

ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS  
TECHNOLOGIJOS FAKULTETAS  
MECHANINĖS INŽINERIJOS KATEDRA

Tomas Juodris

**ASIMETRIJOS ĮTAKA DVIEJŲ SLUOKSNIŲ SIJŲ  
STIPRUMUI IR STANDUMUI**

Magistro darbas

**Vadovas**

Prof. habil. dr. J. Bareišis

ŠIAULIAI, 2006

ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS  
TECHNOLOGIJOS FAKULTETAS  
MECHANINĖS INŽINERIJOS KATEDRA

**TVIRTINU**

Katedros vedėjas

Lekt. Z. Ramonas

2006 06

**ASIMETRIJOS ĮTAKA DVIEJŲ SLUOKSNIŲ SIJŲ  
STIPRUMUI IR STANDUMUI**

Magistro darbas

Bareišis

**Vadovas**

Prof. habil. dr. J.

2004 06

**Recenzentas**

ŠU Technologijos fakulteto  
Mechanikos inžinerijos  
katedra

Prof. habil. dr. A. Bargelis

2006 06

**Atliko**

MM4 gr. stud.  
T. Juodris

2004 06

ŠIAULIAI, 2006

## **LENTELIŲ SĄRAŠAS**

- 1.1 lentelė.** Kampuočio priklausomybė nuo užpildų (A.p.) ir (S.p.) matmenų;
- 2.1 lentelė.** Konstrukcijų pjūvių geometrinių ir standumų centrų skaičiavimo rezultatai;
- 2.2 lentelė.** Konstrukcijų pjūvių ašinių inercijos momentų skaičiavimo rezultatai;
- 2.3 lentelė.** Konstrukcijų pjūvių ašinių standumų skaičiavimo rezultatai;
- 2.4 lentelė.** Konstrukcijų pjūvių išcentrinių standumų skaičiavimo rezultatai;
- 2.5 lentelė.** Konstrukcijų pjūvių svarbiausių ašių skaičiavimo rezultatai;
- 3 lentelė.** Konstrukcijos didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai;

## PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

- 1.1 pav.** Kampuočio užpildymo būdai;
- 1.2 pav.** Daugiasluoksnė konstrukcija;
- 1.3 pav.** Daugiasluoksnės konstrukcijos skersinis pjūvis;
- 2.1 pav.** Daugiasluoksnės konstrukcijos 28 x 88 skersinis pjūvis;
- 2.2 pav.** Geometrinių  $x_C$ ,  $y_C$  ir standumo  $x_n$ ,  $y_n$  centrų ašių padėties priklausomybės nuo santykių: Kronš./A.p. ir S.p.;
- 2.3 pav.** Daugiasluoksnės konstrukcijos skersiniai pjūviai su geometrinių centrų ir standumo centrų ašių padėtimis;
- 2.4 pav.** Konstrukcijų pjūvių ašinių standumų –  $D_x$  ir  $D_y$  priklausomybės nuo santykių: Kronš./A.p. ir S.p.;
- 2.5 pav.** Konstrukcijų pjūvių išcentrinių standumų  $D_{xy}$  priklausomybės nuo santykių: Kronš./A.p. ir S.p.;
- 2.6 pav.** Konstrukcijų pjūvių svarbiausių ašių krypties (pasisukimo kampas  $\alpha$ ) priklausomybės nuo santykių: Kronš./A.p. ir S.p.;
- 2.7 pav.** Konstrukcijų pjūviai (Kronš./ A.p.) su geometrinių ir standumų ašių padėties, bei posūkio  $\alpha$  kampais;
- 2.8** Konstrukcijų pjūviai (Kronš./ S.p.) su geometrinių ir standumų ašių padėties, bei posūkio  $\alpha$  kampais;
- 3 pav.** Konstrukcijų pjūvių didžiausių ir mažiausių normalinių įtempimų priklausomybės nuo santykių: Kronš./A.p. ir S.p.;
- 3.1.1 pav.** Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (A.p.) ir jėga pridėta x ašyje. (pridėtinė medžiaga pridedama vertikaliai);
- 3.1.2 pav.** Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (A.p.) ir jėga pridėta y ašyje. (pridėtinė medžiaga pridedama vertikaliai);
- 3.1.3 pav.** Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (S.p.) ir jėga pridėta x ašyje. (pridėtinė medžiaga pridedama vertikaliai);
- 3.1.4 pav.** Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (S.p.) ir jėga pridėta y ašyje. (pridėtinė medžiaga pridedama vertikaliai);
- 3.2.1 pav.** Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (A.p.) ir jėga pridėta x ašyje. (pridėtinė medžiaga pridedama horizontaliai);
- 3.2.2 pav.** Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (A.p.) ir jėga pridėta y ašyje. (pridėtinė medžiaga pridedama horizontaliai);

**3.2.3 pav.** Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (S.p.) ir jėga pridėta x ašyje. (pridėtinė medžiaga pridedama horizontaliai);

**3.2.4 pav.** Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (S.p.) ir jėga pridėta y ašyje. (pridėtinė medžiaga pridedama horizontaliai);

**3.3.1 pav.** Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (A.p.) ir jėga pridėta x ašyje. (pridėtinė medžiaga pridedama proporcingai);

**3.3.2 pav.** Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (A.p.) ir jėga pridėta y ašyje. (pridėtinė medžiaga pridedama proporcingai);

**3.3.3 pav.** Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (S.p.) ir jėga pridėta x ašyje. (pridėtinė medžiaga pridedama proporcingai);

**3.3.4 pav.** Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (S.p.) ir jėga pridėta y ašyje. (pridėtinė medžiaga pridedama proporcingai).

## SUMMARY

Juodris T. Influence of asymmetry for stiffness and strength of two-layer beam: Master thesis of mechanical engineer/research advisor associate Prof. Dr. J. Bareišis; Šiauliai University, Technological Faculty, Mechanical Engineering Department. – Šiauliai, 2006. – 56p.

The majority of contemporary structural materials consist of composites, each component of which has a particular purpose in a product. Each component of composites has its concrete destination in the product. Recently the employment of two-layer structural elements is increasing because these elements allow producing constructions of the required characteristics.

The multilayer structural elements have been used ever wider and wider because that makes it possible to obtain structures.

To analysis two-layer beam, it consists from isosceles angle and stuff: carbon plastic or glass plastic.

- Isosceles angle GOST 8509-72 100x100x12, which resilience module  $E = 208\text{GPa}$ .
- Carbon plastic and glass plastic stuff: which resilience modules  $E = 60\text{GPa}$ ;  $E = 20\text{GPa}$ .

In this job I calculate all most important parameters of influence of asymmetry for stiffness and strength of two-layer beam. And when all calculation I externalize in schedule. Also I make drawings how will spread normal strain in construction.

- From made calculation I made schedule we can see what multilayer beam stiffness growing then growing: material resilience modules; distance between out side layer to neutral layer, because when growing middle layer, when changing cross-section inertial moment of beam, from which consist construction.
- Multilayer constructions are more useful than smooth constructions, because it's cheaper, not so heavy, but they can keep enough big stiffness and strength.

## TURINYS

ĮVADAS.....	8
1. Dviejų sluoksnių sijų projektavimas.....	9
1.1 Sijų standumo skaičiavimai.....	9
1.2 Sijų stiprumo skaičiavimai.....	13
1.3 Tyrimo objektas.....	14
2. Dviejų sluoksnių sijų standumo tyrimas.....	17
2.1 Geometrinių $x_C, y_C$ ir standumo $x_n, y_n$ centrų kitimas.....	17
2.2 Ašinių inercijos momentų kitimas.....	23
2.3 Ašinių ir išcentrinių standumų $D$ kitimas.....	25
2.4 Svarbiausių ašių posūkio kampų kitimas.....	31
3. Dviejų sluoksnių sijų stiprumo tyrimas.....	36
3.1 Kampuočio užpildymas stačiakampiu vertikaliai .....	43
3.2 Kampuočio užpildymas stačiakampiu horizontaliai .....	47
3.3 Kampuočio užpildymas kvadratu.....	51
IŠVADOS IR PASIŪLYMAI.....	55
LITERATŪRA.....	56

## IVADAS

Daugumą šiuolaikinių konstrukcinių medžiagų sudaro kompozicijos, kurios gaminiui suteikia tam tikras savybes. Šiuolaikinės konstrukcijose, bei gaminiuose stengiamais naudoti kompozitines medžiagas, kaip kad stiklo plastikas, anglies plastikas ar kitas, kurios turi anizotropinių savybių. Naudoti vis daugiau DK stengiamasi dėl daugelio priežasčių, pagrindas yra konstrukcijos savikaina, tačiau jei ši konstrukcija yra pigi nereiškia, kad ji nėra pakankamai standi ir stipri. Šiuolaikinės konstrukcijos ir gaminiai pagaminti iš kompozitinių medžiagų, gali būti pigesni, ne tokie masyvūs kaip viena sluoksnės medžiagos, žymiai plonesni, tačiau pakankamai standūs ir stiprūs.

Įvairių medžiagų bendras darbas kompozicijoje yra tolygus naujos medžiagos sukūrimui, kurios savybės kiekybiškai ir kokybiškai skiriasi nuo jų sudarančių komponentų savybių. Jos naudojamos įvairiuose paskirties objektuose pradedant buitineje technikoje, automobiliuose ir baigiant statybinėmis bei lėktuvų konstrukcijomis.

Daugiasluoksnių konstrukcinių elementų skaičiavimo metodika yra gerokai sudėtingesnė nei paprastų konstrukcijų.

**Tyrimo objektas** – asimetrinės lenkiamos daugiasluoksnės konstrukcijos (Kampuotis užpildomas skirtingomis medžiagomis skirtingais tūriais ir skirtingais principais) standumas ir stiprumas.

**Tyrimo tikslas** – išnagrinėti, kaip kinta asimetrinės lenkiamos daugiasluoksnės konstrukcijos standumas ir stiprumas priklausomai nuo naudojamų medžiagų standumo, geometrijos ir jų išdėstymo.

Tyrimo uždaviniai:

- ✓ Apskaičiuoti svarbiausius konstrukcijos parametrus (geometriniai, standumo centrai; standumai ir įtempimai) keičiant kampuočio užpildo medžiagą ir užpildymo pobūdį.
- ✓ Svarbiausius konstrukcijos parametrus ir jų kitimo priklausomybes išreikšti grafiškai.
- ✓ Lenkiamų daugiasluoksnių konstrukcijų normalinių įtempimų pasiskirstymo nubraižymas.

**Tyrimo metodika** – magistrinio darbo tyrimas yra atliktas naudojant skaitinius eksperimentus.

**Teorinė darbo reikšmė** – darbe atliktų teorinių skaičiavimų metodika leidžia nustatyti svarbiausius asimetrinės lenkiamos daugiasluoksnės konstrukcijos parametrus ir jos kitimo priklausomybes. Ši metodika gali būti pritaikoma lenkiamų daugiasluoksnių konstrukcijų elementų skaičiavimuose.



# 1. Dviejų sluoksnių sijų projektavimas

## 1.1. Sijų standumo skaičiavimai

Daugelyje šiuolaikinės technikos, taip pat ir statybos sričių efektyviausios konstrukcijos yra kompozicinės. Optimaliai parenkant ir išdėstant kompozitines konstrukcijas sudarančius komponentus, jos atitinka daugiau eksploatacinių reikalavimų, negu konstrukcija, sudaryta iš vieno komponento. Tačiau kompozitinių konstrukcijų darbas, veikiant apkrovai, skiriasi nuo vienalyčių konstrukcijų darbo. Taip yra ne tik dėl skirtingų atskirų komponentų - sluoksnių fizikinių-mechaninių savybių, bet ir dėl sluoksnių bendro darbo užtikrinimo lygio.

Lenkiamoje konstrukcijoje egzistuoja neutralusis sluoksnis, kuriame įtempimai ir deformacijos yra lygios nuliui. Norint rasti neutralinio sluoksnio padėtį daugiasluoksniame konstrukciniame elemente, pakanka žinoti kiekvieno sluoksnio medžiagos tamprumo modulį ir jo geometrinius matmenis.

Konstrukcijos pjūvio geometrinis centras  $x$  ir  $y$  koordinatėms apskaičiuojamas pagal formules:

$$x_C = \frac{\sum S_{yi}}{\sum A_i}; \quad (1.1)$$

$$y_C = \frac{\sum S_{xi}}{\sum A_i}; \quad (1.2)$$

Čia  $x_C$  – geometrinio centro koordinatė pagal  $x$  ašį;

$y_C$  – geometrinio centro koordinatė pagal  $y$  ašį;

$S_x$  – statinis momentas neutraliosios linijos atžvilgiu apie  $y$  ašį;

$S_y$  – statinis momentas neutraliosios linijos atžvilgiu apie  $x$  ašį;

$A$  – plotas.

Kad apskaičiuoti geometrinio centro koordinates, prieš tai apsiskaičiuoju elemento skerspjūvio, esančio žemiau pjūvio statinį momentą, neutralios linijos atžvilgiu, pagal formules:

$$S_{xi} = A_i \cdot y_i; \quad (1.3)$$

$$S_{yi} = A_i \cdot x_i; \quad (1.4)$$

Čia  $x$  – atstumas nuo konstrukcijos dalies centro iki x ašies;  
 $y$  – atstumas nuo konstrukcijos dalies centro iki y ašies.

Apskaičiavę statinį momentą ir suradę geometrinį konstrukcijos centrą, tolimesnių skaičiavimų palengvinimui, apskaičiuojame sluoksnio ašinį standumą  $B$ , pagal šią formulę:

$$B = \sum_{i=1}^n B_i = \sum_{i=1}^n E_i \cdot A_i; \quad (1.5)$$

$$A_i = b_i \cdot h_i. \quad (1.6)$$

Čia  $B$  – sluoksnių ašinis standumas;  
 $b$  – plotis;  
 $h$  – aukštis.

Dviejų sluoksnių konstrukcijoje sluoksniai pagal  $x$  koordinatę yra sudarytas iš dviejų medžiagų, tuomet to sluoksnio standumas yra skaičiuojamas atsižvelgiant į naudojamų medžiagų standumą.  $x_n$  – koordinatė pagal formulę – lygi:

$$x_n = x_E = \frac{S_{yE}}{B} = \frac{\sum S_{yi} \cdot E}{\sum E_i \cdot A_i}; \quad (1.7)$$

Čia  $x_n = x_E$  – standumo centro koordinatė pagal  $x$  ašį.

Suradę medžiagos standumą koordinatėje  $x$ , koordinatę  $y_n$  dviejų sluoksnių konstrukcijai galima apskaičiuoti iš formulės:

$$y_n = y_E = \frac{S_{xE}}{B} = \frac{\sum S_{xi} \cdot E}{\sum E_i \cdot A_i}; \quad (1.8)$$

Čia  $y_n = y_E$  – standumo centro koordinatė pagal  $y$  ašį.

Toliau reikia nustatyti sijos standumą. Kad tai atlikti, pirmiausiai reikia apskaičiuoti sluoksnių skerspjūvių inercijos momentą neutraliojo sluoksnio atžvilgiu.

Esant stačiakampės formos sijos skerspjūvio elementams, i-tojo sluoksnio inercijos momentas yra lygus:

$$I_x = \frac{b_i h_i^3}{12} + h_i b_i \cdot y_i^{*2}; \quad (1.9)$$

$$I_y = \frac{h_i b_i^3}{12} + h_i b_i \cdot x_i^{*2}; \quad (1.10)$$

Čia  $I_x$  – inercijos momentas apie x ašį;

$I_y$  – inercijos momentas apie y ašį.

Kad apskaičiuoti inercijos momentą reikia žinoti kiekvienos konstrukcijos figūros vidurio taško atstumus iki neutraliojo sluoksnio. Nagrinėjamo skerspjūvio vidurio atstumas  $y^*$ ;  $x^*$  iki pjūvio neutralios yra apskaičiuojamas iš lygybių:

$$y^* = y_n - 0,5h_i - \sum_{m=1}^{i-1} h_m; \quad (1.11)$$

$$x^* = x_n - 0,5h_i - \sum_{m=1}^{i-1} h_m; \quad (1.12)$$

Čia  $x_i^*$  – atstumas nuo skaičiuojamojo taško iki neutraliojo sluoksnio;

$y_i^*$  – atstumas nuo skaičiuojamojo taško iki neutraliojo sluoksnio.

Iš šių formulių galime teigti, kad konstrukcinio elemento ekvivalentinis tamprumo modulis lenkiant yra lygus atskirų jį sudarančių elementų tamprumo modulių padaugintų iš šio elemento inercijos momento santykio su visos sijos skerspjūvio inercijos momentų sumai [2].

Apskaičiuojant išcentrinį standumą reikalinga žinoti konstrukcijos pjūvio ploto išcentrinį inercijos momentą, kuris yra lygus x ir y ašių atžvilgių ir šio konstrukcijos pjūvio ploto atstumui iki šių ašių kvadrato sandaugai:

$$I_{x_i y_i} = b_i \cdot h_i \cdot x_i^* \cdot y_i^*. \quad (1.13)$$

Čia  $I_{x_i y_i}$  – išcentrinis inercijos momentas.

Izotopinių sijų tamprumo modulio ir inercijos momento sandauga  $EI$  vadinama sijos standumu lenkimo atveju. Daugiasluoksnėse sijose turėsime analogišką situaciją, tik čia sija sudaryta iš dviejų sluoksnių, kurių kiekvienas turi savąjį standumą  $E_i I_i$ . Visos daugiasluoksnės sijos standumą lenkimo atveju galime gauti iš formulių:

$$D = \sum_{i=1}^n E_i I_i . \quad (1.14)$$

Čia  $D$  – standumas lenkimo atveju.

Tačiau, kad apskaičiuoti konstrukcijos svarbiausių ašių posūkio kampą ir rasti didžiausius normalinius ir tangentinius įtempimus mums reikalinga žinoti ne tik konstrukcijos pjūvio standumą, tačiau ir ašinius standumus, kurie yra apskaičiuojami iš šių formulių:

$$D_x = E_i \cdot I_{xi} ; \quad (1.15)$$

$$D_y = E_i \cdot I_{yi} . \quad (1.16)$$

Čia  $D_x; D_y$  – ašiniai standumai.

Taigi, daugiasluoksnės sijos standumui rasti pakanka apskaičiuoti konstrukcijos kiekvieno sluoksnio inercijos momentus sijos skerspjūvio neutraliosios linijos atžvilgiu ir rasti jų sandaugų tamprumo modulius.

Apskaičiavę pavienių konstrukcijos figūrų ašinius standumus, surandame visos konstrukcijos bendrą ašinių standumų sumą x ir y ašių atžvilgiais:

$$D_x = D_{x1} + D_{x2} + \dots + D_{xi} ; \quad (1.17)$$

$$D_y = D_{y1} + D_{y2} + \dots + D_{yi} . \quad (1.18)$$

Kad apskaičiuoti konstrukcijos svarbiausių ašių posūkio kampą ir rasti didžiausius normalinius ir tangentinius įtempimus mums reikalinga žinoti konstrukcijos pjūvio ašinius standumus, o taip pat ir išcentrinį standumą:

$$D_{xy} = \sum E_i \cdot I_{xyi}. \quad (1.19)$$

Čia  $D_{xy}$  – išcentrinis standumas.

Yra įrodyta, kad sukant svarbiausias ašis, keičiasi inercijos momentas konstrukcijos pjūvyje, todėl egzistuoja toks kampas  $\alpha$ . Taigi pasukus svarbiausias konstrukcijos ašis kampu  $\alpha$ , vienas iš inercijos momentų pasiekia maksimalią, o kitas minimalią reikšmes, nes suma – pastovus dydis [5].

Taigi, žinodami konstrukcijos pjūvio ašinius ir išcentrinius standumus ekstremalias reikšmes gausime suradę kampą  $\alpha$  pagal šią formulę:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2D_{xy}}{D_y - D_x}. \quad (1.20)$$

Čia  $\alpha$  – jėgų kampas su savosiomis ašimis arba savų ašių posūkio kampas.

## 1.2. Sijų stiprumo skaičiavimai

Esant grynajam lenkimui, sijos skerspjūvyje veikia tik viena įraža – lenkimo momentas, kurį turi atsverti vidinių jėgų atstojamasis momentas skerspjūvio svorio centro atžvilgiu. Tokį momentą gali sudaryti tik pjūvyje veikiančios normalinės jėgos, kurių intensyvumas yra normalinis momentas  $\sigma$  [5].

Kad apskaičiuoti normalinių įtempimų dydžius sijos skerspjūvio taškuose, reikalinga žinoti svarbiausių ašių posūkio kampą ir koks momentas veikia sija. Momentą galima rasti iš sandaugos, jėgos - kuria apkrauta sija ir peties - kuriuo veikia jėga:

$$M = F \cdot l. \quad (2.1)$$

Siją apkrauname atskirai atvejais  $x$  ir  $y$  ašių kryptimis.

Kad surasti didžiausius ir mažiausius normalinius įtempimus reikalinga vadovautis šiomis formulėmis:

$$\sigma_{xi} = \frac{M}{D_{xy}} y_i^* \cdot E_i \quad (2.2)$$

$$\sigma_{yi} = \frac{M}{D_{xy}} x_i^* \cdot E_i \quad (2.3)$$

Čia  $\sigma_{xi}$  – normalinis įtempimas, kai momentas pridėtas x ašyje;  
 $\sigma_{yi}$  – normalinis įtempimas, kai momentas pridėtas y ašyje.

Galima teigti, jog palyginus normalinių įtempimų nustatymo bet kuriame daugiasluoksnės lenkimo sijos sluoksnyje su įtempimais izotropinėje medžiagoje matome, kad daugiasluoksnės sijos atveju įprastinėje įtempimų skerspjūvio inercijos momento  $I$  vietoje naudojama kita skerspjūvio charakteristika – sijos standumas  $D$  ir dar dauginama iš sluoksnio tamprumo modulio.

Skersinio lenkimo atveju, sijos pjūviuose veikia lenkimo ir skersinės įrašos, ko pasėkoje jos skerspjūvyje atsiranda ne tik normaliniai bet ir tangentiniai įtempimai, kuriuos galima paskaičiuoti iš formulės:

$$\tau_{xy} = \frac{Q_x}{D} \cdot \frac{|C_{(y)}|}{b_{(y)}} \quad (2.4)$$

Čia  $Q$  – skersinė jėga veikianti skerspjūvyje;  
 $b_{(y)}$  – sluoksnio, kuriame skaičiuojamas įtempimas, plotis;  
 $C_{(y)}$  – ekvivalentinis statinis momentas iki nagrinėjamo sluoksnio.

$$C_{(y)} = \sum_{i=1}^m E_i \cdot S_i \quad (2.5)$$

Čia  $m$  – pjūvio sluoksnių skaičius.

### 1.3. Tyrimo objektas

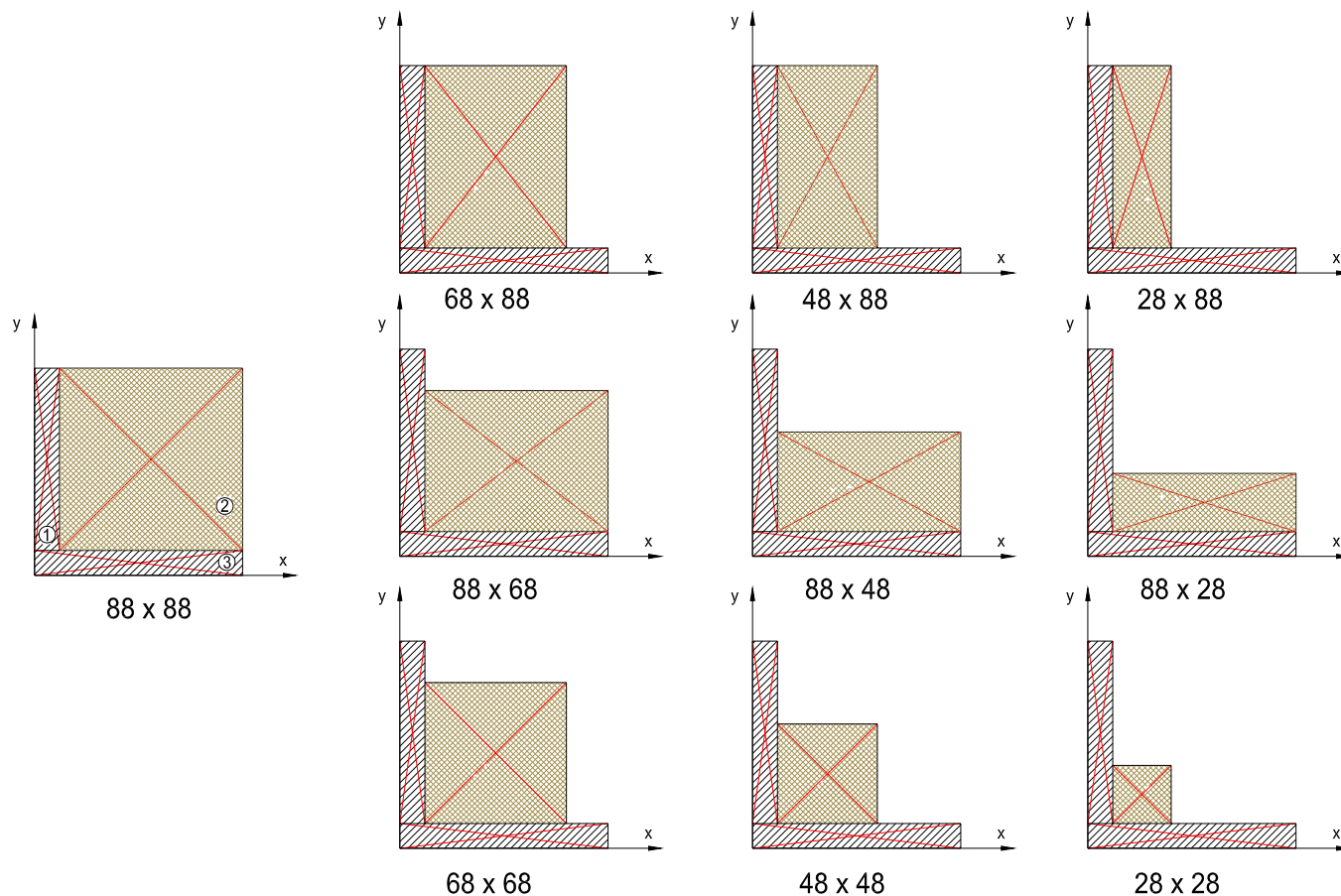
Gaminant įvairios paskirties gaminius bei konstrukcinius elementus, vis plačiau naudojamos naujausios kompozicinės medžiagos – stiklo, anglies ar boro plastikai- taip pat kitos medžiagos, turinčios ryškių anizotropinių savybių.

Tyrimui atlikti, aš pasirinkau daugiasluoksnę konstrukciją, kurią sudaro lygiašonis kampuočiai

**(Kronš.)** ir užpildas: anglies plastikas **(A.p.)** arba stiklo plastikas **(S.p.)**:

- Lygiašonis kampuotis GOST 8509-72 100x100x12, kurio  $E = 208\text{GPa}$ . **(Kronš.)**.
- Anglies plastiko arba stiklo plastiko užpildas:  $E = 60\text{GPa}$ . **(A.p.)**;  $E = 20\text{GPa}$ . **(S.p.)**.

Su šiomis skirtingomis medžiagomis kampučio profilis bus užpildomas skirtingai. (**žr. 1.1 pav.**).



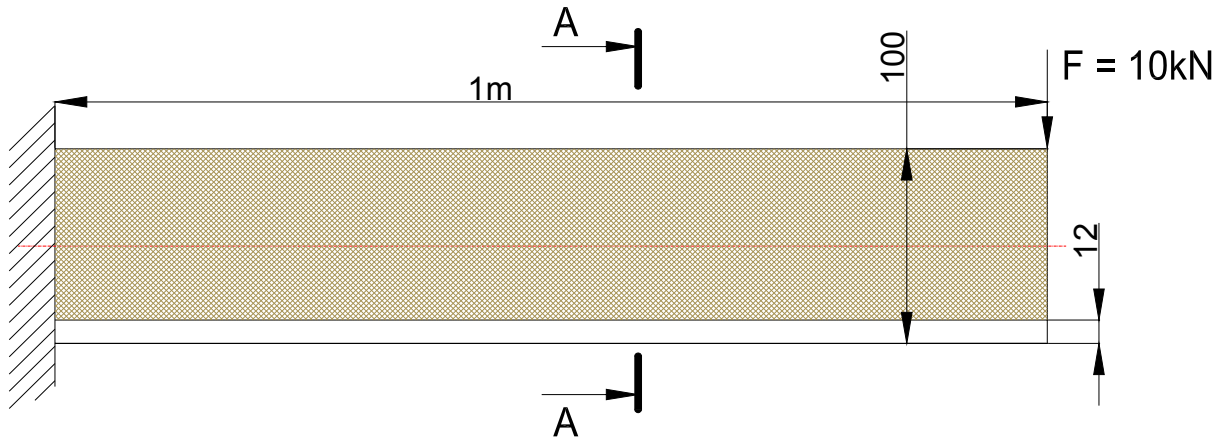
**1.1 pav.** Kampučio užpildymo būdai.

**1.1 lentelė**

**Kampučio priklausomybė nuo užpildų (A.p.) ir (S.p.) matmenų**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
88 x 88	68 x 88	48 x 88	28 x 88	88 x 68	88 x 48	88 x 28	68 x 68	48 x 48	28 x 28

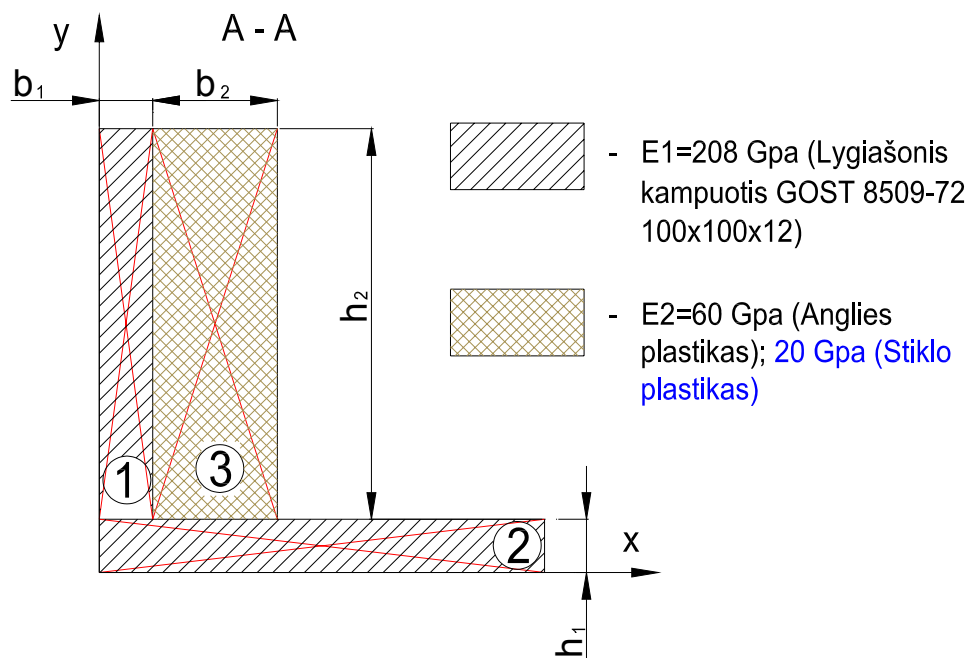
Tolimesnius skaičiavimus aš apskaičiuosiu tik konstrukcijoms, kurių kampočio užpildas bus užpildomas matmenimis – 28 x 88 su abejomis medžiagomis (A.p.) ir (S.p.), kad galėtumėme palyginti, kaip kinta gauti duomenis. Likusius skaičiavimus atliksiu su **Excel** programa ir gautus rezultatus pateiksiu lentelėse, bei išreikšiu grafiškai.



1.2 pav. Daugiasluoksnė konstrukcija.

Daugiasluoksnės konstrukcijos ilgis:  $l = 1\text{m}$ , ir ji lenkiama jėga:  $F = 10\text{kN}$ .

Tolimesniems skaičiavimas atlikti aš daugiasluoksnės konstrukcijos skersinį pjūvį sudalinu į tris taisyklingas figūras ir susirandu jų centro koordinatas (žr. 1.3 pav.).



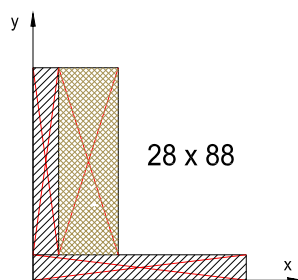
1.3 pav. Daugiasluoksnės konstrukcijos skersinis pjūvis.



## 2 Dviejų sluoksnių sijų standumo tyrimas

### 2.1. Geometrinių $x_c, y_c$ ir standumo $x_n, y_n$ centrų kitimas

Pirmiausia pateikiu, detaliai parodyto (2.1 pav.) sijos skerspjūvio, užpildytos anglies ir stiklo plastikais, geometrinių ir standumo centrų skaičiavimus, o kitų konstrukcijų gautus duomenis pateikiu 2.1 lentelėje.



2.1 pav. Daugiasluoksnės konstrukcijos 28 x 88 skersinis pjūvis.

Sustatęs žinomas reikšmes į (1.3) ir (1.4) formules apskaičiuoju šios konstrukcijos tipo statinius momentus, o vėliau ir konstrukcijos geometrinius centrus:

(A.p.)

$$S_{x1} = 1056 \cdot 56 = 59136,$$

$$S_{x2} = 1200 \cdot 6 = 7200,$$

$$S_{x3} = 2464 \cdot 56 = 137984.$$

$$S_{y1} = 1056 \cdot 6 = 6336,$$

$$S_{y2} = 1200 \cdot 50 = 60000,$$

$$S_{y3} = 2464 \cdot 26 = 64064.$$

$$x_c = \frac{6336 + 60000 + 60644}{1056 + 1200 + 2464} = 27.63.$$

$$y_c = \frac{59136 + 7200 + 137984}{1056 + 1200 + 2464} = 43.29;$$

(S.p.)

$$S_{x1} = 1056 \cdot 56 = 59136,$$

$$S_{x2} = 1200 \cdot 6 = 7200,$$

$$S_{x3} = 2464 \cdot 56 = 137984.$$

$$S_{y1} = 1056 \cdot 6 = 6336,$$

$$S_{y2} = 1200 \cdot 50 = 60000,$$

$$S_{y3} = 2464 \cdot 26 = 64064.$$

$$x_c = \frac{6336 + 60000 + 60644}{1056 + 1200 + 2464} = 27.63.$$

$$y_c = \frac{59136 + 7200 + 137984}{1056 + 1200 + 2464} = 43.29;$$

Apsiskaičiuoju sluoksnių ašiniį standumą pagal **(1.5)** formulę:

(A.p.)

(S.p.)

$$B = (1056 \cdot 10^{-6} \cdot 208 \cdot 10^{11}) + (1200 \cdot 10^{-6} \cdot 208 \cdot 10^{11}) + (2464 \cdot 10^{-6} \cdot 60 \cdot 10^{11}) = 617088 \cdot 10^5 N.$$

$$B = (1056 \cdot 10^{-6} \cdot 208 \cdot 10^{11}) + (1200 \cdot 10^{-6} \cdot 208 \cdot 10^{11}) + (2464 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^{11}) = 518528 \cdot 10^5 N.$$

Iš ankstesnių skaičiavimų žinant visus davinius, juos susistatau į **(1.7)** ir **(1.8)** formules ir apskaičiuoju visoms konstrukcijoms standumo centro koordinatas:

(A.p.)

(S.p.)

$$x_n = x_E = \frac{17641728 \cdot 10^5}{617088 \cdot 10^5} = 28.59.$$

$$x_n = x_E = \frac{15079168 \cdot 10^5}{518528 \cdot 10^5} = 29.08.$$

$$y_n = y_E = \frac{22076928}{617088} = 35.78.$$

$$y_n = y_E = \frac{16557568 \cdot 10^5}{518528 \cdot 10^5} = 31.93.$$

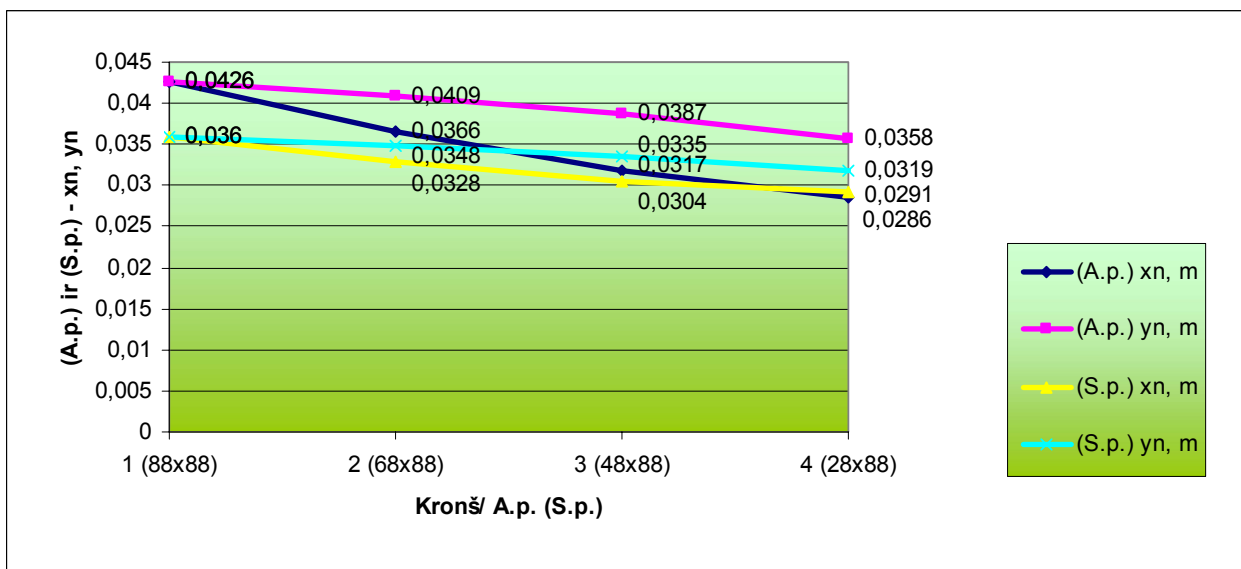
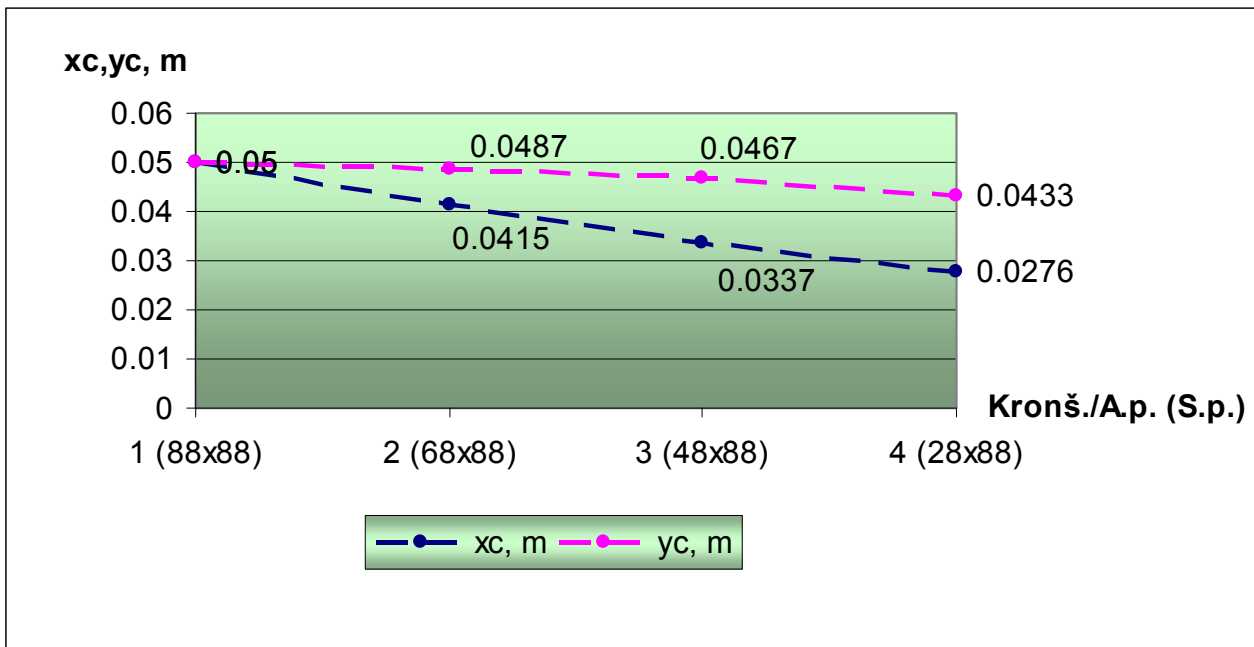
Konstrukcijų pjūvių geometrinių  $x_c$ ,  $y_c$  ir standumo  $x_n$ ,  $y_n$  centrų skaičiavimo rezultatai (Exel programa) pateikti **2.1 lentelėje**, kuomet Kronš. plotis nesikeičia, o A.p. ir S.p. plotis yra kintamas:

**2.1 lentelė**

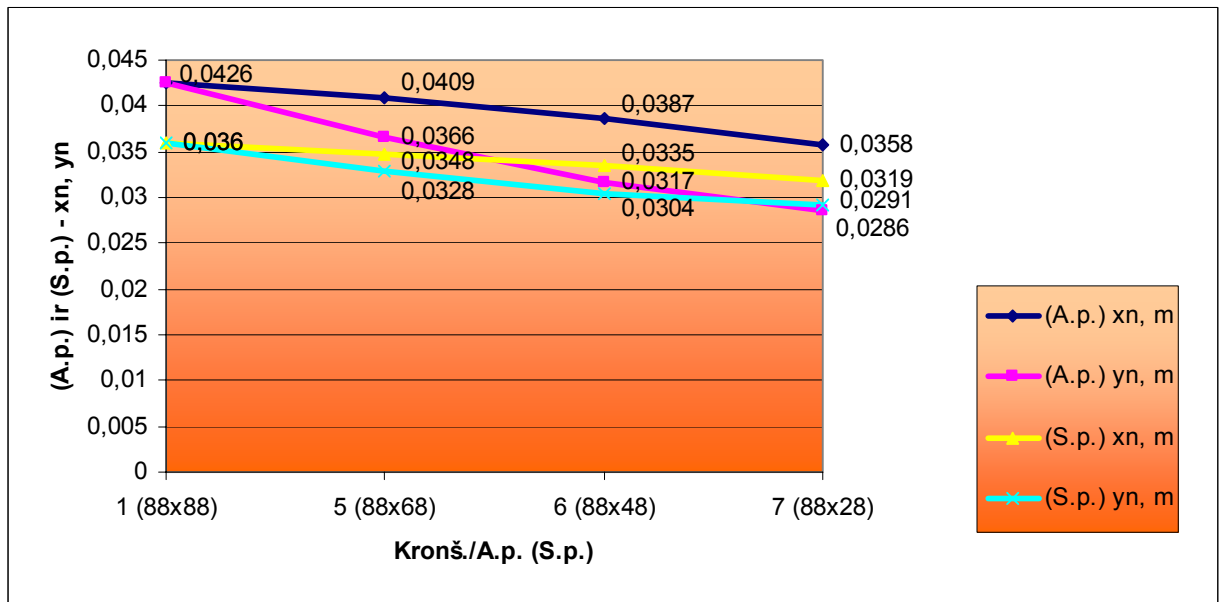
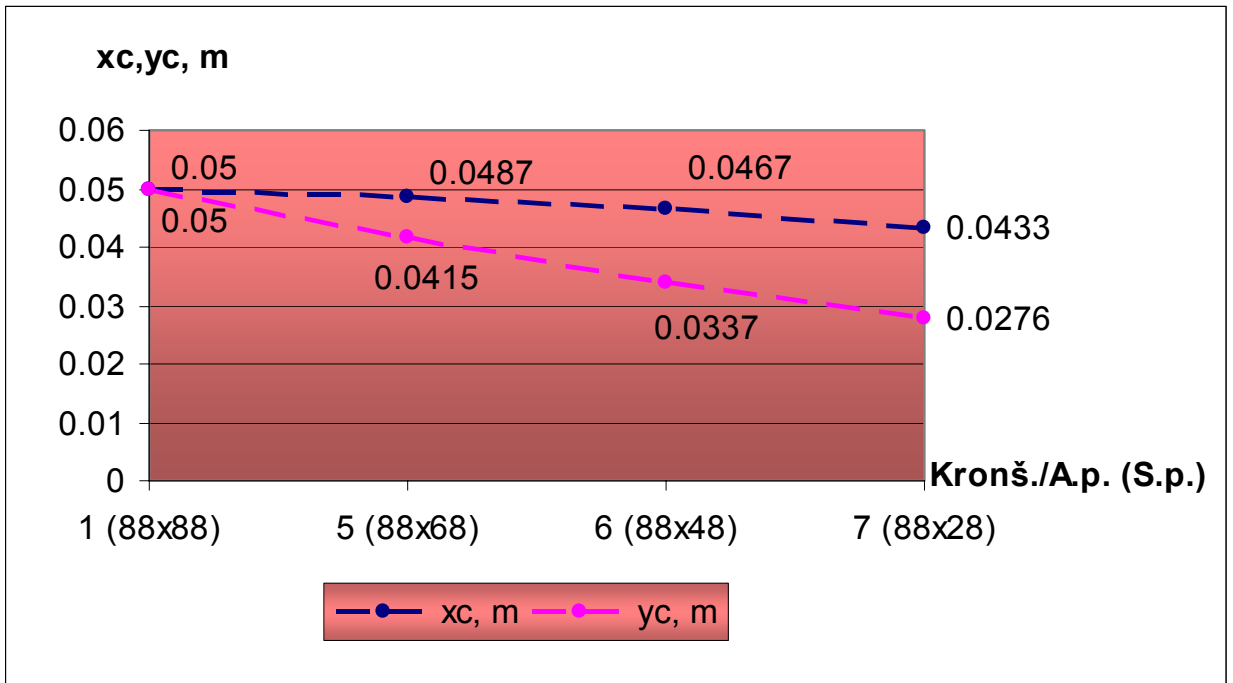
**Konstrukcijų pjūvių geometrinių ir standumų centrų skaičiavimo rezultatai**

Kronš./A.p.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(S.p.)	(88x88)	(68x88)	(48x88)	(28x88)	(88x68)	(88x48)	(88x28)	(68x68)	(48x48)	(28x28)
$x_c$ , m	0.05	0.0415	0.0337	0.0276	0.0487	0.0467	0.0433	0.0406	0.0327	0.0285
$y_c$ , m	0.05	0.0487	0.0467	0.0433	0.0415	0.0337	0.0276	0.0406	0.0327	0.0285
(A.p.) $x_n$ , m	0.0426	0.0366	0.0317	0.0286	0.0409	0.0387	0.0358	0.0356	0.0309	0.0291
(A.p.) $y_n$ , m	0.0426	0.0409	0.0387	0.0358	0.0366	0.0317	0.0286	0.0356	0.0309	0.0291
(S.p.) $x_n$ , m	0.036	0.0328	0.0304	0.0291	0.0348	0.0335	0.0319	0.0321	0.03	0.0293
(S.p.) $y_n$ , m	0.036	0.0348	0.0335	0.0319	0.0328	0.0304	0.0291	0.0321	0.03	0.0293

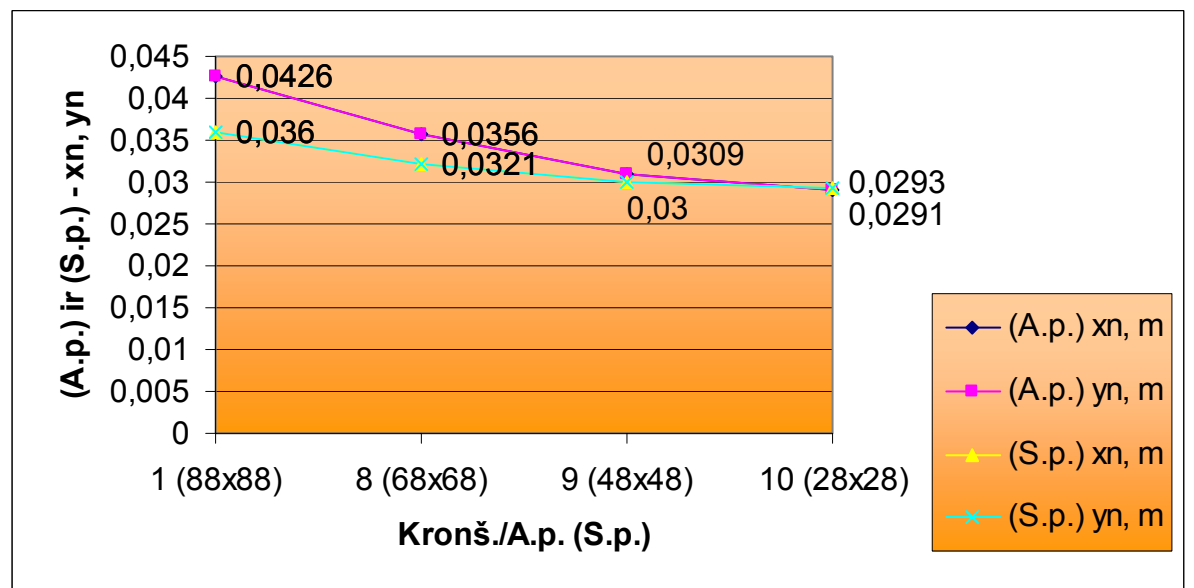
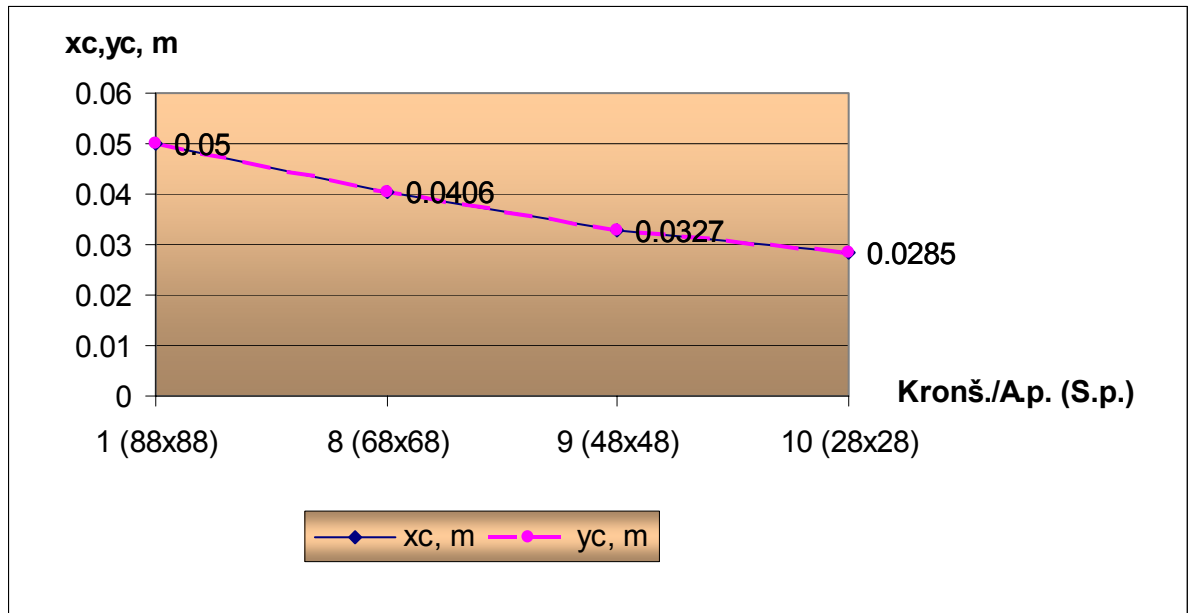
Lentelės duomenis išreikšiu grafiškai (žr. 2.2 pav.).



**a**

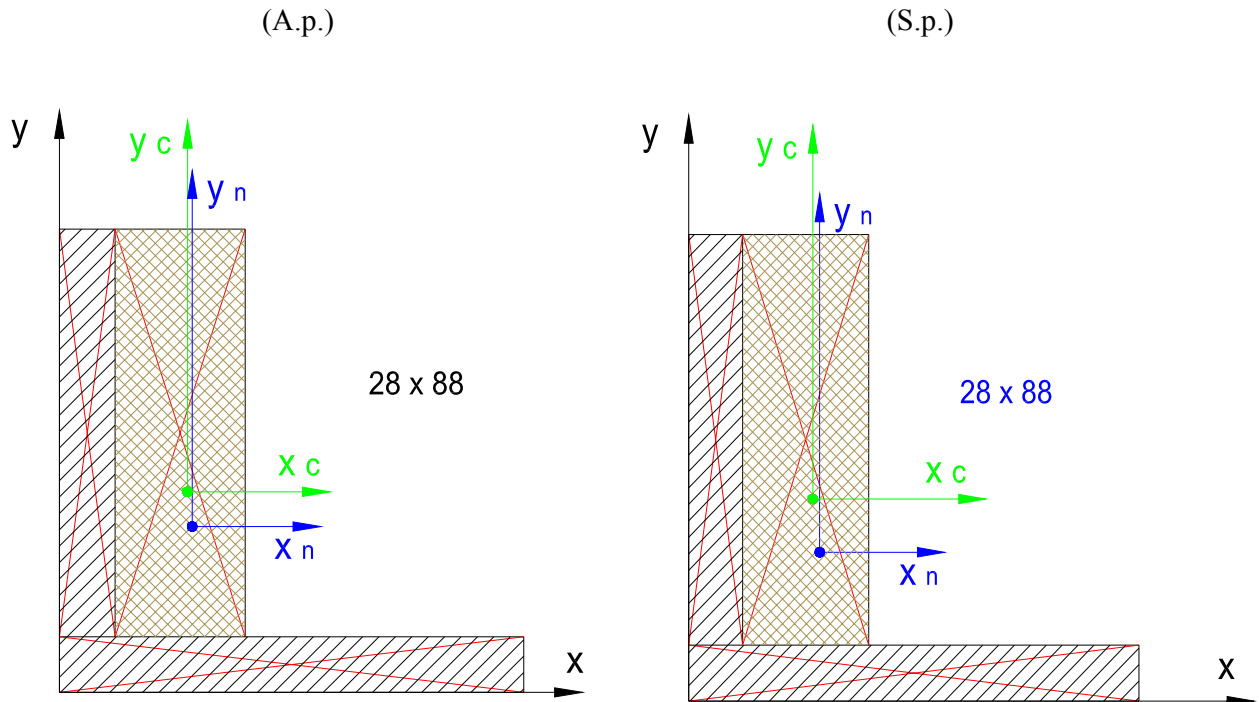


**b**



c

2.2 pav. Geometrinių  $x_c, y_c$  ir standumo  $x_n, y_n$  centrų ašių padėties priklausomybės nuo santykių: Kronš./A.p. ir S.p.: (a – kampuočio užpildymas stačiakampiu vertikaliai; b – kampuočio užpildymas stačiakampiu horizontaliai; c – kampuočio užpildymas kvadratu).

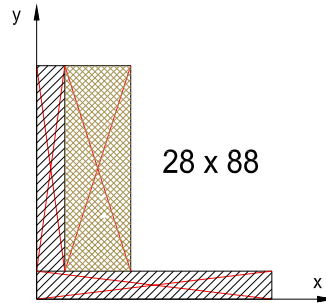


**2.3 pav.** Daugiasluoksnių konstrukcijų skersiniai pjūviai su geometrinių centrų ir standumo centrų ašių padėtimis.

Iš gautų rezultatų galima pastebėti, kad priklausomai nuo kampočio užpildo medžiagos tamprumo modulio, geometriniai kampų centrai išlieka tame pačiame koordinatės taške (kampuočio užpildymas kitomis medžiagomis lygiai toks pat). Tačiau standumo centrų koordinatės taškas pasislenka. Kai santykis tarp medžiagų tamprumo modulių yra nedidelis standumo taškas juda nepastebimai nuo geometrinio centro taško, tačiau jei santykis didelis tuomet ir koordinatės taškų atstumas kintant užpildui didėja sparčiau. Atstumas tarp geometrinių ir standumo centrų tampa didžiausias, kai kampočio yra užpildomas pilnumoje, o mažiausias, kai kampočio užpildymas kita medžiaga artėja prie nulio. Standumo centras priklausomai nuo kampočio užpildo medžiagos taip pat slenkasi atitinkamai: užpildant vertikaliu stačiakampiu - slenka x ašimi į dešinę, horizontaliu stačiakampiu - slenka y ašimi aukštyn, o kvadratu artėja prie geometrinio centro (**žr. 2.7 pav. ir 2.8 pav.**). Be to, iš grafikų kreivių judėjimo, galima pastebėti, jog užpildui artėjant prie minimumo, konstrukcijos standumo ir geometriniai centrai artėja prie standartinio kampočio centrų, iš to galime teigti, kad skaičiavimai yra logiški (**žr. 2.2 pav.**).

## 2.2. Ašinių inercijų momentų kitimas

Kad apsiskaičiuoti inercijos momentą, (2.1 pav.)



detaliai parodyto sijos skerspjūvio, užpildyto anglies ir stiklo plastikais, pirmiausiai reikia rasti atstumus nuo skaičiuojamojo taško iki neutralių sluoksnių  $x$  ir  $y$  kryptimis. Šiuos rezultatus gaunu atlikęs skaičiavimus su (1.11) ir (1.12) formulėmis:

(A.p.)

$$y_1^* = 35.78 - 44 - 12 = 20.22;$$

$$y_2^* = 35.78 - 6 = -29.78;$$

$$y_3^* = 35.78 - 44 - 12 = 20.22.$$

$$x_1^* = 28.59 - 6 = -22.59;$$

$$x_2^* = 28.59 - 50 = 21.41;$$

$$x_3^* = 28.59 - 12 - 14 = -2.59.$$

(S.p.)

$$y_1^* = 31.93 - 44 - 12 = 24.07;$$

$$y_2^* = 31.93 - 6 = -25.93;$$

$$y_3^* = 31.93 - 44 - 12 = 24.07.$$

$$x_1^* = 29.08 - 6 = -23.08;$$

$$x_2^* = 29.08 - 50 = 20.92;$$

$$x_3^* = 29.08 - 12 - 14 = -3.08.$$

Gautus rezultatus sustatau į (1.9) ir (1.10) formules gauname:

(A.p.)

$$I_{x1} = \frac{0.012 \cdot 0.088^3}{12} + 0.012 \cdot 0.088 \cdot 0.0202^2 =$$

$$= 1113.4 \cdot 10^{-9} m^4;$$

$$I_{x2} = \frac{0.1 \cdot 0.012^3}{12} + 0.1 \cdot 0.012 \cdot (-0.0298)^2 =$$

$$= 1078.3 \cdot 10^{-9} m^4;$$

$$I_{x3} = \frac{0.028 \cdot 0.088^3}{12} + 0.028 \cdot 0.088 \cdot 0.0202^2 =$$

$$= 2597.9 \cdot 10^{-9} m^4.$$

$$I_{y1} = \frac{0.088 \cdot 0.012^3}{12} + 0.088 \cdot 0.012 \cdot (-0.0226)^2 =$$

$$= 551.5 \cdot 10^{-9} m^4;$$

$$I_{y2} = \frac{0.012 \cdot 0.1^3}{12} + 0.012 \cdot 0.1 \cdot 0.0214^2 =$$

$$= 1550.1 \cdot 10^{-9} m^4;$$

$$I_{y3} = \frac{0.088 \cdot 0.028^3}{12} + 0.088 \cdot 0.028 \cdot (-0.0026)^2 =$$

$$= 177.5 \cdot 10^{-9} m^4.$$

(S.p.)

$$I_{x1} = \frac{0.012 \cdot 0.088^3}{12} + 0.012 \cdot 0.088 \cdot 0.0241^2 =$$

$$= 1293.2 \cdot 10^{-9} m^4;$$

$$I_{x2} = \frac{0.1 \cdot 0.012^3}{12} + 0.1 \cdot 0.012 \cdot (-0.0259)^2 =$$

$$= 821.4 \cdot 10^{-9} m^4;$$

$$I_{x3} = \frac{0.028 \cdot 0.088^3}{12} + 0.028 \cdot 0.088 \cdot 0.0241^2 =$$

$$= 3017.4 \cdot 10^{-9} m^4.$$

$$I_{y1} = \frac{0.088 \cdot 0.012^3}{12} + 0.088 \cdot 0.012 \cdot (-0.0231)^2 =$$

$$= 575.2 \cdot 10^{-9} m^4;$$

$$I_{y2} = \frac{0.012 \cdot 0.1^3}{12} + 0.012 \cdot 0.1 \cdot 0.0209^2 =$$

$$= 1525.1 \cdot 10^{-9} m^4;$$

$$I_{y3} = \frac{0.088 \cdot 0.028^3}{12} + 0.088 \cdot 0.028 \cdot (-0.0031)^2 =$$

$$= 184.4 \cdot 10^{-9} m^4.$$

Konstrukcijų pjūvių ašinių inercijos momentų –  $I_x$ ,  $I_y$ , skaičiavimo rezultatai (Exel programa) pateikti **2.2 lentelėje**, kuomet Kronš. plotis nesikeičia, o A.p. ir S.p. plotis yra kintamas:



## Konstrukcijų pjūvių ašinių inercijos momentų skaičiavimo rezultatai

Kronš./A.p.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(S.p.)	(88x88)	(68x88)	(48x88)	(28x88)	(88x68)	(88x48)	(88x28)	(68x68)	(48x48)	(28x28)
(A.p.) $I_x$	$8.8 \cdot 10^6$	$7.6 \cdot 10^6$	$6.2 \cdot 10^6$	$4.7 \cdot 10^6$	$50 \cdot 10^6$	$3 \cdot 10^6$	$2.2 \cdot 10^6$	$4.4 \cdot 10^6$	$2.6 \cdot 10^6$	$2.2 \cdot 10^6$
(A.p.) $I_y$	$8.8 \cdot 10^6$	$5 \cdot 10^6$	$3 \cdot 10^6$	$2.2 \cdot 10^6$	$7.6 \cdot 10^6$	$6.2 \cdot 10^6$	$4.7 \cdot 10^6$	$4.4 \cdot 10^6$	$2.6 \cdot 10^6$	$2.2 \cdot 10^6$
(S.p.) $I_x$	$10 \cdot 10^6$	$8.7 \cdot 10^6$	$7 \cdot 10^6$	$5.1 \cdot 10^6$	$4.8 \cdot 10^6$	$2.6 \cdot 10^6$	$2.1 \cdot 10^6$	$5.5 \cdot 10^6$	$3 \cdot 10^6$	$2.3 \cdot 10^6$
(S.p.) $I_y$	$10 \cdot 10^6$	$4.8 \cdot 10^6$	$2.6 \cdot 10^6$	$2.1 \cdot 10^6$	$8.7 \cdot 10^6$	$7 \cdot 10^6$	$5.1 \cdot 10^6$	$5.5 \cdot 10^6$	$3 \cdot 10^6$	$2.3 \cdot 10^6$

Apskaičiuoju išcentrinis inercijos momentus pagal (1.13) formulę:

(A.p.)

$$I_{x_1y_1} = 0.012 \cdot 0.088 \cdot (-0.0226) \cdot 0.0202 = -482.4 \cdot 10^{-9} m^4;$$

$$I_{x_2y_2} = 0.1 \cdot 0.012 \cdot 0.0214 \cdot (-0.0298) = -765 \cdot 10^{-9} m^4;$$

$$I_{x_3y_3} = 0.028 \cdot 0.088 \cdot (-0.0026) \cdot 0.0202 = -129 \cdot 10^{-9} m^4;$$

(S.p.)

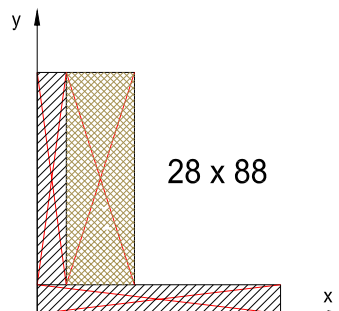
$$I_{x_1y_1} = 0.012 \cdot 0.088 \cdot (-0.0231) \cdot 0.0241 = -586.6 \cdot 10^{-9} m^4;$$

$$I_{x_2y_2} = 0.1 \cdot 0.012 \cdot 0.0209 \cdot (-0.0259) = -651 \cdot 10^{-9} m^4;$$

$$I_{x_3y_3} = 0.028 \cdot 0.088 \cdot (-0.0031) \cdot 0.0241 = -182.7 \cdot 10^{-9} m^4;$$

2.3. Ašinių ir išcentrinų standumų  $D$  kitimas

Ašinių ir išcentrinų standumų skaičiavimus taip pat atlieku tik konstrukcijai pateiktai (2.1 pav.) likusių konstrukcijų skaičiavimo rezultatus pateikiu 2.3 ir 2.4 lentelėse.



Iš (1.15) ir (1.16) formulių apskaičiuoju ašinius standumus x ir y ašims:

(A.p.)

$$D_{x1} = 208 \cdot 10^9 \cdot 1113.4 \cdot 10^{-9} = 231.6 \text{ kNm}^2;$$

$$D_{x2} = 208 \cdot 10^9 \cdot 1078.3 \cdot 10^{-9} = 224.3 \text{ kNm}^2;$$

$$D_{x3} = 60 \cdot 10^9 \cdot 2597.9 \cdot 10^{-9} = 155.9 \text{ kNm}^2;$$

$$D_{y1} = 208 \cdot 10^9 \cdot 551.5 \cdot 10^{-9} = 144.7 \text{ kNm}^2;$$

$$D_{y2} = 208 \cdot 10^9 \cdot 1550.1 \cdot 10^{-9} = 322.4 \text{ kNm}^2;$$

$$D_{y3} = 60 \cdot 10^9 \cdot 177.5 \cdot 10^{-9} = 10.6 \text{ kNm}^2;$$

(S.p.)

$$D_{x1} = 208 \cdot 10^9 \cdot 1293.2 \cdot 10^{-9} = 269 \text{ kNm}^2;$$

$$D_{x2} = 208 \cdot 10^9 \cdot 821.4 \cdot 10^{-9} = 170.8 \text{ kNm}^2;$$

$$D_{x3} = 20 \cdot 10^9 \cdot 3017.4 \cdot 10^{-9} = 60.3 \text{ kNm}^2;$$

$$D_{y1} = 208 \cdot 10^9 \cdot 575.2 \cdot 10^{-9} = 119.6 \text{ kNm}^2;$$

$$D_{y2} = 208 \cdot 10^9 \cdot 1525.1 \cdot 10^{-9} = 317.2 \text{ kNm}^2;$$

$$D_{y3} = 20 \cdot 10^9 \cdot 184.4 \cdot 10^{-9} = 3.7 \text{ kNm}^2;$$

Apskaičiavęs pavienių konstrukcijos figūrų ašinius standumus, surandu visos konstrukcijos bendrą ašinių standumų sumą x ir y ašių atžvilgiais.

$$\begin{aligned} D_x &= D_{x1} + D_{x2} + D_{x3} = \\ &= 231.6 + 224.3 + 155.9 = 611.8 \text{ kNm}^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_x &= D_{x1} + D_{x2} + D_{x3} = \\ &= 269 + 170.8 + 60.3 = 500.2 \text{ kNm}^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_y &= D_{y1} + D_{y2} + D_{y3} = \\ &= 144.7 + 322.4 + 10.6 = 447.8 \text{ kNm}^2; \end{aligned}$$

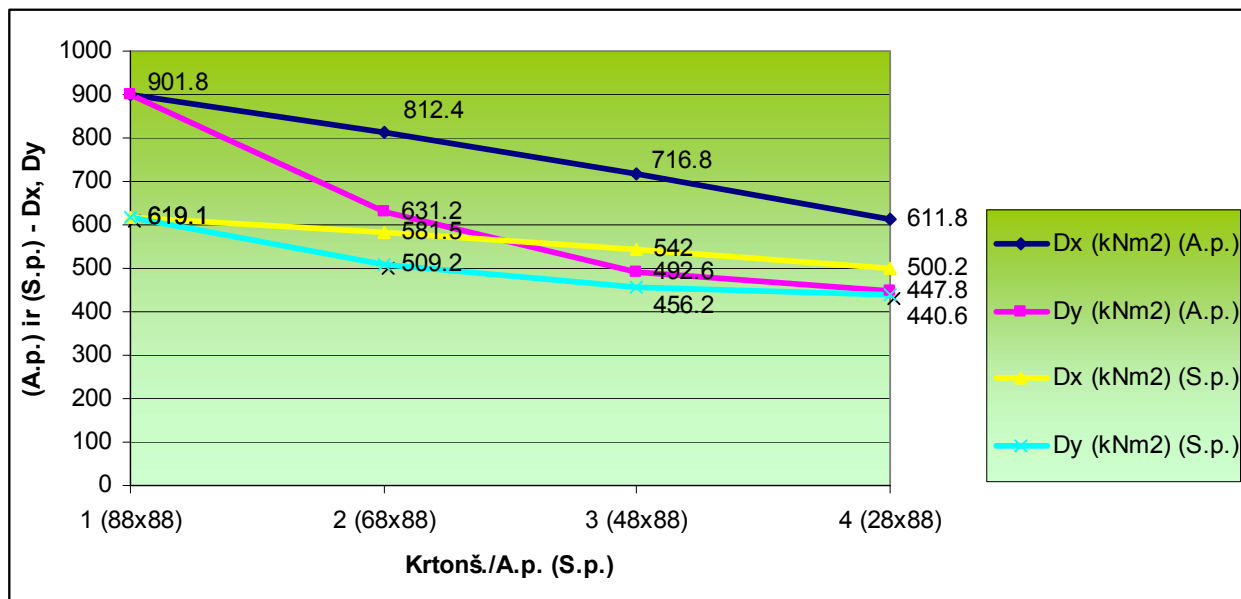
$$\begin{aligned} D_y &= D_{y1} + D_{y2} + D_{y3} = \\ &= 119.6 + 317.2 + 3.7 = 440.6 \text{ kNm}^2; \end{aligned}$$

Konstrukcijų pjūvių ašinių standumų –  $D_x$  ir  $D_y$  skaičiavimo rezultatai (Exel programa) pateikti **2.3 lentelėje**, kuomet sluoksnio Kronš. plotis nesikeičia, o A.p. ir S.p. plotis yra kintamas:

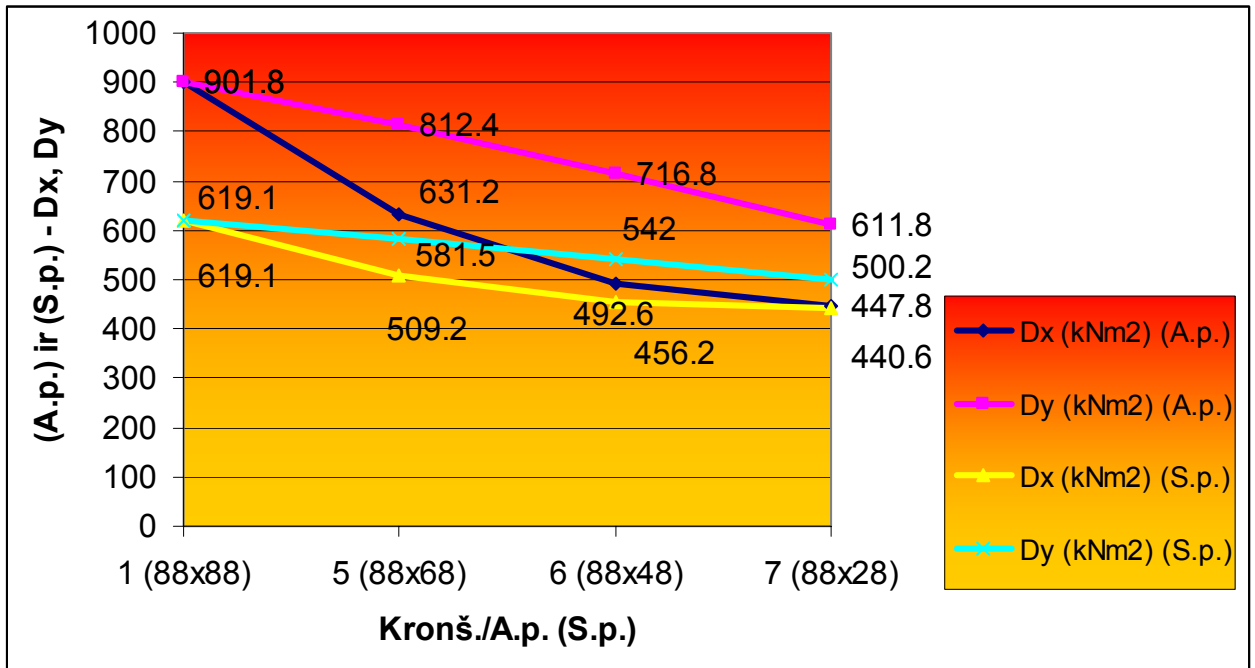
## Konstrukcijų pjūvių ašinių standumų skaičiavimo rezultatai

Kronš./A.p. (S.p.)	1 (88x88)	2 (68x88)	3 (48x88)	4 (28x88)	5 (88x68)	6 (88x48)	7 (88x28)	8 (68x68)	9 (48x48)	10 (28x28)
$D_x$ (kNm <sup>2</sup> ) (A.p.)	901.8	812.4	716.8	611.8	631.2	492.6	447.8	591.8	468	440.4
$D_y$ (kNm <sup>2</sup> ) (A.p.)	901.8	631.2	492.6	447.8	812.4	716.8	611.8	591.8	468	440.4
$D_x$ (kNm <sup>2</sup> ) (S.p.)	619.1	581.5	542	500.2	509.2	456.2	440.6	493.7	447.5	438
$D_y$ (kNm <sup>2</sup> ) (S.p.)	619.1	509.2	456.2	440.6	581.5	542	500.2	493.7	447.5	438

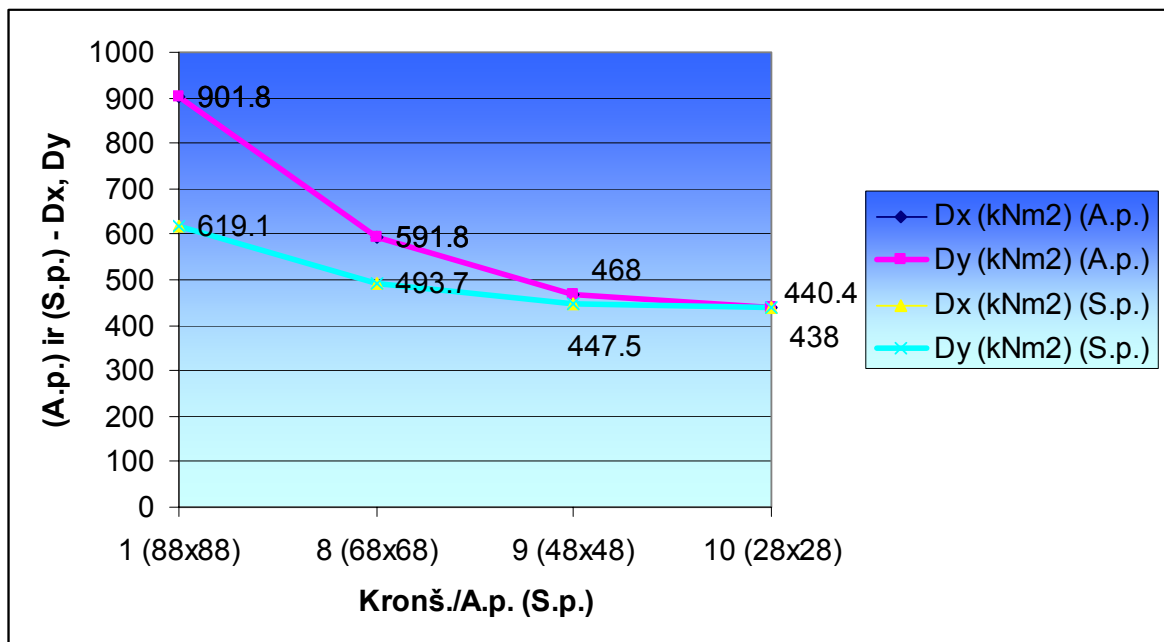
Lentelės duomenis išreiškiu grafiškai (žr. 2.4 pav.).



**a**



**b**



**c**

**2.4 pav.** Konstrukcijų pjūvių ašinių standumų –  $D_x$  ir  $D_y$  priklausomybės nuo santykių: Kronš./A.p. ir S.p. .: (a – kampuočio užpildymas stačiakampiu vertikaliai; b – kampuočio užpildymas stačiakampiu horizontaliai; c – kampuočio užpildymas kvadratu).

Iš gautų rezultatų galima teigti, jog ašiniai standumai priklauso nuo konstrukcijos pridėtinės medžiagos tamprumo modulio ir kampuočio užpildymo pobūdžio. Kai pridėtinės medžiagos tamprumo modulis yra didelis mažėjant kampuočio užpildimui (vertikaliam stačiakampiui) ašies y standumo kreivė leidžiasi labai sparčiai žemyn, o medžiagos su mažesnio tamprumo moduliui lėčiau. Jei kampuočio užpildymą keisime (horizontaliu stačiakampio) mažėjimu tuomet rezultatai turėsime atvirkščiai (vertikaliam stačiakampiui). O mažėjant (kvadrato) užpildimui x ir y kreivės juda vienoda kreive, tik medžiagos su mažesniu tamprumo moduliui kreivė juda ne taip staigiai žemyn kaip medžiagos su didesniu tamprumo moduliui.

Apsiskaičiuoju išcentrinus standumus ir nubraižau priklausomybės grafikus:

(A.p.)

(S.p.)

$$D_{xy} = \sum E_i \cdot I_{xyi} = 208 \cdot 10^9 \cdot (-482.4) \cdot 10^{-9} + 208 \cdot 10^9 \cdot (-765) \cdot 10^{-9} + 60 \cdot 10^9 \cdot (-129) \cdot 10^{-9} = -267213 Nm^2 = -267.2 kNm^2.$$

$$D_{xy} = \sum E_i \cdot I_{xyi} = 208 \cdot 10^9 \cdot (-586.6) \cdot 10^{-9} + 208 \cdot 10^9 \cdot (-651) \cdot 10^{-9} + 20 \cdot 10^9 \cdot (-182.7) \cdot 10^{-9} = -261072 Nm^2 = -261.1 kNm^2.$$

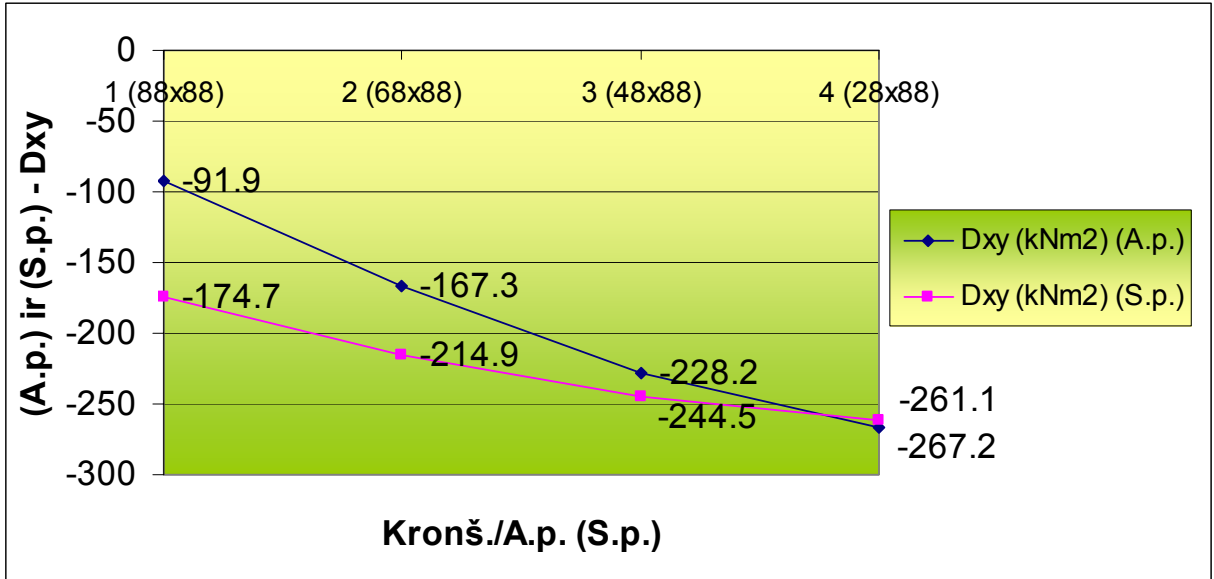
Konstrukcijų pjūvių išcentrinų standumų –  $D_{xy}$  skaičiavimo rezultatai (Exel programa) pateikti **2.4 lentelėje**, kuomet sluoksnio Kronš. plotis nesikeičia, o A.p. ir S.p. plotis yra kintamas:

**2.4 lentelė**

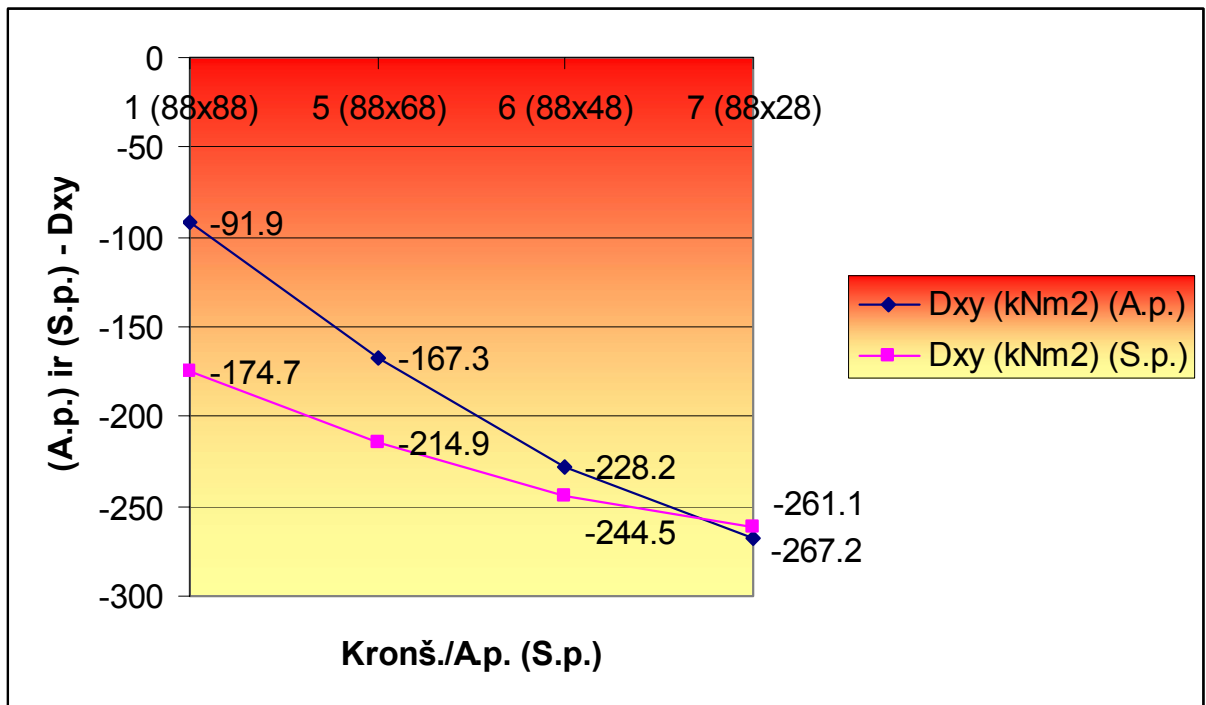
**Konstrukcijų pjūvių išcentrinų standumų skaičiavimo rezultatai**

Kronš./A.p. (S.p.)	1 (88x88)	2 (68x88)	3 (48x88)	4 (28x88)	5 (88x68)	6 (88x48)	7 (88x28)	8 (68x68)	9 (48x48)	10 (28x28)
$D_{xy}$ (kNm <sup>2</sup> ) (A.p.)	-91.9	-167.3	-228.2	-267.2	-167.3	-228.2	-267.2	-209	-252.4	-256.5
$D_{xy}$ (kNm <sup>2</sup> ) (S.p.)	-174.7	-214.9	-244.5	-261.1	-214.9	-244.5	-261.1	-235.8	-255.2	-256.9

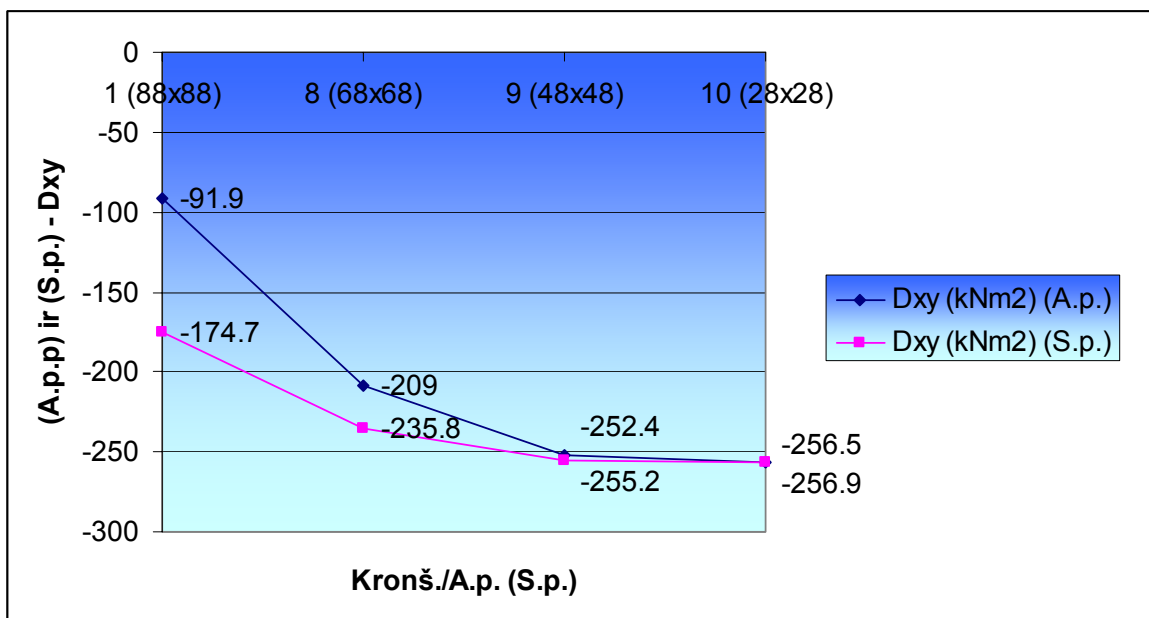
Lentelės duomenis išreiškiu grafiškai (žr. 2.5 pav.).



a



b



**c**

**2.5 pav.** Konstrukcijų pjūvių išcentrinių standumų  $D_{xy}$  priklausomybės nuo santykių: Kronš./A.p. ir S.p. .: (a – kampuočio užpildymas stačiakampiu vertikaliai; b – kampuočio užpildymas stačiakampiu horizontaliai; c – kampuočio užpildymas kvadratu).

Iš atliktų skaičiavimų ir grafikų galima pastebėti, kad daugiasluoksnės sijos standumas mažėja, kai mažėja: siją sudarančių medžiagų tamprumo moduliai; išorinių sijos sluoksnių storiai; išorinių sluoksnių atstumas nuo neutraliojo sluoksnio, nes mažėjant vidurio sluoksniui, kinta sijos skerspjūvio inercijos momentas [2].

#### 2.4. Svarbiausių ašių posūkio kampų kitimas

Šiame skyrelyje parodau kokius rezultatus gaunami konstrukcijai 28 x 48, kurios užpildas yra anglies arba stiklo plastikas, likusioms konstrukcijoms gautus posūkio kampus pateikiu **2.5 lentelėje**.

(A.p.)

(S.p.)

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot (-267.2)}{447.8 - 611.8} = 3.26;$$

$$\alpha = 36^{\circ};$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot (-261.1)}{440.6 - 500.2} = 8.76;$$

$$\alpha = 42^{\circ};$$

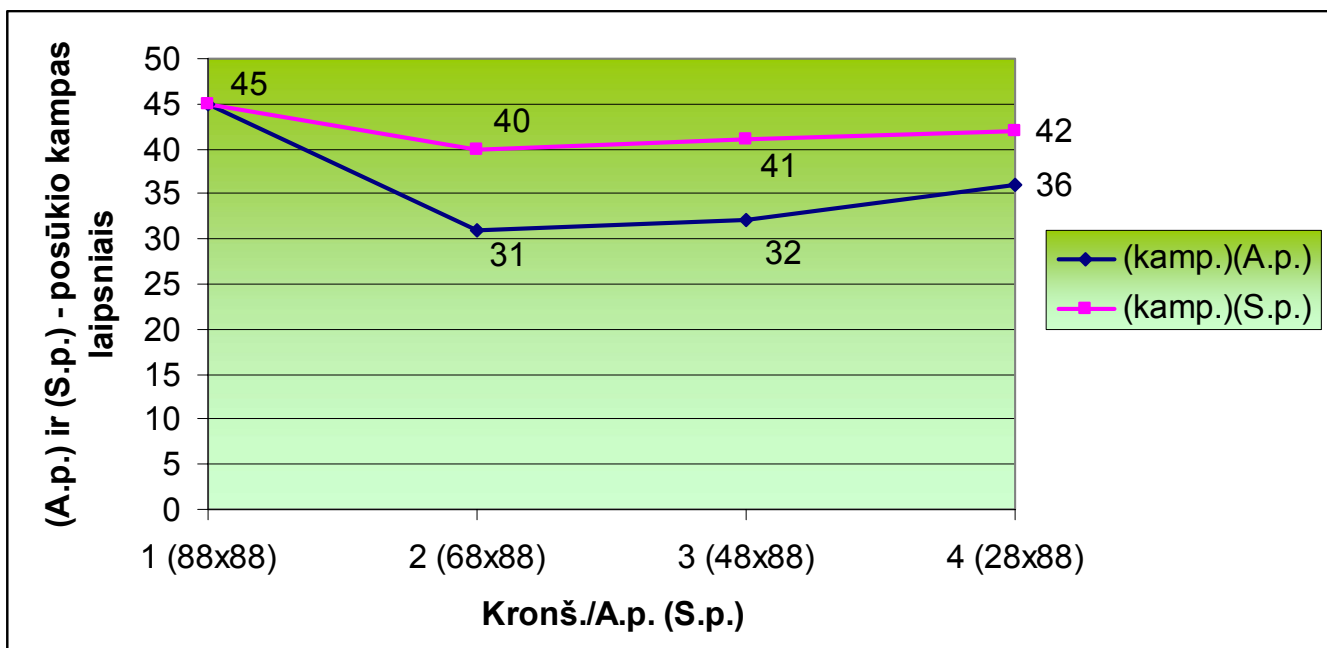
Konstrukcijų pjūvių svarbiausių ašių krypties (pasisukimo kampas  $\alpha$ ) skaičiavimo rezultatai (Exel programa) pateikti **2.5 lentelėje**, kuomet sluoksnio Kronš. plotis nesikeičia, o A.p. ir (S.p.) plotis yra kintamas:

**2.5 lentelė**

**Konstrukcijų pjūvių svarbiausių ašių skaičiavimo rezultatai**

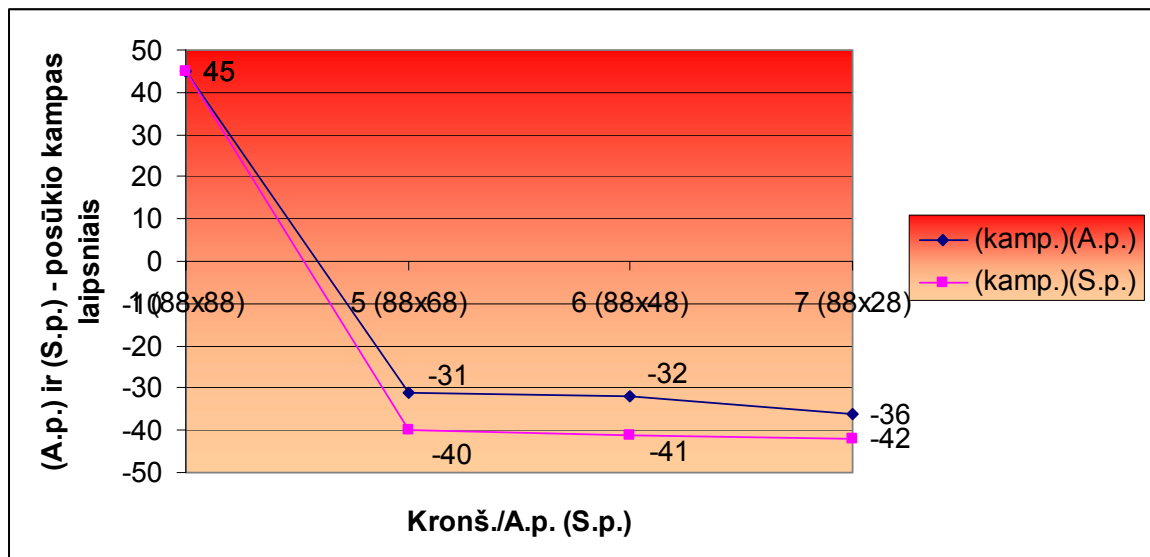
Kronš./A.p. (S.p.)	1 (88x88)	2 (68x88)	3 (48x88)	4 (28x88)	5 (88x68)	6 (88x48)	7 (88x28)	8 (68x68)	9 (48x48)	10 (28x28)
(kamp.)(A.p.)	45°	31°	32°	36°	-31°	-32°	-36°	45°	45°	45°
(kamp.)(S.p.)	45°	40°	41°	42°	-40°	-41°	-42°	45°	45°	45°

Lentelės duomenis išreiškiu grafiškai (žr. 2.6 pav.)

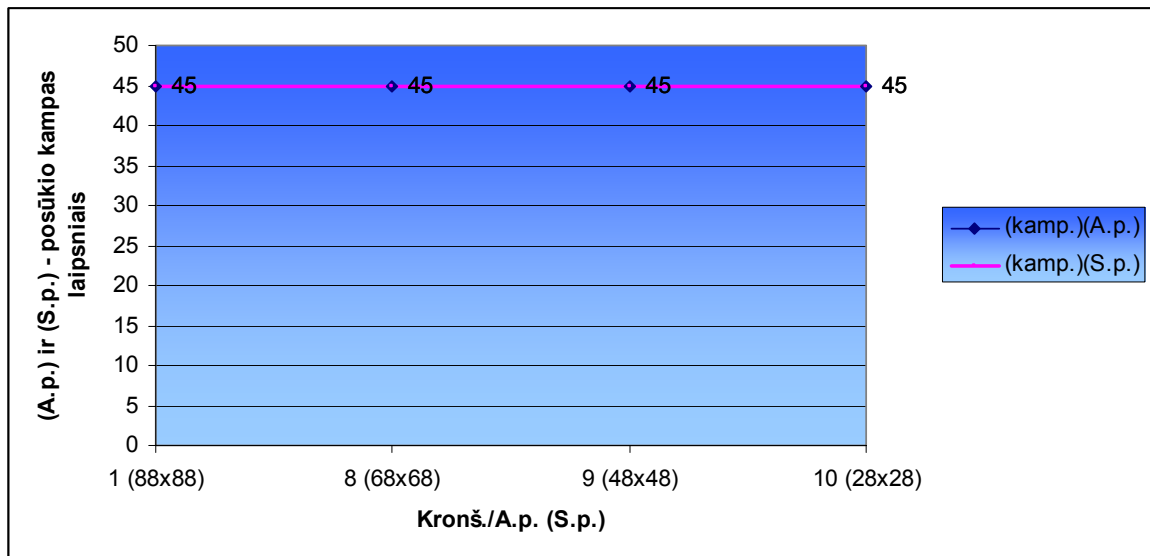


**a**





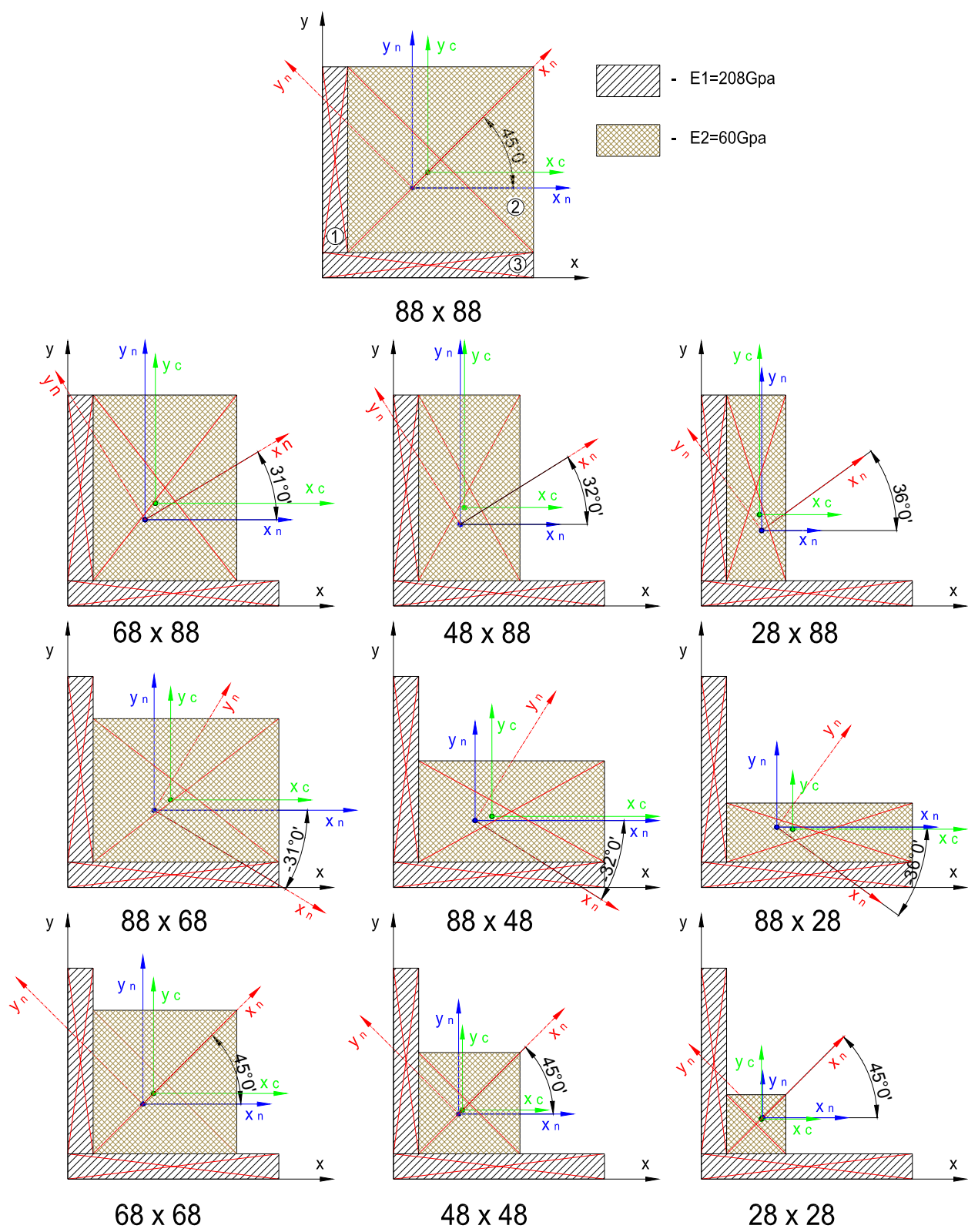
**b**



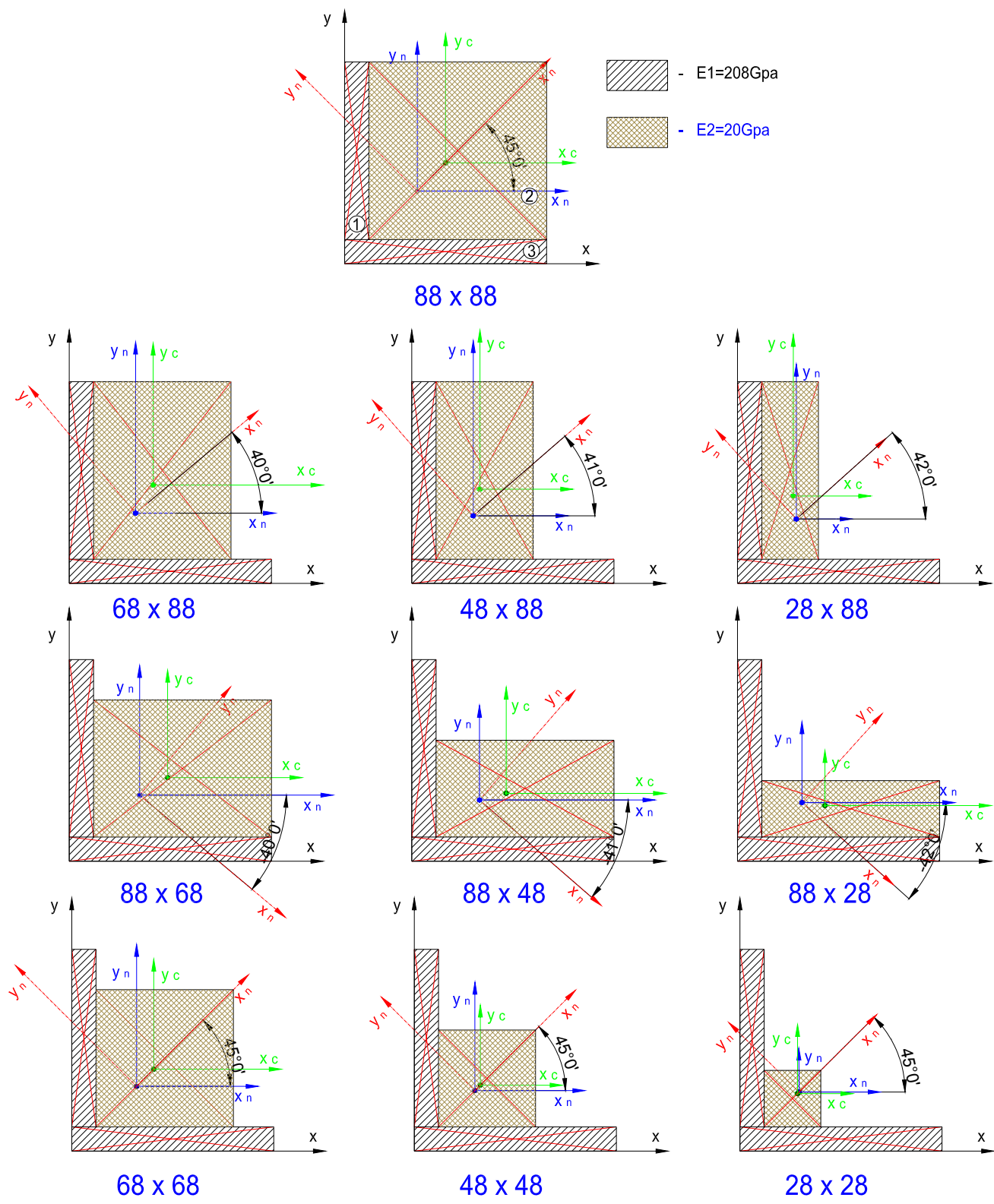
**c**

**2.6 pav.** Konstrukcijų pjūvių svarbiausių ašių krypties (pasisukimo kampas  $\alpha$ ) priklausomybės nuo santykių: Kronšt./A.p. ir S.p..

Iš grafikų galima pastebėti, kad konstrukcijos posūkio kampas priklauso nuo kampočio pridėtinės medžiagos tamprumo moduli, kuo jis didesnis tuo posūkio kampas mažesnis. O nuo kronšteino užpildymo tipo, priklauso kampo ženklas: pildant vertikaliai stačiakampiu kampas teigiamas, horizontaliai neigiamas, o kvadratu – užpildymo kampas visada bus lygus  $45^\circ$  (žr. 2.7 pav. ir 2.8 pav.).



2.7 pav. Konstrukcijų pjūviai (Kronš./ A.p.) su geometrinių ir standumų ašių padėtimis, bei posūkio  $\alpha$  kampais.

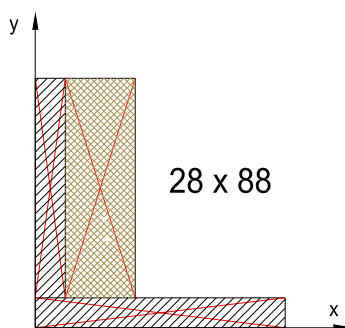


2.8 pav. Konstrukcijų pjūviai (Kronš./ S.p.) su geometrinėmis ir standumų ašimis padėtimis, bei posūkio  $\alpha$  kampais.

( 2.7 pav. ir 2.8 pav. komentarus skaityti 2.1 ir 2.4 skyrelių pabaigose, grafikų komentaruose).

### 3. Dviejų sluoksnių sijų stiprumo tyrimas

Apskaičiuoju sijos 28 x 88 normalinių įtempimų dydžių pasiskirstymus. Siją apkraunu  $F = 10\text{kN}$  jėga, o sijos ilgis 1m, taigi iš formulės  $M = F \cdot l$  apskaičiuoju momentą. Siją apkraunu jos gale atskirai x ir y kryptimis.  $M_{\max} = -10\text{kNm}$ .



Tolimesnius skaičiavimus atlieku laikydamas, kad lenkimo momentai yra pridėti svarbiausių ašių x ir y atžvilgiu (nėra įstrižo lenkimo):

Momentas pridėtas x ašyje:

(A.p.)

(S.p.)

$$\sigma_{x1} = \frac{10 \cdot 10^3}{(-267.2 \cdot 10^3)} \cdot 68.7 \cdot 10^{-3} \cdot 2.08 \cdot 10^{11} =$$

$$= -534.8\text{MPa};$$

$$\sigma_{x1} = \frac{10 \cdot 10^3}{(-261.1 \cdot 10^3)} \cdot 70.1 \cdot 10^{-3} \cdot 2.08 \cdot 10^{11} =$$

$$= -558.5\text{MPa};$$

$$\sigma_{x2} = \frac{10 \cdot 10^3}{(-267.2 \cdot 10^3)} \cdot 61.7 \cdot 10^{-3} \cdot 2.08 \cdot 10^{11} =$$

$$= -480.3\text{MPa};$$

$$\sigma_{x2} = \frac{10 \cdot 10^3}{(-261.1 \cdot 10^3)} \cdot 62.1 \cdot 10^{-3} \cdot 2.08 \cdot 10^{11} =$$

$$= -494.8\text{MPa};$$

$$\sigma_{x3} = \frac{10 \cdot 10^3}{(-267.2 \cdot 10^3)} \cdot 61.7 \cdot 10^{-3} \cdot 0.6 \cdot 10^{11} =$$

$$= -138.5\text{MPa};$$

$$\sigma_{x3} = \frac{10 \cdot 10^3}{(-261.1 \cdot 10^3)} \cdot 62.1 \cdot 10^{-3} \cdot 0.2 \cdot 10^{11} =$$

$$= -47.6\text{MPa};$$

$$\sigma_{x4} = \frac{10 \cdot 10^3}{(-267.2 \cdot 10^3)} \cdot 45.2 \cdot 10^{-3} \cdot 0.6 \cdot 10^{11} =$$

$$= -101.5\text{MPa};$$

$$\sigma_{x4} = \frac{10 \cdot 10^3}{(-261.1 \cdot 10^3)} \cdot 43.3 \cdot 10^{-3} \cdot 0.2 \cdot 10^{11} =$$

$$= -33.2\text{MPa};$$

$$\begin{aligned}\sigma_{x5} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-267.2 \cdot 10^3)} \cdot (-26 \cdot 10^{-3}) \cdot 0.6 \cdot 10^{11} = \\ &= 58.4 \text{MPa};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{x5} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-261.1 \cdot 10^3)} \cdot (-22.1 \cdot 10^{-3}) \cdot 0.2 \cdot 10^{11} = \\ &= 16.9 \text{MPa};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{x6} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-267.2 \cdot 10^3)} \cdot (-26 \cdot 10^{-3}) \cdot 2.08 \cdot 10^{11} = \\ &= 202.4 \text{MPa};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{x6} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-261.1 \cdot 10^3)} \cdot (-22.1 \cdot 10^{-3}) \cdot 2.08 \cdot 10^{11} = \\ &= 176.1 \text{MPa};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{x7} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-267.2 \cdot 10^3)} \cdot (-61.2 \cdot 10^{-3}) \cdot 2.08 \cdot 10^{11} = \\ &= 476.4 \text{MPa};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{x7} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-261.1 \cdot 10^3)} \cdot (-62.1 \cdot 10^{-3}) \cdot 2.08 \cdot 10^{11} = \\ &= 494.8 \text{MPa};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{x8} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-267.2 \cdot 10^3)} \cdot (-70.9 \cdot 10^{-3}) \cdot 2.08 \cdot 10^{11} = \\ &= 551.9 \text{MPa}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{x8} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-261.1 \cdot 10^3)} \cdot (-71.1 \cdot 10^{-3}) \cdot 2.08 \cdot 10^{11} = \\ &= 566.5 \text{MPa}.\end{aligned}$$

Momentas pridētas y ašyje:

(A.p.)

(S.p.)

$$\begin{aligned}\sigma_{y1} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-267.2 \cdot 10^3)} \cdot 47 \cdot 10^{-3} \cdot 0.6 \cdot 10^{11} = \\ &= -105.5 \text{MPa};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{y1} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-261.1 \cdot 10^3)} \cdot 53.7 \cdot 10^{-3} \cdot 0.2 \cdot 10^{11} = \\ &= -41.1 \text{MPa};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{y2} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-267.2 \cdot 10^3)} \cdot 43.8 \cdot 10^{-3} \cdot 2.08 \cdot 10^{11} = \\ &= -340.9 \text{MPa};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{y2} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-261.1 \cdot 10^3)} \cdot 39.4 \cdot 10^{-3} \cdot 2.08 \cdot 10^{11} = \\ &= -313.9 \text{MPa};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{y3} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-267.2 \cdot 10^3)} \cdot 36.7 \cdot 10^{-3} \cdot 2.08 \cdot 10^{11} = \\ &= -285.7 \text{MPa};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{y3} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-261.1 \cdot 10^3)} \cdot 32.9 \cdot 10^{-3} \cdot 2.08 \cdot 10^{11} = \\ &= -262.1 \text{MPa};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{y4} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-267.2 \cdot 10^3)} \cdot 24.3 \cdot 10^{-3} \cdot 0.6 \cdot 10^{11} = \\ &= -54.6 \text{MPa};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{y4} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-261.1 \cdot 10^3)} \cdot 32.9 \cdot 10^{-3} \cdot 0.2 \cdot 10^{11} = \\ &= -25.2 \text{MPa};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{y5} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-267.2 \cdot 10^3)} \cdot 24.3 \cdot 10^{-3} \cdot 2.08 \cdot 10^{11} = \\ &= -189.2 \text{MPa};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{y5} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-261.1 \cdot 10^3)} \cdot 31.3 \cdot 10^{-3} \cdot 2.08 \cdot 10^{11} = \\ &= -249.4 \text{MPa};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{y6} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-267.2 \cdot 10^3)} \cdot 14.6 \cdot 10^{-3} \cdot 2.08 \cdot 10^{11} = \\ &= 113.6 \text{MPa};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{y6} &= \frac{10 \cdot 10^3}{(-261.1 \cdot 10^3)} \cdot 23.9 \cdot 10^{-3} \cdot 2.08 \cdot 10^{11} = \\ &= 190.4 \text{MPa};\end{aligned}$$

$$\sigma_{y7} = \frac{10 \cdot 10^3}{(-267.2 \cdot 10^3)} \cdot (-4.8 \cdot 10^{-3}) \cdot 0.6 \cdot 10^{11} =$$

$$= 10.8 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{y8} = \frac{10 \cdot 10^3}{(-267.2 \cdot 10^3)} \cdot (-4.8 \cdot 10^{-3}) \cdot 2.08 \cdot 10^{11} =$$

$$= 37.4 \text{ MPa}.$$

$$\sigma_{y9} = \frac{10 \cdot 10^3}{(-267.2 \cdot 10^3)} \cdot (-44.1 \cdot 10^{-3}) \cdot 2.08 \cdot 10^{11} =$$

$$= 343.3 \text{ MPa}.$$

$$\sigma_{y7} = \frac{10 \cdot 10^3}{(-261.1 \cdot 10^3)} \cdot (-5.2 \cdot 10^{-3}) \cdot 0.2 \cdot 10^{11} =$$

$$= 4 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{y8} = \frac{10 \cdot 10^3}{(-261.1 \cdot 10^3)} \cdot (-5.2 \cdot 10^{-3}) \cdot 2.08 \cdot 10^{11} =$$

$$= 41.4 \text{ MPa}.$$

$$\sigma_{y9} = \frac{10 \cdot 10^3}{(-261.1 \cdot 10^3)} \cdot (-43 \cdot 10^{-3}) \cdot 2.08 \cdot 10^{11} =$$

$$= 342.6 \text{ MPa}.$$

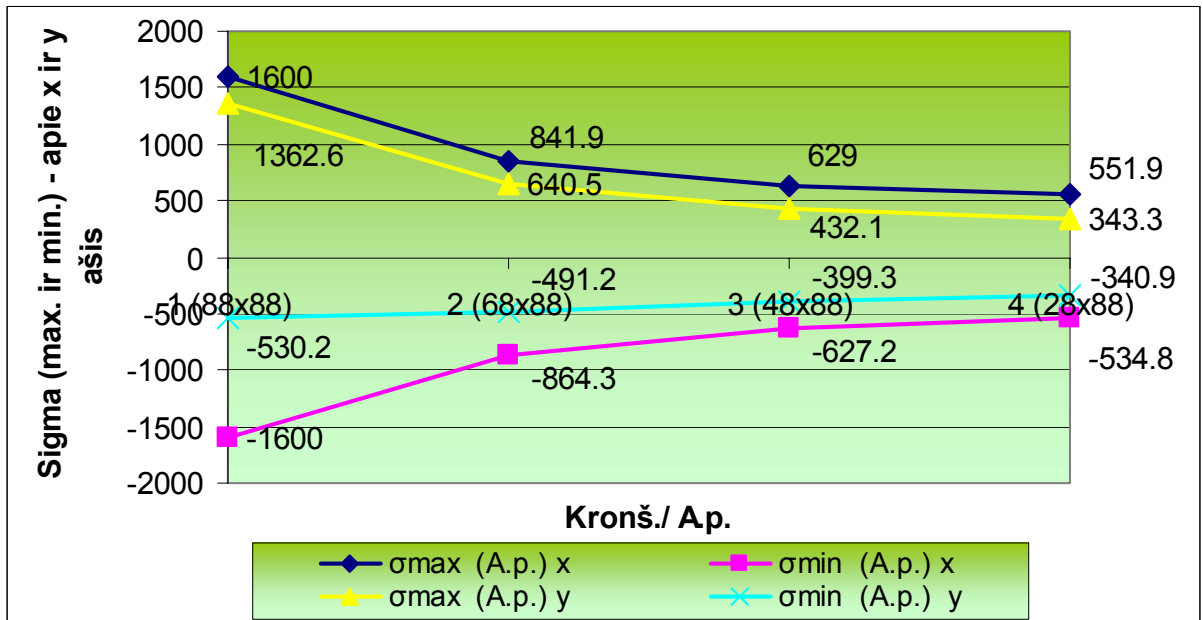
Gautus didžiausius ir mažiausius normalinių įtempimų rezultatus (Exel programa) pateikiu **3 lentelėje**, kuomet sluoksnio Kronš. plotis nesikeičia, o A.p. ir (S.p.) plotis yra kintamas:

**3 lentelė**

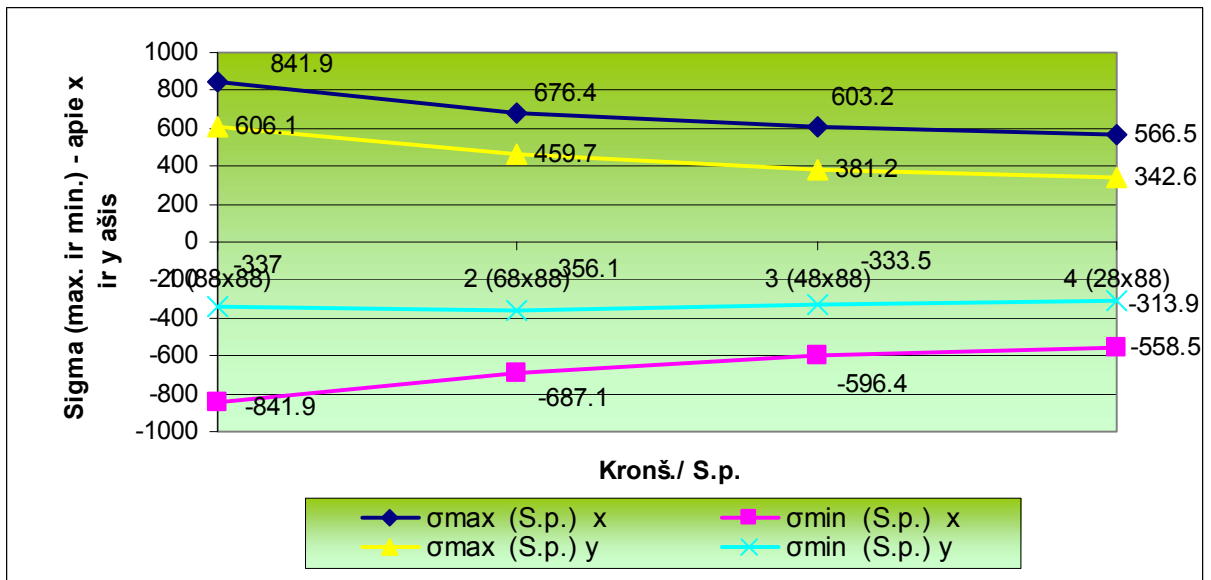
**Konstrukcijų didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai**

Kronš./A.p. (S.p.)	1 (88x88)	2 (68x88)	3 (48x88)	4 (28x88)	5 (88x68)	6 (88x48)	7 (88x28)	8 (68x68)	9 (48x48)	10 (28x28)
$\sigma_{\max}$ (A.p.) apie x ašį	1600	841.9	629	551.9	640.5	432.1	343.3	703.6	582.7	573.2
$\sigma_{\min}$ (A.p.) apie x ašį	-1600	-864.3	-627.2	-534.8	-491.2	-399.3	-340.9	-703.6	-582.7	-573.2
$\sigma_{\max}$ (A.p.) apie y ašį	1362.6	640.5	432.1	343.3	841.9	629	551.9	500.6	360.1	334
$\sigma_{\min}$ (A.p.) apie y ašį	-530.2	-491.2	-399.3	-340.9	-864.3	-627.2	-534.8	-286.6	-292.6	-308.1
$\sigma_{\max}$ (S.p.) apie x ašį	841.9	676.4	603.2	566.5	459.7	382	342.6	623.8	576.2	572.5
$\sigma_{\min}$ (S.p.) apie x ašį	-841.9	-687.1	-596.4	-558.5	-356.1	-326.7	-313.9	-623.8	-576.2	-572.5
$\sigma_{\max}$ (S.p.) apie y ašį	606.1	459.7	381.2	342.6	676.4	603.2	566.5	400.5	345.6	335.3
$\sigma_{\min}$ (S.p.) apie y ašį	-337	-356.1	-333.5	-313.9	-687.1	-596.4	-558.5	-298.2	-300	-306.1

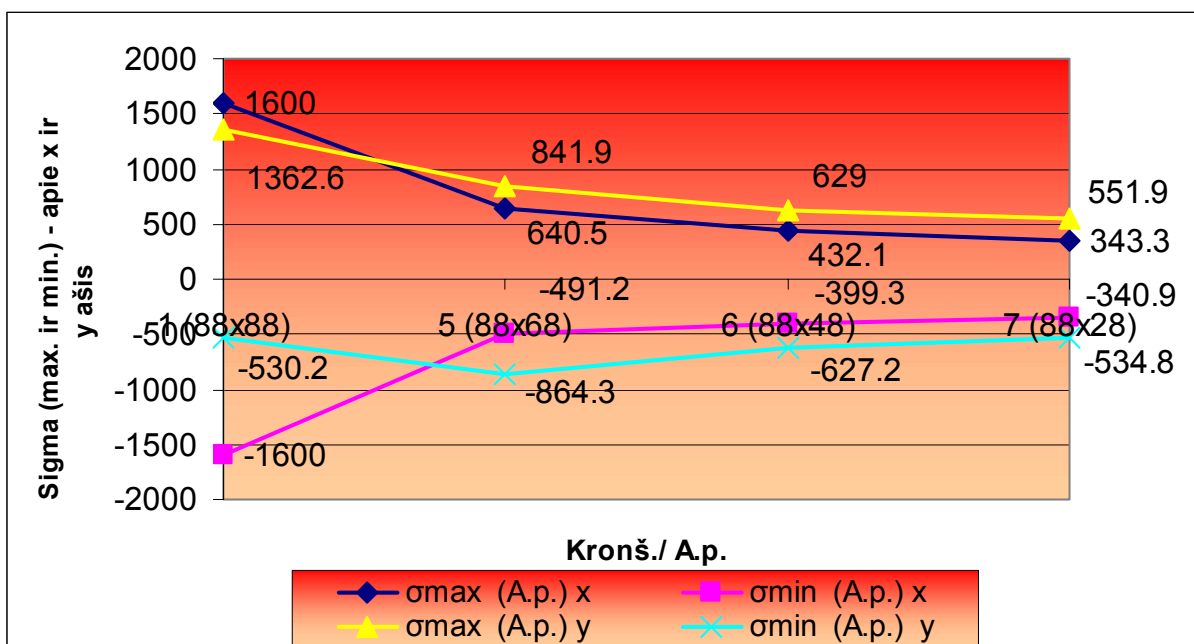
Lentelės duomenis išreikiu grafiškai (žr. 3 pav.).



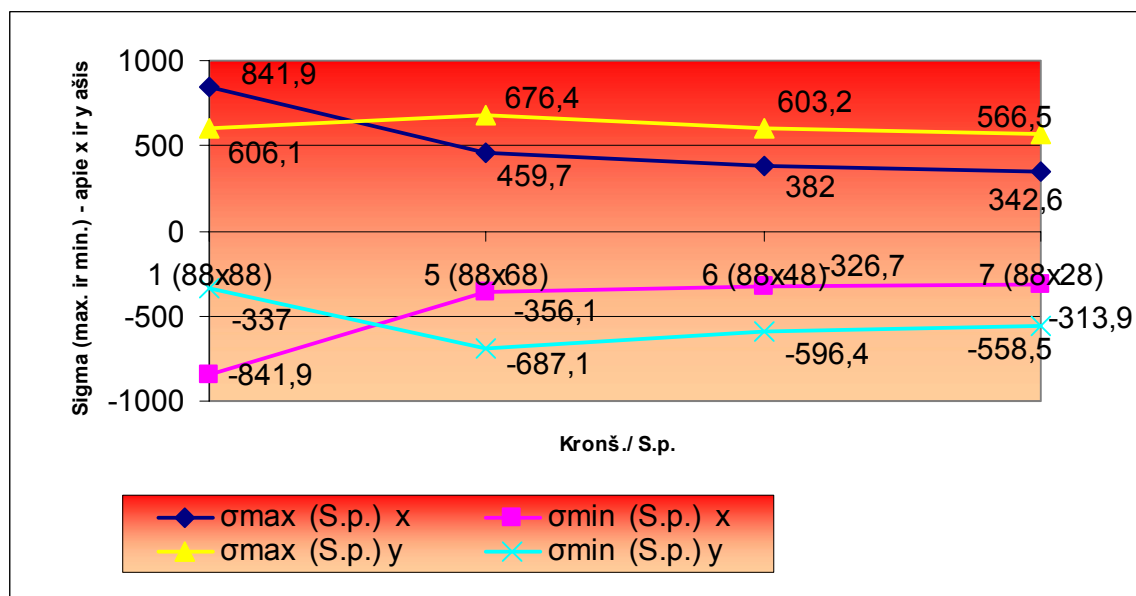
a



b

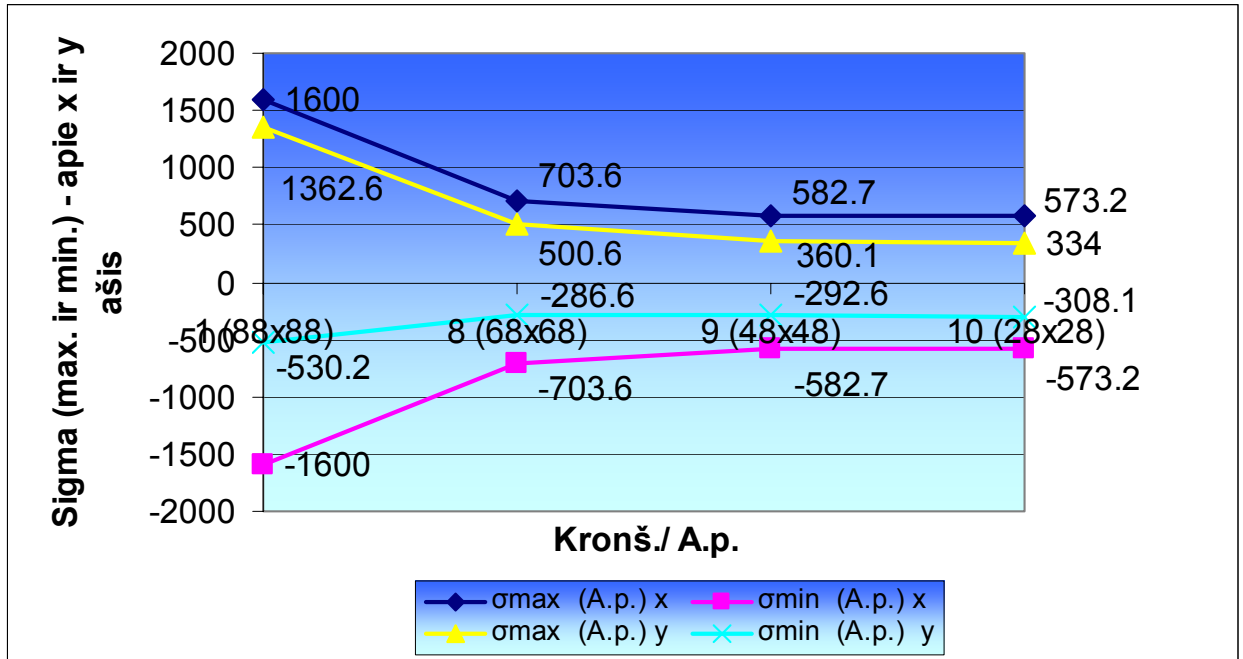


c

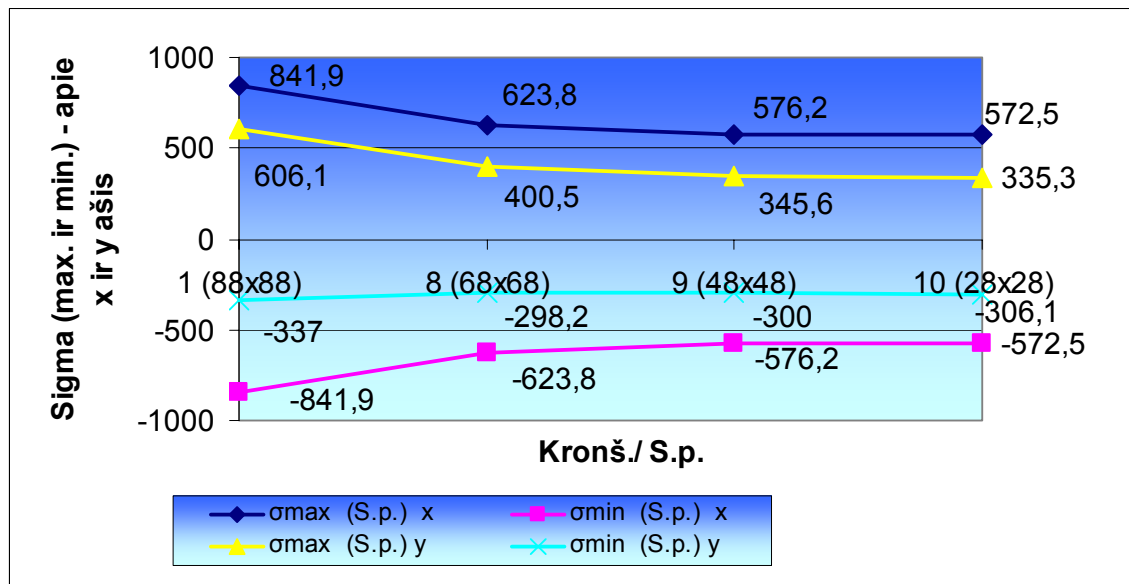


d





e

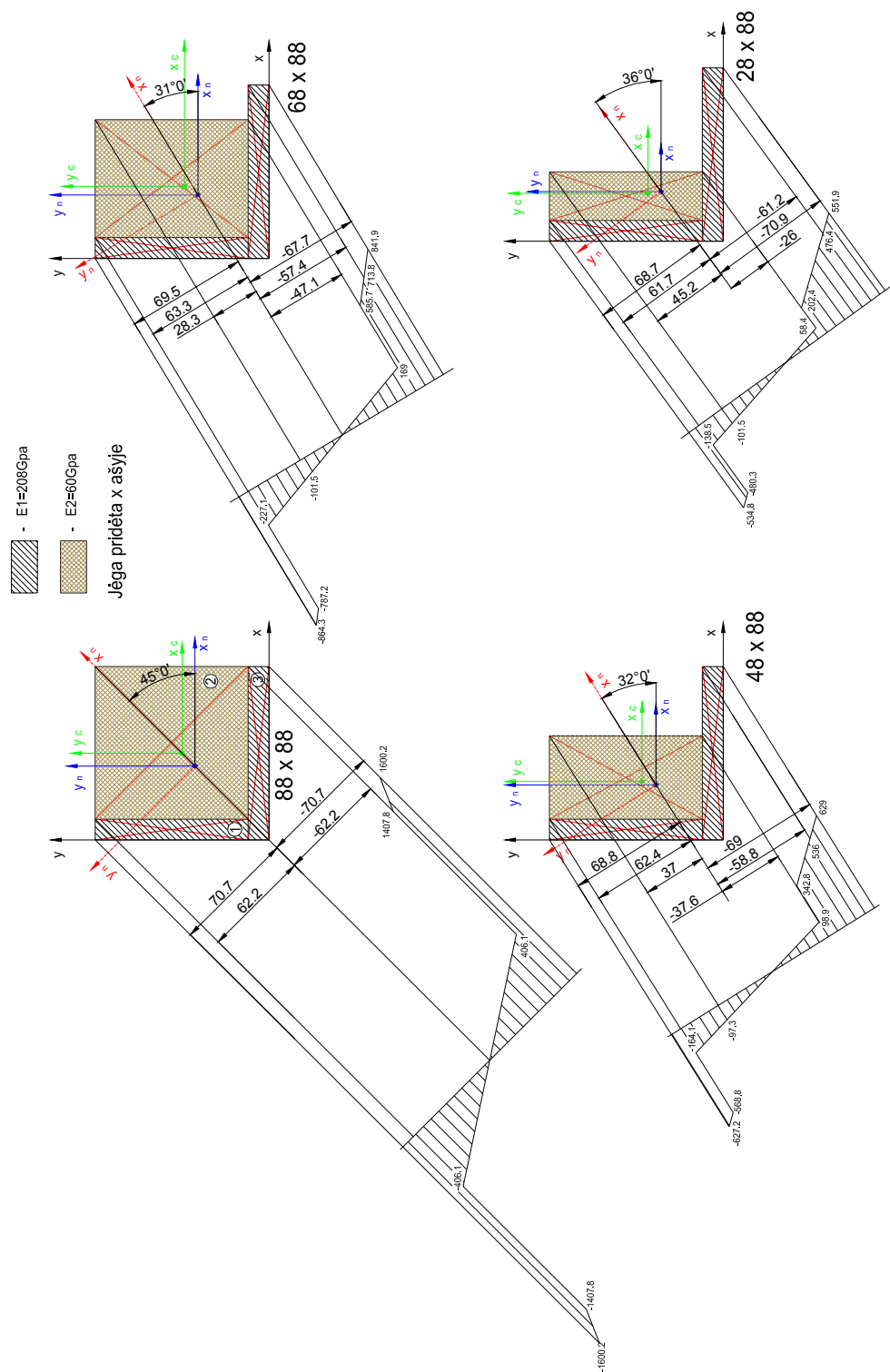


f

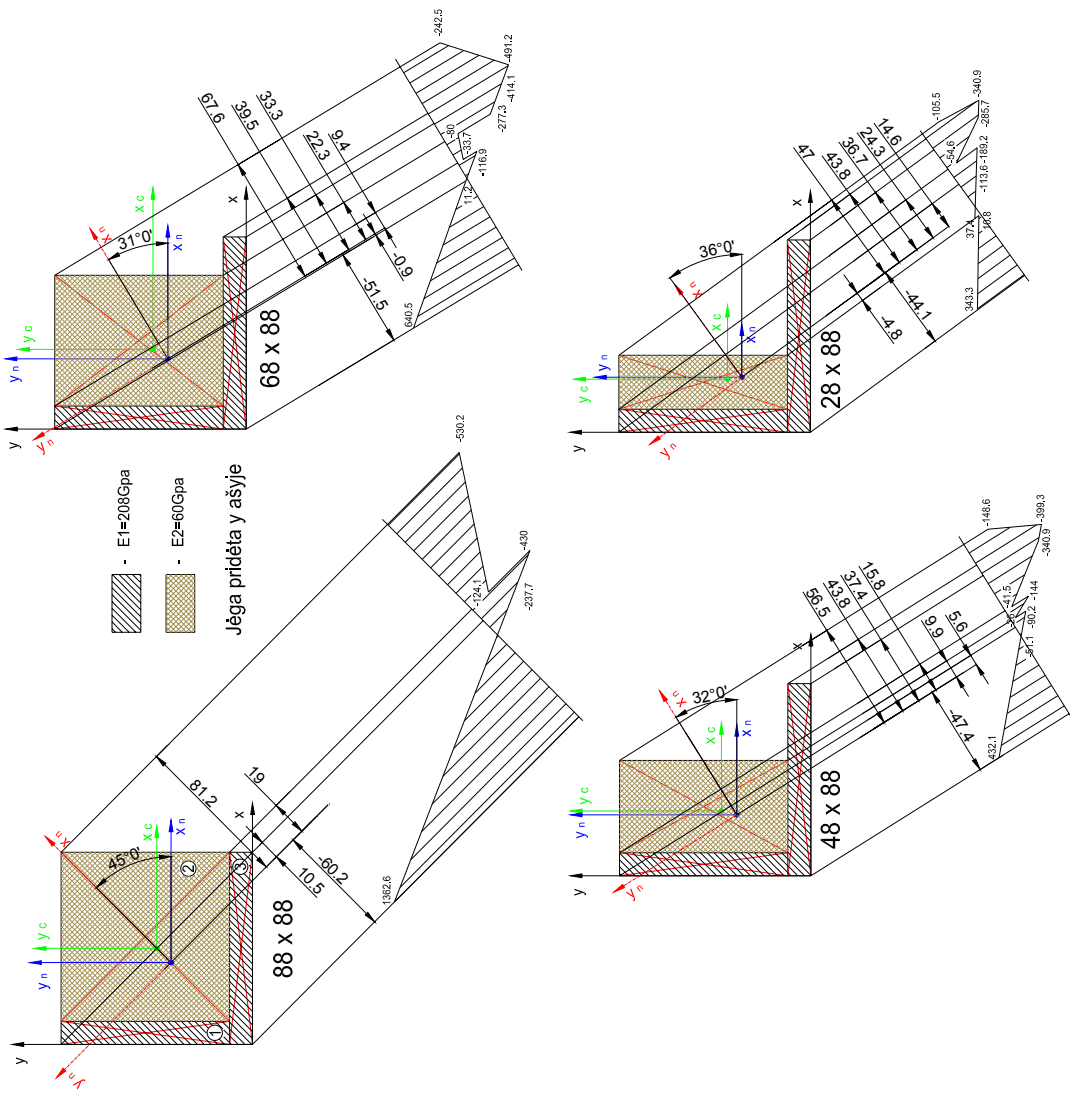
- 3 pav. Konstruktijos pjūvio didžiausių ir mažiausių normalinių įtempimų priklausomybės nuo santykių: Kronš./A.p. ir S.p.: (a; b – kampuočio užpildymas stačiakampiu vertikaliai; c; d – kampuočio užpildymas stačiakampiu horizontaliai; e; f - kampuočio užpildymas kvadratu;).

Iš gautų skaičiavimų ir grafikų galima daryti išvadas, kad normalinių įtempimų pasiskirstymas priklauso ir nuo kampuočio užpildo medžiagos tamprumo modulio ir nuo formos. Kai kampuočio užpildomas yra vertikaliu stačiakampiu (jo tūris mažėja), o pridėtinės medžiagos tamprumo modulis yra didesnis, ir jėga pridėta x arba y ašyje, kreivės juda link nulinės reikšmės sparčiau, lyginant su kampuočiu kuriuo užpildas yra toks pat ir jėga pridėta tose pačiose ašyse, tačiau tamprumo modulis mažesnis. Ta pati situacija, kai kampuočio užpildomas ir kvadratine pridedamos medžiagos forma. Tačiau kampuočio užpildą pakeitus horizontaliu stačiakampiu, rezultatai x ir y ašių atžvilgiu išlieka tokie patys, tik ašys susikeičia vietomis, lyginant su vertikalaus stačiakampio užpildymu.

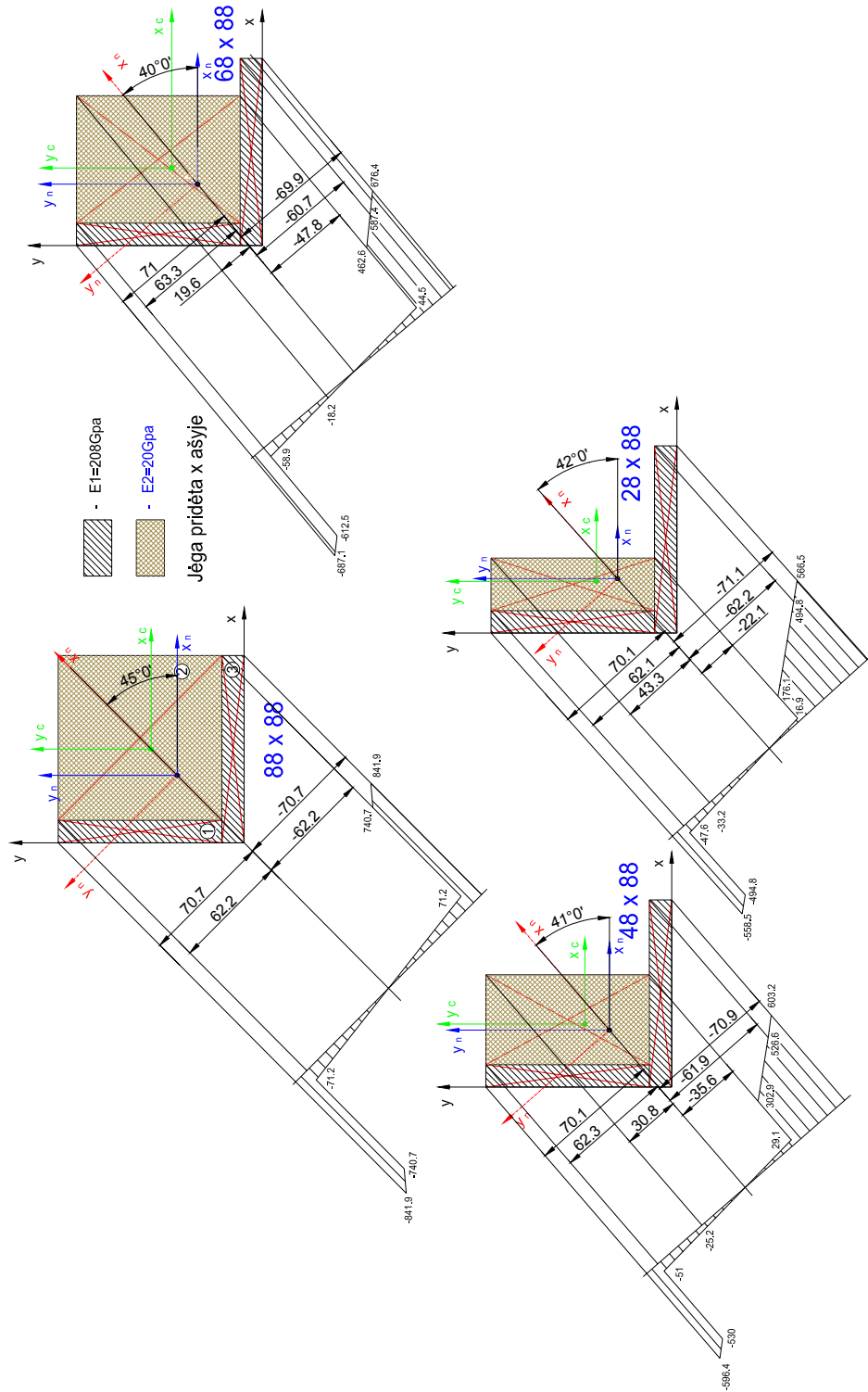
3.1 Kampuocio užpildymas stačiakampiu vertikaliai



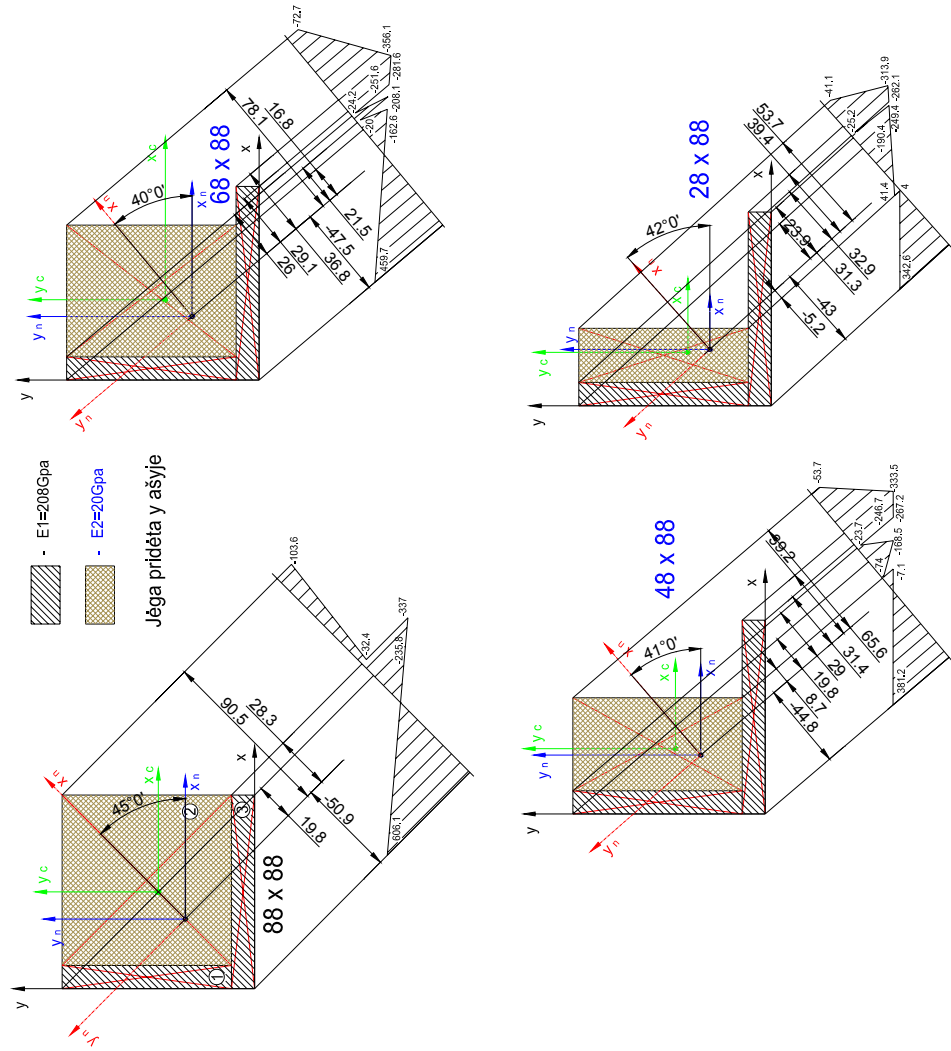
3.1.1 pav. Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (A.p.) ir jėga pridėta x ašyje. (pridėtinė medžiaga pridedama vertikaliai)



3.1.2 pav. Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (A.p.) ir jėga pridėta y ašyje. (pridėtinė medžiaga pridėdama vertikaliai)

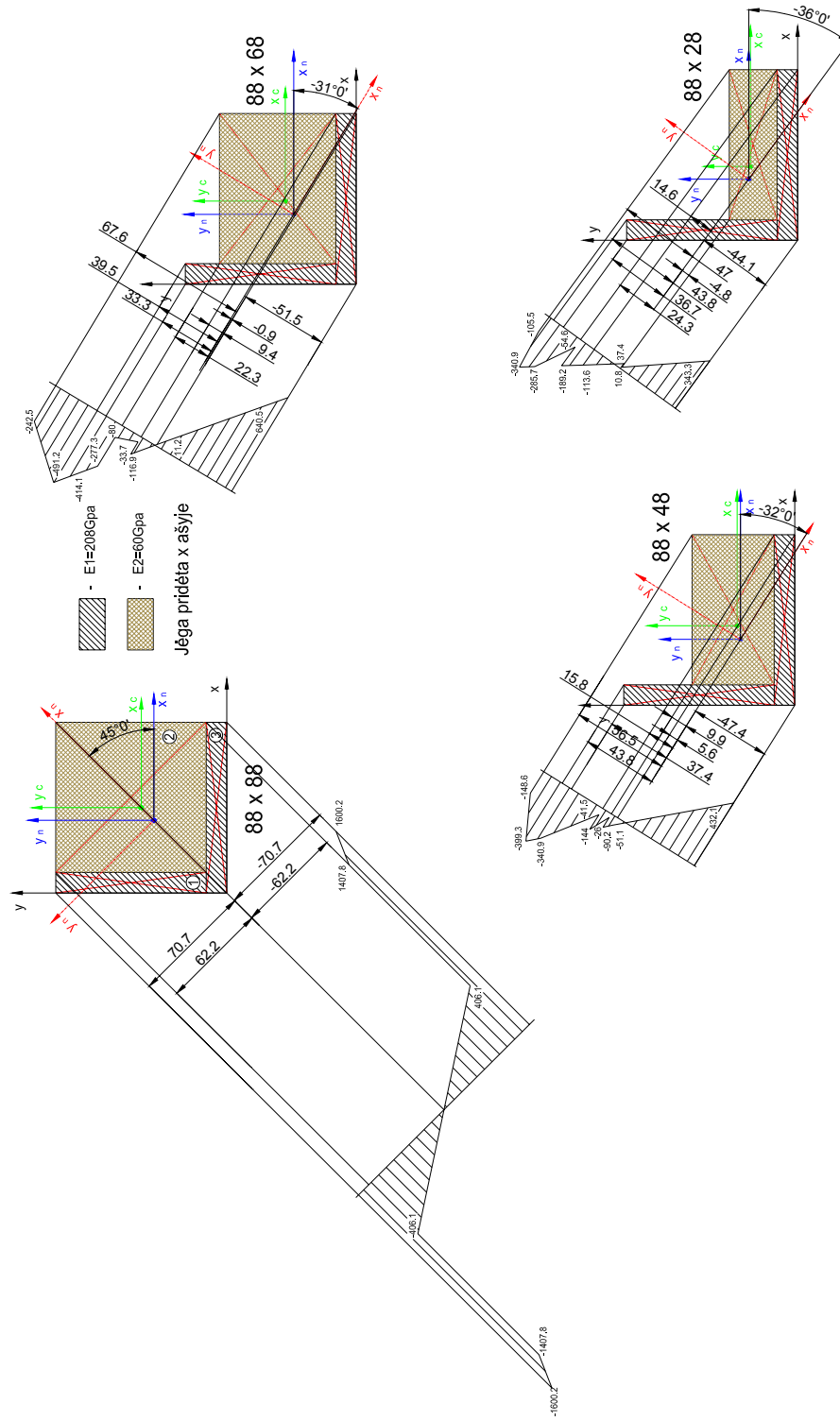


**3.1.3 pav.** Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (S.p.) ir jėga pridėta x ašyje.  
 (pridėtinė medžiaga pridedama vertikaliai)

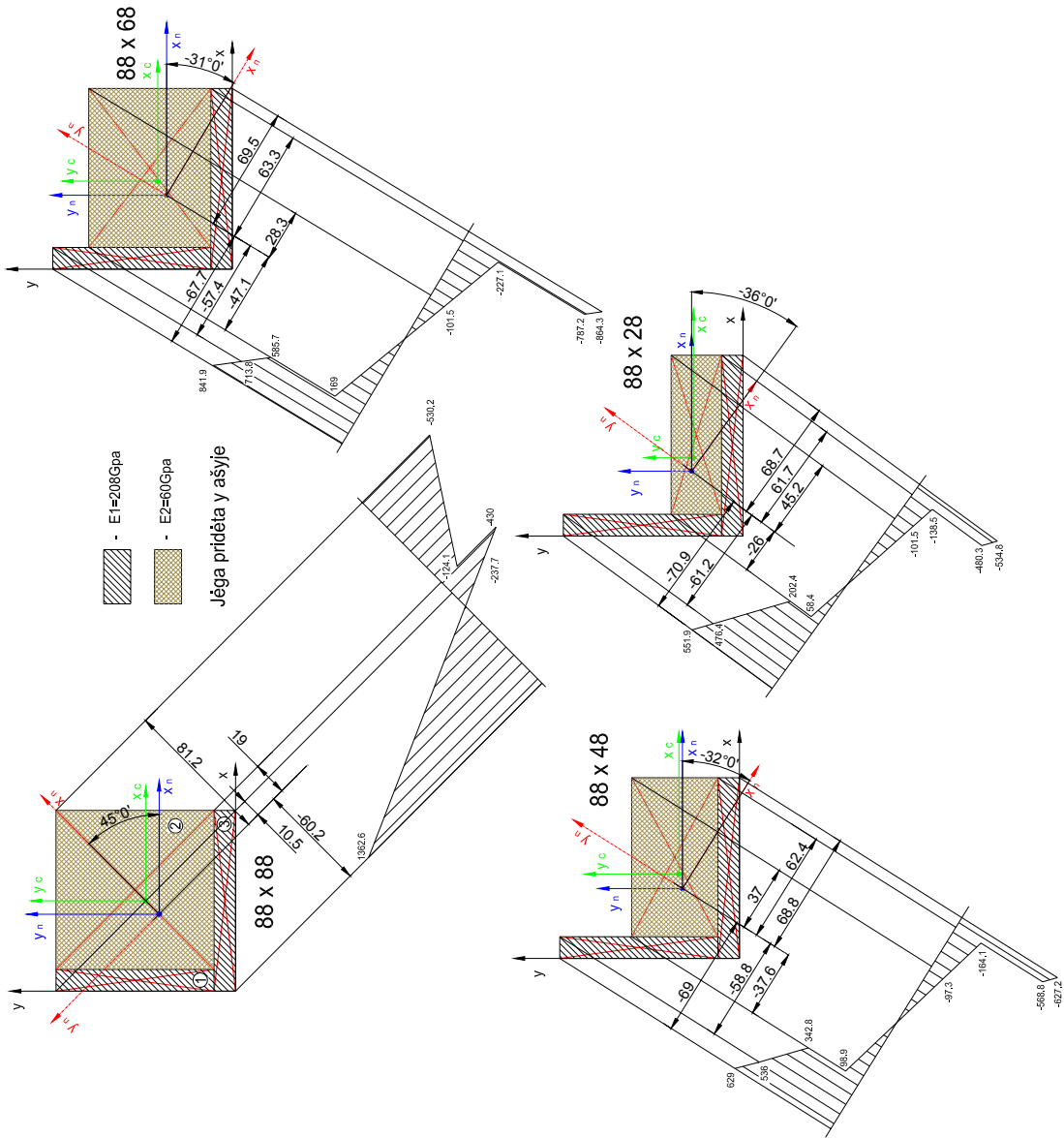


**3.1.4 pav.** Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (S.p.) ir jėga pridėta y ašyje.  
 (pridėtinė medžiaga pridedama vertikaliai)

### 3.2 Kampuočio užpildymas stačiakampiu horizontaliai

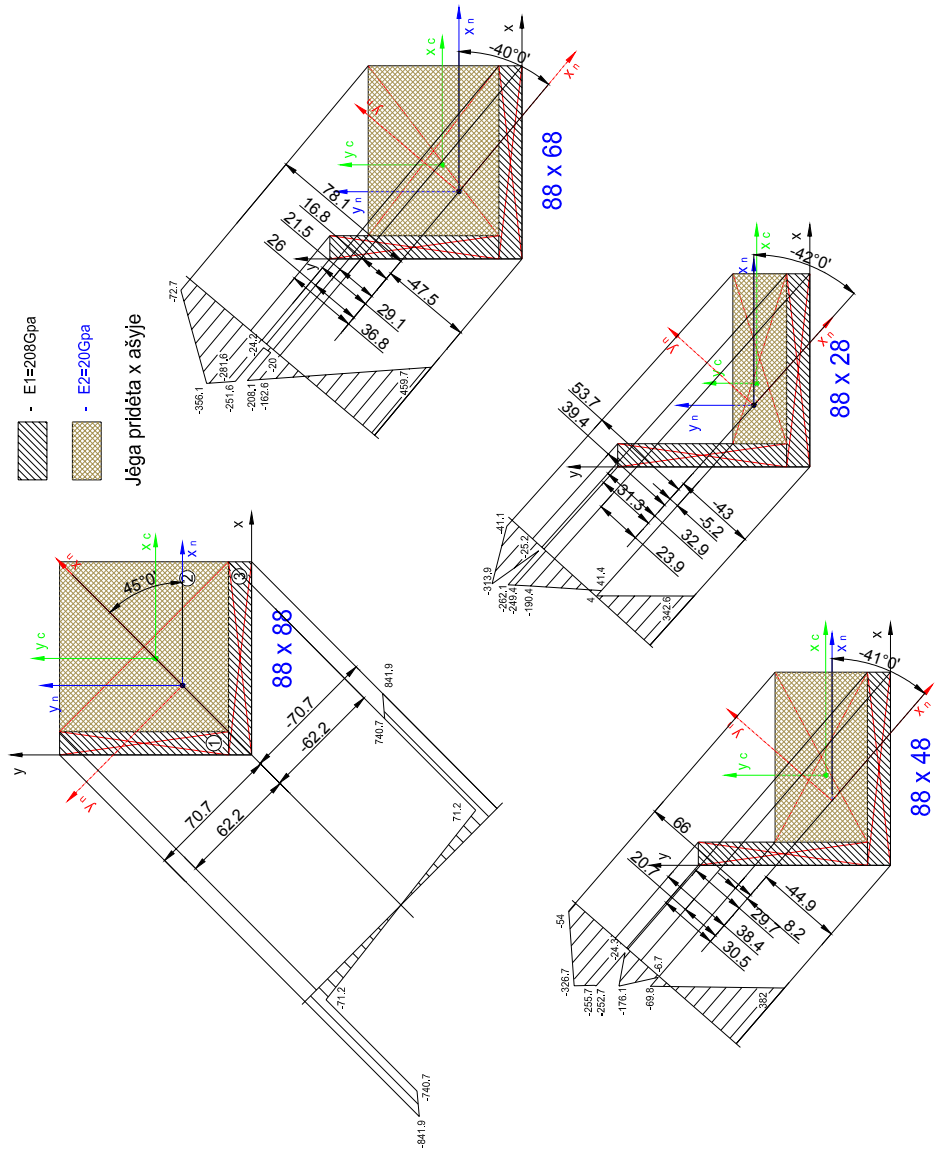


3.2.1 pav. Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (A.p.) ir jėga pridėta x ašyje. (pridėtinė medžiaga pridedama horizontaliai)

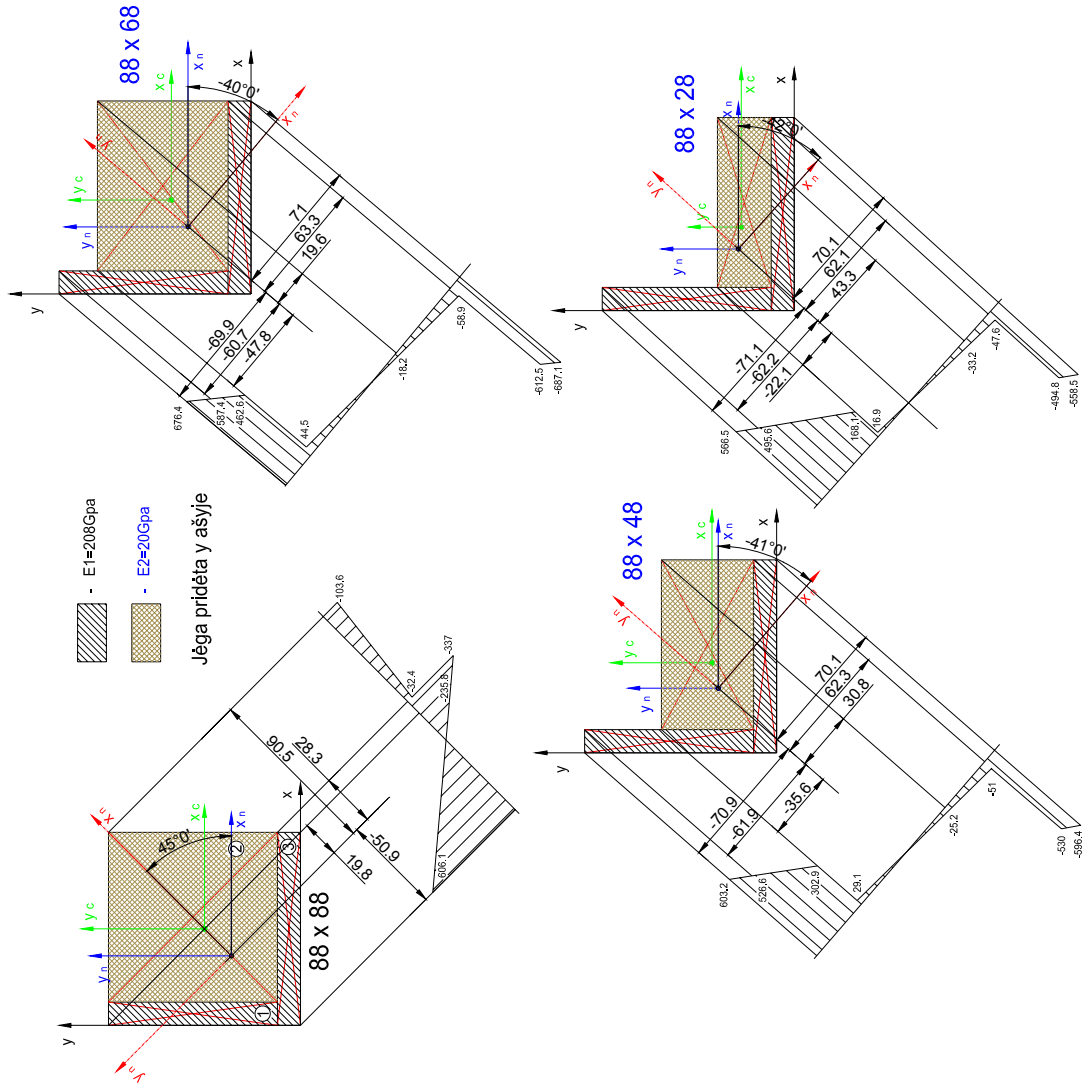


**3.2.2 pav.** Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (A.p.) ir jėga pridėta y ašyje.  
(pridėtinė medžiaga pridedama horizontaliai)



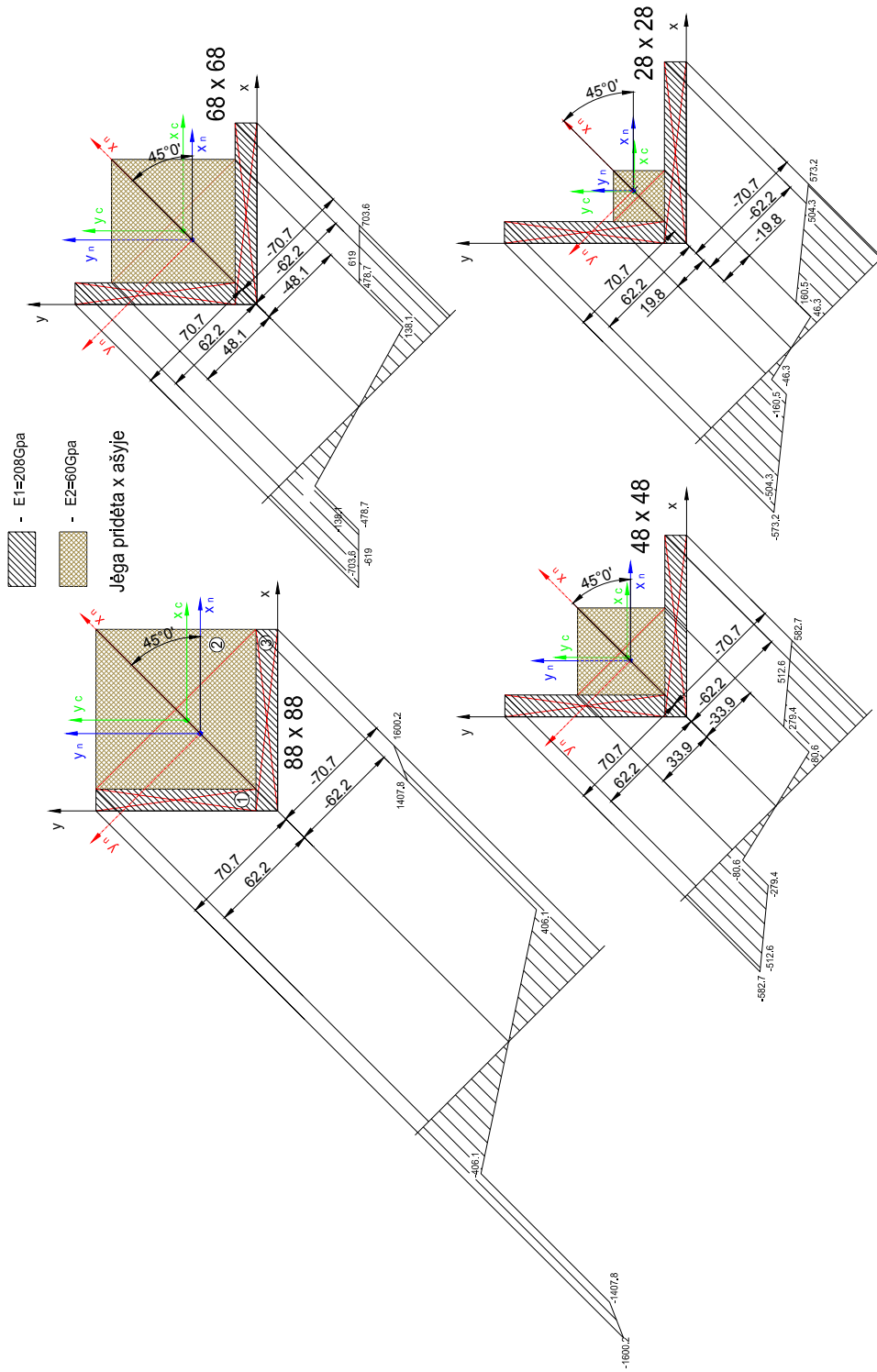


**3.2.3 pav.** Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (S.p.) ir jėga pridėta x ašyje. (pridėtinė medžiaga pridėdama horizontaliai)

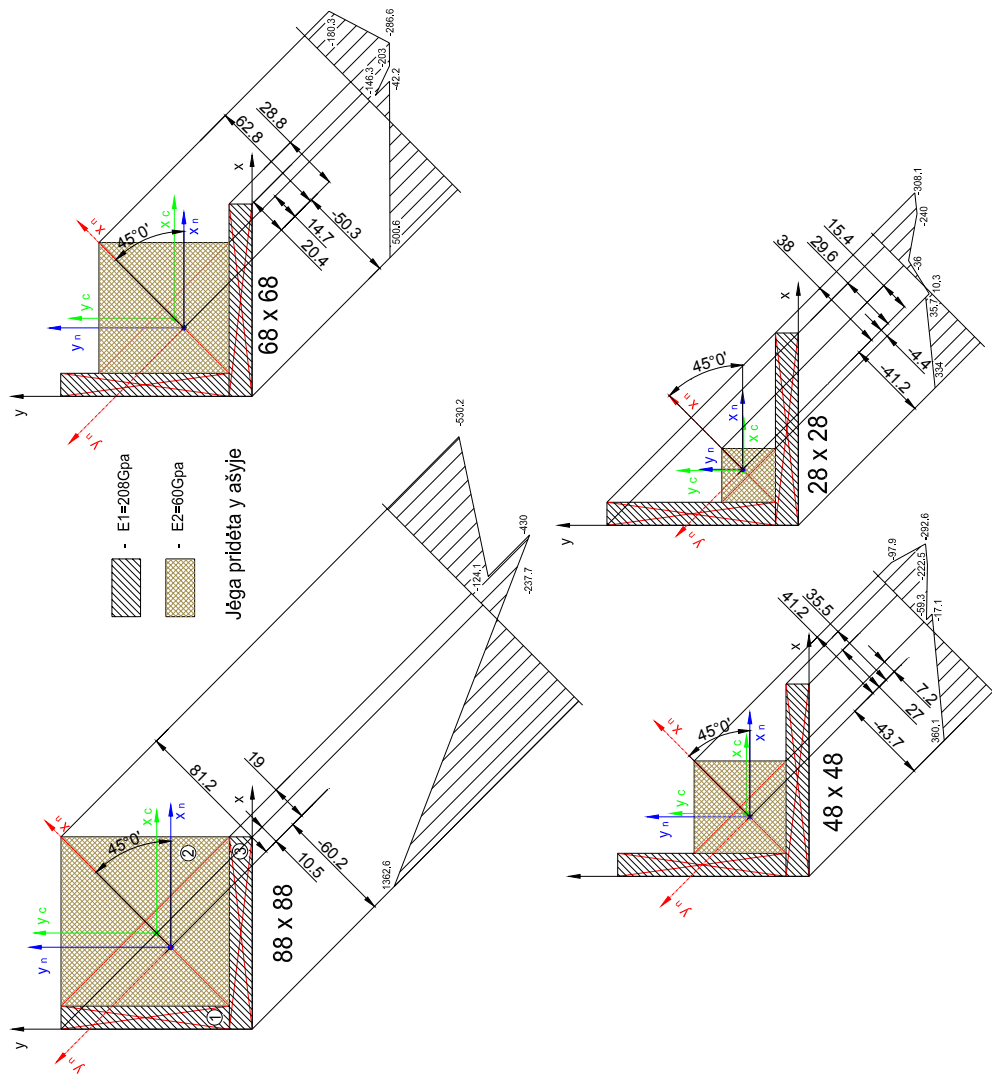


**3.2.4 pav.** Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (S.p.) ir jėga pridėta y ašyje. (pridėtinė medžiaga pridedama horizontaliai)

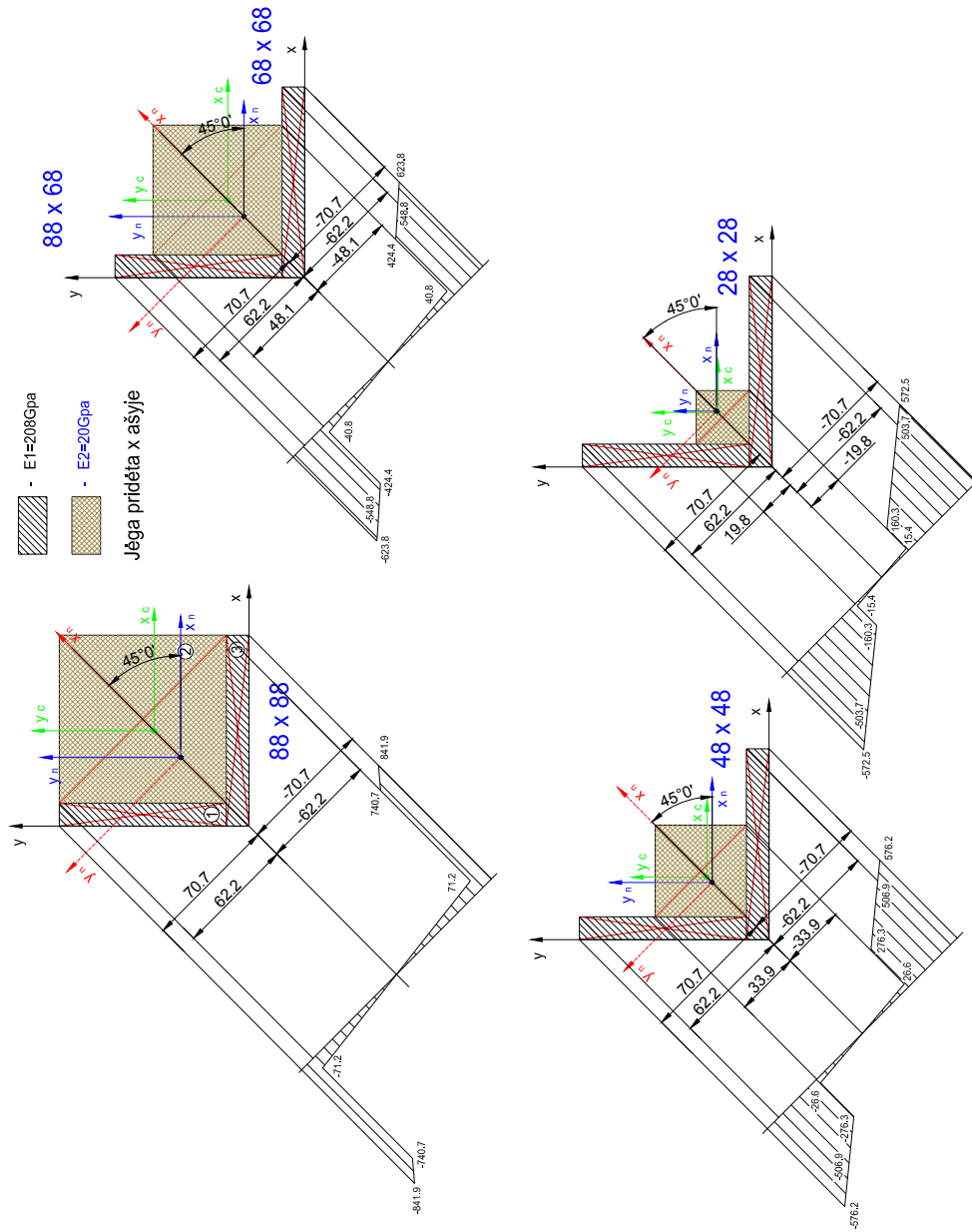
### 3.3 Kampuočio užpildymas kvadratu



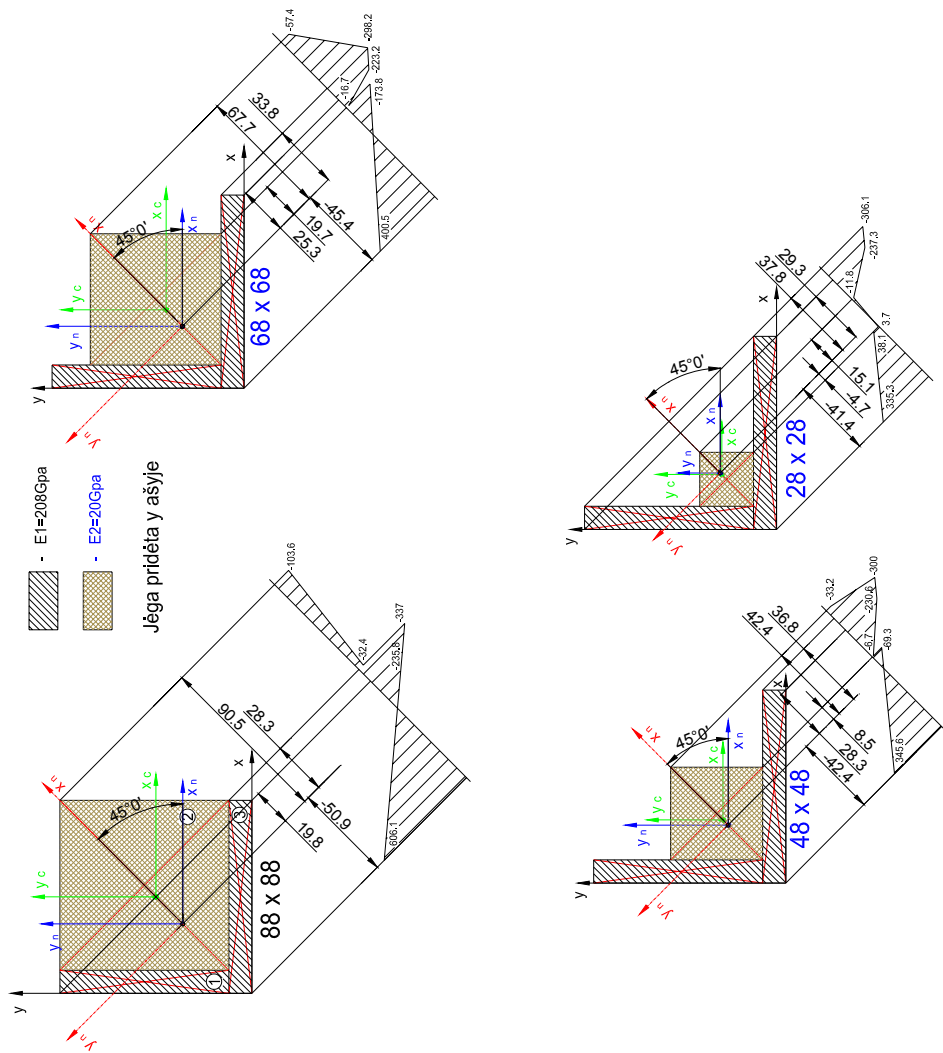
3.3.1 pav. Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (A.p.) ir jėga pridėta x ašyje. (pridėtinė medžiaga pridedama proporcingai)



3.3.2 pav. Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (A.p.) ir jėga pridėta y ašyje. (pridėtinė medžiaga pridedama proporcingai)



**3.3.3 pav.** Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (S.p.) ir jėga pridėta x ašyje.  
 (pridėtinė medžiaga pridedama proporcingai)



Apibendrinant 3.1.1 – 3.3.4 pav. galima teigti, jog didžiausius normalinius įtempimus konstrukcija atlaiko, kai kamputis yra užpildytas pilnumoje. Taip pat pakankamai didelius įtempimus konstrukcija atlaikys tada, kai jėga bus nukreipta į kampuočio sulenkimo kampą.

3.3.4 pav. Didžiausi ir mažiausi normaliniai įtempimai, kai pridėtinė medžiaga (S.p.) ir jėga pridėta y ašyje. (pridėtinė medžiaga pridedama proporcingai)

## IŠVADOS

Atlikęs skaičiavimus ir nubraižęs priklausomybės grafikus, bei normalinio įtempimų pasiskirstymus asimetrinės daugiasluoksnės konstrukcijose galima daryti šias išvadas:

- Nustatyta, kad geometrinio centro priklausomybė nuo medžiagos tamprumo modulio nepriklauso, priklauso tik nuo formos. Standumų centrų padėtis kinta, iš grafikų galima pastebėti, kad kuo pridėtinės medžiagos tamprumo modulis didesnis tuo standumo centras yra arčiau geometrinio centro.
- Ašiniai standumai priklauso nuo konstrukcijos pridėtinės medžiagos tamprumo modulio ir kampuočio užpildymo pobūdžio. Kai pridėtinės medžiagos tamprumo modulis yra didelis mažėjant kampuočio užpildimui (vertikaliam stačiakampiui) ašies  $y$  standumo kreivė leidžiasi labai sparčiai žemyn, o medžiagos su mažesnio tamprumo moduliui lėčiau. Jei kampuočio užpildymą keisime (horizontaliu stačiakampio) mažėjimu tuomet rezultatą turėsime atvirkščia (vertikaliam stačiakampiui). O mažėjant (kvadrato) užpildui  $x$  ir  $y$  kreivės juda vienoda kreive, tik medžiagos su mažesniu tamprumo moduliui kreivė juda ne taip staigiai žemyn kaip medžiagos su didesniu tamprumo moduliui.
- Iš atliktų skaičiavimų ir grafikų galima pastebėti, kad daugiasluoksnės sijos standumas didėja, kai didėja: siją sudarančių medžiagų tamprumo moduliai; išorinių sijos sluoksnių storiai; išorinių sluoksnių atstumas nuo neutraliojo sluoksnio, nes didėjant vidurio sluoksniui, kinta sijos skerspjūvio inercijos momentas.
- Galima pastebėti, kad konstrukcijos posūkio kampas priklauso nuo kampuočio pridėtinės medžiagos tamprumo moduli, kuo jis didesnis tuo posūkio kampas mažesnis. Nuo kronšteino užpildymo tipo, priklauso kampo ženklas: pildant vertikaliai stačiakampi kampo teigiamas, horizontaliai neigiamas, o kvadratu – užpildymo kampas visada bus lygus  $45^\circ$
- Galima daryti išvadas, kad normalinių įtempimų pasiskirstymas priklauso ir nuo kampuočio užpildo medžiagos tamprumo modulio ir nuo formos. Kai kampuočio užpildomas yra vertikaliu stačiakampi (jo tūris mažėja), o pridėtinės medžiagos tamprumo modulis yra didesnis ir jėga pridėta  $x$  arba  $y$  ašyje, kreivės juda link nulinės reikšmės sparčiau, lyginant su kampuočiu kuriuo užpildomas yra toks pat ir jėga pridėta tose pačiose ašyse. Ta pati situacija, kai kampuočio užpildomas yra kvadratine pridedamos medžiagos forma. Tačiau kampuočio užpildą pakeitus horizontaliu stačiakampi, rezultatai  $x$  ir  $y$  ašių atžvilgiu išlieka tokie patys, tik ašys susikeičia vietomis, lyginant su vertikalaus stačiakampio užpildymu
- Daugiasluoksnės konstrukcijos yra žymiai naudingesnės nei vienalytės konstrukcijos, dėl savo savikainos, masyvumo, nors gali atitikti pakankamai aukštą standumą ir atsparumą.

## LITERATŪRA

1. Bareišis J. Konstrukcinis stiprumas ir patikimumas. 1 dalis; Panevėžys, 2003. 49p.
2. Bareišis J. Konstrukcinis stiprumas ir patikimumas. 2 dalis; Panevėžys, 2003. 41p.
3. Čižas A. Aiškinamasis medžiagų atsparumo uždavinynas. A. Čižas, V. Viršilas, J. Žekevičius. Vilnius, 2000. 295p. ISBN 9986-546-95-8.
4. Žiliukas A. Medžiagų mechanika” Kaunas, 2004. 595p. IBNS 9955-09-729-9.
5. Bareišis J. Medžiagų mechanika. Šiauliai, 2000. 228p.
6. Bareišis J. Konstrukcinių elementų atsparumas. Šiauliai, 2003. 253p.