



**Matematikos ir
informatikos
fakultetas**

VILNIAUS UNIVERSITETAS

MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS

BAKALAURO STUDIJŲ PROGRAMA

FINANSŲ IR DRAUDIMO MATEMATIKA

Nekilnojamo turto indeksų analizė

Real estate indices analysis

Baigiamasis bakalauro darbas

Autorius: Odeta Milutytė

VU elektroninis paštas: odeta.milutyte@mif.stud.vu.lt

Darbo vadovas: Doc. Dr. Martynas Manstavičius

Vilnius

2022

Santrauka

Bakalauro baigiamajame darbe išanalizuota nekilnojamojo turto rinka, pasinaudojant nekilnojamojo turto indeksais. Pagrindinis baigiamojo darbo tikslas – išanalizavus pagrindinius tris nekilnojamojo turto indeksus, du iš jų, naudojantis Lietuvos nekilnojamojo turto duomenimis, sumodeliuoti naudojantis metodologija. Pateiktas dviejų indeksų grafinis palyginimas, aprašyta visa indeksų modeliavimo eiga. Visi indeksai buvo modeliuojami naudojantis 2013–2016 ir 2018–2020 metų duomenimis, to pasekoje buvo įvertinta COVID-19 pandemijos įtaka nekilnojamojo turto rinkai.

Raktiniai žodžiai: nekilnojamasis turtas, indeksas, nekilnojamojo turto rinka

Abstract

In this Bachelor's thesis the real estate market is analyzed using real estate indices. The main objective of the thesis is to analyse the main three real estate indices methodology and to model two of them using Lithuanian real estate data. A graphical comparison of the two indices is presented, and the whole process of modelling the indices is described. All indices have been modelled using 2013–2016 and 2018–2020 data, resulting in an assessment of the impact of the COVID-19 pandemic on the real estate market.

Keywords: real estate, index, real estate sector

Turinys

1 Įvadas	5
1.1 Temos aktualumas	6
1.2 Darbo tikslai	6
1.3 Darbo uždaviniai	7
1.4 Rezultatai	7
2 Nekilnojamasis turtas	8
2.1 Nekilnojamo turto rūšys	8
2.2 Nekilnojamo turto kainos pokyčiai	10
2.3 COVID-19 įtaka nekilnojamo turto kainoms	11
3 Nekilnojamo turto indeksai	13
3.1 Indeksų skaičiavimams reikalingi metodai ir apibrėžimai	13
3.2 Bailey, Muth ir Nourse indeksas	15
3.3 Case ir Shiller indeksas	16
3.4 Standard&Poor's/Case–Shiller indeksas	19
4 Praktinė dalis	21
4.1 Duomenys	21
4.2 Bailey, Muth ir Nourse indekso modeliavimas	22
4.3 Case–Shiller indekso modeliavimas	22
4.4 Indeksų grafinis palyginimas	23
4.5 Koreliacija tarp indeksų	26
4.6 Nekilnojamo turto indeksų kaita 2013–2016 ir 2018–2020 metais	28
5 Išvados	31
6 Literatūra	33

1 Įvadas

Šiuo metu nekilnojamo turto rinkoje vyksta spartus nekilnojamo turto kainų kilimas. Priežasčių, kodėl kyla nekilnojamo turto kainos yra daug. Pavyzdžiui nekilnojamo turto kainų kilimas iš vystytojų pusės dažniausiai vyksta kai:

- trūksta vystymui tinkamų sklypų;
- prasideda krizės ar pandemijos;
- kyla statybų kaštai ir nėra aišku, kada tie kaštai stabilizuosis.

Kita priežastis, kodėl kyla nekilnojamo turto kainos yra tai, kad paprasčiausiai gyventojai gali sau leisti įpirkti nekilnojamą turtą už didesnes sumas, kadangi:

- auga gyventojų atlyginimai;
- atvyksta naujų gyventojų iš kitų šalių.

Šios visos priežastys yra labai ekonominės, būsto kainos labai stipriai priklauso nuo esamos situacijos, jei pasaulyje vyksta kažkokios netikėtos situacijos, tai iškart atsiranda daug priežasčių dėl kurių kyla nekilnojamo turto kainos, tai yra prasideda nenuspėjama situacija, dėl kurios toliau seka, tai, kad yra nenuspėjami statybų kaštai. Taip pat nenuostabu, kad augant infliacijai kyla ir gyventojų atlyginimai ir vyksta gyventojų kaita tarp šalių, tai yra žmonės keičia savo gyvenamąją vietą į kitą šalį.

Ypač Lietuvoje būsto pirkimas yra labai populiarus, nes visada buvo, kad būtent Lietuvoje labai paplitusi nuomonė ir didelis noras, kad reikia turėti savo nuosavą būstą. Iš tikrųjų 2020 metų statistikoje esame penktoje vietoje Europos Sąjungoje pagal žmonių skaičių, turinčių savo nuosavą būstą [1]. Europoje vidutiniškai tik 70 procentų gyventojų gyvena savo nuosavame būste, kai tuo tarpu Lietuvoje net 88,6 procentai gyventojų turi savo nuosavą būstą, tai yra labai žymus skirtumas ir tai reiškia, kad Lietuvos gyventojams yra labai svarbu įsigyti savo nuosavą būstą. Europos Sąjungoje turėti savo nuosavą būstą dar svarbiau yra šiose šalyse, nes 2020 metų statistikoje jie užima pirmas keturias vietas pagal savo turimą nuosavą būstą:

- Rumunijoje - 96,1 procentai;
- Slovakijoje - 92,3 procentai;
- Kroatijoje - 91,3 procentai;
- Vengrijoje - 91,3 procentai;
- Lietuvoje - 88,6 procentai [8].

Dėl noro turėti savo nuosavą būstą ir jame gyventi, net ir sparčiai kylant nekilnojamo turto kainoms, būsto paklausa išlieka labai aukšta. Šiuos nekilnojamo turto kainos pakilimus ir nuosmukius parodo nekilnojamo turto indeksai, kuriuos analizuojant galima pastebėti neigiamus darinius ekonomikoje, tokius kaip krizė ar pandemija. Taigi nekilnojamo turto indeksai yra labai svarbūs analizuojant nekilnojamo turto kainos pokyčius ir šie indeksai labai pagelbėja vertinant visą nekilnojamojo turto rinką. Taigi norint įvertinti kaip keitėsi nekilnojamo turto kaina 2013–2016 metais su 2018–2020 metais pasinaudosiu nekilnojamo turto indeksais, juos palyginsiu ir išanalizuosiu, kokią įtaką pradedėjusi COVID-19 pandemija padarė Lietuvos nekilnojamo turto rinkai. Kad padaryčiau analizę savo darbe analizuosiu tris indeksus: Bailey, Muth ir Nourse, Case-Shiller, Standard&Poor's/Case-Shiller.

1.1 Temos aktualumas

Nekilnojamo turto rinka paskutinius 10 metų labai sparčiai kinta dėl įvykusios pandemijos ir gyventojų pajamų lygio gerėjimo. Norint atskleisti nekilnojamo turto rinkos pakilimus ir nuosmukius einant laikui, yra naudojami nekilnojamo turto indeksai. Todėl naudodamasi indeksais ir jų analize palyginsiu du laikotarpius nuo 2013 metų iki 2016 metų ir nuo 2018 metų iki 2020 metų. Taip pat išanalizuosiu kokią įtaką nekilnojamo turto vertėms turėjo COVID-19.

1.2 Darbo tikslai

Išanalizuoti Bailey, Muth ir Nourse, Case-Shiller, Standard& Poor's/Case-Shiller indeksus, kurie naudojami nekilnojamojo turto rinkos pakilimams ir nuosmukiams įvertinti, aprašyti

trijų analizuojamų indeksų modelius, jų trūkumus ir panašumus, iš turimų duomenų sukurti indeksus naudojantis jų metodologiją, išanalizuotų vykstančius pokyčius ir susieti su šalyje vykstančiais įvykiais.

1.3 Darbo uždaviniai

Pagrindiniai šio darbo uždaviniai yra:

- Aprašyti, kas yra nekilnojamas turtas, jo rūšys ir vykstantys kainos pokyčiai;
- Supažindinti, kas yra indeksai ir kam jie naudojami;
- Įsigilinti į tris pagrindinius nekilnojamo turto indeksus ir jų skirtumus;
- Naudojant duomenis ir metodologiją, suformuoti indeksų reikšmes;
- Atlikti analizę naudojantis trimis skirtingais nekilnojamo turto indeksais ir ją paaiškinti.

1.4 Rezultatai

Galutiniais rezultatais noriu padaryti išvadą, kaip einant laikui ir keičiantis gyvenimo kokybei kinta nekilnojamojo turto indeksai, taip pat kaip sparčiai kinta nekilnojamo turto rinkos situacija tiek prieš COVID-19 laikotarpį, tiek per COVID-19 laikotarpį. Taip pat padarysiu išvadas, ar labai skiriasi skirtingų indeksų reikšmės, ar jos yra tik nežymiai pakitusios nuo kitų rūšių indeksų.

2 Nekilnojamasis turtas

Skirtingose šalyse nekilnojamasis turtas suprantamas nevienodai. Todėl pabandyčiau apžvelgti, kaip dažniausiai nekilnojamasis turtas yra apibūdinamas. Vienu žodžiu nekilnojamasis turtas gali būti apibūdinamas kaip žemė. Išsiplečiant, nekilnojamasis turtas yra žemė apimanti erdvę virš žemės į viršų ir pastatus, kurie ant jos yra pastatyti. Taip pat į nekilnojamojo turto oficialų apibrėžiamą įeina ir bet kokie fiziniai patobulinimai pastatyti nuosavoje žemėje, o nekilnojamojo turto patobulinu yra vadinama naujas statinys ar kelias. Akivaizdu, kad šie pasikeitimai pagerina nekilnojamojo turto kainą, dėl to ir yra vadinama nekilnojamojo turto patobulinimu. Taigi apibendrinant nekilnojamasis turtas – tai nekilnojamasis turtas, kurį sudaro žemė ir pagerinimai, įskaitant pastatus, įrenginius, kelius ir statinius [1].

2.1 Nekilnojamojo turto rūšys

Nekilnojamasis turtas yra labai plati sąvoka, dėl to nenuostabu, kad nekilnojamasis turtas yra skirstomas į rūšis. Šios rūšys yra svarbios vertinant nekilnojamojo turto rinką. Taigi rinkoje yra išskiriamos penkios pagrindinės nekilnojamojo turto rūšys:

- Žemės plotas;
- Gyvenamosios paskirties turtas;
- Komercinės paskirties turtas;
- Pramoninės paskirties turtas;
- Specialiosios paskirties turtas.

Žemės plotas yra visų rūšių nekilnojamojo turto pagrindas. Ji paprastai reiškia neužstatytą nekilnojamąjį turtą ir laisvą žemę. Dažniausiai žmonės įsigiję žemę sujungia ją su kita nuosavybe ir taip pasikeičia nekilnojamojo turto rūšis į kitą rūšį. Noriu pabrėžti, kad žemės sklypams priskiriami laisvi sklypai ir veikiantys ūkiai. Apibendrinant, laisvos žemės subkategorijos apima neužstatytą, ankstyvą plėtrą arba pakartotinį naudojimą, padalijimą ir sklypo surinkimą. Tokia žemė yra beveik nepaliesta, joje beveik nėra jokių pagerinimų ar įdirbimo. Akivaizdu, kad ji yra pigesnė už užstatytą žemę ir dažnai yra lankstesnė naudojimo

požiūriu, dėl to dar ir šiuo metu ji yra gana populiari, nes taip galima nekilnojamą turtą paversti ta rūšimi, kurios reikia pirkėjui.

Kita rūšis, kuri yra labai populiari yra gyvenamosios paskirties nekilnojamasis turtas. Tai nekilnojamojo turto objektas, kuris naudojamas tik privačiam gyvenimui ir daugelis gyventojų šį nekilnojamą turtą yra įsigiję. Gyvenamosios paskirties nekilnojamasis turtas apima tiek naujos statybos, tiek perparduodamus namus, o daugiabučiai nuomojami nekilnojamojo turto objektai taip pat yra priskiriami gyvenamosios paskirties nekilnojamajam turtui. Taigi galima sakyti, kad gyvenamosios paskirties nekilnojamąjį turtą apskritai sudaro būstai, skirti asmenims, šeimoms ar žmonių grupėms gyventi. Tai labiausiai paplitusi nekilnojamojo turto rūšis, kurią pažįsta dauguma žmonių, nes kiekvienas žmogus turi savo gyvenamąją vietą.

Dar viena nekilnojamojo turto rūšis yra komercinis nekilnojamasis turtas - tai bet koks nekilnojamasis turtas, kuris naudojamas tik verslo ar darbo tikslais arba tam tikru būdu savininkui ar nuomininkui generuoja pinigų srautus. Komercinės paskirties nekilnojamasis turtas apima mažmeninės prekybos patalpas, biurų pastatus, prekybos centrus, degalines, prekybos centrus ir daugiabučius namus, kuriuose yra penki ar daugiau butų. Taip pat į komercinio nekilnojamojo turto sąvoką įeina ir prekybos aikštelės, švietimo įstaigų pastatai, viešbučiai ir medicinos centrai. Taigi didesniuose miestuose šios rūšies pastatų yra labai daug ir komercinis nekilnojamas turtas sutinkamas beveik kiekvienoje gatvėje.

Gamybiniuose miestuose pramoninio nekilnojamojo turto rūšis yra smarkiai paplitusi. Šiai rūšiai yra priskiriami gamybiniai pastatai ir sandėliai, šie pastatai gali būti naudojami moksliniams tyrimams, gamybai, sandėliavimui ir prekių platinimui. Kai kurie pastatai, kuriuose platinamos prekės, laikomi komerciniu nekilnojamuoju turtu, taigi kartais atskirti nekilnojamojo turto rūšis gali būti sudėtinga, o klasifikacija yra svarbi, nes šio tipo nekilnojamojo turto statyba ir pardavimas gali būti tvarkomi skirtingai. Pagrindinis skirtumas tarp pramoninio ir komercinio nekilnojamojo turto yra tas, kad pramoninis nekilnojamasis turtas apima žemės sandorius, skirtus prekių gamybai, o komercinis nekilnojamas turtas - tų prekių platinimo ar pardavimo sandorius.

Na ir paskutinė nekilnojamojo turto rūšis yra specialiosios paskirties nekilnojamasis turtas. Jis apima nekilnojamojo turto sandorius, skirtus viešosioms teritorijoms, pavyzdžiui,

parkams, bibliotekoms, mokykloms ir kapinėms. Šios teritorijos yra specifinės, ribotos paskirties, tačiau jos taip pat, kaip ir pramoninės paskirties teritorijos, gali būti priskiriamos komercinės paskirties nekilnojamajam turtui, todėl nereikėtų maišyti esamų nekilnojamo turto rūšių ir žinoti tikslus rūšių apibrėžimus. Kaip ir įvardinau anksčiau suprasti nekilnojamo turto rūšis ir jų apibrėžimus yra svarbu norint tiksliai įvertinti nekilnojamo turto pasikeitimus ir visą rinką [7].

2.2 Nekilnojamo turto kainos pokyčiai

Visada pasaulyje nekilnojamo turto kainos kinta, nes vis atsiranda veiksmų, kurie daro įtaką nekilnojamo turto rinkai. Pavyzdžiui, lyginant 2010 metus su 2020 metais Europoje nekilnojamo turto kainos pakilo 26 procentais. Vertinant pokytį per šių dešimties metų laikotarpį nuo 2013 metų nekilnojamo turto kainos nuolat didėja, o laikotarpyje nuo 2015 metų iki 2020 metų nekilnojamo būsto kainos pradėjo ypač smarkiai augti. Didžiausias būsto kainos augimas įvyko šiose šalyse:

- Estijoje – +108 procentai;
- Vengrijoje – +91 procentas;
- Liuksemburge – +89 procentai;
- Latvijoje – +81 procentai;
- Austrijoje – +77 procentai.

Na, o kainos sumažėjimas įvyko tik trijose šalyse, tai yra:

- Italijoje – –15 procentų;
- Ispanijoje – –5 procentai;
- Kipre – –4 procentai [9].

Šie procentai parodo, kad, net ir kylant kainoms visoje Europoje 26 procentais, yra šalių, kuriose ekonomikoje viskas susiklostė taip, kad vyksta būstų kainų mažėjimas. Taigi ši statistika nurodo, kad reikia analizuoti skirtingas šalis atskirai, kad galima būtų įvertinti tos šalies nekilnojamo turto rinką.

2.3 COVID-19 įtaka nekilnojamo turto kainoms

Nekilnojamo turto kainos rinkoje labai sparčiai kinta, šios kainos priklauso nuo labai daug skirtingų faktorių, tokių kaip šalies vidutinio atlyginimo pasikeitimas, sparčios arba kaip tik sulėtėjusios plėtros nekilnojamo turto rinkoje, kaštų ženklūs pokyčiai. Šie kainos faktoriai kinta kiekvieną dieną, todėl nekilnojamo turto rinkoje šie pasikeitimai neturi labai staigaus kainų pasikeitimo. Didžiausią įtaką kainoms turi įvykiai, kurie įvyksta labai netikėtai ir dėl to sunku prognozuoti tolimesnį situacijos vystymąsi. Netikėtiems įvykiams yra priskiriama terorizmo išpuoliai, stichinės nelaimės, pandemija, karas.

Kaip Vincenzo Del Giudice nurodo savo straipsnyje, tarptautinėje literatūroje pandemijų ar ekstremalių sveikatos apsaugos situacijų poveikis būsto rinkoms yra neišnagrinėta tema. Dėl šios priežasties COVID-19 įtaka nekilnojamo turto kainoms yra nagrinėjama lyg būtų įvykęs terorizmo išpuolis ar stichinė nelaimė ir tais pačiais būdais analizuojama nekilnojamojo turto kainos [2]. Reikia atkreipti dėmesį, kad prasidėjus COVID-19 pandemijai dėl suprastėjusios finansinės situacijos ir baimės, daug žmonių neteko darbų, ypač gamybiniajame sektoriuje, kituose sektoriuose darbdaviams pavyko pritaikyti sąlygas dirbti iš namų. Lietuvos statistikoje galima matyti, kad 2018 metų ketvirtame ketvirtyje bedarbių buvo 87 400, o jau prasidėjus COVID-19 pandemijai šis skaičius pakilo iki 95 100, ši statistika parodo, kad prasidėjus COVID-19 nedarbo lygis padidėjo. Šalys susidūrusios su pandemija, turėjo staigiai spręsti, ką daryti su žmonėmis, kurie prarado darbus, nes dauguma žmonių turi išlaikyti šeimas. Taip šalys buvo priverstos finansiškai pagelbėti žmonėms, o ši parama, lyginant su kitomis netikėtomis situacijomis, turėjo įtakos išaugusiai nekilnojamo turto paklausai.

2019 metais prasidėjusi COVID-19 pandemija darė įtaką būsto vertei per kelis veiksnius. Pradžioje COVID-19 pandemija atrodė kaip laikinas ar nuolatinis ištisų rajonų ar miestų, kuriuose plačiai paplitusi COVID-19 ekstremalioji situacija, uždarymas, taip pat pradžioje vyravo baimė, kad užkratas išplis platesnėse teritorijose, susirūpinimas dėl ilgalaikio užkrato ir nepasitikėjimas sveikatos įstaigų gydymo veiksmingumu, įvyko ir bendras ekonomikos nuosmukis, ir būsto rinkoms būdingi veiksniai. Pandemijos pradžioje būsto pardavimų sumažėjimas buvo susijęs su paklausa - tiek su pajamomis, tiek su psichologiniu (stigmati-

zacijos) poveikiu. Atsižvelgiant į praeityje įvykusių stichinius pavojus ar terorizmo įvykius (pavyzdžiui, rugsėjo 11-osios atakos JAV) ir žinant realią situaciją, galima pasakyti, kad įvyko kapitalo antplūdis ir darbo vietų pritaikymas, susijęs su pagalbos priemonėmis ir politine parama, kuri turi vidutinio ir ilgo laikotarpio poveikį, kuris yra panašus į išorinį veiksni.

3 Nekilnojamo turto indeksai

Ekonomikoje indeksą galima apibūdinti kaip santykinį dydį, kiekybiškai apibūdinantį socialinio ekonominio reiškinių kitimą laiko ir erdvės atžvilgius. Šie indeksai seka pasirinkto reiškinio kainų pokyčius ir taip leidžia nustatyti infliacijos lygį. Kaip galima suprasti, nekilnojamo turto indeksai nurodo nekilnojamo turto kainų pokyčius tam tikrame laikotarpyje ir jais naudojantis galima daryti išvadas kaip laikui bėgant kinta nekilnojamo turto kainos ir kaip keičiasi visa rinka.

Pasikartojančių sandorių būsto kainų indeksas rodo būsto kainų pokyčius ir Lietuvos banko yra skaičiuojamas taikant pakartotinio pardavimo metodą – skaičiuojant naudojami mažiausiai du kartus parduoto to paties būsto kiekvieno sandorio duomenys. Ataskaitinio laikotarpio būsto kaina yra lyginama su anksčiau įvykusio sandorio to paties būsto kaina. Kadangi lyginamas tas pats būstas, automatiškai atsižvelgiama į specifines būsto charakteristikas – tokias kaip būsto vieta, aukštas, vaizdas pro langą, kambarių išdėstymas ir kt. Tai leidžia išvengti kitų šiuo metu skelbiamų būsto kainų indeksų trūkumų, kai lyginami ne tų pačių, o panašių savo savybėmis būstų sandoriai.

Vieni iš pagrindinių nekilnojamo turto indeksų yra Bailey, Muth ir Nourse indeksas, Case ir Shiller indeksas ir žinoma Standard&Poor's/Case-Shiller indeksas. Šių trijų indeksų modelius toliau ir apibrėšiu, pasinaudodama Chaitra H. Nagaraja, Lawrence D. Brown, Susan M. Wachterz indeksų metodologija [5].

3.1 Indeksų skaičiavimams reikalingi metodai ir apibrėžimai

- Atsitiktinio klaidžiojimo procesas. [3]

Tarkime, $(X_n, n \leq 0)$ nepriklausomi vienodai pasiskirstę sveikareikšmiai atsitiktiniai dydžiai ir

$$P(X_n = k) = \alpha_k, -\infty < k < \infty.$$

Atsitiktinio klaidžiojimo procesas $(S_n, n \leq 0)$ apibrėžiamas taip:

$$S_0 = 0, S_n = \sum_{k=1}^n X_k, n \leq 1.$$

- **Heteroskedastinis modelis.** [4]

Jei atsitiktinių dydžių $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_T$, turinčių nulinį vidurkį, dispersija $\sigma_t^2 = E\epsilon_t^2$ priklauso nuo t ir $\sigma_t^2 \neq \sigma_s^2$, kuriems nors $t \neq s$, tai sakome, kad modelis yra heteroskedastinis.

- **Homoskedastiškumo prielaida.** [4]

Atsitiktiniai dydžiai $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_T$ turi nulinį vidurkį $E\epsilon_T = 0$ ir pastovią dispersiją

$$\sigma^2 = Var(\epsilon_t) = E\epsilon_t^2 \text{ su visais } t = 1, 2, \dots, T.$$

- **Mažiausių kvadratų metodas.** [2]

Tarkime, kad žinomos n funkcijos $y = f(x)$ reikšmių $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), \dots, y_n = f(x_n)$. Ieškosime tiesinės funkcijos $ax + b \approx f(x)$ parametrų a, b . Pažymėkime

$$\sigma_j = ax_j + b - y_j, j = 1, 2, \dots, n$$

ir sudarykime funkciją

$$f(a, b) = \sum_{j=1}^n \sigma_j^2 = \sum_{j=1}^n (ax_j + b - y_j)^2.$$

Ieškome jos minimumo:

$$\frac{f(a, b)}{a} = 2 \sum_{j=1}^n (ax_j + b - y_j)x_j = 0,$$

$$\frac{f(a, b)}{b} = 2 \sum_{j=1}^n (ax_j + b - y_j) = 0.$$

Gauname dviejų tiesinių lygčių sistemą

$$\begin{cases} a \sum_{j=1}^n x_j^2 + b \sum_{j=1}^n x_j = \sum_{j=1}^n x_j y_j \\ a \sum_{j=1}^n x_j + b n = \sum_{j=1}^n y_j \end{cases}$$

Išsprendus sistemą, randamos parametrų reikšmės.

3.2 Bailey, Muth ir Nourse indeksas

Per pastaruosius kelis dešimtmečius, kai vis daugiau žmonių ieškojo investavimo galimybių būsto rinkoje, atsirado nemažai indeksų. Be to, esant dabartiniam rinkos nuosmukiui, būsto rodikliai tapo vis svarbesni siekiant suprasti, kaip veikia tokios rinkos. Paprasčiausias indeksas yra medianos indeksas, pavyzdžiui, toks, kokį skelbia Nacionalinė nekilnojamojo turto agentūrų asociacija, tačiau šis indeksas kritikuojamas.

Keletas priežasčių, kodėl medianos indeksas yra kritikuojamas. Pirmiausia skirtingu metu parduodamų namų tipai gali skirtis, todėl nurodyto indekso pokyčiai skirtingais laikotarpiais (sezonais ar net skirtingais metais) gali būti susiję su skirtinga parduotų būstų sudėtimi, o ne atspindėti realius būsto rinkos pokyčius. Taip pat nauji namai paprastai yra brangesni už analogiškus senesnius namus, todėl teigiama, kad jų įtraukimas į medianinį indeksą reiškia, kad kainų indeksas bus iškreiptas ir neatspindės realios nekilnojamojo turto situacijos. Be to, skaičiuojant medianinį kainų indeksą, visi pardavimai vertinami taip, tarsi jie būtų pavieniai pardavimai. Tačiau daugelis namų per tam tikrą laikotarpį parduodami kelis kartus, o į informaciją apie pakartotinius pardavimus neatsižvelgiama taikant medianinį kainų indeksą.

Norint pakeisti daug trūkumų turintį medianinį kainų indeksą 1963 metais Bailey, Muth ir Nourse pristatė pasikartojančių sandorių būsto kainų indeksą, kuris rodo būsto kainų pokyčius ir yra skaičiuojamas taikant pakartotinio pardavimo metodą – skaičiuojant naudojami mažiausiai du kartus parduoto to paties būsto kiekvieno sandorio duomenys. Ataskaitinio laikotarpio būsto kaina yra lyginama su anksčiau įvykusio sandorio to paties būsto kaina. Kadangi lyginamas tas pats būstas, automatiškai atsižvelgiama į specifines būsto charakteristikas – tokias kaip būsto vieta, aukštas, vaizdas pro langą, kambarių išdėstymas ir kt. Tai leidžia išvengti kitų šiuo metu skelbiamų būsto kainų indeksų trūkumų, kai lyginami ne tų pačių, o panašių savo savybėmis būstų sandoriai.

Pagrindinė Bailey, Muth ir Nourse indekso idėja yra ta, kad indekso vertė apskaičiuojama regresuojant pardavimo kainą į laikotarpį, kuriuo įvyko pardavimas. Taigi indekso reikšmės galima tiesiogiai išvesti iš lygties koeficientų.

Bailey, Muth ir Nourse modelis

Tegul čia yra $T + 1$ laikotarpis, kai pardavimas gali įvykti nuo $0, 1, \dots, T$, o t yra laiko momentas, kai indeksas skaičiuojamas. Naudojant BMN modulį, tam tikrai namo pardavimo poros i , kainos ir indeksai yra susiję tokia išraiška:

$$\frac{P_{it'}}{P_{it}} = \frac{B_{t'}}{B_t} U_{itt'}, \quad (1)$$

čia P_{it} yra i -ojo namo pardavimo kaina laiko momentu t . Tegul t yra pirmo pardavimo laikas ir t' – antro pardavimo laikas ($t' > t$) ir B_t žymi bendrąjį būsto kainų indeksą laiko momentu t . Galiausiai $U_{itt'}$ yra paklaida, kuri, tarkime, turi lognormalųjį skirstinį $U_{itt'} \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{N}(0, \sigma_u^2)$, čia *iid* reiškia, kad atsitiktiniai dydžiai yra nepriklausomi ir vienodai pasiskirstę. Tuomet modelis logaritminėje skalėje momentu t :

$$p_{it'} - p_{it} = b_{t'} - b_t + u_{itt'}, \quad (2)$$

čia p , b ir u yra tiesiog logaritmuotos (1) lygties kintamųjų transformacijos, tai yra $p = \ln P$, $b = \ln B$ ir $u = \ln U$.

Iš esmės manoma, kad tikėtinas dviejų namo pardavimų logaritminių kainų skirtumas yra lygus atitinkamų logaritminių indeksų skirtumui. Laikoma, kad skirtingas laiko tarpas tarp pardavimų yra nesvarbus, todėl daroma prielaida, kad paklaidos yra homoskedastiškos, tai yra kai paklaidų vidurkiai yra lygūs 0 ir egzistuoja pastovi dispersija visais laiko momentais, tai reiškia, kad paklaidų dispersijos lygios. Tai ir buvo laikoma didžiausiu Bailey, Muth ir Nourse indekso trūkumu.

3.3 Case ir Shiller indeksas

Bailey, Muth ir Nourse indeksas daro prielaidą, kad paklaidos yra homoskedastiškos, bet tai nėra visiškai teisinga. Trys mokslininkai Allan Weiss, Karl Case ir Robert Shiller nesutiko su prielaida, kad paklaidos dispersija yra pastovi, ir, priešingai, teigė, kad paklaidos yra heteroskedastiškos. Kadangi jie atkreipė dėmesį, kad taikant Bailey, Muth ir Nourse metodą, ilgesniu laiko intervalu parduotų namų kainos turės didesnę įtaką indeksui nei tų, kurie buvo

parduoti trumpesniu laiko intervalu, kadangi pakartotiniai pardavimai atliekami skirtingais laiko intervalais. Todėl, sudarant indeksą, tokiems stebėjimams verta skirti mažesnę reikšmę, dėl to ir šie trys mokslininkai pasiūlė taikyti svertinį pakartotinių pardavimų metodą.

Case-Shiller modelis

Kaip ir BMN indeksas, taip ir Case ir Shiller indeksas naudoja logaritminių kainų skirtumų modelį indekso sudarymui. Taigi galime tiesiog pakoreguoti (2) modelį, kad įtrauktume alternatyvią klaidų struktūrą:

$$\begin{aligned} p_{it'} - p_{it} &= b_{t'} - b_t + H_{i,t'} - H_{i,t} + u_{it'} - u_{it} \\ &= b_{t'} - b_t + \sum_{j=t+1}^{t'} v_{ij} + u_{it'} - u_{it} \end{aligned} \quad (3)$$

čia $t' > t$ ir $H_{i,t}$ yra Gauso atsitiktinis dydis. Case ir Shiller daro prielaidas, kad $u_{it} \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{N}(0, \sigma_u^2)$, $v_{it} \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{N}(0, \sigma_v^2)$, ir kad u_{it} ir v_{it} nepriklauso vienas nuo kito visais laikotarpiais ir visiems namams. Todėl $H_{i,t'} - H_{i,t}$ yra tiesiog atsitiktinio klajojimo tarpinių žingsnių suma: $\sum_{j=t+1}^{t'} v_{ij}$.

Case ir Shiller naudoja svertinių mažiausiųjų kvadratų metodą, kad būtų atsižvelgta į abu atsitiktinumų šaltinius. Toliau aprašyta jų trijų etapų procedūra:

1. Pritaikyti BMN modelį pagal (2).
2. Apskaičiuoti regresijos liekanas (2) modelyje ir pažymėti kaip $\hat{\varepsilon}_{itt'}$. Šios liekanos $\varepsilon_{itt'}$ vidurkiai yra $E[u_{it'} - u_{it} + \sum_{j=1}^{t'-t} v_{ij}] = 0$ ir dispersija lygi $Var[u_{it'} - u_{it} + \sum_{j=1}^{t'-t} v_{ij}] = 2\sigma_u^2 + (t' - t)\sigma_v^2$, nes paklaidos yra viena nuo kitos nepriklausomos. Likutinių reikšmių kvadratas yra nepaslinktas šios dispersijos įvertis. Norint apskaičiuoti kiekvieno stebinio svorius, naudojama 1. punkto liekanų kvadratas regresuojamas pagal laiko tarpą, tai yra

$$\hat{\varepsilon}_{itt'}^2 = \beta_0 + \beta_1(t' - t) + \eta_{itt'} \quad (4)$$

čia $E[\eta_{itt'}] = 0$. Kvadratinė šaknis iš šios regresijos metu gautų paklaidos įvertinių vadinama svoriais. Ji žymima $\mathbf{W}^{-1}$.

3. Norėdami gauti galutinį indeksą, reikia atlikti svertinę mažiausių kvadratų regresiją. Iš

esmės 1. veiksmas kartojamas įtraukiant svorius. Ši matrica $\mathbf{W}^{-1}$ sumažina pardavimo porų su dideliais laiko tarpais poveikį indekso įverčiams.

Tiek Case–Shiller, tiek S&P/Case-Shiller indeksai apskaičiuojami naudojant mažiausiųjų kvadratų metodą. Standartinė mažiausiųjų kvadratų procedūra būtų tokia: svorių matrica $\mathbf{W}^{-1}$ yra matrica, sudaryta iš įvertintų dispersijų. Tokie svoriai paprastai naudojami taip, kad būtų gaunami geriausi tiesiškai neiškreipti regresijos koeficientų įverčiai. Tačiau C-S modelyje vietoj to naudojami įvertintieji. Todėl gauti indekso įverčiai yra nepaslinktieji, bet neturi mažiausios galimos dispersijos. Tai nepageidautina, ypač jei regresijos įverčiai bus naudojami prognozavimui ir prognozavimo intervalai turi būti sudaryti.

Kitas įdomus šių indeksų paklaidų proceso bruožas yra, kai yra daugiau nei du namo pardavimai. Tarkime, namas parduodamas tris kartus: vieną kartą 0 momentu, antrą kartą h momentu ir trečią kartą $h + g$ momentu. Prisiminkime, kad poros pardavimų skirtumo dispersija yra tokia $2\sigma_u^2 + (t' - t)\sigma_v^2$, kur t ir t' yra pardavimo laikas. Tarkime, atsitiktinai nežinome apie antrąjį pardavimą. Tada pirmojo ir trečiojo pardavimo skirtumo dispersija turėtų būti $2\sigma_u^2 + (g + h)\sigma_v^2$. Idealiu atveju tai, kad buvo antrasis pardavimas, kurio trūko duomenyse, neturėtų būti informatyvus, t.y. įverčių dispersija neturėtų pasikeisti dėl šios žinios. Tačiau tai nėra sprendimas, jei jis išvedamas iš regresijos lygčių. Atvirkščiai, žinojimas, kad h momentu yra antrasis pardavimas, yra informatyvus. Norėdami suprasti, kodėl taip yra, pradėkime rašyti regresijos lygtis abiem pardavimų poroms:

$$p_{ih} - p_{i0} = \beta_h - \beta_0 + \varepsilon_{i0h}, \quad (5)$$

$$p_{ih+g} - p_{ih} = \beta_{h+g} - \beta_h + \varepsilon_{ihh+g}, \quad (6)$$

čia $\varepsilon_{itt'}$ apima ir atsitiktinę paklaidą, ir kaupiamąją atsitiktinio ėjimo paklaidą. Sudėję (5)

ir (6), gauname:

$$\begin{aligned}
p_{ih+g} - p_{ih} + p_{ih} - p_{i0} &= \beta_{h+g} - \beta_h + \beta_h - \beta_0 + \varepsilon_{i0h} + \varepsilon_{ihh+g} \\
p_{ih+g} - p_{i0} &= \beta_{h+g} - \beta_0 + \varepsilon_{i0h} + \varepsilon_{ihh+g} \\
Var[p_{ih+g} - p_{i0}] &= Var[\varepsilon_{i0h}] + Var[\varepsilon_{ihh+g}] \\
&= 2\sigma_u^2 + h\sigma_v^2 + 2\sigma_u^2 + g\sigma_v^2 \\
&= 4\sigma_u^2 + (g+h)\sigma_v^2
\end{aligned} \tag{7}$$

Čia $Var[\cdot]$ yra dispersijos funkcija. Pirmojo ir trečiojo pardavimo dispersija, atsižvelgiant į žinomą antrąjį pardavimą, yra didesnė nei tuo atveju, jei jo paprasčiausiai neįtrauktume į duomenis.

Paskutinė problema, susijusi su Case–Shiller metodika, yra ta, kad antrajame etape, kai apskaičiuojami svoriai, visada yra tikimybė, kad tam tikros pardavimo poros atveju apskaičiuotas svoris iš tikrųjų gali būti neigiamas. Tokiais atvejais trečiasis etapas apskritai negali būti vykdomas.

3.4 Standard&Poor's/Case–Shiller indeksas

Šiuo metu, sudarant Standard&Poor's skelbiamą S&P/Case–Shiller būsto kainų indeksą, naudojama Shiller 1991 metais pasiūlyta intervalinio ir aritmetinio pakartotinių pardavimų įverčio aritmetinio įverčio modifikacija. S&P/C–S indeksas skelbiamas 20 metropolinių statistinių zonų ir nacionaliniu mastu. Šiam komerciniam indeksui indeksai apskaičiuojami naudojant slenkantį trijų mėnesių langą. Tai reiškia, kad spalio mėnesį parduotas namas naudojamas spalio, lapkričio ir gruodžio mėnesių indeksui apskaičiuoti. Tai daroma įrašant namą į sąrašą tris kartus, nuo spalio iki gruodžio mėn., ir kiekvieną išplėstą stebėjimą pasveiriant $1/3$.

Dėl logaritminių kainų skirtumų indekso sudarymo iki šiol nagrinėti indeksai tampa geometriniais indeksais. Goetzmann teigia [6], kad, norint geriau interpretuoti skerspjūvį, aritmetinis indeksas būtų priimtinesnis. Goetzmann taip pat siūlo patikslinimą, kurį galima taikyti tradiciniams pakartotinių pardavimų indeksams, apytiksliai prilygstantiems aritmetiniam indeksui. Tačiau Shiller siūlo visiškai naują modelį, kuris yra plačiai naudojamas.

Standard&Poor's/Case–Shiller modelis

Kaip ir anksčiau, turime $T + 1$ laikotarpių nuo 0, 1,..., T . Pardavimo porai i galime modelį užrašyti taip:

$$\begin{aligned} P_{i0} &= \beta_{t'} P_{it'} + U_{i0t'} && \text{pirmasis pardavimas momentu } t = 0, \\ 0 &= \beta_{t'} P_{it'} - \beta_t P_{it} + U_{itt'} && \text{pirmasis pardavimas momentu } t > 0 \end{aligned} \quad (8)$$

čia P_{it} yra i namo pardavimo kaina t momentu, β_t yra atvirkštinis indeksas t momentu ir $U_{itt'} \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{N}(0, 2\sigma_u^2 + (t' - t)\sigma_v^2)$, kur σ_v^2 ir σ_u^2 yra tos pačios pradinės Case–Shiller indekso dispersijos. Indeksas $B_t = \frac{1}{\beta_t}$. Kaip ir anksčiau, kainų indeksas 0 momentu sutartinai lygus 1 ($B_0 = 1$).

Kadangi šis indeksas suformuluotas kaip aritmetinis indeksas, jis yra svertinis. Kaip teigia Šileris, svoris gali turėti įtakos apskaičiuotam indeksui, jei vertingesnių namų kainų pokyčiai skiriasi nuo mažiau vertingų namų kainų pokyčių.

Pastebėkite, kad atsako vektoriuje (8) daugiausia yra nulių, nes didžioji dauguma pardavimų neįvyksta baziniu laikotarpiu. Tačiau, kadangi pardavimai baziniu laikotarpiu yra vieninteliai pardavimai, kurie nėra dauginami iš indekso, nes $B_0 = 1$ pagal konstrukciją, reikia manyti, kad būtent todėl jie yra vienintelės kainos, kurios atsiranda atsako vektoriuje. Be to, atrodo, kad klaidinantis modelis, kai būsiami pardavimai naudojami paaiškinti ankstesniam pardavimui. Dėl pardavimų poros, kai pirmasis pardavimas yra baziniu laikotarpiu, būtent taip ir įvyksta.

S&P/Case–Shiller indeksas tam tikrais atžvilgiais beveik panašus į Case–Shiller indeksą, tik kainų skalėje. Pagrindinis skirtumas yra tas, kad S&P/Case–Shiller indekso klaidos narys $U_{itt'}$ yra ne dauginamasis, o pridėtinis. Tačiau atsitiktinio klaidžiojimo paklaidos komponentas ir papildomi klaidos nariai, atsirandantys dėl pirminio modelio multiplikatyvinės struktūros, yra perkeliami. Prisiminkime, kad Case–Shiller klaidos narių dispersija yra: $2\sigma_u^2 + (t' - t)\sigma_v^2$, o tai yra atsitiktinė dviejų namų pardavimų skirtumo dispersija. Tačiau S&P/Case–Shiller indeksas nėra sudarytas iš kainų skirtumų.

4 Praktinė dalis

Praktinėje dalyje padarysiu Bailey, Muth ir Nourse ir Case–Shiller indeksų analizę. Pirmiausia turimus duomenis su Microsoft Excel išskirstysiu ir sugrupuosiu taip, kad galėčiau juos naudoti nekilnojamo turto indeksų analizei. Vėliau naudojantis R programa sumodeliuosiu du anksčiau paminėtus indeksus. Sumodeliavus visus indeksus, juos palyginsiu tarpusavyje ir įvertinsiu, kokią įtaką padarė 2019 metais Lietuvoje prasidėjusi COVID-19 pandemija.

4.1 Duomenys

Savo praktiniame darbe naudosiu dviejų laikotarpių duomenis, kad galėčiau įvertinti COVID-19 pandemijos įtaką nekilnojamam turtui. Pirmasis analizuojamas laikotarpis bus 3 metai, kuris prasidės nuo 2013 metų ir tęsis iki 2016 metų, o antrasis laikotarpis bus 2 metai – nuo 2018 iki 2020 metų. Šių metų duomenis radau internetiniame puslapyje [10], kuris yra lyg naujų duomenų saugykla ir ten galima rasti įvairiausių reikiamų duomenų. Kadangi modeliuojant indeksus yra reikalingi tik pakartotinių pardavimų-pirkimų duomenys, tai naudojantis Microsoft Excel šiuos duomenis išskirsiu taip, kad liktų tik pakartotinių pardavimų-pirkimų informacija.

Po duomenų išskirstymo, kad jie būtų tik pakartotiniai pardavimų-pirkimų duomenys, kiekvienoje Microsoft Excel eilutėje turėjau šią informaciją: nekilnojamo turto individualus numeris, plotas, pirmo pardavimo - pardavimo data, pirmo pardavimo-pirkimo kaina, antro pardavimo-pirkimo data, antro pardavimo-pirkimo kaina ir žinoma praėjusių dienų skaičius tarp pirmo ir antro pirkimo-pardavimo sandorio. Vėliau išėmiau tuos sandorius, kurių nekilnojamo turto plotas yra pernelyg mažas arba didelis, kuris išsiskiria iš pagrindinio esamo vidurkio, kadangi palikus tokius sandorius skaičiuojant indeksus vaizdas gali išsikreipti ir neatitiks realios nekilnojamo turto rinkos. Su R statistinio skaičiavimo ir grafikos programavimo kalba duomenų pirkimo-pardavimo sandorių datas priskyriau ketvirčiams, kad daugiau nagrinėjamų indeksų reikšmės kas ketvirtį. Tik su taip sutvarkytais duomenimis galėjau pradėti modeliuoti Bailey, Muth ir Nourse ir Case–Shiller indeksus. Kadangi tarp mano duomenų yra 2 metų tarpas be tuo laikotarpiu pirkimo-pardavimo duomenų, toliau kiekvieną indeksą vertinsiu atskirai nuskaitydama 2013 – 2016 metų ir 2018 – 2020 metų

duomenis.

4.2 Bailey, Muth ir Nourse indekso modeliavimas

Norint modeliuoti Bailey, Muth ir Nourse indeksą yra reikalingi būsto pirkimo-pardavimo duomenys, tokie kaip pirmojo ir antrojo pirkimo-pardavimo datos ir kainos. Naudojantis R programavimo kalba pirmiausia iš Microsoft Excel failo nuskaityti duomenis, kad galėčiau jais naudotis tolimesniuose skaičiavimuose. BMN indekso skaičiavimui yra reikalinga sandorių poros logaritminių kainų skirtumo ir fiktyvių kintamųjų sukūrimas. Fiktyvūs kintamieji, tai į regresijos lygtį įtraukiamas veiksnys, įgyjantis ne tikrąsias, o fiktyvias reikšmes. Taigi toliau sukūriau vektorių, kuris parodė kiekvieno būsto pirkimo-pardavimo logaritminį kainos skirtumą ir matricą, kuri pateikia tris reikšmes -1, 1 ir 0, čia -1 yra pirmasis konkretaus objekto sandoris tam tikru momentu, 1 yra antrasis konkretaus objekto sandoris tam tikru momentu, o 0 žymi neužfiksuotą konkretaus objekto sandorį tam tikru momentu. Kad gaučiau BMN reikšmes, naudosisi tiesinę regresiją, kuri R programavimo kalboje yra žymima funkcija *lm()*. Mano atveju, ši funkcija sudaro tiesinę regresiją tarp anksčiau sukurto vektoriaus ir matricos, o funkcijoje nurodžiau, kad laisvasis regresijos narys yra 0. Taigi *lm()* funkcija nurodė regresijos koeficientus prie fiktyvių kintamųjų, tai pasiekė pritaikius mažiausių kvadratų metodą. Šie gauti regresijos koeficientai yra logaritminės BMN indekso reikšmės. Kad gaučiau tikslias BMN indekso reikšmes, šiame modeliavime liko tik apskaičiuoti eksponentines koeficientų išraiškas, kad panaikintiau logaritmines reikšmes, ir padauginėti jas iš 100. Tokiais žingsniais einant sumodeliavau Bailey, Muth ir Nourse indekso reikšmes.

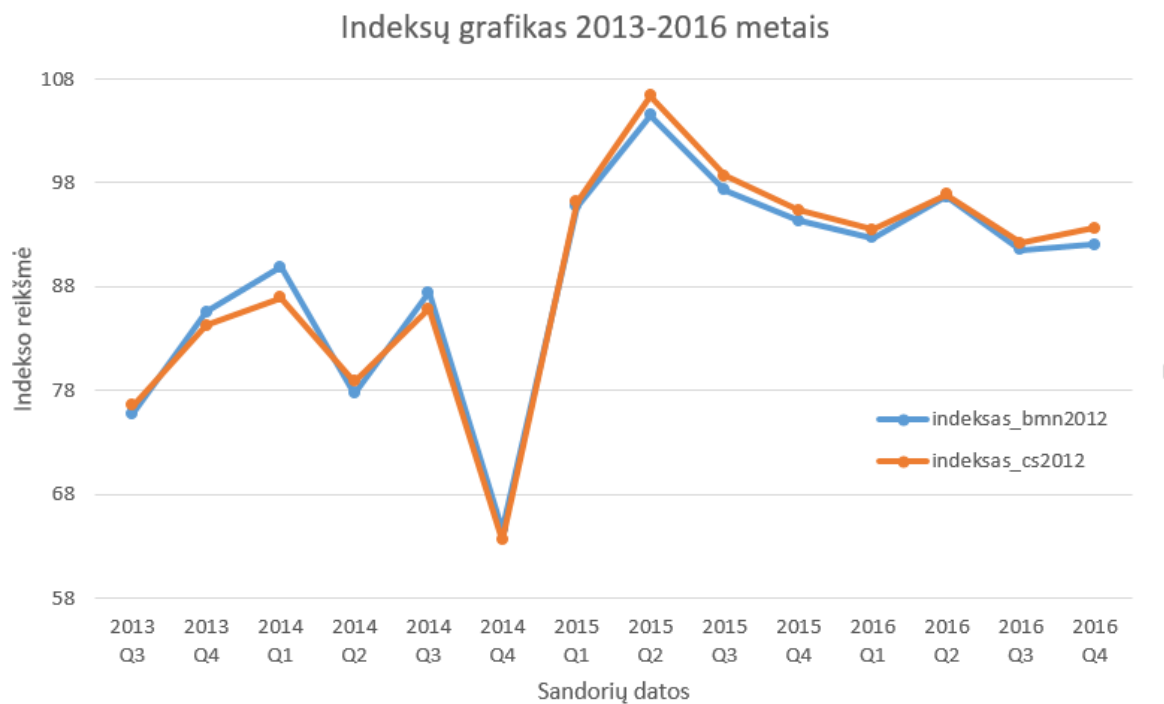
4.3 Case–Shiller indekso modeliavimas

Skyrelyje 3.2. rašiau, kad Case–Shiller indekso skaičiavimui, taip pat kaip ir Bailey, Muth ir Nourse indeksui, yra naudojamas logaritminių kainų skirtumų modelis, todėl naudojau jau BMN indeksui sukurta tiesinę regresiją ir gautų liekanų vektorių. Pagrindinis Case–Shiller indekso skirtumas nuo Bailey, Muth ir Nourse indekso yra, tai, kad mokslininkai Case ir Shiller nesutiko, kad laiko tarpas tarp sandorių nedaro įtakos kainų pokyčiui ir paklaidos tarp kainų skirtumų ir jų įvertinių yra homoskedastinės. Case ir Shiller atsižvelgė į praėjusį

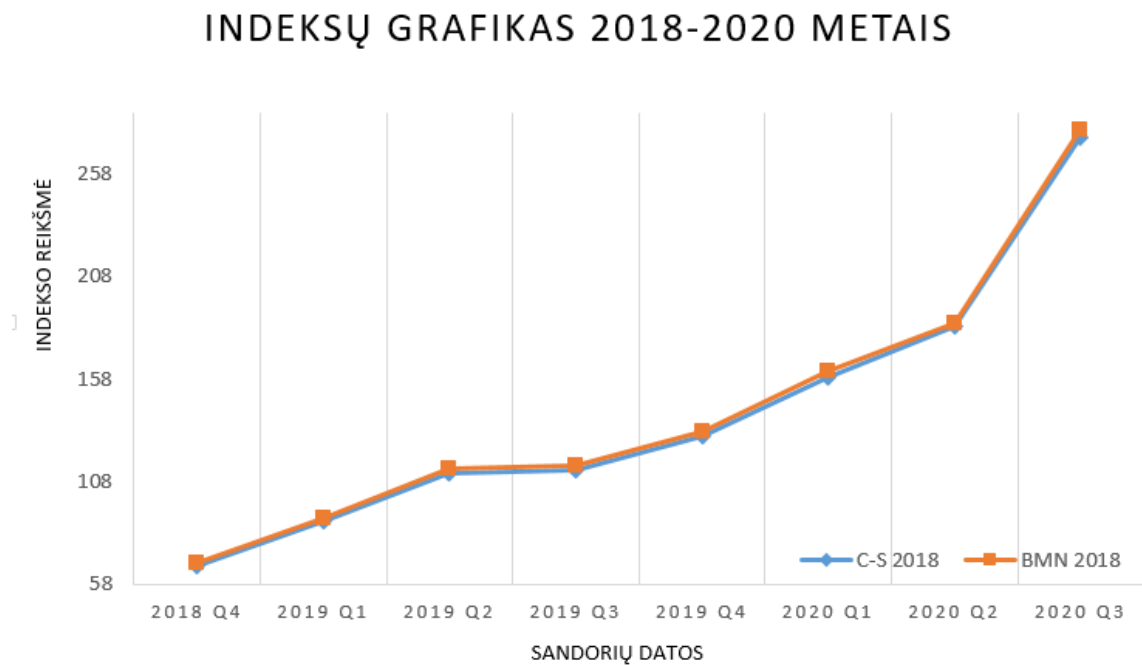
dienų skaičių tarp būstų pardavimų, todėl aš ir naudoju Case–Shiller modeliavimui dar vieną vektorių, kuris nurodė praėjusį laiko tarpą dienomis tarp pardavimų. Vėliau dar kartą pasinaudoju anksčiau aprašyta $lm()$ funkcija, bet dabar ši funkcija sudarė tiesinę regresiją tarp kvadratinių liekanų reikšmių ir laikotarpių tarp sandorių. Čia gauta kvadratinė šaknis nurodė suteikiamą svorį kiekvienai sandorių porai. Kaip ir Case ir Shiller teigė, įsitikinau, kad laiko tarpas tarp sandorių daro įtaką indekso galutinei reikšmei, nes kuo trumpesnis laiko tarpas praėjo tarp sandorių, tuo didesni svoriai buvo priskiriami. Vienas iš paskutiniųjų veiksmų, modeliuojant šį indeksą, buvo apibendrintų tiesinių modelių funkcijos $glm()$ naudojimas. Taigi naudojant šią funkciją sudariau tiesinę regresiją tarp logaritminių kainų skirtumų vektoriaus ir fiktyvių kintamųjų matricos, žinoma nepamirštant įtraukti sandorių poroms apskaičiuotus svorius, kurie turi didelę reikšmę modeliuojant indeksus. Na ir paskutinis žingsnis, kurį dariau sumodeliuojant galutines Case–Shiller reikšmes, buvo apskaičiuoti eksponentines koeficientų išraiškas, kad panaikintiau logaritmines reikšmes, ir padauginę jas iš 100, tai analogiškas veiksmas, ką atlikau su Bailey, Muth ir Nourse indeksus, kad gaučiau indekso reikšmes.

4.4 Indeksų grafinis palyginimas

Vienas iš būdų kaip galima palyginti Bailey, Muth, Nourse ir Case–Shiller indeksus yra pavaizduoti juos grafiškai ir taip išanalizuoti jų kitimą. Pirmiausia 2013–2016 metus ir 2018–2020 metus pavaizduosiu atskiruose grafikuose, nes nemodeliavau indeksų tarp 2016 ir 2018 metų, kadangi neturėjau reikiamų duomenų. Duomenų atvaizdavimas yra parodytas 1 pav. ir 2 pav..



1 pav. Bailey, Muth ir Nourse ir Case-Shiller indeksų atvaizdavimas 2013–2016 metų laikotarpyje



2 pav. Bailey, Muth ir Nourse ir Case-Shiller indeksų atvaizdavimas 2018–2020 metų laikotarpyje

Pirmame grafike (1 pav.) galite matyti dviejų indeksų, tai yra BMN ir Case–Shiller, reikšmes nuo 2013 metų trečiojo ketvirčio iki 2016 metų ketvirtojo ketvirčio. Pagal grafiką galima matyti, kad nuo 2013 iki 2016 metų sparčiai vyko indeksų reikšmių kaita. Ypač didelis indeksų reikšmių pakilimas, beveik dvigubai, įvyko nuo 2014 metų ketvirtojo ketvirčio iki 2015 metų antrojo ketvirčio. Šiam reikšmės pakilimui įtakos galėjo padaryti jau po 2008 metų krizės finansiškai atsigavę žmonės ir dėl šios priežasties išaugusi nekilnojamo turto paklausa, o dideliuose Lietuvos miestuose sumažėjusi naujai statomų būstų pasiūla. Apibendrintai galiu pasakyti, kad nuo 2013 metų iki 2016 metų indeksų reikšmės kito ir dažniau vyko reikšmių didėjimas nei mažėjimas.

Antrame grafike (2 pav.) galite matyti dviejų indeksų, tai yra BMN ir Case–Shiller, reikšmes nuo 2018 metų ketvirtojo ketvirčio iki 2020 metų trečiojo ketvirčio. Pagal grafiką galima matyti, kad nuo 2018 iki 2020 metų indeksų reikšmės tik didėjo, nebuvo nei vieno ketvirčio kai indekso reikšmė būtų sumažėjusi palyginus su prieš tai esančiu ketvirčiu. COVID-19 Lietuvoje prasidėjo nuo 2020 metų vasario mėnesio pabaigos, iš antro grafiko galima pamatyti, kad būtent nuo tos dienos ir stipriai išaugo tiek BMN, tiek Case-Shiller indeksų reikšmės. Iš vieno grafiko sunku pasakyti, ar tikrai šiam nekilnojamo turto indekso reikšmės pakilimui didžiausią įtaką turėjo prasidėjusi COVID-19 pandemija, bet galima teikti, kad bent mažą dalį prie šios reikšmės padidėjimo turėjo prasidėjusi neįprasta ir daugelį žmonių bauginusi pandemija. Taip pat, kita priežastis, kodėl galima teigti, kad didesniame indekso reikšmės pokyčiui padarė įtaką COVID-19, nes iki COVID-19 pandemijos iš grafiko galima matyti, kad reikšmės po labai panašiais procentais kilo į viršų, o tik prasidėjus pandemijai indeksų reikšmės pakilimas buvo kažkur 3-4 kartus didesnis.

Iš grafikų galima pastebėti, kad mano abu nagrinėjami indeksai yra labai panašūs savo reikšmėmis, reikšmės yra beveik identiškos. Tai galima paaiškinti tuo, kad abu indeksai skaičiuojami naudojantis beveik identiška metodologija, tik Case–Shiller metodologija turi keletą patobulinimų palyginus su Bailey, Muth ir Nourse indekso metodologija. Norint išsiaiškinti ar BMN, ar Case–Shiller indeksas yra geresnis, reikia daryti didesnę analizę, o ne tik pasikliauti grafiniais brėžiniais.

4.5 Koreliacija tarp indeksų

Palyginant indeksus grafiškai, pastebėjau, kad indeksų reikšmės yra labai panašios, tai nusprendžiau dar kitais būdais išanalizuoti indeksus. Dar vienas būdas išanalizuoti, kaip stipriai skiriasi tam tikri matai, šiuo atveju Bailey, Muth, Nourse ir Case–Shiller indeksai, yra įvertinti koreliaciją tarp šių indeksų.

Koreliacijos koeficientas yra koreliacijos stiprumo matas, kuriuo matuojamas dviejų kintamųjų tarpusavio judėjimo laipsnis. Koreliacijos matas gali įgyti reikšmes nuo -1 iki 1 . Tobula teigiama koreliacija reiškia, kad koreliacijos koeficientas yra lygus lygiai 1 , tai reiškia, kad vienam kintamajam judant aukštyn arba žemyn, kitas kintamasis juda ta pačia kryptimi. Neigiama koreliacija reiškia, kad du kintamieji juda priešingomis kryptimis, o nulinė koreliacija reiškia, kad jokio tiesinio ryšio nėra.

Su Microsoft Excel pagalba įvertinau koreliacijos koeficientą tarp BMN ir Case–Shiller indeksų, kuriuos galima matyti 3 ir 4 paveikslėliuose

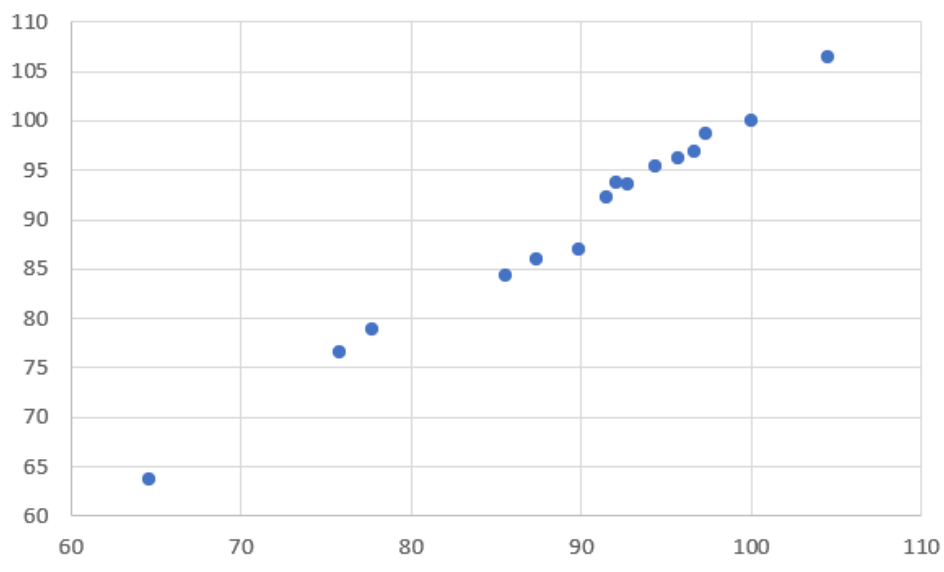
	<i>indeksas_bmn2013</i>	<i>indeksas_cs2013</i>
<i>indeksas_bmn2013</i>	1	0,993138559
<i>indeksas_cs2013</i>	0,993138559	1

3 pav. 2013–2016 metų koreliacija tarp Bailey, Muth ir Nourse ir Case–Shiller indeksų

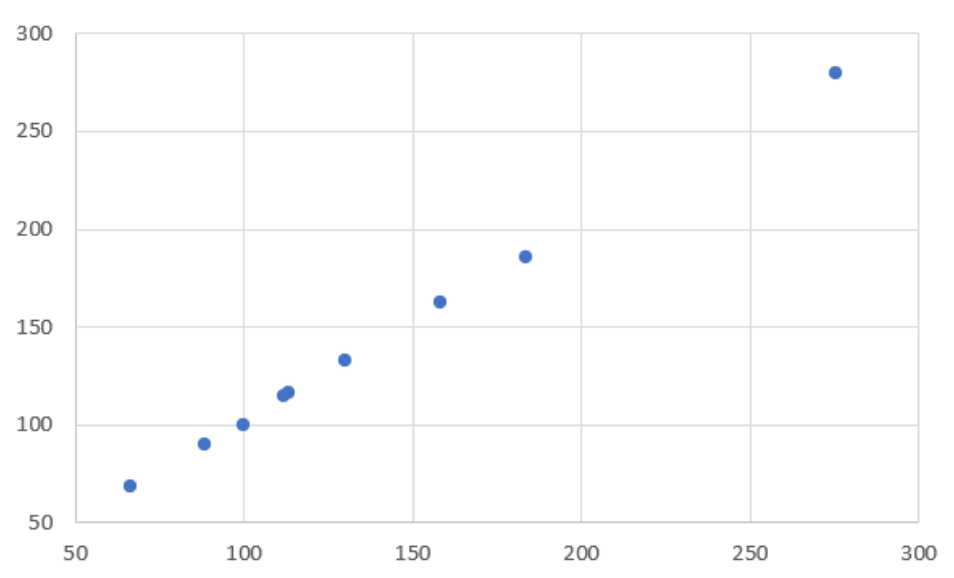
	<i>indeksas_bmn2018</i>	<i>indeksas_cs2018</i>
<i>indeksas_bmn2018</i>	1	0,999874531
<i>indeksas_cs2018</i>	0,999874531	1

4 pav. 2018–2020 metų koreliacija tarp Bailey, Muth ir Nourse ir Case–Shiller indeksų

Žinoma, kad galima būtų įvertinti ir kaip vizualiai išsiskaido indeksai, jų indeksų reikšmių sąryšius pavaizduosiu sklaidos diagrama 5 ir 6 paveikslėliuose.



5 pav. 2013–2016 metų indeksų porų sklaidos diagrama



6 pav. 2018–2020 metų indeksų porų sklaidos diagrama

Iš indeksų reikšmių atvaizdavimo grafiškai 1 ir 2 paveikslėliuose, kaip ir anksčiau minėjau, matome, kad Bailey, Muth, Nourse ir Case–Shiller indeksų reikšmės yra labai panašios, galima sakyti, kad beveik identiškos. Norint patvirtinti arba paneigti šį faktą, apskaičiavau koreliaciją tarp šių indeksų. Kaip matome pagal 3 ir 4 paveikslėlius, koreliacija tarp 2013–2016 metų indeksų yra 0,993135889, o koreliacija tarp 2018–2020 metų indeksų yra 0,999874531. Kadangi šie skaičiai yra labai arti vieneto, tai galima sakyti, kad mano faktas, kad indeksų sumodeliuotos reikšmės yra labai panašios, yra teisingas, nes yra tik nedidelė paklaida tarp

indeksų reikšmių. Palyginus koreliacijas tarpusavyje, 2018–2020 metų duomenų BMN ir Case–Shiller indeksai yra truputį panašesni, nei 2013–2016 metų duomenų indeksai, tai parodo, tai, kad $0,999874531 > 0,993135889$.

Pažvelgus į 5 ir 6 paveikslėlius, matome, kad indeksų porų sklaidos diagramose sklaida yra labai nedidelė. Tiesinė regresija tarp Bailey, Muth, Nourse ir Case–Shiller indeksų yra galima sakyti išsidėsčiusi ant 45 laipsnių kampu pasvirusios linijos, tai reiškia, kad šie indeksai yra labai stipriai susiję. 5 paveikslėlyje matome, kad sklaida nėra išsidėsčiusi visiškai ant 45 laipsnių kampu pasvirusios tiesės, tai reiškia, kad Bailey, Muth, Nourse ir Case–Shiller indeksai nuo 2013 iki 2016 metų yra nevisiškai susiję tarpusavyje, bet nuokrypis kaip matome iš grafiko yra nedidelis. O 6 paveikslėlyje matome, kad sklaida visiškai išsidėsčiusi ant 45 laipsnių kampu pasvirusios linijos, taigi 2018–2020 metais indeksų reikšmės galima sakyti, kad yra identiškos.

4.6 Nekilnojamo turto indeksų kaita 2013–2016 ir 2018–2020 metais

Kaip ir rašiau anksčiau, visada pasaulyje nekilnojamo turto kainos kinta, nes atsiranda veiksmų, kurie daro įtaką nekilnojamo turto rinkai. Statistika nurodo, kad nuo 2015 metų nekilnojamo turto kainos pradėjo ypač smarkiai kilti, šią statistiką patikrinsiu pasinaudodama procentinius pokyčius.

Taigi toliau ištirsiu, kaip kiekvieną ketvirtį nuo 2013 iki 2016 metų ir nuo 2018 iki 2020 metų keitėsi, tai yra augo ar krito, nekilnojamo turto kainos. Tai ištirti padės procentinis pokytis, tai reiškia, kad kiekvieno ketvirčio reikšmę padalinsiu iš ankstesniojo ketvirčio atimsiu vienetą ir tada visą gautą reikšmę padauginsiu iš šimto. Tai atlikus gavau dvidešimt du pokyčių procentus kiekvienam indeksui, 7 ir 8 paveikslėliuose galite matyti procentinius pokyčius pavaizduotus lentelėse.

Laikotarpis	BMN indekso pokytis	Case-Shiller indekso pyktis
2013 Q3	-24	-23
2013 Q4	13	10
2014 Q1	5	3
2014 Q2	-14	-9
2014 Q3	13	9
2014 Q4	-26	-26
2015 Q1	48	51
2015 Q2	9	11
2015 Q3	-7	-7
2015 Q4	-3	-3
2016 Q1	-2	-2
2016 Q2	4	4
2016 Q3	-5	-5
2016 Q4	1	2

7 pav. 2013–2016 metų indeksų pokytis

Laikotarpis	BMN indekso pokytis	Case-Shiller indekso pyktis
2018 Q4	-32	-34
2019 Q1	32	33
2019 Q2	27	27
2019 Q3	1	1
2019 Q4	14	15
2020 Q1	22	22
2020 Q2	14	16
2020 Q3	51	50

8 pav. 2018–2020 metų indeksų pokytis

Pagal pateiktas lenteles, galima dar kartą įsitikinti, kad BMN ir Case-Shiller indeksai kiekvieną ketvirtį kito identiškai. Iš 7 pav. matosi, kad 7 ketvirčius nekilnojamo turto kaina augo ir 7 ketvirčius krito. Reikia atkreipti dėmesį, kad iki 2015 metų kainos kaita buvo didesnė, kainų skirtumas kiekvieną ketvirtį sparčiai augo arba krito, kaip pavyzdžiui 2013

metų trečią ketvirtį krito 24 procentais, o jau ketvirtą ketvirtį pakilo 13 procentų pagal BMN indeksą. Pagal mano gautus rezultatus, Lietuvoje nuo 2015 metų nekilnojamo turto kainos nepradėjo sparčiai kilti, tik pirmąjį ketvirtį išaugo apie 50 procentų, taigi lyginant Lietuvos nekilnojamo turto rinką negaliu patvirtinti, kad pasaulyje nuo 2015 metų sparčiai pradėjo kilti nekilnojamo turto kainos.

Tik pasižiūrėjus į 2018–2020 metų indeksų pokyčius galima sakyti, kad nekilnojamo turto rinkoje vyko daug pokyčių, kadangi nuo pat 2019 metų vyko spartus kainų kilimas. Taip pat žvelgiant į šią lentelę galima pasakyti, kad COVID-19 pandemija turėjo įtakos nekilnojamo turto rinkai. Kaip anksčiau sakiau, įvykusios netikėtos situacijos daro didelę įtaką nekilnojamo turto pokyčiams. Aprimus COVID-19 pandemijai ir išsiskaidžius Lietuvos gyventojų baimei dėl ateities nekilnojamo turto kainos sparčiai pradėjo augti, nes įvyko kapitalo antplūdis ir darbo vietų pritaikymas, susijęs su pagalbos priemonėmis ir politine parama, dėl šių priežasčių ir pradėjo kilti kainos. Tai, kad nekilnojamo turto kainos išaugo, galima patvirtinti pažvelgus į 8 pav., kur pamatysite, kad 2020 metais jau 3 ketvirtį kainos išaugo net 50 procentų.

5 Išvados

Teorinėje dalyje aprašiau nekilnojamąjį turtą, plačiai aprašiau jo sąvoką, visas nekilnojamojo turto rūšis ir kuo jos susiję viena su kita. Įvardijau kokie pokyčiai nekilnojamo turto rinkoje vyko pasaulyje, kuriose šalyse vyko didžiausi kainų augimai ir kritimai. Aprašiau kaip kito nekilnojamo turto rinka prasidėjus COVID-19 pandemijai ir kokie veiksniai darė įtaką kainos kitimui. Teorinėje dalyje nurodžiau vienus iš populiariausių nekilnojamo turto indeksų, tai yra Bailey, Muth ir Nourse, Case–Shiller ir Standard&Poor’s/Case–Shiller indeksai. Šiuos indeksus apibūdinau, taip pat nurodžiau kiekvieno trūkumus ir smulkiai aprašiau jų modelius pagal taip kaip jie yra sudaromi.

Iš šių trijų populiariausių indeksų du indeksus, tai yra Bailey, Muth ir Nourse indeksą ir Case–Shiller indeksą, pasinaudodama jų aprašytais modeliais, sumodeliavau naudodamasi programavimo kalba R. Kadangi norėjo išanalizuoti Lietuvos nekilnojamo turto rinką, tai pasinaudojau Lietuvos pakartotiniais pardavimų-pirkimų duomenimis. Sumodeliavus abiejų indeksų reikšmes, palyginau indeksus grafiškai. Iš grafikų negalėjau padaryti daug išvadų, kuris indeksas yra teisingesnis ar geresnis, nes jie abu yra labai panašūs ir tik nežymiai skiriasi. Iš grafikų galėjau tik nustatyti, kad COVID-19 pagal būtent šiuos gautus indeksus padarė įtaką nekilnojamo turto rinkos augimui, nes jau 2020 metais trečią ketvirtį kreivė neįprastai sparčiai pakilo. Kadangi, kaip ir sakiau, iš grafikų sunku įvertinti, kuris indeksas yra geresnis, tai šiam įrodymui bandžiau pasitelkti koreliaciją tarp indeksų ir sklaidos grafikus. Iš koreliacijos supratau, kad 2013–2016 metų indeksai labiau skiriasi vienas nuo kito nei 2018–2020 metų indeksai vienas nuo kito, tai patvirtino ir sklaidos diagrama, kur 2018–2020 metų indeksų poros yra išsidėsčiusios ant 45 laipsnių kampo tiesės. Taigi galiu sakyti, kad sąryšis tarp indeksų yra labai stiprus, kadangi koreliacijos reikšmės yra 0,999874531 ir 0,993135889, o tai yra labai arti 1.

Tolesnei analizei naudočiau procentinius pokyčius, nes turėjau duomenų, kad pasaulyje nuo 2015 metų ypač sparčiai pradėjo kisti nekilnojamo turto rinka, taigi norėjau tai patikrinti ar Lietuvoje kaita atsispindėjo. Apskaičiavus procentinius pokyčius ketvirčiams, negalėjau pasakyti, kad visada nekilnojamo turto kainos kilo, buvo nemažai tokių ketvirčių, kur kaip tik kainos krito. Bet COVID-19 pandemijos įtaką nekilnojamam turtui galima buvo patvirtinti,

nes 2020 metais jau žmonijai susigyvenus su ta mintimi, kad vyksta pandemija ir dingus tokiai didelei baimei, kuri buvo tik ką tik prasidėjus pandemijai, nekilnojamo turto kainos išaugo net 50 procentų. Šis procentas yra tikrai neįprastai didelis šuolis, kurio neteko pastebėti nei 2013-2016 metų, nei 2018-2020 metų laikotarpiuose, tik vieną kartą įvyko 2015 metų pirmąjį ketvirtį, bet tai galima paaiškinti tuo, kad ir visame pasaulyje tuo metu nekilnojamo turto rinka sparčiai pasikeitė.

Galiausiai padariau išvadą, kad praktikoje negaliu išskirti indekso, kuris yra geresnis, nes kiekvienas iš jų turi ir savų plusų, ir savų minusų, todėl geriausia analizuoti jų daugiau ir tada prieiti prie bendros išvados kaip keičiasi nekilnojamo turto rinka. Teorinėje dalyje analizavau tik du indeksus, kurie savo modeliu buvo labai panašūs, kad būtų lengviau įvertinti nekilnojamo turto rinką, galima būtų modeliuoti ir pavyzdžiui teorinėje dalyje aprašytą vieną iš populiariausių indeksų: Standard&Poor's/Case-Shiller, kuris turėtų savų plusų ir taip, naudojant didesnį kiekį, indeksų būtų lengviau padaryti išvadas apie nekilnojamo turto rinką.

6 Literatūra

- [1] . Aleknavičius, *Nekilnojamo turto vertinimas*, 2008
- [2] A. Krylovas, R.Kriauzienė, O.Lavcel, J. Kastickaitė, *Taikomoji matematika*, 2010
- [3] A. Račkauskas, *Atsitiktinių procesų teorijos įvadas*, 2008
- [4] A. Račkauskas, *Ekonometrijos įvadas*
- [5] Chaitra H. Nagaraja, Lawrence D. Brown, Susan M. Wachter, *House Price Index Methodology*, 2010
- [6] Goetzmann, *The accuracy of real estate indices: repeat sales estimators*, 1992
- [7] S. Raslanas, J. Šliogerienė, *Nekilnojamojo turto vertinimas*, 2012
- [8] Eurostat duomenys:
<https://ec.europa.eu/eurostat/cache/digpub/housing/bloc-1a.html>
- [9] Eurostat duomenys:
<https://ec.europa.eu/eurostat/cache/digpub/housing/bloc-2a.html?lang=en>
- [10] Nekilnojamo turto duomenys: <https://data.world>

1 priedas. R kodas

```
1 #BMN indeksas 2012–2016 metams
2 library("zoo")
3 library(readxl)
4 library(readr)
5 data2012<-read_excel("C:/Users/Vartptojas/Desktop/galutinis2012.
  xlsx")
6 #pasiverčiu pilnas datas į ketvirčius
7 data2012$Data1 <-as.yearqtr(data2012$Data1, format = "%Y-%m-%d")
8 data2012$Data2 <-as.yearqtr(data2012$Data2, format = "%Y-%m-%d")
9 #visi egzistuojantys ketvirčiai
10 laiko_ketvirtis2012 <- levels(factor(c(data2012$Data1,data2012$
  Data2)))
11 #kiek iš viso yra ketvirčių
12 nt2012 <- length(laiko_ketvirtis2012)
13 #kiek iš viso yra sandorių
14 n2012 <- length(data2012$Kaina1)
15 #pirkimo – pardavimo logaritminis kainos skirtumas
16 logP2012 <- log(as.numeric(data2012$Kaina2)/as.numeric(data2012$
  Kaina1))
17 data2012[,6] = logP2012
18 colnames(data2012)[colnames(data2012)=="V6"]<-"logP2012"
19 #fiktyvių kintamųjų matrica
20 matrica2012 <- array(0, dim = c(n2012, nt2012 -1))
21 for (j in seq(2, nt2012)) {
22   matrica2012[, j - 1] <- ifelse(data2012$Data2 == laiko_
    ketvirtis2012[j], 1, matrica2012[, j - 1])
23   matrica2012[, j - 1] <- ifelse(data2012$Data1 == laiko_
    ketvirtis2012[j], -1, matrica2012[, j - 1])
24 }
```

```

25 colnames(matrica2012)<-laiko_ketvirtis2012[-1]
26 data.bmn2012<-list(logP2012=logP2012, matrica2012=matrica2012)
27 baziniai_metai2012 <- which(laiko_ketvirtis2012=="2013_Q2")
28 #BMN indekso skaiciavimas
29 #Funkciją lm pritaikome formulei, kuri apibūdina kintamųjų išsiver
   žimus kintamuoju laukimu, ir išsaugome tiesinės regresijos
   modelį naujame kintamajame index
30 indeksas2012 = lm(logP2012 ~ 0 + matrica2012, data = data.bmn2012)
31 indeksas_coef2012 = c(0, coef(indeksas2012))
32 #pavadinam koeficientus laiko ketvirčiais
33 names(indeksas_coef2012) <- laiko_ketvirtis2012
34 indeksas_bmn2012 <- (exp(indeksas_coef2012)/exp(indeksas_coef2012[
   baziniai_metai2012]))*100
35 #išsaugomos datos, indekso koeficientai ir BMN indeksas į excel
   failą
36 write_csv(data.frame(laiko_ketvirtis2012, indeksas_coef2012,
   indeksas_bmn2012), "C:/Users/Vartptojas/Desktop/BMN2012.csv")
37
38 #Case-Shiller indeksas 2018 – 2020 metais
39 #apskaičiuojame liekaną naudodami liekanos funkciją.
40 datos_skirtumas2012 <- data2012$Data2-data2012$Data1
41 data2012[,7] = datos_skirtumas2012
42 colnames(data2012)[colnames(data2012)=="V7"] <- "datos_
   skirtumas2012"
43 liekana2012<-resid(indeksas2012)
44 data2012[,8] = liekana2012
45 colnames(data2012)[colnames(data2012)=="V8"] <- "liekana"
46 regresija2012 = lm(liekana2012^2 ~ datos_skirtumas2012, data =
   data2012)
47 #Gaunu pritaikytas tiesinės regresijos modelio reikšmes naudodama

```

```

    fitted() funkcija
48 reg_reiksmes2012<-fitted.values(regresija2012)
49 #fitted yra bendroji funkcija, kuri išgauna pritaikytas vertes iš
    objektų, gražintų modeliavimo funkcijomis. fitted.values yra jo
    slapyvardis
50 data2012[,9] = reg_reiksmes2012
51 colnames(data2012)[colnames(data2012)=="V9"] <- "fit"
52 #ištraukiu kvadratinę šaknį
53 saknis2012 <- sqrt(reg_reiksmes2012)
54 data2012[,10] = saknis2012
55 colnames(data2012)[colnames(data2012)=="V10"] <- "Kvadratinė_š
    aknis"
56 #C-S indekso skaičiavimas
57 data.cs2012<-list(data2012 = data2012, matrica2012=matrica2012)
58 #Apibendrintas tiesinis modelis (GLM) yra įprastos tiesinės
    regresijos apibendrinimas, leidžiantis naudoti atsako
    kintamuosius, kurių klaidų pasiskirstymo modeliai skiriasi nuo
    normalaus skirstinio
59 indeksas_2_2012 = glm(logP2012 ~ 0 + matrica2012, family =
    gaussian, weights = saknis2012, data = data.cs2012)
60 indeksas_2_coef2012 = c(0,coef(indeksas_2_2012))
61 names(indeksas_2_coef2012) <- laiko_ketvirtis2012
62 #apskaiciuojamas C-S indekso reiksmes
63 indeksas_cs2012 <- (exp(indeksas_2_coef2012)/exp(indeksas_2_
    coef2012[baziniai_metai2012]))*100
64 #išsaugomos datos, 1 ir 2 indekso koeficientai, BMN indeksas ir C-
    S indeksas į excel failą
65 write_csv(data.frame(laiko_ketvirtis2012, indeksas_coef2012,
    indeksas_bmn2012, indeksas_2_coef2012, indeksas_cs2012), "C:/
    Users/Vartotojas/Desktop/BMN_CS2012.csv")

```

```

66
67
68 #BMN indeksas 2018–2020 metais
69 data←read_excel("C:/Users/Vartptojas/Desktop/Galutinis.xlsx")
70 #pasiverčiu pilnas datas į ketvirčius
71 data$Data1 <=as.yearqtr(data$Data1, format = "%Y-%m-%d")
72 data$Data2 <=as.yearqtr(data$Data2, format = "%Y-%m-%d")
73 #visi egzistuojantys ketvirčiai
74 laiko_ketvirtis <= levels(factor(c(data$Data1,data$Data2)))
75 #kiek iš viso yra ketvirčių
76 nt <= length(laiko_ketvirtis)
77 #kiek iš viso yra sandorių
78 n <= length(data$Kaina1)
79 #pirkimo – pardavimo logaritminis kainos skirtumas
80 logP <= log(data$Kaina2/data$Kaina1)
81 data[,9] = logP
82 colnames(data)[colnames(data)=="V9"]<="logP"
83 #fiktyvių kintamųjų matrica
84 matrica <= array(0, dim = c(n, nt-1))
85 for (j in seq(2, nt)) {
86   matrica[, j - 1] <= ifelse(data$Data2 == laiko_ketvirtis[j], 1,
      matrica[, j - 1])
87   matrica[, j - 1] <= ifelse(data$Data1 == laiko_ketvirtis[j], -1,
      matrica[, j - 1])
88 }
89 colnames(matrica)<=laiko_ketvirtis[-1]
90 data.bmn<=list(logP=logP, matrica=matrica)
91 baziniai_metai <= which(laiko_ketvirtis=="2018_Q3")
92 #BMN indekso skaičiavimas
93 #Funkciją lm pritaikome formulei, kuri apibūdina kintamųjų išsiver

```

```

        žimus kintamuoju laukimu, ir išsaugome tiesinės regresijos
        modelį naujame kintamajame index
94 indeksas = lm(logP ~ 0 + matrica, data = data.bmn)
95 indeksas_coef = c(0, coef(indeksas))
96 #pavadinam koeficientus laiko ketvirčiais
97 names(indeksas_coef) <- laiko_ketvirtis
98 indeksas_bmn <- (exp(indeksas_coef)/exp(indeksas_coef[baziniai_
        metai]))*100
99 #išsaugomos datos, indekso koeficientai ir BMN indeksas į excel
        failą
100 write_csv(data.frame(laiko_ketvirtis, indeksas_coef, indeksas_bmn),
        "C:/Users/Vartptojas/Desktop/BMN.csv")
101
102 #Case-Shiller indeksas 2018 – 2020 metams
103 #apskaičiuojame liekaną naudodami liekanos funkciją.
104 datos_skirtumas <- data$Data2-data$Data1
105 data[,10] = datos_skirtumas
106 colnames(data)[colnames(data)=="V10"] <- "datos_skirtumas"
107 liekana<-resid(indeksas)
108 data[,11] = liekana
109 colnames(data)[colnames(data)=="V11"] <- "liekana"
110 regresija = lm(liekana^2 ~ datos_skirtumas, data = data)
111 #Gaunu pritaikytas tiesinės regresijos modelio reikšmes naudodama
        fitted() funkciją
112 reg_reiksmes<-fitted.values(regresija)
113 #fitted yra bendroji funkcija, kuri išgauna pritaikytas vertes iš
        objektų, grąžintų modeliavimo funkcijomis. fitted.values yra jo
        slapyvardis
114 data[,12] = reg_reiksmes
115 colnames(data)[colnames(data)=="V12"] <- "fit"

```

```

116 #ištraukiu kvadratinę šaknį
117 saknis <- sqrt(reg_reiksmes)
118 data[,13] = saknis
119 colnames(data)[colnames(data)=="V13"] <- "Kvadratinė_šaknis"
120 #C-S indekso skaičiavimas
121 data.cs<-list(data = data, matrica=matrica)
122 #Apibendrintas tiesinis modelis (GLM) yra įprastos tiesinės
regresijos apibendrinimas, leidžiantis naudoti atsako
kintamuosius, kurių klaidų pasiskirstymo modeliai skiriasi nuo
normalaus skirstinio
123 indeksas_2 = glm(logP ~ 0 + matrica, family = gaussian, weights =
    saknis, data = data.cs)
124 indeksas_2_coef = c(0,coef(indeksas_2))
125 names(indeksas_2_coef) <- laiko_ketvirtis
126 #apskaiciuojamas C-S indekso reiksmes
127 indeksas_cs <- (exp(indeksas_2_coef)/exp(indeksas_2_coef[baziniai_
    metai]))*100
128 #išsaugomos datos, 1 ir 2 indekso koeficientai, BMN indeksas ir C-
S indeksas į excel failą
129 write_csv(data.frame(laiko_ketvirtis,indeksas_coef,indeksas_bmn,
    indeksas_2_coef, indeksas_cs), "C:/Users/Vartptojas/Desktop/BMN
    _CS.csv")

```