



Palindromai mokykloje

Juozas Juvencijus Mačys^{ID}

Vilniaus universitetas, Duomenų mokslo ir skaitmeninių technologijų institutas
Akademijos 4, LT-08663 Vilnius
El. paštas: juozas.macys@mii.vu.lt

Įteiktas 2021 balandžio 12; publikuotas 2021 gruodžio 20

Santrauka. Straipsnyje aptariami įvairūs palindromai – žodžiai, sakiniai, skaičiai, daugianariai. Stengtasi parodyti, kad tema puikiausiai tiktų vidurinei mokyklai kaip tarpdalykinė ir suteiktų galimybę kūrybiškai pasireikšti mokiniams.

Raktiniai žodžiai: palindromas; grįžinys; anadromas; apgręžtas; sangražinis daugianaris; sangražinių daugianarių skaidymas; ilgiausi žodžiai; Lišrel skaičiai

AMS: 08A40, 11T55

Kiekvienas iš mūsų yra susidūręs su palindromais. Jų yra įvairiausių – tai žodžiai palindromai, sakiniai palindromai, skaičiai palindromai, daugianariai palindromai. Taigi iš karto aiškus temos tarpdalykinis pobūdis, o ji pati labai tinka mokykloje tiek kalbų, tiek ir matematikos ar informatikos pamokose kaip faktų ir įdomybių šaltinis.

Žodžiai ir sakiniai. Iš mažens žinome keletą žodžių palindromų, tokių kaip ‚ėdė‘, ‚ėmė‘, ‚savas‘ ir nelabai vykusį sakinuką ‚Sėdėk užu kėdės‘, perskaitomų vienodai nuo pradžios ir nuo galo. Tokiems žodžiams labai tinka lietuviškas pavadinimas ‚grįžinys‘. Tarptautinis žodis ‚palindromas‘ labiau tinka moksle – kalbotyroje, matematikoje, informatikoje. ‚Palin‘ senovės graikų kalba reiškia ‚atgal‘, ‚dromos‘ siejasi su bėgimu ar bėgimo taku, ir terminas ‚palindromas‘ gerai atspindi dalyko esmę (plg. su žodžiais ‚palingenezė‘, ‚aerodromas‘, ‚kosmodromas‘, ‚dromaderas‘ ir kt.).

Domintis žodžiais, kyla klausimas: o koks gi ilgiausias lietuviškas grįžinys? Čia iš karto susiduriame su netikėtumais – ar tinka tik „lietuviški“ žodžiai, ar ir tarptautiniai; ar tik daiktavardžiai, ar ir kitos kalbos dalys; ar tik vienaskaitos vardininkas, ar ir kiti linksniai, ir t.t. Bet kadangi net žinynai skelbia ilgiausius lietuviškus žodžius ‚nebeprisikiškiakopūsteliaujantiesiems‘ ir net ‚nebeprisivaizdotinklaraštininkaujantiesiems‘, turinčius 37 ir 43 raides (r.), tai kartais nebesirūpinsime, kuri tai kalbos dalis,

kaip jis kaitomas, kiek jis vartojamas ir ar vartotinas. Žinoma, iš karto matome tokių žodžių (ar grįžinių) trūkumus, dirbtinumą, bet rekordai lieka rekordais.

Rašant šį straipsnį paaikšėjo, kad tie rekordai nesunkiai pagerinami: juk jeigu tinka naudininkas, tai neblogai ir kiti linksniai. Taigi ilgesni būtų žodžiai nebe su galūnėmis ‚tiesiems‘ (37 ir 43 r.), o su galūnėmis ‚čiuosiuose‘ (39 ir 45 r.): ‚nebeprisikiškiakopūsteliaujančiuosiuose‘ (39 r.), ‚nebeprisivaizdotinklaraštininkaujančiuosiuose‘ (45 r.). Beje, jau pats pamatinis žodis ‚vaizdotinklaraštininkauti‘ abejotinas, o žodyje ‚kiškiakopūsteliauti‘ kliūva intarpas -el-. Gal būt todėl buvo pasiūlytas (žr. [5]) žodis ‚kiškiakopūstlapiauti‘ ir atitinkamas žodis ‚nebeprisikopūstlapiaujančiuosiuose‘ (40 r.). Savo ruoštu, nusiziūrėję į žodžius ‚nebenori‘ ir ‚tebenenori‘, siūlome visur čia priešdėlį ‚nebe-‘ keisti priešdėliu ‚tebene-‘, ir turėsime dar dviem raidėmis ilgesnius ‚lietuviškus‘ žodžius. Beje, chemikai ‚tarptautinių‘ žodžių turi ir daug ilgesnių (žr. tą patį straipsnį [5]).

Žinoma, kitomis kalbomis sukurti ilgų žodžių lengviau – lietuvių kalba dėl savo žodžių darybos taisyklių tam nelabai tinkama. Bet yra kalbų, kuriose ilgiausio žodžio nėra ir būti negali. Pavyzdžiui, vokiškai kelintiniai skaitvardžiai rašomi vienu žodžiu, todėl ‚2345678-tasis lankytojas‘, užrašytas žodžiais, lietuviškai bus ‚du milijonai trys šimtai keturiasdešimt penki tūkstančiai šeši šimtai septyniasdešimt aštuntasis lankytojas‘, vokiškai – ‚der zweimillionendreihundertfünfundvierzigtausendsechshundertachtundsiebzigste Besucher‘, bet juk skaičių yra kiek norint didelių ir ilgų.

Ne tokie įdomūs trumpiausi žodžiai. Tai prielinksnis ‚i‘, jungtukas ‚o‘ (1 r.), daiktavardis ‚pa‘ (šokio žingsnis). Triraidžių daiktavardžių lietuvių kalboje nemažai: ‚šuo‘ (tik 1 skiemuo), ‚yla‘, ‚yda‘, ‚oda‘, ‚upė‘ ir kt. Kita vertus, sakinyje ‚Nuo a iki ž‘ žodis ‚a‘ taip pat yra daiktavardis, reiškiantis raidės a pavadinimą.

Grįžkime prie grįžinių (atleiskit už kalambūrą). Beveik visur paminimas ‚tikėkit‘ (7 r.). Galima nurodyti dar pavardę ‚Sartras‘ (prancūzų rašytojas Sartre) ir daiktavardį ‚arara‘ (5 r.; araros – tai tokie papūginiai paukščiai). Iš ilgesnių žodžių pavyko sugalvoti 9 raidžių grįžinius ‚sumalamus‘ (‚sumalamas‘ – veiksmazodžio ‚sumalti‘ dalyvis), ‚suminimus‘ (suminėti), ‚smaĩliams‘ (‚smaĩlis‘ – tas pat kaip ir ‚smalžius‘), ‚Smailiáms‘ (Smailys – nereta lietuviška pavardė) ir net 11 raidžių ‚smaileliams‘ (tai to paties ‚smailio‘ mažybinė forma). Bet 9 raidžių daiktavardžio vardininkų radau tik trejetą: ‚sanidinas‘ (mineralas), ‚salicilas‘ (vaistas), ‚satinitas‘ (pigmentas). Deja, čia taip pat tarptautiniai žodžiai, ir ‚lietuviškų‘ daiktavardžių dar reikia paieškoti (neradau netgi 7 ar 5 raidžių ‚lietuviškų‘ grįžinių – daiktavardžio vardininkų; vargu ar padėtį gelbsti akademiniam žodyne užfiksuoti vardininkai ‚sągas‘, ‚sąkas‘ ir ‚sālas‘).

Ilgų natūralių, nedirbtinių grįžinių nėra nei anglų, nei rusų kalbose. Ilgiausias šiose kalbose yra bene ‚rotavator‘ (‚rotavatorius‘ – tai prietaisas, naudojamas daržininkystėje ir sodininkystėje). Dar yra žodis ‚malayalam‘ – tai viena iš Indijos oficialiųjų kalbų; ja kalba „tik“ 30 milijonų gyventojų, daugiausia Keralos valstijoje. Lietuviškai ta kalba vadinama malajalių kalba. Kalbos pavadinimas anglų ir kitomis kalbomis duoda 9 r. grįžinį. Beje, matematikams žodis ‚malayalam‘ gerai žinomas: šia kalba malajalių astronomas Madhava XVI a. paskelbė pirmąsias eilutes (pavyzdžiui, $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$) dviem šimtmečiais anksčiau už jų „atradėjus“ Leibnicą ir Gregorį (žr. [3]).

Kartais palindromais pavadinami tokie žodžiai kaip ‚oda‘. Parskaičyti atbulai, jie taip pat turi prasmę, bet jau kitą (‚ado‘). Tokie žodžiai dažniausiai vadinami anadromais, o lietuviškai juos tinka vadinti apgręžais. Susidarytas jų sąrašas (žr.

priedus straipsnio gale) rodo, kad apgręžų, kaip ir grįžinių, lietuvių kalboje labai nedaug. Beje, absoliuti abejų dauguma (išskyrus keletą) prasideda ir baigiasi viena iš 8 raidžių: a, e, è, i, k, m, s, t.

Populiarūs ir sakiniai grįžiniai. Jų, net ir visai žaismingų, kitomis kalbomis prikurta be galo daug (pavyzdžiui, anglų „matematinis“ palindromas „Never odd or even“ ar rusų „Kotu skoro sorok sutok“, „Umer – i mir emu“). Jomis parašyta ištisu palindrominių romanų, poemų. Lietuviškų sakinių be vardų ar kitų tikrinių daiktavardžių su bent šokia tokia prasme yra žinomi vos keli: „Kol einu, šunie, lok!“, „Abu gaišo po šia guba“.

Pateiksime pluoštelį naujų grįžinių (tokius sakinukus kurti labai padeda apgręžų poros): „Supeik skiepus!“, „Sušiams – maišus!“, „Sula ar yra alus?“, „Ieva, du davei?“, „O kas sako?“, „Anie net iki ten eina“, „Sumėtė mus“, „O man namo“, „Etikes sekite!“, „Etikė – bėkite!“

Skaičiai. Eikime prie matematikos. Labai aišku, kas yra skaičiai palindromai – tai 101, 2332 ir pan. Jų yra be galo daug, ir įdomesnių tarp jų irgi gausu. Pavyzdžiui, skaičius 11 – tai vienintelis pirminis palindromas, turintis lyginį skaitmenų skaičių. Tai įrodyti paprasta (pabandykite!). O štai įrodyti, kad pirminių skaičių palindromų yra be galo daug – nepavyks. Tai jau neišspręsta matematikos problema.

Dar paminėsime garsią Lišrel skaičių problemą. Imkime, pavyzdžiui, skaičių 56. Apsukime jį ir abu skaičius sudėkime: $56 + 65 = 121$. Gavome palindromą. Skaičių 57 apskukę ir sudėję gausime $57 + 75 = 132$, nepalindromą, bet šį apskukę ir sudėję gausime palindromą: $132 + 231 = 363$. Skaičius 59 tampa palindromu po trijų tokių žingsnių: $59 + 95 = 154$, $154 + 451 = 605$, $605 + 506 = 1111$. Pasirodo, kad skaičiui 89 tapti palindromu reikia net 24 žingsnių. Vis dėlto visi tolesni skaičiai tapdavo palindromais, kol nebuvo prieita iki 196 – šis skaičius niekaip nenorėjo tapti palindromu. Taip ir buvo suformuluota vadinamoji „problema 196“: ar skaičius 196 po baigtinio žingsnių skaičiaus tampa palindromu? Į skaičiavimus įsijungė šimtai informatikų, buvo pasiekti skaičiai, turintys milijonų milijonus skaitmenų, bet problema taip ir lieka neišspręsta.

Vienas iš informatikos entuziastų, mušančių skaičiavimų rekordus, Veidas VanLandingham'as (Wade VanLandingham) skaičius, kurie niekada netampa palindromais, pavadino Lišrel skaičiais (Lišrel (angl. Lychrel) – tai transformuotas jo bičulės Šeril (angl. Cheryl) vardas). Pavadinimas prigijo, bet problema liko: ar egzistuoja bent vienas Lišrel skaičius? Pretendentų į tokį vardą daug, mažiausias iš jų – skaičius 196, bet kol kas matematikų pastangos bevaisės.

Daugianariai. Imkime kelis pavyzdžius:

$$3x^3 + 2x^2 + 2x + 3, \quad x^6 - 3x^5 + 7x^4 + 6x^3 + 7x^2 - 3x + 1.$$

Matome, kad koeficientai, vienodai nutolę nuo pradžios ir nuo galo (trumpiau – simetriniai koeficientai), yra lygūs. Tokie daugianariai vadinami sangražžiniais daugianariais (labai tinkamas mokyklai gražus lietuviškas terminas, susišaukiantis su grįžiniu), palindrominiais polinomais, o trumpiau – tiesiog palindromais. Kadangi paprastai n -tojo laipsnio daugianariai imami su pirmuoju koeficientu 1, tai ir palindromus nagrinėsime tokius:

$$x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + 1, \quad a_k = a_{n-k} \quad (k = 1, \dots, n-1).$$

Pirmojo laipsnio palindromas vienintelis – tai $x + 1$. Antrojo laipsnio palindromų bendrasis pavidalas yra

$$x^2 + ax + 1.$$

Jų jau daug matėme vadovėlyje: tai ir „paprasčiausias“ $x^2 + 1$, ir $x^2 - x + 1$, pažįstamas iš kubų sumos $x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$, ir kasdien sutinkami dvinarių kvadratai:

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2, \quad x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2.$$

Matome, kad palindromą kartais galima išskaidyti į palindromų sandaugą, o kartais negalima išskaidyti į žemesnio laipsnio palindromus ($x - 1$ nėra palindromas – jo koeficientai 1 ir -1 nelygūs). Beje, iš karto aišku, kad kvadratinis palindromas $x^2 + ax + 1$ išskaidomas į palindromus tik kai $a = 2$, nes turi būti

$$x^2 + ax + 1 = (x + 1)(x + 1).$$

Kubinio palindromo bendrasis pavidalas yra

$$x^3 + ax^2 + ax + 1.$$

Kadangi $x = -1$ yra jo šaknis, tai jis dalijasi iš $x + 1$. Kitaip sakant, kubinį palindromą visada galima išskaidyti, $x^3 + 1 + ax(x + 1) = (x + 1)(x^2 - x + 1) + ax(x + 1) = (x + 1)(x^2 + (a - 1)x + 1)$, ir abu daugikliai yra žemesnio laipsnio palindromai.

Ketvirtojo laipsnio palindromo bendrasis pavidalas yra

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1.$$

Jį, kaip ir bet kurį ketvirtojo laipsnio daugianarį, visada galima išskaidyti į du kvadratinus trinarius (apie tai žr. [4]). Bet mus domina klausimas, kada šį palindromą galima išskaidyti į palindromus. Aišku, kad tai būtų tiesinio ir kubinio palindromų sandauga arba dviejų kvadratinių palindromų sandauga. Bet tiesinis palindromas vienintelis – tai $x + 1$, o kubinį palindromą galima išskaidyti ir gauti dar $x + 1$, vadinasi, gauname $(x + 1)^2$ ir kitą kvadratinį palindromą. Taigi užtenka nustatyti, kada 4-tojo laipsnio palindromą galima išskaidyti į du kvadratinus:

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = (x^2 + px + 1)(x^2 + qx + 1).$$

Atskliaudę ir sulyginę koeficientus prie x laipsnių, gauname sistemą

$$p + q = a, \quad pq = b - 2,$$

o iš jos kvadratinę lygtį $p^2 - ap + b - 2 = 0$. Jei lygties diskriminantas $a^2 - 4b + 8$ neneigiamas, tai sistema turi sprendinį. Taigi 4-tojo laipsnio palindromas išskaidomas palindromais tada ir tik tada, kai $a^2 - 4b + 8 \geq 0$.

Pavyzdžiui, palindromas (kai $a = 0$, $b = 1$)

$$x^4 + x^2 + 1 = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$$

palindromais išskaidomas, o palindromas (kai $a = 0$, $b = 5/2$)

$$x^4 + 5x^2/2 + 1 = (x^2 + 1/2)(x^2 + 2)$$

palindromais neišskaidomas.

Išnagrinėkime keletą palindromų bendrų savybių.

1°. Kiekvienam n -tojo laipsnio palindromui $P(x)$ teisinga lygybė

$$x^n P(1/x) = P(x). \quad (1)$$

Atvirksčiai, jeigu daugianario $P(x)$ vyriausiasis koeficientas lygus 1 ir jam teisinga (1) lygybė, tai $P(x)$ yra palindromas.

Irodymas. Sakykime, kad $P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + 1$ – palindromas. Tada

$$x^n P\left(\frac{1}{x}\right) = x^n \left(\frac{1}{x^n} + \frac{a_{n-1}}{x^{n-1}} + \dots + \frac{a_1}{x} + 1 \right) = 1 + a_{n-1}x + \dots + a_1x^{n-1} + x^n.$$

Simetriniai koeficientai lygūs, todėl paskutinis reiškinytis lygus $1 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + x^n$. Bet tai ir yra $P(x)$. Lygybė (1) įrodyta.

Atvirksčiai, sakykime, kad daugianariui $P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$ (1) lygybė teisinga. Tada

$$1 + a_{n-1}x + \dots + a_1x^{n-1} + a_0x^n = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0.$$

Kadangi du daugianariai lygūs, tai jų atitinkami koeficientai lygūs, t.y. $1 = a_0$, $a_{n-1} = a_1$, $a_{n-2} = a_2$ ir t.t. O kadangi simetriniai koeficientai lygūs, tai $P(x)$ yra palindromas.

2°. Kiekvienas nelyginio laipsnio palindromas turi šaknį $x = -1$.

Irodymas. Nelyginio laipsnio palindromą galima užrašyti taip:

$$\begin{aligned} & x^{2n+1} + a_{2n}x^{2n} + a_{2n-1}x^{2n-1} + \dots + a_2x^2 + a_1x + 1 \\ &= (x^{2n+1} + 1) + a_1(x^{2n} + x) + a_2(x^{2n-1} + x^2) + \dots + a_n(x^{n+1} + x^n) \\ &= (x^{2n+1} + 1) + a_1x(x^{2n-1} + 1) + a_2x^2(x^{2n-3} + 1) + \dots + a_nx^n(x + 1). \end{aligned}$$

Matome, kad su $x = -1$ visi skliaustai virsta 0.

Žinoma, galima remtis (1) lygybe, $x^{2n+1}P(1/x) = P(x)$. Įstatę $x = -1$, turime $-P(-1) = P(-1)$, $2P(-1) = 0$, $P(-1) = 0$.

3°. Jeigu c yra palindromo $P(x)$ šaknis, tai ir $1/c$ yra jo šaknis.

Irodymas. Kadangi c yra palindromo

$$P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + 1$$

šaknis, tai

$$c^n + a_{n-1}c^{n-1} + \dots + a_1c + 1 = 0,$$

o kadangi simetriniai koeficientai lygūs, tai ir

$$c^n + a_1c^{n-1} + \dots + a_{n-1}c + 1 = 0.$$

Matome, kad $c \neq 0$ (kitaip būtų $1 = 0$). Dalijame iš c^n :

$$1 + \frac{a_1}{c} + \dots + \frac{a_{n-1}}{c^{n-1}} + \frac{1}{c^n} = 0,$$

o tai reiškia, kad $P(1/c) = 0$, taigi $1/c$ yra $P(x)$ šaknis.

Ir vėl galėjome atlikti tai formaliau, remdamiesi (1) lygybe: $x^n P(1/x) = P(x)$. Įstatome $x = c$, tada $c^n P(1/c) = P(c)$. Kadangi $P(c) = 0$, tai ir $P(1/c) = 0$.

4°. *Nelyginio laipsnio palindromas dalijasi iš $x + 1$, o dalmuo yra lyginio laipsnio palindromas.*

Įrodymas. Sakykime, kad $P(x)$ yra nelyginio laipsnio $2n + 1$ palindromas. Kadangi remiantis 2° savybe $x = -1$ yra jo šaknis, tai jis dalijasi iš $x + 1$. Taigi $P(x) = (x + 1)g(x)$, o $g(x)$ – laipsnio $2n$ daugianaris. Kadangi $P(x)$ palindromas, tai pagal 1° savybę $P(x) = x^{2n+1}P(1/x)$. Į šią lygybę vietoj $P(x)$ įstatome $(x + 1)g(x)$, o vietoj $P(1/x)$ įstatome $(1/x + 1)g(1/x)$. Gauname $(x + 1)g(x) = x^{2n+1}(1/x + 1)g(1/x)$. Suprastinę turime $g(x) = x^{2n}g(1/x)$, o tai reiškia, kad $g(x)$ yra lyginio laipsnio $2n$ palindromas.

4° savybę galima apibendrinti taip:

5°. *Jeigu palindromas $f(x)$ dalijasi iš palindromo $g(x)$, tai jų dalmuo $h(x) = f(x)/g(x)$ taip pat yra palindromas.*

Šios savybės įrodymas panašus, ir jį paliekame skaitytojui. Įrodymą galima rasti knygoje [1].

6°. *Bet kuri lyginio laipsnio $2k$ palindromą*

$$f(x) = x^{2k} + a_{2k-1}x^{2k-1} + \dots + a_1x + 1$$

galima išreikšti kaip

$$f(x) = x^k h(t),$$

kur $t = x + 1/x$, o $h(t)$ – tam tikras kintamojo t k -tojo laipsnio daugianaris. Atvirksčiai, jeigu $h(x)$ – bet kuris kintamojo t daugianaris su vyriausiuoju nariu t^k , tai $x^k h(x + 1/x)$ yra $2k$ -tojo laipsnio palindromas.

Įrodymas. Iškeliamo x^k prieš skliaustus:

$$f(x) = x^k (x^k + a_{2k-1}x^{k-1} + \dots + a_1/x^{k-1} + 1/x^k).$$

Kadangi simetriniai koeficientai lygūs, tai

$$f(x) = x^k \left((x^k + 1/x^k) + a_1(x^{k-1} + 1/x^{k-1}) + \dots + a_k \right).$$

Dabar užtenka įrodyti, kad $x^k + 1/x^k$ galima išreikšti kintamojo $t = x + 1/x$ k -tojo laipsnio daugianariu. Bet tai padaryti paprasta, remiantis indukcija:

$$x^2 + 1/x^2 = (x + 1/x)^2 - 2 = t^2 - 2,$$

$$x^3 + 1/x^3 = (x^2 + 1/x^2)(x + 1/x) - (x + 1/x) = (t^2 - 2)t - t,$$

ir tęsdami turėsime

$$x^k + 1/x^k = (x^{k-1} + 1/x^{k-1})(x + 1/x) - (x^{k-2} + 1/x^{k-2}).$$

Kadangi $x^{k-1} + 1/x^{k-1}$ yra $(k - 1)$ -ojo laipsnio t -daugianaris, o $x^{k-2} + 1/x^{k-2}$ yra $(k - 2)$ -ojo laipsnio t -daugianaris, tai gauname k -tojo laipsnio t -daugianarį.

Atvirksčiai, jeigu $h(t) = t^k + a_{k-1}t^{k-1} + \dots + a_1t + a_0$, tai

$$\begin{aligned} P(x) &= x^k h(x + 1/x) \\ &= x^k(x + 1/x)^k + a_{n-1}x^k(x + 1/x)^{k-1} + \dots + a_1x^k(x + 1/x) + a_0x^k \\ &= (x^2 + 1)^k + a_{k-1}x(x^2 + 1)^{k-1} + \dots + a_1x^{k-1}(x^2 + 1) + a_0x^k \end{aligned}$$

yra $2k$ -tojo laipsnio daugianaris. Bet jis tenkina (1) lygybę:

$$x^{2k}P\left(\frac{1}{x}\right) = x^{2k}\left(\frac{1}{x}\right)^k h\left(\frac{1}{x} + x\right) = x^k h\left(x + \frac{1}{x}\right) = P(x).$$

Remiantis 1^o savybe, $P(x)$ yra $2k$ -tojo laipsnio palindromas.

Beje, lygtys $P(x) = 0$, kur $P(x)$ – palindromas (= sangražinis daugianaris), mokykloje vadinamos sangražinėmis. Nelyginio laipsnio sangražinis daugianaris lygus dvinarinio $x + 1$ ir lyginio laipsnio sangražinio daugianario sandaugai. O lyginio laipsnio $2k$ sangražinę lygtį dalijame iš x^k ir atliekame keitinį $t = x + 1/x$. Taip lygties laipsnis sumažėja perpus.

Straipsnį baigsime nurodydami dar vieną svarbią palindromų savybę. Pagrindinė algebros teorema reiškia, kad kiekvieną realųjį daugianarį galima išskaidyti tiesiniais ir kvadratiniais daugianariais (žr. [2]). Analogiška teorema palindromams skamba taip.

7^o. (Pagrindinė algebros teorema palindromams.) *Kiekvieną palindromą galima išskaidyti pirmojo, antrojo ir ketvirtojo laipsnio palindromais.*

Irodymas. Jeigu palindromo laipsnis nelyginis, tai remiantis 4^o savybe jis dalijasi iš $x + 1$, ir gauname lyginio laipsnio palindromą. Todėl užtenka įrodyti, kad lyginio laipsnio palindromą galima išskaidyti antrojo ir ketvirtojo laipsnio palindromais. Remiantis 6^o savybe jį galima užrašyti kaip $x^k h(t)$, kur $t = x + 1/x$. Laipsnio k daugianarį $h(t)$ remdamiesi pagrindine algebros teorema skaidome tiesiniais ir kvadratiniais daugianariais,

$$h(t) = (t + m_1)(t + m_2) \dots (t^2 + n_1t + p_1)(t^2 + n_2t + p_2) \dots,$$

ir tų daugianarių laipsnių suma lygi k . Vadinasi,

$$x^k h(t) = x(t + m_1) \cdot x(t + m_2) \cdot \dots \cdot x^2(t^2 + n_1t + p_1) \cdot x^2(t^2 + n_2t + p_2) \cdot \dots$$

Bet dešinėje turime antrojo ir ketvirtojo laipsnio palindromus:

$$\begin{aligned} x(t + m) &= x(x + 1/x + m) = x^2 + mx + 1, \\ x^2(t^2 + nt + p) &= x^2(x^2 + 2 + 1/x^2 + nx + n/x + p) \\ &= x^4 + nx^3 + (p + 2)x^2 + nx + 1. \end{aligned}$$

7^o savybė įrodyta.

Apgrėžų ir grįžinių sąrašas

Žodžiai sudėti abėcėline tvarka (laikant, kad a = ą, e = ę = è, i = į = y, u = ū = ū). Apgrėžai pateikiami su savo „atvaizdu“, porose jie atskirti brūkšniu (pvz., slidus – sudils; pora savo

vietoje pakartota ir kaip sudils – slidus). Patogumo dėlei į sąrašą įtraukti ir grįžiniai, jie pažymėti lygybės ženklų (pvz., savas =, sūnūs =).

Žodžių rašyba ir formos patikrintos žodynuose. Nevengta ir trumpųjų, šnekamosios kalbos formų (pvz., mokyti, naman, ievom), bet vartotojas jam nepatinkančius žodžius gali tiesiog ignoruoti.

a =	anam – mana	atart – trata	atlupus – supulta
ą =	anapus – su pana	atartus – sutrata	atmerk – kremta
adė – èda	anei – iena	atata =	atmerkta – atkremta
adės – sèda	anei viena =	ate – eta	atmerkus – sukremta
ado – oda	Anele – Elena	atédus – sudèta	atmes – semta
adom – moda	Anelės – sèlena	ateik – kieta	atmesta – atsemta
Adomo komoda =	angis – signa	ateis – sieta	atmetus – sutemta
ados – soda	anie – eina	atémus – su mèta	atnerk – krenta
aga =	anie eina =	atèsta – atsèta	atnirt – trinta
agas – saga	anie į – įeina	atgims – smigta	atolas – salota
agnaus – su anga	anie neina =	atgimus – sumigta	atolus – sulota
agoj – joga	ankam – makna	atikus – su kita	atomus – sumota
aha =	ano – Ona	atyrus – suryta	atpilta – atlipta
ailas – salia	anom – mona	atkak – kakta	atpypta =
airi – iria	anomis – Simona	atkakta =	atpulk – klupta
airius – suiria	anona =	atkalta – atlakta	atpulkit – tik lupta
aižem – mėžia	anot – tona	atkalus – sulakta	atpulta – atlupta
aiži – ižia	apak – kapa	atkarus – surakta	atpūtus – sutūpta
ajė – èja	apakus – su kapa	atkeis – siekta	atras – sarta
akinom – Monika	ara =	atkeista – atsiekta	atraus – suarta
akinot – tonika	arabus – subara	atkeitus – sutiekta	atritus – sutirta
akit – tika	arara =	atkėlus – sulėkta	atruk – kurta
akyt – tyka	aratus – sutara	atkirtus – sutrikta	atrukus – sukurta
akite – etika	ardė – èdra	atkoš – šokta	atseit – tiesta
akla – alka	are – era	atkošta – atšokta	atsemta – atmesta
aklam – malka	areis – siera	atkošus – sušokta	atsèta – atèsta
akom – moka	arias – saira	atkremta – atmerkta	atsiek – keista
akram – marka	arèt – tèra	atkurt – trukta	atsiekta – atkeista
akrams – smarka	ar yra =	atkurtus – sutrukta	atsiekus – sukeista
akro – orka	ark – kra	atkūrus – surūkta	atsiet – teista
ala =	arkit – tikra	atkus – sukta	atsirk – krista
alą – àla	aros – sora	atkusta – atsukta	atsuk – kusta
àla – alą	arus – sura	atkutus – sutukta	atsuks – skusta
àlą =	asą – àsa	atlak – kalta	atsukta – atkusta
alas – sala	àsa – asą	atlakta – atkalta	atšok – košta
Alytun – nutyla	àsą =	atlakus – sukalta	atšokta – atkošta
alka – akla	asaba basa =	atlašus – sušalta	atšokus – sukošta
alo – ola	asèm – mèsa	atlik – kilta	atzyzta =
alsa – asla	asla – alsa	atlikta – atkilta	atzyzus – suzyzta
alum – mula	aslas – salsa	atlikus – sukilta	atženk – knežta
alus – sula	aš – ša	atlipta – atpilta	atžėrus – surėžta
am – ma	atakot – tokata	atlipus – supilta	atžūlus – sulūžta
amokas – sakoma	atakus – sukata	atlot – tolta	aū – ūa
ana =	atare – erata	atlupkit – tik pulta	ava =
ana kur – rukana	atark – krata	atlupta – atpulta	avei – ieva

avie – eiva	eže =	įrėks – skėrį	kėgli – ilgėk
cak – kac	gilus – sulig	įrėžus – sužėrį	keik – kiek
cik – kic	į =	iri =	keips – spiek
e =	ibi =	iria – airi	keis – siek
ė =	įdegį – įgedį	irius – suiri	keista – atsiek
ėda – adė	įdės – sėdį	irkīt – tikri	keisus – susiek
ėdaus – suadė	įeina – anie į	iro – ori	keitus – sutiek
ėdė =	iena – anei	irot – tori	kelk – klek
ėdra – ardė	ieva – avei	įruk – kurį	kėlus – sulėk
ėdraus – suardė	ievom – movei	irūs – sūrī	kemsus – susmek
ėdūs – sūdė	įganį – įnagį	islamus – sumalsi	kergi – igrek
eina – anie	įgavo – o vagį	įsukīt – tikusį	kerk – krek
eit – tie	įgedį – įdegį	įsukus – sukusį	kėskim – miksėk
eiva – avie	įges – segį	iš – ši	kėskīt – tiksėk
ėja – ajė	įgis – Sigį	įšilk – klišį	kėsta – atsėk
ėjo – ojė	įgymį – įmygį	išim – miši	ketus – sutek
Elena – Anele	igrek – kergi	iškart – trakši	kic – cik
elite – etile	igrekus – sukergi	įšus – sušį	kiek – keik
ėmė =	įkeis – siekį	italas – salati	kietā – atiek
ėmėm – mėmė	įkelk – klekį	įteik – kietį	kietį – įteik
ėmės – sėmė	iki =	įži =	kietus – suteik
emiratus – sutarime	įkimš – šmikį	įžia – aiži	kykas – sakyk
emisarus – surasime	įkypį – įpykį	jėgas – sagėj	kilta – atlik
epe =	įkoš – šokį	jodam – madoj	kilus – sulik
era – are	ikram – marki	jodo – odoj	kims – smik
ėram – marė	ikrams – smarki	jodom – modoj	kimus – sumik
erata – atare	ikrius – suirki	jodos – sodoj	kinį – įnik
ere =	iksus – suski	jogoj =	kirtus – sutrik
erė – ėre	įlak – kalį	joj =	kirus – surik
eres – sere	įleis – sielį	jojoj =	kitus – sutik
ergu – ugre	įles – selį	jojos – sojoj	klegus – sugelk
ėris – sirė	ilgėk – kėgli	jojot – tojoj	klek – kelk
ėro – orė	įlis – silį	jolas – saloj	klekį – įkelk
esam – mase	įlyt – tylį	jonam – manoj	kleks – skelk
et – te	įlok – kolį	Jono – Onoj	klekus – sukelk
eta – ate	įlos – solį	jot – toj	klevus – suvelk
etapus – supate	įlot – tolį	jote – etoj	klipus – supilk
etate =	ilsės – sėsli	jotoj =	kliš – šilk
etika – akite	ilsink – knisli	kac – cak	klišį – įšilk
etikėm – mėkite	ilskīt – tikslī	kakta – atkak	klišus – sušilk
etikes – sekite	imami =	kalat – talak	klot – tolk
etikės – sėkite	imas – sami	kalį – įlak	klupta – atpulk
etiketus – sutekite	įmygį – įgymį	kalta – atlak	klupus – supulk
etikoj – jokite	įmunūs – sūnumi	kalus – sulak	knark – krank
etikom – mokite	įnagį – įganį	kar – rak	knarkta – atkrank
etikoms – smokite	įnik – kinį	kart – trak	knarkus – sukrank
etikus – sukite	įnikus – sukinį	kartus – sutrak	knežta – atženk
etile – elite	įnišim – mišinį	karus – surak	knisli – ilsink
etoj – jote	įnoks – skonį	kaus – suak	knisus – susink
etom – mote	įpykį – įkypį	kėdės – sėdėk	ko – ok
etosus – susote	irus – suari	kėdus – sudek	kokam – makok

kol – lok	lot – tol	mėkite – etikėm	mošom =
kolj – įlok	ma – am	mėmė – ėmėm	mot – tom
koš – šok	macam =	mėmėm =	mote – etom
koškit – tik šok	mačam =	mėmės – sėmėm	movas – savom
košta – atšok	madam =	mėtėm =	movei – ievom
košus – sušok	madoj – jodam	mėtėt – tėtėt	movom =
kovok =	madona – anodam	mėtom – motėm	movon – novom
kovus – suvok	mados – sodam	mėžėm =	mulium =
kra – ark	magam =	mėžia – aižėm	mum =
krabus – subark	mages – segam	mikim =	nagan =
krank – knark	maigiam =	mikit – tikim	naman =
krankta – atknark	mailiam =	miksėk – kėskim	namo – o man
krankus – sukknark	mailiams – smailiam	miksės – sėskim	neš – šen
krata – atark	mainiam =	miksim – miskim	net – ten
kratus – sutark	maišiam =	minam – manim	ne ten =
kraus – suark	maišo – ošiam	mingu – ugnim	net neš – šen ten
kraut – tu ark	maišo – o šiam	minim =	netruk – kur ten
kek – kerk	maišus – sušiam	minimus – suminim	novas – savon
kekus – sukerk	majam =	mirt – trim	novom – movon
kekra – atmerk	majės – sėjam	misim =	nūn =
kekraus – sumerk	maju – ujam	miskim – miksim	nutyla – Alytun
kekrauta – atnerk	makam =	miskit – tiksim	o =
kekraus – superk	makams – smakam	misom – mosim	oda – ado
kreš – šerk	makas – sakam	miši – išim	o dar – rado
krešus – sušerk	makna – ankam	mišim =	o dar ado =
kriks – skirk	mako – o kam	mišit – tišim	o dar rado =
kripta – atpirk	makok – kokam	mišo – ošim	odės – sėdo
kris – sirk	makus – sukam	mišot – tošim	odoj – jodo
krista – atsirk	malam =	mišius – suišim	odos – sodo
krups – spurk	malas – sałam	moda – adom	o gal – lago
kubus – subuk	malka – aklam	modoj – jodom	oho =
kuileliams – smaile- liuk	mamas – samam	modom =	ohoho =
kuileliuk =	mamos – somam	mojis – sijom	ojė – ėjo
kuiliams – smailiuk	mana – anam	mojom =	ok – ko
kuiliuk =	manam =	moju – ujom	o kam – mako
kuiniuk =	manim – minam	moka – akom	ola – alo
kuisiuk =	manoj – jonam	mokas – sakom	olas – salo
kur – ruk	manom – monam	mokit – tikom	olom – molo
kurj – įruk	manot – tonam	mokyt – tykom	olos – solo
kurt – truk	maram =	mokite – etikom	o man – namo
kurta – atruk	marė – ėram	mokom =	omas – samo
kur ten – netruk	marka – akram	mokus – sukom	omais – Siamo
kurtus – sutruk	marki – ikram	molams – smalom	omo =
kūrus – surūk	maro – oram	molas – salom	omus – sumo
kus – suk	mase – esam	molo – olom	o mus – sumo
kusta – atsuk	mat – tam	molus – sulom	Ona – ano
kutus – sutuk	matam =	mona – anom	Onoj – Jono
lago – o gal	mato – otam	monam – manom	Onos – sono
lok – kol	mato – o tam	Monika – akinom	op – po
los – sol	mažam =	Monikom – mokinom	opus – supo
	meiliem =	mosim – misom	oram – maro

orė – ėro	saksus – suskas	segį – įges	sykas – sakys
ori – iro	sakus – sukas	segus – suges	sikus – sukis
orius – suiro	sala – alas	seikus – sukies	silį – įlis
oro =	Salakas – sakalas	sėjam – majės	siliams – smailis
orumus – sumuro	sałam – maļas	sėjat – tajės	silis =
orūs – sūro	salas =	sėk – kės	Simas – samis
oskas – sakso	saļas =	sėkit – tikės	Simona – anomis
oskes – sekso	salati – italas	sekite – etikės	Simo namas – sama-
ošiam – maišo	salia – ailas	sėkite – etikės	nomis
o šiam – maišo	salicilas =	sekso – oskes	sinkus – suknis
ošim – mišo	salo – olas	sėlena – Anelės	siras – saris
ošimus – sumišo	saloj – jolas	sėlės =	sirė – ėris
ot – to	salolas =	selį – įles	sirk – kris
otam – mato	salom – molas	seliams – smailės	sirus – suris
o tam – mato	salonas – sanolas	sėliams – smailės	syvus – suvys
oto =	salos – solas	semas – sames	skalpus – suplaks
o to =	salot – tolas	sėmė – ėmės	skalus – sulaks
o to oto =	salota – atolas	sėmėm – mėmės	skelk – kleks
o vagį – įgavo	salote – etolas	sėmėmės =	skėlus – sulėks
ozo =	salotos – sotolas	sėmės =	skėrį – įrėks
ožius – suižo	salsa – aslas	semiat – tai mes	skiepus – supeiks
pip =	salus – sulas	semkit – tik mes	skietus – suteiks
pyp =	samanomis – Simo	semta – atmes	skilus – suliks
po – op	namas	senes =	skynus – sunyks
pratakus – suka tarp	samam – mamas	sere – eres	skirdus – sudriks
rado – o dar	samas =	sergit – tigres	skirk – kriks
radot – to dar	sames – semas	sergu – ugres	skirt – triks
rak – kar	sami – imas	sės =	skirtus – sutriks
ruk – kur	samis – Simas	sėskim – mikės	skirus – suriks
rukana – ana kur	samo – omas	sėskit – tiksės	skitus – sutiks
saga – agas	samumas =	sėsli – ilsės	skonių – įnoks
sagas =	samūs – sumas	sėtinus – sunitės	skubus – subuks
sagėj – jėgas	sanolas – salonas	sėtos – sotės	skurt – truks
sages – segas	sargu – ugras	Siamo – omais	skus – suks
sagoms – smogas	saris – siras	siek – keis	skusta – atsuks
saikas – sakias	sarta – atras	siekas – sakeis	skutus – sutuks
saira – arias	satinitas =	siekeis =	slidus – sudils
sakalas – Salakas	satinu – unitas	siekį – įkeis	smaile – eliams
sakam – makas	savas =	siekiat – taikeis	smaileliams =
sakams – smakas	savom – movas	siekta – atkeis	smaileliuk – kuile-
sakas =	savon – novas	siekus – sukeis	liams
sakeis – siekas	sėda – adės	sielį – įleis	smailem – mėliams
sakes – sekas	sėdėk – kėdės	siera – areis	smailems – smėliams
sakias – saikas	sėdės =	siet – teis	smailes – sėliams
sakyk – kykas	sėdį – įdės	sietam – ateis	smailem – mailiams
sakys – sykas	sėdo – odės	sietam – mateis	smailem =
sakyt – tykas	sedula – aludes	sietį – įteis	smailem – siliams
sako – o kas	sėdus – sudės	Sigį – įgis	smailem – kuiliams
sakom – mokas	segam – mages	Sigis =	smailem – soliams
sakoma – amokas	segas – sages	signa – angis	smakams =
sakso – oskas	segės =	sijom – mojis	smalom – molams

smalos – solams	suaus =	sukat – takus	sulik – kilus
smarka – akrams	subara – arabus	sukata – atakus	suliks – skilus
smarki – ikrams	subark – krabus	suka tarp – pratakus	sulikus – sukilus
smėliams – smailėms	subarkit – tikra bus	sukaus – suakus	sulyt – tylus
smigta – atgims	subridus – sudirbus	sukeis – siekus	sulom – molus
smigus – sugims	subudus – sudubus	sukeista – atsiekus	sulos – solus
smik – kims	subuk – kubus	sukeitus – sutiekus	sulot – tolus
smogas – sagoms	subuks – skubus	sukėlus – sulėkus	sulota – atolus
smogoms =	subus =	sukergi – igrekus	sulups – spulus
smokite – etikoms	subūt – tūbus	sukerk – krekus	sumalamus =
snigus – sugins	sudarus – suradus	sukies – seikus	sumalsi – islamus
snikit – tikins	sūdė – ėdūs	sukilta – atlikus	sumas – samus
soda – ados	sudegus – sugedus	sukilus – sulikus	sumaš – šamus
sodam – mados	sudek – kedus	sukinį – įnikus	sumerk – kremus
sodo – odos	sudės – sėdus	sukirtus – sutrikus	su mėta – atėmus
sodoj – jodos	sudėta – atėdus	sukis – sikus	sumetus – sutemus
sodom – modos	sudiev – veidus	sukit – tikus	sumigimus =
sodos =	sudygus – sugyodus	su kita – atikus	sumigta – atgimus
sodos =	sudils – slidus	sukite – etikus	sumigus – sugimus
sojoj – jojos	sudirbus – subridus	sukitus – sutikus	sumik – kimus
sojos =	sudyš – šyodus	sukliš – šilkus	sumikit – tikimus
solams – smalos	sudyžus – sužyodus	suknark – krankus	suminim – minimus
solas – salos	sudriks – skirdus	suknis – sinkus	suminimus =
solį – įlos	sudubus – subudus	sukom – mokus	sumini mus =
soliams – smailos	sudus =	sukoš – šokus	suminit – tinimus
solo – olos	sugedus – sudegus	sukošta – atšokus	sumišimus =
solus – sulos	sugelk – klegus	sukošus – sušokus	sumišo – ošimus
somam – mamos	suges – segus	sukremta – atmerkus	sumitimus =
somos =	sugesus – susegus	suks – skus	sumo – omus
somus – sumos	sugylus – sulygus	sukta – atkus	sumos – somus
sono – Onos	sugimus – sumigus	sukukus =	sumot – tomus
sopus – supos	sugins – snigus	sukurt – trukus	sumota – atomus
sora – aros	sugus =	sukurta – atrukus	sumūk – kūmus
soros =	suilskit – tiksliaus	sukurtus – sutrukus	sumuro – orumus
sotėm – mėtos	suiuri – irius	sukūrus – surūkus	sumurt – trumus
sotės – sėtos	suiria – airius	sukus =	sumus =
sotolas – salotos	suirki – ikrius	sukusta – atsukus	sunyks – skynus
sotu – utos	suiro – orius	sukutus – sutukus	sunirt – trinus
spiek – keips	suirot – torius	sula – alus	sunitus – sutinus
spulus – sulups	suirūs – sūrius	sulak – kalus	sunitės – sėtinus
suadė – ėdaus	suišim – mišius	sulakinu – unikalus	sunizus – sužinus
suak – kaus	suižo – ožius	sulaks – skalus	sūnumi – imunūs
suakyt – tykaus	sujojus =	sulakta – atkalus	sūnūs =
suakus – sukaus	sujus =	sulakus – sukalus	su pana – anapus
su anga – agnaus	suk – kus	sulas – salus	supat – tapus
suardė – ėdraus	sukakus =	sulėk – kėlus	supate – etapus
suari – iraus	sukalta – atlakus	sulėks – skėlus	supeiks – skiepus
suark – kraus	sukalus – sulakus	sulėkta – atkėlus	supeik skiepus =
suarkit – tik raus	sukam – makus	sulėkus – sukėlus	superk – krepus
suarta – atraus	sukart – trakus	sulig – gilus	supeš – šepus
suarus – suraus	sukas – sakus	sulygus – sugylus	supilk – klipus

supilta – atlipus	sušaš – šašus	suzyzta – atzyzus	tikim – mikit
supkit – tik pus	sušašus =	suzyzus =	tikimus – sumikit
suplaks – skalpus	sušerk – krešus	sužerj – įrėžus	tikins – snikit
supo – opus	sušert – trešus	sužėrus – surėžus	tikit =
supos – sopus	sušertus – sutrešus	sužydus – sudyžus	tik lupta – atpulkit
supot – topus	suši – įšus	sužinus – sunižus	tik mes – semkit
supratu – sutarpus	sušiam – maišus	ša – aš	tikom – mokyt
supra – atpus	sušilk – klišus	šamus – sumaš	tykom – mokyt
supulk – klupus	sušok – košus	šaš =	tik pulta – atlupkit
supulta – atlupus	sušokta – atkošus	šašus – sušaš	tikra – arkit
supus =	sušokus – sukošus	šėmį – įmėš	tikri – irkit
supūt – tūpus	sušus =	šen – neš	tiksėk – kėskit
supūtus – sutūpus	sutara – aratus	šėpus – supėš	tiksės – sėskit
sura – arus	sutark – kratus	šerk – kreš	tiksim – miskit
suradus – sudarus	sutarpta – atpratus	šėrus – surėš	tiksli – ilskit
surak – karus	sutarpus – supratu	ši – iš	tikslius – suilskit
surakta – atkarus	sutart – tratus	šyduš – sudyš	tikšim – miškit
surasime – emisarus	suteik – kietus	šilkus – sukliš	tik sus – suskit
suraus – suarus	suteiks – skietus	šit – tiš	tik šok – koškit
surėš – šėrus	suteis – sietus	šitus – sutiš	tikus – sukıt
surėžta – atžėrus	sutek – ketus	šmikį – įkimš	tikusį – įsukıt
surėžus – sužėrus	sutemus – sumetus	šok – koš	tylį – įlyt
sūri – irūs	sutieki – keitus	šokį – įkoš	tylus – sulyt
surik – kirus	sutiektu – atkeitus	šokta – atkoš	tinimus – suminit
suriks – skirus	sutiektus – sukeitus	šokus – sukoš	tyrus – suryt
suris – sirus	sutik – kitus	šovus – suvoš	tisus – susit
suryt – tyrus	sutiks – skıtus	taikeis – siekiat	tiš – šit
suryta – atyrus	sutikus – sukıtus	tai mes – semiat	tišim – mišit
sūrius – suirūs	sutinus – sunıtus	tajės – sėjat	tišit =
sūro – orūs	sutiš – šıtus	taju – ujat	to – ot
suruk – kurus	sutrak – kartus	takus – sukat	to dar – radot
surūk – kūrus	sutrata – atartus	talak – kalat	toj – jot
surūkta – atkūrus	sutreš – šertus	tam – mat	toje – etoj
surūkus – sukūrus	sutrešus – sušertus	tapus – supat	tojoj – jojot
surus =	sutrik – kirtus	tat =	tokit – tikot
sūrūs =	sutriks – skirtus	te – et	tol – lot
sus =	sutrikta – atkirtus	teis – siet	tolį – įlot
susegus – sugesus	sutrikus – sukirtus	teista – atsiet	tolk – klot
susiek – keisus	sutrukta – atkurtus	teisus – susiet	tolot =
susiet – teisus	sutruk – kurtus	ten – net	tolta – atlot
susink – knisus	sutrukus – sukurtus	ten net =	tolus – sulot
susit – tisus	sutuk – kutus	tėra – arėt	tom – mot
suskas – saksus	sutuks – skutus	tėtėm – mėtėt	tomus – sumot
suskės – seksus	sutukta – atkutus	tie – eit	tona – anot
suski – iksus	sutūpta – atpūtus	tiesta – atseit	tonam – manot
suskit – tik sus	sutūpus – supūtus	tika – akit	topus – supot
susmek – kemsus	sutus =	tyka – akyt	tori – irot
susote – etosus	suvelk – klevus	tykas – sakyt	torius – suirot
susus =	suvys – syvus	tykaus – suakyt	tošim – mišot
sususus =	suvok – kovus	tikėkit =	trak – kart
sušalta – atlašus	suvoš – šovus	tikės – sėkit	trakši – iškart

trakus – sukart	truk – kurt	ugras – sargu	upe – epu
trata – atart	truks – skurt	ugre – ergu	ušu =
tratus – sutart	trukta – atkurt	ugres – sergu	utos – sotu
treš – šert	trukus – sukurt	uikit – tikiu	užu =
trešus – sušert	trumus – sumurt	ujam – maju	veidus – sudiev
triks – skirt	tūbus – subūt	ujat – tajū	
trim – mirt	tūpus – supūt	ujom – moju	
trinta – atnirt	ū =	uju =	
trinus – sunirt	ugram – margu	unitas – satinu	

Sakinių grįžinių sąrašas

Abu gaišo po šia guba.	Kol einu, šunie, lok!	manomis.
Anei viena.	Maišus sušiam!	Skiepus supeiks.
Anie ne ten eina.	Nutyla ir Ona – nori Alytun.	Sula ar yra alus?
Anie net iki ten eina.	Oi Rūtai čia tūrio!	Sumėtė mus.
Argi ten ne tigra?	O kas sako?	Supeik skiepus!
Ateik anapus sofos su pana	OK, keik, kiek ko?	Supeiks skiepus.
kieta.	O dar rado.	Susmek į kemsus!
Eiva, avie!	O man namo.	Sušiams – maišus!
Etikė – bėkite!	O ta mato.	Suvokti it kovus.
Etikes sekite!	Sėdėk užu kėdės!	
Ieva, du davei?	Simo namas ten savas net sa-	

Žodžių grįžinių sąrašas

Skliausteliuose po grįžinio duodamas paaiškinimas arba nurodomas įprastesnis giminingas žodis.

1 raidė	epe (epas)	tat
a (jaustukas)	ere (pinigas erė)	uju (uiti)
e (= et)	eže (ežė, ežienė)	ušu (sportas)
ė (= et)	ibi (paukštis ibis)	užu (už)
į (prielinksnis)	iki	
o (jungtukas)	imi	4 raidės
ū (jaustukas)	iri (irti; irus)	ABBA
	iši (ižti)	
2 raidės	iži (ižus)	5 raidės
aa	joj (joje)	anona (vaisius)
	mum (mums)	arara (papūga)
3 raidės	nūn (nūnai)	atata (jaustukas)
aha	oho (tai bent)	etate (etatas)
aga (rupūžė)	omo (omas)	imami (imti)
ala (romėnų karinis dalinys)	oro (oras)	jogoj
ąlą (nusialinti)	oto (žuvis otas)	jojoj
ana (kita)	ozo (ozas)	jotoj
ara (papūga)	pip	kovok
ava (štai)	pyp	macam (macas)
ąsą (ąsa)	sės	mačam (mačas)
ėdė	sus (susti)	madam
ėmė	šaš (šašti)	magam (magas)

majam (majai)	sodos	muilium (žolė muilius)
makam (makas)	sofos	saikias (saikus)
malam	sojos	salolas (vaistas)
manam	somos (laštelėje)	samumas (vėjas)
maram (maras)	soros	Sartras
matam (matas)	suaus (austi)	sémémés
mažam	subus (būti)	siekeis (siektis)
mémém (mémè)	sudus (dusti)	smakams (smakas)
mètém	sujus (justi)	smogoms (smogos)
mėžém	sukus (sukti)	sujojus (joti)
mikim	sumus (pinigas sumas)	sukakus
minim	sūnūs	sukukus (sulinkus)
mísim (misti)	supus (pūti)	sususus (susti)
mišim (pamišti)	surus (rusti)	sušašus (šašti)
modom (moda)	sūrūs	suzyzus (zyzti)
mojom	susus (susti)	tikèkit
mokom	sušus (šusti)	
mošom (moša)	sutus (tusti)	9 raidės
movom (mova)	talat (jaustukas)	atsirista (risti)
nagan	tikit	kuileliuk (kuilys)
naman	tišit (tižti)	salicilas (vaistas)
ohoho	tolot (tolti)	sanidinas (mineralas)
sagas		satinitas (pigmentas)
sakas (sakai)	7 raidės	smailiams (smaližius, smailis)
salas	atkakta (atkakti, atvykti)	sumalamus
sąlaş (salti)	atpypta (pypti)	sumigimus
samas (tautybė)	atzyzta (zyzti)	suminimus
savas	kuiliuk (kuilys)	sumišimus
sédés	kuiniuk (kuinas)	sumitimus
segés (segė)	kuisiuk (kuisis)	
sélés (sėliai)	maigiam (maigus)	11 raidžių
sémés	mailiam (mailius)	smailleiams (smailis, smaližius)
senes	mainiam (mainus)	
Sigis	maišiam (maišus)	
silis (pinigas)	meiliem	

Literatūra

- [1] V.G. Boltianskij, N.J. Vilenkin. *Simmetrija v algebre*. IMCNMO, Moskva, 2002.
- [2] J.J. Mačys. On the fundamental theorem of algebra. *Lith. Math. J.*, **42**:364–372, 2002. *Liet. matem. rink.*, **42**(4), 459–469 (rusų k.).
- [3] J.J. Mačys. Madhavos formulės. *Liet. matem. rink. LMD darbai, ser. B*, **54**:140–145, 2013.
- [4] J.J. Mačys. Elementary theory of cubics and quartics. *Liet. matem. rink. Proc. LMS, Ser. A*, **58**:16–22, 2017.
- [5] Longest words. *Wikipedia*. Žiūrėta 2021-09-29.

SUMMARY

Palindromes in the school

J.J. Mačys

Various palindromes are considered: words, sentences, numbers, polynomials. The topic could be offered as interdisciplinary theme for high school.

Keywords: palindrome; anadrome; palindromial polynomial; palindromial number; Lychrel number; factorization of palindromial polynomial