Lietuvos matematikos rinkinys
Lietuvos matematikų draugijos darbai, ser. B
62 tomas, 2021, 34–42
https://doi.org/10.15388/LMR.2021.25224

Pastebėjimai apie matematikos valstybinį brandos egzaminą

Erikas Karikovas, Vytautas Miežys

Matematikos ir informatikos fakultetas, Vilniaus universitetas
Naugarduko 24, LT-03225 Vilnius
El. paštas: erikas.karikovas@mif.vu.lt; vytautas.miezys@mif.vu.lt

Įteiktas 2021 liepos 9; publikuotas 2021 gruodžio 20

Santrauka. Straipsnyje pateikiami keli pastebėjimai apie 2014–2021 m. matematikos valstybinių brandos egzaminų (VBE) užduotis. Pastebėti netikslumai egzamino užduoties priede „Matematikos formulės“, uždavinių formuluotėse, aptariamas egzamine esančių įrodymo uždavinių klausimas. Šiais pastebėjimais siekiama atkreipti dėmesį į tobulintinas egzamino sistemos vietas. Straipsnyje pateikiama subjektyvi autorių nuomonė.

Raktiniai žodžiai: matematikos valstybinis brandos egzaminas; matematikos VBE; matematikos mokymas
AMS: 97U40

Įvadas

Kasmet po matematikos VBE žiniasklaidoje pasirodo įvairūs komentarai apie egzamino užduoties kokybę, sudėtingumą, pakraipomos galvos dėl prastų rezultatų. Moksleiviams dažniausiai egzamino užduotis pasirodo esanti sudėtinga, o matematikams priešingai – užduotis įprastai pasirodo esanti paprasta, techniška. Kartais pasigirsta ir nuomonių, kad apskritai toks egzamino formatas – jau atgyvena ir reikėtų viską keisti iš esmės.

Išsamus egzamino užduoties (ne rezultatų) vertinimas, autorių žiniomis, nėra atliekamas. Šiuo straipsniu norime atkreipti matematikų, matematikos mokymo ir egzamino rengėjų bendruomenių dėmesį į keletą netikslumų, taisytinų ar diskutuotinų vietų, kurias pastebėjome pastarųjų metų užduotyse.

Pasirinkome nagrinėti 2014–2021 m. matematikos VBE užduotis, kadangi visos šios užduotys parengtos pagal tą pačią nekitusią egzamino programą [6].

Straipsnyje paeiliui aptariami pastebėti netikslumai egzamino užduoties priede „Matematikos formulės“, uždavinių sąlygose, aptariamas įrodymo uždavinių klausimas egzamine bei pateikiamos apibendrinančios išvados.

1 Netikslumai egzamino užduoties priede

Pastebėjome keletą netikslumų matematikos egzamino užduoties priede „Matematikos formulės“ (toliau – *Priedas*) [6, 2 priedas].

Kintamųjų paaiškinimo trūkumas. Visi kintamieji, panaudoti su geometrija susijusiose formulėse, yra paaiškinti, t. y. nurodyta, kokį dydį kuri raidė žymi. To nėra formulėse, susijusiose su progresijomis. Be to sudėtinių procentų formulėje $S_n = S\bigl(1 \pm \frac{p}{100}\bigr)^n$ panaudoti keturi kintamieji (S_n, S, p, n), iš kurių paaiškinti tik trys: S, p, n.

Taip pat pastebime, kad ši formulė yra atskiras atvejis geometrinės progresijos n-ojo nario formulės. Geometrinės progresijos pirmųjų n narių sumos formulė Priede žymima simboliais S_n, t. y. taip pat kaip sudėtinių procentų formulė. Vadinasi, Priede geometrinės progresijos kontekste simboliai S_n žymi tiek n-ąjį narį, tiek pirmųjų n narių sumą.

Išvestinių formulių netikslumai. Atkreipiame dėmesį, kad mokykloje yra nusistovėjusi tradicija funkciją žymėti simboliais $f(x)$, o ne tiesiog f, t. y. taip kaip įprasta akademinėje matematikoje. Iš tiesų nė vienoje 2014–2021 m. egzamino užduotyje funkcija nėra žymima vienu simboliu, pvz. f arba g. Net kai prašoma rasti funkcijos apibrėžimo sritį, naudojami simboliai $f(x)$, pvz. 2014 m. 25.1 uždavinys formuluojamas taip: „Nustatykite funkcijos $f(x)$ apibrėžimo sritį“, nors taisyklingiau būtų rašyti taip: „Nustatykite funkcijos f apibrėžimo sritį“.

Straipsnio autorių žiniomis tokios praktikos laikomasi ir dabartiniuose matematikos vadovėliuose. Įvertinus šį kontekstą, kyla klausimas, kodėl Priedo skyrelyje „Išvestinių skaičiavimo taisyklės“, funkcijos žymimos viena rade: u ir v, pvz. pateikiama tokia formulė: $(u \pm v)' = u' \pm v'$. Peržiūrėję visus Lietuvoje per paskutinius 20 metų leistus vadovėlius 11–12 klasei [4, 3, 1, 2], pastebėjome, kad vieninteliame iš jų [2, p. 212] išvestinių skaičiavimo taisyklės pateikiamos tokiu pačiu būdu kaip egzamino Priede, o likusiuose jos pateikiamos tokiu būdu: $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$. Autorių nuomone egzamine ir vadovėliuose naudojami žymenys turėtų derėti.

Taip pat išvestinių skyrelyje neaišku, kodėl pateikiamos tik elementariųjų funkcijų a^x ir $\log_a x$ išvestinės. Funkcijų x^n, $\sin x$ ir $\cos x$ išvestinės Priede nepateikiamos, nors uždavinių, kuriuose jų prisireikia, yra. Norisi spėti, kad tokio pasirinkimo priežastimi yra lygybių $(x^n)' = nx^{n-1}$, $(\sin x)' = \cos x$ ir $(\cos x)' = -\sin x$ paprastumas, tačiau jei būtų laikomasi požiūrio, kad paprastos formulės neturi patekti į Priedą, kyla klausimas, ką ten veikia formulės $(cu)' = cu'$ ir $(u \pm v)' = u' \pm v'$.

Logaritmai. Prie pagrindinių logaritmų savybių nėra tikrosios pagrindinės logaritmo savybės $a^{\log_a x} = x$. Taip pat verta būtų paminėti kintamųjų apribojimus, kurie galioja pateiktoms logaritmų savybėms.

2 Netikslumai uždavinių sąlygose

2.1 Nematematinės kalbos netikslumai

Vieną išreikšti kitu. 2020 metų 13.1 uždavinys formuluojamas taip: „Pažymėję $\sin 100° = k$, $\cos^2 100°$ išreikškite per k“. Kalbininkai pataria išraiškos „išreikšti x per y“ nevartoti ir siūlo ją keisti naudojant įnagininko linksnį [9, p. 16]. Taigi nagrinėtos sąlygos pabaigą geriau keisti tokia: „$\cos^2 100°$ išreikškite skaičiumi k“.

Dalelytės „nei“ ir „tik“. Neretai kalbant apie lygčių sprendinių skaičių vartojamos dalelytės „nei“ ir „tik“ (žr. 1 ir 4 pav.).

8. Kiek skirtingų sprendinių turi lygtis $(2x+5)\sqrt{x+2} = 0$?
A Nei vieno **B** tik vieną **C** tik du **D** be galo daug

1 pav. 2014 m. egzamino ištrauka, perrinkta.

Valstybinė lietuvių kalbos komisija rekomenduoja vartoti dalelytę „nė“, norint pabrėžtinai neigti kažkokio žodžio reikšmę [7]. Taigi **A** dalelė turėtų būti formuluojama taip: „Nė vieno“.[2] Žodis „nei“ rekomenduojamas vartoti kaip porinis jungtukas, t. y. kai neigiami keli dalykai, pvz. „Neracionalus nei π, nei e“.

Straipsnio autorių nuomone dalelytę „tik“ tokio tipo uždavinių formuluotėse būtų geriau keisti prieveiksmiu „lygiai“. Žodis „tik“ glaudžiai siejasi su prasme, kad tiek, kiek yra, yra per mažai. Tarytum lygtis su lygiai vienu sprendiniu yra kažkuo prastesnė už lygtį su lygiai dviem sprendiniais.

2.2 Matematinės kalbos netikslumai

Kai klausiama „kiek¿‘ 2 pav. pateikti 3 uždaviniai, kuriuose uždavinio klausimas prasideda žodžiu „kiek“. Pastebėkime, kad pirmuose dviejuose iš pateiktų uždavinių atsakymai pateikti neįprasta natūraliojo skaičiaus išraiška, o trečiame – įprasta. Manome, kad korektiška būtų pirmųjų dviejų uždavinių klausimus pradėti taip: „Kokiu būdu galima apskaičiuoti, kiek yra ...“

Kokių sprendinių prašoma? Dar kartą atkreipkime dėmesį į 1 pav. pateiktą uždavinį. Jei būtų kalbama apie šios lygties natūraliuosius sprendinius, tuomet reikėtų rinktis atsakymą **A**, jei apie realiuosius – **B**, o jei apie kompleksinius – **C**. Reikia manyti, kad kalbama apie realiuosius sprendinius. Tarytum, egzistuoja nerašyta taisyklė, kad jei uždavinyje nenurodama skaičių aibė, tai turima omenyje realiųjų skaičių aibė. Gal ir neblogas susitarimas, tačiau tuomet kyla klausimas, kodėl visgi kartais realiųjų skaičių aibė yra išreikštiniu būdu įvardijama, pvz. 2019 m. 18 uždavinyje (4 pav.). Manome, kad būtų vertinga įvardinti, kokio tipo sprendinių lygtyse ar nelygybėse prašoma.

Frazė „išspręskite lygtį“. 2016 m. 7 ir 9 uždaviniuose reikia nurodyti atitinkamai lygčių $(x-3)(x-7) = 21$ ir $9^{x+1} = 3^{4x-2}$ sprendinius, tačiau šių uždavinių formuluotės skiriasi (žr. 3 pav.).

[2] Formuluotė „Nė vieno“ vartojama analogiškame 2019 m. 9 uždavinyje.

2017. 5. Slaptažodis sudaromas iš keturių skaitmenų. Skaitmenys gali kartotis, pvz., 0000, 0909, arba būti skirtingi, pvz., 7851. Kiek tokių skirtingų slaptažodžių galima sudaryti?

A 4^{10} **B** 4^9 **C** 10^4 **D** 9^4

2018. 6. Kiek yra triženklių natūraliųjų skaičių, kurių visi trys skaitmenys yra skirtingi?

A $9 \cdot 8 \cdot 7$ **B** $10 \cdot 9 \cdot 8$ **C** $9 \cdot 9 \cdot 9$ **D** $9 \cdot 9 \cdot 8$

2015 pakartotinė sesija. 6. Iš skaitmenų 1, 2, 3, 4 ir 5 sudaromi triženkliai nelyginiai skaičiai, kurių visi skaitmenys yra skirtingi. Kiek iš viso galima sudaryti tokių skaičių?

A 24 **B** 36 **C** 60 **D** 75

2 pav. 2015 m. pakartotinės sesijos, 2017, 2018 m. egzaminų ištraukos, perrinkta.

7. Išspręskite lygtį $(x-3)(x-7)=21$.

A 3 ir 7 **B** 0 ir 10 **C** 10 **D** Sprendinių nėra

9. Lygties $9^{x+1} = 3^{4x-2}$ sprendinys yra:

A -1 **B** 0 **C** 1 **D** 2

3 pav. 2016 m. egzamino ištrauka, perrinkta.

Frazė „išspręskite lygtį“ reiškia „suraskite visus lygties sprendinius arba parodykite, kad jų nėra“. Pasigilinkime, kas tiksliai slepiasi po šiais žodžiais. Tarkime, kad mums reikia išspręsti tam tikrą lygtį ir jau suradome kelis jos sprendinius. Dar negalime sakyti, kad išsprendėme lygtį, kadangi neparodėme, jog mūsų rasti sprendiniai išsemia sprendinių aibę, t. y. kad pateikti sprendiniai yra *visi* lygties sprendiniai. Norėdami tuo įsitikinti, turime ne tik įvardinti sprendinius, bet ir pateikti tam tikrus argumentus, kodėl daugiau sprendinių rasti nepavyks. Analogiška situacija būtų, jei kalbėtume apie neturinčią sprendinių lygtį. Vien teigdami, kad lygtis neturi sprendinių, negalime sakyti, kad parodėme, jog lygtis neturi sprendinių. Norėdami parodyti, turime paaiškinti, kodėl lygtis neturi sprendinių. Taigi formuluotė „išspręskite lygtį“ turėtų būti vartojama tik tuomet, kai moksleivis yra prašomas pateikti lygties sprendimą, o ne įvardinti sprendinius. Testinio tipo uždaviniuose šios frazės reikėtų vengti. 2016 m. 7-o uždavinio sąlygą galima būtų formuluoti taip: „Nurodykite lygties $(x-3)(x-7)=21$ sprendinius“.

18. Paveiksle pavaizduotas kvadratinės funkcijos $y = f(x)$ grafiko eskizas. Šios funkcijos grafikas Ox ašį kerta taškuose $(-3;0)$ ir $(3;0)$, taškas $(0;-2)$ yra funkcijos minimumo taškas. Su kuriomis realiosiomis skaičiaus a reikšmėmis lygtis $|f(x)| = a$ turi tik du sprendinius, kai $x \in (\infty; +\infty)$?

4 pav. 2019 m. egzamino ištrauka, perrinkta.

Minimumo taškas. Atkreipiame dėmesį, kad 2019 m. 18 uždavinio formuluotėje (4 pav.) yra klaida, kadangi funkcijos minimumo tašku vadinama taško, su tam tikromis savybėmis, abscisė. Šioje sąlygoje labiau tiktų kalbėti apie parabolės viršūnę.

2.3 Kiti pastebėjimai

Netikslumas spausdinime. 5 paveikslėlyje pavaizduota 2017 m. 10 uždavinio skaitmeninė kopija, t. y. būtent taip šį uždavinį matė tų metų abiturientai. Žiūrint į jį neaišku, kas yra parašyta pošaknyje, t. y. $2017 \cdot \sqrt[3]{2017}$ ar $2017^3 \cdot \sqrt{2017}$. Išnagrinėję abu atvejus, pagal duotus galimus atsakymus, suprantame, kad pošaknyje vis tik yra $2017 \cdot \sqrt[3]{2017}$. Daugybos ženklo buvimas tokių dviprasmybių nesukeltų. Gerai bent jau tai, kad tarp pasirenkamų atsakymų nėra abiejų pošaknio interpretacijų atsakymų. Atkreipiame dėmesį, kad šią problemą galima išspręsti ir naudojamo šrifto pagalba, pvz. renkiant šio uždavinio sąlygą „Computer Modern“ šriftu dviprasmybė nekyla: $\sqrt[3]{2017\sqrt[3]{2017}}$ ir $\sqrt[3]{2017^3\sqrt{2017}}$.

10. Skaičius $\sqrt[3]{2017\sqrt[3]{2017}}$ yra lygus:

A $2017^{\frac{1}{9}}$ **B** $2017^{\frac{1}{6}}$ **C** $2017^{\frac{4}{9}}$ **D** $2017^{\frac{2}{3}}$

5 pav. 2017 m. 10 uždavinys, skaitmeninė kopija.

Skaičiuotuvu išsprendžiami uždaviniai. Matematikos egzamine pasitaiko uždavinių, kuriuos galima išspręsti nesuprantant matematinių sąvokų. Viso labo tereikia išmaniai pasinaudoti skaičiuotuvu (žr. 6 pav.). 2019 m. 6-ąjį uždavinį išspręsime į skaičiuotuvą įvedę „$\cos^2(\sin^{-1}(\frac{1}{4}))-1$“ ir nuspaudę lygybės mygtuką. Uždaviniu tikriausiai norėta patikrinti trigonometrinės tapatybės $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ mokėjimą, tačiau nesunku uždavinį teisingai išspręsti ir šios tapatybės nežinant. Šį uždavinį perkėlus į III-ią egzamino dalį, tokia problema nekiltų, nes reikėtų pademonstruoti sprendimą. Manome, kad uždavinių, kuriuos galima išspręsti vien skaičiuotuvo pagalba, matematikos valstybiniame brandos egzamine neturėtų būti.

2016. 4. Skaičius $|3-\sqrt{8}|-|\sqrt{8}-4|$ lygus.
A $-2\sqrt{8}+1$ **B** -1 **C** $2\sqrt{8}-1$ **D** 7

2019. 6. Jei $\sin\alpha=\dfrac{1}{4}$, tai $\cos^2\alpha-1=$ lygus:
A $\dfrac{1}{4}$ **B** $\dfrac{1}{16}$ **C** $-\dfrac{1}{16}$ **D** $-\dfrac{1}{4}$

6 pav. 2016 ir 2019 m. egzaminų ištrauka, perrinkta.

3 Įrodymo uždaviniai matematikos VBE

2020 m. 26.1 uždavinio sąlyga skamba taip: „Įrodykite, kad $\angle AFE = 60°$“. Vertinant uždavinio formą, tai įrodymo uždavinys, tačiau žvelgiant į uždavinio turinį norėtųsi sakyti, kad tai viso labo apskaičiavimo uždavinys, kurį įprasčiau būtų formuluoti tokiu būdu: „Apskaičiuokite kampo $\angle AFE$ didumą“. Įvertinus tokį skirtumą tarp uždavinio formos ir turinio bei reaguojant į vis viešajame diskurse pasigirstančią nuomonę, kad mokyklinėje matematikoje apskritai neliko jokių įrodymų, nusprendėme peržvelgti 2014–2021 m. matematikos VBE pagrindinių sesijų užduotis[3] ir pažiūrėti, kokia ten situacija su įrodymo uždaviniais.

3.1 Įrodymo uždavinių atrinkimas

Visose 2014–2021 matematikos VBE pagrindinės sesijos užduotyse kompiuterinės komandos „Find text“ pagalba buvo surandami visi žodžiai, kuriuose yra paeiliui einančios raidės „rody“. Taip buvo elgiamasi siekanti rasti visas galimas žodžių „įrodyti“ ir „parodyti“ formas. Tuomet buvo peržiūrimi visi tokie pasirodymai ir atrenkami tik tie uždaviniai, kuriuose buvo nurodymai kažką *įrodyti* arba *parodyti*. Tokius uždavinius toliau tekste vadinsime *VBE įrodymo uždaviniais*. VBE įrodymo uždaviniai pateikti 1-oje lentelėje.

1 lentelė. VBE įrodymo uždaviniai (paryškintų uždavinių reikšmė aptariama vėliau).

Metai	Uždavinių nr.	Taškų suma
2014	**23.2**, **24.1**, **26.2**, 26.4, 29	11
2015	**20.1**	2
2016	**19.2**	3
2017	**23.2**, **24.2**, **24.3**	8
2018	–	0
2019	**20.2**, **21.3**	4
2020	**20.1**, 21.3.1, 21.1, **25.4**, **26.1**, 26.2	11
2021	20.3, 23.3, 23.4, 25.2	6

Iš viso buvo galima gauti 45 taškus už VBE įrodymo uždavinius. 2014–2021 m. iš viso buvo galima gauti 480 taškų, taigi VBE įrodymo uždaviniai sudarė truputį mažiau negu 10% pastarųjų aštuonerių metų uždavinių.

3.2 Aptarimas

Nenuoseklus taškų kiekis. Atkreipiame dėmesį, kad VBE įrodymo uždavinių kiekis egzaminuose stipriai skiriasi, pvz. 2018 m. egzamine nebuvo nė vieno tokio uždavinio, o 2014 ir 2020 m. tokie uždaviniai buvo įvertinti net 11 taškų, t. y. daugiau negu šeštadalis egzamino užduoties vertės (maksimali egzamino taškų suma – 60).

Apskaičiavimo uždaviniai, apsimetę įrodymo uždaviniais. Įrodymo uždavinį sukonstruoti iš bet kurio kito uždavinio gana paprasta. Įsivaizduokime tokią situaciją: „Jonas turėjo 3 obuolius, o Greta – 2“. Dabar iš šios situacijos sukonstruokime kelis įrodymo uždavinius: (1) įrodykite, kad Jonas ir Greta kartu turėjo 5 obuolius arba (2) įrodykite, kad Gretai gavus dar vieną obuolį jaunuoliai turės po lygiai obuolių. Matome, kad formaliai sukurti įrodymo uždavinį net pradinėse klasėse – juokų darbas. Jei egzamino programoje atsirastų reikalavimas „bent 20% visos užduoties taškų turi

[3] Nuspręsta nagrinėti tik pagrindinės sesijos užduotis, kadangi ne visos 2014–2021 metų pakartotinės sesijos užduotys internete prieinamos.

būti skirta įrodymo uždaviniams“, tą reikalavimą nebūtų sunku pasiekti. Žinoma, uždavinių, kurie pateikti šioje pastraipoje, nesinori vadinti įrodymo uždaviniais, nors savo formuluotėje jie ir turi reikalavimą kažką įrodyti.

Tokių uždavinių, kurie tik savo forma primena įrodymo uždavinius, matematikos VBE pasitaiko neretai. Keletą jų pateikiame 7 pav. Įprasčiau, atrodo, būtų šiuos uždavinius formuluoti prašant intervalą, koordinates, plotą ar kampo didumą surasti. Taigi vadinti pateiktus uždavinius įrodymo uždaviniais nesinori. Verčiau tai apskaičiavimo uždaviniai su nurodytu teisingu atsakymu, kuris leidžia pasitikrinti, ar teisingai buvo apskaičiuota. Kartais, žinoma, tokia formuluotė naudojama tam, kad net neišsprendus pirmosios uždavinio dalelės, būtų galima išspręsti antrąją. Pvz. tikėtina, kad 2020 m. 26 uždavinio vėlesnėse dalelėse praverčia faktas, kad $\angle AFE = 60°$. Tokio tipo uždavinio formuluotė nėra ydinga, tačiau nereikėtų apsigauti, kad tai įrodymo uždaviniai.

2015. 20.1 Parodykite, kad šio reiškinio apibrėžimo sritis yra intervalas $(1{,}25; +\infty)$.
2019. 21.3 Įrodykite, kad taško A koordinatės yra $(1; 6)$.
2020. 21.1 Parodykite, kad šios prizmės pagrindo plotas yra lygus $9\sqrt{3}$.
2020. 26.1 Įrodykite, kad $\angle AFE = 60°$.

7 pav. 2015, 2019, 2020 m. egzaminų ištrauka, perrinkta.

Yra ir daugiau VBE įrodymo uždavinių, kurių formuluotę norisi pakeisti taip, kad uždavinys taptų apskaičiavimo uždaviniu. Antrojo šio straipsnio autoriaus nuomone tokie yra visi paryškintieji uždaviniai 1 lentelėje. Pastebėtina, kad už šiuos uždavinius iš viso galima buvo surinkti 30 taškų, t. y. lygiai $\frac{2}{3}$ visų taškų (45), kuriuos buvo galima surinkti už VBE įrodymo uždavinius per 2014–2021 metus. Pagal tokį vertinimą tuomet turime 15 taškų iš 480, skirtų uždaviniams, kurių formuluotėje yra žodžiai „įrodyti“ ar „parodyti“, ir kurių sąlygos nesinori pakeisti įprastesne apskaičiavimo sąlyga. Tai sudaro maždaug 3% visų galimų taškų. Taip pat pastebėtina, kad 2015, 2016, 2017, 2018 ir 2019 metais visi VBE įrodymo uždaviniai yra lengvai transformuojami į apskaičiavimo uždavinius, t. y. tikrųjų įrodymo uždavinių tais metais nebuvo.

Kas yra įrodymo uždavinys? Iš ankstesnių pavyzdžių ir samprotavimų matome, kad įrodymo uždaviniu vadinti tokį uždavinį, kuriame yra žodis „įrodyti“ arba „parodyti“, nedėrėtų. Sakytume tuomet, kad įrodymo uždavinys – tai toks uždavinys, kuriame moksleivis turi pademonstruoti savo matematinio samprotavimo ir argumentavimo gebėjimus. Tačiau visa III-ioji egzamino dalis to reikalauja. Kiekvienas uždavinys reikalauja atsakymą pagrįsti, taigi reikalauja matematiškai samprotauti ir argumentuoti. Ar tuomet išeina, kad kiekvienas III-iosios dalies uždavinys yra įrodymo uždavinys? Ne, taip nesinorėtų teigti. Įrodymo uždavinys, atrodo, turėtų kažkuo skirtis nuo įprasto uždavinio, kuriame prašoma kažką apskaičiuoti ir skaičiavimus pagrįsti.

Sąvoka *įrodymo uždavinys* yra du kartus minima vidurinio ugdymo programoje [8], bet tame dokumente nėra nei apibrėžiama, nei paaiškinama. Ši sąvoka nė karto neminima egzamino programoje [6]. Uždavinių pavyzdžiai, kurie tikrina su įrodymu susijusius gebėjimus yra pateikti dokumente „Matematikos brandos egzamino mokinių pasiekimų lygių aprašas su pavyzdžiais“ [5], tačiau sąvokos *įrodymo uždavinys* apibrėžimo ar paaiškinimo ten taip pat nėra.

Būtų prasminga susitarti, kas slepiasi po fraze „įrodymo uždavinys“, jei norime, kad dalis uždavinių matematikos VBE reikalautų pademonstruoti įrodymo gebėjimus ir tai nebūtų prašymas įrodyti, kad Jonas ir Greta kartu turi 5 obuolius.

Įrodymas prieštaros būdu. Egzamino programos 6.3.7 punktas numato, kad moksleiviai turi gebėti paprastus teiginius įrodyti taikydami prieštaros metodą [6]. Tačiau nė vienoje iš 2014–2021 m. VBE pagrindinės sesijos vertinimo instrukcijų neminimas prieštaros metodas, kaip galimas būdas spręsti uždavinį.[4]

4 Išvados

Matematikos valstybinio brandos egzamino sistemos pastovumas yra naudingas tiek moksleiviams, tiek mokytojams. Toks pastovumas padeda egzaminui pasiruošti ramiau ir užtikrinčiau prieš jį jaustis. Tai taip pat naudinga mokslininkams bei politikams, kadangi egzaminų rezultatus lengviau tarpusavyje palyginti. Visgi egzaminų sistema nėra konstanta ir karts nuo karto yra tobulinama. Tikimės, kad ateityje tobulinant matematikos VBE ir rengiant naujas egzamino užduotis bus apsvarstytos šiame straipsnyje išsakytos pastabos. Taip pat verta atkreipti dėmesį į tai, kad kai kurios pastabos galioja ne tik egzaminų rengėjams ar administratoriams, bet ir pačiai matematikos mokymo bendruomenei, pvz. susitariant, ką vadiname įrodymo uždaviniu.

Literatūra

[1] A. Ambraškienė, A. Chrapačienė, R. Kavoliūnaitė, A. Navickienė, V. Silvanavičius, R. Švelnikienė, M. Vosylienė. *Matematika. Išplėstinis kursas. Vadovėlis gimnazijos IV klasei. 12. Pirmoji knyga.* Šviesa, 2011.

[2] V. Dabrišienė, M. Marija Vosylienė, A. Apynis, I. Knyzelienė, E. Tumėnaitė, V. Šileikienė. *Matematika tempus. Išplėstinis kursas. Vadovėlis 12 klasei. I dalis.* Tempus. Šviesa, 2017.

[3] J. Deveikytė, J. Gedminienė, V. Vanagas. *Matematika tau plius. 12 klasė. Išplėstinis kursas. 1 dalis.* TEV, 2016.

[4] K. Intienė, A. Skūpas, V. Stakėnas, E. Stankus, V. Vitkus. *Matematika 12. I dalis. Išplėstinis kursas.* TEV, 2003.

[5] Matematikos brandos egzamino mokinių pasiekimų lygių aprašas su pavyzdžiais. https://www.nsa.smm.lt/wp-content/uploads/2020/12/5691_Matematika_Kriterinio_vertinimo_aprasas-su_pvz..pdf. Žiūrėta: 2021-07-08.

[6] Matematikos brandos egzamino programa. https://www.nsa.smm.lt/wp-content/uploads/2020/07/Mat_programa.pdf.pdf, 2014. Žiūrėta: 2021-07-08

[7] Valstybinė lietuvių kalbos komisija. Kada vartoti dalelytę „nė“, kada „nei“? http://www.vlkk.lt/konsultacijos/5970-ne-nei-dalelyte. Žiūrėta: 2021-07-08.

[4] Matematikos VBE vertinimo instrukcijas galima pasiekti čia: `https://www.nsa.smm.lt/stebesenos-ir-vertinimo-departamentas/pasiekimu-patikrinimai/brandos-egzaminai/vertinimas/`. Žiūrėta 2021-10-19.

[8] Vidurinio ugdymo bendrosios programos: matematika. https://www.smm.lt/uploads/documents/svietimas/ugdymo-programos/vidurinis-ugdymas/Matematika_3_priedas.pdf, 2011. Žiūrėta: 2021-07-08.

[9] J. Šukys. *Kalbos patarimai matematikos mokytojams.* Mokslo ir enciklopedijų leidybos institutas, 1998.

SUMMARY

Observations about Lithuanian state-level maturity examination in mathematics

E. Karikovas, V. Miežys

The article presents several observations about the examination papers of the state-level Maturity Examinations in Mathematics in the years 2014–2021 in Lithuania. Some inaccuracies were observed in the appendix of the paper titled “Mathematical formulas”, in the wordings of the problems. Also the issue of proof problems in the examination is discussed. The purpose of these observations is to draw attention to areas for improvement in the examination system. The article presents the subjective opinion of the authors.

Keywords: state-level maturity examination in mathematics; mathematics education