektrostatinis generatorius.

## INVESTIGATION OF ELECTRIC GENERATOR USING SPIRAL VARIABLE CAPACITOR

### Summary

Energy production is the main environmental pollutants which are causing global warming and pollution of our planet. For this reason, it is important to switch to renewable energy sources as quick and cheap as possible. However clean energy production has been growing rapidly in recent times, but its cost is higher than nuclear or fossil fuel power plants. After a thorough review of the literature, a cheaper alternative is an electrostatic generator, which does not require rare metals, expensive materials, and its operation is cheap.

After analyzing the physical phenomena occurring in electrostatic generators, it has been observed that the power generated by the device in the constant voltage regime is higher electric power than the constant charge regime, but due to the imperfection of the electrical circuit, the power often becomes lower. The use of a particular mode depends on the range of capacitor capacitance variation: if the capacitance varies more than twice, then it is worth using a constant voltage regime. This is due to the fact that under constant charge, the voltage increases as the capacitance changes, which can lead to an electrical discharge in the dielectric and this can damage the generator.

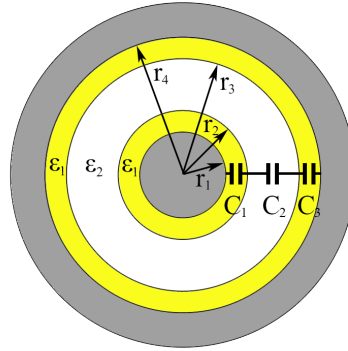
To find out the capacitance of a spiral capacitor, firstly eccentric cylindrical capacitor with two dielectric layers is analyzed, a capacitance equation is obtained, which is compared with the data of digital simulation created by the FEM. The discrepancies in the results are less than 1.75 % which are caused by the curvature of the electric field lines not taken into account in the analytical expression, which distorts the results increasing eccentricity. Using the equation of the capacity of an eccentric cylindrical capacitor, an approximation of a multi-cylinder capacitor is created and it was observed that as the number of windings (cylinders) increases, the capacitance mismatch decreases to 0.018 %, because the more cylinders, the smaller the distances between the electrodes and the electric field lines become straighter.

Based on the multi-cylinder capacitance equation, the capacity of the spiral capacitor is obtained and its capacitance varies in the range of 85.77 – 91.77 nF, and the discrepancy does not reach 0.7 %, the reason for mismatch is asymmetry of the spiral structure. The electronics developed for this capacitor make it possible to calculate the change in its capacitance by directly measuring the voltage in the resistor, but when the frequency of 1 Hz is reached, the voltage amplitude does not increase due to the high resistance. The average power is 16.8  $\mu$ W, the instantaneous power is 90  $\mu$ W, which can be increased by selecting the optimal resistance. When the resistor in the circuit is changed to a load device, an electrostatic generator is obtained.

## Priedas Nr. 1.

### Cilindrinio kondensatoriaus su 3–imis dielektrikais elektrinės talpos lygties išvedimas

Šio kondensatoriaus ekvivalentinė schema pateikta (49 pav.), jį galima nagrinėti, kaip tris nuosekliai sujungtus kondensatorius.



49 pav. Cilindrinis kondensatorius su 3–ejais dielektriniais sluoksniais (geltona ir balta spalvos) bei nurodytais tų sluoksnių spinduliais.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow C = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_1 C_3 + C_2 C_3 + C_1 C_2}, \text{ kur} \quad (87)$$

$$C_1 = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_1 L}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}, \quad (88)$$

$$C_2 = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_2 L}{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}, \quad (89)$$

$$C_3 = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_1 L}{\ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)}. \quad (90)$$

Įstatomos (88 – 90) lygtys į 87 skaitiklį:

$$C_1 C_2 C_3 = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_1 L}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \cdot \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_2 L}{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)} \cdot \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_1 L}{\ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)} = \frac{8\pi^3\epsilon_0^3\epsilon_1^2\epsilon_2 L^3}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \cdot \ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right) \cdot \ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)} \quad (91)$$

Įstatomos (88 – 90) lygtys į (87) vardiklį:

$$C_1 C_3 + C_2 C_3 + C_1 C_2 = 4\pi^2\epsilon_0^2 L^2 \left( \frac{\epsilon_1\epsilon_2(\ln(r_2) - \ln(r_1)) + \epsilon_1^2(\ln(r_3) - \ln(r_2)) + \epsilon_1\epsilon_2(\ln(r_4) - \ln(r_3)))}{(\ln(r_3) - \ln(r_2))(\ln(r_4) - \ln(r_3))(\ln(r_2) - \ln(r_1))} \right) \quad (92)$$

Įstatomos (91 – 92) lygtys į (87) išraišką:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_1^2\epsilon_2 L}{\epsilon_1\epsilon_2 \cdot \ln\left(\frac{r_2 r_4}{r_1 r_3}\right) + \epsilon_1^2 \cdot \ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}. \quad (93)$$

## Priedas Nr. 2.

### Spiralinio kondensatoriaus talpos ir įtampos skaičiuoklės kodas parašytas C++ programavimo kalba

```
#include <iostream>
#include <iomanip>
#include <fstream>
#include <cmath>

double PI = 3.14159265359;
double epsilon0 = 8.854187E-12;
double epsilon = 4.35;
double epsilon_air = 1;
double L = 0.1;           // Cilindro ilgis
double r1 = 0.003;       // Vidinio cilindro spindulys
double r2 = 0.009;       // Išorinio cilindro spindulys
const int N = 6;         // Apviju skaičius
double a = 0.00003;      // Elektrodo storis
double b = 0.00005;      // Dielektriko storis
double dN = 100001;      // Integravimo konstanta
double t_0 = 0;          // Pradinis laikas
double t_1 = 6;          // Pabaigos laikas
double f = 50;           // Talpos kitimo dažnis
double U = 2000;         // Pradinė įtampa (V)
double resistor = 110000000; // Grandinės varža
double Ctank = 1e-7;     // C1 talpa, F

using namespace std;

// n apviju skaičius,
// p geometrinis parametras
double Capacitance(int n, double p) {

    int i;
    double ri, rii, rid, riid, Dmax, C, acosh_1, D, p_fix, rrd, rr,
           C1, C2, theta, C_vid1, C_vid2, C_spiral, l, l1, l2, k;
    double lsum = 0;
    double sum = 0;
    double sum1 = 0;
    double sum2 = 0;
    double sumc1 = 0;
    double sumc2 = 0;
```

```
Dmax = (r2 - r1 - (2 * a * (double)(n - 2)) - (4 * b * (double)(
    n - 1.5))) / (double)(n - 1);
```

```
k = (r2 - r1) / 2 * PI * n; // Spirales pletimosi koeficientas
```

```
for (i = 1; i < n ; i++) {

    if (n == 2) { // Jei yra tik dvi apvijos
        ri = r1;
        rid = ri + b;
        rii = r2;
        riid = rii - b;
        Dmax = r2 - r1 - 2 * b;
    }

    else if (i == 1 && n > 2) { // Nustatomi geometriniai
        parametrai cilindru pirmajai porai
        ri = r1;
        rid = ri + b;
        rii = (double)(i) * ((r2 - r1 + 2 * a + 2 * b) /
            (double)(n - 1)) + r1 - 2 * a - 2 * b;
        riid = rii - b;
    }

    else if (i == n - 1 && n > 2) { // Nustatomi
        geometriniai parametrai cilindru paskutinei porai
        ri = (double)(i-1) * ((r2 - r1 + 2 * a + 2 * b)
            / (double)(n - 1)) + r1;
        rid = ri + b;
        rii = r2;
        riid = rii - b;
    }

    else { // Nustatomi geometriniai parametrai tarpinems
        poroms
        ri = (double)(i-1) * ((r2 - r1 + 2 * a + 2 * b)
            / (double)(n - 1)) + r1;
        rid = ri + b;
        rii = (double)(i) * ((r2 - r1 + 2 * a + 2 * b) /
            (double)(n - 1)) + r1 - 2 * a - 2 * b;
        riid = rii - b;
    }

    if (p == 1 || p == -1) { // Pakeicia geometrinio
        parametro verte
        p_fix = 0.999;
    }

    else {
```



```

        p_fix = p;
    }

    l1 = (k / 2) * ((ri / k) * sqrt(1 + pow((ri / k), 2)) *
        pow(sinh(ri / k), -1));
    l2 = (k / 2) * ((2 * PI + (ri / k)) * sqrt(1 + pow((2 *
        PI + (ri / k)), 2)) * pow(sinh(2 * PI + (ri / k)), -1)
        );
    l = l2 - l1;

    C_spiral = (epsilon0 * epsilon * L * l) / 2 * b;

    D = Dmax * p_fix;
    for (i = 0; i < dN; i++) { // Talpos integravimas
        theta = PI / (dN - 1) * i;
        rrd = -D * cos(theta) + sqrt(pow(riid, 2) - pow(
            D, 2) * pow(sin(theta), 2));
        rri = -D * cos(theta) + sqrt(pow(rii, 2) - pow(D,
            2) * pow(sin(theta), 2));
        C1 = (2 * PI * epsilon0 * L) / (log((rri) / ri))
            / dN;
        C2 = ((2 * PI * epsilon0 * pow(epsilon, 2) *
            epsilon_air * L) / (epsilon * log(((rri)*riid)
            / (ri * rrd))) + pow(epsilon, 2) * log(rrd /
            riid)) / dN;
        sum1 += C1;
        sum2 += C2;
    }

    double acosh_1 = (pow(ri, 2) + pow(rii, 2) - (pow(Dmax,
        2) * pow(p_fix, 2))) / (2 * ri * rii);
    C = C_spiral + ((2 * PI * epsilon0 * L) / acosh(acosh_1)
        );

    lsum += l;
    sum += C;
    sumc1 += sum1;
    sumc2 += sum2;
}

if (Dmax < 0) {
    return 0;
}
else {
    return (sumc2/sumc1)* sum;
}

```

```

    }
}

int main() {
    // Sukuria CSV failus
    std::ofstream myFile("Talpa.csv");
    std::ofstream myFile2("Talpos_pokytis.csv");
    std::ofstream myFile3("Itampa.csv");

    double s[201][N];
    int i, j;

    for (i = 0; i < 201; i++) // Suskaiciuoja ir priskiria vertes
        masyvo elementams
    {
        for (j = 0; j < N; j++)
        {
            if (j == 0) {
                s[i][j] = (double)(i - 100)/100.;
            }
            else {
                s[i][j] = Capacitance(j + 1, (double)(i
                    - 100) / 100.);
            }
        }
    }

    for (i = 0; i < 204; i++) // Iraso duomenis i CSV faila
    {
        for (j = 0; j < N; j++)
        {
            if (i == 0 && j == 0) {
                myFile << "p" << ',,';
            }
            else if (i == 0 && j > 0){
                myFile << "C" << ',,';
            }
            else if (i == 1 && j == 0) {
                myFile << "┘" << ',,';
            }
            else if (i == 1 && j > 0) {
                myFile << "F" << ',,';
            }
            else if (i == 2 && j == 0) {
                myFile << "┘" << ',,';
            }
        }
    }
}

```

```

        else if (i == 2 && j > 0) {
            myfile << "N_=" << j + 1 << ', ';
        }
        else {
            myfile << s[i-3][j] << ', ';
        }
        if (j > 0 && s[i][j] > 0) {
            myfile << s[i][j] << ', ';
        }
        else if (j == 0) {
            myfile << s[i][j] << ', ';
        }
        else {
        }
    }
    myfile << endl;
}

double deltaC, division, percentage;
myfile2 << "N" << ', ' << "Delta_C" << ', ' << "C_max/C_min" << ', '
    << "Delta_C/C_min" << ', ' << "C_max" << ', ' << "C_min" <<
    endl;
for (i = 0; i < N; i++) // Skaiciuoja talpos pokyti ir santyki
{
    deltaC = s[1][i + 1] - s[101][i + 1];
    division = s[1][i + 1] / s[101][i + 1];
    percentage = deltaC / s[101][i + 1];
    if (deltaC > 0) {
        myfile2 << i + 2 << ', ' << deltaC << ', ' <<
            division << ', ' << percentage << ', ' << s[1][
                i + 1] << ', ' << s[101][i + 1] << endl;
    }
    else {
        cout << "Per_daug_apviju." << endl;
    }
}
// Itamos dif lygties skaiciavimas
myfile3 << "t(s),C(pF),Ur(V),Uc(V),Ut(V)" << endl;
double dt = (t_1 - t_0) / (double)(dN - 1);
double t, p_new, C_new, U_r, U_c, U_tank, Q_tank, Q, dQ;
double Qinit;
for (int i = 0; i < dN; i++) {
    if (i == 0) {
        t = dt * (double)(i - 1);
        C_new = Capacitance(N, 1.);
        p_new = -1;

```

```

        Q_tank = Ctank * U;
        Q = C_new * U;
        Qinit = Q + Q_tank;
    }
    else {
        t = dt * (double)(i - 1);
        p_new = cos(2 * PI * f * dt * (double)(i));
        C_new = Capacitance(N, p_new);
        U_c_new = Q / C_new;
        U_tank = Q_tank / Ctank;
        U_r = U_tank - U_c
        dQ = dt * U_r / resistor;
        Q += dQ;
        Q_tank -= dQ;
        myFile3 << t << ', ' << C_new << ', ' << U_r_new
            << ', ' << U_c_new << ", " << U_tank << endl;
    }
}
myFile.close();
myFile2.close();
myFile3.close();
return 0;
}

```