

ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS

Aušra Kazlauskienė

PRADINIŲ KLASIŲ MOKINIŲ STATISTINIŲ GEBĖJIMŲ
UGDYMAS

Daktaro disertacija
Socialiniai mokslai, edukologija (07 S)

Šiauliai 2005

Disertacija rengta 2000–2005 metais Šiaulių universitete

Mokslinis vadovas

prof. habil. dr. **Bronislovas Bitinas** (Vilniaus pedagoginis universitetas, socialiniai mokslai, edukologija (07 S))

TURINYS

Įvadas

I. Literatūros apžvalga: statistinių gebėjimų ugdymas kaip didaktinė problema

I.1. Statistinių gebėjimų samprata.....	5
I.2. Statistinių gebėjimų ugdymo tikslai ir funkcijos	14
I.3. Elementarūs statistiniai gebėjimai Lietuvos ir užsienio pradinės mokyklos ugdymo turinyje	21
I.4. Statistinių gebėjimų ugdymo proceso problemos	28
I.5. Pradinių klasių mokinių statistiniai gebėjimai TIMSS kontekste	33

II. Pradinių klasių mokinių statistinių gebėjimų ugdymo tyrimo metodologija

II.1. Konstatuojamasis tyrimas.....	35
II.1.1. Pradinių klasių mokinių statistinių gebėjimų tyrimo paskirtis ir organizavimas	
35	
II.1.2. Testų užduočių turinio ir konstrukcinis validumas.....	39
II.1.3. Pradinių klasių mokytojų statistinių gebėjimų paskirtis ir organizavimas	43
II.1.4. Mokytojų ir mokinių požiūris į statistikos elementų mokymą(-si)	45
II.2. Pedagoginis eksperimentas	46
II.2.1. Ugdomojo eksperimento tikslas, imtis, organizavimas.....	46
II.2.2. Eksperimentinio ugdymo metodinė sistema.....	49
II.2.3. Eksperimentinio ugdymo rezultatų diagnostika	52

III. Konstatuojamųjų tyrimų rezultatai

III.1. Bendrieji statistinių gebėjimų diagnostikos rezultatai.....	54
III.2. Mokinių gebėjimas skaityti duomenis.....	58
III.3. Mokinių gebėjimas pateikti duomenis.....	70
III.4. Pradinių klasių mokytojų statistiniai gebėjimai.....	80
III.5. Pradinių klasių mokytojų požiūris į statistikos elementų mokymą.....	84
III.6. Pradinių klasių mokinių nuostatų tyrimas	91

IV. Pedagoginio eksperimento rezultatai

IV.1. Eksperimentinio mokymo organizavimas	94
IV.2. Pradinių klasių mokinių techninio lygmens statistinių gebėjimų lyginamoji raida ..	98
IV.2.1. Mokinių gebėjimų skaityti duomenis įvertinimas ir palyginimas	98
IV.2.2. Mokinių gebėjimų vaizduoti duomenis įvertinimas ir palyginimas	103
IV.3. Pradinių klasių mokinių gebėjimas atlikti matematinės operacijas	118
IV.4. Bendrųjų pažinimo elementų mokymo ypatumai.....	127
IV.5. Pradinių klasių mokinių požiūris į statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymą	137

Išvados	141
----------------------	-----

Rekomendacijos	143
-----------------------------	-----

Literatūra	144
-------------------------	-----

Priedai	173
----------------------	-----

IVADAS

Aktualumas. Formuojantis žinių ir informacinei visuomenei, išryškėja naujos charakteristikos, kurias P. F. Drucker (1993) apibūdina kaip greitėjančius pasikeitimus ir intensyvėjantį problemų sudėtingumą. Kadangi pokyčiai įvairiose gyvenimo srityse reikalauja lygiagrečių išsilavinimo pokyčių, švietimo sistemai iškyla labai svarbus uždavinys: paruošti mokinius gyventi, veiksmingai dirbti ir kurti besikeičiančioje visuomenėje. Reformuojamos Lietuvos švietimo sistemos ugdymo turinys – viena sričių, dedančių pagrindus šiuolaikinei pilietinei, demokratinei žmogaus ir tautos savimonei bei gyvensenai. Šiandieninėje visuomenėje vis labiau akcentuojamas ugdymas, kurio pagrindinė dimensija – nauji gebėjimai. Pastaraisiais dešimtmečiais, sparčiai didėjant naujos informacijos srautui, atsirandant viena kitą papildančioms ar net viena kitai prieštaraujančioms mokslinėms teorijoms, pažinimo kriterijams, kintant vertybių prioritetams, akivaizdu, kad svarbiausia yra ne žinių kaupimas, bet mokėjimas racionaliai, savarankiškai mąstyti, naudotis informacija (ją skaityti, vaizduoti), mokėti ją pasirinkti. Todėl daugelis mokslininkų (Ennis, 1985; Gal, 2002; Monteiro, Ainley, 2002; Shaughnessy, 1992; Schield, 2000; Rouncefield, 1993; Holmes, 2003; Konold, Pollatsek, Well, 1996; Pereira-Mendoza, 1995; Konold, Biehler, Steinbring, 1996; Garfield, 1994; Innabi H, 2002; Garfield, Hogg, Schau, Whittinghill, 2002) atsiliepdami į išsakytas mintis, išskiria *statistinius gebėjimus*, kurie leis suprasti, analizuoti ir vertinti statistinę informaciją, pateiktą ir grafikais, diagramomis, bei grafine forma pavaizduoti įvairius duomenis.

Įvairių šalių mokslininkai, apibendrinę statistikos mokymo patirtį nuo ikimokyklinio amžiaus iki universitetinių studijų, numato šios srities tyrimų kryptis ateičiai: statistikos mokymo *psichologinius aspektus* (Jones, Wares, Langrall, Thornton, 2000; Perelli D'Argenzio, Rigatti Luchini & Moncecchi, 1998; Fischbein, 1975, 1987; Piaget, Inhelder, 1975; Hawkins, Kapadia, 1984; Borovnik, 2002), statistinių gebėjimų ugdymo *pedagoginius aspektus* (Carvalho, César, 2000; Dolan, 2002; Rouncefield, 1993; Konold, Pollatsek, 1996; Pereira-Mendoza, 1995; Kader, Perry, 1994; Pereira-Mendoza, Dunkels, 1989; Bowman, 2002; McLean, 2000; Hilton, Grimshaw, Anderson, 2001; Holmes, 1993; Garfield, 1993; Ledolter, 1995; Hawkins, Kapadia, 1984), ypač akcentuojamos *statistikos mokymo problemos besivystančiose šalyse* (Rozga, 1998; Mina, 1998; Ogum, 1998; Lam, 2002; Odhiambo, 2002; Cheung, 1998; Wong & Tang, 2000) ir *pedagogų rengimas* (Garfield, 1997; Godino, Cañizares & Díaz, 2003; Watson, Moritz, 1999; Lopes, 2003).

Tad visai neatsitiktinai pasaulyje, taip pat ir Lietuvoje, statistinių gebėjimų ir jų ugdymo nagrinėjimas susilaukia vis daugiau dėmesio. Šiame pedagoginių paieškų kontekste paminėtini tyrimai, kurie apima įvairius aspektus: *statistinių sąvokų tikslinimo* (Perelli

D'Argenzio, Rigatti Luchini, Moncecchi, 1998; Goodman, 1997; Hawkins, Jolliffe, Glickman, 1992; Amit, 1998; Nillson, 2003; Batanero, 2003), *optimalaus mokymo laiko* (Holmes, 1993; Anderson, Loynes, 1987), *įvairių mokymo koncepcijų taikymo* (Davidson, 1990; Resnick, 1989; Campos, Bacelar, Oliveira, Gome, 1999; Gal, Garfield, 1998); *technologijų panaudojimo* (Kader, Perry, 1994; Monterio, Ainely, 2003; Glencross, Binyavanga, 1996; Ben-Zvi, 1998, 2000), *integracijos prieinamumo* (Pereira-Mendoza, 1989). Ypatingas dėmesys skiriamas *statistiniam mąstymui* (Wares, Jones, Langrall, Thornton, 2000; Snee, 1999; Wild, Pfannkuch, 1999), *statistiniam samprotavimui* (Garfield, Gal, 1997a, 1999; Chervaney, Benson, Iyer, 1980; DelMas, Gafield, Chance, 1999; Bangdiwala, 2001), *statistiniam raštingumui* (Walman, 1993; Schield, 1999, 1998, 2002; Barbieri, Giacche, 1999; Barbieri, Giacche, 1999) ugdyti tam tikrais amžiaus tarpsniais.

Kaip matyti, užsienio šalyse daug dėmesio skiriama statistinių gebėjimų ugdymo pagrindimui, ugdymo procesui organizuoti, pedagogų problemoms spręsti. Atskirais atvejais tyrinėjami mokinių komunikaciniai gebėjimai vaizduojant duomenis, pasiūlyta įvairių statistikos elementų formavimo modelių, būdų, kaip juos efektyviau įsisavinti. Vis dėlto, nepaisant minėto pozityvaus statistinių gebėjimų ugdymo aspektų tyrinėjimų įdirbio, reikia konstatuoti, kad tyrimuose mažai akcentuojama: kokie statistiniai gebėjimai turėtų būti ugdomi tam tikrame amžiaus tarpsnyje; kokių mokomųjų dalykų kontekste parankiausia ugdyti statistinius gebėjimus.

Statistikos ir tikimybių teorijos pradmenų kursas Lietuvos mokyklose sietinas su bendraja švietimo reforma, nors kai kurių statistikos elementų buvo mokoma ir anksčiau. Apie statistikos ir tikimybių mokymą pagrindinėje mokykloje pirmasis rašė V. Liutikas (1978, 1992, 1994, 1996). Pagrindinės mokyklos vadovėliai su stochastikos¹ elementais išleisti 1995 metais (Cibulskaitė, Stričkienė). Apie statistikos elementus pradinėse klasių matematikos mokykliniame kurse rašė P. Survila (2000), A. Kiseliovas, D. Kiseliova, A. Kazlauskienė (2002, 2003), B. Balčytis (2001). 1993 metais Lietuvos matematikos mokymo programose atsirado statistikos ir tikimybių teorijos pradmenų kursas. Iš pradžių buvo įvestas 11–12 klasėse, kiek vėliau – pagrindinėje mokykloje, o 1995 metais – pradinėje mokykloje B. Balčyčio „Skaičiaus šalies“ vadovėlyje, tačiau bendrojo lavinimo mokyklos Bendrosiose programose ir išsilavinimo standartuose (toliau Bendrosios programos) pradinėje mokykloje mokinius supažindinti su statistikos elementais buvo pasiūlyta tik 1997 metais.

Lietuvoje iki šiol nėra atlikta tyrimų, kurie pagrįstų statistinių gebėjimų ugdymą pradinio mokymo turinio kontekste. Tokių tyrimų poreikį patvirtina 2004 metų TIMSS rezultatai

¹ Stochastika [gr. stochasis – nuspėjimas] – matematinis atsitiktinumas, tikimybinis (Tarptautinių žodžių žodynas, 2001, p. 706).

(Mullis, Martin, Gonzalez, 2004): Lietuvos ketvirtos klasės mokinių statistiniai gebėjimai, palyginti su kitų matematikos skyrių rezultatais, buvo prasčiausi.

Tyrimo objektas – matematikos mokymas pradinėse klasėse.

Tyrimo problema – pradinė klasių mokinių statistinių gebėjimų ugdymo turinio sistemingumas ir prieinamumas.

Darbo hipotezė. Pradinė klasių mokiniai pajėgūs įsisavinti statistikos ir tikimybių teorijos elementus, jei:

- teikiama užduočių sistema atitinka mokinių matematinių kompetencijų lygį ir apima statistikos techninio lygmens, matematinių operacijų ir bendrųjų pažintinių gebėjimų lygmenų kompleksą;
- užduočių medžiaga susieta su mokinių asmenine patirtimi realizuojant tarpdalykinius ryšius;
- mokytojai turi reikiamas kompetencijas.

Tyrimo tikslas – nustatyti pradinė klasių mokinių statistinių gebėjimų ugdymo turinį ir jo realizavimo prielaidas.

Tyrimo uždaviniai:

1. Teoriškai pagrįsti mokinių statistinių gebėjimų ugdymą kaip pradinio mokymo didaktinę problemą.
2. Apibūdinti šalies pradinė klasių mokinių ir mokytojų statistinius gebėjimus, ypatumus ir požiūrį į jų ugdymą.
3. Eksperimentu patikrinti mokinių gebėjimą įsisavinti statistikos ir tikimybių teorijos elementus.
4. Parengti ir pateikti pradinė klasių mokiniams statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokomąsias priemones.

Gynimui teikiami teiginiai:

1. Statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymo turinys integruoja mokinių matematinius gebėjimus, kitų mokomųjų dalykų turinio žinias, bendruosius pažinimo gebėjimus ir asmeninę patirtį, todėl yra bendroji pradinio ugdymo problema.
2. Statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymui skirta užduočių sistema yra validi ir prieinama mokiniams, jeigu apima:
 - statistikos techninio lygmens gebėjimus (gebėjimą duomenis skaityti ir vaizduoti);
 - matematinių operacijų lygmens gebėjimus (apskaičiuoti vidurkį, klasifikuoti duomenis, suapvalinti skaičius, suvokti tikimybių teorijos elementus, skaičius paversti procentais);

- mokiniams prieinamo lygio pažintinius gebėjimus (gebėjimą formuluoti problemą, hipotezę, rinkti duomenis jai tikrinti, duomenis analizuoti, interpretuoti, daryti išvadas).
3. Sėkmingo pradinį klasių mokinių statistinių gebėjimų ugdymo prielaidos:
- pradinį klasių mokytojų statistinių gebėjimų ugdymas jų akademinio ir tęstinio rengimo struktūroje;
 - tarptautinius standartus atitinkančio statistinių gebėjimų ugdymo turinio įtvirtinimas pradinės mokyklos Bendrosiose programose;
 - statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymo, paremto pradinėse klasėse įgytais gebėjimais, pateikimas aukštesniųjų klasių matematikos programose.

Tyrimo rezultatų naujumas: atskleista pradinį klasių mokinių statistinių gebėjimų struktūra ir aprobuota šią struktūrą atitinkanti mokomųjų užduočių sistema.

Rezultatų teorinis reikšmingumas: statistiniai gebėjimai įtvirtinti kaip pradinio ugdymo tikslas Lietuvos kultūrinės erdvės kontekste, aprobuotas jų ugdymo turinio teorinis modelis.

Praktinis darbo reikšmingumas: parengta ir eksperimentiškai išbandyta užduočių sistema, reprezentuojanti pradinį klasių mokinių statistinių gebėjimų ugdymo turinį; parengtas ketvirtos klasės mokinių statistinių gebėjimų testas, kuris gali būti taikomas švietimo būklės ir didaktikos tyrimuose; tyrimo rezultatai gali būti taikomi pradinį klasių mokytojų rengimo ir jų tęstinio mokymo sistemoje.

Tyrimo rezultatų aprobavimas. Tyrimo rezultatai aprobuoti ir įdiegti organizuojant eksperimentinį tyrimą. Išvados ir rezultatai aptarti su eksperimente dalyvavusiais Šiaulių miesto Gytarių vidurinės mokyklos pradinį klasių mokytojais. Disertaciniame darbe atliktų mokslinių tyrimų rezultatai aprobuoti ir atspausdinti įvairaus lygmens mokslinėse ir praktinėse konferencijose: *Rezeknėje* (1999), *Minske* (2001), *Liepojoje* (2002), *Rygoje* (2003), *Taline* (2003), *Berlyne* (2003), *Kaune* (2001), *Vilniuje* (2002, 2003a, 2003b), *Klaipėdoje* (2004), *Šiauliuose* (1998, 1999, 2000, 2001a, 2001b, 2002a, 2002b, 2003). Išleistos mokymo priemonės: „Matematikos užduotys su statistikos elementais III klasėje“, (2002); „Užduotys su statistikos elementais IV klasėje“, (2003); „Pradžių pradžia“, (2002); „Matematikos pradžiamokslis“, (2004). Straipsnių ir mokymo priemonių detalus sąrašas pateiktas literatūros sąrašė.

I. LITERATŪROS APŽVALGA: STATISTINIŲ GEBĖJIMŲ UGDYMAS KAIP DIDAKTINĖ PROBLEMA

I.1. Statistinių gebėjimų samprata

Akademinis diskursas apie švietimą yra vertingas kaip naujų požiūrių į švietimo procesus aptarimas. Tačiau reikalingas toks diskursas, kuris, reaguodamas į situaciją, siūlo būdų, kaip švietimą tobulinti. Šiandienos švietimo padėtis Lietuvoje nėra labai aiški, ji kelia daug įvairiausių klausimų. Vienas jų – kaip gyventi kaitos sąlygomis. Švietimo kaitą Lietuvoje rodo ne šiuolaikinių užsienio švietėjų teorijos, o akivaizdūs ugdymo proceso pokyčiai (švietimo institucijų, mokymo programų, vadovėlių kaita). Pastaraisiais dešimtmečiais, sparčiai didėjant naujos informacijos srautui, atsirandant viena kitą papildančioms ar net viena kitai prieštaraujančioms mokslinėms teorijoms, pažinimo kriterijams, kintant vertybių prioritetams, akivaizdu, kad svarbiausia yra ne žinių kaupimas, bet mokėjimas racionaliai, savarankiškai mąstyti, naudotis informacija (ją skaityti, vaizduoti), mokėti ją pasirinkti. Tokie gebėjimai reikalingi ne tik moksleiviams, bet ir mokytojams.

Šiuolaikinėje ugdymo teorijoje ir praktikoje ypač pabrėžiama asmens kompetencijos puoselėjimo svarba. Svarbiausias **kompetencijos** (žinios, įgūdžiai, gebėjimai, vertybinės nuostatos) dėmuo – gyvenime reikalingi **gebėjimai** ir įgūdžiai. Iškeliant kompetencijos prioritetą teikiama pirmenybė gebėjimų ugdymui (Išsilavinimo standartai, 2003, p. 5) arba, kaip teigiama, „esminis asmens kompetencijos dėmuo, jos „šerdis“ yra gebėjimai“ (ten pat).

Literatūroje egzistuoja du tyrinėjimų požiūriai į gebėjimus: psichologinis-kognityvinis ir pedagoginis. Pedagoginėje ir psichologinėje literatūroje dažnai šalia viena kitos vartojamos sąvokos *gabumai ir gebėjimai*. Rusijoje jos apibūdinamos vienu terminu (способность). Kitoje užsienio literatūroje gabumų ir gebėjimų sąvokos skiriasi. Gabumai (*ability*) (Reber, 1993) apibūdinami kaip tam tikras pasiekimų potencialas. Gebėjimas (*skills*) – savybė, galia, kompetencija, įgudimas, kuris įgalina asmenį atlikti tam tikrą užduotį per apibrėžtą laiką. Pasak L. Jovaišos (1993), sąvoka „gebėjimas“ rodo, kad ką nors išmoksti: tam tikrą veiksmą, veiklą, poelgį. Anot D. Kiseliovos (2002), gebėjimo terminu sujungiamos klasikinėje didaktikoje² vartojamos mokėjimų ir įgūdžių sąvokos yra anglų kalbos termino *skills* atitikmuo. Esminis gebėjimo (*skills*) ir gabumo (*ability*) skirtumas: **gebėjimas yra individo**

² Viena problemų, kurias sprendžia ir pedagogika, ir psichologija, yra mokymo tikslų, o kartu ir mokymosi rezultatų kognityvinėje sferoje apibrėžtis. Klasikinėje didaktikoje šiems rezultatams nusakyti vartojamos sąvokos *žinios, mokėjimai, įgūdžiai, gebėjimai*.

potencialas atlikti tam tikrą užduotį, gabumas – potencialas įgyti savybes, reikalingas užduočiai atlikti.

Plėtojantis mokslui ir technikai, tobulėjant gamybai, ypač didelę svarbą įgyja *gebėjimai kritiškai mąstyti, spręsti problemas, priimti sprendimus, susidaryti nuomonę*. Todėl vienas svarbiausių švietimo tikslų tampa *kryptingas* tokių gebėjimų ugdymas (Bendrosios programos, 2003). Minėta programa ir išsilavinimo standartai (2002) nusako vieną pagrindinių *ugdymo uždavinių*: „...puoselėti kritinio mąstymo, problemų sprendimo ir kitus šiuolaikinės visuomenės nariui svarbius įgūdžius“ (p. 7). Kritinio mąstymo ir problemų sprendimo gebėjimai yra paminėti Ekonominio bendradarbiavimo ir plėtros organizacijos (OECD) ekspertų kaip vertingi asmens „ištekliai“.

Formuojanti kritinį mąstymą, padedanti spręsti problemas, atpažinti, apibūdinti, aprašyti užkoduotą sąryšį yra statistiniai gebėjimai (Ennis, 1985; Gal, 2002; Monterio, 2002; Shaughnessy, 1992; Schield, 2000; Rouncefield, 1993; Holmes, 2003; Konold, Pollatsek, Well, 1997; Pereira-Mendoza, 1981; Konold, Biehler, Steinbring, 1996; Garfield, 1994; Garfield, Hogg, Schau, Whittinghill, 2002).

Daugelis mokslininkų statistinius gebėjimus nagrinėja sutapatindami juos su statistiniu raštingumu, statistiniu mąstymu, statistiniu samprotavimu ir statistine kompetencija. Kiti autoriai mini kaip jų sudedamąją dalį.

Dažnai diskutuojamas klausimas: kokio supratimo reikės visuomenės piliečiams XXI amžiuje? Daugelis mokslininkų (Monteiro, Ainley, 2000, 2003; Batanero, 2003; Reading, 2002; Schield, 2002, 2000, 1999; Carlson, 2002; Barbieri, Giacche, 1999; Watson, Callingham, 2003; Gal, 2002; Garfield, 1999; Moore, 2001; Walman, 1993) vieningai pritaria, kad visuomenės piliečiai neapsieis be *statistinio raštingumo*. Iš to kyla kitas klausimas: kokių konkrečių sąvokų ir gebėjimų reikės konkrečių darbų kontekste? Pasak D. Moore (2001), tai yra statistinės kompetencijos klausimas.

Šeštojoje tarptautinėje konferencijoje, vykusioje Pietų Afrikoje (Durbanas) 2002 metais, Tarptautinis Statistikos institutas išreiškė savo požiūrį į statistinio raštingumo būtinumą.

Vis didėjantis statistinio raštingumo poreikis privertė mokslininkus apie tai prabilti platesniu mastu. Šis klausimas buvo nagrinėjamas Italijos statistikos organizacijoje (Statistical Society), Italijos nacionaliniame statistikos institute (ISTAT), UNESCO. Visi sutiko, kad šiame amžiuje baisiau neturėti statistinių žinių nei nemokėti skaičiuoti. Kiekvienam piliečiui statistinis raštingumas svarbus dėl dviejų priežasčių: 1) tai yra neišvengiamai reikalingas supratimas kasdieniniame gyvenime ir būtina sąlyga priimant asmeninius sprendimus; 2) globalizacija ir technologijos progresas reikalauja iš visuomenės itin tobulo statistinio raštingumo, gabumų skaityti duomenis, juos suprasti.

Pramonininkų apskritojo stalo (European Round Table of Industrialists – ERTI) diskusijoje, kurioje buvo aptariama Europos švietimo padėtis, pabrėžtas socialinis matematikos mokymo vaidmuo (Education for Europeans: Towards the Learning Society, 1995). Šis požiūris glaudžiai siejasi su raštingumo lygmenimis (Education at a Glance, 1996). Ypač akcentuotas statistinis raštingumas, kuris reikalingas kasdieniniam gyvenimui. Šioje ir kitoje mokslinėje literatūroje statistinio raštingumo sąvokos apibrėžtys yra įvairiai pateikiamos (žr. I. 1 lent.).

I. 1 lentelė

Statistinio raštingumo sampratos aiškinimai

Autoriai	Metai	Statistinio raštingumo sampratos aiškinimai
K. Wallman	1993	Statistinis raštingumas yra gebėjimai suprasti ir kritiškai įvertinti statistinę informaciją , paplitusią šiandieniniame gyvenime. Suprasti procentinių vaizdavimų galią.
ERTI	1995	Statistinį raštingumą apibūdina kaip gebėjimą rasti ir naudoti informaciją, pateiktą įvairiais būdais – žemėlapiuose, lentelėse, diagramose, kritiškai ją vertinti ir interpretuoti.
J. Watson	1997	Gebėjimas suvokti tekstą ir jame esančios statistinės informacijos reikšmę bei prasmę atitinkamos temos kontekste.
DOE Curriculum	1997	Tai duomenų rinkimas, duomenų analizė.
J. Evans, I. Rappaport	1998	Duomenų vaizdavimo gebėjimai.
M. Schield	1999	Išskiria statistinio raštingumo prioritetus, pabrėžia informacijos skaitymo ir interpretavimo gebėjimus.
J. Garfield	1999, 2002	Statistinės kalbos: žodžių, simbolių ir terminų, supratimas. Gebėjimas interpretuoti diagramas ir lenteles. Mokėjimas skaityti ir suprasti duomenis , pateiktus žiniasklaidoje, apklausose ir pan.
M. Snell	1999	Gebėjimas suprasti statistines sąvokas ir samprotauti pradinio statistiniu lygmeniu.
Tarptautinis statistikos institutas (ISI)	1999	Išskiriamos pagrindinės sąvokos iš statistikos ir tikimybių teorijos , kad galima būtų suprasti tam tikrą informaciją tam tikrame kontekste.
I. Gal	2000	Tai gebėjimas interpretuoti ir kritiškai vertinti statistinę informaciją ir duomenimis paremtus argumentus, pasirodančius žiniasklaidoje, ir gebėjimas susidaryti savo nuomonę , susijusią

		su statistine informacija.
I. Gal	2002	<p>Statistinių žinių turi tas pilietis, kuris suvokia vidurkio sąvoką ir geba ją pritaikyti. Išskiria du raštingumo komponentus:</p> <p>-gebėjimas interpretuoti ir kritiškai įvertinti informaciją, argumentuoti susijusius duomenis ar stochastinius reiškinius, su kuriais galima susidurti įvairiuose kontekstuose;</p> <p>- gebėjimas komunikuoti, reaguoti į statistinę informaciją, kad būtų suprasta informacijos reikšmė, nuomonė apie informacijos išvadas.</p>

Kaip matyti iš daugelio šia tema publikuotų darbų, sąvoka „statistinis raštingumas“ neturi vieno visiems priimtino apibrėžimo. Iš pateiktų definicijų, kuriose atsižvelgiama į keliamus tikslus, aišku tai, kad nors apibrėžimai siejasi su tikslais, vartojama sąvoka „statistinis raštingumas“ yra per plati. D. J. Rumsey (2002) šalia siūlo vartoti kitą – „*statistinė kompetencija*“ (statistical competence), kuri, anot autoriaus, reiškia pagrindines žinias, kuriomis remiasi statistinis samprotavimas ir mąstymas. Mokslininkas statistinei kompetencijai priskiria šiuos **gebėjimus**:

- 1) gebėjimas suprasti duomenis;
- 2) gebėjimas suprasti elementarias statistikos sąvokas;
- 3) gebėjimas išmanyti duomenų rinkimo pagrindus;
- 4) elementarūs interpretavimo gebėjimai (apibūdinti, ką tam tikri rezultatai reiškia problemos kontekste);
- 5) elementarūs komunikaciniai gebėjimai (paaiškinti rezultatus kitiems) (Rumsey, 2002).

Matyti, kad neretai sutapatunami gebėjimų, raštingumo ir kompetencijos konceptai. Gebėjimai, kaip minėta, yra tam tikras potencialas atlikti užduotį, o populiarus konceptas „raštingumas“ šiandien traktuojamas daug plačiau nei tradicinis raštingumas (gebėjimas skaityti, rašyti, suprasti tekstinę medžiagą). Apibendrinus *statistinį raštingumą*, matyti, kad raštingumo supratimas šiandien apima ne tik asmens gebėjimą skaityti, rašyti, kalbėti, skaičiuoti, bet ir spresti problemas. F. Dubin, N. Kuhlman (1992) pripažįsta, kad žodis „raštingumas“ pats savaime reiškia *kompetenciją, žinias ir gebėjimus*. Todėl statistinis raštingumas reiškia ne tik gebėjimą skaityti, vaizduoti duomenis, bet ir gebėjimą suprasti duomenis, juos panaudoti praktiškai. Raštingumas prasideda tada, kai pradeda reikštis *teorinių žinių ir praktinių gebėjimų vienovė*, atsiranda sistemingesnių žinių. Gana artimi konceptai yra raštingumas ir **kompetencija**. Anot D. Šaparnienės (2002), aukštesnysis kokybinis raštingumo lygmuo yra kompetencija. Diskusijose kompetencija dažnai vartojama

kaip žinių ir gebėjimų atributas siekiant apibūdinti žmogaus gebėjimus užduotis atlikti labai gerai. Kiekviena veikla susideda iš veiksmų, o šie – iš operacijų, dėl kurių veiksmai ir pati veikla realizuojama (Kučinskas, 1997). Tarptautinių žodžių žodyne (Vaitkevičiūtė, 1999) kompetencija (lot. *competentia*) – tai funkcinis gebėjimas adekvačiai atlikti tam tikrą veiklą, turėti jai pakankamai žinių, gebėjimų, energijos.

Galima pastebėti, kad *statistinio raštingumo* ir *statistinės kompetencijos* sąvokos kartais apibūdinamos skirtingai, o kartais vartojamos kaip sinonimai. Sąlygiškai statistinio raštingumo ir statistinės kompetencijos sąvokų sinonimiškumas pateisinamas *funkcinio statistinio raštingumo lygmeniu*. Funkcinio statistinio raštingumo samprata apima statistikos žinias ir gebėjimus, reikalingus įgyvendinti tam tikrus tikslus.

Akivaizdu, kad kompetencija – aukščiausias kokybiškai nagrinėjamo fenomeno lygmuo. Kompetencija pasireiškia tuo, kad mobilizuojamos ne vien kognityvinės savybės (žinios, gebėjimai, meistriškumas ir pan.), bet ir visi asmenybiniai resursai: *emocinė–motyvacinė sfera, valia, intuicija, dorovė* ir pan. Todėl **kompetenciją** būtų galima apibrėžti kaip **asmenybės kognityvinių ir nekognityvinių savybių raišką sėkmingoje ir efektyvioje veikloje**.

Antroje lentelėje pateiktos sąvokų „statistinis mąstymas“ ir „statistinis samprotavimas“ apibrėžtys, kurių pagrindu bus išryškinti tam tikri statistiniai gebėjimai.

I. 2 lentelė

Statistinio samprotavimo ir statistinio mąstymo sampratos aiškinimai

Autoriai	Metai	Statistinio samprotavimo definicijos aiškinimai
N. Chervaney, R. Collier, S. Fienberg, P. Neter	1977	Statistinis samprotavimas apima tai, ką mokiniai geba daryti su statistiniu turiniu (prisiminti, atpažinti ir išskirti), ir statistinius gebėjimus , kuriuos mokiniai parodo sprenddami tam tikrą
N. Chervaney, P. Benson, R. Iyer	1980	problema. Mokslininkai į statistinį samprotavimą žiūrėjo kaip į trijų pakopų procesą: 1. <i>supratimas</i> (matymas, kad tam tikra problema panaši į problemų klasę); 2. <i>planavimas ir vykdymas</i> (atitinkamų metodų taikymas sprendžiant problemą); 3. <i>interpretavimas</i> (rezultatų aiškinimas).
G. Cobb	1991	Statistinis samprotavimas padeda naudoti statistinius metodus sprendžiant problemas ir kritiškai mąstyti .
T. Bradstreet	1996	
S. A. Hawkins, F. Jolliffe, L. Glickman	1992	Statistinį samprotavimą nagrinėja kartu su mąstymu neišskirdami šių dviejų procesų tipų.
R. Nisbett	1993	Tobulinant statistinį samprotavimą svarbūs statistikos elementai ir jų taikymas sprendžiant problemas .

J. Garfield, I. Gal	1999	Statistinį samprotavimą apibrėžia kaip statistinės informacijos supratimo būdą (interpretavimas, paremtas duomenimis, grafinis vaizdavimas ir apibendrinimai). Didelė dalis samprotavimo sujungia idėjas apie duomenis ir tikimybę. Jomis remiantis daromos išvados ir interpretuojami rezultatai.
P. Sedlmeier	1999	Statistinį samprotavimą apibrėžia kaip statistikos sąvokų vartojimą , kartu naudojant programinę įrangą, tikintis, kad statistinis samprotavimas susiformuos kaip viso to rezultatas.
M. Lovett	2001	Skyrė penkis statistinio samprotavimo lygmenis: 1. išskirtinis (mokiniai žino kai kurias sąvokas, tačiau jas kartais vartoja netaisyklingai (pvz., vidurkį painioja su moda)); 2. žodinis (žino tam tikras statistikos sąvokas, tačiau jų nesugeba pritaikyti); 3. pereinamasis (geba taisyklingai vartoti sąvokas, atlikti palyginimo interpretacijas); 4. procesinis (geba vartoti sąvokas, jas taikyti , tačiau nesugeba paaiškinti proceso susiejant su išsikelta hipoteze); 5. integruotas procesinis samprotavimas (gerai supranta statistinių tyrinėjimų procesą, geba derinti taisykles ir proceso vyksmą, geba atlikti spėjimus ir juos patikrinti).
G. A. Jones, C.A. Thornton, C. W. Langrall, E. Mooney	2002	Statistinis samprotavimas pasireiškia renkant duomenis, juos vaizduojant, atliekant analizę ir interpretaciją.
Autoriai	Metai	Statistinio mąstymo sampratos aiškinimai
G. E. Box, W. Hunter	1978	Statistinio mąstymo procesą charakterizuoja taip: duomenys-hipotezė, rezultatai, išvados.
M. Padilla, D. Mckenzie, E. Shaw	1986	Statistinis mąstymas yra sėkmingas problemų sprendimų būdas.
F. Curcio	1987	Statistinis mąstymas leidžia išryškinti duomenų reikšmę, atpažinti grafines sąvokas, modelius ir tendencijas analizuojant duomenis („skaitymas tarp duomenų“ (apima matematinių operacijų panaudojimą jungiant duomenis) ir „skaitymas už duomenų“ (interpretacija)).
D. Moore	1990	Siūlo šie statistinio mąstymo elementai : duomenys, duomenų konstravimas, pokyčių paaiškinimas.

R. D. Snee	1990, 1993	Statistinių mąstymą apibrėžia kaip minties procesus, kurie atpažįsta, kad visur aplink mus, visur, ką mes darome vyksta pokyčiai. Pagal šį apibrėžimą į viską žiūrima kaip į daugybę tarpusavyje susijusių procesų. Duomenų rinkimas ir analizė yra statistinio mąstymo esmė. Duomenų rinkimas skatina mokytis tirti, o analizė – sujungti mokymo(-si) procesus realybėje.
J. Mokros, S. Russell	1995	Statistinis mąstymas leidžia kokybiškai atlikti duomenų analizę ir interpretaciją.
A. E. Beaton, I. V. Mullis	1996	Statistinis mąstymas apima taisyklingą statistinių sąvokų vartojimą, statistinius elementus , kurie leidžia kritiškai įvertinti situaciją.
D. Moore	1997	Statistinis mąstymas reiškiasi tvarkant duomenis, juos grupuojant ir sumuojant, vartojant vidurkio sąvoką.
J. M. Watson, J. B. Moritz	2000	Statistinis mąstymas apima procentus, vidurkio ir modos pasiskirstymo žinias , kurios yra naudingos kritiškai įvertinti įvykius.
B. Chance	2000	Statistinis mąstymas sunkiai atsiejamas nuo statistinio raštingumo ir statistinio samprotavimo. Statistinių mąstymą padeda identifikuoti klausimai , kurie turi būti kokybiškai parengti, duomenų vaizdavimas, interpretacija.
D. Ben-Zvi, A. Arcavi	2001	Statistinis mąstymas akcentuojamas kaip problemos iškėlimas, duomenų rinkimas, interpretacija, duomenų pateikimas (grafinis).
S. Friel, F. Curcio, G. Bright	2001	Statistinis mąstymas glaudžiai susijęs su tikimybinio mąstymu.
G. A. Jones, E. S. Mooney, C. W. Langrall, C. A. Thornton	2002	Statistinis mąstymas apima vizualinio demonstravimo konstravimą.

Apibendrinant sąvokų *statistinis mąstymas*, *statistinis samprotavimas* definicijas, matyti, kad šios srities tyrinėjimai yra pradinės stadijos. Nėra aiškaus sutarimo, kaip padėti mokinimas ugdyti statistinį samprotavimą ar mąstymą, kaip nustatyti jų mąstymo ir samprotavimo lygį. Tačiau ryškiai išsiskiria *statistiniai gebėjimai*, kurie yra statistinio mąstymo ir statistinio samprotavimo pagrindas. Statistinis mąstymas ir samprotavimas

reiškiasi keturiais pagrindiniais statistiniais procesais: duomenų skaitymu, rinkimu, duomenų pateikimu bei jų analizavimu ir interpretavimu. Nereikėtų atmesti kai kurių tikimybių teorijos elementų, kuriuos minėti autoriai priskiria prie statistinių gebėjimų. 1975 metais J. Piaget, B. Inhelder, E. Fischbein, 2001 metais B. Greer (2001) tyrinėjo vaikų tikimybinį mąstymą. E. Fischbein intuiciją laiko tikimybinio mąstymo pradžia, o J. Piaget intuiciją sieja su pažinimu, tikimybinį mąstymą – su statistiniais gebėjimais. Anot V. Liutiko (1978), pagrindinis statistikos įrankis yra tikimybių teorija ir cituoja P. Laplas knygos „Theorie analytique des probabilites“ („Analitinė tikimybių teorija“, 1972, p. 14) žodžius, kad svarbiausios žmogaus gyvenimo problemos iš tikrųjų yra tik tikimybių teorijos uždaviniai.

Visoje statistikoje pastebima tiek tikimybių teorijos, kad visiškai pagrįstai tam tikrus elementus iš tikimybių teorijos galime priskirti prie statistinių gebėjimų. Kiekvienas statistikos uždavinys iš esmės yra tikimybių teorijos uždavinys (Liutikas, 1972). Priešingai pasakyti būtų neteisinga. Statistinių uždavinių kategorijai priklausantys tikimybių teorijos uždaviniai glaudžiai siejasi su indukciniu sprendimu tais atvejais, kai duomenys, kuriais reikia padaryti atitinkamus sprendimus, yra atsitiktiniai arba, kaip sakoma, turi tikimybinę prigimtį (Liutikas, 1972). T. Bajesas (1702–1761) paskelbė postulata, kuriame tikimybių teoriją pritaiko statistikos duomenims.

R. C. delMas (2002), apibendrinęs mokslininkų darbus apie statistinį raštingumą, **statistinį samprotavimą**, statistinį ir tikimybinį mąstymą, teigia, kad visos šios sąvokos yra viena kitą papildančios ir neatsiejamos, o jų pagrindą sudaro statistiniai gebėjimai. Mokslininkas pabrėžia, kad kiekvienas etapas prieinamas ikimokyklinio amžiaus vaikams.

Sąvokos „statistiniai gebėjimai“ turinys. I. Gal (2002), M. Schield (1998), A. Graham (1990), G. E. Box, W. Hunter (1978), D. S. Moore (1990) statistinius gebėjimus apibūdina kaip tam tikras statistines procedūras: mokėjimą rasti reikiamą informaciją, planuoti, ją apdoroti, analizuoti, sintetinti, interpretuoti, vertinti, formuluoti hipotezes, kritiškai mąstyti.

M. Rouncefield (1993) statistinius gebėjimus apibrėžia išvardydamas statistikos elementų etapus:

- iškelti problemą;
- išsiaiškinti, kokių duomenų reikės (kaip juos rinkti, registruoti);
- išsirinkti tinkamiausią metodą, kaip rinkti duomenis;
- pasiruošti duomenų rinkimo lapą;
- rinkti duomenis;
- analizuoti rezultatus;
- rezultatus interpretuoti, pateikti, padaryti išvados.

L. Pereira-Mendoza (1981) statistinius gebėjimus apibrėžia kaip duomenų rinkimą (įskaitant duomenų skaitymą) ir grafinį vaizdavimą. Pasak mokslininko, šių gebėjimų pagrindu kitose pamokose galima toliau tobulinti duomenų interpretavimą. P. Campos, S. Bacelar, E. Oliveira, J. Gome (1999) išryškina tokius statistinius gebėjimus:

- gebėjimas rinkti duomenis ir juos tvarkyti;
- gebėjimas kelti hipotezes;
- gebėjimas pateikti duomenis ir juos interpretuoti;
- gebėjimas naudoti elementarius tikimybių teorijos elementus.

A. S. Ehrenberh A. S (1981), L. Haapasalo (1994), M. Rangelcroft (1991) statistiniais gebėjimais siūlo laikyti: *pagrindines statistines sąvokas*, kurias reglamentuoja pradinė klasių dokumentai, *grafinį duomenų skaitymą ir vaizdavimą*. Autoriai šiems gebėjimams ugdyti siūlo keturias procedūras: problemos iškėlimą, duomenų rinkimą, duomenų analizę, rezultatų interpretavimą ir išvadų darymą, kuriuos L. Leinonen, A. Säkkinen (1999) priskiria prie statistinių gebėjimų.

P. Holmes (1980) statistinių gebėjimų ugdymą grindžia šių procedūrų pagrindu: duomenų rinkimas, duomenų lentelių sudarymas ir pristatymas, duomenų sisteminimas, interpretacija ir išvados.

Pasak A. Graham (1990), statistiniai tyrinėjimai prasideda problema ir ją tyrinėjant reikalingi 4 komponentai, kuriuos įvardija kaip statistinius gebėjimus:

- 1) klausimo (problemos) iškėlimas;
- 2) duomenų rinkimas;
- 3) duomenų analizė;
- 4) rezultatų interpretavimas.

M. Perry ir G. Kader (1992) pasiūlė įtraukti dar vieną komponentą – „rezultatų pateikimas“ (communication of results), kuris galutinai užbaigtų statistinį tyrinėjimą.

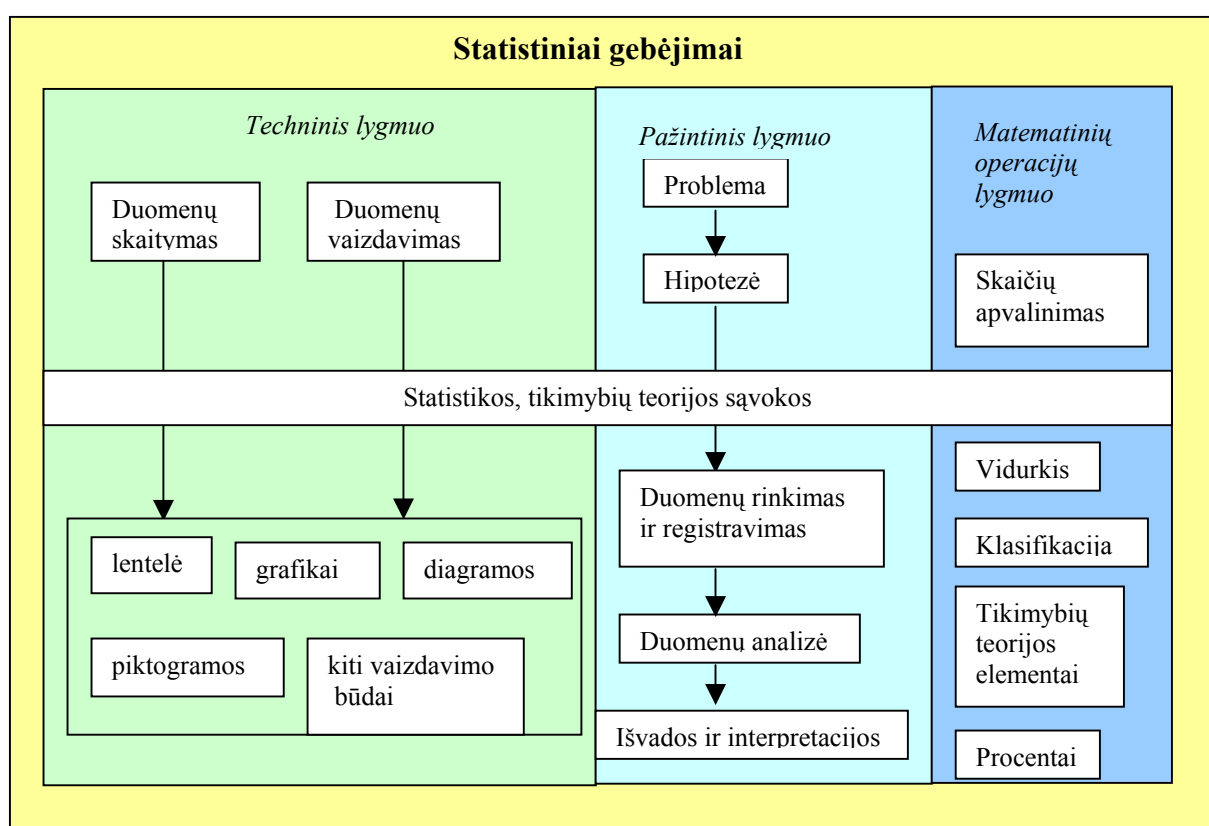
Taigi išsikristaluoja trys *statistinių gebėjimų* apibrėžtys: pirma daugiau apima *techninio lygmens* statistinius gebėjimus (duomenų skaitymas, vaizdavimas), antra – *pažintinio lygmens* gebėjimus (problemos, hipotezės išsikėlimas, duomenų registracija, analizė, išvados ir interpretacijos), trečia – *matematinė operacijų lygmens* gebėjimus (procentai, vidurkis, tikimybės, skaičių apvalinimas, klasifikavimas ir pan.) (žr. I. 1 pav.).

Pažymėtini trys esminiai *statistinių gebėjimų* aspektai:

- *pragmatinis pradas* – gebėjimas naudoti statistikos elementus kaip įrankius;
- *kritinis pradas* – statistinių gebėjimų suteikiamų privalumų ir potencialių rizikų supratimas;
- *kultūrinis aspektas* – vertybių ir nuostatų ugdymas.

Kaip matyti mokslinėje literatūroje, yra nemažai autorių, nagrinėjančių statistinių gebėjimų sampratą, jų struktūrinės raiškos charakteristikas. Tačiau iki šiol lieka nemažai neapibrėžtumų ir netgi painiavos aiškinant nagrinėjamas sąvokas.

Mokslinės literatūros analizė išryškino, kad *statistiniai gebėjimai* kartais apibūdinami labai plačiai ir abstrakčiai: jiems priskiriami net tiesiogiai nesusiję įgūdžiai (bendradarbiauti, kritiškai mąstyti, planuoti). Ar korektiška taip plačiai apibrėžti statistinius gebėjimus? Viena vertus, galima pritarti tokiai universaliai sampratai: statistika ir jos taikymas įgyja vis didesnę reikšmę visose gyvenimo sferose, nes gebėjimai sumaniai veikti dabarties kontekste (t. y. komunikuoti, mąstyti, priimti sprendimus) yra neatsiejami nuo statistikos supratimo įgūdžių.



I. 1. pav. Statistinių gebėjimų turinio komponentai

I.2. Statistinių gebėjimų ugdymo tikslai ir funkcijos

Analizuojant statistinius gebėjimus tikslinga būtų aptarti jų ugdymo paskirtį ir išskirti jų funkcijas. Statistiniai gebėjimai – svarbi šiuolaikinio žmogaus ugdymo sritis. Supratimas, kaip taikyti sąvokas, modelius, metodus, sudaro prielaidas ne tik pažinti pasaulį, perimti šimtmečiais susiformavusią žmogaus mąstymo bei veiklos kultūrą, bet ir padeda individui jo

praktinėje veikloje formuluoti prielaidas, hipotezes, vertinti savo ir kitų individų loginių argumentų tinkamumą ir patikimumą, taigi prisitaikyti prie nuolat kintančios tikrovės. Gebėjimo suvokti informacijos gausybę ir priimti tinkamus sprendimus pradinėje mokykloje formavimas siejamas su tam tikros mokinių matematinės kompetencijos ugdymu. Ši samprata apima ne tik kiekvieno mokinio raštingumo įgijimą, tam tikrų gabumų plėtojimą, bet ir mokinių norą ir gebėjimą nuolatos aktyviai mokytis. Todėl galima teigti, kad statistikos, kaip mokomojo dalyko **paskirtis** yra keleriopa.

Statistinių gebėjimų paskirtį pradinėse klasėse tyrinėjo nemažai mokslininkų (Ennis, 1985; Gal, 2002; Monteiro, 2002; Shaughnessy, 1992; Schield, 2000; Rouncefield, 1993; Holmes, 2003; Konold, Pollatsek, Well, 1997; Pereira-Mendoza, 1981; Konold, Biehler, Steinbring, 1996; Garfield, 1994; Garfield, Hogg, Schau, Whittinghill, 2002; Smith, 1998; Roiter, Petocz, 1996; Lopes, 2003; Carvalho, Cesar, 2002; Teran, 1998). Autoriai siūlė ugdyti statistinius gebėjimus ne tik dėl daugeliui priimtinių tikslų – mokslo žinioms įtvirtinti, pakartoti, bet ir *kritiniam mąstymui ugdyti bei problemoms spręsti*. M.P. Perelli D'Argenzio, S. Rigatti Luchini & G. Moncecchi (1998) akcentuoja, kad statistikos mokoma ne tam, kad geriau suprastume matematiką, bet kad geriau suvoktume gamtos ir kitas žinias. Ugdant statistinius gebėjimus galima *išmokyti daug kitų dalykų, šie gebėjimai palengvina žinių įsisavinimą ir kompetencijos mobilumą* (Carvalho, 2003). Ypač akcentuojama, kad per statistinių gebėjimų ugdymo procedūras *ugdomos mokymosi kompetencijos*. Mokiniai išmoksta patikrinti savo spėjimus, taigi priimami teisingi sprendimai arba susidaroma teisinga nuomonė.

Pasak M. J. Glencross, W. Binyavanga (1996), statistikos elementai yra pagrindinė sudedamoji dalis išsiugdyti *matematinio raštingumo pradmenis*.

Anot T. E. Teran (2002), statistiniai gebėjimai padeda geriau *pažinti tikrovę, priimti sprendimus, susidaryti nuomonę*. Dažnai, spręsdami problemas, taikome euristikas (kai atsakymų ieškoma remiantis patirtimi ir praktiniais veiksmais), ieškome patvirtinimo arba nesugebame pažvelgti į problemą kitu aspektu. Autoriai tyrimais parodo, kokią įtaką mokiniams turi statistiniai gebėjimai problemoms spręsti ir nuomonei susidaryti.

Statistiniai gebėjimai reikalingi ne vien matematikai, bet ir padeda *kasdieniniam gyvenimui* (Nillson, 2000; Fischbein, 1975). Pasak autorių, praktinė statistikos ir tikimybių patirtis yra idealus būdas supažindinti vaikus su pagrindinėmis mokslo sąvokomis, tokiomis kaip prognozavimas, eksperimentas, tikimybė ir pan. A. Bramwell (2002) teigia, kad gyvenimas priverčia jau 5–6 metų vaikus naudoti duomenis, juos vaizduoti. C. Monteiro, J. Ainely (2003) akcentuoja, kad duomenų skaitymo kontekstas ir grafinių duomenų (TV, laikraščiai, internetas) interpretavimas *paiškina kasdienes situacijas*, kurias vaikai mato,

patiria. Pasak I. Gal (2000), duomenų skaitymo kontekstas spaudoje reikalauja tam tikrų statistinių gebėjimų, kurie padėtų perskaityti ir interpretuoti, kritiškai įvertinti. Neturint kritinės sąmonės, galima susidaryti neteisingą nuomonę. Duomenų vaizdavimo gebėjimai atlieka svarbų vaidmenį šiuolaikinėje visuomenėje (Evans, Rappaport, 1998).

A. R. Moura (1995) nuomone, statistinis mokinių švietimas yra būtinas atsižvelgiant į vaikų galimybes ir interesus. Gera atmintis nėra tiek aktuali kiek *statistinis mąstymas*, kurio pagrindą sudaro statistiniai gebėjimai. Antraip vaikas bus nepasirengęs gyvenimui.

E. Fischbein (1975), Workplace Core Skills Unit (2000), B. Carlson (2002) teigia, kad statistikos mokymas, kuris padeda šviestis (lavėti), yra *būtinasis ateičiai*. Žmonėms neužtenka turėti vien gerą atmintį, jei neturi stochastinio mąstymo, neturi ir intuicijos.

M. Rouncefield (1993), M. Holmes (1980), R. Scheaffer, A. Watkins, J. Landwehr (1998) nurodo, kad statistiniai gebėjimai yra *įrankis*, padedantis suvokti didelės apimties informaciją. Italijos pradinių klasių programa, kurią pristato S. R. Luchini, M. D'Argenzio, G. Moncecchi (2002), numatė pagrindinę statistikos mokymo koncepciją, kuri pristatoma kaip metodas ir kaip įrankis.

C. Konold, A. Pollatsek (1997), J. Garfield (1997), A. Begg (1998) aiškina, kad tikslinga statistinius gebėjimus ugdyti vienu metu, nes visi procedūros etapai apima projekto metodo etapus arba, kitų autorių (Gallimore, 1991; North, Ottaviani, 2002; Teran, 2002) nuomone – problemų sprendimo etapus.

Ugdant statistinius gebėjimus paranku ugdyti *bendruosius mokinių gebėjimus*, kartu skatinami ir *komunikaciniai gebėjimai*: mokiniai kalbasi vieni su kitais, diskutuoja, jiems sudaroma daug galimybių pasidalyti savo mintimis, palyginti (Day, Hall, Gammage, Coles, 1998; D. Johnson, R. Johnson, 1989, 1999; D. Johnson, R. Johnson, Holubec, 1998; Giraud, 1997; Johnson, Jones, Langrall, Rous, 1998). Kalbėdami apie savo veiklą su kitais vaikais ir suaugusiaisiais, mokiniai išmoks įvertinti savo privalumus ir trūkumus, o kartu pamąstyti, kaip labiau pasitikinėti savimi ir rezultatyviau mokytis (Davidson, 1990; D. Johnson, R. Johnson, 1989; D. Johnson, R. Johnson, Smith, 1991; Garfield, 1993; Fantuzzo, King, Heller, 1992; Jones, 1991). Mokant statistikos siūlo naudoti bendradarbiavimo metodą, nes tai yra efektyvi mokymo(-si) strategija. D. Johnson, R. Johnson (1989) iškėlė tris sąlygas sėkmingam kooperuotam darbui: tarpusavio priklausomybė (užduotys atliekamos kartu ir atlygis visiems priklauso vienodas); individualus atsakingumas; mokinių žinios. Statistinių gebėjimų ugdymas palankus ne tik mokinių poreikiams tenkinti (tokio amžiaus vaikai domisi sportu, muzika, savimi, draugais ir pan.), tai – galimybė bendradarbiauti, lavinti aktyvaus mokymosi įgūdžius, plėsti savo kompetenciją. Atsiranda galimybė lavinti bendravimo ir kalbos

sugebėjimus renkant, interpretuojant duomenis, argumentuojant nuomonę, priimant sprendimus (Sičiūnienė, 2002).

J. Garfield (1994) statistinių gebėjimų ugdymo procese išskiria *statistinės kalbos* naudojimo vartojimo reikšmę, taip sudaromos sąlygos plėtoti *matematinę kalbą*.

Ugdant statistinius gebėjimus siūloma naudoti grupinį darbą, dėl kurio mokiniai pasiekia geresnių rezultatų (McKeachie, Pintrich, Yi-Guang, Smith, 1986), gali vieni kitus padrašinti, sustiprėja motyvacija. Darbas turint bendrą tikslą sukuria emocinį ryšį, grupės nariai rodo vieni kitiems teigiamus jausmus išsipareigodami dirbti kartu (Johnson ir kt., 1999).

Statistinių gebėjimų ugdymo tikslai siejami su mokinio *asmenybės savybių* atskleidimu: gebėti planuoti, mokytis ir dirbti; gebėti dirbti grupėje ir savarankiškai (Artzt, Newman, 1990). Mokytis statistikos yra svarbu žmogaus *psichikos raidai*: formuojasi gebėjimas spręsti mokslo ir gyvenimo problemas, *plečiasi kognityvinė ir emocinė patirtis, skleidžiasi žmogaus valios ir pažinimo galimybės* (Bright, 1998; Vithal, 2002; Wild, Pfannkuch, 2002; Callaert, 2003; Hilton, Grimshaw, Anderson, 2001). Atlikdamas statistinius tyrinėjimus, mokinys *lavina protinius sugebėjimus*, veikia savo asmenybės raidą, suteikia žinių apie „save“ (Kader, Perry, 1994; Garfield, 1994; Moore, 1992).

Statistikos elementų komponentai yra *integravimo priemonė*. Jie naudojami ne vien matematikos pamokose (Pereira-Mendoza, Dunkels, 1989).

Statistinių gebėjimų ugdymas neatsiejamas nuo aktyvių mokymo metodų (projektų, tyrimų, eksperimentų ir kt.), kurie didina mokymosi *motyvaciją* (Bowman, 2002; Garfield, 1994; Glencross, Binyavanga, 1996; Jones, Thornton, Langrall et al., 2002; Amit, 1998; Begg, 1998; Rigatti Luchini, Perelli D'Argenzio, Moncecchi, 2000; Leavy, 2002). Veikloje vaikai geriau įgyja žinių, jas asimiliuoja, išlaiko ir pritaiko. J. M. Watson (2000) teigia, kad mokytojai kaip pedagoginę medžiagą noriai naudoja laikraščių straipsnius, kurių svarbus matematikos turinys. Neįprasti, kartais klaidinantys grafikai, diagramos, pateikiamos spaudoje, gali būti puikus mokinių motyvacijos skatinimo pavyzdys. Uždavinių aktualumas žadina paties vaiko mokymosi motyvaciją ir sudaro sąlygas formuoti tinkamas vertybines nuostatas.

Nuostatos, kurias vaikas susiformuoja šiuo laikotarpiu, dažniausiai lemia jo nusiteikimus ir sprendimus ateityje. Vėliau pakeisti šias nuostatas sunku, tačiau ugdant statistinius gebėjimus jos yra suformuojamos teisingos (Cobb, 1999; Cobb, Moore, 1997; Hawkins, Jolliffe, Glickaman, 1992; Moore, 1997; Carneiro, Dasilva, 1998; Hilton, Grimshaw, Anderson, 2001). C. Lopes (2003) teigia, kad jauni žmonės yra piliečiai ir reikia jiems padėti kritiškai įvertinti gabumus, savarankiškumą, sąmoningumą, sudaryti galimybes plėtoti savo refleksijas, turėti nuomonę ar daryti sprendimus.

Apibendrinę daugybę mokslinių darbų, I. Gal ir J. Garfield (1998) apibūdina statistinių gebėjimų ugdymo esmę kaip ugdymo tikslą – *patį procesą*. Statistinių gebėjimų ugdymo tikslu jie laiko statistiškai mąstantį pilietį: besilaikantį savo nuostatų (pažiūrų); kritiškai vertinantį informaciją, suvokiantį tikimybes ir prognozes, statistiškai raštingą.

Kai kurios šalys statistikos mokymą sieja su *ideologiniu* (Adichie, 1991) orientavimu, *politine, ekonomine situacija* (North, Ottaviani, 2002; Vithal, 2002). Šiame amžiuje vyksta sparti informacinių technologijų plėtra ir reikia kiekvienam piliečiui įgyti gebėjimų, kritinio įvertinimo, kad susidūręs su bet kokia informacija ja mokėtų pasinaudoti ir priimti sprendimus (DOE, 1997). Afrikos žemyne svarbus klausimas yra *ideologinis orientavimas* (daug rasių, lyčių diskriminacija, klasės). Čia kaip tik svarbi statistika, kuri padeda orientuotis, įvertinti ir pasirinkti (Vithal, 2002).

Nigerija – buvusi Didžiosios Britanijos kolonija. Paskutiniu metu ypač kreipiamas dėmesys į statistikos mokymą. Afrikos žemyno šalių *politinė, ekonominė* situacija verčia žmones kitaip vertinti informaciją. Ten daug dėmesio skiriama piktogramoms, nes šiose šalyse žmonės daug naudoja simbolių ir jais skaito informaciją (Ogum, 1998).

Anot M. J. Glencross, W. Binyavanga (1996), ugdant statistinius gebėjimus, ugdomas *humaniškumas*. Duomenys naudojami iš artimos aplinkos, ugdytojai paranku optimizuoti ugdymo procesą, grindžiamą ugdytinių poreikiais. Mokytojas tėra tik padėjėjas. Ugdymo proceso struktūra (problemos ir hipotezės išsikėlimas, duomenų rinkimas, vaizdavimas, analizė) tinkama mokiniui adekvačiai vertinti save, skatina savarankišką pažinimo veiklą, mokinių kūrybinio potencialo plėtrą (diskusijos, grupiniai aptarimai, darbas grupėmis ir kt.).

Pagrindas plėtoti statistinius gebėjimus yra statistikos raiška socialiniame kontekste (Watson, 2000).

Apibendrinant galima teigti, kad statistinių gebėjimų ugdymo tikslai yra aiškūs, nukreipti į visapusiškos asmenybės ugdymą bendrųjų gebėjimų plėtrą. Įvedus statistikos kursą, atsiveria eksperimentavimo, aplinkotyros tyrinėjimų, komunikacijos panaudojimo mokymo procese galimybės. Statistinių gebėjimų ugdymas yra ne vien matematikos dalyko tikslas, jie neatsiejami nuo viso ugdymo proceso.

Kitas ne mažiau svarbus klausimas – statistinių gebėjimų ugdymo **funkcijos**. T. Cobo, A. E. Castro (1998), T. E. Teran (1998), G. Galmacci, A. M. Milito (2002), A. M. Milito, M. A. Pannone, S. R. Luchini (2001), C. Konold & T. Higgins (2002), G. Smith (1998), M. J. Glencross, K. W. Binyavanga (1996), P. Campos, S. Bacelar, E. Oliveira, J. Gome (1999), G. A. Jones, C. A. Thornton, C. W. Langrall (2002), P. Holmes (2003), L. Meira (1997), J. Lee, R. Gerber (1999) pažymi, kad tinkamai ugdomi statistiniai gebėjimai atlieka *mokomąją* funkciją. Dėl ugdymo mokiniai tobulina duomenų rinkimo, sisteminimo,

vaizdavimo, išvadų darymo įgūdžius, lavina statistinį mąstymą. Atlikdami tyrimus sužino daug informacijos apie save, kitus, aplinką. Statistika natūraliai įsiliejo į mokyklinę matematiką. Jos suvokimas įgalina vaikus spręsti jiems suprantamas problemas. Mokant statistikos atsiranda galimybių taikyti įgytus skaičiavimo įgūdžius. Diagramų braižymo, jų skaitymo ir interpretavimo gebėjimai reikalingi beveik visų mokomųjų dalykų pamokose. *Gamtamokslinio ugdymo* pamokose mokiniai privalo įgyti supratimą, kaip atlikti eksperimentą ar tyrimą, apdoroti bei gautus rezultatus. Statistinių gebėjimų ugdymas numatytas gausu *socialinio ugdymo* programos, kuri yra integruojama sritis pradinėje mokykloje tiksluose. Tam, kad įgytų gebėjimą „...suprasti save bei kitus, savo vietą bendruomenėje, bendraamžių grupėje, gebėjimą bendrauti ir bendradarbiauti, konstruktyviai spręsti iškylančias problemas bei konfliktus, suvokti savo socialinę, istorinę ir geografinę aplinką bei išmokti joje prasmingai ir atsakingai veikti“, reikia turėti gebėjimą rinkti informaciją, priimti ir suvokti naują informaciją, panaudoti turimas žinias ir patirtį, gebėti pagrįsti savo nuomonę prieinamais argumentais, gebėti fiksuoti, apibendrinti, pateikti ir interpretuoti informaciją (Bendrosios programos, 2003, p. 349). Tokie patys gebėjimai reikalingi įgyvendinant meninio, technologinio, kūno kultūros, gimtosios kalbos ugdymo turinį. Daugelis statistikos uždavinių turi realų siužetinį taikomą pobūdį, o tai matematiką daro įdomesnę, patrauklesnę.

Kiti autoriai (Dolan, 2002; Rouncefield, 1993; Shell, 1993; Bowman, 2002; Chance, 2000; Holmes, 1993, 2003; Smith, 1998; Luchini, D'Argenzio, Moncecchi, 2002; Boland, 1998; MacGillivray, 1998; Galmacci, Milito, 2002; Vithal, 2002; Wong & Tang, 2000; Anderson, Loynes, 1987; Heaton, Mickelson, 2002) išskiria *tiriamąją* statistinių gebėjimų funkciją. Statistinių gebėjimų ugdymas neįmanomas be tyrimų, projektų vykdymo. Šios veiklos komponentai slypi vaiko prigimtyje, tai rodo vaiko pasirinkimai, veiksmai ir elgesys. Galime teigti, kad statistinių gebėjimų ugdymas yra grindžiamas vaiko psichikos raidos suvokimais. Pagrindinė ugdymo tendencija tampa ne atkartojamų žinių gausinimas, o pastangos suvokti žmogų ir pasaulį, sudarant mokiniui sąlygas pačiam patirti, išgyventi, sukurti ir pačiam dalyvauti visuomenės ir pasaulio kaitoje (Lepeškienė, 1996; Butkienė, 1996). Todėl vienas svarbiausių švietimo tikslų yra kryptingas tokių gebėjimų ugdymas. Tiesioginis tikrovės pažinimas vyksta perimant informaciją jutimo organais, intelektu ją vertinant, perdirbant, žodžiu ar veiksniu ją skleidžiant (Jovaiša, 2001).

Kiti mokslininkai (Rouncefield, 1993; Garfield, 1994; Bowman, 2002; Holmes, 1993; Begg, 1995; Shell, 1993; Pereira-Mendoza, 1995; Bramwell, 2002; Smith, 1998; Glencross, Binyavanga, 1996; Amit, 1998; Begg, 1998; Cobo, Castro, 1998; Boland, 1998; Galmacci, Milito, 2002) teigia, kad ugdant statistinius gebėjimus realizuojama kita funkcija –

pragmatinė. Jų nuomone, ugdant statistinius gebėjimus ugdymo turinio pagrindas turi būti ugdytinio sąveika su realia gamtine ir socialine aplinka. Visas ugdymas turi būti probleminis, ugdymo turinys integruotas. Statistikos elementų mokymas leidžia praplėsti požiūrį į matematikos vidinius ryšius, sudaro sąlygas vidinei ir dalykų integracijai, padeda atskleisti praktinį pritaikomumą, naudingas tolesniam mokymuisi. Ugdant statistinius gebėjimus, mokiniai įtraukiami į tyrimo procesą, mokant juos formuluoti problemas, hipotezes, rinkti ir pavaizduoti duomenis, juos analizuoti, daryti išvadas. Tai ne tik padeda bendrųjų matematinių gebėjimų plėtrai, bet ir naudinga kasdieniame gyvenime. Šalia pragmatinės statistinių gebėjimų funkcijos galima išskirti **informacinę**, nes, pasak R. M. Asar (2002), C. Carvalho, M. Cesar (2002), R. Vithal (2002), M. Henry, B. Parzysz (2002), kiekviena užduotis turi turėti daug faktinės informacijos iš artimos vaiko aplinkos (žinios apie žmogų, gamtą, sportą, sveikatą ir pan.).

Anot K. Roiter, P. Petocz (1996), statistikos mokymas apima tokias funkcijas: **pažintinę (konceptuali), praktinę ir filosofinę.** Autoriai pažymi, kad pažintinio aktyvumo skatinimas tiesiogiai susijęs su mokomosios veiklos aktyvinimu. Mokslininkai remiasi filosofo P. Ernest (1984, 1991) mintimis, kad visi gamtos reiškiniai turi stochastinį pobūdį ir tikslūs dėsningumai yra tik supaprastinta statistinių dėsningumų dalis. Praktinė funkcija siejama su sprendimų priėmimu ir nuomonės susidarymu. Ugdydami statistinius gebėjimus mokytojai turi galimybę taikyti įvairias mokymo metodikas, darbo formas, priemones, aplinką.

J. Garfield (1994), J. Garfield, A. Ahlgren (1988), A. Begg (1998), L. Lam (2002), D. S. Moore (1992), G. Giraud (1997), G. Galmacci, A. M. Milito (2002), L. Pereira-Mendoza, A. Dunkels (1989) nurodo **lavinamąją** funkciją, labiau dėmesį kreipiant į statistinės ir matematinės kalbos bei bendravimo lavinimą.

Taip pat minima **socializacijos** funkcija (Shell, 1993; Pereira-Mendoza, 1995; Lopes, 2003; Pereira-Mendoza, Dunkels, 1989; Bramwell, 2002; Smith, 1998; Amit, 1998; Begg, 1998; Cobo, Castro, 1998; Asar, 2002), nes, anot autorių, užduotys statistiniams gebėjimams ugdyti turi būti paimtos iš artimos vaiko aplinkos, neatitrūkusios nuo realybės, ugdymas vyksta per aktyvią veiklą, nuolat komunikuojant. Švedijos mokymo programoje (2002) teigiama, kad mokiniai dažnai pakliūva į situacijas, kurios turi netikrumo elementą. Tam, kad įveiktų tokias situacijas, reikalingos bendrosios savybės, tokios kaip gebėjimas ir noras planuoti, eksperimentuoti. Todėl svarbu, kad mokiniai nuo mažens susidurtų su paprastais matematiniais modeliais, skatinančiais šias savybes ir ugdančiais gebėjimą samprotauti. Praktinė tikimybių patirtis yra idealus būdas supažindinti mokinius su pagrindinėmis mokslo sąvokomis, tokiomis kaip prognozavimas, eksperimentas, tikimybė, būtinybė, dėsniai ir pan.

Iš pateikto statistinių gebėjimų ugdymo apžvalgos matyti, kad literatūroje nėra bendros nuomonės, kuria remiantis būtų galima vertinti šio gebėjimo ugdymo funkcijas. Iš esmės visi autoriai kalba apie penkias funkcijas: *pažintinę, lavinamąją, tiriamąją, pragmatinę, informacinę ir socializacijos*. Statistinių gebėjimų ugdymas padeda plėtoti ne tik matematinius, bet ir kitų sričių gebėjimus. Ugdant statistinius gebėjimus, paranku perimti mąstymo ir veiklos elementus, kurie būtini harmoningos asmenybės raidai.

I.3. Elementarūs statistiniai gebėjimai Lietuvos ir užsienio pradinės mokyklos ugdymo turinyje

Lietuvos švietimo reformos pagrindinė kryptis yra perėjimas nuo tradicinių, žiniomis pagrįstų švietimo tikslų prie daug platesnių, gebėjimus ir vertybines orientacijas apibrėžiančių tikslų. Pagrindiniai mokyklos uždaviniai yra mokyti moksleivius savarankiškai tyrinėti, pratinti mąstyti ir taikyti savo žinias praktikoje, ugdyti asmenybę remiantis žiniomis apie vaiko psichinę raidą (Černius, 1992; Gailienė, Bulotaitė, Sturlienė, 1996; Žukauskienė, 1998). Nuo pat švietimo reformos pradžios daugiausia dėmesio skiriama ugdymo turiniui. Todėl, siekiant parengti pradinį klasių mokinių statistinių gebėjimų ugdymo turinio prielaidas, reikia išanalizuoti dokumentus, reglamentuojančius pradinės mokyklos ugdymo turinį, atlikti pradinės mokyklos matematikos standartų projekto analizę.

Tarpukario Lietuvos pradinėje mokykloje (XX a. pirmoji pusė) buvo akcentuojama, kad ugdymas turi išlavinti įvairius mokinio gebėjimus, parengti jį gyvenimui žmonijoje ir tautoje; tam reikia įpratinti vaiką savarankiškai mąstyti, išmokyti stebėti ir apibendrinti, aptikti gamtos reiškinių priežasties santykius.

Tuo metu pradinėse klasėse mokiniai mokėsi trejus metus, tik nedaugelis jų galėjo tęsti mokslus aukštesnėse klasėse. Todėl autoriai į pradinį klasių matematikos kursą stengėsi sudėti kuo daugiau informacijos, kad baigę tris klases mokiniai turėtų visas minimalias žinias, atsisakė negyvenimiškų uždavinių, siejo matematikos šakas vieną su kita ir gretimais mokomaisiais dalykais. Tuo metu Lietuvos matematikos vadovėliuose pradinėms klasėms buvo svarbi priežastis įtraukti statistikos elementų (Busilas, 1922; Gvildys, 1930; Kupčiūnas, Trinkūnas, Kalninis 1930–1937; Naujokaitis, 1938; Damijonaitis, 1938; Klimavičius, 1938; Baltūsis, 1934).

Po Antrojo pasaulinio karo Lietuvoje iki septynių metų buvo pailgintas privalomas mokymas. To meto specialistų nuomone, tokiomis sąlygomis nėra nei reikalo, nei logikos mokyti pradinį klasių mokinius statistikos elementų (Pčiolka, Poliakas, 1962). Tiek XX a.

pirmoje pusėje, tiek viduryje ypač daug dėmesio skiriama grynajai matematikai. Gryniosios matematikos akcentavimas neaplenkia, deja, ir matematinio švietimo: mokyklinė matematika liko be realaus gyvenimiško pagrindo. Septintajame dešimtmetyje matematikos mokymas grindžiamas aibių teorijos logika; impulsą šiai matematikos mokymo kaitai davė 1959 metais vykusį Reimonto (Prancūzija) konferencija. Mokyklinės matematikos kursas buvo paremtas aibių teorijos interpretaciniu, prie mokyklos adaptuotu variantu.

Sparti mokslo ir technologijos plėtra vertė keisti požiūrį į matematikos taikymus. Jų reikšmė nuolat augo. Taikomoji matematika tapo vienu iš lemiamų žmonijos pažangos veiksnių. Todėl nuo 1988 metų Lietuvos matematikos švietimo procese įvyko permainų, kurias būtų tikslinga pristatyti kaip naujų ugdymo turinio formavimo principų ir pasaulinių matematinio švietimo tendencijų požiūriu. Nors Lietuvoje buvo pradėtas diegti interpretacinio švietimo modelis (Kuolys, 1996), pradinių klasių mokymo turinyje dar nebuvo įtrauktas statistikos mokymas. Nuo 1997 metų Bendrosiose programose ir išsilavinimo standartuose siūloma pradinių klasių mokinius supažindinti su statistikos ir tikimybių teorijos elementais. Naujosiose 2003 metų Bendrojo lavinimo mokyklos Bendrosiose programose (2003) statistikos elementų mokymo turinys pateiktas I–II klasėms (*objektų klasifikavimas pagal nurodytus vieną arba du požymius; informacijos radimas lentelėse ir stulpelinėse diagramose; stebėjimų rezultatų užrašymas*) ir III–IV klasėms (*objektų klasifikavimas pagal nurodytus vieną arba du požymius; informacijos radimas lentelėse ir stulpelinėse diagramose, žinyuose; duomenų rinkimo ir pateikimo būdai, jų interpretavimas*). Išsilavinimo standartai statistikos elementams priskiria šiuos *esminius gebėjimus*: planuoti ir atlikti tyrimą; rinkti, sutvarkyti ir analizuoti duomenis, daryti išvadas; skaityti lenteles ir diagramas; pateikti tyrimų rezultatus lentelėmis ir diagramomis.

Pastebėta, kad išsilavinimo standartuose išsakomi pasiekimai nesutampa su Bendrosiose programose siūlomu turiniu (2003).

Baigus antrą klasę:

- Vietoj išsakytų „*stebėtų rezultatų užrašymo*“ išsilavinimo standartuose reikalauja „*fiksuoti gautus duomenis, juos išanalizuoti ir padaryti išvadas*“.

Baigus keturias klases:

- Vietoj „*objektų klasifikavimas pagal nurodytus vieną arba du požymius*“ išsilavinimo standartuose reikalauja „*gebėti pasirinkti kriterijus objektų rūšiavimui pagal keletą požymių ir juos taikyti*“.

- Vietoj „*informacijos radimas lentelėse ir stulpelinėse diagramose, žinyuose*“ išsilavinimo standartuose reikalauja „*daugumoje atvejų teisingai įvertina, kokių*

duomenų trūksta ir juos randa lentelėse, stulpelinėse ir skritulinėse diagramose arba žinyuose“.

- Vietoj „*duomenų rinkimo ir pateikimo būdai, jų interpretavimas*“ išsilavinimo standartuose reikalauja „*paprasciausiai atvejais savarankiškai analizuoja sutvarkytus duomenis ir daro pagrįstas išvadas*“.

Norint geriau suprasti, kokie yra statistikos elementų mokymo pradinėse klasėse tikslai, reikia apžvelgti **matematikos mokymo pradinėje klasėje tikslus:**

- Ugdyti moksleivių matematinius problemų sprendimo, mąstymo ir komunikacinius gebėjimus;
- Padėti moksleiviams suvokti matematinės sąvokas ir procedūras taip, kad jie suprastų jų ryšius ir būtų pajėgūs taikyti žinias;
- Sudominti moksleivius matematika, formuoti teigiamą požiūrį į ją.

Atsižvelgus į šiuos tikslus, mokinių **statistinių gebėjimų ugdymo tikslingumas** gali būti grindžiamas tokiais uždaviniais.

a) Mokinių žinių, gebėjimų lygmeniu:

- išmokyti suvokti matematikos sąvokas bei jų ryšius, kad gebėtų formuluoti prielaidas ir spėjimus, gebėtų nustatyti dėsningumus, argumentuoti ir apibendrinti;
- išmokyti naudotis matematikos žodynu, simboliais taip, kad mokiniai gebėtų aprašyti matematinius objektus ir procedūras, rinkti duomenis ir diskutuoti matematikos klausimais;
- išmokyti atlikti standartines operacijas (duomenis pateikti grafiškai, juos skaityti iš grafiškai pateiktų objektų, duomenis apdoroti, apytiksliai numatyti atsakymą, juos patikrinti ir interpretuoti);
- išmokyti matematiškai tirti problemas, rasti racionaliausią sprendimo būdą (t. y. formuluoti problemas, numatyti galimą rezultatą, patikrinti, interpretuoti).

b) Vertybinių orientacijų lygmeniu:

- formuoti teigiamas nuostatas į matematiką ir kitus mokomuosius dalykus;
- kritiškai įvertinti grafiškai pavaizduotą informaciją, skatinti vertinti matematinį mąstymo (statistinį, tikimybinį) pobūdį;
- ugdyti pasitikėjimą savo statistiniais gebėjimais ir juos taikyti;
- ugdyti savigarbą ir pagarbą kitiems, savarankiškumą;
- skatinti „grafinės kalbos“ įtakos pavaizduotiems duomenims suvokimą;
- pratinti jausti estetiškas diagramas (grafiko) savybes.

Bendrojoje programoje išreiškiamos ir statistiniams gebėjimams ugdyti palankios **didaktinės nuostatos:**

- *Komunikacijos nuostata*. Turinys konkretus, susijęs su verbaline komunikacija ir praktinių problemų sprendimu (komunikacijos gebėjimų ugdymas padeda susikurti neformalius, intuityvius ryšius tarp simbolių, sąvokų. Kalba kartu su simboliais ir grafinėmis priemonėmis leidžia suformuluoti ir išreikšti tam tikras idėjas). Turinys orientuotas į bendravimą ir bendradarbiavimą (analizuojant pateiktą ar surinktą informaciją, formuluojant išvadas ir įvairiais būdais pagrindžiant savo sprendimus ar spėjimus).
- *Interpretacijos nuostata*. Siūloma rinktis aktyviusius ugdymo metodus, padedančius mokiniams savarankiškai atrasti, vertinti, tyrinėti, diskutuoti ginant savo požiūrį.
- *Sisteminumo nuostata*. Gilinant mokinių statistinius gebėjimus, atskleisti žinių vientisumą. Ši nuostata svarbi interpretuojant informaciją, kai siekiama aprėpti duomenų visumos prasmę. Statistiniai gebėjimai ugdomi nuosekliai, suteikiant vis daugiau žinių.
- *Integracijos nuostata*. Svarbūs yra keli šios nuostatos aspektai:
 - *Praktinės veiklos aspektas*. Užduočių atlikimas organizuojamas per aktyvią veiklą (tyrimų, eksperimentų, apklausų vykdymas, faktų grupavimas, klasifikavimas), kuri žadina prigimtinių smalsumą, skatina išradingumą, kūrybiškumą.
 - *Statistikos ir matematikos vientisumo suvokimas*. Statistinių gebėjimų ugdymas neatsiejamas nuo kitų matematikos skyrių (geometrijos, matavimų, problemų sprendimų, skaičiavimų).
 - *Ryšių su kitais dalykais aspektas*. Turinys turi būti perteiktas faktiniu, pavaizduotu, įsivaizduotu ar vykdomu eksperimentu, kuriuose duomenys paimti iš artimos vaiko aplinkos, suteikiantys papildomos informacijos iš kitų mokomųjų sričių.
 - *Mokymo(-si) mokytis nuostata*. Mokytojo padedami mokiniai suvokia, kaip mokomasi statistikos elementų: geba rinkti informaciją, ją pateikti, jei reikia, padaryti išvadas.

Atsižvelgus į išdėstytas statistikos mokymo prielaidas, formuluojami ***integruoti statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymo uždaviniai***:

- Padėti įgyti elementariausių statistikos žinių, procedūrų ir gebėti jas panaudoti.
 - skatinti įsisavinti statistikos sąvokas, procedūras, gerai jas suprasti (paaiškinti žodžiais, pavaizduoti);
 - ugdyti gebėjimą pritaikyti pagrindines sąvokas atliekant užduotis;
 - atskirti sąvokų ir procedūrų ryšius;
 - pritaikyti gebėjimus praktinėse situacijose.
- Padėti ugdyti matematinius gebėjimus:
 - ugdyti matematinius (statistinius) komunikavimo gebėjimus (skaityti ir suprasti sąlygas ir diagramas, formuluoti paprasčiausius statistinius apibendrinimus, išvadas);

- ugdyti matematinį mąstymą (pritaikyti algoritmus ar procedūras duomenims apibendrinti, atlikti paprasčiausius tyrimus, kritiškai vertinti informaciją);
- mokyti modeliuoti ir spręsti problemas (taikyti paprasčiausius statistinius modelius paprastiems praktinio ir teorinio turinio užduotims atlikti).

- Padėti ugdyti nuostatas ir vertybines orientacijas:

- ugdyti teigiamą požiūrį į statistiką;
- skatinti pasitikėjimą žiniomis ir gebėjimais jas taikyti;
- skatinti išradingumą, nusiteikimą nuolatinei kaitai;
- visapusiškai skatinti bendradarbiavimo įgūdžius.

Nuo pat švietimo reformos pradžios daugelio žvilgsniai krypsta į demokratinius principais ir moderniomis ugdymo teorijomis paremtas užsienio švietimo sistemas, atlikta įvairių šalių švietimo sistemų tyrimų (Zybartas, 2000; Šermukšnytė, 1996; Vaičiūnaitė, 1997), tačiau nėra plačiai nagrinėjamos ir lyginamos įvairių šalių mokomųjų dalykų, tuo labiau – jų šakų, mokymo turinys. Dabartinė mūsų mokyklos reforma bus patikimesnė, jei atsižvelgsime į kitų šalių patirtį ugdant statistinius gebėjimus. Daugelyje pasaulio šalių šio kurso elementų pradinėje mokykloje pradėta mokyti nuo XX a. ketvirtojo dešimtmečio ir mokoma iki šiol. 23 priede nurodytos šalys, kuriose į pradinės mokyklos programą yra įtraukti statistikos ir tikimybių teorijos elementai.

A. Kazlauskienės (2003) atliktas tyrimas, apimantis Lietuvos, Latvijos, Slovakijos, Čekijos, Vokietijos, Austrijos, Didžiosios Britanijos, Prancūzijos pradinių klasių matematikos vadovėlius, leidžia teigti, kad kitų šalių vadovėliuose statistikos ir tikimybių teorijos elementų uždavinių absoliučios ir santykinės apimtys didesnės, o dėmesys statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymui nuolat auga.

Matematinio švietimo raidai šiame šimtetyje esminę įtaką turėjo trys garsios konferencijos: Meranės konferencija (1905 m.), Reimonto konferencija (1959 m.), Penktasis tarptautinis matematinio švietimo kongresas ICME–5 (1984 m.). Didelį poveikį Europos mokyklų matematinių programų kūrėjams turėjo Russallo logizmo, Hilberto formalizmo teorijos. D. Robitaille ir M. Dirks (1982) išskyrė tokius XX a. vid. vyravusius matematikos mokymo modelius:

1. Modelis, pabrėžiantis matematikos kaip abstrakčių struktūrų ir jų savybių mokslą.
2. Modelis, pabrėžiantis matematikos taikymus kitose aplinkose.
3. Modelis, akcentuojantis matematikos svarbą kasdieniniame gyvenime.

Šalyse, kuriose vyravo požiūris į matematiką kaip į abstrakčių struktūrų ir jų savybių mokslą, statistikos ir tikimybių teorijos bandyta įvesti aukštesnėse klasėse abstrakčių teiginių pavidalu, tačiau ir mokytojai, ir mokiniai patyrė daug sunkumų. Šalyse, kuriose prioritetas

buvo teikiamas grynajai matematikai, statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymas sunkiai skynėsi kelią. Į JAV, Didžiosios Britanijos mokyklas statistikos ir tikimybių teorijos elementai buvo įvesti anksčiausiai. Šios šalys įdiegė „moderniąją matematiką“, kur pagrindą sudarė praktinių duomenų rinkimas, pavaizdavimas ir intuityvių išvadų darymas (6–10 metų vaikams). P. Holmes (2003) remiasi nuostata, kad mokytojui svarbu suprasti statistikos elementų mokymo filosofiją ir žinoti, kaip mokyti. Todėl, įvedant statistikos ir tikimybių teorijos kursą į mokyklinę programą, buvo iš karto organizuojami kursai mokytojams, kurie nebuvo išklause statistikos kurso.

Australijoje, Brazilijoje, Portugalijoje statistikos pradėta mokyti nuo 1970–1980 metų (Carvalho, 2003). Prancūzijoje statistikos kursas pirmiausia buvo įvestas pagrindinėje mokykloje nuo 1960 metų, o nuo 1980 metų ir pradinėje mokykloje (Henry, Parzys, 2002). 1985 metais Italijos pradinių klasių mokymo programoje įvestas statistikos kursas (Luchini, Perelli D' Argenzio, 2002), tačiau statistikos mokymas buvo pripažintas 1999–2000 metais, kai buvo vykdytas plataus masto projektas CIRDIS (Luchini, Perelli D' Argenzio, Moncecchi, 2000; Milito, Pannone, Luchini, 2001). Teigiama, kad Italijoje šiuo metu statistika, nors ir jauna šaka, bet prestižinė ir jau vadinama tarsi „nauja speciali kalba“, kuri pakeičia kiekybinę informaciją (Galmacci & Milito, 2000). Egipte statistika įvesta 1957–1958 metais pagrindinėje, o 1961–1962 metais ir pradinėje mokykloje (Ibrahim, 1981, p. 199–220; Mina, 1998). Nuo 1960 metų į pradines klases statistika įtraukta Hong Konge (Curriculum Development Council, 2000; Cheung, 1998).

Peržiūrėjus užsienio šalių pradinių klasių mokymo programas matyti, kad labai įvairiai pavadinti skyriai, kuriuose atsispindi statistikos ir tikimybių teorijos elementai. Daugelyje šalių šis skyrius pavadintas „*Statistika. Tikimybių teorija*“ (Anglijoje, USA, Argentinoje, Kanadoje, Vengrijoje), Italijoje – „*Duomenys ir numatymai*“ (Data and Previsions), Naujojoje Zelandijoje – „*Duomenų rinkimas. Tikimybės*“ (Data Collection. Probability), Ispanijoje, Pietų Afrikoje, Hong Konge – „*Informacijos (duomenų) tvarkymas*“ (Organising Information (Data Handling)), Nigerijoje – „*Kasdieninė statistika*“ (Everyday Statistics), Australijoje, Indijoje – „*Duomenų rinkimas ir vaizdavimas*“ (Data Collection and Representation), Kenijoje – „*Aprašomoji statistika*“ (Descriptive Statistics), Izraelyje – „*Statistika. Šansai*“ (Statistics. Chance). Pradinių klasių mokymo programose siūloma duomenis skaityti (iš stulpelinių, skritulinių diagramų, grafikų, lentelių, piktogramų) ir vaizduoti įvairiais būdais (lentele, stulpeline, skrituline diagrama, piktograma, grafiku). Kai kuriose šalyse (Egipte, Ispanijoje) siūloma duomenis pateikti histograma. Nigerijoje (Association for the Development of Education in Africa, 1997) ypač dėmesys kreipiamas į piktogramų supratimą. Anot J. N. Adichie (1991), G. E. Ogum (1998), Afrikos žemyno šalyse

susidariusi politinė, ekonominė situacija verčia žmones kitaip vertinti informaciją, nes šiose šalyse žmonės daug naudoja simbolių ir skaito iš jų informaciją. Hong Konge ypatingas dėmesys skiriamas įvairių diagramų ir grafikų konstravimui. Taip pat siūloma mokiniams patiems rinkti duomenis (atlikti nesudėtingus tyrimus, apklausas, eksperimentus), juos sisteminti pagal vieną arba du požymius. Pavyzdžiui, Naujosios Zelandijos (Ministry of Education, 1993), Brazilijos (Carneiro, Dasilva, 1998) mokymo programose pasisakoma už tai, kad matematikos pamokose būtų mokoma statistikos sąvokų, o per kitas pamokas – statistikos elementai integruojami ir jos mokomasi praktiškai. Anot žymaus minėtos šalies mokslininko A. Begg (1998), matematikos programų pasikeitimas išryškino tokius klausimus (problemas): samprotavimas, komunikavimas, problemų sprendimas, modeliavimas, išvadų darymas, technologijų naudojimas. Šie klausimai rodo gana platų ir įvairų požiūrį į statistikos mokymą jau nuo pradinių klasių. Egipte statistikos įtraukimą į pradinių klasių mokymo programą šios šalies mokslininkai (Ormell, 1992; Rogerson, 1986) traktuoja kaip paradigmos kaitą, t. y. perėjimą nuo formalaus požiūrio į matematiką prie gyvenimiško požiūrio į matematiką. Kertinis akmuo mokant statistikos šioje šalyje ir Australijoje yra diskusijos ir duomenų interpretacijos (Rogerson, 1988). J. M. Watson (1997) mokytojams siūlo tris žingsnius, reikalingus sėkmingai mokyti interpretuoti informaciją: 1. Statistinės terminologijos (sąvokų) supratimas; 2. Statistinės kalbos atpažinimas, kai ji yra „įpinta“ į kitą kontekstą; 3. Pastovus tinkamų klausimų parinkimas.

Egipte, Kenijoje pradinių klasių matematikos programoje siūloma supažinti mokinius su „vidurkiu“, Nigerijoje – „modos“ sąvokomis, o Hong Konge – ir „medianos“ sąvoka. Ispanijoje supažindina mokinius su sąvoka „dažnis“, „dažnių lentelės“ (Curriculum of Education, 1992).

Argentinoje pradinių klasių matematikos turinį sudaro skyriai: skaičiai, skaičiavimai, vaizduojama (grafinė) ir algebrinė kalba (stilius) (graphic and algebraic language), geometrija, matavimai, statistika ir tikimybės, atlikimo procedūros, susijusios su matematika, pagrindinės nuostatos, susijusios su matematika (Fernandez de Carrera, 2002). *Statistikos ir tikimybių skyrius* apima tokius *gebėjimus*: gebėti rinkti, sisteminti, apiforminti ir interpretuoti statistinę informaciją bei gebėti įvertinti tikimybę darant sprendimus. *Vaizduojamos (grafinės) ir algebrinės kalbos skyriaus turinys apima*: elementarias sąvokas apie populiaciją ir atrankas, dydžių skales, duomenų vaizdavimą diagramomis, grafikais ir duomenų interpretacijas, įvykių tikimybes.

Australijoje mokiniams paskutinius metus besimokantiems pradinėse klasėse, siūloma atlikti tokias užduotis, kur reikia nustatyti ryšius tarp kintamųjų, numatyti priežastis ir rezultatus (Australian Education Council, 1994, p. 184).

Kaip teigia C. Monteiro, J. Ainely (2003), yra šalių (Tunisas, Jemenas), kurios, nepaisydamos nacionalinių programų, pradinėse klasėse moko mokinius statistikos elementų.

Tose šalyse (I.4 lentelė), kuriose siūloma mokyti tikimybių teorijos elementų, mokiniai supažindinami su įvykiais (su pasikartojimais, be pasikartojimų), įvesta dažnio sąvoka, siūloma nustatyti tikimybę. Argentinoje, Pietų Afrikoje mokiniams suteikiama žinių apie įvykius (galimi ir negalimi įvykiai).

Apibendrinant galima teigti, kad Lietuvos bendrojo lavinimo mokyklos Bendrosiose programose (2003) yra teorinių prielaidų pagrįstai siekti statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymo tikslų bei nustatyti statistinių gebėjimų ugdymo turinį atsižvelgiant į mokinių amžiaus ypatumus. Todėl būtina detalizuoti statistinių gebėjimų ugdymo tikslus šiose srityse: žinių, procedūrų įgijimo ir reprodukovimo; bendrųjų matematinių gebėjimų; nuostatų ir vertybinių orientacijų. Suformuluoti tikslai atitinka konstruktyvizmo ugdymo filosofija pagrįstas Lietuvos švietimo nuostatas.

I.4. Statistinių gebėjimų ugdymo proceso problemos

Statistinių gebėjimų ugdymo ypatumai. Pasaulyje išryškėjo trys statistikos mokymo aspektai (Wyndhamn, 1998): 1) statistikos mokymo problemų sprendimo (*teaching statistics for problem solving*) tikslas – gebėjimas taikyti išmoktas statistikos žinias ir procedūras; 2) statistikos mokymo apie problemų sprendimą (*teaching statistics about problem solving*) tikslas siejamas su euristiniu mokymu mokant tam tikrų bendrųjų problemų sprendimų strategijų; 3) statistikos mokymas sprendžiant problemas (*teaching statistics through problem solving*), kai į problemų sprendimą žiūrima ne kaip į tikslą, bet kaip į priemonę, būdą. Pastaraisiais metais vis labiau kalbama apie būtinybę sudaryti sąlygas, kurios leistų mokiniams patiem efektyviai įgyti žinių, susiformuoti gebėjimas, išsiugdyti asmenines savybes, vertybes, požiūrius, reikalingus jų gebėjimui veikti ir priimti optimalius sprendimus įvairiose situacijose. Statistikos mokymas glaudžiai susijęs su idėjų įgyvendinimu (Pereira-Mendoza, 1995; Ernest, 1991).

Šiuo metu pasaulyje siūlomi du statistinių gebėjimų ugdymo būdai: 1) mokoma apibendrintų statistikos metodų, juos tinkamai iliustruojant pavyzdžiais ir atitinkama praktine veikla, 2) kaupiamas kryptingas praktinis patyrimas, kuris pamažu apibendrinamas. J. Costello (1991), apibendrinęs kitų mokslininkų atliktus tyrimus, padarė išvadą, kad efektyvesnis yra antrasis būdas.

Daugelis užsienio mokslininkų (Dietz, 1993; Gnanadesikan, Schaeffer, Watkins, Witmer, 1997; Hunter, 1977; Ledolter, 1995; Dolan, 2002; Rouncefield, 1993; Shell, 1993;

Bowman, 2002; 2000; Holmes, 1993, 2003; Smith, 1998; Luchini, D'Argenzio, Moncecchi, 2002; Boland, 1998; MacGillivray, 1998; Galmacci, Milito, 2002; Vithal, 2002; Wong & Tang, 2000; Anderson, Loynes, 1987), tyrinėjančių statistikos mokymą(-si), akcentuoja projektų metodą, kuris leidžia mokiniams įgyti minėtų gebėjimų. D. Šiaulytienės (2001) teigimu, projektų metodas yra vienas pagrindinių aktyviųjų ugdymo metodų, padedančių ugdymą sieti su veikla sprendžiant problemas. Individualus darbas, anot C. Carvalho, M. César (2000, 2001), šiuo atveju vaidina nedidelį vaidmenį.

P. J. Boland (1998), O. Dolan (2001, 2002) teigia, kad projekto metodas sėkmingai padės statistinius gebėjimus tada, kai jis bus taikomas kaip pagrindinis ugdymo metodas. Jei šis metodas mokant bus taikomas tik kaip papildomas metodas, jis neatliks savo funkcijų. Šie mokslininkai daug dėmesio kreipia į mokytojus, teigdami, kad sėkmingai dirbti projektų metodu gali tik tie, kurie tiki naujosios mokyklos idėjomis ir siekia įgyvendinti aktyviojo mokymo idealus. M. Rouncefield (1993), A. G. Shell (1993) nurodo, kad efektyviai įsisavinti statistikos elementus galima tada, kai mokinys ugdymo procese yra dėmesio centre, o projekto metodu galima ugdymo procesą orientuoti į moksleivį. Minėti autoriai pedagogams siūlo remtis nuostata, jog dirbdami vadovautusi ne tik programų reikalavimais, bet ir atsižvelgtų į savo mokinių poreikius. M. Henry, B. Parzysz (2002), M. Shaughnessy (1992), R. Scholz (1991), J. Garfield, R. del Mas (1989), C. Konold (1991) formuojant pradinių klasių mokiniams tikimybių teorijos sąvokas kaip efektyviausią būdą siūlo eksperimentą.

P. Holmes (2003) nurodė keturis paaiškinimus, kodėl projekto metodas yra tinkamiausias ugdyti statistinius gebėjimus: suteikia daug motyvacijos; jam būdinga realūs duomenys, tikslumas, išvadų patikimumas; išryškina praktinį pritaikomumą; parodo, kad statistikos gebėjimai apima ne vien matematikos žinias (integralumas).

Dažnai mokslinėje literatūroje yra minimas mokymasis bendradarbiaujant metodas ugdant statistinius gebėjimus (D. Johnson, R. Johnson, 1989, 1999; Garfield, 1993; Artzt, Newman, 1990). Mokymąsi bendradarbiaujant autoriai apibūdina kaip mokymąsi mažomis grupelėmis. Mokymasis bendradarbiaujant grupėse leidžia taikyti daug strategijų, mokiniai įgauna daug patirties atlikdami užduotis. Darbas mažomis grupėmis padeda mokiniams mokytis, mokytojams suteikiama galimybė diferencijuoti ir individualizuoti ugdymą, kad moksleiviai galėtų geriau realizuoti prigimtinės galias ir mažiau patirtų mokymosi nesėkmių.

R. Snee (1993) teigia, kad statistinių gebėjimų ugdymui(-si) tinkamų metodų parinkimas priklauso nuo mokinių mąstymo ypatumų. Autorius nurodė keturis mąstymo tipus, į kuriuos reikėtų atsižvelgti ugdant statistinius gebėjimus:

- jeigu vyrauja loginis (logic based) mąstymas, tai statistikos elementus galima perteikti gana formaliais būdais;

- jei dominuoja intuityvus mąstymas (intuityve), tai statistinių gebėjimų ugdymas turi vykti renkant duomenis, juos apdorojant, analizuojant, darant išvadas (būdingas pradinių klasių mokiniams);
- jei mąstymas remiasi tvarkos sudarymu (order planners), pradėti nuo esmės atskleidimo, vėliau nagrinėti atskirus elementus, tikrinti praktinį veiksmingumą (tai reikalauja iš mokytojų gero statistinių idėjų supratimo);
- jei mąstymas remiasi jausmais (feelig based), tai tinkamiausi mokymo metodai, kurie susiję su bendradarbiavimu; mokiniai turi diskutuoti, lyginti savo patyrimą su kitais.

Statistinių gebėjimų ugdymo psichologiniai aspektai susilaukė daug tyrėjų dėmesio. Šiai tyrimų kryptiai įtakos turėjo J. Piaget konstruktyviosios idėjos, akcentuojančios būtinumą mokymo procese remtis paties mokinio pažinimo galiomis. Mokinių *darbas su duomenimis* imtas traktuoti kaip pagrindinis *žinių ir gebėjimų formavimo(-si) būdas*, o didaktiniu atžvilgiu – kaip grupinio darbo prielaida (Garfield, 1994; von Glasersfeld, 1987). E. Fischbein, (1987), M. Shaughnessy (1992), R. D. Snee (1993), J. Garfield (1994) tyrimo rezultatai išryškino statistinių gebėjimų psichologinius aspektus. Konstatuojama, kad statistiniams gebėjimams ugdyti ypač svarbu laiku pradėtas ir kryptingas mokymas, pagrįstas atsitinkamų intucijų lavinimu. Remiantis minėtų autorių darbais išryškinamos statistinių gebėjimų ugdymo(-si) proceso būtinos nuostatos: mokomoji medžiaga, mokymo metodai turi būti skirti mokinio visapusiškam savęs pažinimui, kompetentingam atitinkamų gebėjimų, intucijų ir emocijų lavinimui savarankiškoje, aktyvioje, pagrįstoje bendradarbiavimu veikloje.

P. Ernest (1984), apibendrinęs daugelį 1975–1980 metais atliktų JAV mokslininkų siūlomų statistikos taikymo projektų, priėjo prie išvados, kad projektų metodas – efektyvus statistikos mokymo būdas. Tačiau ir čia esama nemažai problemų. Viena esmingiausių – laiko, reikalingo praktiškai atlikti statistikos ir tikimybių teorijos elementų užduotims, problema. Tam tikrą problemą iširti reikia nemažai laiko (pvz., duomenims surinkti arba nustatyti tam tikriems dėsningumams daug kartų reikia kartoti bandymą).

J. Garfield (1994) nurodo šiuos statistinių gebėjimų ugdymo principus:

- Aktyvus mokymasis, paremtas bendradarbiavimu (D. Johnson, R. Johnson, Smith, 1991).
- Konstruktyvus žinių mokymas (Resnick, 1987; von Glaserfeld, 1987).
- Praktine veikla paremtas mokymas: mokiniai mokosi kritiškai mąstyti, analizuoti informaciją, perduoti idėjas, argumentuoti, vertinti situacijas (Rangecroft, 1991).
- Supratimas sunkumų, su kuriais susiduria mokiniai įsisavindami pagrindines tikimybių ir statistikos sąvokas (Shaughnessy, 1992; Garfield, Ahlgren, 1988).

- Mokiniai mokosi sąmoningai, aktyviai ir struktūruotai (delMas, Bart, 1989; Shaughnessy, 1992).
- Kompiuteriai naudojami kaip mokymo priemonė.
- Mokinių nuoseklus ir aktyvus mokymasis paremtas grįžtamoju ryšiu (Mevarech, 1983).
- Naudojami testai kaip racionaliausia priemonė įvertinti procedūrinius (techninio lygmens) statistinius gebėjimus.

Žinios paprastai įgyjamos atskirų mokomųjų dalykų pamokose, o gebėjimų formavimas labiau sietinas su visu ugdymo procesu. Anot B. L. Chance (2000), C. J. Wild, M. Pfannkuch (1999), L. Pereira-Mendoza (1989), statistinių gebėjimų formavimas turėtų vykti viso ugdymo proceso metu. Statistinių gebėjimų ugdymo turinys, naudojant **integraciją**, tampa prielaida moksleiviams aktyviau įsitraukti į mokymosi procesą, bendradarbiauti atliekant projektinius darbus, įvairius tyrinėjimus realioje aplinkoje. Integravimo principas realizuojamas, kai per matematikos pamokas sprendžiami gyvenimiški uždaviniai. Taigi neabejotina, kad reikia spręsti mokiniams artimų ir suprantamų sričių uždavinius (šeimos, darbo, aplinkos, sporto, geografijos ir pan.). Gyvenimas reikalauja, kad mokiniai spręstų uždavinius, kuriuose panaudojami kombinatorikos, statistikos, tikimybių teorijos pradmenys (Survila, 2000).

Atlikta A. Rauckienės, E. Simaškaitės (2002) pradinių klasių mokytojo požiūrio į tinkamiausiai integruotinus matematikos elementus tyrimas rodo, kad didžiausios galimybės pasaulio pažinimo pamokose integruoti tekstinius uždavinius, matus ir matavimus bei statistiką. Integruojant atskirus matematikos skyrius su kitais dalykais Lietuvos mokytojams daugiausia sunkumų iškyla dėl jų požiūrio į dalykus, nesiejamus su realia tikrove. Matematikos elementai (tarp jų ir statistika) taikomi tik kaip mokymo pajvairinimo būdai (Rauckienė, Simaškaitė, 2002, p. 113).

Pradinėje mokykloje siekiama įvairiapusės moksleivių galių plėtotės, jų gebėjimų ugdymo ir rengimo tolesniam mokymuisi bei profesinei veiklai. Puoselėjant moksleivių patirtį ir gebėjimus labai svarbu, kad ugdymo programos būtų grindžiamos ne akademinėmis, o realų gyvenimą atspindinčiomis žiniomis, gebėjimus ir nuostatas formuojančiais ugdymo būdais ir kitomis didaktinėmis nuostatomis. Apgalvotas mokomosios medžiagos struktūrinimas ir pateikimas koncentrais, tinkamai parinkti bei taikomi mokymo ir mokymosi būdai leidžia mokiniams pritaikyti kaskart naujus, įvairiapusiškesnius gebėjimus.

Mokytojo vaidmenį mokant statistikos tyrinėjo J. M. Shaughnessy (1992), D. S. Moore (1992), R. Snee (1993), J. Garfield (1997), J. D. Godino, M. J. Cañizares, & C. Díaz (2003), J. Watson, J. Moritz (1999), C. A. Lopes (2003). Remiantis mokslininkų Fullan (1998),

Jucevičienės (1996), Targamadžės (1999), Želvio (1999) darbais, nustatyta, kad XX amžiuje susiformavusios autokratinės pedagogikos sąlygomis matematikos mokymas Lietuvoje rėmėsi bihevioristinėmis išvadomis apie išmokimo procesą, o tai nėra palanku statistiniams gebėjimams ugdyti. Plintančios konstruktyvizmo idėjos palankios matematikos mokymo kultūros įtakai, leido į ugdymo procesą įtraukti statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymą. Statistinių gebėjimų ugdymo sėkmė siejama su mokytojų supratimu, kad bendradarbiavimas turi būti jų veikimo, planavimo, kultūros tobulinimo, tyrimų organizavimo principais, formavimu.

Kad statistinių gebėjimų ugdymo procesas vyktų sklandžiai, pirmiausia reikia išsiaiškinti pagrindines su mokytojų rengimu susijusias problemas:

- mokytojas turi įsisavinti statistines idėjas, kad galėtų jas pateikti mokiniams;
- reikia išugdyti mokytojų požiūrį į mokinius kaip lygiaverčius partnerius; tik pedagoginiu bendradarbiavimu grindžiamas mokymas gali duoti laukiamų rezultatų;
- statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymas negali būti skirtas vien žinių, procedūrų mokymui; jis yra ir pasaulėžiūros, nuostatų formavimo būdas;
- mokytojas turi remtis realiais pavyzdžiais iš mokinių gyvenimo;
- statistikos ir tikimybių teorijos idėjų suvokimas siejamas su kompiuterinių technologijų išmanymu.

Statistikos pradžmenų kurso įvedimas į mokyklinę programą kiekvienoje užsienio šalyje sukėlė didelę sumaištį, nes dalis mokytojų nebuvo studijavę šio mokslo, neturėjo pakankamo išsilavinimo, gebėjimų, reikalingų net kasdieniniam statistiniam mąstymui. Todėl kyla uždavinys skatinti mokytojus priimti naują informaciją, ją rūpestingai ir kritiškai išnagrinėti. IASE (1993) ataskaitoje ir mokslininkų P. Homes (1993), D. Vere-Jones (1995), Borovonik (2002) ir kt. publikacijose pažymima, kad daugelyje išsivysčiusių šalių statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymas laikomas prioritetiniu matematikos mokymo komponentu.

Galima teigti, kad statistikos ir tikimybių teorijos mokymo metodika turi būti paremta nuostatomis, jog žmogus iš prigimties aktyvus, jis pats tobulina savo kompetenciją, kuri nėra nekintama ir galutinė; kiekvienas žmogus turi polinkį savo kompetencijas nuolat tikrinti praktikoje ir unikaliai plėtoti savo žinojimą.

I.5. Pradinių klasių mokinių statistiniai gebėjimai TIMSS kontekste

TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) tyrimą organizuoja prieš 50 metų įkurta Tarptautinė švietimo pasiekimų vertinimo asociacija IEA. Lietuvoje TIMSS tyrimus vykdo Nacionalinis egzaminų centras. Tyrimo tikslas – ištirti ir palyginti įvairių pasaulio šalių mokinių mokymosi pasiekimus ir edukacines nuostatas į matematikos ir gamtos mokslus bei padėti tyrime dalyvaujančioms šalims tobulinti švietimo sistemas. Šiuo metu į testinį TIMSS tyrimą yra įsitraukę daugiau nei 50 pasaulio šalių.

Lietuva TIMSS tyrime dalyvavo 1995 m., 1999 m. (8 klasės mokiniai) ir 2003 m. (4–8 klasių mokiniai). 2003 metų tyrime dalyvavo 5214 ketvirtų klasių mokinių iš 160 mokyklų. Palyginus tris tyrimus matyti, kad Lietuvos 8 klasės mokinių rezultatai labai aiškiai gerėja, o 2003 m. tyrimas parodė, jog ypač geri ketvirtos klasės mokinių matematikos pasiekimai, geresni nei JAV, Italijos, Australijos, Škotijos, Norvegijos mokinių (IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS), 2003). Mūsų šalies mokinių užduočių atlikimo vidurkis yra aukštesnis nei tarptautinis vidurkis (24 priedas).

Išanalizavus ketvirtų klasių mokinių rezultatus pagal matematikos kurso skyrius, matyti, kad mokiniams geriausiai sekėsi atlikti užduotis su matavimais ir skaičiavimais, toliau – geometrijos užduotys, prasčiausiai – statistikos užduotys. Mokiniai turėjo skaityti duomenis (pateiktus stulpeline diagrama, lentelėje piktograma), juos interpretuoti (pateiktus lentele, stulpeline diagrama bei grafiku) panaudojant kognityvinės srities problemų sprendimo gebėjimus, sąvokų supratimą, samprotavimą. Visose užduotyse įpinta nemažai skaičiavimo procedūrų, kurių pagrindu pasirenkamas atsakymas.

Pagal statistikos užduočių atlikimą mūsų mokiniai buvo dvylikti po Japonijos, Singapūro, Kinijos, Hong Kongo, Didžiosios Britanijos, Olandijos, Belgijos, JAV ir kt. Kaip minėta, šių šalių pradinėse klasėse jau seniai mokoma statistikos elementų, todėl ir rezultatai yra geriausi.

Priešingi TIMSS tyrimo rezultatai gauti atlikus Nacionalinį IV ir VIII klasių moksleivių pasiekimų tyrimą (2003). Šiame tyrime ketvirtos klasės mokiniai sėkmingiausiai atliko statistikos užduotis (79,6% taškų). Palyginus šiuose tyrimuose teiktas užduotis, matyti jų ryškus skirtumas. Lietuvoje atliktame tyrime panaudotos tik paprasčiausios užduotys, kurios reikalavo elementariausių žinių ir gebėjimų, o TIMSS tyrimo užduotys, kurios buvo pateiktos įvairiomis grafinėmis formomis, apėmė problemų sprendimo gebėjimus, sąvokų supratimą, samprotavimą. TIMSS tyrimo užduočių su statistikos elementais analizė leidžia pažymėti, kad neišlaikomi nacionaliniai standartai (pvz., kai kurių šalių pradinių klasių mokiniai mokomi duomenis pateikti ir skaityti tik piktogramomis (Nigerija), o Lietuvoje nėra akcentuojami šie elementai. Lietuvaičius mokinius klaidino taip pat neįprastas grafiko pateikimo būdas ir pan.).

Tyrimo metu buvo lyginamos mokymo programos, vadovėliai, anketuojami mokiniai, apklausiami mokytojai. Matyti, kad Lietuvos mokyklų matematikos programoje statistikos skyrius pagal apimtį užima vieną žemiausių vietų (25 priedas).

Mokinių ir mokytojų apklausa atskleidė, kad, mokinių nuomone, per pamokas dažniausiai atliekamos skaičiavimo ir matavimo procedūros, mokytojų nuomone, – tik skaičiavimo (TIMSS 2003 International Mathematics Report, 2004, p. 277–279).

Išnagrinėti matematikos veiklą reglamentuojami dokumentai rodo, kad Lietuvoje mažai išryškinta matematinė komunikacija, matematinis samprotavimas, matematikos integracija su kitomis sritimis ir visiškai nėra atsižvelgta į etnines/kultūrines grupes. Labiausiai matematikos programose išryškinti bendrieji gebėjimai, akcentuojamas matematinų sąvokų supratimas.

Nors kai kurios šalys, kuriose yra senos statistikos mokymo tradicijos (Prancūzija, Egiptas, Brazilija, Ispanija, Kanada ir kt.), nedalyvavo šiame tyrime, tačiau Lietuva yra viena dinamiškiausių šalių, per kelerius metus padariusi sparčiausią pažangą; rezultatai patvirtina švietimo reformos sėkmę ir kartu skatina toliau tobulinti vaikų statistinių gebėjimų ugdymą.

II. PRADINIŲ KLASIŲ MOKINIŲ STATISTINIŲ GEBĖJIMŲ UGDYMO TYRIMO METODOLOGIJA

Tyrimo metodologijos remiasi šiais esminiais požiūriais ir koncepcijomis:

- *Sisteminio požiūriu* į reiškinius, ypač jų tarpusavio sąveiką (Jucevičienė, 1997). Pradedama nuo tiesioginės vaiko patirties, o vėliau atskleidžiami vis įvairesni kontekstai. Kartu ryškėja ugdomų gebėjimų sisteminiai kontūrai. Mokymasis yra socialinis vyksmas, kurį veikia ankstesni gebėjimai ir naujos mokymosi patirties sąveika.
- Grindžiant statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymo turinį, *į mokymą žiūrima šiuolaikiniu požiūriu, kuris mokiniui suteikia subjekto vaidmenį ir įgalina jį mokyti*, turint omenyje, kad savarankiškas mokymasis maksimalistine forma išreiškiamas *mokymosi paradigma* (Šiaučiukėnienė, Stankevičienė, 2002).
- Darbe derinamas *pozityvistinis (normatyvinis) ir interpretacinis požiūris* į statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymo turinio parinkimą (Ernest, 1995).
- Metodologija remiasi *kognityvine teorija*. Mokytojas yra galimybių kūrėjas, pagalbininkas, leidžiantis vaikams taip sąveikauti su aplinka (žmonėmis, vietomis, daiktais, idėjomis), kad jie patys išsąmonintų naujus santykių modelius, dėsningumus, t. y. vaikai mokosi patys atradami. Mokinys yra pats aktyvus, norintis įgyti naujų žinių, suprasti save, aplinką. Padeda mokiniui susieti naują medžiagą su turima informacija ir taip susidaryti naują santykių modelį.
- Remiamasi *pragmatizmo pedagogika*, nes ugdymo turinio pagrindu imama ugdytinio sąveika su realia gamtine ir socialine aplinka. Visas ugdymas yra probleminis, o ugdymo turinys – integruotas.
- *Konstruktivistine pažinimo teorija*, kuri remiasi šiomis pagrindinėmis tezėmis: 1) mokiniai kuria (konstruoja) savo žinių sistemą aktyviai; 2) įgytos žinios ir gebėjimai turi būti interpretacinio pobūdžio (von Glasersfeld, 1995).

II.1. Konstatuojamasis tyrimas

II.1.1. Pradinių klasių mokinių statistinių gebėjimų tyrimo paskirtis ir organizavimas

Bendroji charakteristika. 2002–2003 mokslo metais atliktas konstatuojamasis tyrimas. Remiantis prielaida, kad statistikos elementų mokymo turiniui parengti ir empiriškai

aprobuoti reikia išanalizuoti dabartinius mokinių statistinius gebėjimus, formuluojama trejopa tyrimo paskirtis:

- 1) Apibūdinti 3–5 klasių mokinių techninio lygmens statistinius gebėjimus (skaityti duomenis iš stulpelinės, skritulinės diagramų, grafiko, piktogramos; duomenis pavaizduoti stulpeline diagrama, piktograma, grafiku, lentele) ir matematinių operacijų atlikimo gebėjimus (vidurkio skaičiavimas, duomenų žymėjimas procentais).
- 2) Išsiaiškinti statistinių gebėjimų įtvirtinimo ypatumus pereinant iš klasės į klasę.
- 3) Remiantis tyrimo rezultatais apibūdinti eksperimentinio ugdymo rezultatyvumą.

Diagnostinių testų užduočių aibę (4–9 priedai) sudaro grupės užduočių, kurių tyrimas atliktas 3–5 klasėse, sudarant testų variantus 3 klasės pradžioje ir pabaigoje, 4 klasės pradžioje ir pabaigoje bei 5 klasės pradžioje ir pabaigoje. Kiekvieną testą sudarė nuo 7 iki 10 užduočių (žr. II.1. lent.). Gebėjimai buvo tikrinami testais mokslo metų pabaigoje, gegužės mėnesį ir, siekiant gauti daugiau informacijos apie mokinių gebėjimus, – mokslo metų pradžioje (rugsėjo mėnesio pabaigoje - spalio mėnesio pradžioje), trumpai pakartojus praeitų metų kursą. Taip nustatyti tikslingesni mokinių statistiniai gebėjimai (Merkys, Balčiūnas, 1998–1999).

II.1. lentelė

Mokinių statistinių gebėjimų tikrinimo testais struktūra

Turinio komponentai		3 klasė		4 klasė		5 klasė	
		Rugsėjis	Gegužė	Rugsėjis	Gegužė	Rugsėjis	Gegužė
		Užduoties numeris					
Duomenų pateikimas:	stulpeline diagrama	1; 2	3	3	9.2	9.2	9.2
	piktograma	6	2	2	4	4	4
	grafiku	9	1	1	10	10	10
	lentele	10	2	2	8	8	8
	apvalinant klasifikuojant				9.1	9.1	9.1
Duomenų skaitymas iš:	stulpelinės diagramos	3; 4	5	5	2; 8	2; 8	2; 8
	piktogramos	5	4	4	5	5	5
	skritulinės diagramos	7	7	7	1; 6; 3	1; 6; 3	1; 6; 3
	grafiko	8	6	6	11	11	11

Testuose dominuoja uždaviniai, susiję su artima vaikui aplinka: kasdieninė veikla mokykloje, finansiniai skaičiavimai, pirkimai, kelionės, gamta, geografija, sportas, naujos technologijos. Rengiant testus, atsižvelgiama į mokinių įgytus statistinius gebėjimus kitų

dalykų pamokose, kai atsiskleidžia klausimų kėlimo, sąryšių ieškojimo, numatymo svarba formuluojant ir sprendžiant realias problemas. Pradinėse klasėse pagrindinis dėmesys skiriamas duomenims skaityti ir vaizduoti, todėl mokiniams buvo pateikiamos šio pobūdžio užduotys.

Tyrimo imtis. Tyrimo rezultatų patikimumui ir tikslumui didelę įtaką turi imties parinkimas. II.2 lentelėje pateikta viso tyrimo dalyvių bendroji charakteristika.

II.2 lentelė

Tyrimo imties charakteristikos (%)

3 k l a s ė			
Požymiai	Požymių raiška	Rugsėjis (N = 628)	Gegužė (N = 683)
Teritorija	Miestas	86,9	72,3
	Kitos vietovės	13,1	27,7
Mokykla	Vidurinė	68	30,9
	Pagrindinė	18,5	39,7
	Pradinė	12,7	29,4
Vadovėliai	„Matematikos pasaulyje“	61,5	38,5
	„Skaičių šalis“	38,5	61,5
Lytis	Berniukai	51,9	51,4
	Mergaitės	48,1	48,6
4 k l a s ė			
		(N = 600)	(N = 651)
Teritorija	Miestas	70,2	74,3
	Kitos vietovės	29,8	25,7
Mokykla	Vidurinė	62,8	36,6
	Pagrindinė	18,8	30,1
	Pradinė	18,3	33,3
Vadovėliai	„Matematikos pasaulyje“	51,8	39,8
	„Skaičių šalis“	48,2	60,2
Lytis	Berniukai	51,2	49
	Mergaitės	48,8	51
5 k l a s ė			
		(N = 383)	(N = 598)
Teritorija	Miestas	75,7	72,4
	Kitos vietovės	25,3	27,6
Mokykla	Vidurinė	67,6	57
	Pagrindinė	32,4	43
Vadovėliai	„Matematika ir pasaulis“	57,6	97,3
	„Matematika“	42,4	2,7
Lytis	Berniukai	47,8	50,8
	Mergaitės	52,2	49,2

Pažymėtina, kad imtys gana reprezentatyvios atsižvelgus į užduočių kryptis, taip pat testo kokybės tikrinimo, sociologinių požymių atžvilgiu (Merkys, 1999, 1999a). Imties atrinkimo pagrindas buvo teritorija. Siekta, kad iš kiekvieno testuojamo rajono į imtį patektų visi

mokyklų tipai, kuriuos reikėjo teste mokiniams nurodyti. Mokyklose buvo testuojamos ne visos trečios, ketvirtos ir penktos klasės (taip norėta išlaikyti proporcingą pasiskirstymą pagal naudojamus matematikus vadovėlius). Testo pradžioje reikėjo nurodyti mokiniams, iš kokio matematikos vadovėlio jie mokosi (šiuo metu trečios ir ketvirtos klasės mokiniai gali rinktis B. Balčyčio „Skaičių šalį“ arba A. ir D. Kiselių „Matematikos pasaulyje“. Penktos klasės mokiniai gali rinktis A. Bakščio „Matematika“ arba M. Stričkienės ir N. Cibulskaitės „Matematika ir pasaulis“). Pagal teritorinį pasiskirstymą miesto grupei priskirti miestų ir rajonų centrų mokyklų mokiniai, likusieji buvo priskirti prie kitų vietovių mokinių.

Testų administravimas ir surinktų duomenų tvarkymas. Siekiant užtikrinti testavimo procedūros situacinį validumą, pasirinktas vidinis tyrimo administravimo būdas. Moksleivius testavo juos mokantys mokytojai naudodamiesi standartine testavimo instrukcija. Kadangi moksleivių statistiniai gebėjimai kaip psichometrinis konstruktas yra labilūs (moksleivių statistiniai gebėjimai nuolat kinta, kaitą sąlygoja mokymo procesas ir užmiršimo faktorius), tai kiekvieno testo duomenys buvo surinkti ne per ilgiau kaip 20 dienų. Testavimo trukmė (45 min) nurodyta įskaitant 5 min moksleivių instruktažą ir 5 min pedagoginę pertraukėlę.

Užduočių sprendimo rezultatai buvo koduojami naudojantis standartizuotomis kodavimo instrukcijomis ir sudaroma kompiuterinė testavimo duomenų matrica. Duomenų kodavimo ir perkėlimo procedūrų patikimumui įvertinti pakartotinai koduota ir suvesta 5% atsitiktinai atrinktų testo lapų. Kodavimo klaidų skaičius neviršijo 0,3%.

Skaičiavimai atlikti naudojantis specializuotais statistinių kompiuterinių programų paketais PAULA (Битинас, Паулавичюс, 1987), SPSS (Bühl, Zöfel, 1996), lentelės ir grafikai sukurti bendraisiais redaktorais.

Testavimo požiūriu ne iki galo atlikta užduoti arba jos neatlikimas vertinami neigiamai. Pirminius užduočių atlikimo rezultatus galima išreikšti tradiciniais testams dichotomiškais įverčiais. Testo užduočių selekcijos procedūra apėmė užduočių didaktinio priimtumo, jų sunkumo, skiriamosios gebos, vidinio suderinamumo, charakteringųjų funkcijų analizę.

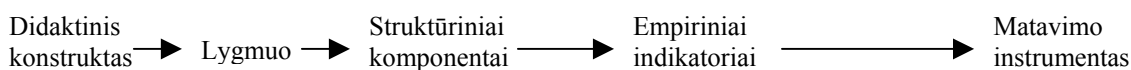
Lietuvos bendrosiose programose ir išsilavinimo standartuose (2003) akcentuojama, kad baigę ketvirtą klasę mokiniai turi mokėti klasifikuoti objektus pagal vieną arba du požymius, rasti duomenis lentelėse, diagramose, žinyuose, rinkti duomenis, juos pateikti ir interpretuoti. Statistinių gebėjimų rezultatų matavimo pagrindu imami šie gebėjimai: *duomenų pateikimas* diagrama, grafiku, piktograma, lentelė; *duomenų skaitymas* iš lentelės, piktogramos, grafiko, diagramos; išvadų darymas (interpretacijos); elementarūs tikimybių teorijos elementai. Kitų dalykų programose nurodytų statistikos elementų mokymo tikslų (rinkti duomenis, rasti duomenis žinyuose, supažindinti su kai kurių objektų klasifikavimu, nevienodu įvykio tikėtumo laipsniu, duomenų bazėmis) praktiškai neįmanoma

operacionalizuoti, todėl šių statistikos elementų nėra įtraukta į testo užduočių sistemą. Tai pačiai kategorijai priklauso Bendrosiose programose nurodyti tokie tikslai kaip apklausos klausimų parinkimas ir apklausos organizavimas, duomenų rinkimo būdų palyginimas, duomenų sutvarkymas ir pan. Net ir įvykių tikėtimumo numatymo užduotys taikytinos labai ribotai, nes, kol mokiniai nesimokė procentų, tikėtimumo įvertinimas yra mokymo tikslas, kurio realizavimą netikslinga tikrinti testu.

Sudarytoje statistinių gebėjimų rezultatų matavimo metodologinėje schemoje (žr. II.3 lent.) nurodytos procedūros priskiriamos prie techninių gebėjimų. Techniniais gebėjimais laikysime tuos, kai reikia tam tikrus duomenis pavaizduoti nurodytu būdu arba perskaityti duomenis, pateiktus atitinkamu būdu.

II.3 lentelė

Pradinių klasių mokinių statistinių gebėjimų matavimo metodologinė schema



Mokinių statistinių gebėjimų rezultatų	Techninis	Įvairių duomenų skaitymas	Geba perskaityti duomenis, pavaizduotus paveikslėliu, schema, diagrama, grafiku, piktograma	Statistinių gebėjimų testas
		Duomenų pateikimas įvairiais būdais	Atrenka reikalingus duomenis, juos suklasifikuoja, pateikia lentelę, piktogramą, diagramą, grafiku	

Tyrimo metu išaiškėjo, kad dalies matematikos išsilavinimo standartų formuluotės yra gana abstrakčios, todėl jas reikia papildomai operacionalizuoti. Visus testus vertino penki mokytojai ekspertai. Kiekvieną užduotį buvo siūlyta priskirti prie gana lengvos, vidutinio sunkumo ir gana sunkios. Tai leido nustatyti, kad diagnostinė metodika turi pakankamą teorinį pagrindą ir todėl yra validi.

Sudarant skales, užduočių įverčiai buvo reiškiami dichotomine skale. Dauguma taip interpretuotų variantų įverčių tarpusavyje labai koreliuoja ir net sutampa, todėl tikslinga vertinti ne atskiro etapo, o visos užduoties atlikimą (26 priedas) (užduoties etapas – atskiras užduoties veiksmas). Tik kai kuriose užduotyse išryškėjo daugiau ar mažiau savarankiški (atlikimo požiūriu) etapai. Nustatant, kada užduotį laikyti atlikta, remtasi ekspertų sprendimais. Jie padėjo įvertinti, kiek etapų reikia, kad užduotį laikytume įvykdyta.

II.1.2. Testų užduočių turinio ir konstrukcinis validumas

Turinio validumas. Testų užduočių turinys ir forma pasirinkti orientuojantis į I–IV klasių matematikos vadovėlius „Skaičių šalis“ (Balčytis, 1996, 1998, 1999, 2000), A. ir D. Kiselių I–IV klasių matematikos vadovėlius (Kiseliuva, Kiseliovas, 1996, 1998, 1999, 2000), testuose realizuoti Bendrųjų programų ir bendrojo išsilavinimo standartų reikalavimai (1997, 2003). Atsižvelgta ir į autorės surinktą empirinę bei tiriamąją medžiagą, (Kazlauskienė, 1998, 2001, 2001a, 2002, 2002a, 2002b, 2002c, 2003, 2003a, 2003b, 2003c, 2003d, 2003e, 2004a, 2004b). Keletas užduočių parinkta orientuojantis į matematikos mokymo turinio kaitos perspektyvas ir bendruosius gebėjimus, mažai susijusius su įgyta informacija.

Turinio validumas nustatytas:

- 1) išanalizavus pradinių klasių matematikos vadovėlius ir pratybų sąsiuvinius „Matematikos pasaulyje“ ir „Skaičių šalis“ statistikos elementų pasiskirstymo aspektu (1 priedas);
- 2) išanalizavus kitus (lietuvių kalbos ir pasaulio pažinimo) pradinių klasių vadovėlius ir pratybų sąsiuvinius statistikos elementų pasiskirstymo aspektu (2–3 priedai).

Konstrukcinis validumas. Testo užduoties sunkumas – charakteristika, išreiškianti statistinį užduoties išspręstumo lygmenį tiriamųjų grupėje. Testo užduočių sunkumo analizė yra vienas esminių testo sudarymo ir atskirų užduočių diagnostinių savybių nustatymo etapų. Užduoties sunkumą (išspręstumą) įprasta reikšti sunkumo indeksu, kuris lygus moksleivių, teisingai atlikusių užduotį, skaičiaus ir visų moksleivių, sprendusių užduotį, skaičiaus santykiui. Vadinasi, užduoties sunkumo koeficientas gali įgyti reikšmes nuo 0 iki 1; kuo mažesnė indekso reikšmė, tuo sunkesnė užduotis (mažiau mokinių pajėgia ją atlikti) (klasikinėje testų teorijoje, darant prielaidą, kad konkretų uždavinį išsprendusių moksleivių dažnis yra normaliai pasiskirstęs atsitiktinis dydis, rekomenduojama į testą įtraukti tik tas užduotis, kurias išsprendė ne mažiau kaip 16% ir ne daugiau kaip 84% moksleivių, t. y. užduotis laikoma vertinga, jeigu jos sunkumo indekso įvertis yra tarp 0,16 ir 0,84). Pagal sunkumą testo užduotys suskirstytos į lengvas (tokiomis laikomos užduotys, kurių sunkumo koeficientas 0,20 ir mažesnis), vidutinio sunkumo (koeficientas 0,21–0,40) ir sunkias (koeficientas 0,41 ir daugiau).

Kad įvertintume konstatuojamų testų užduočių sunkumą mokytojo akimis, pasirinkome penkis ekspertus, iš jų trys – pradinių klasių mokytojai, turintys eksperto kvalifikacinę kategoriją, vienas – pradinių klasių mokytojas, turintis vyr. mokytojo kvalifikacinę kategoriją, ir vienas – matematikos mokytojas, turintis mokytojo metodininko kvalifikacinę kategoriją.

Kiekvieną testo užduotį ekspertai turėjo priskirti prie „gana lengvos“, „vidutinio sunkumo“ arba „gana sunkios“. Mokytojų išreikšta nuomonė patikimiau leis interpretuoti mokinių statistinius gebėjimus.

Užduoties empirinės charakteringosios funkcijos analizė. Užduoties charakteringą funkcija (ICC) vadinama monotoniškai didėjanti funkcija, išreiškianti ryšį tarp tikimybės, kad respondentas teisingai atliks užduotį, ir testu matuojamos asmens savybės (nagrinėjamu atveju – gebėjimo atlikti duotosios krypties ar viso testo užduotis). Šiuolaikinėje testų teorijoje postuliuojama, kad šį ryšį geriausiai išreiškia logistinė funkcija. Konkretaus uždavinio informacijos apie atitinkamus gebėjimus kiekio priklausomybę nuo gebėjimo įverčio išreiškia uždavinio informacijos funkcija; didžiausią informacijos kiekį uždavinys teikia apie tiriamuosius, kuriems tikimybė išspręsti uždavinį lygi 0,5; jei tikimybė išspręsti uždavinį artima 0 arba 1, informatyvumas artimas nuliui. Informacinės funkcijos reikšmės priklauso nuo uždavinio diskriminacijos parametro: kuo didesnė diskriminacijos parametro reikšmė, tuo didesnį informacijos kiekį užduotis teikia apie tiriamuosius, kuriems tikimybė išspręsti užduotį lygi 0,5.

Realioje testo sudarymo situacijoje ši funkcija nėra žinoma, todėl testo sudarymo praktikoje svarbiau įvertinti realios funkcijos atitikimą teorinei ir tuo būdu paaiškinti skirtingą užduočių informatyvumą. Šiam tikslui pagal testavimo rezultata visi tiriamieji suskirstomi į grupes (specializuotoje edukacinių tyrimų rezultatų kompiuterinio apdorojimo programoje PAULA tokių grupių yra 7). Užduoties sunkumo kiekvienoje grupėje koeficientas traktuojamas kaip empirinis tikimybės šios grupės moksleiviams išspręsti duotą užduotį įvertis. Pavienių užduočių ryšio su bendru įverčių grafikai pateikti III skyriuje, o visų testų užduočių ryšio su skale grafikai – 21 priede (užduočių atlikimas vertintas 1000 balų skale, kuri grafinio vaizdavimo tikslu suskaidyta į septynis intervalus (blogai, silpnai, patenkinamai, pakankamai, gerai, labai gerai, puikiai)).

Skalių sudarymas. Testavimo tikslas yra išmatuoti nagrinėjamą savybę (mūsų atveju – mokinių statistinius gebėjimus), t. y. jos apraiškoms tam tikru būdu priskirti skaitines reikšmes. Pirminę informaciją, kuri gaunama iš atskirų užduočių, reikia pertvarkyti ir apibendrinti taip, kad būtų galima įvertinti matuojamos savybės raiškos lygį. Testavimo teorijoje paprastai daroma prielaida, kad diagnozuojamoji savybė yra kiekybinė, ir konstruojama intervalinė skalė. Skalės sudarymo būdai skiriasi priklausomai nuo pirminių postulatų, matematiškai aprašančių testo modelį. Sudarant testą bei atrenkant užduotis ir testavimo rezultatams aprašyti buvo konstruojamos skalės, gaunamos susumavus atitinkamus informatyvumo koeficientus ir normuotos nuo nulio iki vieneto: nuliui įvertinami matematiniai gebėjimai mokinio, kuris neatliko nė vienos užduoties, vienetu – mokinio, kuris atliko visas

užduotis. Visi kiti mokiniai buvo įvertinti skaičiumi tarp nulio ir vieneto (testavimo praktikoje naudojama 100 ar 1000 balų skalė, gaunama padauginus informatyvumo koeficientą iš atitinkamo skaičiaus).

Testo skalės patikimumas yra vienas pagrindinių jo metodologinės kokybės bruožų. Šiame tyrime taikytas skaidymo pusiau (*split-half*) modelis. Šis metodas leidžia patikrinti testo patikimumą atliekant jį tik vieną kartą. Šiame tyrime testo užduotys buvo skaidomos į dvi grupes (atskiriant lygines ir nelygines užduotis), kurios traktuojamos kaip perpus mažesnės lygiagrečios testų formos. Sudarius dvi adityvias skales, buvo skaičiuojamas koreliacijos koeficientas tarp šių subtestų. Kadangi koeficientas apibūdina tik pusės testo patikimumą, viso testo patikimumo koeficientas gaunamas pritaikius Spirmen-Braun pataisą.

Testų turinys parengtas remiantis diagnozuojamojo konstrukto teorija. Gauta diagnostinė informacija (pradinių klasių moksleivių statistiniai gebėjimai) sudaro bendrą duomenų kompleksą. Ši prielaida buvo tikrinama statistiniais metodais: skaičiuojamos visų diagnostinių rodiklių tarpusavio koreliacijos ir atliekama faktorinė analizė. Vienas pagrindinių *faktorinės analizės* uždavinių yra sumažinti pirminių duomenų skaičių, prarandant kuo mažiau informacijos apie tiriamą reiškinį (Bitinas, 1998, p. 206–211). Testas yra tik maža dalis užduočių, kurių sprendimas atskleistų mokinių statistinius gebėjimus, todėl pasirinktas *alfa faktorinės analizės* modelis, kuris grindžiamas prielaida, kad faktorius yra begalinės užduočių aibės tiesinė kombinacija. Iš pradžių buvo atliekama viso testo alfa faktorinė analizė, kurios rezultatai parodė, kad testo užduotys susijusios su keletu faktorių. Tuo pagrindu buvo išskiriamos su kiekvienu faktoriumi labiausiai koreliuojančių užduočių grupės ir vėl tikrinta, ar šių grupių užduočių sprendimą lemia vienas faktorius. Plačiau analizuojamos užduotys, kurios koreliuoja su bendru faktoriumi, taigi pagrindžiamas šių užduočių jungimas į skalę. Vertinant analizės rezultatus, atsižvelgta į tai, kad alfa faktorinės analizės rodikliai (faktorinis svoris ir faktoriui tenkančios sklaidos procentas) paprastai būna mažesni nei apskaičiuoti kitais faktorinės analizės metodais. Užduočių analizės rezultatai pateikiami II.4 lentelėje.

Užduočių konstrukcinio validumo analizės rezultatai

Užd. Nr.	3 kl. pr.		3 kl. pab.		4 kl. pr.		4 kl. pab.		5 kl. pr.		5 kl. pab.	
	F	I	F	I	F	I	F	I	F	I	F	I
1	.41	.14	.34	.09	.38	.12	.31	.06	.39	.14	.38	.13
2	.31	.11	.43	.13	.52	.16	.59	.03	.49	.10	.63	.07
3	.54	.18	.63	.06	.59	.10	.28	.06	.51	.04	.65	.06
4	.28	.05	.51	.16	.28	.19	.61	.08	.37	.12	.37	.12
5	.26	.07	.67	.12	.49	.10	.44	.14	.38	.11	.39	.08
6	.41	.10	.30	.25	.32	.08	.63	.04	.54	.07	.69	.08
7	.50	.07	.31	.19	.42	.25	.48	.11	.30	.11	.35	.07
8	.23	.06	–	–	–	–	.60	.12	.26	.07	.38	.08
9.1(9)	.25	.08	–	–	–	–	.66	.12	.37	.10	.33	.14
9.2(10)	.43	.14	–	–	–	–	.33	.14	.35	.11	.27	.15
10	–	–	–	–	–	–	.40	.10	.44	.01	.43	.02
11	–	–	–	–	–	–	.38	.28	.44	.22	.41	.18
S	26,0	–	40,6	–	27,6	–	30,1	–	20,7	–	21,1	–
P	–	0,57	–	0,69	–	0,62	–	0,72	–	0,65	–	0,73

Paaiškinimai: F – užduoties faktorinis svoris, I – užduoties informatyvumo koeficientas, S – faktoriaus paaiškintas užduočių sklaidos procentas, P – užduočių sistemos skaidymo pusiau koeficientas (su Brauno pataisa).

II.1.3. Pradinių klasių mokytojų statistinių gebėjimų tyrimo paskirtis ir organizavimas

Siekiant visapusiškiau ištirti pradinių klasių mokinių statistinių gebėjimų raišką buvo svarbu nustatyti pradinių klasių mokytojų statistinius gebėjimus. Tuo pagrindu 2003 metais buvo atliktas testavimas.

Tyrimo imtis. Tyrimo imties charakteristikos pateiktos pagal gyvenamosios vietovės, mokyklos tipą ir vadovėlį, pagal kurį dirbama matematikos pamokose (žr. II. 5 lent.).

II. 5 lentelė

Pradinių klasių mokytojų tyrimo imties charakteristikos

N=260	Gyvenamosios vietovės tipas		Mokyklos tipas			Vadovėliai	
	Miestas	Miestelis, kaimas	Vidurinė	Pagrindinė	Pradinė	„Matematikos pasaulyje“	„Skaičių šalis“
%	69,2	30,8	24,6	44,6	30,8	45,8	54,2

Testų uždavinių turinys ir forma pasirinkti orientuojantis į pradinių klasių matematikos vadovėlius „Skaičių šalis“ ir „Matematikos pasaulyje“. Keletas užduočių parinkta

orientuojantis į matematikos mokymo turinio kaitos perspektyvas ir bendruosius gebėjimus bei penktos klasės matematikos mokymo turinį (žr. II. 6 lent.).

II. 6 lentelė

Pradinių klasių mokytojų statistinių gebėjimų testų struktūra

Turinio komponentai		Užduoties nr.
Duomenų pateikimas	stulpeline diagrama	1
		11
		10.2
	piktograma	8.1
	grafiku	2
	apvalinant	10.1
Duomenų skaitymas iš	stulpelinės diagramos	4
		7
	piktogramos	3
		6
	skritulinės diagramos	12.2
		9
		grafiko
Operacijos	vidurkio skaičiavimas	5.2
		8.2
	duomenų žymėjimas procentais	12.1

Tyrimo organizavimas ir administravimas. Pradinių klasių mokytojų statistiniai gebėjimai buvo analizuojami pagal tokią pačią metodologiją kaip ir 3–5 klasių mokinių gebėjimai. Tikrinimui buvo parinkta 12 užduočių (12 priedas). Iš pradžių buvo vertinamas kiekvieno užduoties etapo atlikimas. Vėliau paaiškėjo, kad dauguma taip interpretuotų variantų įverčių tarpusavyje labai koreliuoja ir net sutampa, todėl tikslinga vertinti ne atskiro etapo, o visos užduoties atlikimą. Kiekviena užduotis suskaidyta etapais pagal atlikimo procedūras (pavyzdžiui, pirmoji užduotis susideda iš šešių etapų. Užduotis buvo laikyta neatlikta, jei atlikta mažiau nei 5 etapai, o išspręsta, jei atlikta 5 ir daugiau etapų (27 priedas). Pirminė analizė parodė, kad statistines užduotis mokytojai arba atliko teisingai, arba nesugebėjo jų atlikti, tai yra tarpinio įverčio „nedidelė klaida“ neprireikė. Kadangi testavimo požiūriu klaidingas užduoties atlikimas ir jos neatlikimas vertinami vienodai, pirminius užduočių tikrinimo rezultatus galima išreikšti tradiciniais testams dichotomiškais įverčiais.

Užduočių statistinė analizei atlikti buvo naudojami tie patys statistiniai metodai kaip ir pradinių klasių mokinių konstatuojamajame tyrime. Visų testų užduočių ryšio su skale grafikais pateikti 21 priede. Užduočių konstrukcinio validumo analizės rezultatai pateikti II. 7 lentelėje.

Pradinių klasių mokytojų testo užduočių konstrukcinio validumo analizės rezultatai

Užd. nr.	F	I	Užd. Nr.	F	I
1	.56	.14	8.1	.81	.20
2	.48	.16	8.2	.32	.18
3	.34	.21	9	.52	.13
4	.87	.31	10.1	.18	.08
5.1	.78	.28	10.2	.53	.13
5.2	.43	.13	11	.63	.17
6	.85	.25	12.1	.21	.11
7	.81	.25	12.2	.28	.09
S				56,2	–
P				–	0,69

Paaiškinimai: F – užduoties faktorinis svoris, I – užduoties informatyvumo koeficientas, S – faktoriaus paaiškintas užduočių sklaidos procentas, P – užduočių sistemos skaidymo pusiau koeficientas (su Brauno pataisa).

II.1.4. Pradinių klasių mokytojų ir mokinių požiūris į statistikos elementų mokymą(-si)

Pradinių klasių mokytojams skirta anketa siekia išsiaiškinti, kaip mokytojai įvertina statistikos užduočių pasiskirstymą, pateikimo aiškumą vadovėliuose, pratybų sąsiuvinuose. Jų buvo prašoma atsakyti į klausimus, ar reikia papildomos informacijos, leidinių, seminarų apie statistinių gebėjimų ugdymą. Anketa norėta sužinoti, kaip mokytojai įvertina mokinių motyvaciją atliekant užduotis su statistikos elementais, išsiaiškinti, su kokiais sunkumais susiduria mokiniai ir mokytojai.

Antroje dalyje buvo išvardyti visi matematikos skyriai, o mokytojai dešimties balų sistema turėjo įvertinti kiekvieną paminėtą savybę ar veiklą (13 priedas). Vėliau dešimties balų skalė buvo perdirta į skalę su keturiais įverčiais (1 – ypatingai ugdoma, 2 – labai ugdoma, 3 – mažai ugdoma, 4 – labai mažai ugdoma. Šios savybės ir veiklos bus interpretuojamos pagal atliktą faktorinę analizę kaip atskiri faktoriai.

Tyrimo dalyvavo 219 pradinių klasių mokytojų iš įvairių Lietuvos miestų. Tyrimo imtis pateikta II. 8 lentelėje. Atsakymo priklausomybę įvertinome pagal gyvenamosios vietovės

tipą, mokytojų pedagoginę kvalifikacinę kategoriją, darbo stažą ir pasirinktą matematikos vadovėlį.

II. 8 lentelė

Pradinių klasių mokytojų, dalyvavusių anketinėje apklausoje imties charakteristika

N = 219					
		%			%
Gyvenamosios vietovės tipas	Miestas	54,8	Darbo stažas	0–4 metai	11,4
	Kiti	45,2		5–10 metų	21,0
Mokyklos tipas	Vidurinė	47,5		11–20 metų	39,7
	Pagrindinė	24,7		21 ir daugiau	27,9
	Pradinė	27,9	Vadovėliai	„Matematikos pasaulyje“	62,6
Kvalifikacinė kategorija	Mokytojas	26,0		„Skaičių šalis“	37,4
	Vyr. mokytojas	63,0			
	Metodininkas	11,0			

Apklaudami *pradinių klasių mokinius* (3–4 klasių) siekėme išsiaiškinti, koks mokomasis dalykas jiems labiausiai patinka, kokia veikla dominuoja matematikos pamokose, kokias procedūras jie dažniausiai atlieka, kokias procedūras iš statistikos elementų jie mieliau rinkęsi (14 priedas).

Anketos atsakymams pažymėti pakako 30 minučių. Jos buvo surinktos ir apdorotos statistiniais skaičiavimo paketais. Mokinių anketos atsakymus lyginome lyties, gyvenamosios vietovės ir mokyklos tipo aspektais. Tyrimo imtis pateikta II. 9 lentelėje.

II. 9 lentelė

Pradinių klasių mokinių, dalyvavusių anketinėje apklausoje imties charakteristika

N = 890	Gyvenamosios vietovės tipas		Mokyklos tipas			Lytis	
	Miestas	Miestelis, kaimas	Vidurinė	Pagrindinė	Pradinė	Berniukai	Mergaitės
%	60,2	39,8	30,7	44,8	24,5	46,3	53,7

Kiekvienai respondentų grupei pateikti uždaro tipo klausimai. Kiekvienas klausimas buvo vertinamas pagal Likert'o skalės principus nuo 5 iki 1: „visiškai sutinku“ (5), „sutinku“ (4), „abejoju“ (3), „nesutinku“ (2), „visiškai nesutinku“ (1) arba nuo 4 iki 1 („visada“ (4), „dažnai“ (3), „kartais“ (2), „niekada“ (1), arba „labai patinka“ (4), „patinka“ (3), „beveik nepatinka“ (2), „visiškai nepatinka“ (1)), kitais atvejais nuo 3 iki 1 („patinka“ (3), „kartais“ (2), „nepatinka“ (1)). Kai kuriems teiginiams skaičiuojamas populiarumo indeksas PI kaip skirtumas (procentais) tų respondentų, kurie nurodė pozityvius atsakymus, ir tų, kurie pateikė negatyvius atsakymus. Populiarumo indeksas gali kisti nuo $0 \leq PI \leq 100$; kuo PI arčiau šimto, tuo šis teiginys respondentams reikšmingesnis.

II.2. Pedagoginis eksperimentas

II.2.1. Pedagoginio eksperimento tikslas, imtis, organizavimas

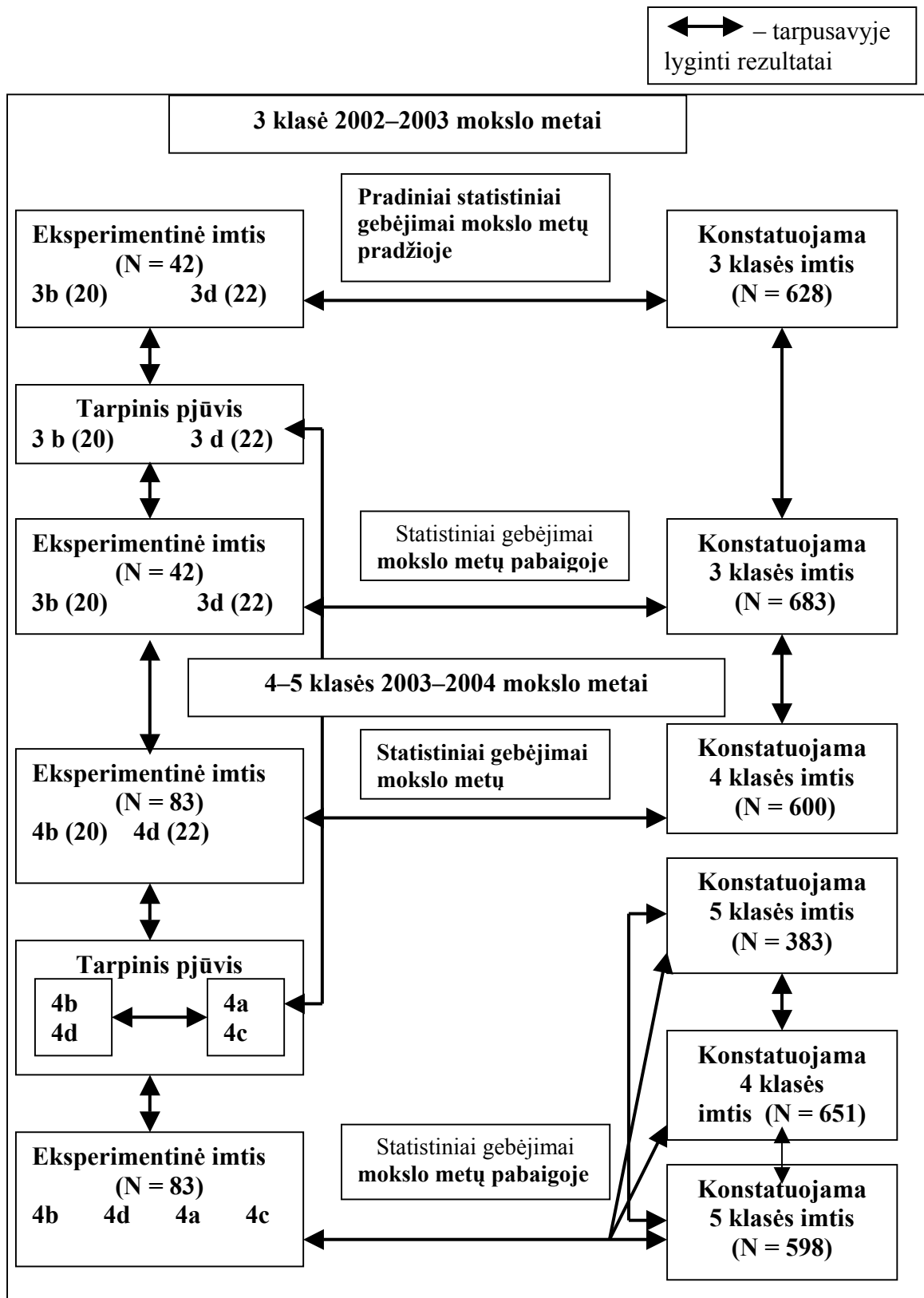
Eksperimento paskirtis. Taikydami parengtą užduočių sistemą III–IV klasėse ne tik per matematikos pamokas III-IV klasėse, analizuodami eksperimento vykdymo procesą, atskleisdami jo ypatumus, apibūdinami sunkumus, pateikdami galimų pedagoginių klaidų prevencijos būdus, siekėme nustatyti statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymo turinį ugdant mokinių statistinius gebėjimus. Organizuoto pedagoginio eksperimento **tikslas** – nustatyti pradinių klasių mokinių statistinių gebėjimų ugdymo turinį ir jo realizavimo prielaidas.

Imtis. Eksperimentas vyko Šiaulių miesto Gytarių vidurinėje mokykloje. 2002–2003 mokslo metais pasirinktos dvi trečios klasės, o 2003–2004 mokslo metais – keturios ketvirtos klasės. Eksperimente dalyvavusių klasių struktūra pavaizduota II. 1 paveiksle.

Lygiagrečiai su eksperimentinių klasių mokinių testavimu buvo atliktas diagnostinis tyrimas (testavimas), kuris apėmė reprezentatyvią imtį šalies mastu. Eksperimentinių klasių mokinių statistiniai gebėjimai buvo lyginami su tyrimu atskleistais šalies trečių, ketvirtų ir penktų klasių mokinių statistiniais gebėjimais, todėl specialios kontrolinės klasės buvo nereikalingos. Masinės praktikos fenomenas ir jos rezultatas buvo tik diagnozuojamasis, bet ne eksperimentinio tyrimo objektas.

Metodologinis pagrindas. Orientuotų į statistinių gebėjimų ugdymą užduočių atlikimas grindžiamas konstruktyviaja mokymo koncepcija. Kuriant užduočių atlikimo didaktinį modelį, užduotys pagal statistinius gebėjimus buvo suskirstytos į tris lygmenis: techninių (duomenų skaitymas ir vaizdavimas), matematinių operacijų (vidurkio skaičiavimas, skaičių apvalinimas, klasifikavimas, kai kurie tikimybių teorijos elementai, skaičių raiška procentais) iri bendrųjų pažintinių gebėjimų (šis lygmuo apėmė tas procedūras, kurių matematiškai operacionalizuoti neįmanoma: problemos išsikėlimas, hipotezės numatymas, duomenų rinkimas, duomenų registracija, jų analizė, interpretacija ir išvadų darymas), taikymo sritis ir etapų pobūdį.

Remtasi R. F. Gunstone (1991) pasiūlyta praktinių darbų, taikomų konstruktyviojo mokymo procese, schema: **numatymas – stebėjimas – aiškinimas** (Predic – Observe – Explain (P-O-E)) (žr. II. 10 lent.).



II. 1 pav. Konstatuojamo ir eksperimentinio tyrimo schema

Eksperto praktinės veiklos schema pagal R. F. Gunstone (1991)

Lygmuo	P-O-E modelio dalys	Užduočių struktūriniai komponentai	Veiklos elementai
Pažintinis	Numatymas	Situacijos įvardijimas, darbo priemonės	Problemos, tikslo įvardijimas; išankstinių rezultatų numatymas; priemonių, darbo eigos aptarimas
	Techninis	Stebėjimas	Darbo eigos nurodymai (ką daryti arba kas duota)
Skaityti duomenis, pavaizduotus diagramomis, lentelėmis, grafikais, piktogramomis; duomenis pavaizduoti diagrama, lentele, grafiku, piktograma			
Matematinų operacijų	Aiškinimas	Atviro arba uždaro pobūdžio klausimai	Vidurkio skaičiavimas, duomenų klasifikavimas, procentų, tikimybės skaičiavimas
Pažintinis			Atsakymai į pateiktus klausimus; rezultatų apibendrinimas, išvados, interpretacijos

Kokias užduotis panaudoti konkrečioje pamokoje, kokioje pamokos dalyje ir koku tikslu, sprendžia mokytojas planuodamas pamoką. Griežtų instrukcijų apie užduočių panaudojimą nebuvo duodama. Mokytojams buvo parengtos ir pateiktos bendrosios užduočių metodinės rekomendacijos, kiekvienos užduoties atlikimo metodiniai nurodymai, jie buvo nuolat konsultuojami. Konsultavimu siekta telkti dalyvius kryptingai veiklai, eliminuoti situacinius veiksnius, kurie gali pakenkti eksperimento eigai. Taip atsiribota nuo paklaidos inspiravimo efektų, kuriuos sąlygoja nenuoseklus eksperimento planavimas (Merkys, 1996, 1999). Mokytojai dažniausiai užduotis integravo į atskirų dalykų pamokas, todėl nekilo vidinio validumo kontrolės pavojų.

Namų darbams buvo siūloma skirti savarankiškus tyrinėjimus, stebėjimus ir tas vaizdines užduotis, kurioms atlikti pamokoje trūksta laiko.

Ugdomojo etapo metu buvo taikomas *pamokų stebėjimo, užduočių atlikimo analizės ir individualių pokalbių metodas (interviu)*. Tai leido daryti išvadas apie didaktinėje medžiagoje

pateiktų užduočių kokybę, turinio prieinamumą ir taikymo tikslingumą, nustatant mokinių statistinių gebėjimų raidą bei statistinių gebėjimų ugdymo turinį.

Eksperimento vertinimas. Eksperimento rezultatus vertinome formaliai ir neformaliai. Atliekant užduotis, buvo stebima mokinių veikla, aptariami jų pasiekimai, nesėkmės ir nusiteikimas. Toks individualizuotas vertinimas leido geriau pažinti mokinius, atsižvelgti į tai, kokią pažangą padarė kiekvienas mokinys. Skelbiant vaikams rezultatus nebuvo identifikuojami tiriamųjų vardai, kitos klaidos taisomos darbo metu, kai jis dažniausiai vykdomas grupėmis. Nebuvo viešai skelbiami klasių rezultatai, todėl mokytojams nereikėjo stengtis pateisinti eksperimentatoriaus lūkesčių.

II.2.2. Eksperimentinio ugdymo metodinė sistema

Matematikos ir kitų mokslų mokymas grindžiamas Lietuvos švietimo koncepcijoje suformuluotais principais ir bendrąja didaktika. Bendrųjų programų (2003) didaktinėse nuostatose pabrėžiama, kad atsinaujinimo principas reikalauja ne vien naujų darbo metodų, formų, vadovėlių, bet ir turinio. Šiandieninis ugdymo turinys turi skatinti ugdyti asmens gebėjimus ir įgūdžius, pasitikėjimą bendraujant su kitais žmonėmis, aktyviai dalyvauti ne tik savo aplinkos, bet ir visuomenės, bendruomenės, tautos ar net valstybės kūrimo procese.

Pradiniame etape buvo siekiama išsiaiškinti mokinių turimus statistinius gebėjimus, palyginti juos su šalies trečių bei ketvirtų klasių mokinių statistiniais gebėjimais, supažindinti mokytojus su pedagoginio eksperimento tikslais, pateikti jiems praktinių užduočių panaudojimo metodinius nurodymus.

Pagrindinis eksperimento etapas – **ugdomasis**. Eksperimente dalyvaujantiems mokiniams (trečioje ir ketvirtoje klasėje) mokytojo nuožiūra įvairiose pamokose įvairiais etapais buvo pateikiamos užduotys (17–18 priedai). Mokiniai savarankiškai arba grupelėmis pagal užduočių rinkinių medžiagą atlikdavo užduotį (stebėjimą, mintinį eksperimentą, tyrimą), analizuodavo reiškinius ir atsakydavo į užduotyje pateiktus klausimus, darydavo išvadas. Mokiniai, atlikę užduotį, užpildydavo atitinkamas užduoties aprašo vietas. Mokytojas stebėjo mokinių veiklą, konsultavo kai kuriuos mokinius. Vėliau užduotis buvo frontaliai aptariama, analizuojamos klaidos bei netikslumai. Išanalizavus siūloma mokiniams užbraukti klaidingus atsakymus ir užrašyti arba pažymėti teisingai. Šiame etape būtina nedelsiant ištaisyti netikslumus ir klaidas, kadangi priešingu atveju gali trukdyti plėtoti kitus statistinius gebėjimus.

Atsižvelgiant į šiandieninius reikalavimus ugdymui, ugdymo turinio tikslus, besikeičiantį gyvenimą ir visuomenės nuostatas III ir IV klasei buvo sudarytos užduočių

sistemos, kurios išleistos atskirais leidiniais (Kazlauskienė, 2002c, 2003d), todėl vaikai neįsijautė eksperimentatoriaus lūkesčių perdavimo efektų.

Eksperimente naudojamos užduočių sistemos analizuojamų požymių turinys. Bendrosiose programose (2003) išskirti šie statistiniai gebėjimai: objektų klasifikavimas pagal nurodytus vieną arba du požymius; duomenų radimas lentelėse, diagramose, žinyuose; duomenų rinkimo ir pateikimo būdai, jų interpretavimas. Eksperimento metu mokiniai atliko užduotis ne tik Bendrosiose programose (2003) siūlomais komponentais, bet ir skaičiavo vidurkį, nustatinėjo tikimybę, o ketvirtoje klasėje – skaičiavo ir procentus. Užduočių rinkinyje minėtos procedūros iliustruotos pavyzdžiais, elementariai pateiktos taisyklės, kaip apskaičiuoti vidurkį, rasti skaičiaus procentą, arba atvirkščiai, žaidybine forma supažindinama su nevienodo tikėtinumo įvykiais. Kaip moksleiviai ruošė duomenų registravimo lapus, kaip rinko duomenis, vyko pirminis duomenų apdorojimo procesas, darė išvadas buvo stebima ir fiksuojama. Tikimybių teorijos elementariesiems gebėjimams nustatyti buvo naudojami žaidimai, kai mokiniai individualiai žaidė su tyrinėtoju arba tarpusavyje. Žaidimams buvo naudojama spalvota ruletė su besisukančia rodykle, kauliukai, monetos. Tyrėjas užduodavo klausimų, susijusių su įvairiomis sąvokomis, pvz.: atsitiktinumas, daugiau, mažiau tikėtina, vienodas tikėtinumas, tikimybės kiekybinis nustatymas. Vaikų atsakymai, ypač jų sprendimų paaiškinimai, kiekvienu atskiros užduoties aspektu buvo klasifikuojami pagal bendras charakteristikas į grupes, laikomas strategijomis. Skirtingų užduočių atsakymai į klausimus, susijusius su ta pačia sąvoka (pvz., vienodas tikėtinumas), buvo taip pat grupuojami ir lyginami. Anotuoti interviu užrašai tapo individualiu kiekvieno mokinio aprašymu. Jie taip pat buvo sugrupuoti pagal bendras charakteristikas ir analizuojami strategijų, nustatytų analizuojant užduotį, aspektu.

Užduočių rinkinio komponentai pateikti II.11 lentelėje. Nurodomas užduočių turinys, kuris suskirstytas pagal *statistinius gebėjimus, taikymo sritis*: socialiniai (moksleivių gimimo diena, svoris, ūgis, kelionė į mokyklą, namų skaičius gatvėje, dienos režimas ir pan.), gamta, geografija (augalija, gyvūnija, žemynai, upės, ežerai, jūros ir pan.), sportas, ekonomika (pirkimai, pardavimai), matematinio modelio užduotys, kuriose įpinti statistikos elementai reikalavo matematinų procedūrų (suklasifikuoti atsakymus, gautus dauginant skaičius) bei *užduoties atlikimo etapus*. Daryta prielaida, kad išskirti analizuojami požymiai padės nustatyti pradinių klasių moksleiviams prieinamiausią turinio tematiką, optimalų užduočių etapų skaičių, leis konstatuoti pradinių klasių mokiniams prieinamą statistikos elementų mokymo turinį pasirenkant tinkamai suderintą techninį, matematinų operacijų bei tiriamąjį lygmenį. Techninio lygmens užduočių trečioje klasėje pateikta 46, ketvirtoje – 63. Matematinų operacijų lygmens užduočių trečioje klasėje pateikta 12, ketvirtoje – 39. Tiriamųjų užduočių

trečioje klasėje pateikta 24, ketvirtoje – 40. Techninio lygmens užduočių pateikta daugiau, nes šio amžiaus tarpsnio mokiniai dažniau skaito pateiktus duomenis ir atlieka užduotis naudodami išivaizduojamą tyrimą. Tiriamojo lygmens užduotims atlikti reikia daugiau laiko.

II. 11 lentelė

3–4 klasės mokomosios užduotys pagal statistinių gebėjimų lygmenis, taikymo sritis ir užduoties etapų pasiskirstymą

Turinio komponentai pagal gebėjimus			Mokomosios priemonės	
			3 KLASĖ	4 KLASĖ
			Variantų skaičius	Variantų skaičius
Techninis lygmuo	Duomenų pateikimas:	stulpeline diagrama	14	10
		piktograma	2	2
		lentele	6	6
		skrituline diagrama	1	2
		ploto diagrama		1
		grafiku	5	2
	Duomenų skaitymas iš:	stulpelinės diagramos	7	9
		piktogramos	8	21
		skritulinės diagramos	2	5
		paveikslėlių		3
lentelių		12	2	
grafiko		1	2	
Matematinų operacijų lygmuo	Operacijos	Skaičių apvalinimas	1	1
		Duomenų klasifikavimas	7	15
		Vidurkio skaičiavimas	2	6
		Procentai		6
		Tikimybės	2	11
Pažintinis lygmuo	Pažintiniai elementai: 3 kl. – 22 4 kl. – 40	Problemos identifikavimas		
		Hipotezės iškėlimas		
		Duomenų registracijos lapų pasiruošimas		
		Duomenų rinkimas		
		Rezultatų apibendrinimas, išvados		
		Rezultatų interpretacija		
Turinio komponentai pagal taikymo sritis			Mokomosios priemonės	
			3 KLASĖ	4 KLASĖ
			Variantų skaičius	Variantų skaičius
socialiniai			28	27
gamta, geografija			10	35
ekonominiai			4	8
sportas			3	4
matematinio modelio			7	7
Užduočių etapų skaičius			Mokomosios priemonės	
			3 KLASĖ	4 KLASĖ
			Variantų skaičius	Variantų skaičius

1 etapas	5	7
2–5 etapai	8	43
6–10 etapų	23	19
11 ir daugiau etapų	15	11

II.2.3. Eksperimentinio ugdymo rezultatų diagnostika

Diagnostiniai pjūviai. Pradinių, viduryje mokslo metų ir baigiamųjų pjūvių paskirtis – ne tik įvertinti mokinių techninio lygmens statistinius gebėjimus, bet ir prognozuoti jų tolesnio mokymosi perspektyvas bei dinamiką. Statistinių gebėjimų įsisavinimo lygis buvo nustatomas įvertinant testų rezultatus. Tarp testų užduočių buvo analogiškų toms, kurios buvo atliekamos pamokų metu, bei santykinai naujų, reikalaujančių daugiau ar mažiau savarankiško įgytų gebėjimų taikymo. Kiekvienos užduoties atlikimas koduotas dichotomiškai (1 – teisingai, 0 – klaidingai).

Testų užduočių turinys diagnozavimo procese išskaidomas į dalinius klausimus, problemas, praktines užduotis. Šie testai padėjo patikrinti, kaip mokiniai įsisavino visus pagrindinius turinio komponentus. Testą sudarė sistema kontrolinių užduočių, jų pateikimo ugdytiniams instrukcija. Užduotys lengvai suprantamos (nereikia jokių papildomų aiškinimų), lakoniškos (nereikalauja daug tarpinių operacijų), santykinai naujos diagnozuojamiems (jos nesikartoja, vienos jų atlikimas nėra susiję su kitų atlikimu), trumpos, atliekamos per trumpesnę laiką, eliminuotos atsitiktinai atliekamos užduotys.

Atsižvelgus į uždaru užduočių tipo parinkimo sunkumus ir nepakankamą jų patikimumą dabartiniuose testuose, ypač didaktiniuose, dominuoja atviros užduotys: mokiniai patys konstruoja ir užrašo atsakymus, kuriuos laiko teisingais. Tai vienas iš patikimumo rodiklių (Bitinas, 2002, p. 60).

Duomenų analizė. Kontroliniams testams atrenkant užduotis, geriausiai išreiškiančias tiriamųjų statistinių gebėjimų įsisavinimo esmę, ekspertinės analizės pagrindu postuluotas užduočių visumos validumas ir skaičiuotas pjūvio vidurkis, standartinis nuokrypis, tikrintos parametrinės hipotezės (Bitinas, 1974, p. 64).

Rezultatų analizei buvo panaudoti *suminių (kaupiamųjų) procentų* grafikai. Suminiai procentai sukaupia kintamųjų reikšmių procentines išraiškas nuo 0 iki 100%. Staigus grafiko kilimas rodo žymų procentinį padidėjimą pereinant prie gretimos kintamojo reikšmės.

Be to, po eksperimento atliktas mokinių **anketavimas**, kurio paskirtis – parodyti, kaip eksperimentinę mokymą priėmė ir vertino mokiniai.

Ekspertimentinių klasių mokiniams (trečioje ir ketvirtoje klasėje) buvo pateikta anketa su uždaro ir atviro tipo klausimais (15-16 priedai). Apklausoje dalyvavo 42 trečių ir 84 ketvirtų klasių mokiniai. Mokinių atsakymų rezultatai buvo apdorojami statistiškai. Kiekvienam uždaro tipo teiginiui skaičiuotas populiarumo indeksas PI, o atviro tipo teiginiai aptarti kokybiškai. Sociopedagoginių veiksnių įtakos reikšmingumas mokinių atsakymams atliktas naudojant parametrinių hipotezių tikrinimą (Bitinas, 1998). Su mokytojais vyko interviu pobūdžio pokalbis.

III. KONSTATUOJAMŲ TYRIMŲ REZULTATAI

III.1. Bendrieji statistinių gebėjimų diagnostikos rezultatai

3 klasė. Diagnostinis tyrimas vykdytas trečioje klasėje mokslo metų pradžioje 2002 metais rugsėjo mėnesį bei mokslo metų pabaigoje – 2003 metais gegužės mėnesį. Analizuodami pradinį klasių mokinių statistinius gebėjimus šiame tyrime išryškinsime statistinių gebėjimų skirtumus priklausomai nuo gyvenamos vietovės tipo, mokyklos tipo, lyties bei vadovėlio (28 priedas).

Sociopedagoginių veiksmų įtaka mokinių matematiniams gebėjimams bei mokymosi pasiekimams nemažai tyrinėta užsienio ir Lietuvos autorių (Piaget, 1965; Maccoby, 1966; Fennema, 1974, 1987; Swafford, 1980; Hedges & Nowell, 1995; Merkys, Balčiūnas, 1998–1999; Butkienė, Kepalaitė, 1996; Kiseliovas, Kiseliova, 2004; Kazlauskienė, 2002, 2003, 2004). Dauguma mokslininkų lyčių skirtumą mokantis matematikos fiksuoja vidurinėje mokykloje (Fennema, 1974; Gordon et.al., 1990) konstatuodami berniukų pranašumą. E. Maccoby (1966) atlikti tyrimai rodo, kad pradinės mokyklos pabaigoje berniukai ima lenkti mergaites pagal matematikos mokėjimą. 2003 metų TIMSS tyrimo ir šio tyrimo rezultatai parodė, kad statistiniai gebėjimai tiek mergaičių, tiek berniukų yra vienodi ($p > 0,01$).

J. Piaget (1965), atlikęs tyrimus su Šveicarijos kaimo ir miesto mokiniais, nustatė, kad kaime gyvenančių mokinių kognityvinė branda vėluoja vidutiniškai vieneriais metais.

M. Blades ir C. Spencer (1989) savo darbuose aprašė, kad duomenis vaizduoti grafikais bei diagramomis vaikai geba jau nuo 4–6 metų, o J. Bertin (1983) pritaria išsakytoms mintims ir teigia, kad grafiku vaizduoti duomenis yra sunkiau nei stulpelinėmis ir skritulinėmis diagramomis bei lentelėmis. Autorius teigia, kad mergaičių kruopštus darbas apsaugo jas nuo paviršutiniškų klaidų. Grafinių vaizdų suvokimas yra svarbus gebėjimas šiuolaikinėje visuomenėje. Nuo mažumės matome įvairių rūšių grafikų, diagramų ir kt. Duomenų grafinis vaizdavimas yra svarbus matematikos ir kitų dalykų elementas, kuris pabrėžiamas nacionalinėse programose ir standartuose.

Mokyklos tipas, kurioje mokiniai mokosi, įtakos neturi jų statistiniams gebėjimams ($\chi^2 = 0,14$, $p > 0,01$). Trečios klasės mokslo metų pabaigoje mieste besimokančių mokinių statistiniai gebėjimai yra geresni nei besimokančių rajonuose ($p < 0,01$).

Remiantis konstatuojamojo tyrimo rezultatais, 3–5 klasių mokinių statistiniai gebėjimai netendencingai svyravo pereinant iš klasės į klasę (žr. III. 1 lent.). Trečios klasės mokslo metų pradžioje mokinių statistiniai gebėjimai nedaug kuo skiriasi nuo ketvirtos klasės mokinių mokslo metų pabaigoje rezultatų, o penktoje klasėje minėti gebėjimai pamažu prastėja.

Statistikos užduočių atlikimo rezultatai (%)

	3 klasė, rugsėjis	3 klasė, gegužė	4 klasė, rugsėjis	4 klasė, gegužė	5 klasė, rugsėjis	5 klasė, gegužė
Bendrasis įvertis	57,3	53,3	58,9	68,9	67,1	47,5
Iš jų mergaitės	58,7	55,3	57,9	69,9	69,1	48,5
Iš jų berniukai	55,9	51,3	59,9	67,9	65,1	46,5
Besimokantys pagal vadovėlį „Matematikos pasaulyje“/ 5 klasės pabaigoje „Matematika ir pasaulis“	56,3	53,6	62,7	76,8	68,2	58,0
Besimokantys pagal vadovėlį „Skaičių šalis“/ 5 klasės pabaigoje „Matematika“	58,3	53,1	55,1	58,9	66,1	37,0
Besimokantys vidurinėje mokykloje	56,4	55,4	52,9	68,7	69,2	46,5
Besimokantys pagrindinėje mokykloje	53,8	51,2	54,9	67,4	65,1	48,5
Besimokantys pradinėje mokykloje	61,7	53,4	68,9	70,5		
Eksperimente dalyvauja nuo 3 kl.	54,5	79,3	74,5	93,6	90,5	
Eksperimente dalyvauja nuo 4 kl.			53,5	78,5	62,5	
Kiti šalies mokiniai	56,8	40,4	48,7	53,1	48,2	47,5

Faktorinės analizės rezultatai (žr. II skyrių) rodo, kad iš *trečios klasės rugsėjo mėn.* testo užduočių, kurių rasti faktoriai paaiškina 26,0% sklaidos, išsiskiria dvi užduotys (nr. 3, 7), kurios turi stiprų faktorių (0,5 ir daugiau). Atliekant šias užduotis (4 priedas), mokiniams reikėjo perskaityti duomenis, pavaizduotus stulpeline ir skrituline diagrama (teisingai atliko šias abi užduotis 70,8% mokinių). Užduotyse, kurių faktorius daugiau nei 0,4 (nr. 1, 6, 10, 4 priedas), buvo pasiūlyta mokiniams duomenis pavaizduoti stulpeline diagrama, piktograma ir lentele. Galima teigti, kad mokiniams lengviau skaityti informaciją nei ją pateikti nurodytu būdu, nes tokio amžiaus mokiniai daug dažniau susiduria su įvairios informacijos skaitymu nei pavaizdavimu. Charakteringųjų funkcijų grafikų analizė leidžia teigti (žr. III. 2 lentelė), kad geresnius užduočių atlikimo gebėjimus pademonstravo gabetesnieji mokiniai.

III. 2 lentelė

Trečios klasės mokslo metų pradžios testo charakteringųjų funkcijų reikšmės

Užd. nr.	Blogai (%)	Silpnai (%)	Patenkinamai (%)	Pakankamai (%)	Gerai (%)	Labai gerai (%)	Puikiai (%)
3	0	0	17	31	57	93	100
7	18	68	80	92	88	99	100
1	0	24	28	63	72	91	99
6	9	49	63	85	97	96	99
10	0	0	15	21	49	47	100

Iš *trečios klasės mokinių mokslo metų pradžios* testo užduočių (5 priedas), kurių faktoriai paaiškina 40,6% sklaidos, išsiskyrė dvi užduotys (nr. 3, 5). Šiose užduotyse buvo siūloma duomenis skaityti ir pavaizduoti stulpeline diagrama (duomenis skaityti teisingai atliktos užduoties dažnis – 74,5%; duomenis pavaizduoti – 49,2%). Kitas faktorius, kurio alfa faktorinis svoris daugiau nei 0,4, apėmė antrą ir ketvirtą užduotis. Šių užduočių atlikimas buvo prasčiausias (antros užduoties teisingai atliktas dažnis – 30,7%, ketvirtos užduoties – 22,7%)

(duomenis skaityti ir pavaizduoti piktograma). Užduotis sukėlė nemažų sunkumų, nes reikėjo operuoti su atskirais duomenimis.

Išanalizavus 1–2 klasių matematikos ir kitų dalykų vadovėlius bei pratybų sąsiuvinius (1-3 priedas), matyti, kad užduočių su grafikais yra palyginti mažai. Pagrindą sudaro stulpelinės diagramos. Užduotys su piktogramomis (informacinį objektą ar operaciją žymintis sutartinis grafinis ženklas) taip pat nedažnos pradinių klasių matematikos vadovėliuose. Daugelis vaikų klydo, nes negebėjo perskaityti sutartinių ženklų.

4 klasė. Diagnostinis tyrimas ketvirtoje klasėje atliktas tokiu pat metu kaip ir trečioje klasėje (mokslo metų pradžioje ir pabaigoje) (žr. III. 2 lent.). Statistiškai reikšmingų skirtumų nėra nei lyties, nei mokyklos tipo aspektu. Ketvirtos klasės pabaigoje skirtumas išryškėjo tik tarp mokinių, kurie mokėsi *pagal skirtingus matematikos vadovėlius* ($\chi^2 = 25,38$, $p < 0,001$). Testų rezultatai, duomenis skaitant ir juos vaizduojant, geresni tų mokinių, kurie mokosi pagal D. ir A. Kiseliovių matematikos vadovėlių „Matematikos pasaulyje“. Kaip matyti iš matematikos vadovėlių ir pratybų sąsiuvinų analizės (1 priedas), pastarajame ketvirtoje klasėje pateikta daugiau užduočių su statistikos elementais.

Faktorinės analizės rezultatai (žr. II skyrių) rodo, kad *rugsėjo mėnesio* testo užduotyse (6 priedas), kurių rasti faktoriai paaiškina 27,6% sklaidos, išsiskiria užduotys, kurios turi stiprų faktorių (0,5 ir daugiau). Atliekant šias užduotis (nr. 2, 3, 5), reikėjo mokiniams surūšiuoti duomenis pateiktus diagrama, lentele ir perskaityti duomenis, pateiktus stulpeline diagrama. Mokiniais lengvai sekėsi atlikti šias užduotis, nes, daugelio autorių teigimu (Ainley, 2001; diSessa, Hammer, Sherin, Kolpakowski, 1991; Monteiro, Ainley, 2003), lengviausi pateikimo būdai yra stulpelinė diagrama ir lentelė. Juo labiau, kad duomenis buvo siūloma surūšiuoti pagal vieną požymį. Duomenis pateikti stulpeline diagrama mokiniams buvo nesunku dėl to, kad diagramos šablonas buvo labai aiškus, sužymėtos visos papildomos linijos, pateikti ašių pavadinimai. Užduotyse, kurių faktorius daugiau nei 0,3 (užd. nr. 1, 4, 6), buvo siūloma duomenis perskaityti ir pavaizduoti grafiku bei perskaityti duomenis, pateiktus piktograma pagal nurodytą mastelį (visų teisingai atliktų užduočių dažnis 35,7%). Galima teigti, kad ir ketvirtoje klasėje mokiniams sunkumų iškyla duomenis skaityti ir vaizduoti grafiku.

Iš *ketvirtos klasės mokslo metų pabaigos* testo užduočių (7 priedas), kurių faktoriai paaiškina 30,1% sklaidos, išsiskyrė penkios užduotys (nr. 2, 4, 6, 8, 9.1), kuriose buvo siūloma duomenis skaityti iš stulpelinės ir skritulinės diagramos, duomenis suapvalinti ir pateikti lentele (faktorinis svoris 0,6 ir daugiau). Mokiniais jas atlikti sekėsi geriausiai. Sunkiau sekėsi atlikti tas užduotis (faktorius daugiau nei 0,4), kurios siūlė perskaityti duomenis pateiktus piktograma (5 užd.), duomenis surūšiuoti (7 užd.) ir duomenis pateikti grafiku (10 užd.). Vis

dar mokiniai daro daug klaidų skaitydami duomenis, užšifruotus piktograma, nesupranta, ką reiškia keturi perbraukti brūkšneliai. Nors duomenis rūšiuoti buvo siūloma pagal vieną požymį, tačiau dauguma mokinių dažnai praleisdavo tuos pačius duomenis, kurie kartodavosi kelis kartus. Menkas užduočių pateikimas mokomosiose priemonėse tiek skaitant duomenis piktograma, rūšiuojant duomenis, tiek juos vaizduojant grafiku neleido mokiniams pasiekti gerų rezultatų. Ketvirtos klasės mokslo metų pabaigos testo užduočių charakteringųjų funkcijų reikšmių analizė (žr. III. 3 lent.) leidžia teigti, kad mokiniai, parodę menkus statistikos užduočių atlikimo gebėjimus, kai kurias užduotis atliko panašiai kaip ir stipresnieji (nr. 2, 3, 5).

III. 3 lentelė

Ketvirtos klasės mokslo metų pabaigos testo charakteringųjų funkcijų reikšmės

Užd. nr.	Blogai (%)	Silpnai (%)	Patenkinamai (%)	Pakankamai (%)	Gerai (%)	Labai gerai (%)	Puikiai (%)
1	17	61	67	66	69	71	90
2	71	80	91	91	95	95	99
3	50	65	77	79	84	86	98
4	12	54	71	66	86	91	98
5	0	63	15	34	63	91	100
6	50	76	86	91	95	93	97
7	0	0	2	9	23	51	82
8	2	6	38	28	59	67	93
9.1	0	22	50	84	88	95	100
9.2	0	63	19	67	73	84	100
10	0	4	5	9	23	50	84
11	0	23	35	47	58	58	88

Daugelis autorių (Hiebert, Wearne, 1986), nagrinėjančių matematinių veiksmų mokymą, pabrėžia, kad gana geri užduočių atlikimo įgūdžiai galimi ir nesuvokiant prasmės. Matematinis gebėjimas tyręs V. Kruteckis (Крутецкий, 1968) pažymėjo, kad labai skiriasi to paties amžiaus vaikų matematiniai gebėjimai. J. Piaget (1965) taip pat nurodo, kad intelekto ribos yra tik orientyrai, nes gali būti didelių individualių skirtumų.

5 klasė. Statistiškai reikšmingi skirtumai išryškėjo penktos klasės mokslo metų pradžioje ($\chi^2 = 18,6$, $p < 0,001$) ir pabaigoje ($\chi^2 = 20,8$, $p < 0,001$) tarp mokinių, kurie mokėsi pagal skirtingus *matematikos vadovėlius*. Kadangi penktos klasės mokinių mokslo metų pradžioje statistiniai gebėjimai nustatyti rugsėjo mėnesį, jų minėtiems gebėjimams įtakos turėjo tas vadovėlis, pagal kurį mokėsi ketvirtoje klasėje. Testo rezultatai, duomenis skaitant ir juos vaizduojant, geresni tų mokinių, kurie mokėsi pagal B. Balčyčio „Skaičiaus šalies vadovėlį“. Hipotetiškai galima teigti, kad tokius priešingus testo rezultatus (ketvirtos klasės pabaigos ir penktos klasės mokslo metų pradžios) vadovėlio aspektu lemia nesisteminis užduočių pateikimas mokomosiose priemonėse. Penktos klasės mokslo metų pabaigoje testų rezultatai geresni mokinių, kurie mokosi pagal N. Cibulskaitės ir M. Stričkienės matematikos vadovėlių „Matematika ir pasaulis“ nei pagal A. Bakščio „Matematika“ (žr. III. 1 lent.).

Faktorinės analizės rezultatai (žr. II skyrių) rodo, kad penktos klasės mokslo metų pradžios testo užduotyse (8 priedas), kurių rasti faktoriai paaiškina 20,7% sklaidos, išsiskiria trys užduotys, kurios turi stiprų faktorių (0,5 ir daugiau). Atliekant šias užduotis (nr. 2, 3, 6), mokiniams reikėjo duomenis perskaityti, pateiktus stulpeline ir skrituline diagramomis. Mokiniams lengvai sekėsi atlikti šias užduotis, nes jos nereikalavo jokių papildomų operacijų. Užduotyse, kurių faktorius 0,3 (užd. nr. 10, 11), buvo siūloma duomenis skaityti ir pavaizduoti grafiku (teisingai duomenis perskaitė 31,6% mokinių; pavaizdavo 41,2%). Kaip matyti, duomenis vaizduoti grafiku ir skaityti iš grafiko mokiniams yra sunkiausia.

Penktos klasės mokslo metų pabaigos (9 priedas) testo užduotyse, kurių rasti faktoriai paaiškina 21,1% sklaidos, išsiskyrė du faktoriai. Pirmasis faktorius (jo svoris 0,6 ir daugiau) išskyrė tas pačias užduotis kaip ir mokslo metų pradžioje. Jas mokiniai atliko sėkmingiausiai. Kitas faktorius, kurio svoris 0,3, apėmė prasčiausiai atliktas užduotis: 10-ąją (teisingų atsakymų dažnis siekė 13%) ir 11-ąją (teisingų atsakymų dažnis siekė 37,2%). Penktoje klasėje mokslo metų pabaigoje pastebėti prastesni mokinių statistiniai gebėjimai nei ketvirtoje klasėje leidžia teigti, kad tarp pradinės ir pagrindinės mokyklos egzistuoja ugdomojo turinio atotrūkis: kinta turinio sistemingumas, nuoseklumas. Kaip teigia A. Kiseliovas (2001), tarp ketvirtų penktų klasių matematikos mokymo turinio nėra išlaikyto perimamumo principo.

Detaliau sociopedagoginių veiksnių įtaka mokinių statistiniams gebėjimams bus aptarti plačiau analizuojant duomenų skaitymą ir vaizdavimą.

III.2. Mokinių gebėjimas skaityti duomenis

Duomenų skaitymas, anot F. R. Curcio (1987), – tai informacijos duomenų išryškinimas, atpažįstant grafines sąvokas ir ryšių tarp turinio ir duomenų nustatymas. Grafinių vaizdų suvokimas yra labai svarbus gebėjimas šiuolaikinėje visuomenėje (Aberg-Bengtsson, Ottoson, 1995). Vaikai nuo ankstyvojo amžiaus kasdieninėse situacijose susiduria su įvairiai pateikta informacija. Statistikos suvokimas, duomenų skaitymas ir grafinis jų vaizdavimas yra svarbus elementas, kuris pabrėžiamas nacionalinėse programose ir standartuose. J. Bertin (1983) siūlo užbaigti grafinių simbolių sistematiką ir dažniau remtis grafiškai pateiktų vaizdų skaitymu. Kiti mokslininkai (Macdonald-Ross, 1977; Kosslyn, 1989) savo darbuose taip pat įrodinėja, kaip svarbu nuo mažens mokinius mokyti skaityti duomenis.

Nepaisant šios srities svarbos, vis dėlto yra mažai tyrimų, kurie nagrinėja, kaip mokiniai suvokia grafiškai pateiktą informaciją ir geba patys ją vaizduoti.

Užduočių atlikimo analizė. Kaip sakytą, konstatuojamuosius testus 3–5 klasių mokiniai atliko mokslo metų pradžioje ir pabaigoje; vienodi testai buvo pateikti trečios klasės

mokiniam mokslu metų pabaigoje ir ketvirtos klasės mokiniam mokslu metų pradzioje bei ketvirtos klasės mokiniam mokslu metų pabaigoje ir penktos klasės mokiniam mokslu metų pradzioje ir pabaigoje.

Mokiniam duomenis skaityti buvo siūloma pateiktus stulpeline diagrama, piktograma, skrituline diagrama, grafiku. Nors kai kurie duomenų pateikimo elementai nėra teikiami Bendrosiose programose, tačiau mokinių aplinkoje tokių duomenų vaizdavimo būdų pasitaiko labai dažnai (vaikiškuose laikraščiuose, žurnaluose, televizijoje, mokymo priemonėse ir pan.). Gauti rezultatai pateikti III. 4 lentelėje.

III. 4 lentelė

Gebėjimo skaityti duomenis rezultatai

Skaityti duomenis:	Rugsėjis 3 kl.	Gegužė 3 kl.	Rugsėjis 4 kl.	Gegužė 4 kl.	Rugsėjis 5 kl.	Gegužė 5 kl.
Stulpelinė diagrama	70,8	49,2	50,0	52,2	49,8	50,1
Piktograma	59,6	22,7	29,3	44,0	43,1	42,5
Skritulinė diagrama	70,8	46,9	48,0	59,5	52,4	50,3
Grafikas	15,9	32,2	35,5	41,2	41,2	37,2

3 klasės mokiniam duomenis, pavaizduotus *stulpeline* ir *skrituline diagrama*, nebuvo sunku. T. Ottoson, L. Aberg-Bengtsson (1995) teigimu, vaikams iki 14 metų lengviausias duomenų pateikimo ir skaitymo būdas yra stulpelinė diagrama. Šį teiginį iliustruoja ir 1994–1995 metų TIMSS tyrimas (19 priedas). Tačiau 2003 metų nacionalinio IV ir VIII klasių moksleivių pasiekimų tyrimo rezultatai parodė, kad mokiniam geriau sekasi duomenis pavaizduoti diagrama, nei iš jos skaityti (2003 metų nacionalinio IV ir VII klasių moksleivių pasiekimo tyrimo ataskaita, 2003, p. 90).

Mūsų atliktame tyrime sunkiau sekėsi duomenis pavaizduoti *piktograma* (informacinį objektą ar operaciją žymintis sutartinis grafinis ženklas) ir grafiku, nors mokytojai ekspertai šias užduotis priskyrė prie gana lengvų (žr. III. 1, III. 2 pav.).

Vaikai registravo, kokia spalva žmonėms labiausiai patinka. Duomenis užrašė lentelėje. Baikite ją pildyti. Kiek iš viso žmonių apklausė? (žr. III. 1 pav.).

Spalva	Registracija	Iš viso
Balta	////	
Raudona	### ## I	
Juoda	### II	
Mėlyna	///	
Žalia	II	
Geltona	I	
Pilka	II	
Ruda		

I - vienas žmogus
- penki žmonės

III. 1 pav. 5 užd., 3 klasė (mokslo metų pradžia)

Daugiausia klaidų buvo daroma šio tipo užduotyse skaičiuojant brūkšnelius lentelėje. Dalis mokinių nežinojo, jog kiekvienas nubrauktas ketvertas reiškia penkis, nors šalia buvo pateiktas pavyzdys. Teisingai užpildyti laukeliai tie, kuriuose nebuvo nubraukto brūkšnelių ketveto. Kito tipo užduotyje (žr. III. 2 pav.), kai duomenys lentelėje pateikti stilizuotais simboliais, o jos analizė pagrįsta simbolių skaičiavimu, rezultatai buvo dar prastesni.

- *Viena klasė dvi savaites rinko įvairias skardines. Lentelėje pažymėta, kiek jie atnešė skardinių per šias savaites.*
- *Kurią savaitės dieną vaikai atsinešė mažiausiai skardinių? Kiek?*
- *Kiek skardinių atsinešė per pirmą savaitę? Kiek per antrą?*

Pirma savaitė		Antra savaitė	
Pirmadienis	□ □ □ □	Pirmadienis	□ □ □ □ □ □
Antradienis	□ □ □ □ □ □	Antradienis	□ □ □ □ □ □ □
Trečiadienis	□ □ □	Trečiadienis	□ □ □ □
Ketvirtadienis	□ □ □ □ □ □ □	Ketvirtadienis	□ □ □ □ □ □ □ □
Penktadienis	□ □ □ □ □	Penktadienis	□ □ □ □ □ □
□ - 8 skardinės			

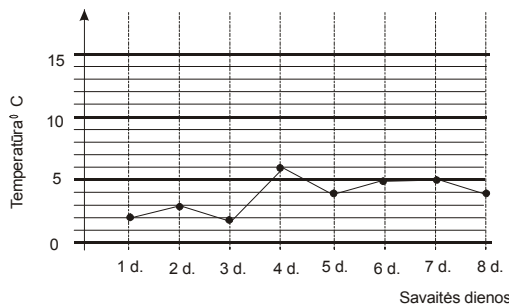
III. 2 pav. 4 užd., 3 klasė (mokslo metų pabaiga)

Ši užduotis skirta nustatyti gebėjimui operuoti duomenų masteliais. Mastelis – 1 stačiakampis vaizduoja 8 skardines. Tokių užduočių su piktogramomis pradinė klasių vadovėliuose mažai, nors standartuose nurodoma, kad mokiniai turi suvokti simbolikos prasmę, „... naudotis simboliais taip, kad galėtų skaityti ir suprasti ...tekstus, apibūdinti objektus ir procedūras“ (Lietuvos bendrojo lavinimo mokyklos bendrosios programos ir išsilavinimo standartai, 2003, p. 3). Didžioji dalis mokinių suskaičiuodavo tik skardinių skaičių simbolizuojančius stačiakampius, užmiršdavo, kad vienas stačiakampis atitinka ne vieną skardinę, o aštuonias. Šią užduotį mokiniai arba atliko gerai, arba visiškai neteisingai, tarpinių klaidų nebuvo.

1993 metų TIMMS bandomojo tyrimo duomenimis, trečių ir ketvirtų klasių mokiniams užduotis su piktogramomis sekėsi atlikti prasčiau nei kitų šalių mokiniams, bet geriau nei Latvijos (Kiseliova, Kiseliovas, 2004).

Duomenis, pateiktus **grafiku**, trečios klasės mokiniams mokslo metų pradžioje sekėsi kur kas geriau perskaityti nei mokslo metų pabaigoje. Tai sąlygojo kitoks duomenų trečios klasės mokslo metų pabaigoje pateikimas, kuris reikalavo padaryti išvadas (žr. III. 3 pav.).

Lentelėje surašykite spalio mėnesio aštuonių dienų oro temperatūrą.



- Kurią dieną buvo aukščiausia temperatūra? _____

- Kurią dieną buvo žemiausia temperatūra? _____

Dienos	1 d.	2 d.	3 d.	4 d.	5 d.	6 d.	7 d.	8 d.
	2 ^o							

III. 3 pav. 8 užd., 3 klasė (mokslo metų pradžia)

Užduotis (žr. III. 3 pav.), susijusi su tolydaus grafiko supratimu, leido užfiksuoti, kad dalis mokinių klydo skaitydami grafiką dėl to, kad skaičiai, žymintys oro temperatūrą, ašyje buvo surašyti penketais, o ne, kaip įprasta, vienetais arba dešimtimis. Kita klaidos rūšis išryškino, kad mokiniai dar nesugeba „pamatyti visų duomenų iš karto“. Į klausimą, *kurią dieną buvo žemiausia oro temperatūra?*, dažnas mokinys nurodydavo tik vieną dieną, nors žemiausia oro temperatūra per aštuonias dienas buvo pirmą ir trečią dieną. Tai rodo, kad mokiniai neturi informacijos skaitymo įgūdžių. Nė vienas ekspertas šios užduoties nepriskyrė prie sunkios, trims ekspertams atrodė, kad ši užduotis yra gana lengva. Galima teigti, kad iš pirmo žvilgsnio atrodanti lengva užduotis mokiniams sukelia sunkumą, nes trūksta duomenų, skaitymo įgūdžių.

Trečios klasės mokslo metų pabaigoje (5 priedas) mokiniams perskaityti grafiku pateiktus duomenis buvo sunku, nes reikėjo pasitelkti kitas operacijas: duomenų klasifikaciją, aritmetinius skaičiavimus, rūšiavimą (žr. III. 4 pav.).

Grafikas rodo, kiek kiekvieną mėnesį parduota televizorių magnetolų.

Kuri mėnesį ypač padidėja prekyba televizoriais (teisingą atsakymą pabraukite)?

A. Gruodžio – Sausio

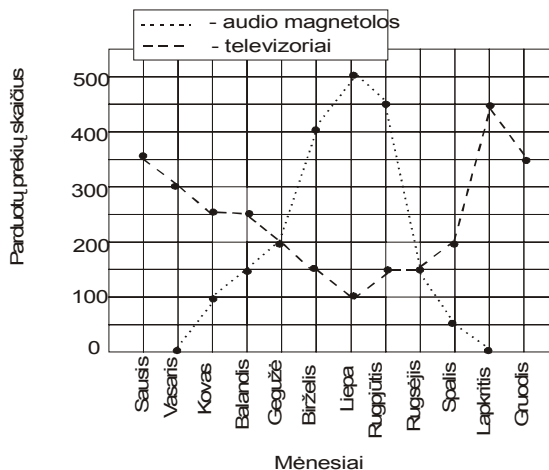
B. Gegužės – Birželio

C. Birželio – Liepos

D. Spalio – Lapkričio

- Kuriais mėnesiais televizorių ir magnetolų parduodavo po lygiai?

- Kurių prekių pardavė daugiau per metus? Kiek iš viso?



III. 4 pav. 6 užd. 3 klasė (mokslo metų pabaiga)

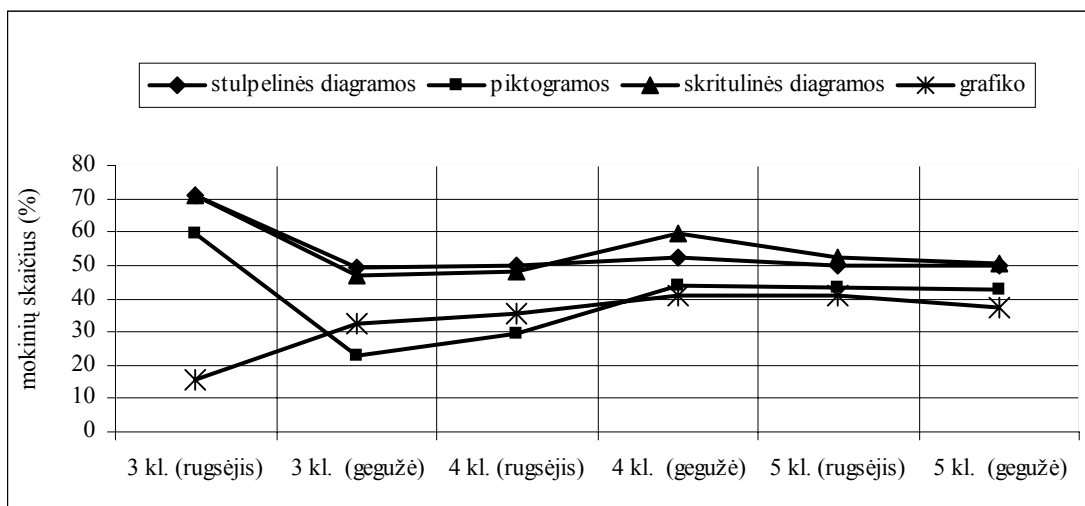
Pateikiant šią užduotį norėta patikrinti, kaip mokiniai geba atlikti kelias operacijas iš karto. Dažniausiai jie nesugebėjo atsirinkti, kuris grafikas kurią prekę žymi, nesuvokė, kaip grafiškai žymimas prekių padidėjimas. Vieni rinkosi kelis atsakymų variantus ir apibrėžė tik kai kuriuos mėnesius, pvz., sausį ir lapkritį (aukščiausiai pažymėti taškai), kiti apibraudavo tik vieną lapkričio mėnesį (tai aukščiausiai pažymėtas taškas). Užrašydami mėnesius, kada prekių parduodavo po lygiai, dauguma mokinių suprato, kad juos žymi grafikų susikirtimo taškai. Tačiau dažniausiai jie pastebėdavo tik vieną susikirtimo tašką. Paskutinis klausimas reikalavo grafiko skaitymo gilesnių aritmetinių žinių. Dalis mokinių nesuprato, kad vienas langelis atitinka 50 parduotų prekių. Šios išvardytos klaidos lėmė, kad tik 32,2% mokinių šią užduotį atliko teisingai.

TIMMS duomenimis (Kiseliovas, Kiseliova, 2004), užduoties su tolydaus grafiko skaitymu nespėdė 37%, o diskretaus – 45% trečiųjų.

Kiti mokslininkai (Piaget, Inhelder, 1956; Piaget, Inhelder, Szeminska, 1960), tyrė, kaip mokiniai suvokia grafikais pavaizduotą informaciją, teigia, kad net jaunesni nei 8 ar 9 metų vaikai geba skaityti duomenis, pavaizduotus stačiakampėje koordinatinių sistemoje. B. Carlson (2002) savo darbuose nurodo, kad mokiniai negeba orientuotis koordinatinių sistemoje iki 10 metų. J. Piaget šalininkai tyrimais patvirtino, kad gerokai jaunesni nei 10 metų vaikai gali „dirbti“ su grafikais ir užkoduotais planais. S. C. Somerville ir P. E. Bryant (1985) paskelbė du darbus: pirmame nagrinėjo 5–6 metų vaikų, o antrame – 6 ir 9 metų vaikų gebėjimus rasti dviejų ašių susikirtimo tašką (be papildomų linijų). Abi amžiaus grupės tiksliai ekstrapoliavo³, tačiau vyresni vaikai padarė mažiau klaidų nei jaunesni. Autoriai nustatė, kad jaunesni vaikai neturi problemų ieškodami atitinkamos vietos žemėlapyje ar paprastuose grafikuose pagal koordinatas. Tokius rezultatus patvirtina M. Blades ir C. Spencer (1989) savo tyrimais. Jie teigia, kad dauguma 4–6 metų vaikų geba orientuotis koordinatinių sistemoje, jeigu pakanka simbolinės informacijos. M. Gallimore (1991) siūlo atkreipti dėmesį, kad mechanškai įsisavintos taisyklės arba per anksti pradėtas koordinatinių sistemos mokymas, grafikų vaizdavimas ir skaitymas sudarys netvirtus, sudėtingesnių grafikų suvokimo pagrindus, o tai gali sukelti problemų vėlesniame mokymo procese. Išanalizavę pasaulyje atliktus tyrimus, galime teigti, kad užduotys, kai reikia duomenis skaityti iš grafiko, nėra neprieinamos trečios klasės mokiniams, todėl būtina atlikti papildomų tyrimų ir nustatyti pradinių klasių mokinių statistinių gebėjimų ugdymo turinį bei jo realizavimo prielaidas.

Toliau bus palyginti mokslo metų pradžios ir pabaigos tyrimo duomenys, detaliau analizuojant, kaip atliktos užduotys. Ypač didelis statistinių gebėjimų (duomenų skaitymo aspektu) lūžis įvyksta trečios klasės mokslo metų pabaigoje (žr. III. 5 pav.).

³ Ryšių nustatymas tarp reiškinių, veiksmo numatymas naujoje situacijoje (Vaitkevičiūtė, 1999, p.303).



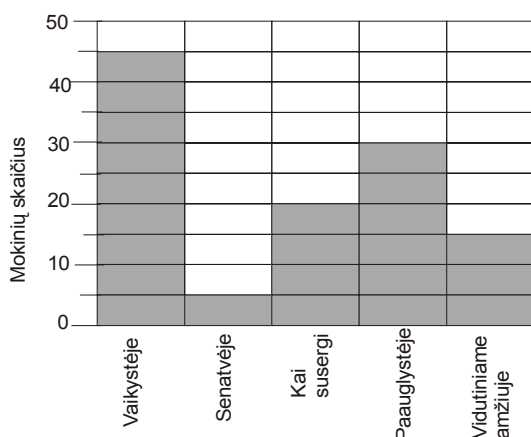
III. 5. pav. 3–5 klasių mokinių gebėjimai skaityti duomenis

Pirmos – trečios klasės matematikos, lietuvių, pasaulio pažinimo vadovėlių ir pratybų sąsiuvinį analizė (1-3 priedai) parodė, kad užduočių su statistikos elementais yra labai mažai. Kad trečios klasės mokiniai yra pajėgūs duomenis skaityti nurodytais būdais, patvirtina

M. Blades, C. Spencer (1989) tyrimai, kuriuose teigiama, kad 8–9 metų vaikų amžius pats tinkamiausias plėtoti grafinius įgūdžius.

Trečioje klasėje mokiniams sunkiausia, kai yra „įpinta“ nemažai papildomų operacijų. Aptarsime dvi užduotis, kuriose duomenys pateikti stulpeline diagrama. Pirmoji ekspertų įvardyta, kaip gana lengva užduotis, antroji – kaip vidutinio sunkumo (žr. III. 6, 7 pav.)

Vieni mokiniai mano, kad sveikatą saugoti ir stiprinti reikia nuo vaikystės, kiti, - kad tą daryti reikia vyresniame amžiuje arba rimtai susirgus.



- Kiek mokinių mano, kad sveikata reikia rūpintis:

a) vaikystėje _____

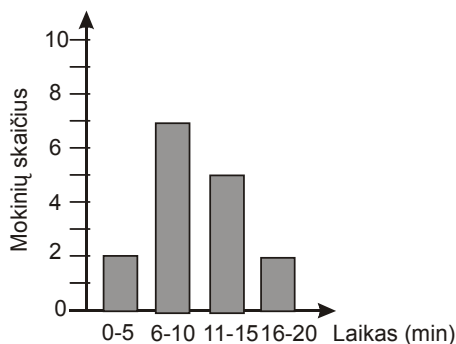
b) kai sergi _____

c) paauglystėje _____

d) senatvėje _____

III. 6 pav. 3 užd., 3 klasė (mokslo metų pradžia)

Diagrama rodo laiką, per kurį vienos klasės mokiniai atvyksta į mokyklą.



- Kiek mokinių keliauja į mokyklą daugiau nei

10 min? _____

- Kiek iš viso klasėje mokiniu?

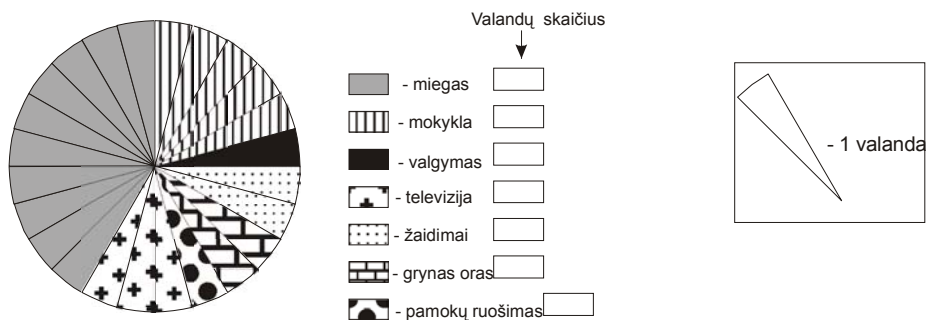
III. 7 pav. 5 užd., 3 klasė (mokslo metų pabaiga)

Mokslo metų pradžioje 61,8% mokinių teisingai atliko užduotį, o mokslo metų pabaigoje – 49,2%, nes pirmuoju atveju mokiniams tereikia skaitant duomenis iš diagramos užpildyti tam tikrą klausimo eilutę. Ašys pažymėtos gana suprantamai – kas penkis mokinius, taip pat mokiniai geba susieti sąvokas „daugiausia“ ir „dažniausiai“. Antruoju atveju klausimai yra apima ir duomenų skaitymą, ir duomenų klasifikavimą. Pirmasis klausimas sukėlė didesnių sunkumų, nes didžioji dalis mokinių, dariusių klaidas, priskaičiuodavo ir tuos mokinius, kurie į mokyklą keliauja 10 min. Antrasis klausimas sudarė sunkumų tiems mokiniams, kurie nesupranta diagramos ploto: nemažai mokinių įvardijo, kad klasėje mokosi 20 mokinių, nors skaičius 20 žymi laiką minutėmis.

Apibendrinus mokinių duomenų skaitymo iš diagramos rezultatus, galima teigti, kad trečios klasės mokiniai geba skaityti duomenis, pavaizduotus stulpeline diagrama, tačiau dar nėra įsisavinę duomenų klasifikavimo, nors išsilavinimo standartuose siūloma duomenis klasifikuoti pagal vieną ar kelis požymius (Bendrosios programos ir išsilavinimo standartai, 2003). Tai patvirtina ir S. Friel, F. Curcio & G. Brigzt (2001) tyrimai, kuriuose teigiama, kad pradinių klasių mokiniai neturi didesnių sunkumų skaitant diagramas, tačiau jie pažymi, kad sunkiausia mokiniams yra perskaitytus duomenis interpretuoti. Kiti autoriai (Gerber, 1985, 1987; Marton, 1988) akcentuoja daugelio mokslininkų klaidingą pažiūrą, kad diagrama yra paveiksliukas, o tai paaiškina šios srities tyrinėjimų ribotumą (Linn, Layman, Nachmias, 1987).

Panašūs mokinių rezultatai skaitant duomenis iš *skritulinės diagramos*, kai pirmąją užduotį (žr. III. 8 pav.) ekspertai priskyrė prie gana lengvos užduoties, o antrąją (žr. III. 9 pav.) – prie vidutinio sunkumo.

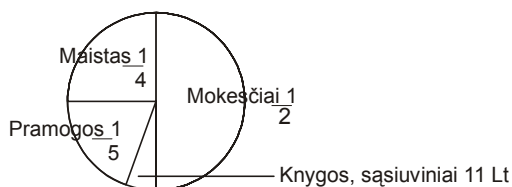
Šioje diagramoje Gražvydas pažymėjo, kaip jis praleido vakar dieną. Kiek valandų jis skyrė kiekvienai veiklai?



III. 8 pav. 7 užd., 3 klasė (mokslo metų pradžia)

Benas 220 Lt paskirstė šitaip:

Žiūrėdami į diagramą suskaičiuokite, kiek pinigų Benas išleidžia maistui? _____



III. 9 pav. 7 užd., 3 klasė (mokslo metų pabaiga)

Trečios klasės mokslo metų pradžioje 70,8% mokinių šią užduotį atliko puikiai, nes terekėjo suskaičiuoti įvairiomis spalvomis pažymėtas skritulio dalis. Mokslo metų pabaigoje mokiniams reikėjo dar ir aritmetinių žinių apskaičiuojant skaičiaus dalį (teisingų atsakymų dažnis – 46,9%). Iš dalies padarytas mokinių klaidas galime traktuoti kaip skaičiavimo klaidas, todėl galima teigti, kad mokiniai geba skaityti duomenis, pateiktus skrituline diagrama.

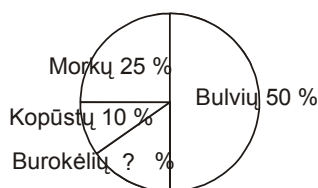
Panašūs rezultatai lyginant *ketvirtos klasės* rezultatus mokslo metų pradžioje ir pabaigoje. Ketvirtos klasės mokymo priemonėse daugiau randame įvairių duomenų skaitymo elementų, kurie turėjo nemažą įtaką ketvirtos klasės mokinių rezultatams mokslo metų pabaigoje. L. Aberg-Bengtsson (1992) savo darbe teigia, kad dešimties metų vaikai pajėgūs suprasti diagramų ir grafikų panaudojimo svarbumą, daryti išvadas, nekalbant apie duomenų iš jų skaitymą.

Tyrimas parodė, kad skaityti duomenis, pateiktus stulpeline diagrama, piktograma, skrituline diagrama ir grafiku, baigiant ketvirtą klasę, mokiniams sekėsi geriau (žr. III. 5 pav.). Ženkliai rezultatai pagerėjo skaitant piktogramas, skritulines diagramas, kurios buvo pateiktos sudėtingiau nei ketvirtos klasės mokslo metų pradžioje.

Ketvirtoje klasėje mokiniai dar nesimokė procentų, tačiau daugelyje vaikiškų žurnalų, televizijos laidose ir kt. duomenys yra pateikiami procentais. Ketvirtos klasės mokslo metų

pabaigoje pateikus užduotį su procentais (žr. III. 10 pav.), norėta įvertinti, kaip mokiniai skaito duomenis iš skritulinės diagramos ir kaip suvokia duomenų pateikimą procentais. Teisingai užduotį atliko 88,4% mokinių. Daugiausia mokiniai sudėdavo tik vienoje skritulio pusėje esančius skaičius. Galime teigti, kad jie žino, jog visų daržovių suma turi sudaryti 100%, tačiau, neturėdami duomenų skaitymo įgūdžių nepastebėjo kitoje skritulio pusėje esančių duomenų ir jų nepriskaičiavo.

Ūkininkas iš savo daržo prikasė daržovių, kurios pavaizduotos procentais diagramoje. Kiek procentų burokėlių, palyginti su visomis daržovėmis, prikasė ūkininkas?



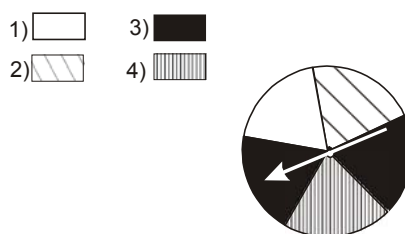
III. 10 pav. 6 užd., 4 klasė (pabaiga mokslo metų)

1997 m. „Lietuvos bendrojo lavinimo mokyklos bendrosiose programose“ buvo siūloma mokinius supažindinti su nevienodo tikėtinumo įvykiais. 2003 m. tame pačiame dokumente tikimybių teorijos elementų nėra įtraukta į pradinį klasių kursą, tačiau siūloma, jog mokiniai taisyklingai vartotų kasdieninės kalbos žodžius, susijusius su atsitiktinumu ir duomenimis, darytų išvadas naudodamiesi diagramose pateikta informacija; numatytų įvairių įvykių tikėtinumą ir pagrįstų to numatymo teisingumą duomenimis, formuotų prielaidas ir spėjimus, kritiškai vertintų naujoves.

Šiame tyrime norėta patikrinti, kaip mokiniai skaito duomenis iš skritulinės diagramos, kai reikėjo nustatyti tikimybę (žr. III. 11 pav.).

Apibraukite teisingą atsakymą. Pasukus rodyklę, didesnė tikimybė, kad ji sustos ties:

Kodėl?



III. 11 pav. 3 užd., 4 klasė (pabaiga mokslo metų)

Užduotį teisingai atliko 59,5% mokinių. Galima teigti, kad šio amžiaus vaikai jau suvokia nesudėtingus tikimybių teorijos elementus, susijusius su nevienodo tikėtinumo įvykiais. Mokiniais sunkiau buvo pateikti savo samprotavimus nei nustatyti tikimybę. Apskritai šio

amžiaus mokiniams dar gana sunkoka reikšti matematinės mintis. A. Kiseliovo, D. Kiseliovos (2004) teigimu, mokytojai daug dėmesio skiria užduočių kiekybei per pamokas, o beveik nekreipiama dėmesio į komunikacinių gebėjimų ugdymą. Pamokoje kalba mokytojas, o mokiniai lieka klausytojais. Kad mokiniai geriau atliktų tokias užduotis, svarbu ir praktinis darbas (Amit, 1998; Begg, 1998; Nillson, 2003; Callaert, 2003; Meletiou-Mavrotheris, Styliounou, 2003; Henry, Parzys, 2002; Hawkins, Kapadia, 1984; Garfield, del Mas, 1989; Konold, 1991; Vithal, Paras, Desai, 1997). Mokykloje nesudaromos sąlygos patiems mokiniams aktyviomis pratybomis nustatyti tikimybę, todėl net 50% jų šios užduoties iš viso neatliko.

Kaip minėta, sunkiausia mokiniams buvo skaityti duomenis, pavaizduotus piktograma ir grafiku. H. Wainer (1992) tyrė 3–5 klasės mokinius norėdamas nustatyti, kokie vaizdavimo būdai yra priimtinausi šio amžiaus vaikams. Mokslininkas nustatė, kad duomenis sunkiau skaityti iš grafiko nei skritulinės, stulpelinės diagramos ar lentelės; grafikus sunkiau interpretuoti nei kitus minėtus būdus, bet lengviau jų duomenis palyginti.

Tarp trečios ir ketvirtos klasės mokinių gebėjimų skaityti duomenis išryškėjo nemažai esminių skirtumų. Palyginus trečios klasės mokslo metų pabaigos rezultatus su ketvirtos klasės mokslo metų pabaigos rezultatais, matyti ženklus skirtumas. Užduočių, kuriose buvo siūloma tik skaityti atskirus duomenis, pavaizduotus grafiku (4 klasės mokslų metų pabaiga, 10 užd., 7 priedas), rezultatai buvo geresni nei atliekant papildomus veiksmus: duomenų lyginimą, klasifikavimą (4 klasės mokslų metų pradžia, 6 užd., 6 priedas). Tai patvirtina ir T. Ottoson, L. Aberg-Bengtsson (1995) tyrimas, kuriuo nustatyta, kad dauguma pradinių klasių mokiniai geba suvokti gerai matomus paprastų grafinių vaizdinių požymius ir kopijuoti skaitant duomenis, tačiau jie turi problemų interpretuojant informaciją ar atsakant į klausimus, kai ji pateikiama sudėtingesne forma. Kitas pastebėjimas – vaikai nevisiškai suvokia koordinačių sistemą, kai duomenis skaito iš grafiko. Apibendrinat galima teigti, kad koordinačių suvokimo reikėtų išskirti trys kryptis:

- krypčių suvokimas (Somerville, Byrant, 1985);
- krypčių suvokimas ir atskaitos taškas (Blades, Spencer, 1989);
- krypčių suvokimas, atskaitos taškas ir mastelis (Piaget ir kt., 1960).

Kiti vaizdavimo būdai (stulpelinės, skritulinės diagramos, piktogramos ir kt.) naudojami sėkmingai neturint gero koordinačių suvokimo (Wainer, 1992). H. Wainer (1992) darbuose pateiktų klausimų tipai turi ryšį su J. Bertin (1983) grafikų „skaitymo lygiais“, kurie klasifikuojami dėl informacijos gausos, gaunamos skaitant grafikus. Duomenų skaitymo (iš grafikų) užduotys reikalauja kitokių kognityvinių savybių koordinačių principui suvokti. Klausimus, *kuris metų laikas lietingiausias*, nereikalauja koordinačių suvokimo, tačiau toks

elementarus klausimas, *kiek daug lietaus būna San Franciske vasario mėn.*, jau reikalauja minėto suvokimo (pavyzdys paimtas iš Wainer darbų).

Penktų klasių mokslo metų pradžioje išryškėjo tos pačios klaidos, kaip ir 3–4 klasėse, tačiau rezultatai buvo prastesni (žr. III. 1 pav.). Rezultatai nepagerėjo nė penktos klasės mokslo metų pabaigoje, nors užduotys buvo pateiktos tos pačios kaip mokslo metų pradžioje. Penktos klasės mokslo metų pabaigoje mokiniai arba visiškai neatliko užduoties, arba ją gerai išsprendė. Galime teigti, kad šios užduotys sunkios, nes penktos klasės mokiniai su statistikos ir tikimybių teorijos elementais supažindinami tik antrą mokslo metų pusmetį. Tokius rezultatus, be to, sąlygojo ketvirtos ir penktos klasės matematikos turinio netolygus perimamumas (Kiseliovas, Kiseliova, 2004). Kai kurie užsienio šalių autoriai pažymi šią problemą kaip didelį atotrūkį nuo pradinių klasių ir pagrindinės mokyklos statistikos ir tikimybių elementų mokymo požiūriu (Asar, 2002). S. Balčiūnas, G. Merkys (1998–1999) tyrinėjo ketvirtos klasės mokinių mneminius aspektus matematinių pasiekimų požiūriu, neišskirdami tam tikrų užduočių tipų. Gauti rezultatai parodė, kad geriau matematiką besimokantys mokiniai ilgalaikėje atmintyje ilgiau išlaiko matematikos faktus ir labiau užmiršta matematinės idėjos ir veiklos būdai, kurių prasmės dauguma mokinių neįsisavino. Kadangi statistikos elementai ketvirtoje klasėje pateikiami netolygiai tiek koncepciniu, tiek procedūriniu aspektu, o penktoje klasėje pateikiami antrą pusmetį, mokiniai neturi galimybių ne tik pakartoti, bet ir jų įsisavinti.

Išanalizavę ketvirtų, penktų klasių mokinių, dalyvavusių Lietuvos respublikinėse 2001–2004 m. matematikos olimpiadose darbus matyti, kad ketvirtokai duomenis, pavaizduotus stulpeline diagrama, skaito šiek tiek prasčiau nei penktokai (teisingai atliko 69,4% ketvirtos klasės mokinių ir 71,8% penktos klasės mokinių). Užpildyti lentelę perskaičius duomenis, kurie pateikti stulpeline diagrama, tiek ketvirtos (81,5%), tiek penktos klasės mokiniams (90,4%) sekėsi geriausiai. Kitos užduotys, kai reikėjo perskaityti duomenis, pavaizduotus stulpeline diagrama, ir atlikti duomenų analizę, duomenis suklasifikuoti, kėlė mokiniams painiavą ir rezultatai buvo patenkinami. 47,4% ketvirtos ir 45,9% penktos klasės mokinių šias užduotis atliko teisingai. Galime daryti išvadą, kad mokiniai, dalyvavę respublikinėse olimpiadose, turi gerus skaičiavimo, loginio mąstymo įgūdžius, tačiau neturi statistinių gebėjimų.

Analizuojant *sociopedagoginių* veiksmų įtaką mokinių gebėjimams skaityti duomenis, pastebėti šių gebėjimų nemaži statistiškai reikšmingi skirtumai tarp **gyvenamosios vietovės tipų** mokyklų. Miesto moksleiviai geriau atliko daugumą testo užduočių.

3 klasės mokslo metų pradžioje reikšmingi skirtumai gyvenamosios vietovės tipo aspektu išryškėjo atliekant 3-ią ($p < 0,01$; $\chi^2 = 25,81$) ir 4-ą užduotis ($p < 0,01$; $\chi^2 = 12,12$), kuriose duomenis reikėjo išskaityti iš *stulpelinės diagramos*. Geresnius rezultatus parodė mieste

gyvenantys mokiniai. Atlikdami kitas užduotis, panašiai klaidų darė tiek mieste, tiek kaime gyvenantys mokiniai (4 priedas; užd. 5, 7, 8). Šių užduočių sunkumas – 0,64.

3 klasės mokslo metų pabaigoje ir ketvirtos klasės mokslų metų pradžioje išsiskyrė penkta užduotis (žr. III. 7 pav.), kuri atskleidė didesnius skirtumus tarp miesto ir kaimo mokinių (3-ioje klasėje: $p < 0,01$; $\chi^2 = 7,68$; 4-oje klasėje: $p < 0,001$; $\chi^2 = 11,58$). Ši užduotis reikalavo *duomenis perskaityti iš stulpelinės diagramos ir juos suklasifikuoti*. Mieste gyvenantys vaikai šią užduotį atliko geriau (31,7% trečioje klasėje; 24,6% ketvirtoje klasėje mokslo metų pradžioje).

Statistiškai reikšmingų skirtumų tarp statistinių gebėjimų pagal gyvenamosios vietovės tipą ($p < 0,005$) išryškėjo teste, kurį atliko *ketvirtoje klasėje mokslo metų pabaigoje* (7 priedas; užd. 2, 3, 5, 6, 8). Panašūs rezultatai buvo atliekant pirmą užduotį (III. 9 pav.). Sunkumo koeficientas – 0,68.

Apžvelgiant įvairių užduočių rezultatus, pastebėta, kad 3–5 klasėse skirtumų tarp miesto ir kitose vietovėse gyvenančių mokinių nėra atliekant tas užduotis, kurios dažniau atliekamos pamokose. Miesto mokinių testo rezultatai yra homogeniškesni, nes labiau susitelkę apie grupės vidurį, negu kaimo mokinių. Prastesnius kaimo mokinių gebėjimus lemia vaikų pasirengimas mokyklai (Pašėlytė, Pakalnienė, 2004), t. y. neturėjimas galimybių lankyti ugdymo įstaigų. Mokinio aplinkoje kaimas, kaip jį supanti artimiausia erdvė, turi įtakos jo vystymuisi, jo brandumui mokyklai ir tolesniems rezultatams. A. Juodaitytė (2002) teigia, kad kiekviena bendrija turi savo subkultūrą. Vaiko, kaip asmens, statusas visuomenėje yra nulemtas tos subkultūros, kurioje jis gyvena (kaimo, miesto, modernumo, skurdo). Kaimo vietovėse, kuriose nėra jokios ugdymo institucijos, šeima tampa svarbiausia. Nuo jos priklauso vaikų branda ir tolesni gebėjimai (Pašėlytė, Pakalnienė, 2004). Tai liudija A. Kiseliovo ir D. Kiseliovos (2004) atliktas tyrimas. Autoriai teigia, kad kaimo vaikai namuose turi mažiau knygų, prastesnė jų materialinė bazė, mažai dėmesio skiria namų darbams (tėvai ir vaikai), kas ir sąlygoja prastesnius matematinius gebėjimus, tarp jų ir statistinius.

Tyrimo metu **lyčių** skirtumo nepastebėta (žr. III. 1 lent.) analizuojant statistinius gebėjimus duomenų skaitymo aspektu. Skirtumų nepastebėta tarp ketvirtos ir penktos klasės mokinių, kurie dalyvavo respublikinėse Lietuvos matematikos olimpiadose nuo 2000 metų (Kazlauskienė, 2004). Mergaitės ir berniukai vienodai geba duomenis perskaityti tiek ketvirtoje klasėje, tiek baigdami penktą klasę. Kitų šalių mokslininkai lyčių skirtumus fiksuoja tik atliekant užduotis su tikimybių teorijos elementais pradinėse klasėse (Jones, Mooney, Langrall, 2002; Way, 1998, 2003).

Statistiškai reikšmingų statistinių gebėjimų skirtumų nepastebėta **mokyklos tipo** aspektu ($p > 0,01$), tačiau nedideli kokybiniai skirtumai užfiksuoti penktos klasės mokslo metų

pabaigoje ($p < 0,01$; $\chi^2 = 18,96$). Mokiniai, kurie mokėsi vidurinėse mokyklos, užduotis atliko geriau, nei tie, kurie mokėsi pagrindinėje mokykloje.

Šiuo tyrimu reikšmingi skirtumai užfiksuoti tarp 3–4 klasės mokinių statistinių gebėjimų (skaityti duomenis) ir pasirinkto **matematikos vadovėlio** (žr. III. 2 lent.). Visais atvejais mokinių, kurie mokosi pagal A. Kiseliovo ir D. Kiseliovos matematikos vadovėlį „Matematikos pasaulis“, rezultatai buvo geresni nei tų, kurie mokosi pagal B. Balčyčio vadovėlį „Skaičių šalis“. Iš atliktos matematikos vadovėlių analizės matyti, kad pastarajame užduočių su duomenų skaitymu yra mažiau. 2003 ir 2004 metais išleistuose B. Balčyčio matematikos vadovėliuose galima rasti jau gerokai daugiau užduočių su statistikos ir tikimybių teorijos elementais. Penktoje klasėje reikšmingi statistinių gebėjimų (duomenų skaitymas) skirtumai pasirinktų matematikos vadovėlių aspektu pastebėti mokslo metų pabaigoje. Geresni gebėjimai tų mokinių, kurie mokėsi pagal M. Stričkienės ir N. Cibulskaitės matematikos vadovėlį „Matematika ir pasaulis“.

Tiriant sąlygas, determinuojančias mokinių statistinių gebėjimų kokybės kitimo tendencijas mokslo metų pradžioje ir pabaigoje, atkreiptas dėmesys į mokymo turinį tiriamaisiais klausimais, jo pobūdį (apimtį, išdėstymą atskiroms klasėms, išdėstymą mokymo priemonėse ir pan.). Pasirodo, jog kaip tik mokymo turinys, jo pobūdis yra sąlyga, lemianti mokinių statistinių gebėjimų kokybės tendencijas įvairiais klausimais. Sistemingas „grįžimas“ prie įgytų statistinių gebėjimų, jų gilinimas sudaro sąlygas „praktikuoti“ senas žinias, jas papildyti naujomis. Tai matyti iš 3–5 klasių mokinių mokslo metų pradžioje ir pabaigoje duomenų skaitymo teisingai atliktų užduočių dažnių tendencijų. Galimas dalykas, kad šiuos gebėjimus išsamiai papildė šiandieninis mūsų gyvenimas. Tačiau menki mokinių statistiniai gebėjimai per metus neleidžia susidaryti įgūdžių, todėl penktos klasės mokslo metų pradžioje žinios užmiršamos. Tokios tendencijos išlieka iki penktos klasės mokslo metų pabaigos.

III.3. Mokinių gebėjimas pateikti duomenis

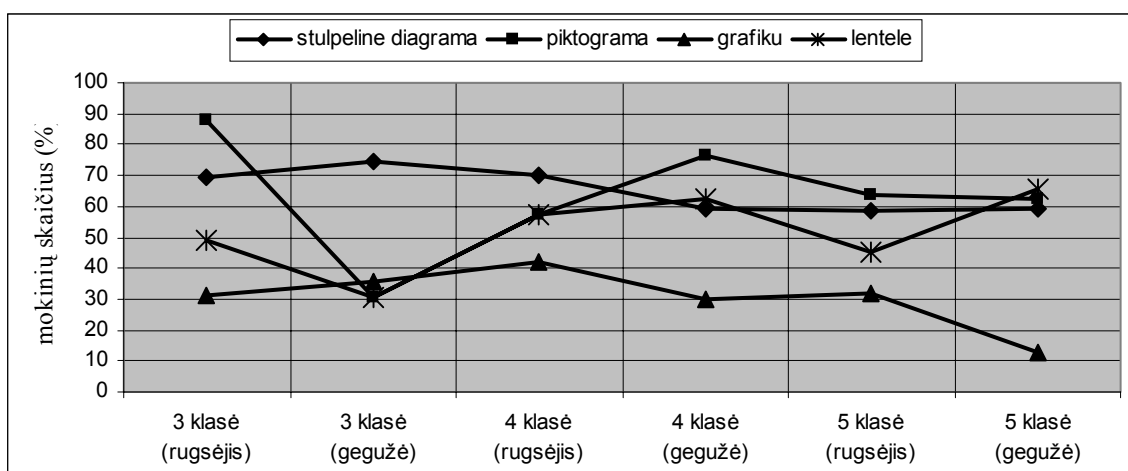
Vis daugiau ir daugiau vaikų kasdieniniame gyvenime susiduria su grafinėmis formomis. Informacija, kuri pateikiama arba mokiniai turi ją pateikti, turi būti kokybiška. Kaip parodė įvairių vaikiškų žurnalų („Penki“, „Žirniukas“, „Naminukas“, „Flintas“ ir kt.) ir papildomų vaikiškų mokymo priemonių analizė, vaikai susiduria su plačiu grafinių duomenų pateikimo diapazonu. Ypač populiarūs grafiniai vaizdavimai apima skirtingas diagramų rūšis. Duomenų pateikimas aprėpia vizualinio demonstravimo konstravimą, kuris kartais reikalauja skirtingo duomenų tvarkymo.

Informacijos tvarkymas (duomenų tvarkymas) (Organising information (data handling) – taip dažnai Bendrosiose programose ir mokslinėje literatūroje vadinamos duomenų pateikimo koku nors būdu operacijos tiek mokyklų. Kai kuriose užsienio šalių programose pirmiausia dėmesys kreipiamas į duomenų vaizdavimą (Milito, Pannone, Luchini, 2001). F. S. Cobo, A. E. Castro (1998) šį statistikos poskyrį mokyklinėse programose įvardija kaip patį svarbiausią.

Tyrimų, susijusių su duomenų pavaizdavimu, apimančių mokinių grafinės informacijos pateikimo suvokimą ir jų gebėjimus patiems vaizduoti, užsienyje nėra daug atlikta (Milito, Pannone, Luchini, 2001; Monteiro, Ainely, 2003; Ainely, 2001; Curcio, 1987; Friel, Curcio & Brigzt, 2001; Mevarech & Kramarsky, 1997). Lietuvoje duomenų vaizdavimą stulpeline diagrama plačiau analizavo V. Sičiūnienė (2003) apie 5–9 klasių mokinių statistinius gebėjimus. Pradinių klasių mokinių gebėjimus duomenis pavaizduoti grafiškai tyrė D. Kiseliova (2002), D. Kiseliova, A. Kiseliovas (2004). Jie daugiau dėmesio kreipė į užduočių atranką testams.

A. Kazlauskienė (2003) išsamiau aprašė 3 klasių ir 4–5 klasių gabių mokinių matematikai statistinius gebėjimus. Šios srities tyrėjai visi vieningai pažymi, kad mokiniams sunkiau sekasi duomenis pavaizduoti nei juos perskaityti.

Konstatuojamojo tyrimo analizėje bus detaliau apžvelgtos turinčios statistikos elementus užduotys, kurios siūlo duomenis pavaizduoti vienokiu ar kitokiu būdu, ir išanalizuota, kaip jos atliktos (žr. III. 12 pav.).



III. 12 pav. 3–5 klasių mokinių gebėjimai vaizduoti duomenis dinamika

Trečios klasės mokslo metų pradžioje mokiniams sunkiau sekėsi duomenis pavaizduoti grafiku, o mokslo metų pabaigoje – ir piktograma (žr. III. 5 lent.).

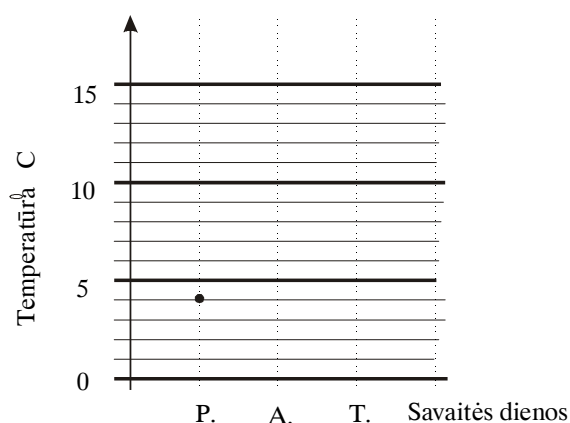
3–5 klasių mokinių gebėjimo pateikti duomenis rezultatai (%)

Duomenų pateikimas	Rugsėjis 3 kl.	Gegužė 3 kl.	Rugsėjis 4 kl.	Gegužė 4 kl.	Rugsėjis 5 kl.	Gegužė 5 kl.
Stulpeline diagrama	69,3	74,5	70,2	59,5	58,5	59,2
Piktograma	87,9	30,7	57,3	76,2	64,0	62,7
Grafiku	31,2	35,9	42,2	30,1	31,6	13,0
Lentelė	49,0	30,7	57,3	62,2	45,2	65,6
Apvalinant	–	–	–	73,4	76,7	64,4
Klasifikuojant	–	–	–	29,3	56,9	21,2

Grafiku patogu vaizduoti duomenis, kurie kinta laiko atžvilgiu. Trečioje klasėje nurodytomis savaitės dienomis (žr. III. 13 pav.) mokiniams buvo siūloma pavaizduoti grafiku oro temperatūros kitimą rytą ir vakarą.

Grafiku pavaizduokite ryto temperatūrą mėlyna spalva, o vakaro – raudona.

Dienos	Pirm.	Antr.	Treč.
Ryto	4 ^o C	8 ^o C	11 ^o C
Vakaro	8 ^o C	13 ^o C	15 ^o C



III. 13 pav. 9 užd., 3 klasė (mokslo metų pradžia)

Iš charakteringųjų funkcijų analizės matyti, kad ši užduotis sunki buvo tiek prasčiau besimokantiems, tiek gabesniesiems mokiniams. 31,2% mokinių šią užduotį atliko teisingai: skirtingomis spalvomis pažymėjo atitinkamus taškus ir juos sujungė atkarpomis. Kiti mokiniai duomenis, pateiktus lentelėje, pavaizdavo stulpeline diagrama, nors vienos dienos oro temperatūra buvo pavaizduota kaip pavyzdys. Nemažai mokinių sudėjo taškelius tinkamose vietose, tačiau jų nesujungė. Kaip matyti, mokiniams nesukėlė sunkumų, kad savaitės dienos buvo pažymėtos sutartiniais ženklais, o oro temperatūra pažymėta ašyse atitinkamais intervalais (5, 10, 15). Mokiniams reikėjo patiems rasti tarpines reikšmes Oy ašyje ir susikirtimo tašką tarp savaitės dienų ir jas žyminčias temperatūras rytą bei vakarą. Šie etapai nesukliudė mokiniams atlikti užduotį. Galime teigti, kad nėra įsisavinta sąvoka „grafikas“. Ši

teiginį patvirtina J. Ainley (2001), kuris akcentuoja, kad mokiniams sunkiausia yra suvokti grafinio vaizdavimo komponentus. Mokytojai ekspertai šią užduotį priskyrė prie sunkiųjų.

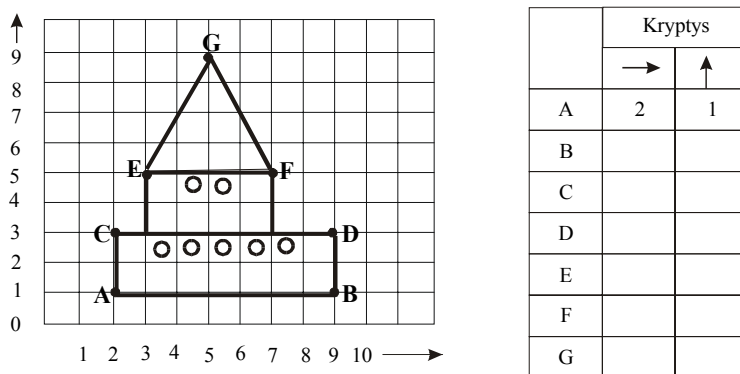
Tokią pačią užduotį atliko ketvirtos ir penktos klasės mokiniai. Jų klaidos buvo analogiškos trečios klasės mokiniams. Turime pažymėti, kad penktos klasės mokslo metų pabaigoje mokinių statistiniai gebėjimai (pavaizduoti duomenis) ypač prasti (žr. III. 12 pav.).

Daugelis penktos klasės mokinių pasirinko netinkamą vaizdavimo būdą, nesugebėjo rasti reikiamo duomenų susikirtimo taško, sunkiai orientavosi pateiktame šablone vaizduodami 8 ir 13 laipsnių temperatūrą. Kita dalis mokinių visus duomenis teisingai pateikė vienoje linijoje, kuri žymėjo pirmadienio dieną. Tokios mokinių daromos klaidos leidžia teigti, kad jiems sunku įsivaizduoti, kad linijos vaizduoja tam tikrus pokyčius, mokiniai nesuvokia laiko kaip tęsinio. Šiuo atveju suvokiant įvykių serijas (oro temperatūros kitimas) sukelia sunkumų konstruojant grafikus, kai įvykiai vyksta nevienodu laiku (rytą ir vakarą). L. Åberg-Bengtsson, T. Ottosson (1995) atlikto tyrimo duomenimis 7–10 metų vaikai gali duomenis vaizduoti grafiku. Jaunesniems mokiniams autoriai siūlo sužymėti ašį, kurioje bus atidedami tam tikri duomenys, o vyresniems galima palikti visiškai nenumeruotą arba užrašyti tik tarpinius skaičius. Autoriai, prieš mokant duomenis pateikti stulpeline diagrama bei grafiku, pirmiausia siūlo atkreipti dėmesį į koordinatinių suvokimą. Šių ir kitų autorių (Gallimore, 1991; Wainer, 1980; Kosslyn, 1989) darbai leidžia teigti, kad nėra išsamiai išanalizuoti ir detalizuoti atvejai, kurie apima pradinių klasių mokinių duomenų vaizdavimo gebėjimus.

Trečios klasės mokslo metų pabaigoje atlikta 1 užd. (5 priedas) analizė išryškino tas pačias klaidas kaip ir mokslo metų pradžioje vaizduojant duomenis grafiku (teisingai atliktos užduoties dažnis 35,9%). Atliekant šią užduotį mokiniams analogiškai reikėjo dviem spalvomis pavaizduoti kūno temperatūrą, matuotą rytą ir vakarą iš eilės penkias dienas. Šiuo atveju mokiniai turėjo operuoti dešimtainėmis trupmenomis (39,2; 38,5 ir pan.) ir jas atitinkamai pavaizduoti grafiku.

4–5 klasių Lietuvos matematikos olimpiadose (2000–2004 m.) užduotys, kai reikėjo duomenis pagal du požymius (ryto ir vakaro oro temperatūrą) pavaizduoti grafiku, mokiniams taip pat sukėlė didesnių sunkumų. 25,5% ketvirtos ir 20% penktos klasės mokinių šią užduotį atliko teisingai. Užduoties atlikimą apsunkino ir tai, kad temperatūra sužymėta tik lyginiais skaičiais, o nelyginiais skaičiumi išreikštą dydį reikėjo numatyti patiems.

Daugelis autorių (Monteiro, Ainely, 2003; Ainely, 2001; Curcio, 1987) nurodo, kad duomenis skaityti iš *lentelių* mokiniams paprasta, tačiau juos pateikti lentelėje yra gana sunku. Tą parodo ir ekspertų įvertinta užduotis, kurią priskyrė prie sunkiųjų. Trečios klasės mokslo metų pradžioje mokiniai atliko užduotį, kur duomenis reikėjo išskaityti iš paveikslėlio ir pateikti lentelėje pagal nurodytą instrukciją (žr. III. 14 pav.).



III. 14 pav. 10 užd., 3 klasė (mokslo metų pradžia)

Atlikdami šią užduotį, mokiniai dažniausiai painiojo lentelėje nurodytas kryptis (32%), kiti ne iki galo atliko užduotį arba jos visai neatliko (7%). Atlikta pirmos ir antros klasės vadovėlių, pratybų sąsiuvinių analizė leidžia teigti, kad tokio tipo užduočių praktiškai nėra. Tokios užduotys ne tik leidžia mokiniams rasti reikiamus duomenis, pateikti nurodytu būdu, bet ir ugdo erdvinę orientaciją, suteikia geometrijos žinių. Baigę antrą klasę mokiniai iš tiesų dar neturi susiformavusių erdvinės orientacijos įgūdžių ir nėra susipažinę su įvairesnėmis duomenų pateikimo formomis.

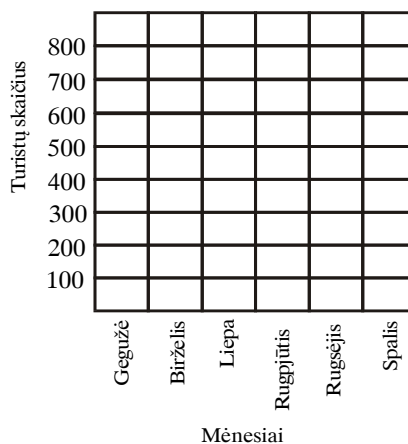
Trečios klasės mokslo metų pabaigoje mokiniams buvo siūloma duomenis lentelėje pateikti piktograma (užd. 2, 5 priedas). Septyniuose užduoties etapuose piktograma pavaizduotus duomenis, išreiškiant skaičiais reikėjo surašyti lentelėje, o penkiuose etapuose – duotus skaičius pavaizduoti piktograma. Šią užduotį galima priskirti prie duomenų skaitymo ir duomenų vaizdavimo piktograma, tačiau ją analizuodami pastebėjome, kad mokiniai sunkiai orientuojasi, kaip lentelėje pateikti duomenis. Taigi ši užduotis buvo priskirta ir prie duomenų pateikimo piktograma, ir prie duomenų pateikimo lentele. Mokiniai duomenis, pavaizduotus piktograma, skaito geriau nei juos pateikia (teisingai duomenis pateikė piktograma 30,7% mokinių). Dalis mokinių nesuprato, kad keturi perbraukti brūkšneliai reiškia penkis. M. Rouncefield (1993),

P. Holmes (1980, 1993, 2000), C. Anderson, R. Loynes (1987) teigia, kad mokiniai nesuvoks piktogramų reikšmės, kol jie patys neatliks tyrimo, kuriame reikia registruoti duomenis.

Nors *stulpeline diagrama* trečios klasės mokiniai pavaizdavo duomenis teisingai, tačiau išryškėjo keletas momentų, kuriuos reikėtų detaliau aptarti. *Trečios klasės mokslo metų pradžioje* mokiniai dar sunkiai orientuojasi diagramų ašyse, kai reikia patiems susirasti tarpinius duomenis (žr. III. 15 pav.). Teisingai šią užduotį atliko 72,6% mokinių. Mokytojai ekspertai šią užduotį priskyrė prie gana lengvų.

Diagramoje pažymėkite, kiek turistų aplankė Gintaro muziejų:

Gegužė	300
Birželis	500
Liepa	900
Rugpjūtis	850
Rugsėjis	600
Spalis	200



III. 15 pav. 1 užd., 3 klasė (mokslo metų pradžia)

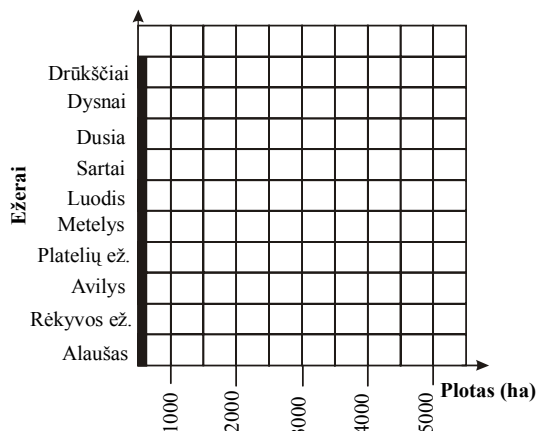
Sunkiausia buvo pažymėti rugpjūčio mėnesį apsilankiusių muziejuje turistų skaičių, nes kitų mėnesių duomenys, kuriuos reikėjo pavaizduoti, buvo nurodyti dažnių ašyje. Šiuo atveju, žymint turistų skaičių (850), reikėjo nuspalvinti 8 su puse stačiakampio.

Sunkiau sekėsi mokiniams, kai duomenis reikėjo suklasifikuoti ir pateikti stulpeline diagrama (4 priedas, 2 užd.). *Vienoje mokykloje yra trys trečios klasės. Klasę, kurioje yra daugiausia mokinių, pavaizduokite diagrama. Mergaičių skaičių vaizduojantį stulpelį nuspalvinkite raudonai, o berniukų – mėlynai.* Teisingai atlikusių užduotį buvo 65,9% mokinių. Išanalizavus mokinių daromas klaidas, galima teigti, kad jie neturi tvirtų duomenų vaizdavimo įgūdžių, nes vieni spalvotu brūkšneliu žymėjo, kur baigiasi stulpelio aukštis (16,5%), kiti nesugebėjo duomenų suklasifikuoti pagal lytį.

Ketvirtoje klasėje mokiniai, vaizduodami duomenis stulpeline diagrama, darė kitokio pobūdžio klaidų (žr. III. 16 pav.)

Suapvalinkite didžiausių Lietuvos ežerų pateiktą plotą iki tūstančių. Šiuos skaičius pavaizduokite diagramoje.

Didžiausi Lietuvos ežerai		
Ežerai	Plotas (ha)	Suapvalintas plotas (ha)
Drūkščiai	4479	
Dysnai	2439	
Dusia	2334	
Sartai	1331	
Luodis	1320	
Metelys	1292	
Platelių ež.	1210	
Avilys	1209	
Rėkyvos ež.	1150	
Alaušas	1054	



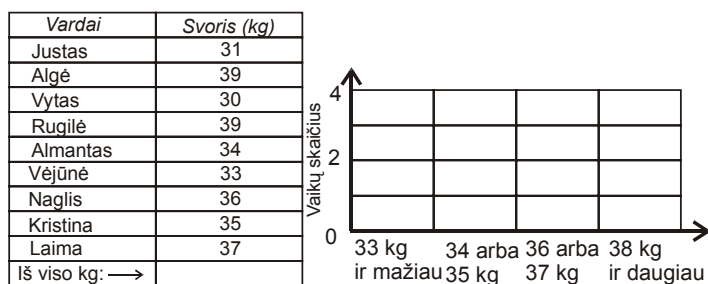
III. 16 pav. 9 užd., 4 klasė (pabaiga mokslo metų)

Ši užduotis susideda iš dviejų dalių. Antroji užduoties dalis priskirta prie mokinių gebėjimų pavaizduoti duomenis stulpeline diagrama. Nekreipta dėmesio į mokinių padarytas klaidas apvalinant ežerų plotus. Šią užduotį *ketvirtos klasės mokinių mokslo metų pabaigoje* teisingai

atliko 59,5%. Nemažai mokinių klydo pavaizduodami duomenis, kurie nėra nurodyti diagramos ašyje. Sunkiausia buvo pavaizduoti tokius duomenis kaip 1300 (suapvalintas Luodžio ežero plotas), 1200 (suapvalinti Avilių, Platelių ežerų plotai). Šio tipo klaidų darė 31% mokinių. Minėtų klaidų kiekį sąlygojo ir netradicinis stulpelinės diagramos šablono pateikimas, kai ant Ox ašies yra pateikti duomenys, išreikšti skaitmenimis, o ant Oy ašies – požymių reikšmės. Tokių klaidų kiekį lėmė ir tai, kad pradinių klasių mokiniai su tokiu duomenų pateikimo būdu nėra supažindinami. Tą pačią užduotį atliko ir penktokai (mokslo metų pradžioje ir pabaigoje). *Penktos klasės mokslo metų pradžioje* 58,5% mokinių teisingai atliko šią užduotį, o mokslo metų pabaigoje – 59,2%. Mokytojai ekspertai vieningai nenusprendė, kur priskirti šią užduotį, todėl vieni ją priskyrė prie vidutinio sunkumo, kiti – prie sunkių.

Ketvirtos klasės mokslo metų pradžioje mokiniams buvo pasiūlyta duomenis, pateiktus lentelėje, surūšiuoti ir pateikti stulpeline diagrama (žr. III. 17 pav.).

Vaikai matavosi, kiek jie sveria. Rezultatus užrašė lentelėje. Atsižvelgdami į šiuos duomenis nubraižykite diagramą.



III. 17 pav. 3 užd., 4 klasė (mokslo metų pradžia)

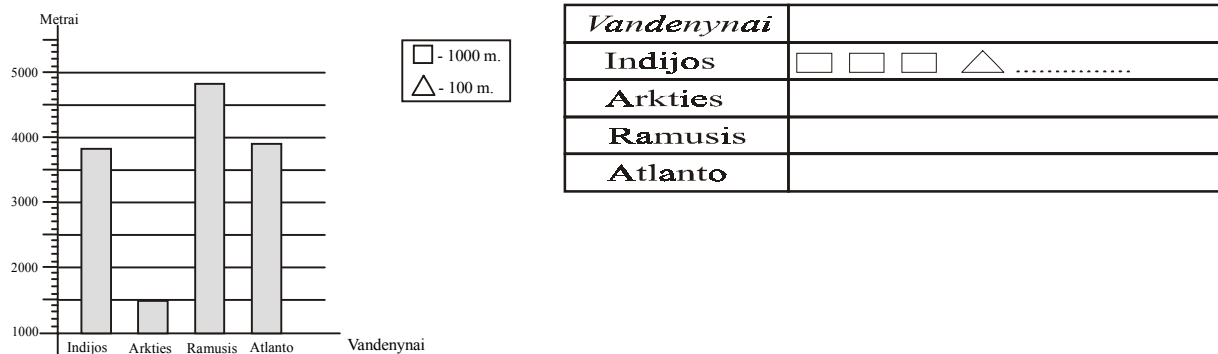
Mokiniai geba **grupuoti** prasminę statistinę informaciją, sieti jos atskiras dalis į visumą. Teisingai šią užduotį atliko 70,2% mokinių. Pasak J. Piaget, tiriamieji priklauso tam amžiaus tarpsniui (7–11 metų), kuris apima konkrečių operacijų stadiją. Natūralu, kad mokiniai geba atlikti įvairias logines operacijas su konkrečiais duomenimis, pradeda spręsti klasifikavimo, grupavimo, išdėstymo eilėje uždavinius. Atliekant šią užduotį pastebėta, kad mokiniai nesuvokia teiginių „33 kg ir mažiau“, „38 kg ir daugiau“ (surašo kitus duomenis praleisdami, pvz., 33 kg ar 38 kg). Mokytojams ekspertams ši užduotis nepasirodė sudėtinga, todėl jie priskyrė ją prie gana lengvų užduočių.

Išanalizavus ketvirtų, penktų klasių mokinių, dalyvavusių Lietuvos respublikinėse matematikos olimpiadose nuo 2000 metų iki 2004 metų rezultatus, matyti, kad ketvirtos klasės mokiniai duomenis stulpeline diagrama vaizduoja šiek tiek geriau nei penktos klasės mokiniai (tokias užduotis teisingai atliko 69,5% ketvirtos klasės mokiniai ir 65,5% penktos klasės mokiniai). A. Kiseliovo, D. Kiseliovos (2004) tyrimai nustatė, kad ketvirtos ir penktos klasės

mokiniams pavaizduoti duomenis, kai nėra pateikto šablono, sekasi prastai. Anot autorių, duomenis pateikti, jeigu pateiktas šablonas, gali jau pirmokas.

Geresnius rezultatus *ketvirtos klasės* mokiniai pademonstravo duomenis vaizduodami **piktograma** *mokslo metų pabaigoje*. Mokiniai geba pavaizduoti duomenis perskaityti ir pateikti juos piktograma, kai jų simboliai atitinka nurodytą mastelį (žr. III. 18 pav.).

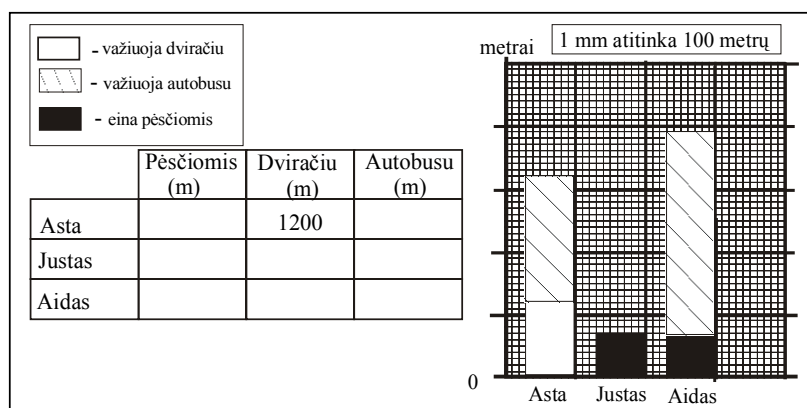
Naudodamiesi diagrama, užpildykite lentelę.



III. 18 pav. 4 užd., 4 klasė (mokslo metų pabaiga)

Šią užduotį palengvino tai, kad reikėjo operuoti tūkstančiais ir šimtais. Siekiant mokiniams nesukelti duomenų skaitymo sunkumų, vandenynų gylis buvo pateiktas aiškiai (kiekvienas tūkstantis metrų sudalyta į dešimt padalų), nes jie yra įpratę, kad ryškesnės padalos reiškia dešimtis, šimtus ar tūkstančius, o ne 5, 50 ar 500, tačiau nemažai mokinių praleido pirmas penkias padalas ir skaičiavo likusias (pvz., dažnai nurodydavo, kad Indijos vandenyno gylis 3300 metrų). 18% mokinių supainiojo piktogramos sutartinius ženklus (vietoje stačiakampių vaizdavo trikampiais). Galima teigti, kad duomenis vaizduoti piktograma sekėsi prasčiau, nes trukdė papildomas duomenų skaitymas iš stulpelinės diagramos. Mokytojai ekspertai, matydami, kad ši užduotis sudėtinė, ją priskyrė prie vidutinio sunkumo.

Ketvirtokai ir penktokai atliko tą pačią užduotį, kai duomenis reikėjo pavaizduoti lentelėje (žr. III. 19 pav.). *Įrašykite į lentelę, kokį atstumą vaikai vyksta į mokyklą.*



III. 19 pav. 8 užd., 4 klasė (mokslo metų pabaiga)

Ši užduotis yra sudėtinė. Iš pradžių reikia perskaityti pavaizduotus duomenis stulpeline diagrama, kai kiekvienas vaikų kelionės būdas pateiktas skirtingai, vėliau klasifikuoti, (kaip (koku būdu) vaikai atvyksta į mokyklą, ir atitinkamose lentelės eilutėse pateikti duomenis. Sunkiausia šią užduotį mokiniai įveikė penktos klasės mokslo metų pradžioje (teisingai atliko 45,2% mokinių). Šiek tiek geresni rezultatai penktos klasės pabaigoje (teisingų atsakymų dažnis 65,6%). Ketvirtos klasės mokiniai daugiausia klaidų darė užpildydami lentelės grafą, o penktokai nesugebėjo ir tinkamai perskaityti pavaizduotų duomenų. Mokytojai ekspertai, matydami, kad ši užduotis turi keletą skirtingų etapų, ją vieningai priskyrė prie sunkiųjų.

Daugeliu atveju vaizduojant duomenis paranku juos *suapvalinti*. Su skaičių apvalinimu mokiniai supažindinami trečioje klasėje, šiek tiek užsimenama ketvirtoje ir penktoje klasėse. Anot B. Balčyčio (2003), duomenis suapvalinti geba 7–8 metų vaikai, nes tai reikalinga jų gyvenime (apsiperkant ir pan.). Tiek ketvirtokams, tiek penktokams sunkiau sekėsi apvalinti tokius skaičius kaip 1150, 1054 ir pan. Pirmuoju atveju mokiniai nežinojo, ar apvalinti į didžiąją ar į mažąją pusę, o antruoju atveju sunkumų sukėlė tarp skaičių esantis nulis, todėl skaičių 1054 apvalino iki 1000, kiti – iki 1200. 12% penktos klasės mokinių klydo ežerų plotą apvalindami ne iki tūkstančių, bet iki šimtų. 64,4% mokinių šią užduotį atliko teisingai.

Bendrosiose programose siūloma jau nuo pirmos klasės ugdyti *klasifikavimo* gebėjimus. Remiantis ketvirtos ir penktos klasės mokslo metų pabaigos testų rezultatais, galima teigti, kad klasifikuoti pagal nurodytus požymius mokiniai dar sunkiai geba. Sudėtingiausia jiems buvo III. 20 paveiksle pateikta užduotis. Mokytojams ekspertams ši užduotis pasirodė lengva.

Užpildykite lentelę surašydami gyvūnus, kurie:

Gyvūnai	Amžius						
Dramblys	100	Gyvena nuo 3 - 30 metų				
Vėžlys	200						
Lydeka	200						
Erelis	80	Gyvena nuo 31 - 60 metų					
Gulbė	100						
Varlė	22	Gyvena nuo 61 ir daugiau					
Papūga	80						
Bitės	3-5						
Beždžionė	30-35						
Liūtas	25						
Apuokas	70						
Triušis	5-12						
Krokodilas	50						

III. 20 pav. 7 užd. 4 klasė (mokslo metų pabaiga)

29,3% ketvirtokų, 21,2% penktokų mokslo metų pabaigoje teisingai atliko šią užduotį. Užduotis nėra sunki, tačiau mokiniai nesugeba duomenis suklasifikuoti, jiems sunku suvokti, kad vieną požymį gali turėti keli gyvūnai (pvz., beždžionės amžius gali svyruoti nuo 30 iki 35 metų. Šį gyvūną reikėjo įrašyti į pirmąją lentelės eilutę ir į antrąją). Sunkiausia sekėsi

surūšiuoti gyvūnus, kurie gyvena 61 metus ir daugiau. Dažniausiai mokiniai surašydavo gyvūnus, kurie gyvena iki 100 metų, tačiau nepriskyrė tų, kurie gyvena ir ilgiau.

Analizuojant *sociopedagoginių veiksnių* įtaką mokinių statistiniams gebėjimams, daugiausia statistiškai reikšmingų skirtumų išryškėjo pagal *gyvenamosios vietovės tipą* vaizduojant duomenis grafiku ir skritulinėmis diagramomis. Šio tipo užduotis geriau atliko mieste besimokantys mokiniai. Ryškesnio skirtumo atliekant duomenų vaizdavimo užduotis stulpelinėmis diagramomis ir piktogramomis nepastebėta. Anot I. Pašėlytės ir I. Pakalnienės (2004), kaimo mokytojai dažniau renkasi B. Balčyčio matematikos vadovėlį „Skaičių šalis“, kurio analizė parodė, kad jame yra daugiau užduočių su stulpelinėmis diagramomis ir piktogramomis. Taip pat kaimo vaikai dažniau žymi piktogramomis savo žaidimuose.

Penktos klasės mokslo metų pradžioje išryškėjo statistiškai reikšmingas skirtumas tarp kaimo ir miesto mokinių gebėjimų duomenis vaizduoti lentelėje ($p < 0,001$; $\chi^2 = 20,01$) ir grafiku ($p < 0,001$; $\chi^2 = 29,75$), o penktos klasės mokslo metų pabaigoje – duomenis klasifikuojant ($p < 0,001$; $\chi^2 = 12,94$) bei pavaizduojant stulpeline diagrama ($p < 0,001$; $\chi^2 = 31,62$).

Statistiškai reikšmingo skirtumo nepastebėta tarp mokinių statistinių gebėjimų (duomenis pavaizduoti) atsižvelgiant į *mokyklos tipą* ($p > 0,01$).

Skirtumas tarp mokinių, kurie naudojo skirtingus *vadovėlius*, statistiškai reikšmingas ($p < 0,001$) tiek skaitant duomenis, tiek juos vaizduojant. Geresni rezultatai tų mokinių, kurie pradinėje mokykloje mokosi pagal A. ir D. Kiselių matematikos vadovėlį „Matematikos pasaulyje“, o penktoje klasėje – pagal N. Cibulckaitės ir M. Stričkienės matematikos vadovėlį.

Apibendrinus galima teigti, kad grafinis supratimas neatsiranda iš karto. Jis yra ilgo ir sudėtingo evoliucijos proceso, kuris remiasi mokymusi, rezultatas. Todėl mokinių nesėkmių priežasčių reikia ieškoti labai anksti, jau pradinėje mokykloje, panaudojant užduotis, skatinančias kognityvinio grafinio supratimo, grafinės kalbos funkcijos supratimą ir plėtotę (Tortora, Iannece, 2003). Daugelis minėtų mokslininkų, kurie tyrinėja šią problemą, nuo pirmųjų mokyklinių metų siūlo mokyti vaikus vaizduoti duomenis piktogramomis. Tokiu būdu šie stilizuoti objektai atliktų „bendravimo“ funkciją, o 8–12 metų vaikus siūlo supažindinti su koordinatinių sistema matematiniam kontekste. Tai sustiprina išankstinę nuomonę apie neišsprendžiamą dichotomiją tarp „paprastų“ piešinių ir matematinio vaizdavimo, kas labai panašu į J. Piaget dichotomiją tarp paprasto ir mokslinio mąstymo (1956). Anot L. S. Vygotskio (1978), grafinį vaizdavimą reikia ugdyti kartu su grafinė kalba jau pirmaisiais mokymo metais. Iš pradžių panaudojant pasakojamąsias ir vaizduojamąsias funkcijas, vėliau vis daugiau integruojat kognityvinę ir komunikacinę funkcijas.

Grafinio vaizdavimo įgūdžių mokymasis nėra spontaniškas veiksmas. Kuriant mokymo situacijas, svarbų vaidmenį vaidina mokytojai. Jie turėtų tinkama linkme nukreipti mokinių klausimus ir dėmesį, paskatinti vienas iniciatyvas ir nuslopinti kitas, išlaikyti tinkamą veiklos ir konceptualių dalykų pusiausvyrą (Nemirovsky, Tierney, 2001; di Sessa ir kt., 1991; Ben-Zvi, Arcavi, 2001). Ypač svarbus vaidmuo tenka mokytojui kuriant grafiniam vaizdavimui mokymo kontekstą, kuris turi būti prasmingas ir tikslingas mokiniams. Būtina atsižvelgti į vaiko lūkesčius, kurie skiriasi nuo suaugusiųjų (Nemirovsky, Tierney, 2001; Ainely, 2001; Juodaitytė, 2003). Tačiau daugelio autorių tyrimai liudija, kad pradinės mokyklos mokytojai susiduria su nemažais sunkumais mokydami grafinio vaizdavimo. Šios problemos bus aptartos III. 4 skyriuje.

Duomenų pateikimo tam tikru būdu rezultatai trečios klasės mokslo metų pradžioje ir pabaigoje truputį gerėjo arba labai prastėjo, ketvirtoje klasėje visų procedūrų požiūriu, jie labai krito. Mokomųjų priemonių turinio analizė leidžia konstatuoti, kad duomenų vaizdavimo aspektu nepateikiama užduočių sistema. Buvo rasta keletas užduočių, kurios siūlė duomenis pavaizduoti, tačiau jos praktiškai vienodos (tiek struktūros, tiek vaizdavimo aspektu), nėra sunkinamos, tarsi „užsifiksavusios“ vietoje, todėl šių gebėjimų pagrindu netobulėja mokinių protinė ir pažintinė veikla. Tyrimas parodė, kad bet koks užduoties struktūros pakeitimas mokiniams sukelia sunkumų, nes neišugdyti gebėjimai užmirštami, iškraipomi dėl interferencijos įtakos (ypač dėl kasdieninės patirties poveikio). Pradinių klasių matematikos vadovėlių užduotyse su statistikos elementais „įpinami“ sudėtingi aritmetiniai skaičiavimai, dėl kurių lieka mažai laiko išsiaiškinti duomenų vaizdavimo elementus. Realiame gyvenime mokiniams rečiau tenka duomenis vaizduoti nei skaityti, todėl aplinkoje įgyjamos žinios čia nepadedą.

III.4. Pradinių klasių mokytojų statistiniai gebėjimai

Globalizacijos ir technologijos progresas reikalauja iš visuomenės itin tobulo statistinio raštingumo, kurį reikia ugdyti nuo pirmų dienų mokykloje. Kyla klausimas, ar mokytojai tam pasirengę. Pasaulinio pritarimo sulaukė tai, kad ypatingą dėmesį reikėtų skirti mokytojų, žurnalistų, bibliotekų darbuotojų, kurie yra pagrindiniai tarpininkai skleidžiant statistinę informaciją (National Council of Teachers of Mathematics, 2003; Workplace Core Skills Unit, 2000), statistiniam raštingumui. Pradinių klasių mokytojai turi suprasti statistiką, nes ugdymas privalo būti kokybiškas.

Pasaulinėje mokslinėje literatūroje plačiai kalbama apie problemas, susijusias su mokinių statistinių gebėjimų ugdymu. Viena jų – mokytojai. Atliktos apklausos (Australian Education

Council's Statement for Australian Schools, 1991; National Council of Teachers of mathematics Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, 1989), kuriomis norėta sužinoti, ar reikalinga statistikos kursą įtraukti į pradinių klasių programą. Atsakymų būta įvairių: vieni mokytojai priešinosi motyvuodami, kad tai ne kas kita kaip krūvio padidėjimas (Pereira-Mendoza, 1991) ir kad statistikos reikia pradėti mokytis pagrindinėje mokykloje (Pereira-Mendoza, Dunkels, 1989). Egipte pradinių klasių mokytojai, ugdydami statistinius gebėjimus, susiduria su didesnėmis problemomis nei mokydami kitų matematikos skyrių. Anot jų, reikia daug iliustruoti, aiškinti (El-Said Asar, 1994). Kita svarbi problema – tai statistikos mokymo struktūros nebuvimas (Pereira-Mendoza, 1991). Tačiau buvo ir tokių mokytojų, kurie suprato, kad statistikos mokymas yra reikalingas, nes, anot jų, visur pilna informacijos, kurią reikia mokėti perskaityti. Autoriai, išanalizavę neigiamai pasisakiusių mokytojų anketas, priėjo prie išvados, kad jie patys nesupranta, kas yra statistika (Pereira-Mendoza, Dunkels, 1989). Tyrėjai mato, kad dar yra nemažai nekompetentingų mokytojų, kurie nekvalifikuotai ugdo mokinių statistinius gebėjimus (Adichie, 1991).

Italijos ir Pietų Afrikos mokslininkai (Vere-Jones, 1995), ištyrę pradinių klasių mokytojų statistinius gebėjimus, daro išvadą, kad mokytojams sunkumų iškyla braižant diagramas, grafikus, lenteles, skaičiuojant vidurkį. Pagrindinė priežastis ta, kad pradinių klasių mokytojai, kai pabaigė mokyklą nėra klausę statistikos kurso. Autoriai pažymi, kad didžiausi sunkumai yra psichopedagoginės problemos. A. Hawkins, F. Jolliffe, (1993) akcentavo kursų privalumus pradinių klasių mokytojams, kurie turėjo didelę reikšmę. Jis pažymėjo, jog pradinių klasių mokytojams negalima organizuoti žemesnio lygio kursų, kaip daugelis mano. Anot autoriaus, tokiu atveju bus pabloginta padėtis ir pradinių klasių mokytojai turės ribotą patirtį, kuri neleis išsamiau interpretuoti duomenų, kritiškai mąstyti.

Pradinių klasių mokytojai mano, kad svarbiausia – mokėti dirbti su piktogramomis ir stulpelinėmis diagramomis. L. Pereira-Mendoza (1995) pasigenda grafikų braižymo ir diskusijų su vaikais. Ieškant atsakymų į kai kuriuos klausimus, susijusius su mokinių gebėjimų ugdymo tobulinimu, dažniausiai nėra tikrinama mokytojų kompetencija.

Išsamesnėms interpretacijoms atliktas tyrimas, kuriuo buvo analizuojami pradinių klasių mokytojų statistiniai gebėjimai (testo užduočių pavyzdžiai 12 priede). Teisingų atsakymų dažniai pagal atskiras procedūras pateikti III. 6 lentelėje.

Pradinių klasių mokytojų tyrimo rezultatų pasiskirstymas pagal atliktas procedūras

Teisingo sprendimo dažnis (%)					
Duomenų vaizdavimas		Duomenų skaitymas iš		Matematinės operacijos	
stulpeline diagrama	50,8	stulpelinės diagramos	87,7	vidurkio skaičiavimas	36,2
piktograma	84,6	piktogramos	60,7	duomenų žymėjimas procentais	18,5
skrituline diagrama	27,7	skritulinės diagramos	47,7	skaičių apvalinimas	7,7
grafiku	44,6	grafiko	83,1		

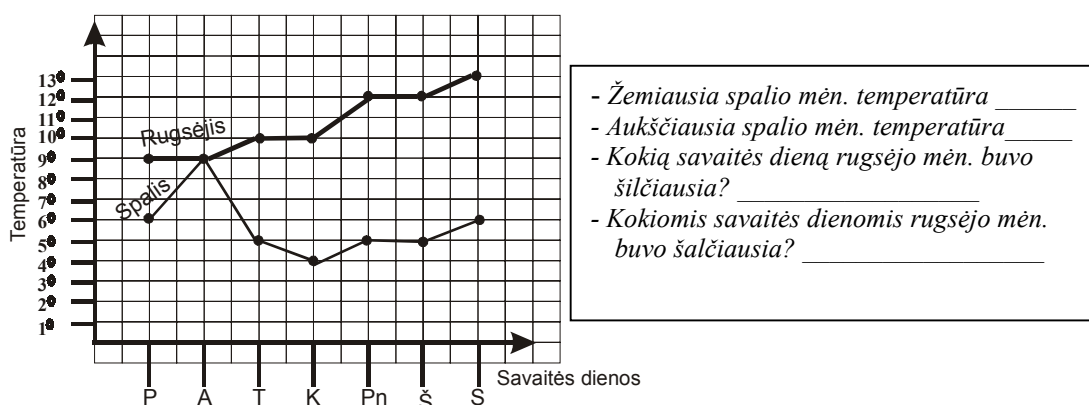
Pradinių klasių mokytojai duomenis skaito geriau nei juos sugeba *pavaizduoti* (lentelė nr. III. 7 lent.). Mokytojams toks vaizdavimo būdas kaip *piktogramos* buvo pats lengviausias (12 priedas; 3, 6 užd.). Keletas mokytojų atlikdami užduotis nepaisė nuorodų, kurių reikšmės atitinka tam tikrą skaičių (pvz., keturi perbraukti brūkšneliai reiškia 5 objektus, vienas kamuolys – 4 metimus, pusė kamuolio – 2 metimus ir pan.). Palyginti su pradinių klasių mokiniais, mokytojams sunkiai sekėsi duomenis pavaizduoti stulpeline diagrama (teisingai atliko 50,8%). Vaizduodami *stulpeline diagrama*, mokytojai darė tas pačias klaidas kaip ir pradinių klasių mokiniai.

Faktorinės analizės rezultatai (žr. II skyrių) rodo, kad testo užduotyse, kurių rasti faktoriai paaiškina 56,2% sklaidos, išsiskiria trys užduotys (6, 7, 8.1), kurios turi stiprų faktorių (0,8). Atliekant šias užduotis (12 priedas), mokytojams reikėjo perskaityti duomenis, pavaizduotus stulpeline diagrama ir piktograma, ir pavaizduoti piktograma. Kitas faktorius, kurio svoris 0,7, išskyrė 5.1-ąją užduotį, kuri siūlė perskaityti duomenis, pavaizduotus grafiku. Vaizduoti duomenis *grafiku* mokytojams yra lengviau nei mokiniams, tačiau jie darė tas pačias klaidas: rinkosi netinkamą vaizdavimo būdą, t. y. vietoj grafiko vaizdavo duomenis stulpeline diagrama, netinkamoje vietoje ieškojo susikirtimo taškų arba sujungė visas linijas į vieną, nors užduoties sąlyga siūlė ryto temperatūra vaizduoti viena spalva, o vakaro – kita. Atlikdami *apvalinimo* iki šimto (10 užd.) užduotis, mokytojai dažniausiai apvalino iki dešimčių arba nežinodami apvalinimo taisyklių palikdavo tuščius langelius. 7,7% pradinių klasių mokytojų šią užduotį atliko teisingai, o ketvirtos klasės pabaigoje šią užduotį teisingai atliko 73,4%, penktos – 64,4% mokinių.

Skaityti duomenis, kaip ir pradinių klasių mokiniams, mokytojams buvo lengviau. Kadangi mūsų gyvenime dažniausiai duomenys pateikiami *stulpelinėmis diagramomis*, šis aspektas turėjo įtakos geresniems duomenų skaitymo gebėjimams iš stulpelinės diagramos (teisingai atliktų užduočių dažnis 87,7%). Pradinių klasių mokytojai skaitydami duomenis iš

grafiko nesugebėjo teisingai rasti atsakymo į klausimą, *kokiomis savaitės dienomis buvo šilčiausia rugsėjo mėnesį* (žr. III. 21 pav.). Grafike buvo pažymėtos dvi dienos su vienoda žemiausia oro temperatūra, tačiau kai kurie mokytojai pamatė tik pirmąją dieną. Galima teigti, kad mokytojai taip pat neturi tvirtų duomenų skaitymo įgūdžių, negeba pamatyti visų duomenų iš karto ir atskirai (abstrahavimas, sintezė).

Grafike storesne linija pažymėta rugsėjo mėnesio, o plonesne – spalio mėnesio vienos savaitės temperatūra.



III. 21 pav. 5 užduotis

Mokytojams vaizduoti duomenis *piktograma* buvo lengviau nei jas perskaityti. Skaitydami piktogramą, pavaizduotą stilizuotu paveikslėliu, kurio atitinkamas mastelis, mokytojai mažiau klydo (teisingai atliko 87,7%) nei skaitydami duomenis su perbrauktais brūkšneliais, kurių reikšmės atitinka tam tikrą skaičių (pvz., keturi perbraukti brūkšneliai reiškia 5 objektus: $###$). Šią užduotį teisingai atliko 33,8% mokytojų. Daugelis mokytojų šį simbolį skaitydavo kaip ketvertą (42%) arba nulį (22%). Tokios klaidos liudija, kad kai kurie pradinėjų klasių mokytojai iš viso nėra susidūrę su tokiu vaizdavimo būdu.

Užduotį su *tikimybių teorijos elementais* priskyrimo prie duomenų skaitymo iš skritulinės diagramos (12 priedas). Ją mokytojai atliko prasčiausiai (47,7%). Norėjome palyginti, kaip skiriasi mokytojų ir mokinių supratimas apie nevienodai tikėtinus įvykius. Skritulyje buvo nuspalvintos 6 vienodos dalys, iš jų 3 – žalia spalva. Mokytojams reikėjo parašyti tikimybę, kad pasukus rodyklę ji sustos ties žalia spalva. Nemažai atsakymų buvo, kad tikimybė yra „didelė“ arba „vidutiniška“ (24%). Kita dalis mokytojų bandė išreikšti skaičiais, užrašydami dešimtaine trupmena (0,6 arba 0,3) arba paprastosiomis trupmenomis ($1/6+1/6+1/6$). Buvo ir tokių atsakymų, kuriuos mokytojai užrašydavo žodžiais, pvz., „didesnė tikimybė, kad sustos ties žalia spalva“, „daugiausia šansų sustoti prie žalios spalvos“, „žalia spalva populiariausia“, „sustos tik prie žalios spalvos“. Pirmieji du užrašai liudija, kad mokytojai žino, kuri spalva turi didesnę tikimybę, kad prie jos sustos rodyklė, tačiau skaičiumi jos išreikšti nemoka. Paskutiniai

užrašai leidžia teigti, kad tie mokytojai iš viso nesupranta esmės. Ketvirtos klasės mokiniai užduotį su tikimybių elementais atliko geriau (teisingai atlikusių mokinių dažnis – 81,5%).

Apskaičiuoti *vidurkį* mokytojams reikėjo sudedant vienos savaitės oro temperatūrą

(12 priedas; 5.2 užd.) ir apskaičiuojant, kiek vidutiniškai per savaitę vištos padeda kiaušinių (8.2 užd.). Abiem atvejais skaičiai išreikšti ne dešimtainėmis trupmenomis, todėl buvo lengviau skaičiuoti. Ne skaičiavimai mokytojams sukėlė sunkumų, o vidurkio sąvokos nesuvokimas. Mokytojai painiojo vidurkio sąvoką su moda (dažniausiai pasikartojanti reikšmė) ir mediana (charakterizuoja variacinės eilutės centrą). C. Batanero (2003) teigia, kad mokėjimas apskaičiuoti vidurkį ir suprasti jo reikšmę leidžia daryti išsamesnes išvadas. Jo nuomone, su vidurkio sąvoka galima supažindinti pradinėse klasėse paskutiniais metais. Anot J. Godino, C. Batanero (1994, 1997), sąvokos „vidutiniškai“, „apie“ yra vartojamos jau darželyje. I. Gal (2002) teigia, kad raštingas yra tas, kuris gerai operuoja vidurkio sąvoka.

Išreikšti skaičius *procentais* mokytojams nebuvo paprasta. Jiems pateikta užduotis buvo sudėtinė (12 užd.). Pirmuoju etapu (12.1) reikėjo tam tikrą žiogo veiklą, kuri užrašyta trupmena, išreikšti procentais (*Vasarą žiogas kiekvieną parą praleido šitaip: 1/2 paros miegojo, 1/6 – šoko, 1/12 – ėdė, o likusį laiką dainavo. Atitinkamą žiogo veiklą išreikškite procentais*). Šią užduotį įveikė nedaugelis mokytojų (18,5%). Kita dalis procentais išreiškė tik žiogo miegą, likusieji užduoties neatliko (60%) arba atliko neteisingai. Ši užduotis daugiau reikalavo skaičiavimo gebėjimų, kurių mokytojai šiuo atveju stokojo.

Ypač prastai sekėsi tiems mokytojams, kurie turi aukštąjį neuniversitetinį pedagoginį ***išsilavinimą*** (baigę aukštesniąsias mokyklas arba kolegijas). Bendras teisingai atliktų užduočių rezultatas tesiekia 35%. Aukščiausi gebėjimai tų pradinių klasių mokytojų, kurie turėjo bakalauro laipsnį (69%). Norint tiksliau interpretuoti šį faktą, reikėtų atlikti išsamesnius tyrimus, tačiau galima kelti hipotezę, kad įvedus dviejų pakopų studijas parengiami aukštesnės kvalifikacijos mokytojai. Atsižvelgiant į įgytą ***kvalifikacinę kategoriją*** pastebėti statistiškai reikšmingų skirtumų ($p < 0,0001$). Geriausiai užduotis atliko mokytojai metodininkai (59%). Tyrimo metu buvo siekiama išsiaiškinti, ar mokytojų statistiniai gebėjimai priklauso nuo jų požiūrio į matematiką. Labiausiai mokytojoms patinka vesti lietuvių kalbos pamokas, kiek mažiau matematiką (39%), tačiau ryškesnės įtakos tarp šių kintamųjų nepastebėta.

Pastebėtas reikšmingas skirtumas ($p < 0,001$; $\chi^2 = 19,56$) tarp pasirinktų matematikos ***vadovėlių***. Geresnių rezultatų pasiekė tie mokytojai, kurie dirba pagal A. ir D. Kiselių matematikos vadovėlių „Matematikos pasaulyje“ (62%).

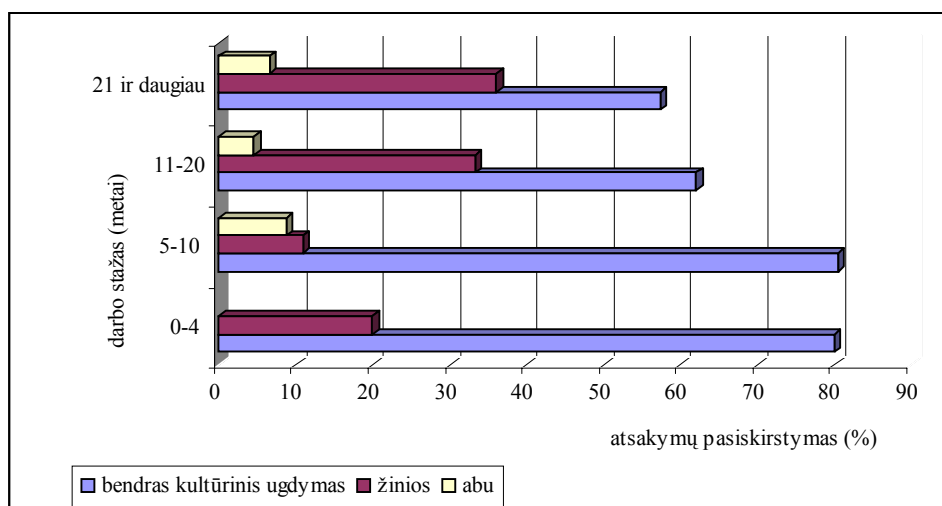
Geriausius statistinius gebėjimus parodė mokytojai metodininkai, turintys bakalauro laipsnį ir dirbantys pagal matematikos vadovėlių „Matematikos pasaulyje“ (65%). Tarp mokytojų

statistinių gebėjimų statistiškai reikšmingas skirtumas pastebėtas *gyvenamosios vietovės tipo* aspektu ($p < 0,01$; $\chi^2 = 9,6$). Remiantis duomenimis galima teigti, jog rajono centre ir kaime gyvenančių vaikų ir mokytojų statistiniai gebėjimai yra prastesni.

III.5. Pradinių klasių mokytojų požiūris į statistikos elementų mokymą

Prieš aptariant pradinių klasių mokytojų atsakymus apie statistikos elementų mokymą, aiškintasi, kas mokytojams svarbiau – *asmenybės bendrasis kultūrinis ugdymas ar dalykinis parengimas* (13 priedas). Daugumai mokytojų rūpi bendrasis kultūrinis asmenybės ugdymas (66,7%). 27,9% mokytojams rūpi dalykinis parengimas, kad mokiniai gautų mokykloje kuo daugiau žinių, 5,5% mokytojų atsakė, kad jiems rūpi ir įvairių dalykų žinios, ir bendrasis kultūrinis asmenybės ugdymas. Išryškėjęs statistinis skirtumas tarp mokytojų, turinčių skirtingą pedagoginio darbo stažą, parodė, kad pirmenybę vien žinių teikimui atiduoda mokytojai, turintys 11 ir daugiau metų darbo stažą ($p < 0,001$; $\chi^2 = 19,56$) (žr. III. 22 pav.).

Asmenybės bendrajam kultūriniam ugdymui daugiausia pritaria tie mokytojai, kurie turi 5–10 metų darbo stažą (80,4%). Mokytojų, kurie mano, kad svarbūs abu komponentai ugdant asmenybę, yra daugiausia (10,9%).

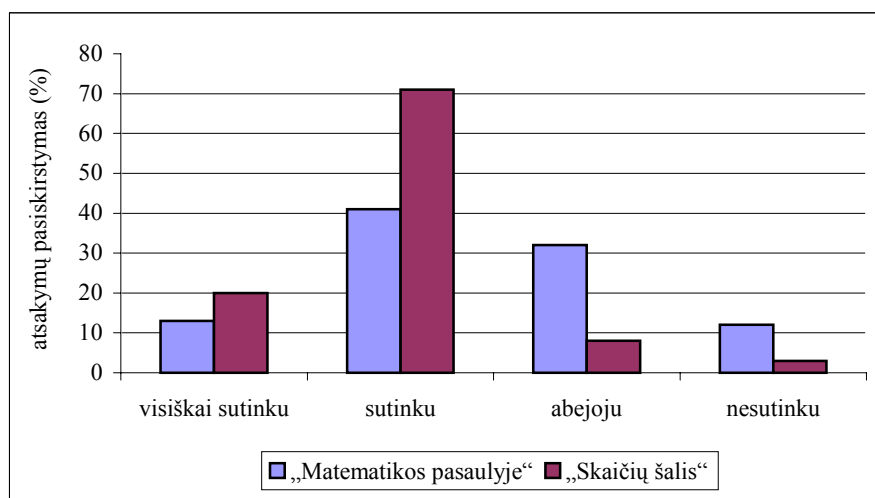


III. 22 pav. Pradinių klasių mokytojų nuomonė apie asmenybės ugdymą

Pirmąją teiginių grupę norėta patikrinti, ką mokytojai mano apie matematikos programą, vadovėlius, užduočių su statistikos elementais pateikimą. Su pirmuoju teiginiu *pradinių klasių matematikos programa atitinka mokinių amžių* sutiko 85% pradinių klasių mokytojų, o 10% mokytojų prieštaravo. Statistiškai reikšmingas skirtumas šiuo klausimu pastebėtas tarp mokytojų, kurie dirba su skirtingais matematikos vadovėliais ($p < 0,01$; $\chi^2 = 15,37$). Tie

mokytojai, kurie dirba pagal A. ir D. Kiselių matematikos vadovėlių „Matematikos pasaulyje“ šiam teiginiui labiau pritarė nei tie, kurie dirba pagal B. Balčyčio „Skaičių šalį“. Mokytojai, kurie dirba pagal abu vadovėlius, vieningai pritarė, kad *pradinių klasių vadovėliai gerai atitinka Bendrąsias programas*. Šių teiginių apibūdinimas nesiskyrė nei pagal turimą mokytojo kvalifikacinę kategoriją, nei pagal darbo stažą, nei pagal gyvenamosios vietovės ar mokyklos tipą.

Teiginiui *matematikos vadovėlyje ir pratybų sąsiuvinuose pakankamai užduočių su statistikos elementais* pasirinktų atsakymų pasiskirstymas statistiškai reikšmingas pasirinkto vadovėlio ($p < 0,001$; $\chi^2 = 30,28$), gyvenamosios vietovės ($p < 0,001$; $\chi^2 = 9,39$) bei mokyklos tipo ($p < 0,001$; $\chi^2 = 13,82$) aspektu. Iš atsakymų pasiskirstymo, pateikto III. 23 paveiksle, matyti, kad pradinių klasių mokytojams, kurie dirba pagal „Matematikos pasaulyje“ vadovėlį, trūksta užduočių su statistikos elementais vadovėliuose ir pratybų sąsiuvinuose. Daugelis mokytojų išsakė savo pasiūlymus, pastabas šiuo klausimu:.....*norėtusi įvairesnių statistinių užduočių,galėtų būti statistikos užduotys pateiktos prie kiekvienos temos, o ne sudėtos į vieną vietą,trūksta įvairesnių diagramų,norėtusi daugiau tikrų duomenų, kad mokiniai kartu įgytų daugiau žinių.*



III. 23 pav. Pradinių klasių mokytojų nuomonės apie užduočių su statistikos elementais pasiskirstymą matematikos vadovėliuose

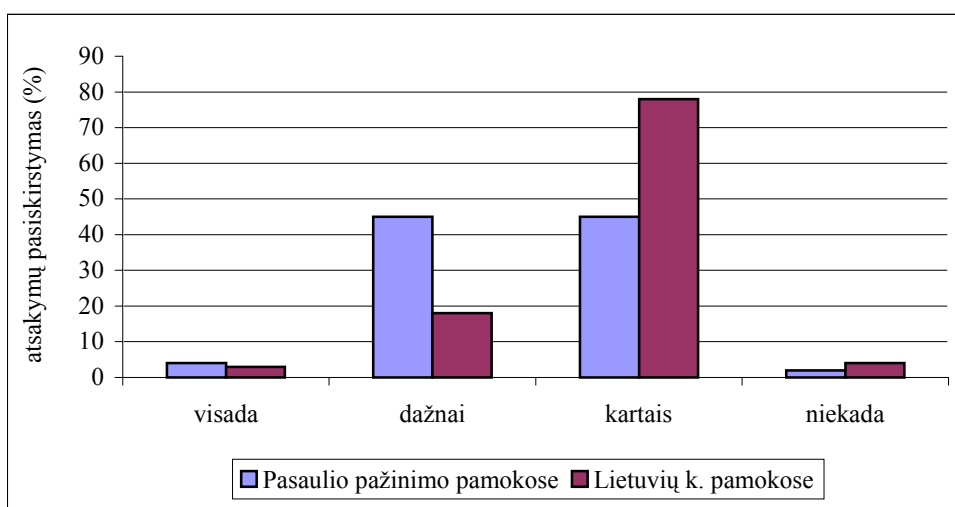
Su teiginiu *pakanka literatūros apie statistikos mokymą pradinėse klasėse* sutiko 33,7%, abejojančių buvo 47,9%, o nesutinkančių ir visiškai nesutinkančių – 18,3% mokytojų. Kiti mokytojai su teiginiu *užduočių su statistikos elementais pateikimas vadovėliuose yra aiškus* visiškai sutiko arba sutiko (58%). Atsakydami į anketos klausimus, mokytojai savo pageidavimus išreiškė skyrelyje *Pasiūlymai ir pageidavimai*. Mokytojai siūlė „.....išleisti užduočių rinkinius, kurie ugdytų statistinius gebėjimus“, „.....išleisti metodinių nurodymų“, „..... galėtų būti testų knygelės iš statistikos“. Pradinių klasių mokytojams trūksta literatūros apie statistikos

mokymą, ne visiems suprantamas pateikimas vadovėliuose, o tai sąlygojo jų pritarimui, kad *mokinių statistiniams gebėjimams ugdyti reikalingi papildomi seminarai, paskaitos*.

Reikšmingas skirtumas apie papildomų paskaitų ir seminarų reikalingumą pastebėtas tarp mokytojų turinčių skirtingą pedagoginį darbo stažą ($p < 0,01$; $\chi^2 = 21,98$). Mokytojai, turintys didesnę darbo stažą, labiau pasisakė už papildomų seminarų reikalingumą.

Su teiginiu *statistika man palengvina gausios informacijos perteikimą* sutiko 85% pradinių klasių mokytojų, abejojančių buvo 12,8%. Tai rodo, kad mokytojai supranta statistinių gebėjimų reikšmingumą. Tačiau išryškėjo nedidelis skirtumas tarp mokytojų, dirbančių skirtingose vietovėse ($p < 0,01$; $\chi^2 = 9,78$). Nė vienas mieste dirbantis mokytojas neprieštaravo šiam teiginiui, o rajono centruose ir kaime abejojančių ir nesutinkančių su šiuo teiginiu buvo 15% mokytojų.

Mokytojai, suprasdami statistikos reikalingumą, naudoja ją ir kitose pamokose. Su teiginiu *„statistiką naudoju kitų pamokų metu“* sutiko 77,2%, o visiškai sutiko 15,5% mokytojų. Mažiau statistikos elementų naudoja kitose pamokose tie mokytojai, kurie dirba pagal matematikos vadovėlį *„Matematikos pasaulyje“* ($p < 0,001$; $\chi^2 = 10,1$). Kai buvo klausama *ar dažnai statistikos elementus naudoja pasaulio pažinimo pamokose*, tai didžioji dauguma mokytojų atsakė, kad kartais (50,5%). Taip pat daugiau mokytojų pasisakė, kad kartais naudoja statistikos elementus lietuvių kalbos pamokose (77,6%) (žr. III. 24 pav.).



III. 24 pav. Pradinių klasių mokytojų nuomonės pasiskirstymas apie statistikos elementų naudojimą kitų dalykų pamokose

Pradinių klasių mokytojai *daugiau dėmesio skirtų statistikos gebėjimams ugdyti*, jei būtų daugiau laiko (84%) ir priemonių (91,7%). Toks didelis apklaustų mokytojų, besiskundžiančių vaizdinės, didaktinės, metodinės medžiagos stygiumi, nuosimtis verčia susimąstyti apie šias problemas ir jų sprendimą. Statistinis reikšmingumas atsiskleidė tarp mokytojų, kurie dirba pagal skirtingus matematikos vadovėlius ($p < 0,01$; $\chi^2 = 10,68$). Mokytojai, dirbantys pagal vadovėlį

„Matematikos pasaulyje“, teigė, kad statistikai mokyti skiria per mažai dėmesio (10,9%), o mokytojų pasirinkusių „Skaičiaus šalies“ vadovėlį, didžioji dauguma teigė, kad pakankamai skiria dėmesio (61,6%). Statistinis reikšmingumas išryškėjo tarp mokytojų, kurie turi skirtingas kvalifikacines kategorijas ($p < 0,01$; $\chi^2 = 22,92$). Mokytojai metodininkai ir mokytojai iš viso neturintys kvalifikacijos buvo šiek tiek kritiškesni savo atžvilgiu. Didžioji jų dauguma abejojo, kad statistikos mokymui skiria pakankamai dėmesio (45,8% mokytojai metodininkai ir 43,9% neturintys kvalifikacinės kategorijos). 8,8% mokytojų, neturinčių kvalifikacijos, pasisakė, kad visiškai neskiria dėmesio statistikai. Daugiausia su šiuo teiginiu sutiko mokytojai, turintys vyr. mokytojo kvalifikaciją (54,3%).

Teiginio „*mano mokiniai su džiaugsmu atlieka užduotis, turinčias statistikos elementų*“ atsakymai leido susidaryti nuomonę, kaip mokytojai mano, ar jų mokiniams patinka užduotis su statistikos elementais. Su šiuo teiginiu visiškai sutiko 15,5%, sutiko 59,4%, abejojo 20,5%, o nesutiko ir visiškai nesutiko 4,6% pradinių klasių mokytojų. Išryškėjo statistiškai reikšmingas skirtumas tarp mokytojų, turinčių skirtingą kvalifikaciją ($p < 0,01$; $\chi^2 = 18,49$). Galime teigti, kad mokiniai, su kuriais dirba aukštesnės kvalifikacinės kategorijos mokytojai, užduotis su statistikos elementais atlieka be didesnių sunkumų. Vadinasi, mokinių gebėjimus ypač lemia mokytojo kvalifikacinė kategorija.

Vieningo atsakymo nėra teigiant, kad *užduočių su statistikos elementais atlikimas iš mokinių reikalauja daug pastangų*. Vis dėlto didžioji dauguma mokytojų sutinka, kad jas atliekant reikia daug pastangų (55,2%), kiti mokytojai abejoja (33,8%). Nesutinka su šiuo teiginiu daugiau mokytojų, kurie dirba pagal „Matematikos pasaulyje“ vadovėlį (11,7%) nei pagal „Skaičių šalį“ (2,4%) (statistinis reikšmingumas $p < 0,01$; $\chi^2 = 9,85$). Tai natūralu, nes ir pačiam mokytojui reikia daugiau rengtis, kadangi užduočių su statistikos elementais šiame vadovėlyje yra mažiau.

Įvertinant mokytojų pagalbos reikalingumą atliekant užduotis su statistikos elementais, galima teigti, kad mokytojai sutinka, jog atliekant kiekvieną statistikos užduotį reikalinga mokytojo pagalba. Su šiuo teiginiu visiškai sutinka ir sutinka 55,7% mokytojų, abejoja 31,1%, o nesutinka 13,2% mokytojų. Vis dėlto daugiausia mokytojai pastebi vaikų veikloje naudojamus statistikos elementus (58,4%), 13,1% nepastebi.

Pateikus teiginį *mokiniai geriau supranta matematikos užduotį, kai ji pateikta: a) piešiniiais, schemomis; b) tekstine formuluote; c) realiais daiktais, bandymais, tyrimais* išaiškėjo, kad mokytojai linkę užduotis pateikti įvairiais būdais, daugiau išskirdami piešinius, schemas (54,3%). Mokytojams neatrodo, kad tyrinėjimai, bandymai, operavimas realiais daiktais palengvintų matematinių užduočių suvokimą (39,4%), nors daugelis autorių (Juodaitytė, 2002, 2003; Dolan, 2002; Rouncefield, 1993; Shell, 1993; Bowman, 2002;

Chance, 2000; Holmes, 1993, 2003; Smith, 1998; Luchini, D'Argenzio, Moncecchi, 2002; Boland, 1998; MacGillivray, 1998; Galmacci, Milito, 2002; Vithal, 2002; Wong & Tang, 2000; Anderson, Loynes, 1987) ypač pabrėžia šių veiklų naudą. Labiausiai nepriimtinas būdas aiškinant matematinės užduoties – jas pateikti vien tekstone formuluote (31,1%). Daroma išvada, kad mokytojai pabrėžia praktinės veiklos svarbą ugdymo procese, tačiau dėl neaiškių priežasčių nuvertina matematikos pamokose bandymus, tyrimus, projektus ir pan.

Kitas teiginys *per jūsų pamokas dažnai vykdomi tyrimai, bandymai, projektai* atskleidė kitus rezultatus. Pasirodo, kad 24,2% mokytojai šias veiklas atlieka dažnai, 71,2% – kartais. Galime manyti, kad mokytojai šias veiklas nelaiko tinkamas matematikos užduotims atlikti, ir jas vykdo kitose pamokose. Nustatytas statistinis reikšmingumas tarp mokytojų, naudojusią skirtingus matematikos vadovėlius ($p < 0,01$; $\chi^2 = 9,12$). 3,6% mokytojų, pasirinkę vadovėlį „Matematikos pasaulyje“, niekada nevykdė šių veiklų, o mokytojai, dirbantys pagal „Skaičių šalį“, nurodė, kad jiems nesvetimos minėtos veiklos (28% mokytojų dažnai vykdo, 65,9% – kartais ir 4,9% – visada). Dažniausiai mokytojai naudoja grupinį darbą (69,4%), dažnai atlieka užduotis iš vadovėlio ir pratybų sąsiuvinių (42,9%).

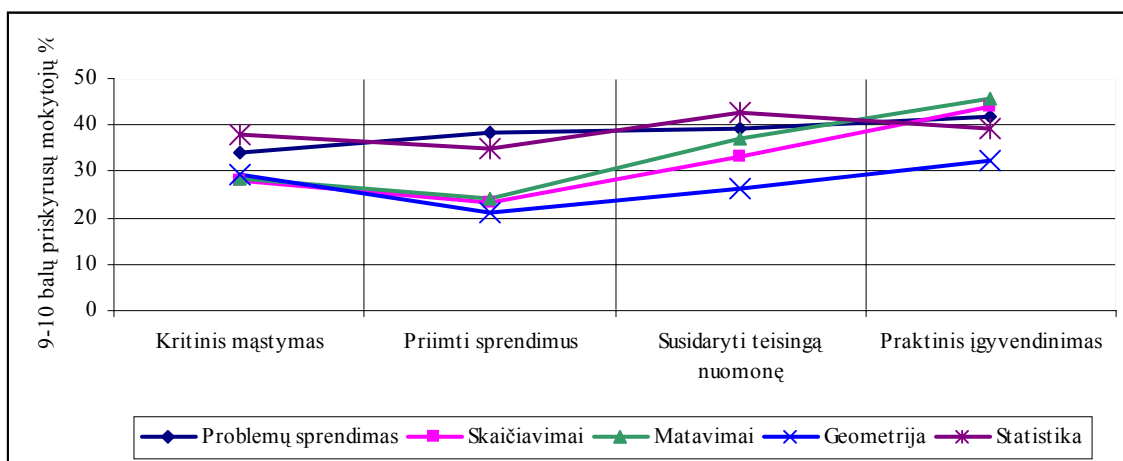
Tiriant pradinių klasių mokytojų nuomones išryškėjo, kad statistinius gebėjimus ugdyti parankiausia organizuojant grupinį, projektinį darbą visų pamokų metu. Pagrindiniai statistikos elementai ir veiklos išskiriamos šios: a) duomenų lyginimas, b) klasifikavimas, c) duomenų rinkimas, d) tyrimų, bandymų atlikimas, e) grafinis duomenų pristatymas, f) duomenų interpretavimas. Tai leidžia susidaryti teisingą nuomonę, priimti sprendimus, praktiškai juos įgyvendinti.

Mokytojų nuomone, labiausiai ugdomas gebėjimas interpretuoti yra sprendžiant problemas. Daug autorių (Bowman, 2002; Garfield, 1994; Glencross, Binyavanga, 1996; Jones, Thornton, Langrall, 2002; Amit, 1998; Begg, 1995, 1998; Rigatti Luchini, Perelli D'Argenzio, Moncecchi, 2000; Leavy, 2002) pažymi, kad visos statistinės užduotys turi būti probleminės ir atspindėti realią tikrovę. Daugelis mokytojų problemų sprendimą suvokia kaip tekstinių užduočių atlikimą (Kazlauskienė, 2003). Pradinių klasių mokytojams, kurių pedagoginis stažas 5–10 metų, statistikos skyrius yra pats tinkamiausias ugdant gebėjimą interpretuoti duomenis. Mažiausią pedagoginį darbo stažą turintys mokytojai nepritaria, kad šis matematikos skyrius turi reikšmės ugdant gebėjimą interpretuoti.

Kitas reikšmingas skirtumas išryškėjo tarp mokytojų, turinčių skirtingą pedagoginio darbo stažą, kai buvo užfiksuotas mokytojų nuomonės pasiskirstymas apie duomenų lyginimo ($p < 0,01$; $\chi^2 = 27,26$) ir klasifikavimo ($p < 0,01$; $\chi^2 = 21,94$) reikšmingumą pradinių klasių matematikos skyriuje „Statistika“. Pradinių klasių mokytojų, turinčių 21 metus ir daugiau pedagoginio darbo stažą, nuomone, duomenų lyginimas ir klasifikavimas nėra

reikšminga statistikos skyriaus dalis. Kai kurie šias procedūras kaip labai reikšmingas priskiria prie skyrių „Matai, matavimai“ (lyginimas) ir prie „Skaičių, skaičiavimų“ (klasifikavimas). Mokytojų kvalifikacija ir pasirinktas matematikos vadovėlis reikšmingos įtakos mokytojų atsakymams neturėjo.

Pirmas faktorius apėmė tam tikras veiklas, kurios buvo prieš tai analizuotos, antrasis faktorius (0,89) sujungė tas savybes, kurios ugdomos pasitelkus statistinius gebėjimus: a) kritinis mąstymas, b) sprendimų priėmimas, c) teisingos nuomonės susidarymas, d) praktinis įgyvendinimas. Kritiškai mąstyti (37,9%) ir susidaryti teisingą nuomonę (42,5%) labiausiai padeda tos užduotys, kurios yra priskiriamos statistikos skyriui, o priimti sprendimus – tos, kurias mokytojai priskiria prie problemų sprendimo užduočių (žr. III. 25 pav.). Praktiškai įgyvendinti parankiausia užduotis iš „Matų ir matavimų“ (45,7%) bei „Skaičių ir skaičiavimų“ (43,8%) matematikos skyriaus. Galima teigti, kad mokytojai praktiškai įgyvendinamomis laikė tas skyrių užduotys, kurias tiesiogiai siejo su realybe. Kadangi daugelis užduočių su statistikos elementais vadovėliuose pateiktos kaip išivaizduojamos, nėra užduočių, kurios siūlytų mokiniams patiems rinkti tam tikrus duomenis iš savo aplinkos, todėl natūralu, kad mokytojai statistikos skyriui priskyrė mažesnius įverčius.



III. 25 pav. Pradinių klasių mokytojų nuomonės apie tam tikrų savybių reikšmingumą matematikos skyrių aspektu

Statistinis reikšmingumas pastebėtas tarp mokytojų, turinčių skirtingą pedagoginio darbo stažą ($p < 0,01$; $\chi^2 = 17,11$). Mokytojai, turintys 5–10 metų darbo stažą, pripažįsta, kad kritinis mąstymas labiausiai pasireiškia atliekant statistines užduotis. Tik mažiausiai ir daugiausia turintys pedagoginio darbo stažą mokytojai nemano, jog kritinis mąstymas gali būti ugdomas atliekant statistikos skyriaus užduotis.

Trečias faktorius apėmė mokytojų nuomonę apie grupinio darbo bei integracijos galimybę visus pradinių klasių matematikos skyrius (faktorinis svoris – 0,81). Grupinį darbą mokytojams parankiau organizuoti atliekant užduotis, kurias priskiria problemų sprendimo skyriui (47,5%).

Atliekant užduotis su statistikos elementais, 39,7% mokytojų pasisako, kad paranku jiems organizuoti grupinį darbą. Statistikos skyriaus užduotis mokytojų nuomone parankiausia integruoti į kitų dalykų pamokas (43,8%) – ypač paranku; 37,9% – paranku; 15,5% – neparanku ir 2,7% – visiškai neparanku).

Grupinį darbą kaip labai reikšmingą atliekant statistikos užduotis nurodė mokytojai, turintys 5–10 metų darbo stažą (91%), o mokytojų, kurių darbo stažas 21 metai ir daugiau bei 0–4 metų, nuomone, neparanku ši metodą taikyti atliekant statistikos skyriaus užduotis. Tokia pati tendencija pasireiškė ir aptariant integracijos panaudojimo galimybes skyriuje „Statistika“. 24,9% mokytojų, turinčių 21 ir daugiau metų darbo stažo, paneigė šio skyriaus integracijos galimybes. Galima manyti, kad didesnę pedagoginį stažą turintys mokytojai, kurių savas darbo stilius ir ilgametė praktika, atsargiau ir kritiškiau priima kiekvieną naujovę.

Apibendrinus galima teigti, kad pradinių klasių mokytojams nėra aiškus užduočių su statistikos elementais pateikimas vadovėlyje, jiems reikalingi papildomi seminarai, paskaitos, ypač mokytojams, turintiems didesnę pedagoginio darbo stažą, tačiau užduotis su statistikos elementais mokytojai atlieka kitose pamokose. Mokytojų nuomone, mokiniams patinka atlikti užduotis su statistikos elementais (ypač kai reikia skaityti duomenis). Tokias veiklas (duomenų rinkimas, lyginimas, klasifikavimas, grafinis pateikimas, tyrimų, bandymų atlikimas), savybes (kritinį mąstymą, nuomonės susidarymą, praktinį įgyvendinimą) labiausiai ugdo užduotys iš matematikos skyriaus „Statistika“.

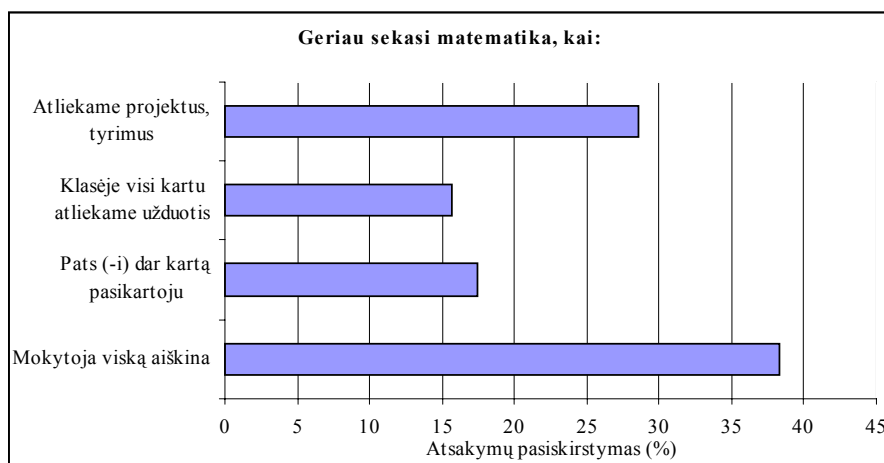
III.6. Pradinių klasių mokinių nuostatų tyrimas

Buvo išsiaiškinta, koks mokomasis dalykas labiausiai patinka 3–4 klasių mokiniams, kokia veikla dominuoja matematikos pamokų metu, kokias procedūras jie dažniausiai atlieka, kokias procedūras su statistikos elementais jie mieliau rinktųsi savo veikloje (14 priedas).

Siekiant įvertinti matematikos vietą kitų mokomųjų disciplinų kontekste, buvo apskaičiuoti aštuonių dalykų populiarumo indeksai. Visiems apklaustiesiems mėgstamiausias dalykas pasirodė kūno kultūra (PI = 0,88). Kiti mokomieji dalykai pasiskirstė tokia eilės tvarka: technologijos (PI = 0,82), matematika (PI = 0,81), pasaulio pažinimas (PI = 0,79), lietuvių kalba (PI = 0,75), tikyba, etika (PI = 0,72), užsienio kalba (PI = 0,70), muzika (PI = 0,68). Matyti, kad matematika patenka į labiausiai patinkančių disciplinų trejetuką. Mokslininkų nuomone, statistinius gebėjimus paranku ugdyti visų pamokų metu, tačiau tinkamiausios: matematika, gimtoji kalba, pasaulio pažinimas. Didžiausią reikšmę šiems gebėjimams ugdyti turi matematika. Dažnai autoriai mini sveikatos pamoką, tačiau ji mūsų programose integruota

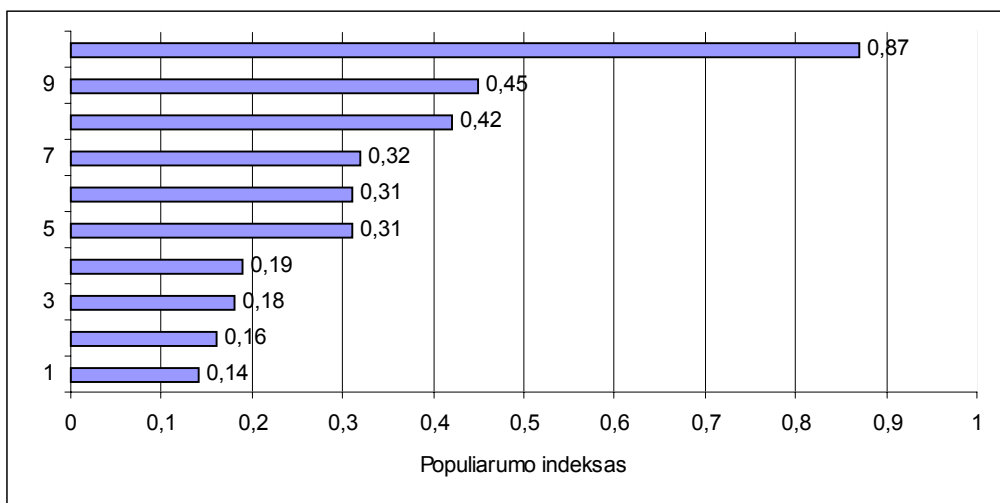
į kitų dalykų programas. Išanalizavus, kaip šių dalykų pomėgis priklauso nuo mokinių lyties ir amžiaus (klasės), pastebima, kad matematika labiau patinka berniukams ($PI = 0,87$).

Iš atsakymų į klausimą *kas trukdo geriau mokytis matematikos*, galime daryti išvadą, kad pradinėse klasėse mokiniams viskas įdomu, jie mokosi pagal savo jėgas (80,3%), nestokoja kantrybės (12,4%). Remiantis tyrimo rezultatais, galima teigti, kad pradinėse klasėse matematikos pamokose dažniausiai mokytojas paaiškina, o vėliau mokiniai patys atlieka veiksmus. Mokiniai nėra pratinami patys ieškoti problemų sprendimo būdų. Matematikos pamokose vykdomų veiklų pasiskirstymas pavaizduotas III. 26 paveiksle. Rinkdamiesi geriausią mokymo(-si) būdą, 38,3% respondentų pirmenybę teikia mokytojų aiškinimui ir panašiai tiek pat (28,6%) praktiniam darbui. Likusieji 17,5% renkasi mokomosios medžiagos savarankišką pasikartojimą ir 15,7% mokinių geriau, kai užduotis atliekamos klasėje visiems drauge. Galime teigti, kad mokiniai praktinę veiklą išskiria kaip informatyvų ir patrauklų mokymo(-si) būdą. Ypač pasireiškė tarp tų mokinių, kurie matematiką priskiria prie mėgstamų mokomųjų dalykų ($p < 0,01$; $\chi^2 = 24,5$).



III. 26 pav. Matematikos pamokose vykdomų veiklų pasiskirstymas

Siekiant išsiaiškinti mokinių nuomonę apie matematikos pamokose vyraujančias veiklas, buvo apskaičiuoti kiekvienos veiklos populiarumo indeksai (žr. III. 27 pav.).

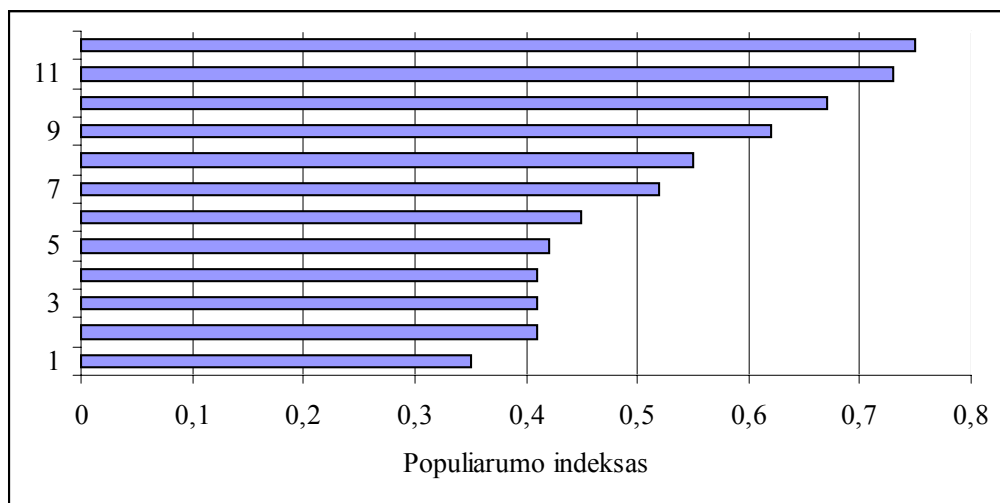


III. 27 pav. Pamokinės veiklos populiarumo indeksai: 1 – žaidžiame; 2 – atliekame tyrimus;

3 – piešiame piktogramas; 4 – atliekame apklausas; 5 – dirbame grupelėmis; 6 – renkame informaciją, duomenis; 7 – mokytojas demonstruoja daug paveikslėlių; 8 – atliekame daug užduočių iš vadovėlio ir pratybų sąsiuvinio; 9 – braižome diagramas; 10 – mokytojas aiškina, mes klausome

Matome, kad matematikos pamokose vyrauja aiškinamasis mokymo būdas (PI = 0,87). Kur kas mažiau dėmesio skiriama aktyviesiems mokymo metodams: žaidimams, tyrimams, apklausoms, darbui grupėmis. Matematikos pamokose daugiausia žaidžia tie mokiniai, kurie mokosi pradinėje mokykloje. Išryškėjo statistinis reikšmingumas tarp atsakymų mokinių, kurie mokosi skirtingo tipų mokyklose ($p < 0,01$; $\chi^2 = 31,45$). Tyrimas parodė, kad 16,4% mokinių, kurie mokosi pradinėje mokykloje, žaidžia per matematikos pamokas visada, kartais – 52,8%, o kito tipo mokyklose dažnai žaidžia matematikos pamokų metu 8,4% mokinių. Vidurinėse mokyklose besimokantiems mokiniams dažniau mokytojai rodo paveikslus, schemas, plakatus, braižo diagramas ir piešia piktogramas. Miesto vaikai dažniau renka informaciją, duomenis, atlieka apklausas.

Kitais teiginiais norėta sužinoti, kokios veiklos ir procedūros matematikos pamokose pradinių klasių mokiniams labiausiai patinka (žr. III. 28 pav.).



III. 28 pav. Matematikos pamokose vykdomų veiklų populiarumo indeksai: 1 – piešti piktogramas; 2 – rinkti duomenis (informaciją); 3 – atlikti tyrimus, apklausas; 4 – braižyti grafikus; 5 – dirbti individualiai; 6 – spręsti tekstinius uždavinius; 7 – braižyti diagramas; 8 – braižyti geometrines figūras; 9 – pildyti lenteles; 10 – dirbti grupelėmis; 11 – atlikti aritmetinius veiksmus; 12 – spalvinti

Skaičiuotas populiarumo indeksas, kuris išryškino, kad mokiniams labiausiai patinka spalvinti (ypač mergaitėms, $p < 0,01$; $\chi^2 = 11,88$), atlikti aritmetinius veiksmus, pildyti lenteles (ypač mergaitėms, $p < 0,01$; $\chi^2 = 9,67$), braižyti geometrines figūras. Visi šie elementai apima visus pradinės mokyklos matematikos skyrius. Tai natūralu, nes mokiniai, atsakydami į klausimą, kokios veiklos dažniausiai vykdomos tavo klasėje, nepaminėjo kaip visada arba dažnai vykstančias tokias: diagramų braižymo, piktogramų piešimo, apklausų, tyrimų atlikimas ir pan.

Kadangi diagramų braižymas yra dažnesnė veikla nei grafikų, piktogramų braižymas arba duomenų rinkimas, tyrimai, apklausus, todėl diagramų braižymas yra mėgstamesnė veikla ($PI = 0,52$) nei kitos išvardytos.

Nors mokiniai retai matematikos pamokose dirba grupelėmis, tačiau jiems tai labiau patinka nei dirbti individualiai ($PI = 0,67$).

IV. Pedagoginio eksperimento rezultatai

IV.1. Eksperimentinio mokymo organizavimas

Eksperimento metu buvo remtasi Gunstone (1991) pasiūlyta praktinių darbų, taikomų konstruktyviajam mokymui, schema: **NUMATYMAS – STEBĖJIMAS – AIŠKINIMAS** (Predic – Observe – Explain (P-O-E)). Tokių užduočių atlikimas atitinka L. Resnick (1989) išskirtus konstruktyviojo išmokimo principus:

1. Išmokimas yra ne informacijos dozių absorbavimas ir atkūrimas, o gebėjimų konstravimas. Atlikdami užduotis, mokiniai atgamina ne vien matematinius (gamtamokslinius ir kt.) gebėjimus iš atminties, bet ir panaudoja juos aktyviai per konkrečią veiklą.
2. Išmokimas priklauso nuo turimų gebėjimų. Užduotys sudaro sąlygas mokiniams panaudoti turimus gebėjimus, įgalina išryškinti turimus mokinių statistinius gebėjimus – koreguoti klaidingus ir įtvirtinti teisingus.
3. Išmokimas glaudžiai sąveikauja su mokymosi situacija ir kontekstu. Priklausomai nuo užduočių pobūdžio ir vaidmens ugdant statistinius gebėjimus, jas galima įterpti į tam tikras įvairių pamokų dalis įgyvendinant skirtingus mokomuosius uždavinius. Dalį užduočių galima atlikti namuose.

Mokinys laikomas komunikacijos proceso veikėju, o ne paprastu gavėju, nes tarpusavio sąveika yra svarbus mokymo elementas (Batesel, 1997), todėl statistiniai gebėjimai buvo ugdomi bendravimo ir bendradarbiavimo principu.

Ugdant statistinius gebėjimus, organizuojama tokia veikla, kurioje daugelis autorių (Gal, Garfield, 1997; Godino, Cañizares & Díaz, 2003; Watson, Moritz, 1999; Lopes, 2003) pabrėžia mokytojo kaip tarpininko vaidmenį. Tarpininkavimas pamokoje laikomas aiškinamu kaip parėmimas, modeliavimas ir instruktavimas (McLennan, 1997).

Ugdant statistinius gebėjimus mokymas nebuvo vykdomas vien individualiu užduočių sprendimu, nes jis gali baigtis, anot L. Vygotskio (1978) „spontaniškais mintimis“, o rezultatas – netikslios žinios ir klaidingas suvokimas. Daugelis autorių (Dietz, 1993; Gnanadesikan, Schaeffer, Watkins, Witmer, 1997; Hunter, 1977; Ledolter, 1995; Dolan, 2002; Rouncefield, 1993; Shell, 1993; Bowman, 2002; Chance, 2000; Holmes, 1993, 2003; Smith, 1998; Luchini, D'Argenzio, Moncecchi, 2002; Boland, 1998; MacGillivray, 1998; Galmacci, Milito, 2002; Vithal, 2002; Wong & Tang, 2000; Anderson, Loynes, 1987) statistinius gebėjimus siūlo ugdyti per aktyvią veiklą, realioje aplinkoje, sprendžiant problemas, kai mokiniai įgyja patirties. Tuo vadovaujantis, techninių gebėjimų lygmens

užduotys su statistikos ir tikimybių teorijos elementais siūlytos mokiniams atlikti individualiai, o praktinio (pažintinio) lygmens užduotys buvo atliekamos naudojant **projektų** metodą, kai veikla vykdoma grupėmis arba poromis.

Statistinių gebėjimų ugdymas trečios bei ketvirtos klasės užduočių rinkiniuose remiasi vaiko patyrimu, išgyvenimais ir paties vaiko veikla, t. y. norėdamas suprasti mokinys pats dirba su dalykine medžiaga ar problema. Užduočių rinkiniuose medžiaga pateikiama ne kaip išbaigta, o taip, kad mokiniai turėtų patys ją vienu ar kitu būdu tęsti, t.y. siekiama, kad mokiniai savo sąmonėje kūrybiškai pertvarkytų gaunamą informaciją ir spręstų iškeltus pažintinius uždavinius. Stengiamasi, kad mokiniai negautų iš anksto suformuluotų išvadų, bet turėtų galimybę savarankiškai protauti. Taigi į mokymo procesą įtraukiami vaikų jausmai, vaizduotė, pojūčiai, aktyvus domėjimasis medžiaga. Užduočių sistema sudaryta taip, kad leistų vaikams suvokti statistikos reikšmę ir praktinę naudą kasdieniniame jų gyvenime (gebėti perskaityti sutrumpinimus, užkoduotą informaciją ir pan.), plėtotų jų patirtį (gebėtų klasifikuoti informaciją pagal kelis požymius, atskirti įvairius informacijos pavaizdavimo būdus ir pan.), ugdytų kiekiųjų, kokybinių, erdviųjų ir loginių santykių suvokimo gebėjimus. Užduotyse pagrindinis dėmesys sutelktas į praktinių problemų (tikro gyvenimiško konteksto) sprendimą (sveikatos klausimai: vaistingųjų augalų tinkamo rinkimo datos, dienos režimas, laiko planavimas, mityba, akių priežiūra, pažintis su kelio ženklais, klasės draugų gimimo dienos, gamtos stebėjimas ir pan.), pirmenybė teikiama neformalioms problemų sprendimo strategijoms.

Trečioje klasėje mokiniai, atlikdami užduotis (17 priedas), sužino, kokiais mėnesiais tinkamiausia rinkti vaistažoles, kiek žiūrovų telpa įvairių Lietuvos miestų stadionuose, kas ir nuo kada privalo rūpintis jų sveikata, kas kenkia jų akims, kaip reikia prižiūrėti dantis, kokia sveiko žmogaus kūno temperatūra, kokius augintinius laiko jų draugai namuose, tam tikrų šunų savybes, kada yra jų klasės draugų gimimo dienos, koks maistas yra pats vertingiausias, kaip plaka įvairių gyvūnų širdys ir pan.

IV klasėje mokiniai susipažįsta (18 priedas) su įvairiausi pasaulio išradimais, planetos istorija, Žemės plutos sandara, Žemės temperatūrų, vėjų rekordai, Lietuvos ir pasaulio upių, ežerų dydžiais, vandenynų gyliais, greičiausiais pasaulio gyvūnais, gyvūnų (žinduolių, paukščių, žuvų, roplių ir varliagyvių, vabzdžių) dydžiais ir amžiumi, pasaulio žemynais ir juose esančiomis didžiausiomis šalimis, augalais (kada žydi medžiai ir uogos), jų amžiumi, sporto šakomis, Morzės abėcėlė, pasaulio šalių trumpiniais, pavojingų medžiagų žymėjimu, saugiu eismu gatvėje, dantų priežiūra, išmoksta apskaičiuoti, ar toli audra, temperatūrą perskaičiuoti iš Celsijaus į Farenheitą ir atvirkščiai, stebėti gamtą, įvertinti nevienodo tikėtumo įvykius, pirkti su tam tikra nuolaida ir pan.

Statistiniams gebėjimams ugdyti užduočių rinkinys parengtas remiantis *atradimo* principu, t. y. vietoje aiškinimo ir klausymo mokiniams siūloma patiems pabandyti, atlikti tyrimą ar eksperimentą. Tyrinėjimai, ieškojimai ir atradimai – puikiausias būdas įprasminti tai, ko mokosi vaikas. Kryptingas stebėjimas skatina mokinius aktyviai domėtis ir ieškoti atsakymų į klausimus. Siekiama ugdymo procesą organizuoti taip, kad mokiniai turėtų galimybę dirbti bendraudami ir bendradarbiaudami. Tokia veikla skatina mokinius diskutuoti, pagrįsti savo nuomonę. Diskutuojant mokomasi išklaudyti kitus, įvertinti jų argumentus, aiškiai formuluoti savo nuomonę. Taip mokiniai mokosi aiškiai reikšti savo mintis, taisyklingai tarti žodžius ir logiškai sudaryti sakinius.

Pradėję tyrinėti save, artimiausius žmones ir aplinką, mokiniai stebi, lygina, daro išvadas. Jie braižo įvairias diagramas, grafikus, skaito taip pateiktą informaciją, piešia, žaidžia. Turima vaikų patirtis ir aktyvia veikla įgyjami įgūdžiai įprasmina *prieinamumo* principą. Medžiaga pateikiama šiam vaikų amžiui būdingu aspektu – aktyvia veikla.

Vaizdumo principą įprasmina tai, kad patrauklios užduočių rinkinio iliustracijos, nuotraukos ir piešiniai. Visa tai žadina smalsumą ir susidomėjimą, skatina diskusijas, lavina vaizduotę, kūrybinius gebėjimus. Vaikui sudaromos galimybės tapti aktyviu stebėtoju, mokytis priimti vaizdinę informaciją, išmokti ją perteikti žodžiais ir perduoti kitiems.

Kontekstualumo principas grindžiamas daugialypiu užduočių rinkinių naudojimu: *asmeniniu*, kai medžiaga ar temos susijusios su paties vaiko aplinka, ir *socialiniu*, kai rinkinių medžiaga padeda mokiniui įsitraukti į platesnį aplinkos pažinimą ir vertinimą.

Vienas reikalavimų, kad ugdymo turinys būtų *integuotas*. Kadangi statistikos užduotis palanku integruoti, užduočių rinkiniuose išsiskiria *vidinė dalyko, tarpdalykinė ir sociokultūrinė* integracijos kryptis.

Sociokultūrinės integracijos tikslas užduočių rinkinyje – susieti mokinių patirtį, interesus, amžiaus ypatumus su socialiniu-kultūrinio gyvenimo kontekstu. *Dalykų integracijos tikslas* – padėti vaikui susieti, suderinti įvairių dalykų žinias, parodyti, kad jį supantis pasaulis yra integruota visuma. *Dalyko vidinis integracijos tikslas* – padėti vaikui suderinti įvairių mokomųjų dalykų temų žinias. Mokomųjų rinkinių medžiagos turinį sudaro integruojamosios temos, idėjos, susijusios su įvairių mokomųjų dalykų turiniu (ilgieji ir trumpieji balsiai, geometrinės figūros, aritmetiniai veiksmai, skaičių apvalinimas, augalija, gyvūnija, pasaulio šalys, sportas, pirkimai, pardavimai, sveikata, istorija ir pan.).

Kadangi šio amžiaus vaikams būdingas konkretus pasaulio suvokimas, užduočių rinkiniai sudaryti remiantis *aiškumo* principu: iliustracijos, nuotraukos, piešiniai, sąlygos pateikiamos aiškiai, suprantamai, konkrečiai, nukreipiamas dėmesys į statistinių gebėjimų ugdymą.

Prasmingumo principo laikytis leidžia užduotys ir jų klausimai, kurie aktyvina mokinių mąstymo veiklą. Suformuluoti klausimai leidžia mokiniui interpretuoti duomenis, orientuoja mokinių dėmesį į esminius tiriamojo objekto požymius, skatina įprasminti savo veiksmus, apibendrinti gautus rezultatus, daryti išvadas.

Užduočių rinkinių medžiaga pateikiama laikantis *sistemingumo* principo, t. y. remiamasi mokinių patyrimu, kuris toliau gilinamas ir plečiamas.

Užduočių rinkinyje daug dėmesio skiriama *žodinei raiškai*, nes būtent šiame amžiaus tarpsnyje formuojasi asmens kalbėjimo stilius, turtėja žodynas. Žodinė raiška skatinama kiekvienoje užduotyje sukuriant ir modeliuojant situacijas, kuriose vaikas neišvengiamai turi kalbėti. Siekiama, kad vadovėlio medžiaga padėtų ugdyti kalbinius įgūdžius įvairiose situacijose, pirmiausia mokoma vartoti atitinkamą visuomenės išplėtotą bendrinę kalbą (žodžių: „apie“, „maždaug“, „vidutiniškai“, „manau“, „tikėtina“, „greičiausiai“, „turbūt“, „apytiksliai“ ir pan. vartojimas). Akivaizdu, kad dažniau mokiniai naudojami kitų tyrėjų duomenimis, nei patys tiria. Tad mokėjimas naudotis pateiktais duomenimis, vartoti tinkamus žodžius – svarbus žingsnis tyrimų vykdymo link.

Nepaprastai svarbu *savarankiškumo* ugdymas. Mokinių savarankiškas darbas skirtas ne vadovėlio medžiagai išiminti ir paprastiems pratimams atlikti, o gyvenimo bei pažinimo problemoms spręsti, įvairiems (kad ir išsivaizduojamiems) tyrimams, eksperimentams atlikti. Savarankiškai darbuotis pratinamasi nuo pirmųjų pamokų, atliekant individualias užduotis arba savu darbu prisidedant prie bendro kūrinio, pvz., braižant diagramą, statant maketą ir t. t. Pasidalijus darbą, siekiama bendro rezultato, o tai ugdo gebėjimą dalytis, tartis, atsakyti už pasekmes. *Atsakomybė* skatina vaiką ieškoti kelių ir būdų, kaip geriau atlikti užduotį, sudaro prielaidas pasitikėti savimi, išgyventi kūrybos džiaugsmą.

Užduočių rinkinyje numatyta galimybė *diferencijuoti* užduotis. Ugdytiniai dalyvauja diskusijose, pateikiami klausimai, orientuoti į vaikų gebėjimus. Užduotys rinkiniuose įvairaus sudėtingumo, atsižvelgiama į kiekvieno vaiko poreikius ir gebėjimus.

Rekomendacijose mokytojams atkreipiamas dėmesys į tai, jog kiekvienas vaikas ugdymo proceso metu turėtų galimybę kuo visapusiškiau atskleisti savo individualybę, kurti savo asmenybę per savirealizaciją ir saviugdą.

Gilindamiesi į abstraktų matematikos pasaulį mokiniai susiduria su savitais (dažnai vienam būdingais) sunkumais. Įveikti juos gali padėti tik profesionalus mokytojas, gerai išsigilinęs į mokymo metodiką ir konkretaus vaiko asmenybės savybes, intelektualinio ir socialinio brandumo ypatumus. Mokytojams buvo sukurti sudaryti kiek galima geresnę (psichologiškai ir intelektualiai), saugią mokymosi aplinką:

- vertinant mokinių teiginius, samprotavimus ir spėjimus;

- skatinant mokinius gerbti vienas kito nuomonę;
- pasirenkant pamokos tikslus, kitas mokymo aplinkybes atitinkančias mokymosi kontekstą;
- sumaniai derinant įvairius mokymo metodus;
- tikslingai panaudojant fizinę erdvę ir kitus daiktus;
- racionaliai paskirstant pamokos laiką.

IV.2. Pradinių klasių mokinių techninio lygmens statistinių gebėjimų lyginamoji raida

IV.2.1. Mokinių gebėjimų skaityti duomenis įvertinimas ir palyginimas

Šiame skyrelyje lyginami eksperimente dalyvavusių klasių ir visos šalies 3–5 klasių mokinių statistinių gebėjimų (duomenų skaitymo) tyrimo rezultatai. Palyginama skirtumai tarp mokinių, kurie eksperimente dalyvavo nuo trečios klasės, ir tų, kurie išitraukė į eksperimentą nuo ketvirtos klasės; eksperimentinių klasių mokinių statistinių gebėjimų dinamika. Pirminiai įverčiai nurodomi 29 priede.

Trečios klasės mokslo metų pabaigoje išryškėjo skirtumas tarp *bazinės imties* (kaip kontrolinės grupės) mokinių ir *eksperimente dalyvaujančių nuo trečios klasės* mokinių rezultatų (*E3–4*) ($p < 0,001$; $\chi^2 = 18,9$). Visas užduotis žymiai geriau atliko rezultatus E3–4 klasių mokiniai. Toks ryškus skirtumas išliko iki penktos klasės (žr. IV. 1 lent.⁴).

E4 klasės mokinių rezultatai lyginant su bazinės imties mokiniais daugeliui atvejų buvo nepastovūs (duomenis skaitant iš stulpelinės diagramos, piktogramos). Kaip matyti, duomenis skaityti iš grafiko mokiniams lengviau sekasi ketvirtoje klasėje.

Kaip minėta, visų mokomųjų dalykų trečios klasės vadovėliuose duomenų skaitymui skirta mažai dėmesio. Tokių užduočių stoka neleidžia mokiniams susiformuoti reikiamų gebėjimų (skirti „stulpelinę diagramą“ nuo „grafiko“; nepainioti sąvokų „daugiausia“ ir „vidurkis“ ir pan.). Galima teigti, kad E3–4 klasės mokiniams teigiamą įtaką jų gebėjimams skaityti duomenis turėjo tikslingai parinktos užduotys, kurios sudarytos remiantis atradimo, prieinamumo, vaizdumo, kontekstualumo, sistemingumo, prasmingumo principais, visiškai juos įgyvendinant.

IV. 1 lentelė

Ekspertimentinių klasių ir bazinės imties mokinių duomenų skaitymo

⁴ Čia ir kitur statistinis reikšmingumas: pažymėta *** – $p < 0,001$, ** – $p < 0,01$, * – $p < 0,05$; nuspalvinta – skirtumas statistiškai nereikšmingas; ----- – tų klasių mokiniai eksperimente nedalyvavo.

tyrimo rezultatų lyginimas

Duomenų skaitymas iš	Bazinės imties pjūviai	3 klasė, rugsėjis	3 klasė, gegužė	4 klasė, rugsėjis	4 klasė, gegužė	5 klasė, rugsėjis
	E 3–4					
Stulpelinės diagramos	E 3–4		***	**	***	***
	E 4	-----	-----	*	***	
Piktogramos	E 3–4		***	***	***	***
	E 4	-----	-----		**	*
Skritulinės diagramos	E 3–4		***	***	***	***
	E 4	-----	-----	*	**	**
Grafiko	E 3–4			**	***	***
	E 4	-----	-----	**	**	**

Lyginant E3–4 ir E4 klasių mokinių rezultatus pastebėti dideli skirtumai ketvirtoje klasėje mokslo metų pradžioje ir viduryje skaitant duomenis iš stulpelinės, skritulinės diagramos, piktogramos (žr. IV. 2 lent.).

IV. 2 lentelė

Duomenų skaitymo tyrimo rezultatų palyginimas tarp eksperimente dalyvavusių mokinių

Lyginamos E klasės	Duomenų skaitymas iš	4 klasė, rugsėjis	4 klasė, tarp. pjūvis	4 klasė, gegužė	5 klasė, rugsėjis
E 3–4 su E4	Stulpelinės diagramos	***	***		***
	Piktogramos	***	**	*	**
	Skritulinės diagramos	***	**	*	**
	Grafiko		**	**	

Ketvirtos klasės mokslo metų pabaigoje skirtumai tarp E3–4 ir E4 klasių mokinių rezultatų sumažėjo (duomenų skaitymas iš piktogramos ir skritulinės diagramos), kai kur jų nelieka (duomenų skaitymas iš stulpelinės diagramos), o skaitant duomenis, pavaizduotus grafiku, išlieka tie patys. Tokie nevienodi mokinių rezultatų pasiskirstymai tarp šių dviejų imčių leidžia teigti, kad mokiniai (9–10 m.) tame amžiaus tarpsnyje geba priimti daug informacijos ir ją tinkamai panaudoti (duomenų skaitymo aspektu). Tačiau, kaip parodė penktos klasės mokslo metų pradžioje atlikto diagnostinio pjūvio E4 klasių mokinių rezultatai, vėlesniame ugdymo procese įgyti gebėjimai greitai užsimiršta. IV. 5 lentelėje matyti, kad minėtoje klasėje E4 klasių mokinių rezultatai, lyginant su E3–4 klasių mokinių

rezultatais, ženkliai prastėjo. Lengviausia E3–4 klasių mokiniams penktoje klasėje buvo duomenų skaitymas iš grafiko (teisingai atliktų užduočių dažnis 79,8%).

Išanalizavus eksperimente dalyvavusių mokinių nuo trečios klasės duomenų skaitymo gebėjimų dinamiką, galima teigti, kad duomenų skaitymo gebėjimai gerėja iki ketvirtos klasės mokslo metų vidurio (žr. IV. 3 lent.).

IV. 3 lentelė

Eksperimente dalyvavusių nuo trečios klasės mokinių duomenų skaitymo rezultatų dinamika (diagnostinių pjūvių lyginimas su prieš tai buvusiu pjūviu)

Eksp. klasė	Duomenų skaitymas iš:	3 klasė, tarp. pjūvis	3 klasė, gegužė	4 klasė, rugsėjis	4 klasė, tarp. pjūvis	4 klasė, gegužė	5 klasė, rugsėjis
E 3–4	Stulpelinės diagramos				**		
	Piktogramos				**		
	Skritulinės diagramos	*					
	Grafiko	***	*	**	**		**

Netolygūs rezultatų svyravimai pasireiškė duomenis skaitant iš grafiko. Trečioje klasėje mokslo metų viduryje gebėjimo duomenis skaityti iš grafiko gebėjimai ženkliai šoktelėjo, tačiau mokslo metų pabaigoje minėti gebėjimai beveik pasiekė pirminį lygį (kaip ir trečios klasės mokslo metų pradžioje). To paties testo, atlikto ketvirtos klasės mokslo metų pradžioje, rezultatai leidžia teigti, kad šie gebėjimai privalo būti ugdomi per keleta mokslo metų. Tai patvirtina E4 klasių mokinių diagnostinių pjūvių dinamikos analizė (lyginant su prieš tai buvusiu diagnostiniu pjūviu) (žr. IV. 4 lent.). Penktoje klasėje mokinių rezultatai buvo prastesni nei ketvirtoje klasėje mokslo metų pabaigoje.

IV. 4 lentelė

Mokinių, eksperimente dalyvavusių nuo ketvirtos klasės, duomenų skaitymo rezultatų dinamika

Eksp. klasė	Duomenų skaitymas iš:	4 klasė, tarp. pjūvis	4 klasė, gegužė	5 klasė, rugsėjis
E 4	Stulpelinės diagramos	**	**	**
	Piktogramos	***		*
	Skritulinės diagramos			
	Grafiko			*

Visa tai leidžia teigti, kad sistemingas statistinių gebėjimų ugdymas yra reikšmingesnis nei vienkartiniai aukštesni rezultatai. Sistemingai įgyti gebėjimai išlieka ir turi tendencijas gerėti (žr. IV. 5 lent.).

IV. 5 lentelė

Mokinių, eksperimente dalyvavusių nuo trečios klasės, duomenų skaitymo rezultatų dinamika (diagnostinių pjūvių lyginimas su pirmuoju pjūviu (3 klasė, rugsėjis))

Eksp. klasė	Duomenų skaitymas iš:	3 klasė, tarp. pjūvis	3 klasė, gegužė	4 klasė, rugsėjis	4 klasė, tarp. pjūvis	4 klasė, gegužė	5 klasė, rugsėjis
E 3–4	Stulpelinės diagramos				**	**	**
	Piktogramos		*	*	***	***	***
	Skritulinės diagramos	*	**	**	**	***	**
	Grafiko	***	*	***	***	***	***

Metodinės pastabos. Išanalizavus konstatuojamųjų testų rezultatus, pastebėta, kad ne visi mokiniai tinkamai orientuojasi plokštumoje, surasdami tam tikrus objektus. Todėl trečios klasės pradžioje mokiniams buvo pasiūlyta užduočių, kurios padėtų orientuotis plokštumoje surandant tam tikrus susikirtimo taškus. Pastebėta, kad geriausiai tokio tipo užduotis atliko tie mokiniai, kurie žaidžia šaškėmis arba šachmatais („čia kaip šachmatų lentoje... reikia žiūrėti, kokia raidė ir skaičius..., o čia vien skaičiai“). Taip pat pradžioje mokiniams buvo siūloma skaityti duomenis iš lentelių, vėliau pereinama prie paprastesnių stulpelinių diagramų kartu naudojant piktogramas, duomenis klasifikuojant, sisteminant, o paskui siūloma skaityti duomenis iš grafiko. Taip sistemingai buvo ruošiami mokiniai savarankiškiems tyrimams.

Atliekant konstatuojamuosius testus pastebėta, kad mokiniai daro klaidų tada, kai jiems trūksta papildomų linijų diagramoje, grafike, kai diagramos kokybiniai duomenys pateikti Oy ašyje ir pan. Remiantis šiais pastebėjimais pradžioje mokiniams buvo siūloma skaityti duomenis iš stulpelinių diagramų, kai jose pateikti duomenys yra aiškiai pažymėti, ašyse nėra praleistų dažnių, kurie išreikšti skaičiais. Kai mokiniai gana gerai įvaldė paprasčiausią duomenų skaitymo būdą, užduotys buvo sunkinamos: pateikiamos piktogramos su keliomis reikšmėmis, vietoj vertikalios stulpelinės diagramos – horizontalios.

Skaitydami duomenis mokiniai vykdo abstrahavimo (simbolizavimas) operacijas (kelio ženklai, kurie informuoja apie eismo ypatumus, objektų simboliai žemėlapiuose, schemose ir pan.). Abstrahuodami mokiniai geba daryti apibendrinimus, išvadas. Realioje kasdieninėje veikloje (žaidžiant, mokantis) abstrahavimas padeda suvokti informacijos turinį, esmę, ją analizuoti, sintezuoti ir klasifikuoti, apibendrinti.

Ketvirtoje klasėje skaitydami duomenis mokiniai jau geba nustatyti ir įsisąmoninti sudėtingesnius santykius tarp ženklų, prasmių ir operacijų. Mokiniai geba skaityti užkoduotą informaciją (analizuodami pasaulio šalis (18 priedai; 4 klasė, p. 18–22), klasifikuoja duomenis pagal vienodą kalbą, piniginius vienetus, pagrindinius šalies išteklius, nustato šalių išsivystymo lygį pagal televizorių, automobilių skaičių).

Veikloje išsiskyrė tokie užduočių atlikimo etapai (tie patys etapai užfiksuoti ir ugdant mokinių gebėjimus, kai buvo siūloma duomenis pavaizduoti):

Orientacinis etapas – susipažinimas su veiksmu ir orientacinis veiksmo atlikimo įsisąmoninimas. Gerai išsiaiškinamos veiksmo atlikimo sąlygos, susipažįstama su nuoseklia veiksmo operacijų atlikimo tvarka. Svarbu stebėti, ar mokiniai veiksmą žodžiais apibūdina teisingai.

Analitinės veiklos etapas. Mokiniui tai sunkiausias etapas, nes reikia daug dėmesio. Jis savo sąmonėje turi išlaikyti ir instrukciją, ir pavyzdį arba taisyklę, ką, kaip ir po ko reikia atlikti, ir palyginti gautus rezultatus su tais, kurių tikėjosi (pvz., pirmiausia reikia duomenis perskaityti, juos suklasifikuoti pagal nurodytą požymį ir surašyti lentelėje nurodytu būdu arba numatyti tikimybę apie išsikusiančią spalvą, vėliau atlikti eksperimentą ir palyginti rezultatus).

Sintetinės veiklos etapas. Pastebimi pirmieji įgūdžių požymiai: susilieja kai kurios veiksmo operacijos ir veiksmas atliekamas greičiau (pvz., braižomi iš karto visi diagramos stulpeliai).

Varijuojantis (situacinis) etapas. Išmokti veiksmai darosi plastiški. Mokiniai juos gali keisti pagal situaciją (tuos pačius duomenis geba pavaizduoti kelių tipų grafinais vaizdais). Kai įsitikinama, kad mokiniai lengvai ir greitai atlieka sąmonės nekontroliuojamą veiksmą ir sugeba lengvai pasitaisyti suklydę, keičiamas užduočių pobūdis ir padedama eiti mokiniams į kitą įgūdžio formavimosi pakopą.

Veiksmo meistriško atlikimo etapas. Veiksmas atliekamas lengvai, be jokių pastangų. Tai patikrinama visiškai naujo tipo užduotimis išitraukiant išmoktą veiksmą į naują kontekstą ar sudėtingesnes situacijas.

Mokinių gebėjimai reikšėsi dviem lygmenimis. *Pirmasis* – psichikos kokybinėmis ypatybėmis (pvz., vieni lengviau įsimena pavienius dirgiklius, kiti jų ryšius ir santykius, vieni lengviau mąsto vaizdais, kiti – sąvokomis). *Antrasis* – operaciniu lygmeniu (psichikos operacijų veiksmo būdų visuma lyginimo, klasifikavimo, apibendrinimo, aritmetinio skaičiavimo susiformavimo lygis, nuo kurio priklauso, kaip greitai atliekamos užduotys). Pirmasis labiau susijęs su prigimtimi, antrasis – su mokymo turiniu ir būdais. Tie mokiniai, kurie geriausiai apibendrina konkrečią vaizdinę medžiagą, vaizdinius objektus suvokė geriau

negu kitus ir juos geriausiai įsiminė bei atgamino. I. Dubrovina (1997) teigė, kad yra ryšys tarp vaiko suvokimo, atminties ir mąstymo ypatybių.

Daugeliu atvejų klaidingus atsakymus lėmė informacijos gausumas (pvz., skaitant duomenis iš „Akropolio“ kino centro repertuaro (18 priedas; 4 klasė, p. 56). Mokiniai susidomėjo filmo pavadinimais, pradėjo dalytis išpūdžiais, kas kokį matęs, ir taip nepastebėjo, kad norint teisingai užpildyti lentelę reikia atkreipti dėmesį į daugelį išnašų, kuriose nurodytos dienos, valandos, kada tam tikri filmo seansai nevyksta, pateiktos skirtingos bilietų kainos skirtingu metu. Ketvirtos klasės mokiniams sunku susigaudyti tarp tokios gausybės duomenų pateikimo formų, įvairių išnašų, kurios pateiktos piktogramomis, tačiau šių gebėjimų reikalauja pats gyvenimas (šioje užduotyje buvo pateiktas 2002 m. spalio mėn. vienos savaitės kino centro repertuaras). Nors ši gausi informacija blaškė mokinius, tačiau jie per daug nenutolo nuo atsakymų esmės – atsakymams trūko tikslumo. Mažesnės apimties duomenų skaitymas nesukėlė sunkumų.

Lyginimas su olimpiados dalyvių rezultatais. Palyginus eksperimente dalyvavusių mokinių ketvirtos klasės mokslo metų pabaigos rezultatus su 4–5 klasių respublikinėse matematikos olimpiadose dalyvavusių mokinių rezultatais (22 priedas) duomenų skaitymo aspektu, matyti, kad eksperimente dalyvavusių mokinių pagal duomenų skaitymą iš stulpelinės diagramos rezultatai yra kur kas geresni (tarp E3–4 ir olimpiadose dalyvavusių 4 klasės mokinių: $p < 0,001$; $\chi^2 = 12,6$; tarp E4 ir olimpiadose dalyvavusių ketvirtos klasės mokinių: $p < 0,01$; $\chi^2 = 9,8$). Taip pat geresnių rezultatų pasiekė E3–4 ir E4 klasių mokiniai lyginant su olimpiadose dalyvavusiais penktos klasės mokiniais (tarp E3–4 ir olimpiadose dalyvavusių 5 klasės mokinių: $p < 0,001$; $\chi^2 = 14,5$; tarp E4 ir olimpiadose dalyvavusių 5 klasės mokinių: $p < 0,01$; $\chi^2 = 10,2$). E3-4 ir E4 klasių mokinių rezultatai geresni duomenis skaitant iš piktogramų, skritulinės diagramos lyginant su pradinių klasių mokytojų rezultatais ($p < 0,01$).

Galima teigti, kad gabių matematikai mokinių rezultatai nebus geri, jei jų mokymosi procese nebus sistemos, jei jie patys praktiškai nieko neišbandys, o tik skaitys duomenis vien iš vadovėlyje pateiktų duomenų. Taip pat didelę reikšmę mokinių gebėjimams turi mokytojų kompetencijos.

IV.2.2. Mokinių gebėjimų vaizduoti duomenis įvertinimas ir palyginimas

Eksperimentinių klasių mokinių gebėjimo vaizduoti duomenis rezultatai pateikiami tokiu pat būdu kaip ir gebėjimo duomenis skaityti. Pirminiai įverčiai nurodomi 30 priede.

Trečios klasės mokslo metų pradžioje *E3-4 klasės mokinių* ir *bazinės imties mokinių* rezultatai duomenų vaizdavimo aspektu nesiskyrė. Skirtumai išryškėjo trečios klasės mokslo metų pabaigoje duomenis vaizduojant stulpeline diagrama ($p < 0,01$), piktograma ($p < 0,001$), skrituline diagrama ($p < 0,001$) bei grafiku ($p < 0,001$). Panašus skirtumas išliko iki penktos klasės mokslo metų pradžios. Visas užduotis geriau atliko tie mokiniai, kurie dalyvavo eksperimente nuo trečios (E3–4) bei ketvirtos (E4) klasės (žr. IV. 6 lent.). Tarp *E4 ir bazinės imties mokinių* rezultatų skirtumai mažėja (duomenų skaitymas iš skritulinės diagramos ($p < 0,01$), grafiko ($p < 0,5$)), kai kur net susilygina su rezultatais tų mokinių, kurie nedalyvavo eksperimente (duomenų skaitymas iš stulpelinės diagramos, piktogramos).

IV. 6 lentelė

Eksperimentinių klasių ir bazinės imties mokinių duomenų vaizdavimo tyrimo rezultatų lyginimas

Duomenis vaizduoti:	Bazinės imties pūviai	3 klasė, rugsėjis	3 klasė, gegužė	4 klasė, rugsėjis	4 klasė, gegužė	5 klasė, rugsėjis
	E klasių pūviai					
Stulpeline diagrama	E 3–4		**	**	***	***
	E 4	-----	-----		**	
Piktograma	E 3–4		***	**	**	***
	E 4	-----	-----	*	**	
Skrituline diagrama	E 3–4		***	***	***	***
	E 4	-----	-----		***	**
Grafiku	E 3–4		***	**	***	***
	E 4	-----	-----	**	*	*

Natūralu, kad ketvirtoje klasėje mokslo metų pradžioje į eksperimentą įsitraukusių mokinių (E4), vaizduojant duomenis stulpeline diagrama ($p < 0,5$) ir skrituline diagrama ($p < 0,001$) rezultatai buvo prastesni nei tų mokinių, kurie jame dalyvavo nuo trečios klasės (*E3–4*). Rezultatai nesiskyrė duomenis vaizduojant piktograma ir grafiku. Atlikus tarpinį testavimą ketvirtos klasės mokslo metų viduryje, skirtumų tarp *E3–4 ir E4 klasių mokinių* nepastebėta tik vaizduojant duomenis piktograma, o vaizdavimo stulpeline diagrama ($p < 0,5$), skrituline diagrama ($p < 0,001$), grafiku ($p < 0,01$) geresnių rezultatų pasiekė E3–4 klasių mokiniai (žr. IV. 7 lent.). Panašūs skirtumai išlieka iki ketvirtos klasės mokslo metų pabaigos, o penktoje klasėje E3–4 klasių mokinių gebėjimai vaizduoti duomenis daug aukštesnio lygio nei E4 klasių mokinių.

Galima manyti, kad mokiniams duomenis vaizduoti piktograma nėra sunkumų, jei iš karto yra supažindinami su jų kodavimo elementais. Duomenų vaizdavimas stulpeline, skrituline

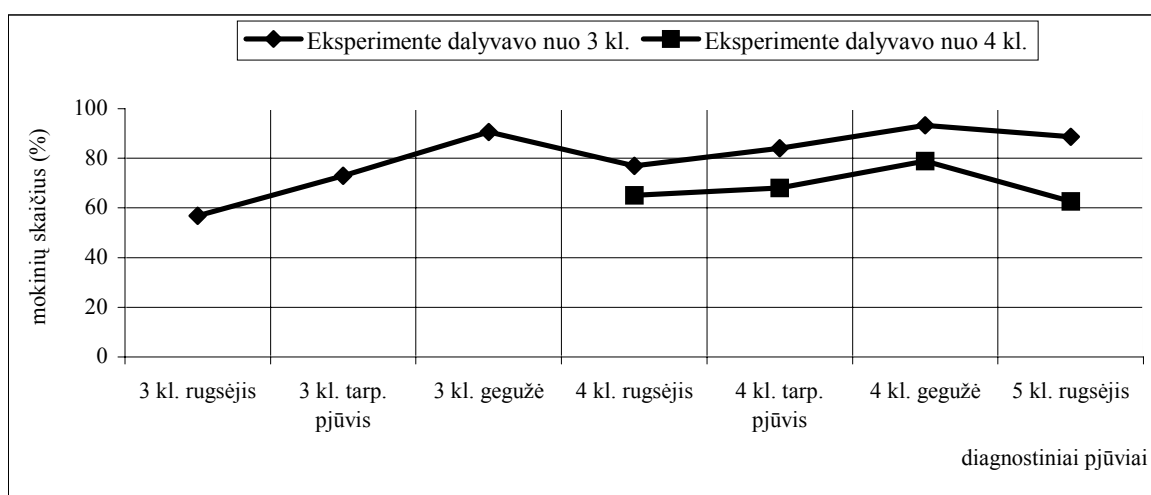
diagramomis, grafiku reikalauja sistemingesnio mokymo(-si) proceso, todėl mokslo metų pabaigoje didėja skirtumas tarp *E3–4 ir E4 klasių mokinių*.

IV. 7 lentelė

Duomenų vaizdavimo tyrimo rezultatų palyginimas tarp eksperimente dalyvavusių mokinių

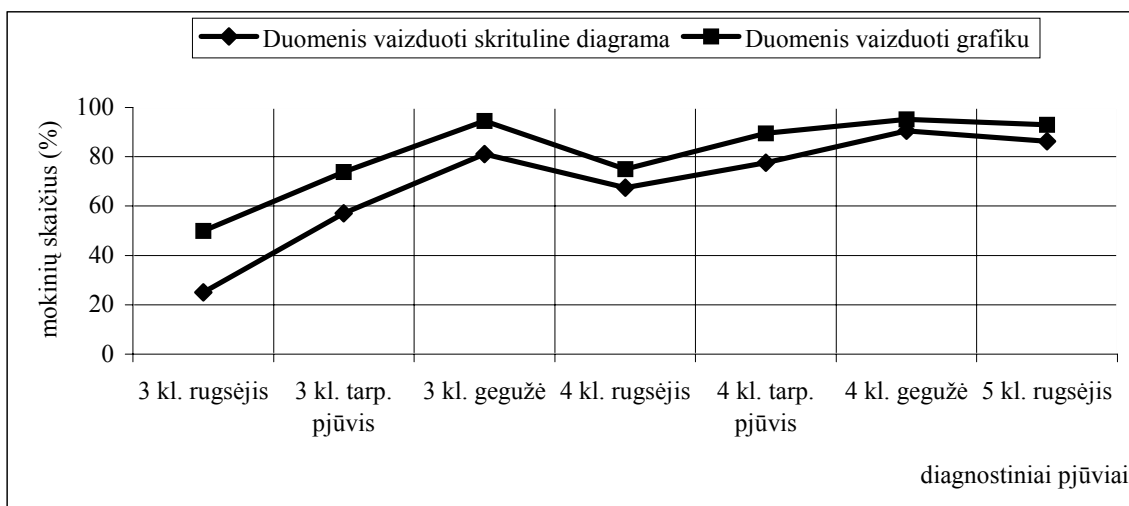
Lyginamos E klasės	Turinio komponentai	4 klasė, rugsėjis	4 klasė, tarp. pjūvis	4 klasė, gegužė	5 klasė, rugsėjis
E 3–4 su E4	Stulpelinė diagrama	*	*	**	**
	Piktograma				**
	Skritulinė diagrama	***	***	**	***
	Grafikas		**	**	***

Analizuojant šiuos rezultatus, galima teigti, kad staigus rezultatų pagerėjimas vaizduojant duomenis pastebimas iš karto (E3–4 klasių mokinių po trečios klasės tarpinio testavimo mokslo metų viduryje, o E4 klasės mokinių – po ketvirtos klasės tarpinio testavimo mokslo metų viduryje), tačiau duomenų vaizdavimo gebėjimų ugdymas nuo trečios klasės leidžia pasiekti geresnių rezultatų nei minėtų gebėjimų ugdymas nuo ketvirtos klasės (žr. IV. 1 pav.). Galima teigti, kad sistemingai įgyti gebėjimai išlieka ir turi tendencijas gerėti.



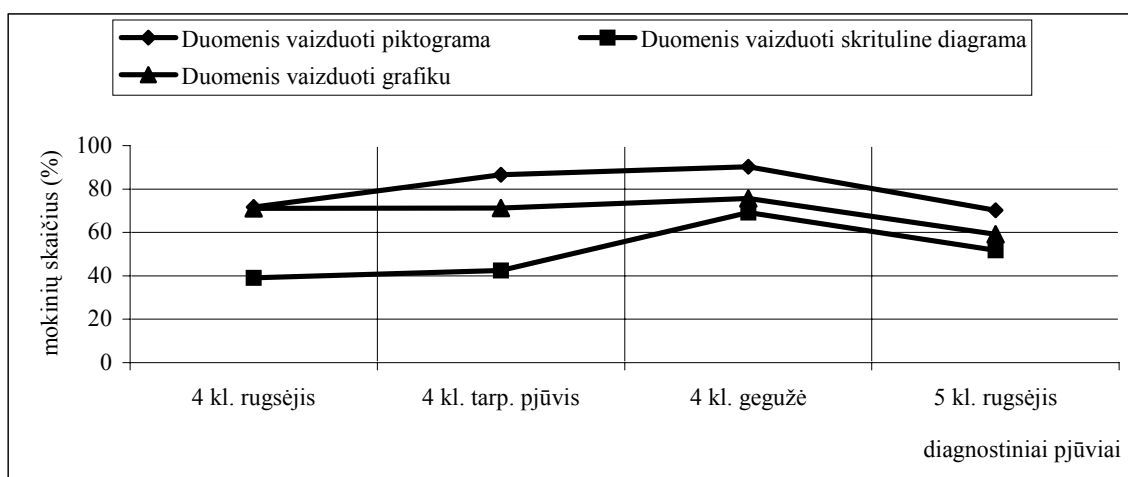
IV. 1 pav. Mokinių gebėjimų vaizduoti duomenis diagnostinių pjūvių rezultatai

Išanalizavus eksperimente dalyvavusių mokinių duomenų vaizdavimo gebėjimų dinamiką išryškėjo ypač reikšmingas skirtumas tarp *E3–4 klasių mokinių* gebėjimų duomenis vaizduoti skrituline diagrama ir grafiku lyginant kiekvieną diagnostinį pjūvį su pradiniu pjūviu (3 klasė, rugsėjis) (žr. IV. 2 pav.).



IV. 2 pav. E3–4 klasių mokinių gebėjimų vaizduoti duomenis dinamika

Toks didelis skirtumas (nekreipiant dėmesio į gana svarbų užmiršimo faktorių ketvirtos klasės mokslo metų pradžioje) lyginant su pradiniu pjūviu iki penktos klasės leidžia teigti, kad 3-4 klasių mokiniai geba vaizduoti duomenis šiais būdais. Tai liudija ir E4 klasių mokinių rezultatai. Šių klasių mokinių gebėjimų dinamika atkreipia atkreipti dėmesį į tai, kad geri greitai pasiekti ir toliau neugdomi gebėjimai prastėja (duomenų vaizdavimas grafiku, skrituline diagrama, piktograma (žr. IV. 3 pav.)). Galima teigti, kad turinio sistemingumas, nuoseklumas leidžia pasiekti gerų rezultatų ugdant statistinius gebėjimus.



IV. 3 pav. E4 klasių mokinių gebėjimų vaizduoti duomenis dinamika

Vaizduojant duomenis stulpeline diagrama E3–4 klasių mokinių pirmojo pjūvio trečioje klasėje mokslo metų pradžioje (10 priedas) teisingų atsakymų dažnis siekė 70%, o trečios klasės mokslo metų pabaigoje – 91,9%. Panašus teisingų atsakymų dažnis išliko iki penktos klasės (žr. IV. 8 lent.). Kadangi E4 klasių mokinių gebėjimų duomenis vaizduoti stulpeline diagrama rezultatai prieš eksperimentą buvo gana geri, iki penktos klasės jie nepakito. Tik mokslo metų pradžioje nedaug skyrėsi nuo kitų diagnostinių pjūvių rezultatų ($p < 0,05$).

Eksperimentinių klasių mokinių gebėjimų duomenis vaizduoti

stulpeline diagrama dinamika

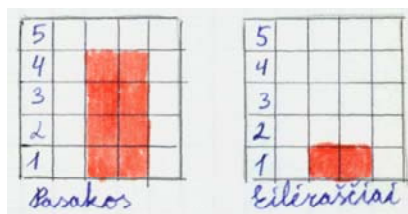
Eksp. klasės	Lyginant su:	3 klasė, tarp. pjūvis	3 klasė, gegužė	4 klasė, rugsėjis	4 klasė, tarp. pjūvis	4 klasė, gegužė	5 klasė, rugsėjis
E3–4	pradiniu pjūviu		**	**	**	***	**
E3–4	prieš tai buvusiu pjūviu		**			*	
E4	pradiniu pjūviu	-----	-----	-----			*
E4	prieš tai buvusiu pjūviu	-----	-----	-----			

Lyginimas su olimpiados dalyvių rezultatais. Palyginus eksperimente dalyvavusių mokinių ketvirtos klasės mokslo metų pabaigos rezultatus su 4–5 klasių respublikinėse matematikos olimpiadose dalyvavusių mokinių rezultatais (2000–2004 m.) duomenų pateikimo aspektu, matyti, kad eksperimente dalyvavusių mokinių pagal duomenų pateikimą stulpeline diagrama rezultatai yra geresni (tarp E3–4 ir olimpiadose dalyvavusių mokinių: $p < 0,001$; $\chi^2 = 18,9$; tarp E4 ir olimpiadose dalyvavusių mokinių: $p < 0,01$; $\chi^2 = 15,6$). Taip pat pastebėtas reikšmingas skirtumas tarp eksperimente dalyvavusių mokinių ketvirtos klasės pabaigoje mokslo metų rezultatų ir olimpiadose dalyvavusių penktos klasės mokinių (tarp E3–4 ir olimpiadose dalyvavusių penktos klasės mokinių: $p < 0,001$; $\chi^2 = 20,1$; tarp E4 ir olimpiadose dalyvavusių penktos klasės mokinių: $p < 0,01$; $\chi^2 = 17,9$). E3–4 ir E4 klasių mokiniai duomenis stulpeline diagrama pateikia geriau nei olimpiadose dalyvavę penktos klasės mokiniai.

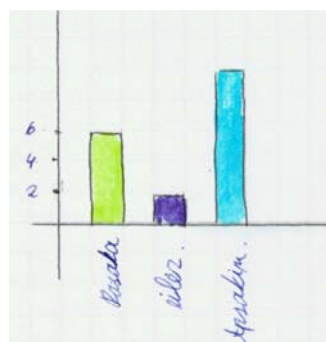
Metodinės pastabos

Vaizdavimas stulpeline diagrama. Pastebėta, kad trečios klasės mokiniai patys geba nusibraizyti diagramos ašis, tačiau jas užmiršta įvardyti. Vienas pirmųjų mokinių atliktas tyrimas (17 priedas; 3 klasė, p. 7, 2 užd.) leido apibūdinti, kaip suvokiami diagramos stulpeliai:

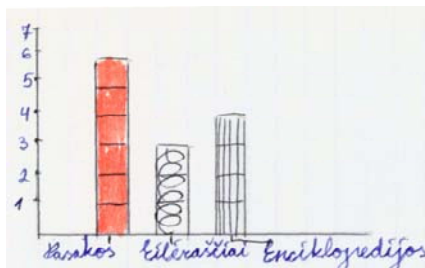
- Stulpeliai sudaryti iš suskaičiuojamų atskirų vienetų skaičiaus. Kiekvienas atskiras stulpelis buvo nupieštas arba pažymėtas kitu būdu (žr. IV. 4 a pav.).
- Labiausiai paplitęs stulpelių sudarymo būdas dalijant juos į kvadratėlius, kai nurodytas tam tikras santykis. Tam tikrais atvejais vienas kvadratas vaizdavo 2 arba 5 vienetus (žr. IV. 4 b pav.).
- Atskirus požymius žymint į atskiras diagramas (žr. IV. 4 c pav.).



IV. 4 a pav.



IV. 4 b pav.



IV. 4 c pav.

Iš pradžių mokiniai stulpelius piešė milimetriniame popieriuje. Kai buvo pastebėta, kad idėja, kaip sudaryti diagramas yra aiški, pasiūlyta naudoti ašis. Ox ašies linijas mokiniai noriai naudojos, tačiau užduotį – sugraduoti Oy ašį daugelis mokinių buvo neatliko. Visi mokiniai diagramos stulpelius pateikė vertikalios padėties.

Dažnai pastebima, kad mokiniai vaizduodami suskaičiuojamus objektus, dalija į dvi dalis, jei piešimo sritis per maža. Pateiksime pavyzdį, kaip mokinė Edita bandė išspręsti problemą vaizduodama savo grupės pasakų knygelių kiekį.

Edita. Čia mes turime vietos tik 18 knygų, o turime pavaizduoti 24.

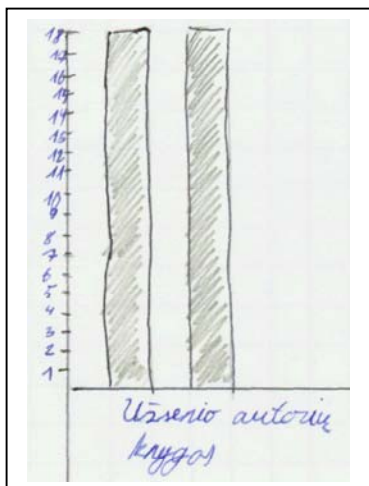
Jonas. Reikia langelius subrūkšniuoti per pusę.

Edita. Geriau bus, jei padarysime vieną langelį dviem knygoms.

Paulius ir Gabija aptaria panašų sprendimą, kai jiems reikėjo pavaizduoti 36 knygeles, kurių autoriai yra ne lietuviai. Iš karto žymėjo, kad vienas kvadratas yra viena knygelė, bet neužteko vietos pavaizduoti duomenims.

Paulius. Ne, 36 per daug. Mes turime kitaip daryti.

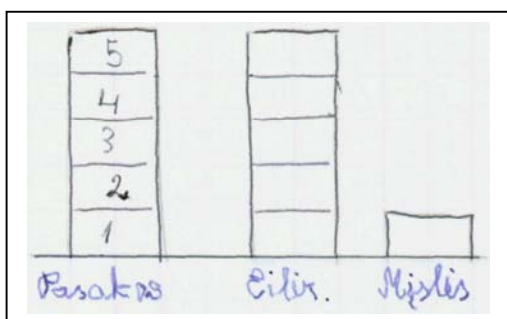
Paulius. Geriausia taip..., jis skaičiuoja kvadratus iki 18, vėliau tęsia skaičiavimą kitame stulpelyje....36,... tai bus du stulpeliai (žr. IV. 5 pav.)



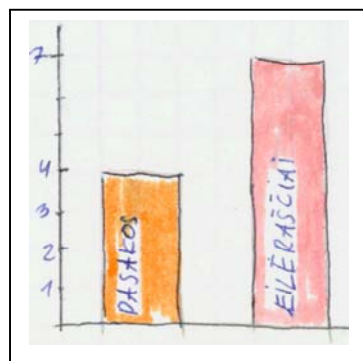
IV. 5 pav.

Kitos grupės mokiniai braižė tik vieną ašį, kurioje pateikti kokybiniai duomenys (žr. IV. 6 pav.).

Mokiniai dažnai žymėjo ašį, kurioje vaizduojami kiekybiniai duomenys, žymėjimą intervalais praleisdami kai kuriuos skaičius (žr. IV. 7 pav.). Kiti mokiniai liniuote arba be jos smulkiai žymėjo kiekvieną skaičių atitinkamoje ašyje (IV. 5 pav.).

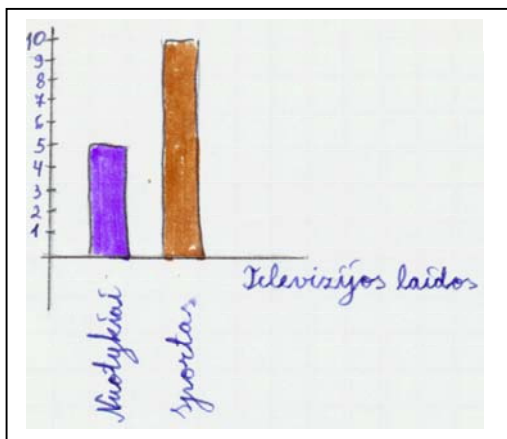


IV. 6 pav.



IV. 7 pav.

Vėliau, atliekant tyrimus duomenis mokiniams pavaizduoti sekėsi vis geriau, nes buvo išsiaiškintos klaidos, akcentuota, kad ašys ir diagrama turi turėti savo pavadinimus kad kiti galėtų tinkamai perskaityti pateiktą informaciją. Kai mokiniai užmiršdavo įvardyti ašis, per tyrimų pristatymą kitos grupės mokiniai užduodavo klausimų, susijusių su neįvardinta informacija (pvz., kokios televizijos laidas mokiniai žiūri dažniausiai (3 klasė, p. 14). Mokiniai Ox ašyje surašė laidų tipus, o Oy ašis palikta neįvardyta (*Marius paklausė: „O ką reiškia ten 5, 10...?“* (žr. IV. 8 pav.)). Tada tyrimo duomenis pristatė grupė patikslino: „*Tie skaičiai reiškia mokinių skaičių*“. Taigi vaikai vieni kitus kontroliuodavo, o darbo grupėse vis dažniau pasigirdavo tokių priminimų, kaip: „...parašyk pavadinimą, paskui vėl klausinės...“, „...dar beliko parašyti, kas ką reiškia“ ir pan. Dirbdami vaikai orientuojasi, kur kokius duomenis pateiks, tačiau kryptingoje ir sistemingoje veikloje jie įpratę pavaizduoti duomenis teisingai.



IV. 8 pav.

Iš pradžių mokiniams sunku buvo persiorientuoti nuo vieno stulpelinės diagramos pateikimo tipo prie kito (braižyti stulpelius vertikaliai ir horizontaliai). Mokiniams buvo pasiūlyta apklausti kitų dviejų trečių klasių mokinius apie sveikatos saugojimą, o duomenis pateikti horizontaliais stulpeliais (17 priedas).

Braižydami pagal surinktus duomenis diagramą, mokiniai naudojo mokymo priemonę, kurioje panašiai buvo pateikti duomenys.

Saulė. ...18 puslapyje yra viskas panašiai...

Vytas. ...žiūrėk, kur mano pirštas..., į knygą žiūrėk..., taip ir mes turime padaryti.

Kai stulpelinės diagramos kokybiniai duomenys būdavo pateikti Oy ašyje, daugelis mokinių darbo sąsiuvinius apversdavo palengvindami sau darbą. Vėliau jie įprato prie jiems nestandartinio vaizdavimo būdo.

Mokiniai mieliau renkasi duomenis vaizduoti stulpeline diagrama nei **linijine**. Tačiau vieno tyrimo duomenis jiems buvo pasiūlyta pavaizduoti linijine diagrama (17 priedas; 3 klasė, 23–2). Kiekvienas mokinys 20 min turėjo stebėti važiuojamąjį kelio dalį ir registruoti pravažiuojančių automobilių spalvas. Vėliau grupelėje sugrupavo duomenis ir pateikė linijine diagrama (pirmą kartą pateikėme diagramos šabloną). Tačiau kai kurie brėžė ne linijas, ne stulpelius, o tiesiog sudėjo taškus tarsi ruošdamiesi pateikti duomenis grafiku. Dirbdami mokiniai dažnai nesutardavo dėl duomenų vaizdavimo būdo:

Eglė. ...mes visą laiką žymėdavome stulpelius aukštytyn....

Vilma. ...tik čia reikia linijom, nes juk sakė, kad linijinė diagrama...

Aurimas. ...bet kodėl skaičiai surašyti apačioje?...

Paulius:atsimenate, kai ieškojom, kiek šeimai metų, ten panašiai pavaizduota buvo ... (Prieš kelias dienas mokiniams buvo pasiūlyta atlikti užduotį, kai reikėjo skaityti duomenis, pateiktus stulpeline diagrama, ir nustatyti, kiek kiekvienam šeimos nariui yra metų (17 priedas; 3 klasė, p.16). Tik joje stulpeliai buvo ne statmeni, o gulsti. Taip mokiniai sutapatino diagramas.)

Vilma ...,o tai kam sudėjai taškiukus?...čia ne grafikas.

Aurimas. ...grafikas bus tada, kai viską sujungsime.

Iš šio mokinių pokalbio aišku, kad neįprastas vaizdavimo būdas sukėlė sunkumų, kad jie yra įsisavinę grafiko braižymo įgūdžius.

Rengiant diagramas ir jas skaitant susipina žinios apie geometrijos pradmenis, koordinacių sistemą, planus, žemėlapius. Diagramų konstravimas – ilgas darbas, kartais sugaištama daugiau nei pusė pamokos, todėl kai kuriais atvejais galima pateikti diagramos schemą pažymint stulpelių vietą ir pan. Konstruodami diagramą be šablono mokiniai geriau geba:

- perskaityti diagramas;
- daryti išvadas, jas interpretuoti.

Stulpelių rekomenduojama nuo 3–6. Jau ketvirtos klasės mokslo metų viduryje mokiniai suvokė:

- stulpeliai ir juostos turi būti vienodo pločio;
- išdėstomi vienodais atstumais arba greta vienas kito;
- braižomi nuo pagrindo be pertrūkių;
- mastelio skalė prasideda nuliu;
- diagramas galima papildyti skaitmeniniais užrašais;
- stulpelio aukštis arba juostos ilgis turi atitikti pasirinktą mastelį.

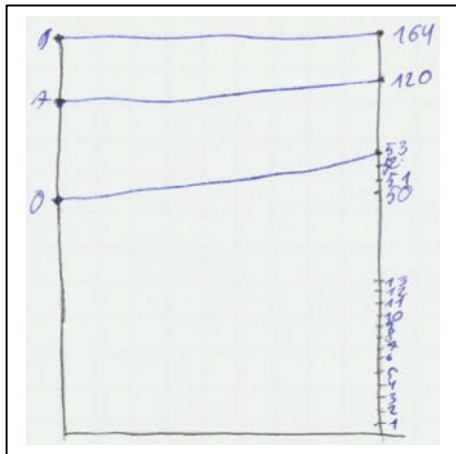
Visus šiuos gebėjimus mokiniai įgijo sistemingai dirbdami techninių gebėjimų lygmens užduotis kaitaliodami su pažintinių gebėjimų lygmens užduotimis.

Vaizdavimas grafiku. Kai reikėjo duomenis pavaizduoti grafiku, mokiniai be didesnių sunkumų susirado atitinkamas susikirtimo vietas ir sujungė gautus duomenis. Prieš tai jiems buvo pasiūlyta stebėti vienos savaitės oro temperatūrą ir ją pažymėti grafiku, kurio šablonas buvo pateiktas iš anksto (17 priedas; 3 klasė, 6, užd. 3). Ant vienos ašies pateikta oro temperatūra kas penkis laipsnius, o kitoje ašyje – savaitės dienos. Kitą tyrimą atlikę mokiniai turėjo patys duomenis pavaizduoti grafiku, kai šalia nebuvo jokio šablono (*rinko duomenis, kokio jie ūgio ir svorio buvo, ką tik gimę, kai pradėjo eiti į mokyklą, ir dabar*). Konstruojant grafikus išaiškėjo, kad:

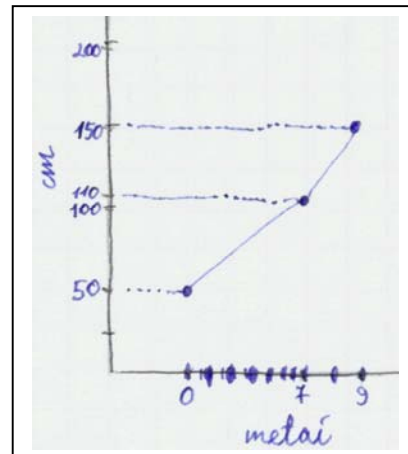
- trečios klasės mokiniai suvokia, kad duomenis vaizduojant grafiku reikalingos dvi ašys;
- mokiniai supranta, kad vaizduojant duomenų kitimo grafiką, būtina surasti abiejose ašyse atskaitos taškus;
- mokiniai nurodo ašių pavadinimus.

Išsamiau panagrinėjus mokinių darbus, matyti kai kurie netikslumai, taip pat išryškėjo tam tikri mokinių gebėjimai, kurie paprastai tyrimuose neakcentuojami. Vaido sudarytas grafikas (žr. IV. 9 pav.) rodo, kad dar berniukas nesuvokia, kaip galima ašyje atidėti atitinkamus duomenis, o pačias ašis suvokia kaip plokštumos kraštines.

Kiti vaikai pademonstravo geresnius gebėjimus, teisingai pasirinkę ašis, jose atidėjo tik reikiamus duomenis (žr. IV. 10 pav.).

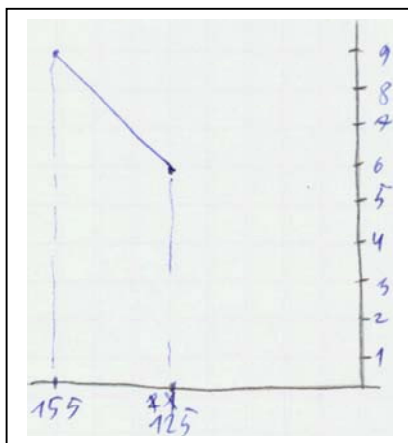


IV. 9 pav.



IV. 10 pav.

Kiti rinkosi ašį priešingoje pusėje nei buvo pateikta techninio lygmens užduotyse (žr. IV. 11 pav.).



IV. 11 pav.

Tuos pačius duomenis vaikai, dirbdami grupėmis vaizdavo viename grafike. Grupės pristatinėjo grafikus tokia forma, kuri jiems atrodė tinkamiausia. Kiekvienas vaikas įrodinėjo, kodėl reikia pateikti taip, kaip jis pateikia. Išryškėjo vaikų mąstymas. Tie, kurie neteisingai pavaizdavo, išmoko vaizduoti duomenis.

Emą. Mes turime pasidaryti kiekvienas sau po liniją...neįmanoma jų sujungti.

Vaidas: Aš manau..., nes jei mes nepadarysime jokios linijos, jie (mokiniai iš kitų grupelių) mūsų nesupras.

Šioje diskusijoje mokinys Saulius pabrėžia, kad kiekvieną atkarpą vertėtų įvardyti.

Saulius. Mes turime užrašyti ant kiekvienos linijos savo vardus...

Kęstas. Kodėl?

Saulius. O tai iš kur kiti žinos, kas, mažiausias...arba didžiausias...

Kęstas. Tai nejaugi niekas nemato, kad tu pats didžiausias?

Aistė. Tai iš kur tu gali žinoti, kokia aš buvau ką tik gimusi?

Kai mokiniai braižė kiekvienas pagal savo duomenis grafiką, tiek sunkumų neiškilo atidėti ašyje tam tikrus skaičius.

Darius. Arba parašom tuos skaičius ant brūkšnelio, kurie yra mūsų (duomenys, kokio ūgio buvo, kai gimė, kai pradėjo eiti į mokyklą ir dabartinis ūgis), arba apytiksliai vaizduojam.

Marius. Jeigu aš gimiau 53 cm, tai jau tikrai nebūsiu 50-ies cm..., tu nori save pasididinti.

Agnė. Darykim taip kaip Vyto ..., praleiskim šiek tiek ... čia pažymėk 48 cm ir iš eilės surašykim iki...iki kiek čia reikia?...iki 55 cm paskui vėl tiek praleiskim...gal su liniuote pamatuokim?

Laurynas. Nereikia liniuotės..., maždaug.

Agnė. Tai dabar pradėk nuo to skaičiaus, kas buvo mažiausias pirmoje klasėje...

Mokiniai suprato, kad kiekvienas linijos taškas turi dvi reikšmes (šiuo atveju metai ir ūgis). Šis supratimas reikalauja gebėjimo suvokti koordinates kaip atstumą tarp taško ant funkcinės linijos ir ašies ir suprasti šį atstumą kaip lygų atitinkamam atstumui ant kitos ašies.

Galima teigti, kad vaikai geba vaizduoti duomenis grafiku. Analizuojant eksperimento metu surinktą filmuotą medžiagą, pastebėta, kad darbas grupėmis arba poromis yra produktyvesnis. Dirbdami grupelėmis vaikai buvo priversti „maštyti garsiai“, išryškėjo duomenų vaizdavimo supratimas. Sunkiausia mokiniams buvo rasti sprendimą, kaip didesnius duomenis pateikti Ox ašyje. Per eksperimentą mokiniai vaizduodami duomenis grafiku, tik kai kuriais atvejais klydo, nes nerado atskaitos taško, o atlikdami konstatuojamojo tyrimo užduotis nesuvokė kryptių nesuvokimas, nerado atskaitos taško, negerai nustatė atstumą. Galima teigti, kad per eksperimentą techninių gebėjimų lygmens užduočių atlikimas davė pagrindus, o pažintinėje veikloje jie buvo įtvirtinti.

Trečios klasės pradžioje mokiniai naudoja asmenines analogijos schemas, ankstesnių samprotavimų prisiminimus (prieš tai atliktų užduočių schemas bando taikyti atlikdami naujas užduotis, pvz., prieš tai žymėję duomenis stulpeline diagrama, taip pat bando duomenis žymėti grafiku). Tačiau ketvirtoje klasėje mokiniai (ypač E3–4 klasių) stengiasi išigilinti į kiekvieną situaciją, panaudoti įgytas žinias, todėl analogijų panaudojimo nepastebėta.

Duomenis vaizduojant grafiku išryškėjo skirtumas tarp pradinių klasių mokytojų bei E3–4 ir E4 klasių mokinių ($p < 0,001$). Mokytojų teisingų atsakymų dažnis siekė 44,6%.

Vaizdavimas piktogramomis. Piktogramomis žymėti per tyrimą mokiniams reikėjo, kai jie mėtė monetas, o jų atsivertimą žymėjo sutartiniais ženklais (17 priedas; 3 klasė, p. 12, 3 užd.). Šiame tyrime sunkumų neiškilo. Mokiniams nebuvo sunku registruoti mašinų spalvas, kurias stebėjo prie važiuojamosios kelio dalies (17 priedas; 3 klasė, p. 23). Mokiniai džiaugėsi, kad nereikėjo braukyti po vieną brūkšnelį, kuri reiškė kiekvieną mašiną.

Agnė... aš būčiau nesusėjęsi brūkšniuoti, kai vienu metu pradėjo daug mašinų važiuoti..., kur kas geriau, kai po penkis (buvo pasiūlyta registruoti mašinas brūkšneliais, vienas brūkšnelis atitinkamai reiškė 5 mašinas).

Jonas. ... mano gatvė buvo labai didelė..., ten galėjau net ir po 10 žymėti....

Vytas. ... ne..., po 10 būtum pamiršęs...

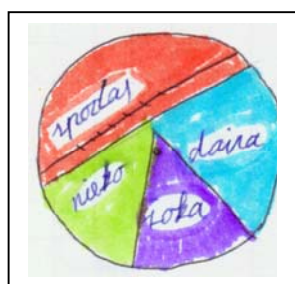
Mokiniais nebuvo sunku žymėti surinktus duomenis apie mėgstamus ledus, kai nupiešti keturi brūkšneliai ir jie nubraukti, išreiškiant penkis vienetus (17 priedas; 3 klasė, p. 24–2).

Ketvirtoje klasėje piktogramų vaizdavimas daugiausia nesukėlė sunkumų. Kaip minėta, statistikos užduotys yra sudėtinės, todėl klydimai pastebėti atliekant kitus veiksmus. Pavyzdžiui, 4 klasės 8 psl. užduotis reikalavo pavaizduoti vandenynų gylį stačiakampiais ir trikampiais, kurie atitinkamai reiškia šimtus ir tūkstančius. Mokiniai daugiausia klydo vaizduodami Atlanto vandenyno gylį, nes nupiešė vieno trikampio, t. y. vietoj 3900 m jie pavaizduodavo 3800 m. Jie arba netiksliai suskaičiuodavo juos piešdami, arba netiksliai perskaitydavo diagramą.

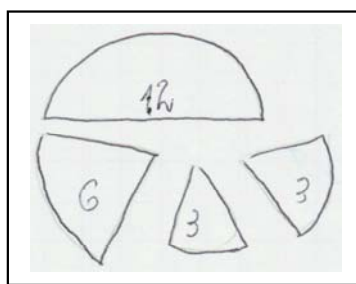
Vaizdavimas lentele. Trečios klasės mokiniai geba duomenis pateikti lentele, jiems tai pats lengviausias vaizdavimo būdas. 29-ame puslapyje esantis užduotis reikalavo surinkti duomenis apie klasės mokinių ūgį, metus, gimimo dieną, mėnesį, batų dydį, laikomus gyvūnus namuose, kiek minučių eina į mokyklą. Duomenis vaikai surašė į atitinkamus langelius. Kai kurie tuščius langelius nuspalvindavo motyvuodami, kad taip jiems lengviau matyti, kad neaugina nė vieno gyvūnėlio. Taigi mokiniai jau geba palengvinti sau duomenų skaitymą. Nors ketvirtoje klasėje duomenų pateikimas lentele buvo šiek tiek pasunkintas įtraukiant papildomų operacijų (pvz., perskaityti stulpeline diagrama pavaizduotus duomenis, pagal pateiktas piktogramas duomenis pavaizduoti lentele (18 priedas; p. 10)), tačiau sunkumų mokiniams nesudarė.

Pateikimas skrituline diagrama. Skrituline diagrama mokiniams pažymėti duomenis nėra sunku tada, kai reikia pažymėti kiekvieną duomenų dalį atskirai (skritulys sužymėtas į 24 dalis). Mokiniai pradėjo savo veiklas vaizduoti nuo mėgstamiausios, užmiršo daugiausia valandų skirti miegui, todėl darbo pabaigoje jiems pritrūko tuščių skritulio dalių ir teko darbą atlikti iš naujo. Taigi mokiniai įgijo patirties, kaip duomenis vaizduoti skritulio dalyse.

Pristatydami savo darbus, kitų grupelių mokiniai pastebėjo nelygiai padalytas ir neįvardytas skritulio dalis (žr. IV 12 pav.). Kita grupė sugalvojo duomenis pateikti atskirose skritulio dalyse (žr. IV. 13 pav.), motyvuodami, kad „taip geriau matosi“.



IV. 12 pav.



IV. 13 pav.

Mokiniai, kurdami diagramoms, lentelėms, grafikams pavadinimus, parodė sakytinės kalbos gebėjimus. Trečios klasės mokiniams sunku trumpai pavadinti atitinkamą tyrimą, tačiau jau trečios klasės pabaigoje jautėsi pažanga. Iš pradžių dažnai mokiniai pavadinimus pateikdavo klausimo forma („Kiek mokiniai turi knygų?“, „Ar tu rūpiniesi savo sveikata?“, „Kaip praleidai visą dieną?“ ir pan.) arba išvardydami iš eilės visus kintamuosius („Sveikatos saugojimas vaikystėje, kai sergi, paauglystėje, vidutiniame amžiuje, senatvėje“), vėliau gebėdavo suformuluoti tinkamą teiginį, kuris atspindėdavo jų vykdytą tyrimą ar eksperimentą.

Tie mokiniai, kurie eksperimente dalyvavo nuo trečios klasės, geba patys pasirinkti duomenų vaizdavimo būdą, žino, kad grafiku tinkamiausia vaizduoti duomenų kitimą bėgant laikui, skrituline diagrama – kokybinio požymio visų reikšmių dažnių pasiskirstymą. Stulpelinę diagramą (vertikalią, horizontalią) mokiniai rinkosi tada, kai norėjo palyginti požymio reikšmes pagal dažnius.

Trečios klasės mokslo metų viduryje pastebėta, kad atsiranda tam tikrų įgūdžių, tam tikrų pakitimų duomenų vaizdavimo procese:

- *Keičiasi veiksmo atlikimo būdas* (išnyksta nereikalingi judesiai. Kai kurie veiksmai, kurie anksčiau buvo atskirai atliekami, susilieja į bendrą aktą. Pamažu veiksmas pasidaro vientisas (diagramos stulpeliai spalvinami tada, kai juos visus pavaizduoja)).

- *Pakinta veiksmo kontrolė* (regimąją kontrolę pakeičia sensomotorinė: lietimasis ir judesiai tarsi pasako, ar teisingai padaryta. Atsiranda kontrolės orientyrų. Pavyzdžiui, mokiniai nustato atitinkamas padalas dažnius vaizduojančioje ašyje, nubrėžia diagramą, o vėliau įvardija diagramos stulpelius. Sąmoninga (apmąstymų) kontrolė tampa intuityvi (atsiranda teisinga nuojauta, kai mėtoma moneta ir spėjama, kuri pusė atvirs)).

- *Pakinta pagrindiniai veiksmo reguliavimo būdai* (iš pradžių dėmesį vaikai nukreipdavo į veiksmo atlikimo sąlygas, taisykles ir rezultatą (kelis kartus skaitydavo užduotį, nekildavo papildomų minčių jas atliekant)).

Anot O. Butkienės, A. Kepalaitės (1996), mokant vaikus matematikos, taip pat ir kitų dalykų, labai naudinga, kad mokiniai garsiai aiškintų, ką, kaip ir kodėl daro. Taip greičiau išmokstami atliekami veiksmai ir greičiau susiformuoja įgūdis.

Mokytojai, kurie dalyvavo eksperimente, pastebėjo, kad jų mokiniai išmoko bendradarbiauti: išklaudyti vienas kitą; kalbėti po vieną; nenukrypti nuo temos; suprasti, kad visų mintys yra svarbios.

Taip pat mokytojai įsitikino, kad mokiniai pasidarė savarankiškesni. Jų savarankiškumas pasireiškė pagal:

- *psichologinį kriterijų* (manipuliavimas pačių daiktų lygmeniu; kalbos lygmeniu; mąstymo lygmeniu);

- *psichodidaktinį kriterijų* (percepsine veikla (klausymas, stebėjimas); simboline veikla (pavaizdavimas, pažymėjimas, plano sudarymas);
- *didaktinį kriterijų*: informacijos rinkimas ir apdorojimas (stebėjimas, skaitymas, klausymas, eksperimentavimas); įgūdžių ir mokėjimų formavimas pratybų metu; žinių, mokėjimų ir įgūdžių pritaikymo kontrolė (uždavinių sprendimas, veiksmų aprašymas, projektų sudarymas).

I. Donielienė, R. Macaitienė (2001), A. Kiseliovas, D. Kiseliova (2004) teigia, kad žinioms įsisavinti nemažą įtaką turi užduočių turinys. Kaip minėta, užduočių rinkinio 3–4 klasių mokiniams turinys suskirstytas pagal taikymo sritis: socialinio, gamtos, geografijos, ekonomikos, sporto turinio ir matematinio modelio (užduotys, orientuotos į atskirų procedūrų, operacijų mokėjimą ir jų atlikimo įgūdžių formavimą, pvz., atlikti sudėties veiksmą ir atsakymą įrašyti į atitinkamą langelį arba pavaizduoti diagrama (3 klasė, p. 5)). Eksperimento techninių gebėjimų lygmens užduočių atlikimas buvo tikrintas pagal taikymo sritis. Hipotetiškai buvo teigta, kad matematinio modelio uždutys mokiniams sukels sunkumų nei kito turinio uždutys. Trečioje ir ketvirtoje klasėje matematinio modelio uždutys buvo atliktos prasčiau nei kitos ($p < 0,01$) (žr. IV.9 lent.). Trečios ir ketvirtos klasės mokiniams lengviausios ir įdomiausios buvo socialinio turinio uždutys.

IV. 9 lentelė

Kai kurių teminių sričių palyginimas su matematinio modelio užduočių atlikimu ($p < 0,01$)

Turinio komponentas (teminė sritis)		Teminės sritys			
		Socialinė	Gamta, geografija	Ekonomika	Sportas
3 klasė	Matematinio modelio	$\chi^2 = 17,5$	$\chi^2 = 16,8$	$\chi^2 = 8,6$	$\chi^2 = 9,3$
4 klasė		$\chi^2 = 22,5$	$\chi^2 = 18,1$	$\chi^2 = 10,5$	$\chi^2 = 12,1$

Tuo pačiu tyrimu norėta sužinoti, ar užduties etapų skaičius lemia užduties su statistikos ir tikimybių teorijos elementais atlikimo kokybę. Kaip minėta, uždutys buvo išskirstytos į: turinčias 1 etapą, 2–5, 6–10, 11 ir daugiau etapų. Reikšmingų skirtumų tarp etapų nepastebėta, išskyrus kai kurias uždutis, turinčias 11 ir daugiau etapų. 11 ir daugiau etapų užduočių atlikimo rezultatai geresni nei kitų užduočių tada, kai visuose etapuose reikia atlikti tą pačią procedūrą (pvz., perskaityti diagramoje pateiktus duomenis (17 priedas; 3 klasė, p. 3-2). Užduočių, kurias sudarė 11 ir daugiau etapų ir reikėjo atlikti daugiau procedūrų (pvz., perskaityti piktograma užkoduotus duomenis iš stulpelinės diagramos, surūšiuoti ir užpildyti lentelę), atlikimo rezultatai buvo prastesni nei kitų (17 priedas; 3 klasė, p. 10-1; 18

priedas; 4 klasė, p. 3). Nors ketvirtos klasės mokslo metų pabaigoje daugiau etapų nesudarė sunkumų, vis dėlto, kai nemaži procedūrų, mokiniai daro neatidumo klaidų.

Apibendrinus galima teigti, kad pradinių klasių mokinių statistiniai gebėjimai yra dinamiški. Mokinių gebėjimų kokybė keičiasi įvairiomis kryptimis (ir gerėja, ir blogėja). Rasti mokinių statistinius gebėjimus lemiančias sąlygas, šalinti neigiamas ir stiprinti teigiamas – vienas pagrindinių didaktikos uždavinių.

Tiriant mokinių statistinių gebėjimų tendencijas techninių gebėjimų lygmens aspektu nustatyta, jog šios tendencijos įvairiose imtyse (bazinės imties mokiniai, eksperimente dalyvaujančių nuo trečios klasės mokinių imtis (E3–4) ir eksperimente dalyvaujančių nuo ketvirtos klasės mokinių imtis (E4)) nevienodos. Pažymėtinos trys kryptys:

- 1) statistiniai gebėjimai lieka beveik to paties lygio (nevienodi, šokinėjantys) (bazinė imtis);
- 2) statistiniai gebėjimai truputį gerėja, o penktoje klasėje ryškus šuolis žemyn (E4);
- 3) statistiniai gebėjimai gerėja (E3–4).

Vadinasi, statistinių gebėjimų ugdymas yra ne vienalytis reiškinys. Tolesnis mokymasis mokykloje veikia mokinių anksčiau įgytus gebėjimus. Amžiaus ypatumai taip pat ne absoliučiai determinuoja mokinių gebėjimų tendencijas. Netolygiam statistinių gebėjimų ugdymui(-si) nustatyti (įvairių imčių aspektu) pagrindinis faktorius yra ugdymo turinys, ypač mokomojo turinio paskirstymas per keletą mokslo metų.

Eksperimente dalyvavę mokiniai nuo trečios klasės, nesvarbu koks mokomasis dalykas, „praktikuodavo“ vis anksčiau įgytomis žiniomis vėlesniame ugdymo procese, toliau studijuodami tuos pačius statistikos elementus, kai į techninių gebėjimų lygmens užduotis įtraukiami pažintinio lygmens elementai arba atvirkščiai. Kartojant anksčiau įgytas žinias tuo pačiu lygiu arba iš viso prie jų negrįžtant, šios žinios iš dalies atmintyje išlaikomos, užmiršamos arba jos negilėja.

Mokinių statistinių gebėjimų ugdymas(-sis) yra procesas, o ne vienkartinis aktas. Jis vyksta įsisavinant mokomųjų dalykų turinį per keleta mokslo metų, todėl eksperimente dalyvavusių nuo ketvirtos klasės mokinių statistiniai gebėjimai šiek tiek didėjo, tačiau penktoje klasėje pasireiškė ryškus šuolis žemyn. Kaip matyti, didelį vaidmenį vaidina apgalvotos mokymo programos, vadovėliai, kurių turinyje turi atsispindėti vientisa gebėjimų sistema.

Išanalizavus sąlygas, lemiančias mokinių statistinių gebėjimų tobulėjimą techninių gebėjimų lygmens aspektu, galima teigti, kad jų ugdymo(-si) tendencijas sąlygoja mokomojo turinio sistemingumas, šių gebėjimų „praktikavimas“ tolesniame ugdymo procese, ypač nuoseklus žinių sistemos pildymas, jos gilinimas tolesniame procese tiek mokant(-is)

matematikos, tiek kitų mokomųjų dalykų mokomojo turinio rėmuose, laikantis dalykų ryšių principo ir plečiant pažintinę veiklą.

IV.3. Pradinių klasių mokinių gebėjimas atlikti matematinės operacijas

Pradinių klasių matematikos vadovėliuose pateikta užduočių, kuriose siūloma duomenis apvalinti ir klasifikuoti. Kaip mokiniai geba duomenis apvalinti ir klasifikuoti, tikrinti testais ketvirtos klasės mokslo metų pabaigoje ir penktos klasės mokslo metų pradžioje. Pirminiai įverčiai pateikiami 31 priede. Kitos matematinės operacijos (vidurkio skaičiavimas, veiksmai su procentais ir tikimybių teorijos elementais) bus aptariami vėliau.

Pateikti duomenys rodo, kad ketvirtoje klasėje eksperimente dalyvavusiems mokiniams (E3–4 ir E4) **apvalinti duomenis** sekėsi puikiai. Šių mokinių rezultatai kur kas geresni nei bazinės imties mokinių ($p < 0,01$). Penktos klasės mokslo metų pradžioje skirtumai išryškėjo tarp E3–4 ir E4 klasių mokinių ($p < 0,001$), E3–4 ir bazinės imties klasių mokinių ($p < 0,01$) bei E4 ir bazinės imties mokinių rezultatų ($p < 0,01$). Rezultatai itin blogėja tų mokinių, kurie eksperimente dalyvavo nuo ketvirtos klasės.

Metodinės pastabos. Eksperimento metu trečioje klasėje duomenis apvalinant mokinius klaidino sąvoka „apytiksliai“ ir ne iki galo suvokti skaičių apvalinimo metodai⁵, todėl atliekant šią užduotį 33% mokinių padarė klaidų. Supažindinti su sąvokomis „apytiksliai“, „tiksliai“, „apvalinimas“ reikėtų ne vien atliekant matematinio modelio užduotis, nes buvo sulaukta daug mokinių klausimų „o kam iš viso reikia skaičiuoti duomenis apytiksliai“. Kai mokiniai sužinojo, kad jokie matavimai negali būti atlikti visiškai tiksliai (visų pirma net matavimų matai paprastai naudojami su paklaidomis), jie pastebėjo praktinį naudingumą: „apvalinant maisto kainas galima sužinoti, kiek apytiksliai reikės sumokėti“, „apytiksliai skaičiuojant galima sutaupyti darbo ir laiko“. Kai mokiniai suvokė praktinį reikšmingumą ir įvaldė duomenų apvalinimo metodiką, atlikdami užduotis praktiškai neklydo.

Apvalinant duomenis skirtumas išryškėjo tarp mergaičių ir berniukų, kurie mokėsi E3–4 klasėse ($p < 0,01$; $\chi^2 = 7,82$). Mergaičių rezultatai geresni nei berniukų (teisingai atliktos užduoties dažnis 75,8%). Kaip matyti, mokinių rezultatai apvalinant duomenis yra kur kas geresni nei pradinių klasių mokytojų (3.3 skyrelis). Mokytojų teisingų atsakymų dažnis siekė 7,7%.

Nuo mažens vaikai pratinami **klasifikuoti** įvairius aplink juos esančius daiktus. Pradinės mokyklos Bendrosios programos (2003) siūlo klasifikuoti pagal vieną, o vėliau – pagal kelis

⁵ Jeigu pirmasis iš apvalinant atmetamų skaitmenų yra 5 arba didesnis, tai prieš jį paliekamas skaitmuo papildinamas vienetu (pvz., 4857 – 4860 arba 4900).

požymius. Klasifikuodami duomenis, kurie yra pateikti įvairiais būdais (lentele, diagrama ir pan.), mokiniai ne tik ugdo gebėjimą klasifikuoti, bet ir susipažįsta su įvairiais jų pateikimo būdais, mokosi skaityti duomenis.

IV.13 lentelės duomenų analizė leidžia teigti, kad pradinių klasių mokinių neugdomas gebėjimas klasifikuoti, nes ketvirtos klasės mokslo metų pabaigoje rezultatai bazinės imties mokinių yra labai prasti. Šių gebėjimų trūkumą liudija ir penktos klasės rezultatai, kurie tendencingai prastėja. Ketvirtoje klasėje išryškėjo esminis skirtumas tarp:

- E3–4 ir bazinės imties mokinių rezultatų ($p < 0,0001$);
- E4 ir bazinės imties mokinių rezultatų ($p < 0,0001$).

Penktoje klasėje E4 klasių mokinių rezultatai prastėja (skirtumas tarp E3–4 ir E4 – $p < 0,01$), o E3–4 klasių mokinių rezultatai išlieka nepakitę.

Metodinės pastabos. Eksperimentinėje mokomojoje medžiagoje visos užduotys su klasifikavimo elementais pateiktos kaip sudėtinės, kurios reikalauja papildomų gebėjimų (prieš tai „išskaityti“ duomenis ir pan.).

Pradinių klasių mokiniai geba klasifikuoti įvairius duomenis, tačiau išryškėjo keletas klaidų. Nenuostabu, kad duomenis klasifikuoti pagal vieną požymį yra daug paprasčiau nei pagal kelis. Šį teiginį iliustruoja trečioje klasėje atliktos užduotys, pvz., 13 psl. esanti užduotis (17 priedas), kai iš pateiktų aprašymų reikia nurodyti augalus, kuriuos galime ilgiausiai rinkti, pažymėti mėnesius ir metų laikus, kada renkamos vaistažolės. Pagal atitinkamą klausimą mokiniai iš lentelės suranda tinkamą atsakymą. Atlikdami šią užduotį, mokiniai gali pasikartoti, kokie mėnesiai priklauso įvairiems metų laikams, iš pateiktų paveikslėlių sužino, kokie augalai yra vaistingieji ir kada bei kokios stadijos juos galima rinkti. Nors ši užduotis nebuvo sunki, tačiau ją teisingai atliko 48,7% mokinių. Kiti, atsakydami į klausimą, *kokius augalus galima rinkti ilgiausiai*, nepastebėjo, kad vieni augalai yra renkami birželio ir liepos mėnesį, o kiti – nuo birželio pabaigos ir liepos mėnesį. Galima manyti, kad trečios klasės mokiniai dar nevysiškai suvokia laiką, sutapatina birželio mėnesį su birželio mėnesio pabaiga. Atsakinėdami į klausimą, *nuo kokio iki kokio mėnesio galime rinkti vaistažoles*, mokiniai painiojo sąvokas „dažniausiai“ ir „ilgiausiai“. Matydami, kad dažniausiai augalai renkami iki rugpjūčio mėnesio, jie taip ir pildė, nepastebėjo, kad kai kuriuos augalus galima rinkti ir rugsėjo mėnesį. Galime teigti, kad mokiniai ne vien painioja minėtas sąvokas, bet dar neturi tvirtų duomenų skaitymo įgūdžių, ne iki galo išstudijuoja, kas yra pateikta.

Klasifikuojant duomenis išryškėjo, kad trečios klasės mokiniai neskiria sąvoką „populiariausias“, tapatina ją su sąvoka „daugiausiai“ (17 priedas p. 19). Kai reikėjo surašyti televizijos laidų pavadinimus pagal populiarumą, mokiniai iš karto pastebėjo, kad populiariausia ta laida, kurią žiūri daugiausia žiūrovų. Teisingai šią užduotį atliko 51,3%

mokinių. Kitų pagrindinė klaida ta, kad jie, klasifikuodami laidas pagal populiarumą, pradėjo rašyti nuo mažiausiai populiarios ir rašė didėjimo tvarka, nors pateikta numeracija siūlė pradėti rūšiuoti nuo populiariausios.

Daugiausia klaidų trečios klasės mokiniai padarė klasifikuodami pagal kelis požymius (17 priedas; p. 21). Šioje užduotyje buvo pateiktas eilėraštis, trumpus balsius reikėjo nuspalvinti žaliai, ilguosius – mėlynai, dvibalsius – raudonai, priebalsius – geltonai. Vėliau juos suskaičiuoti ir atskiromis spalvomis pavaizduoti stulpeline diagrama. Iš dalies ši užduotis sudėtinė. Buvo kreiptas dėmesys, kaip jie moka klasifikuoti parinkdami tinkamą spalva. Praktiškai visi vaikai teisingai pažymėjo balsius, dvibalsius ir priebalsius. Sunkiausiai jiems sekėsi suskaičiuoti, kiek ir kokių jų yra. Diagrama pavaizduoti šiuos skaičius nesudarė didesnių sunkumų, nes ji buvo pateikta aiškiai (įvardytos ir sunumeruotos ašys, surašyti atitinkamose vietose požymiai). Teisingai šią užduotį atliko 28,2% mokinių, likusieji trumpus ir ilgus balsius dažniausiai diagramoje pateikdavo kartu, neskirstė juos į ilguosius ir trumpuosius, nors diagramoje nurodyti atskiri stulpeliai. Mokiniai patys juos dar kartą suklasifikavo, nors užduoties sąlyga to nereikalavo. Kita dalis mokinių painiojo spalvas, vietoj raudonos spalvos, skirtos žymėti dvibalsiams, jie naudojo geltoną arba atvirškščiai. Galima teigti, kad klaidų skaičius priklausė nuo nemažai požymių.

Mokiniai klasifikuodami disponuoja suvokiamais ženklais (pagal atitinkamą paveikslėlį randa jo požymius). Trečios klasės vadovėlio 27 puslapio užduotis (17 priedas) reikalavo, kad mokiniai surastų atitinkamos spalvos, formos, simbolio kelio ženklus ir juos suskaičiavę pateiktų piktograma. Kadangi ši užduotis buvo atliekama mokslo metų pabaigoje, mokiniai puikiai žinojo, kad keturi perbraukti pagaliukai reiškia penkis, o neperbraukti – tą skaičių, kiek jų yra. Buvo pateikta 17 kelio ženklų, kiekvienas jų turėjo bent po kelis požymius, kuriuos reikėjo atpažinti. Pagrindinė klaida, kurią darė mokiniai buvo ta, kad jie, išrinkę po vieną požymį, nepastebėdavo, kad tas pats kelio ženklas yra ir raudonas, ir stačiakampis. Kiti ženklai turėdavo ir tris požymius. Galime teigti, kad mokiniai dar nesuvokia, kad tas pats daiktas gali turėti ne vieną požymį. Teisingai atlikusių šią užduotį buvo 28,2% trečios klasės mokinių.

Ketvirtoje klasėje atlikdami užduotį, kai reikėjo klasifikuoti augalus, kurie turi kelis požymius (18 priedas; p. 24–25), mokiniai darė mažai klaidų (teisingai atliktos užduoties dažnis – 73,1%). Likusieji darė neatidumo klaidų, prie atitinkamų požymių išvardydami ne visus augalus.

Ketvirtos klasės E3–4 klasės mokinių veikloje galima buvo pastebėti kompleksinius klasifikavimus, kai objektai grupuojami remiantis kelias požymiais (18 priedas; p. 24–25). Klasifikuojant augalus mokiniams reikėjo atlikti išsamią požymių analizę, išskirti bendrus

(būdingus) įvairių augalų požymius. Atlikdami šią užduotį, daug mokinių taikė sintetinį apibendrinimą.

Pradinių klasių mokiniai įpratę klasifikuoti duomenis, kurie išreikšti skaičiais (išrinkti didesnius skaičius, surašyti didėjimo tvarka ir pan.), tačiau vadovėliuose, pratybų sąsiuvinuose labai nedaug užduočių, kur galėtų klasifikuoti realius duomenis, kurie pateikti įvairiais būdais.

Objektų grupavimas pagal vieną požymį išryškino mokinių naudojamus sinkretinius junginius. Tai, pasak J. Piaget (1997), viena būdingiausių vaiko mąstymo ypatybių, pasireiškianti tuo, kad vaikas žaisdamas sieja tik išoriškai vienus su kitu susijusius, greta esančius skirtingus objektus.

Pastebėta, kad ketvirtoje klasėje vaikai atlieka diferenciaciją⁶ (pvz., stebėdami, kad tą patį augalą galima rinkti tris mėnesius, prieina prie išvados, kad tai ilgiausiai renkamos vaistažolės; arba žuvis šamas, kurio ilgis gali siekti nuo 1 iki 4 metrų, klasifikuojant gali būti priskiriamas ir prie žuvų, kurių ilgis 1–2 m, ir – prie žuvų, kurių ilgis 2 m ir daugiau (4 klasė, p. 13)).

Vidurkis. Aritmetinis vidurkis yra pagrindinė statistikos sąvoka, o kartu jam skaičiuojant reikia pritaikyti skaičiavimo algoritmą (Cai, 1998; Strauss & Bichler, 1988; Mokros & Russell, 1995; Watson & Moritz, 2000). Vidurkis naudojamas aprašyti ir suprasti duomenims, jiems apibendrinti ir palyginti. Norint gerai suvokti aritmetinį vidurkį, būtina suprasti skaičiavimo algoritmo ir statistinių sąvokų santykį (Cai, 2000). Būtent vidurkiui suprasti reikalinga: 1) procedūrinės žinios apie algoritmą; 2) sąvokinis (abstraktus) algoritmo supratimas 3) abstraktus vidurkio sąvokos supratimas aprašant, suprantant ir lyginant duomenis. Suprasdami vidurkio apskaičiavimo algoritmą, mokiniai turėtų gebėti tinkamai jį naudoti įvairiose situacijose.

Anot C. Batanero (2003), mokiniai, gebantys apskaičiuoti vidurkį ir suprantantys jo reikšmę, sugeba daryti išsamesnes išvadas. J. Godino, C. Batanero (1994, 1997) siūlo šalia vidurkio sąvokos vartoti sąvoką *vidutiniškai*, nes mokiniai pastarąją dažniau vartoja savo šnekamojoje kalboje.

A. Pollatsek, S. Lima, A. Well (1981), Z. Mevarech (1983) atliko eksperimentus su vaikais, kur jie daro pagrindines klaidas. S. Strauss, E. Bichler (1988), C. Carvalho (2001) tyrė, kokias klaidas daro apskaičiuodami vidurkį, modą, medianą. L. Gattuso, L. Brunelli (2000) studijavo konteksto efektą sėkmingam vidurkio skaičiavimui. J. Watson, J. Moritz (2000) tyrinėjo, kada vaikai painioja sąvokas *vidurkis*, *mediana*, *moda*. C. Reading (2002a)

⁶ Procesas, kai mokinyms atlieka veiksmus ir analizuodamas jų rezultatus, išmoksta išskirti tai, kas svarbu toliau mokantis ar sprendžiant problemą.

trumpai apibūdino įvairaus amžiaus vaikų vidurkio supratimą, kuris, kaip autorius teigia, yra dalis statistinio samprotavimo. Minėti mokslininkai sunkiai apibūdina amžių, nuo kada gali būti pradama formuoti statistinio samprotavimo sąvoka „vidurkis“.

Šiuo tyrimu norėta patikrinti, kaip mokiniai geba apskaičiuoti vidurkį ir kaip suvokia jo panaudojimą praktiniame kontekste.

Trečios klasės mokiniams pristačius vidurkio apskaičiavimo taisyklę, ji pasirodė gana lengva. Iš pradžių siekta, kad mokiniai įgytų procedūrinių gebėjimų, o tik vėliau stebėta minėtos sąvokos raiška mokinių veikloje. Trečios klasės mokiniai, atlikdami užduotį (17 priedas; p. 21), turėjo apskaičiuoti, kiek vidutiniškai mokinių savo gimimo dieną švenčia žiemą. Šią užduotį teisingai atliko 51,3% mokinių. Kitiems sunkumų sukėlė duomenų skaitymas iš lentelės. Kadangi duomenys pateikti nuo pirmo iki dvylikto mėnesio, 13% mokinių skaičiavo tik sausio ir vasario mėnesio duomenų vidurkį, užmiršdami, kad gruodis taip pat yra žiemos mėnuo. Negalime sakyti, kad trečios klasės mokiniai neskiria metų laikų ir nežino, kokie mėnesiai juos sudaro, jiems tiesiog trūksta duomenų skaitymo įgūdžių. Jeigu duomenys būtų pateikti eilute, ko gero klaidų būtų mažiau. Kita dalis mokinių (35,7%), sudėję trijų mėnesių duomenis, juos dalydavo per pusę. Tai parodo, kad mokiniai gerai neįsisavino vidurkio skaičiavimo algoritmo, „vidurkio“ sąvoką sieja su sąvoka „vidurinis“.

Ketvirtoje klasėje išryškėjo skirtumas tarp eksperimente dalyvaujančių klasių (E3–4 ir E4) ($p < 0,01$). Mokiniai, kurie ketvirtoje klasėje įsitraukė į eksperimentą, atlikdami visas užduotis darė tas klaidas, kurios aprašytos trečioje klasėje, o E3–4 klasių mokiniai daugiau darė aritmetinių klaidų, nei painiojo sąvokas. Ketvirtoje klasėje mokymo(-si) procese paaiškėjo, kad kai kurie mokiniai skaičiuodami vidurkį praleidžia tuos duomenis, kurie kartojasi kelis kartus (E3-4 klasių mokinių klaidas dariusių dažnis 14%, o E4 – 27%). Esminis skirtumas išryškėjo tarp pradinių klasių mokytojų ir E3–4 bei E4 klasės mokinių ketvirtos klasės mokslo metų pabaigoje atliktos užduoties rezultatų ($p < 0,01$). Pradinių klasių mokytojų, teisingai atlikusių vidurkio apskaičiavimo užduotis, buvo 36,2%, E3–4 – 90,2%, o E4 – 80,1%.

Šių ir kitų užduočių analizė leidžia teigti, kad ketvirtos klasės mokiniai gerai geba apskaičiuoti vidurkį, suvokia, kuriems duomenims gali pritaikyti skaičiavimo algoritmą.

Pastaraisiais metais įvairių šalių mokslininkai (Fischbein, 1975; Fischbein & Schnarch, 1997; Shaughnessy, 1981) plėtė žinias apie *tikimybinį* samprotavimą (kaip minėta, kiekviena užduotis su tikimybių teorijos elementais ugdo tikimybinį samprotavimą). Tačiau jų tyrinėjimuose pagrindinis dėmesys skiriamas gana specifinėms sąvokoms, tam tikrų amžiaus grupių vaikams ar suaugusiųjų samprotavimui. Svarbūs kai kurie australų mokslininkų tyrinėjimai (Truran, 2001) nustatant ir išsiaiškinant specifines tikimybių sąvokas. JAV (Jones, Langrall, Thornton & Mogill, 1997, 2000) ir Australijos mokslininkai (Watson, Collis &

Moritz, 1997) prisidėjo kuriant bendrą tikimybinio mąstymo raidos sistemą. Iš atliktų tyrimų analizės galima teigti, kad nėra užbaigtos ir nuoseklios tikimybinio samprotavimo raidos teorijos, kuria galėtų remtis mokymo programų sudarytojai ir mokytojai. Iš tiesų vis dar ginčijamasi dėl užduočių pateikimo tipų.

Akivaizdu, kad tikimybinis samprotavimas susijęs su kognityvine raida ir kad vaikai pereina tam tikrus etapus, kol įgyja gebėjimą priimti matematiškai tinkamus sprendimus situacijose, susijusiose su tikimybe. Tačiau mokslininkų nesutarimai verčia manyti, kad vis dar nėra tikslaus tikimybinio samprotavimo aprašymo.

Daugelyje šiuolaikinių matematikos pedagoginių tyrimuose aprašoma, kad svarbiausia yra mokinių veikla, kurioje atsiskleidžia tikimybinio samprotavimo strategijos. Supratus mokinių naudojamų strategijų įvairovę, aiškėja hierarchijos ir sistemos, žyminčios strategijų, susijusių su matematikos sąvokomis ir gebėjimais, raida. Šios sistemos vėliau gali būti naudojamos mokymo veikloje, kuri skatina efektyvių strategijų raidą. Tikimybių srityje vaikų naudojamos strategijos nėra pakankamai aprašytos ir susistemintos.

Akivaizdu, kad egzistuoja aiškus poreikis ištirti mokinių tikimybinio samprotavimo strategijas nagrinėjant matematinius tikimybių komponentus: įvykius su pasikartojimais ir be jų, vienodo ir nevienodo tikėtinumo baigtis, kad nustatytume ir pagrįstume ugdymo turinį minėtais aspektais. Siekiant nustatyti individualius vaikų samprotavimo modelius, būtinas informacijos gavimo būdas yra interviu, kai vaikas turi galimybę fiziškai sąveikauti su atsitiktiniais generatoriais ir kalbėti apie tai, ką jie patys daro ir mąsto (Way, 2003). Nustatant statistinių gebėjimų ugdymo turinį tikimybių teorijos elementų mokymo aspektu, buvo kreipiamas dėmesys, ar pradinių klasių mokiniai geba pasirinkti tinkamas strategijas veiklos metu? Jei taip, tai kokias strategijas vaikai naudoja priimdami sprendimus, atlikdami įvairių tipų tikimybių užduotis? Būtent užduotis, susijusias su:

- įvykiais su pasikartojimais;
- įvykiais be pasikartojimų;
- vienodo tikėtinumo baigtimis;
- nevienodo tikėtinumo baigtimis.
- įvykių tikimybės nustatymu.

Visi išvardyti aspektai leis pagrįstai nustatyti, kokius tikimybių teorijos elementus pradinių klasių mokiniai geba įsisavinti.

Trečioje klasėje pirmiausia buvo atliekamos reprezentacinio tipo (mintinio eksperimento forma) užduotys su tikimybių teorijos elementais, tačiau šių užduočių atlikimo dažnis vidutiniškai siekė 26,9%. Pirmąją užduotį (17 priedas; p. 25, užd. 3) mokiniai atliko geriau nei antrąją (17 priedas; p. 25, užd. 4) (atitinkamai 35,9% ir 17,9% teisingų atsakymų).

Mokiniais lengviau nustatyti įvykio tikimybę, kai baigtys yra vienodai tikėtinos (17 priedas; p. 25, užd. 3) Atliekant šią užduotį reikėjo nustatyti tikimybę, kad pasukus rodyklę ji atsisuks ties raudona spalva, kai skritulys yra padalytas į tris lygias dalis ir nuspalvintas trimis skirtingomis spalvomis (raudona, mėlyna, žalia). Vieni mokiniai tikimybę bandė išreikšti skaičiais, užrašydami žodžiu „viena“ arba skaitmeniu „1“, kiti – tiksliai išreiškė ją kiekybiškai. Buvo ir tokių, kurie užrašė, kad tikimybė yra vienoda. Galime teigti, kad šie mokiniai (tiek mergaitės, tiek berniukai) suvokia apie galimą baigtį, bet nesugeba jos tiksliai išreikšti. Užduotys, kai reikėjo nustatyti tikimybę, kur baigtys yra nevienodai tikėtinos, sudarė daugiau sunkumų (17,9% teisingų atsakymų) (17 priedas; p. 25, užd. 4). Šioje užduotyje apskritimas buvo padalintas į penkias lygias dalis, iš kurių trys nuspalvintos žaliai, o kitos dvi – kitomis spalvomis. Mokinių buvo klausama „*kokia tikimybė, kad rodyklė pasisukusi sustos ties žalia spalva?*“ Mokiniai pateikė įvairių atsakymų: „didesnė tikimybė“, „trys iš penkių“, „ $1/3$ “, „ $3/5$ “.

Pastebėta, kad šio tipo užduotis mokiniai atlieka prastai, todėl kitos užduotys su tikimybių teorijos elementais buvo pateiktos tiriamojo pobūdžio (patys mokiniai vykdė eksperimentus: sukio kelis kartus rodyklę, prieš tai užrašė spėjimo spalvas (pirminė intuicija), mėtė monetas, kauliukus, traukė spalvotus kamuoliukus). Šio tipo užduotys leido fiksuoti kur kas geresnius E3–4 klasės mokinių rezultatus ketvirtoje klasėje.

Pradinės mokyklos matematikos mokymo koncepcijose (Kiseliovas, Kiseliova, 2002; Balčytis, 2003) siūloma ketvirtoje klasėje, pasitelkus atsitiktinius dydžius iš vaiko aplinkos vykdyti eksperimentus: ridenti žaidimų kauliuką ridenimas, mėtyti monetas, kamuoliuką, strėles, fiksuoti rezultatus ir sudaryti diagramas, gautus rezultatus lyginti, formuluoti išvadas. Tyrimo rezultatai leidžia teigti, kad mokiniai tokių veiklų neatlieka.

Apibendrinus galima teigti, kad šiame amžiuje, nepanaudojant aktyvios veiklos galimybių, mokiniams būdingas *netikimybinis samprotavimas* (minimalus atsitiktinumo supratimas, pasikliovimas vizualiu palyginimu, nesugebėjimas nustatyti tikėtinumą). Šiame etape mokiniams būdingas neišsamus atsitiktinumo sąvokos supratimas, pvz., „*kai pasuksime rodyklę arčiau manęs, tikriausiai bus raudona*“). Taip pat nėra aiškaus ryšio tarp pavyzdžių grupės struktūros ir tam tikrų įvykių tikėtinumo („*nes tai gera spalva. Kartais tai gėlių spalva*“). Nors mokiniai suvokė, kad tam tikra spalva turi būti pavyzdžių grupėje, kad gautume atitinkamą rezultatą, tačiau jie nesuprato, kad pavyzdžių grupėje turi visiškai nebūti tos spalvos, kad rezultatas būtų neįmanomas. Tai reiškia, kad mokiniai nesuvokia, jog netgi mažiausiai tikėtinas įvykis gali įvykti. Lyginant dvi spalvų pavyzdžių grupes, buvo pateikiamos netinkamos priežastys, aiškinančios tam tikrą pasirinkimą („*nes aš ištraukiau tą pačią spalvą anksčiau*“).

Atliekant eksperimentus trečios klasės mokslo metų pabaigoje, ryškėja, anot J. Way (1980), „atsirandantis tikimybinis samprotavimas“. Mokiniai jau atpažįsta įvykių grupės struktūrą, nustato tikimybę, remiantis vizualiu palyginimu. Šiame etape mokiniai parodė, kad atpažįsta atsitiktinumą ir jo ryšį su tikėtinumu. Pavyzdžiui, jie galėjo nustatyti tikėtiniausią atsitiktinio įvykio rezultatą ir taip pat suprato, kad dėl tikimybės elemento to rezultato gali nebūti. Tačiau retkarčiais, priimant sprendimus, pasitaikė klaidų: mano, kad rezultatai turi atitikti modelį (pvz., jei du kartus rodyklė sustojo ties žalia spalva, tai trečiąją kartą ji vėl būtina sustos ties šia spalva); tiki savo pačių gebėjimu, tam tikrais savo veiksmais (pvz., jei stipriau suks rodyklę, ji sustos ties raudona spalva); didelio noro pagalba gauti tam tikrą rezultatą („jei labai labai panorėsiu, kad rodyklė sustotų ties mėlyna spalva – taip ir bus“).

Šiame etape mokiniai pradeda manipuliuoti skaičiais priimdami tikimybinis sprendimus. Lyginant skaitines pavyzdžių grupes, naudojamos sudėties ir atimties strategijos, bet nenaudojamas dauginimas ar dalyba („antrame inde geltonų kamuoliukų yra keturiais daugiau nei raudonų, o pirmame inde tik trimis geltonais kamuoliukais daugiau nei raudonų“).

Ketvirtos klasės mokslo metų pabaigoje E3,4 klasių mokinių veikloje dominavo kiekybinis tikimybės nustatymas. Jie geriau nei E4 klasių mokiniai suprato santykį tarp atsitiktinumo ir tikėtinumo („raudonos yra mažiausiai. Ji vis dar tikėtina“). Mokiniai aiškiai išreiškia ryšį tarp pavyzdžių grupės ir tikėtinumo („raudonų yra daugiau nei žalių, taigi didesnė tikimybė ištraukti raudoną“). Šiame etape jie labiau rėmėsi skaičių palyginimais, įskaitant ir trupmenas („viskas padalyta į ketvirčius – visi turi tokį pat procentą“). Šiame etape plačiai buvo vartojamos sąvokos „tikimybė“, „labiau tikėtina“, „turbūt“, „didesnis šansas“, o prieš tai buvusiuose ugdymo etapuose šios sąvokos buvo retai arba išreikštos kitais žodžiais („daugiau galimas“, „visko daugiau“ ir pan.).

Tyrimas atskleidė šiuos aktualius dalykus:

- Sąvokos „daugiau / mažiau tikėtina“, „daugiausiai / mažiausiai tikėtina“, „vienodas tikėtinumas“ yra lengviau suprantamos nei negalimumo ir tikrumo sąvokos, kurios yra dvi tikimybių priešingybės, taigi šioms sąvokoms mokytis turėtų būti skiriamas ypatingas dėmesys.
- Mokiniai tyrimo pradžioje turi šiokią tokį intuityvų tikimybių supratimą, bet jis nėra stabilus. Kadangi mokiniai stipriai pasikliauja vizualia informacija, užslėptų pavyzdžių grupių naudojimas užduotyse gali būti neproduktyvus.
- Ketvirtos klasės mokiniai suvokia pagrindines tikimybių sąvokas ir gali reaguoti į mokymą, kuris padeda jiems lavinti samprotavimo strategijas iki sudėtingesnio mąstymo. Tokio

mąstymo yra lemtingas žingsnis samprotavimo raidai, taigi ir tikimybių kiekybiniam nustatymui, todėl turėtų būti įtrauktas į mokymo planus.

- Mokinių sukurtos ir išbandytos strategijos buvo labai skirtingos. Eksperimentavimo, išradingumo naujose situacijose lygis ir akivaizdžiai instinktyvus paprasčiausios strategijos pasirinkimas rodo, kad bendrų taisyklių įtraukimas bei strategijų mokymas būtų žalingas.
- Tikimybių teorijos elementus mokyti rekomenduojama tik aktyvioje veikloje (siūlomas eksperimentas), kai mokinys yra pagrindinis proceso dalyvis.

Procentai. Atlikdami bet kokias užduotis, kuriose kalbama apie prekybą, mokiniai dažnai vartoja sąvoką *nuolaida*. Tai rodo, kad mokiniams tai nėra naujiena, nes parduotuvių virtinose jie mato užrašus, kurie verčia juos domėtis. Ugdymo procese su *procento* sąvoka mokiniai supažindinami penktoje klasėje.

Šiuo tyrimu norėta įvertinti, ar ketvirtos klasės mokiniai geba nustatyti skaičiaus procentus ir kaip suvokia sąvoką *nuolaida*, apskaičiuoti, kiek tam tikri daiktai pigiau kainuoja ir kokia jų kaina, kai taikoma 50%, 25% ir 10% nuolaidos. Kadangi užduotis su procentais mokiniai atliko nuo ketvirtos klasės, todėl E3–4 ir E4 klasių mokinių rezultatai bus aptarti bendrai. Mokiniai nesunkiai apskaičiuodavo daiktų kainas su nurodytomis nuolaidomis, kurios išreikštos procentais, sugebėjo nustatyti teisingą ryšį tarp trupmenos ir procentų. Manytume, kas šias sąvokas mokiniai įsisavino be didesnių sunkumų todėl, kad papildomų žinių jie gauna iš gyvenimo. Iš įvairių šaltinių gaunamos žinios, matyt, daro teigiamą įtaką jų kokybiniam augimui visais amžiaus tarpsniais.

Nors didžioji dauguma mokinių užduotis atliko teisingai, tačiau dalis darė klaidų, kurios bus aptartos. Iš pradžių mokiniai klysdavo tik skaičiuodami, kiek daiktas kainuos pigiau, užmiršdami, kad šis gautas rezultatas dar neparodo, kiek jis iš tikro kainuoja su nurodyta nuolaida (pvz., jei knygos kaina yra 30 Lt ir jai taikoma 10% nuolaida, tai mokiniai atlikdavo dalybos veiksmą $(30 : 10)$ sužinodami, kiek litų ši knyga *pigiau* kainuoja. Norint sužinoti tikrąją jos kainą, reikėdavo atlikti dar vieną veiksmą – iš nurodytos pirminės knygos kainos atimti tą sumą, kurią sudaro su 10% nuolaida: $30 - 3 = 27$ Lt). Vėliau, ištaisius šią klaidą, mokiniai užduotis atlikdavo be klaidų. Jiems įdomu pasidarė, kiek tam tikras daiktas kainuos su kitomis nuolaidomis (pvz., 30%, 40% ir pan.). Kadangi mokiniai ketvirtoje klasėje mokosi dešimtaines trupmenas ir dalybą su liekana, pritaikę skaičių apvalinimo gebėjimus, jie nesunkiai apskaičiuodavo bet kokią nuolaidą. Tai iliustruoja mokinių pokalbis.

- *Gytis. Čia procentai kaip šimtainės trupmenos.*
- *Giedrius. Tikrai. Kiek nuspalvinta iš šimto.*
- *Sandra. Tik žymėti reikia kitaip.*
- *Aurelijus. Gal taip net paprasčiau ir aiškiau.*

- *Andrius. Man taip irgi lengviau.*

Tyrimo metu pastebėta, kad ketvirtos klasės mokiniams geriau sekasi atlikti užduotis su procentais nei pradinė klasių mokytojams, kurių teisingų atsakymų dažnis – 18,5%.

1996 metais vykdytas TIMSS tyrimas parodė, kad 2,9% Lietuvos ketvirtos klasės mokinių teisingai nustatė ryšį tarp trupmenos ir procentų, o kitų šalių mokinių teisingų atsakymų dažnis siekė 12,3%.

Apibendrinus galima teigti, kad trečių ketvirtų klasių mokiniai geba:

- nustatyti skaičių procentus (10, 25, 50);
- suvokia vienodo ir nevienodo įvykių tikėtinumo įvykius;
- paprasčiausiais atvejais nustatyti įvykių tikimybę;
- duomenis apvalinti;
- duomenis klasifikuoti pagal du ir daugiau požymių;
- apskaičiuoti vidurkį, suvokti jo reikšmę, pritaikyti praktiškai.

Mokinių pademonstruotos strategijos tikimybių teorijos elementų aspektu, leido aprašyti raidos etapus ir pagrįsti atitinkamų sąvokų naudojimą pradinėse klasėse.

IV.4. Bendrųjų pažinimo elementų mokymo ypatumai

Šiame skyriuje dėmesys skirtas bendrųjų pažintinių gebėjimų ugdymui(-si) ir šių gebėjimų lygiui nustatyti (problemos išsikėlimas, hipotezės iškėlimas, duomenų rinkimas, registracijos lapų naudojimas, duomenų pateikimas, išvados, interpretacija) integruojant techninių gebėjimų lygmens procedūras. Šiuo tikslu, remiantis konkrečiais mokinių samprotavimo bei veiklos pavyzdžiais, išanalizuotos statistinių gebėjimų (pažintinio lygmens) ugdymo(-si) tendencijos, jų priežastys,. Kai kur naudojamas monografinis mokinių pokalbių aprašymas ir analizė bus tarsi anksčiau pateiktos faktinės medžiagos ir čia išvardytos veiklos iliustracija.

Problemos identifikavimas. Iškeliant šiame tyrime vadovavo mokytojas, nes tyrimo metu pastebėta, kad mokiniams patiems tai padaryti sunku. Ko gero, daugelyje mokyklų mokiniai įpratinti, kad jiems viską pasakytų, kad numatytų problemos sprendimo eigą ir pan. Plačiau aptarti tie pažinimo lygmens etapai, kuriuose dalyvavo mokiniai.

Iškėlus problemą, pirmiausia bandoma teoriškai numatyti, kokių problemos sprendimo rezultatų reikėtų tikėtis, t. y. mokiniai pratinami išsikelti hipotezę ir tikrinti ją tyrimu (pavyzdžiui, norima sužinoti, kokia taškų suma dažniausiai iškrinta daug kartų metant du kauliukus).

Pirmiausia apsvaistoma, ar atsakymo į iškilusius klausimus negalima rasti knygoje, žinyuose, teiraujantis kitų. Mokiniai ne tik pratinami išsikelti klausimą, bet ir suvokti, kad vienas visų problemų neišspręs. Mokytojas, siūlydamas mokiniams atlikti formalius tyrimus ir tvarkyti rezultatus, turi žinoti, kad faktiškai užsiims tam tikra vaidyba, kuri galbūt nederės su bendru reikalavimu pasirinkti optimaliausią problemos sprendimo strategiją, tačiau bus prasminga.

Hipotezė. Hipotezių iškėlimas, anot S. A. Hawkins, R. Kapadia (1984), leidžia spręsti apie mokinių mąstymo lygį. Trečios klasės mokiniai, prieš sukdami rodyklę spalvotu skrituliu, turėjo pasakyti savo nuomonę apie spalvą, ties kuria, jų nuomone sustos rodyklė (17 priedas; p. 25). Pirmuoju atveju skritulys buvo padalytas į tris lygias dalis ir nuspalvintas raudonai, mėlynai ir žaliai. Iš pradžių vaikai rinkosi tą spalvą, kuri jiems labiausiai patinka („sustos prie raudonos spalvos, nes ji man gražiausia“, „sustotų prie žalios violetinės spalvos, bet jos čia nėra“, „man gaila žalios spalvos, nes prie jos mažai sustoja...renkuosi žalią“; „mes turime raudonos spalvos mašiną..., gal prie jos“), vėliau pastebėjo, kad rodyklė gali vienodai sustoti prie bet kurios spalvos ir jų motyvai dėl pasirinktos spalvos pasikeitė („gali sustoti prie raudonos, taip pat prie mėlynos.... prie žalios“; „sustos prie visu“; „gali sustoti prie mėlynos, nes jau daug kartų sustojo prie raudonos“; „gal prie kitos spalvos, nes jai būtų eilė“). Mokinių samprotavimas pakrypo kita linkme, kai reikėjo rinktis spalvą, kai skritulys buvo padalytas į penkias lygias dalis ir trys jo dalys nuspalvintos žaliai, o po vieną – geltonai ir mėlynai. Dvi apskritimo dalys, esančios šalia viena kitos, buvo nuspalvintos žaliai, o trečioji – tarp mėlynos ir geltonos. Šiuo atveju iš pradžių beveik visi mokiniai rinkosi žalią spalvą, tačiau kelis kartus rodyklei sustojus ties geltona ir mėlyna spalva kelių mokinių nuomonės pasikeitė („šiandien laiminga diena geltonai spalvai...aš sakysiu, kad vėl sustos ant geltonos“; „man atrodo, kad ir vėl sustos ant mėlynos...jau kelis kartus sakiau, kad ant žalios..., vėl apsigausiu“). Tokie dialogai liudija, kad mokiniai situaciją vertina pagal savo įsitikinimus nesiremiami samprotavimu.

Iš anksto numatydami, kokia monetos pusė iškris, mokiniai rėmėsi savo turima patirtimi, nes visi jau buvo ne kartą žaidę (17 priedas; p.12, užd. 3) („...iškris vėl herbas, nes man taip jau būna..., koks pirmas iškrenta, taip ir krenta...“; „...dabar atsivers centas, nes prieš tai buvo herbas...“; „turėjo iškristi pinigai..., matyt, blogai metei“). Tačiau kiti mokiniai iš patirties yra pastebėję, kad gali atsiversti ir viena monetos pusė, ir kita („aš negaliu pasakyti, kas bus...; ir tas gali būti, ir centas..“; „dabar gal virs herbas, bet nesvarbu..., gali ir pinigai atsiversti...“). Mėtant monetą, galimybė iškristi skaičiui arba herbui pagal tikimybių dėsnius yra vienoda. Kai eksperimente dalyvaujantiems mokiniams paeiliui dažniau iškrinta, pvz., skaičius, jie subjektyviai ima tikėtis, kad ir kitą kartą iškris skaičius. Taigi patirčiai pagal analogiją tiesiogiai suteikiama prognostinė perspektyva („Mantui iškrito ir man iškris skaičius“).

Panašiai mokiniai kėlė hipotezes traukdami spalvotus kamuoliukus iš nepermatomo indo (17 priedas; p. 14, užd. 2). Pirmas eksperimentas buvo, kai inde buvo trys raudoni ir trys geltoni kamuoliukai, antras – keturi raudoni ir trys geltoni. Šio eksperimento metu visi mokiniai suprato, kad vienoda tikimybė yra išsitraukti tiek raudoną, tiek geltoną kamuoliuką. Šį pasirinkimą sąlygojo patyrimas eksperimentu apie rodyklės sukimą skrituliu („čia labai panašiai, kaip ir sukome rodyklę..., aš sakau, kad ir geltoną, ir raudoną spalvą galiu ištraukti“). Trečioje klasėje mokinių hipotezei pasirinkti įtaką daro nuostatos. Tie vaikai, kurie pirmą kartą teisingai pagrindė savo hipotezę (pvz. „ištrauksiu raudoną kamuoliuką, nes yra didesnis šansas“ (buvo du raudoni kamuoliukai inde, o kitų – po vieną), vėliau susitapatino su grupės vaikų nuomone ir vėl kėlė hipotezę, apie ištraukiamą spalvą susiedami su grupės nuomone.

Didesnių sunkumų neiškilo nustatant iš anksto nupieštų daiktų ilgį, nes jie tuos piešinius galėjo įvertinti pagal turimus patyrimus („mano pirštas maždaug 3 cm..., jis toks pat kaip žirkklės“; „kažkada ir aš turėjau tokį trumpą pieštuką..., kai pamatavau, jis buvo 3 cm..., tai manau, to pieštuko ilgis bus irgi mažiau nei 4 cm“) arba iš akies nustatyti jų ilgius (17 priedas; p. 10).

Mokiniai džiaugiasi, laiko save aiškiaregiais, teisiais, kai jų išsikelta hipotezė pasitvirtina („aš kaip aiškiaregė“; „...čia negalima manyti kitaip, nes kitaip nebūna...“). Antrąjį pusmetį trečios klasės mokiniai prieš tyrimą ar eksperimentą susilaikė nuo hipotezių, kurios rėmėsi jų pačių patirtimi. Jie pradeda suprasti, kad tai, ką jie turi, arba kas jiems patinka, nebūtinai turi patikti kitiems („...jei aš turiu namuose šuniuką, tai manau, kad kitoje klasėje negali daugiau vaikų turėti šuniukų... gal jie myli labiau kačiukus?“; „...nesvarbu, kad esu gimęs pavasarį, žmonės gali gimti bet kada..., manau, kad kitoje klasėje gali ir negali būti daugiau vaikų, kurie gimė pavasarį...“).

Kartais mokinių samprotavimai, keliant hipotezes, remiasi klasifikavimu („žmogaus širdis negali daugiau per minutę plakti, nes jis mažesnis už arklį“ (nepastebi, kad pelės širdis per minutę plaka dažniau nei arklio)) (17 priedas; p. 23, užd. 1).

Egocentrinė mąstysena⁷ daug imlesnė aplinkos įtaigoms ir grupės nuomonei (konformiškumas) (keldami hipotezę apie tai, kokios spalvos tikisi ištraukti kamuoliuką, keli vaikai teisingai pažymėjo, kad didesnis šansas ištraukti kamuoliuką tos spalvos, kurios yra daugiau. Tačiau, pabrėžę, kad didžioji dalis mokinių renkasi tą spalvą, kuri jiems „labiausiai patinka“ arba „tokią spalvą, kurios yra jų automobilis“, jie prisiderina prie grupės nuomonės. Pasak J. Piaget (2002), tokio amžiaus vaikai ne visuomet siekia turėti vieną vienintelę nuomonę apie kokį nors dalyką. Žinoma, jie nemąsto prieštarinai, tačiau vienas po kito pasiduoda įvairiems įsitikinimams, kurie, jei būtų sugretinti, pasirodytų esą prieštarinai (tai atspindi ir prieš tai pateiktas pavyzdys).

⁷ Mokinių egocentrizmą apibrėžiame nesiedami nei su socialine ar moraline sfera, nei su savo „aš“ suvokimo sfera, bet tik su intelektine sfera: mokinių egocentrizmas yra pažintinis reiškinys, dar tiksliau – episteminis reiškinys, jeigu būtų galima kalbėti apie epistemologiją, palygintą su vaiko intelekto psichologija.

Pamačius, kokie dažni pseudologiniai vaiko „nes“, galima prieiti išvadą, kad vaiko mąstymą, o kartu ir egocentrinį mąstymą apskritai nuolat valdo poreikis *pagrįsti bet kokia kaina*. Šis loginis ar ikiloginis dėsnis turi didelę reikšmę, nes greičiausiai dėl jo mokinio mąstysenai yra svetima atsitiktinumo idėja. „Kiekvienas reiškinys gali būti pagrįstas tuo, kas yra aplink“ arba „viskas su viskuo yra susiję ir nieko nėra atsitiktinio“ – taip galima būtų suformuluoti šį požiūrį. Dviejų gamtos reiškinių ar dviejų pokalbių frazių susidūrimas, kuris mums atrodytų visiškai atsitiktinis, vaikui toks visai nėra, jis paaiškinamas priežastimi, sukurta pagal vaiko gebėjimus. Kai vaikui užduodamas samprotavimo reikalaujantis klausimas, į kurį jis negali atsakyti, užuot tylėjęs ir nieko nesakęs, jis visuomet ir bet kokia kaina randa atsakymą, gerai parodantį poreikį sieti pačius heterogeniškiausius dalykus. Pavyzdžiui, samprotaujant, vaikui pateikiama instrukcija: – prieš traukdamas iš dėžutės kamuoliukus, jis turi pasakyti, kokios spalvos tikisi ištraukti (dėžutėje 3 skirtingų spalvų kamuoliukai). Tiriamasis, pasakydamas spalvą, turi pagrįsti, kodėl tokią pasirinko (jeigu pasako, kad žalią tikisi ištraukti, tai įvardija, kad „*žalias kelnes jis turi*“, kitą kartą vėl rinkdamasis spalvą pasako, kad „*ji jam labiausiai patinka*“ arba „*draugai daugiausia šios spalvos mašinų perka*“). Šis pavyzdys rodo, kad vaiko netenkina instrukcijos ir dėl šios priežasties jis randa viskam pagrindimą.

Taigi gebėjimas pagrįsti bet kuo kaina, su kuriuo susiduriame analizuodami mokinių veiklą, yra sinkretizmo padarinys. Vaiko vaizduotė pasižymi stebėtinu gebėjimu atsakyti į visus klausimus. Kaip matėme, vaikas geba pateikti kokią nors hipotezę, pašalinančią bet kokius sunkumus. Vaikui neegzistuoja toks „kodėl“, kuris turėtų likti be atsakymo.

Vadinasi, galima daryti išvadą, jog poreikis bet kokia kaina rasti pagrindimą, yra bendras vaiko intelekto dėsnis ir šis dėsnis pats savaime kyla iš vaiko samprotavimo sinkretizmo. Dėl to, kad sinkretinei mąstysenai visa, kas yra, su viskuo susiję, viskas nuo visko priklauso, viskas suvokiama pasitelkus vaizduotėje sukurtas visumos schemas, atskirų detalių analogijas, atsitiktines aplinkybes, natūralu, kad atsitiktinumo arba sąlyginumo idėja sinkretinei mąstysenai svetima ir todėl ja vadovaujantis galima surasti visa ko priežastis. Kita vertus, sinkretizmas yra vaiko egocentrizmo padarinys, nes būtent egocentriniai mąstymo įpročiai skatina vengti analizės ir tenkintis individualiomis ir santykinėmis visumos schemomis. Todėl suprantama, kodėl vaikų paaiškinimai, kylantys iš sinkretizmo, turi subjektyvių interpretacijų pobūdį.

Geriausiai mokiniai įsitikina tiesa, kai jie patys tiria, todėl privalome tam tikra veikla nukreipti mokinių mąstymą, kad jie patys įsitikintų ir vėliau keltų hipotezes nesiremiami egocentrizmu, o jos būtų socializuotos. Tik baigdami ketvirtą klasę, mokiniai pradeda samprotauti socializuotai (klausiant, ar visi vaikai valo dantis du kartus per dieną, mokiniai

atsako: „to negaliu atsakyti, kol nepasikalbėsiu su draugais“, „aš vienas negaliu atsakyti į tą klausimą“).

Duomenų rinkimas. Prireikus statistinių duomenų, pirmiausia svarstoma, kaip juos rinkti. Pirmenybė teikiama paprasčiausiems ir racionaliausiems būdams. Pavyzdžiui, tiriant klasės mokinių nuomones, skaičiuojamos pakeltos rankos (apie tai, kas turi rūpintis jų sveikata; kas kenkia akims). Jeigu norima apklausti kitų klasių mokinius, rengiami lapeliai su klausimais (kada reikia saugoti sveikata; apie dantų priežiūrą; kokios televizijos laidos įdomiausios). Turime suvokti: jei duomenų daug, tyrėjas gali užmiršti surinktą informaciją, tad privalo pasirinkti vienokį ar kitokį jų užrašymo būdą.

Mokinių buvo prašyta papasakoti, kaip jie rinko duomenis, su kokiomis problemomis susidūrė. Rinkdami duomenis apie namuose turimas vaikiškas knygeles, mokiniai dalijosi tik teigiamomis emocijomis: „buvo proga susitvarkyti knygų lentynas“, „pradėjau skaityti dar kartą vieną įdomią knygėlę“, „išsivaliau dulkes“, „susiklijavau suplyšusią knygutę“, „sužinojau, kad Astridos Lingren knygelė „Ronja plėšiko duktė“ yra apsakymas“ ir pan. Galime teigti, kad renkant duomenis išryškėja socialinės problemos. Rinkdami duomenis apie tai, kiek laiko jie skiria įvairiai veiklai per parą (17 priedas; p. 15, užd. 2), mokiniai prisipažino, kad šiek tiek sumažino televizoriaus žiūrėjimo laiką. Mokiniai žino, kas yra blogai, kad tai kenkia jų sveikatai, tačiau jie užsiima jiems patinkančia veikla. Renkant duomenis visuomet mokinių laukia netikėtumai, nes iš anksto sunku žinoti, kokių neaiškumų iškils. Apklausiant kitos klasės mokinius, kada reikia saugoti savo sveikata, vienam mokiniui iškilo klausimas „*kiek metų turi paauglys?*“ Tie, kurie vykdė apklausą šioje klasėje, bandė paaiškinti, tačiau nepavykus vienas jų atbėgo paklausti mokytojos. Šiuo atveju paaiškėjo, kad ne visi mokiniai žinojo, kelerių metų žmonės priskiriami paaugliams ir kada yra vidutinis amžius. Netikėtos situacijos, netipiškas duomenų rinkimas mokinius sudomina. Jie dažnai užmiršta atsinešti surinktą informaciją iš namuose esančių enciklopedijų, o rinkti duomenis stebint pravažiuojančias mašinas, savaitės oro temperatūrą, skaičiuojant širdies dūžius – jiems sukelia malonių patyrimų („*gal šiandien dar ką nors reikia užregistruoti?*“, „*kiek aš pažįstamų susitikau prie savo gatvės..., visi prašė parodyti, ką aš darau*“). Renkant duomenis pastebėta mokinių domėjimasis realia aplinka („*įdomu, kiek kartų širdis plaka mano šuniuko?; jeigu jūs, mokytoja, tiek mažai miegate, tai kiek valandų miega profesoriai?*“).

Duomenų registravimas. Vaikai patys geba pasirinkti duomenų registravimo būdą (vieni susibraižė lapą į atitinkamas dalis, kuriose atskirai rašė knygelių pavadinimus, autorių; kiti – rūšiavo pagal knygelių tipą, tretį – registravo alfabeto tvarka (17 priedas; p. 7, užd. 2).

Iš pradžių verta atlikti techninio lygmens užduotis, kurių rezultatai pateikti atitinkama forma. Atlikdami analogišką tyrimą, mokiniai registruoti pasirinkdavo panašias duomenų

lenteles. Tyrimo rezultatus mokiniai užrašydavo duomenų lentelėje. Jeigu duomenis reikėdavo rinkti po vieną arba nedidelėmis dalimis, pirmiausia rengdavo duomenų registracijos lentelę (žr. IV. 14 pav.).

Mėnesiai	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Vaikai	//	////	///	//				/	//	////		

IV. 14 pav.

Joje duomenys registruojami brūkšneliais arba skaičiais (pvz., 2, 4, 3, 2), kitais jų sugalvotais būdais (sueda prieš tai esančius skaičius: 2, 6, 9...). Kai duomenų daug, skaičiuojant brūkšnelius, pavargta akys. Todėl mokiniai juos grupuodavo po penkis. Atlikdami techninių gebėjimų lygmens užduotis jie išmoko sugrupuoti – penktu brūkšneliu perbraukti keturis ankstesnius (žr. IV. 15 pav.). Trečios klasės mokiniams perbraukimas nesukelia nubraukimo įvaizdžio, tik sunkiau suklydus ištaisyti. Lentelių rengimas – lengvas darbas: mokiniai turi atitinkamų braižymo įgūdžių ir supratimą, kas yra skiltys, eilutės ir jų sankirtoje parašyti skaičiai. Tam tikrų lentelių skaitymo įgūdžių mokiniai įgyja mokydamiesi lentelinės sudėties ir daugybės bei atlikdami kitas aritmetines pratybas. Anot B. Balčyčio (2001), statistinės lentelės yra painios, todėl, autoriaus nuomone, pradiniam mokymo etape verta pradėti nuo jų pildymo, kai jos yra nubraižytos. Tyrimo metu galima buvo stebėti, kad lentelių braižymas nesudaro sunkumų. Registruojant duomenis pastebėti kokybiški klasifikavimo gebėjimai (patys mokiniai atskyrė lentelės grafas, kuriose sistemino monetas metimus (3 klasė, 12-3), kurie garantuoja kognityvinę sėkmę ir rezultatą (žr. IV. 16 pav.).

Automobilio spalva	Registracija	Žis vnt
1. Balta	 	42
2. Raudona		15
3. Juoda		8
4. Mėlyna		6
5. Žalia		1
6. Geltona		1
7. Ruda		2

IV. 15 pav.

	Metimo rg.		Išvėso	
	P	H	P	H
Marius				
Karolis				

IV. 16 pav.

Daiktų klasifikavimas, pasak A. Juodaitytės (2003), vyksta vaikų bendruomenėje. Šio veiksmo įgūdžiai susidaro vaikų socialinės sąveikos pagrindu.

Išvados ir interpretacijos

Tyrimo metu galima buvo pastebėti, kad mokiniai daro išvadas iš savo sukauptų pažiūrų, nuomonių, įsitikinimų, taigi formuojama asmeninė pasaulėžiūra.

Mokiniam darant išvadas, buvo pastebėti keturi statistinio samprotavimo lygiai: pradinis, tarpinis, kiekybinis ir analitinis (Sedlmeier, 1999). *Pradinis lygis*, kai dažniausiai mokiniai susitelkia prie tų minčių, kurios nesusijusios su duotais duomenimis, ir pasilieka prie savo įsitikinimų (pvz., kai kurie nesutiko, kad jų klasės vaikai daugiausia turi pasakų knygečių, nes jie patys namuose jų turi mažiau). Mokiniai, kuriuos charakterizuosime kaip turinčius *tarpinio lygmens* statistinį samprotavimą, pirmiausia atpažįsta kiekybinius duomenis. *Kiekybiniu* samprotavimu pasižymintys mokiniai gali analizuoti ir interpretuoti duomenis daugiau negu vieno objekto, tačiau jie negali surasti ryšio tarp įvairių duomenų aspektų. *Analinį* samprotavimą turintys mokiniai interpretuoja duomenis įvairiais požiūriais ir geba sujungti duomenis įvairiais aspektais. G. Jones, C. Thornton, C. Langrall (2002) teigia, kad šiuo atveju, norint, kad mokiniai pademonstruotų analitinį samprotavimą, turinį ir temas reikia derinti pagal vaikų amžių.

Trečios klasės pradžioje darydami išvadas mokiniai gebėjo tik aprašyti pavyzdį (tyrimą) („iš anksto numačiau, kad žirklys 5 cm, o kai pamatavau, jos buvo 3 cm“), vėliau jie aprašydavo tyrimą, bet prognozė asmeniškai patirta, o ne iš surinktų duomenų („man iškrito 6 kartus herbas, 7 kartus – skaičius..., kitą kartą daugiau iškris herbas, nes man jis dažniausiai krenta, kai su draugais žaidžiu“). Iš pateiktų pavyzdžių matyti, kad mokiniai mąsto *egocentiškai*. (Piaget, 2002, p. 98). Pasireiškia intuityvesnė ir „sinkretiškesnė“⁸ logika⁹ negu deduktyvesnė, t. y. samprotavimų eiga nėra itin aiški. Sprendimas eina iš karto nuo prielaidų prie išvadų, peršokdamas tarpinius samprotavimo etapus (nediskursyvus). Mokiniai mažai remiasi įrodymais ir pradinių teiginių tikrinimu, naudoja asmenines analogijos schemas, ankstesnių samprotavimų prisiminimus (nors tyrimo pradžioje išsikėlė hipotezę, tačiau darydami išvadas ją pamiršta ir lieka asmeniniai vertinimai). Ugdant suvokimo procese statistinius gebėjimus, mąstymas eina nuo visumos prie atskirų detalių, nuo sinkretiškumo prie analizės, o ne atvirkščiai. Šis sinkretizmo reiškinytis turėtų būti pastebimas minėtų gebėjimų ugdymo proceso pradžioje.

Trečios klasės mokslo metų viduryje atliekant tyrimus, mokiniai jau geba įvardyti duomenis, kiek daugiausia, kiek mažiau („daugiausia visi atsakė, kad jiems gyvenime svarbiausia yra mokytis“; „mažiau plaka arklio širdis“). Trečios klasės pabaigoje pastebimos išsamesnės išvados („pažiūrėję

⁸ Tai toks suvokimo procesas, kuris vyksta ne tik naudojantis visumos schemomis, tačiau šios schemas išstumia atskirų detalių suvokimą. Tad jos sietinos su tam tikru netiksliu detalių suvokimu (Piaget, 2002, p. 201).

⁹ Logiką reikėtų suprasti kaip įpročių visumą, kuria protas remiasi vadovaudamas bendram operacijų vyksmui.

šilumą nuo pirmadienio iki sekmadienio galime padaryti išvadą, kad oras šiltėja“), pasireiškia deduktyvesnis *komunikuojamasis* mąstymas (Piaget, 2002), mokiniai siekia atskleisti ryšius tarp teiginių vartodami jungtukus *todėl, jei...tai* ir *pan.* Ketvirtoje klasėje mokiniai geba atmesti bet kokius asmeninius vertinimus (*„jei mano klasėje vaikams daugiausiai patinka raudona spalva, tai visiems trečiokams daugiausia gali patikti kitokia spalva“*).

Egocentrizmo vyravimas pirmiausia priklauso nuo išorinių sąlygų visumos: pažinimo trūkumo, nuo to, kad jį riboja konkreti erdvė ir socialinė aplinka. Po eksperimento ketvirtos klasės mokinių mąstymas turi daugiau socializuoto mąstymo elementų (kas jam trečioje klasėje buvo jo pagrindinių nuostatų visuma, tai ketvirtoje klasėje tapo tiesiog vienu požiūriu greta kitų galimų).

Ketvirtoje klasėje galima matyti, kaip E3–4 klasių mokiniai išvadoms pateikti naudoja aritmetinį vidurkį.

Tai, kad kai kurie E3–4 klasės mokiniai net ir ketvirtoje klasėje nepadarė progreso kategorizuodami informaciją, susijusią su vienu kintamuoju, o kiti tyrinė priešasties ir pasekmės ryšius, rodytų, kad tokia veikla tinka skirtingų gebėjimų mokinių grupėms. Mokinė, pateikusi paprastą vienpusę lentelę, akivaizdžiai didžiavosi tuo, ką sukūrė, ir suprato kategorizaciją, kurią ji apibūdino. Mokinės darbo priėmimas ir įvertinimas nereiškia, kad kiti nebuvo skatinami pagalvoti apie sudėtingesnius ryšius. Kai kurie mokiniai teigiamai reagavo į pasiūlymus, o kiti pasiliko prie ankstesnių sprendimų, susijusių su nagrinėjamais kintamaisiais. Veiklos atvirumas ir suteikta laisvė, interpretuojant užduotį, leido visiems mokiniams pajauti sėkmę, o dalyvavę mokytojai taip pat liko patenkinti.

Kiekvienos situacijos aptarimas padeda mokiniams atrasti bendrumą tarp nuolat jų gyvenime pasitaikančių situacijų. Kiekvieno vykdyto eksperimento, tyrimo metu darytos išvados, pažinimo pagrindu kaupė vaikų socialinė patirtį (*„kuo daugiau vienodų spalvų, tuo daugiau vilties ją ištraukti“*; *„per Teleloto žaidimą vienas vyras sakė, kad iškris mažesnis skaičius..., labai mažai šansų jis pasiliko“*). Mokiniam sudaromos galimybės ne tik įsitikinti tikrovės egzistavimo objektyvumu (*„vaikams patinka visų rūšių ledai, todėl parduotuvėse visokių galima nusipirkti“*), bet ir pasijausti joje reikšmingam ir įsitikinti išgyvenimų su kitais bendrumu (*„pasirodo, aš irgi taip manau....reikia daryti kaip visi mąstome...brėžti tiesę per visus šiuos taškus“*). Išvadų darymo procesuose išryškėja veiklos bruožai, kurių nebūtų galima numatyti vien tik praktinės veiklos pagrindu (kaip mokiniai geba susieti turimas žinias ir pan.).

Ketvirtos klasės pradžioje formuluodami išvadas nemažai E3–4 klasių mokinių nesitenkino vien žodiniu atsakymu. Jie išvadas bandė pavaizduoti grafiškai (gyvūnus nuo ilgiausio iki trumpiausio

pavaizdavo rodyklėmis). Tai rodo išaugusį mokinių gebėjimą įvairiomis formomis išreikšti savo mintis, parodyti žinias.

Nors J. Watson (2000) teigė, kad gebėjimas daryti sudėtingas išvadas išryškėja tik aukštesnėse klasėse, tačiau E3–4 mokiniai pateikė pakankamai įrodymų, kad jie geba formuluoti išvadas ir taip gauti vertingos patirties. Kuriant išvadų darymo pamatus ir skatinant mokinius tikėti, kad tikslinga analizuoti duomenis, galima pagerinti mokymąsi ir pasiekti, kad mokymas aukštesniu lygiu teiktų daugiau pasitenkinimo.

Tokia neribota veikla su duomenimis mokytojams turėtų kelti nerimą, nes jie negali numatyti būsimų rezultatų. Norėdami pasiekti aukštesnių mokymo programose numatytų tikslų, mokytojai turės priimti iššūkį. Tam, kad pedagogai įgytų pasitikėjimo šioje srityje, reikalinga parama ir profesinis lavinimas.

Reikia pažymėti, kad metodų įvairumas, įsisavinant statistikos ir tikimybių teorijos elementus, turi didelę reikšmę žinioms, joms atgaminti bei pritaikyti. Ugdant bendruosius pažinimo gebėjimus, buvo taikomi įvairūs aktyvinantys mokymo(-si) procesą metodai.

Bendrasis pažintinis lygmuo, taikomas kartu su techniniu ir matematinių operacijų lygmeniu, patvirtino mokinių gebėjimų tendencijų priklausomumą nuo mokomosios medžiagos sąryšingo ir nuoseklaus išdėstymo per keletą metų mokantis daug giminingų dalykų. Gebėjimai – veiklos rezultatas. Jie yra ir protinės veiklos pagrindas. Statistinių gebėjimų visuma, ypač jų kokybė (sistemingumas, dinamiškumas, gilumas), rodo mokinių supratimo lygį, kartu ir protinio išsivystymo lygį, ir mąstymą. Vadinasi, mokymo procese mokinių statistinių gebėjimų ugdymas vyksta mokomojo turinio pagrindu, sistemingai įsisavinant žinias pažinimo veikloje.

Statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymas atliekant techninių, pažintinių ir matematinių operacijų gebėjimų lygmens užduotis atlieka pažintinę, lavinamąją, tiriamąją, pragmatinę, informacinę funkcijas.

Tyrimas parodė, kad daugelį statistikos ir tikimybių teorijos elementų galima mokyti trečios klasės mokinius, tačiau tik ketvirtoje klasėje susiformuoja prielaidos gerai įsisavinti statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymo turinį.

Ugdymo procese: mokytojų pastebėjimai:

„Per visas procedūras plėtojasi neformali ugdymo dvasia, ryšiai su aplinka, visuomene, kultūra, tradicijomis“; „Tai aktyvus darbas“; „Skatina plėtoti eksperimentinį ugdymą (tokiu būdu greitai galima pamatyti vaikų samprotavimo pažangą)“; „Kaupia vaikai per veiklą įgyjamą patirtį (ieškodami informacijos apie gyvūnus žinduolius, paukščius, ir pan., ilgiausias Lietuvos upes, ežerus); „Vaikams sudaromos sąlygos gebėjimams, poreikiams ir galimybėms plėtoti (kiekvienas vaikas pagal savo jėgas ieško informacijos, kiekvienas gali išreikšti savo nuomonę keliant hipotezes bei darant išvadas – diferencijavimas

atsiranda savaime“; „Atsiskleidžia įvairūs kiti mokinių gebėjimai, įgūdžiai, žinios (komunikaciniai – apklausiant kitus vaikus; dirbant grupelėmis – vadovavimo; pavaizduoti grafiškai – gražūs piešimo įgūdžiai; pristatant darbą – raiškus minčių dėstymas; vykdant eksperimentus – išvadoms daryti pasitelkiama turima patirtis“; „Kiekvienas mokinys įgyja skirtingą patirtį (duomenis renkant)“; „Ugdomi mokinių komunikaciniai gebėjimai (renkant duomenis, formuluojant hipotezę, darant išvadas)“; „Sistema susieja ugdymą su realybe, aktualizuoja ugdymo turinį (užduotys apie dantų valymą, apie sveikatos priežiūrą, dienos ritmą“; „Sistemai paranku pritaikyti platesnę vidinę ir tarpdalykinę integraciją (tuo pat metu vaikai atlieka aritmetinius veiksmus, sistema, klasifikuoja duomenis apie gamtą, sportą, juos vaizduoja grafiškai“; „Skatina mokinių ir mokytojų bendradarbiavimą (mokytojas kaip pagalbininkas, mokiniai dirba grupelėmis arba individualiai, darbus pristato visiems)“; „Skatina socialinių santykių plėtrą (padėti, paguosti, patarti)“; „Pasiekimai, rezultatai nukreipti į ateitį (tam tikrus išmoktus elementus mokiniai taiko vėlesnėje savo veikloje)“; „Pradeda pats vertinti savo darbą“.

Tyrimo metu pastebėtas kur kas geresnis samprotavimas tų mokinių, kurie eksperimente dalyvavo nuo trečios klasės.

Mokinių žinių kokybės augimą lėmė nuolatinis grįžimas prie anksčiau įgytų žinių taikant jas sudėtingesne forma, senųjų žinių papildymas naujomis, patiems mokiniams keliant hipotezes, jas tikrinant, darant išvadas, vaizduojant tyrimo rezultatus. Ne mokinių amžiaus ypatumai, ne tolesnis jų mokymasis mokykloje apskritai, ne klausimo tipas ar medžiagos pobūdis šiuo klausimu, o sistemingas anksčiau išeitos medžiagos „praktikavimas“ aukštesniu lygmeniu pažintinėje veikloje garantavo žinių „gyvavimą“ ir jų plėtrą.

Ypač kito duomenų vaizdavimo gebėjimai. Tyrimo metu surinktus duomenis mokiniai kur kas lengviau vaizdavo nurodyta forma nei įsivaizduojamo tyrimo metu.

Po sistemingos veiklos, ugdančios bendruosius pažintinius gebėjimus, galima teigti, kad ketvirtoje klasėje mokiniai geba:

- Mokytojo pagalba identifikuoti problemą.
- Išsikelti numatytos veiklos hipotezę (pastebėtas ryškus poslinkis nuo egocentrinio prie socializuoto mąstymo).
- Rinkti duomenis iš artimosios aplinkos vykdydami eksperimentus, tyrimus, apklausas ir pan.
- Registruoti duomenis lentelėje, kurioje geba duomenis susisteminti.
- Teikti išvadas, interpretuoti duomenis. Šioje stadijoje pastebimas mokinių mąstymo šuolis nuo pradinio prie analitinio samprotavimo lygio. Tyrimo pradžioje pastebėta, kad mokiniai mažai rėmėsi įrodymais ir pradinių teiginių tikrinimu, naudojo asmenines analogijos schemas, ankstesnių samprotavimų prisiminimus. Kryptingoje veikloje metu pasireiškė deduktyvesnis komunikuojamas mąstymas; mokiniai pradėjo siekti atskleisti ryšius tarp teiginių. Po eksperimento ketvirtos klasės mokinių mąstymas turėjo stebėti kur kas daugiau

socializuoto mąstymo (kas jam trečioje klasėje buvo jo pagrindinių nuostatų visuma, o ketvirtoje klasėje tapo tiesiog vienu požiūriu greta kitų galimų). Ketvirtoje klasėje galima matyti, kaip E3–4 klasių mokiniai išvadoms pateikti naudoja aritmetinį vidurkį. Pastebėta, kad bendrųjų pažintinių gebėjimų ugdymo pagrindu kaupiasi vaikų socialinė patirtis.

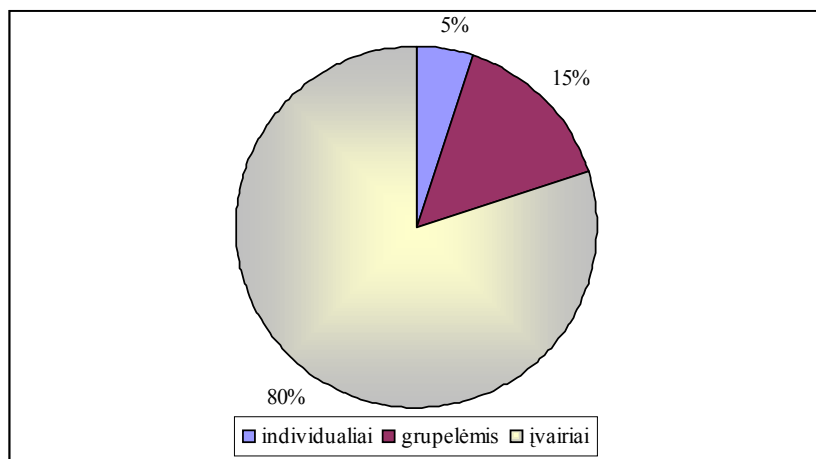
- Ryškiai gerėja mokinių gebėjimai atlikti techninio ir matematinių operacijų lygmens užduotis su statikos ir tikimybių teorijos elementais.

IV.5. Pradinių klasių mokinių požiūris į statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymą

Didžioji dalis eksperimente dalyvavusių trečiųjų klasių mokinių užduočių ir tyrimų panaudojimą įvertino kaip patinkantį mokymo(-si) būdą (PI = 0,88). Statistiškai reikšmingo skirtumo lyties atžvilgiu nėra. Tiek mergaitės (PI = 0,89), tiek berniukai (PI = 0,87) užduotis vertino labai panašiai. Ketvirtos klasės mokiniai turėjo apibraukti skrituliuką, kuris vaizdavo tris skirtingas nuotaikas. Mokiniai turėjo pažymėti jam tinkantį skrituliuką, kuris vaizduodavo jo nuotaiką, kai atlikdavo užduotis su statistikos elementais. 65,8% mokinių pažymėjo, kad jo nuotaika puiki, 34,2% mokinių nurodė, kad gera. Nė vienas neapibraukė to skrituliuko, kuris žymėjo prastą nuotaiką. Statistiškai reikšmingas skirtumas pastebėtas lyties aspektu ($p < 0,01$; $\chi^2 = 6,28$). 78% mergaičių pažymėjo, kad jų nuotaika puiki, ir 22%, kad gera. Berniukų nuotaikos pasiskirstė per pusę atliekant užduotis su statistikos ir tikimybių teorijos elementais.

Atsižvelgiant į užduoties pobūdį, jas buvo siūloma atlikti individualiai, grupelėmis arba įvairiai.

IV. 17 paveiksle pateiktas priimtinausi mokiniams užduočių atlikimo būdai.

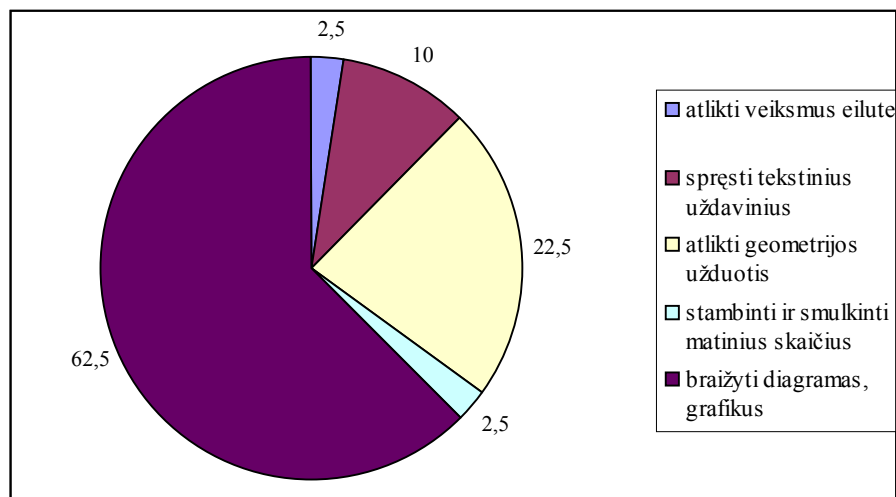


IV. 17 pav. Trečios klasės mokinių nuomonių apie užduočių atlikimą pasiskirstymas

Didžioji dalis mokinių pirmenybę teikia įvairiai veiklai, jiems patinka dirbti ir individualiai, ir grupelėmis. Eksperimento metu mokiniai, atlikdami tyrimus, individualiai rinko duomenis, grupelėmis juos sistemino ir pateikė arba atvirksčiai. Matyt, toks darbo būdas mokiniams labiausiai patiko. Ketvirtoje klasėje mokiniai rinkosi taip pat individualią veiklą arba darbą grupelėmis. Statistiškai reikšmingo skirtumo nėra nei lyties, nei į eksperimentą įsitraukusių skirtingu metu mokinių aspektu.

91% trečios ir 74,4% ketvirtos klasės mokinių nurodė, kad ateityje norėtų atlikti statistikos užduotis, likusieji pareiškė, kad nežino, ar to norėtų. Lyties aspektu pastebėtas reikšmingas skirtumas. Išryškėjo, kad daugiau mergaičių nei berniukų norėtų ateityje atlikti užduotis su statistikos elementais ($p < 0,01$; $\chi^2 = 6,64$). Daugelis šalia paliko prierašus motyvuodami, kad jie nežino, kokia jų bus nuomonė ateityje. Kiti tarsi susiejo neseniai įgytas žinias, kurias bandė pritaikyti: „Yra du atsakymai: arba taip, arba ne, todėl rašau atsakymą – nežinau“.

Iš išvardytų matematikos skyrių procedūrų trečios klasės mokiniams reikėjo išsirinkti labiausiai patinkančią. Daugiausia pasisakančių buvo už tai, kad jiems patinka braižyti diagramas, grafikus (62,5%), nei atlikti kitus veiksmus (žr. IV. 18 pav.).



IV. 18 pav. Trečios klasės mokinių nuomonių pasiskirstymas (%)

Buvo nemažai mokinių, kurie žymėjo kelias veiklas, nes statistikos užduotys yra neatsiejamoms nuo tekstinių užduočių, nuo skaičiavimų, matavimų ir geometrijos.

Apklausiant ketvirtoje klasėje eksperimente dalyvavusius mokinius, daugiau orientuotasi į atskirų statistikos procedūrų atlikimą.

Duomenis pateikti mokiniams lengviausia: 1) lentelė; 2) stulpeline diagrama; 3) grafiku; 4) skrituline diagrama; 5) piktograma. Statistiškai reikšmingų skirtumų tarp mokinių lyties ir tarp

mokinių, kurie į eksperimentą įsitraukė skirtingu metu nerasta. *Skaityti duomenis* mokiniams taip pat lengviausia tada, kai pateikta stulpeline diagrama. Nuomonių pasiskirstymas pagal klases, kurios dalyvavo skirtingu metu eksperimente, tapatingas, o lyčių skirtumai pateikti IV. 10 lentelėje.

IV. 10 lentelė

Ketvirtos klasės mokinių nuomonių pasiskirstymas apie duomenų skaitymo procedūrų priimtinumą lyties aspektu

Atsakymų pasiskirstymas pagal lytį	Stulpelinė diagrama	Grafikas	Lentelės	Paveikslėliai	Piktogramos
Bendras	1	3	2	4	5
Mergaitės	2	4	1	3	5
Berniukai	1	2	3	4	5

Atlikdami užduotį, mokiniai atlieka įvairaus pobūdžio pažintinius veiksmus. Jiems labiausiai patinka atlikti tyrimą, antra vieta skiriama diagramoms, grafikams braižyti, trečia – duomenims skaityti, paskutinė – rezultatams aptarti. Statistiškai reikšmingų skirtumų pagal lyties ir klasių požymius nerasta. Atskirai vertinta veikla su tikimybių elementais: 75,3% apklaustųjų pasisakė, kad ši veikla patiko, nelabai patiko 20,5%, nepatiko 4,1%.

Trečios klasės mokiniai siūlė temas, kurias norėtų nagrinėti atliekant apklausas, tyrimus, bandymus; dažniausiai vardijamos temos, susijusios su vaikams artima aplinka (apie šuniukus, kačiukus, įdomius miestus, savo ir kitos klasės mokinius, gyvūnus, sportą, keliones). Mokiniai norėtų, kad patys savarankiškai galėtų vaizduoti surinktus duomenis, kad reikėtų „pasukti“ galvą skaičiuojant, dažniau vaizduoti skrituline diagrama arba skaityti jos duomenis.

Įvertindami užduotis, mokiniai dažniausiai sakė, kad jos yra: „įdomios“, „patiko, nes viską supratau“, „buvo smagu“, „gera užduotis“, „patiko, pasikartojome lietuvių kalbos programą“, „patiko užduoties sąlyga“, „patiko, nes daug sužinojau“, „man patinka ledai, patinka ir užduotys apie ledus“, „patinka žymėti oro temperatūrą“, „patiko, nes tokią užduotį pamačiau pirmą kartą“, „patiko, nes buvo juokinga visai klasei“, „patiko, nes reikėjo pasukti galvą“ ir pan.

Buvo mokinių, kurie išskyrė ir nepatikusias užduotis: „nepatiko, nes reikėjo dalyti“, „nepatinka spēlioti“, „per lengva, nuobodu“, „nepatiko, nes iš pradžių nesupratau“.

Ketvirtoje klasėje mokiniai aprašė pačias įdomiausias užduotis. Jiems labiausiai patiko užduotys apie gyvūnus (ypač apie dinosaurus), augalus, pasaulio žemynus, sportą, tikimybių užduotys, užduotys su procentais, su Morzės abėcėle; iš procedūrų – diagramų ir grafikų braižymas. Jie nurodė, kad tokios užduotys buvo su gražiais paveikslėliais, pateikiančios daug papildomos informacijos („sužinojau, kad dinozaurai ne tik mėsą ėda, bet ir žoles“), daug žinių pritaikė savo

gyvenime („*sugebėjau apskaičiuoti, kiek kainuoja nupigintos kortos*“). Ketvirtos klasės mokiniai, rašydami linkėjimus kitiems vaikams, kurie neturėjo galimybių atlikti statistikos užduočių, siūlė jiems neliūdėti ir vietoj žurnalo „Flintas“ geriau įsigyti statistikos darbo sąsiuvinį. Kiti linkėjo, kad „*stengtųsi viską gerai atlikti, nes tikrai įdomu*“, pažymėjo, kad „*statistika padėjo mokytis*“, „*su statistika linksma*“, „*statistika įdomus mokslas*“, siūlė „*susikurti vaizduotėje savo statistikos pasaulį*“, norėtų, kad ir penktoje klasėje turėtų galimybę atlikti panašias užduotis.

Apibendrinant mokinių atsakymus į anketos klausimus, galima teigti, kad eksperimente dalyvavę mokiniai teigiamai vertina užduotis ugdymo procese. Lengviausia duomenis pateikti lentelė, o duomenis skaityti – iš stulpelinės diagramos. Įdomiausia veikla mokiniams pasirodė tyrimai. Trečios klasės mokymas labiausiai patiko įvairi veikla pamokose (tiek dirbant individualiai, tiek grupelėmis), o ketvirtos klasės mokiniai daugiau pasisakė už darbą grupėmis.

IŠVADOS

- Tyrimas parodė, kad statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymo optimalų turinį sudaro užduotys, kurias atlikdami mokiniai ugdomi: a) *techninio lygmens* gebėjimus (duomenų skaitymas ir vaizdavimas); b) *matematinų operacijų gebėjimus* (apskaičiuoti vidurkį, klasifikuoti duomenis, suapvalinti skaičius, juos išreikšti procentais, suvokti tikimybių teorijos elementus); *bendruosius pažintinius gebėjimus* (gebėjimą formuluoti problemą, hipotezę, rinkti duomenis jai tikrinti, duomenis analizuoti, interpretuoti, daryti išvadas).
- Tyrimas parodė, kad statistinių gebėjimų ugdymo turinys, atsižvelgiant į mokinių amžiaus ypatumus, matematinių kompetencijų lygį, sistemingai realizuojamas integruojant mokinių matematinius gebėjimus, kitų mokomųjų dalykų turinio žinias, bendruosius pažintinius gebėjimus, asmeninę patirtį, todėl yra bendroji pradinio ugdymo problema.
- Pedagoginio eksperimento rezultatai atskleidė, kad statistinių gebėjimų ugdymo sėkmę nulemia mokymo turinio sistemingumas, nuoseklus žinių sistemos gilinimas tolesniame procese tiek mokant matematikos, tiek ir visų kitų mokomųjų dalykų, laikantis tarpdalykinių ryšių principo ir vykdant pažintinę veiklą (renkant duomenis, keliant hipotezes, jas tikrinant, darant išvadas, interpretuojant), ir tinkamos pedagogų kompetencijos.
- Pradinėje mokykloje ugdant statistinius gebėjimus, ugdomi ne tik specialieji gebėjimai, bet ir visapusiška asmenybė. Statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymas atlieka pažintinę, lavinamąją, tiriamąją, pragmatinę, informacinę, socializacijos funkcijas. Statistikos kursas atveria plačias eksperimentavimo, aplinkotyros tyrinėjimo, komunikacijos panaudojimo mokymo procese galimybes.
- Pradinių klasių mokinių statistinių gebėjimų ugdymas sėkmingas, jei yra parengtos mokymo priemonės, kurių turinio absoliučiosios ir santykinės apimtys atitinka tarptautinius standartus.
- Tyrimas atskleidė statistinių gebėjimų ugdymo perimamumo tarp pradinės ir pagrindinės mokyklos klasių dvipusį pobūdį: pradinių klasių mokiniai parengiami įsisavinti aukštesniųjų klasių matematikos mokymo turinį, o pastarasis sudaromas remiantis tuo, ko išmokstama pradinėse mokyklose.
- Tyrimas parodė, kad kai kurie statistikos ir tikimybių teorijos elementai yra prieinami trečios klasės mokiniams, tačiau tik ketvirtoje klasėje susiformuoja prielaidos.

- Pradinių klasių mokinių teigiamą požiūrį į statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymąsi lemia: užduočių turinio ryšys su mokinių artimąja aplinka; galimybė savarankiškai atlikti tyrimus ir gauti mokinių interesus atitinkančius rezultatus; papildomai įgytos įvairių sričių žinios ir gebėjimai; mokytojų naudojami metodai, aktyvinantys individualią ir grupinę veiklą.
- Tyrimas atskleidė, kad mokytojai, neįgiję statistinių gebėjimų studijų metais, patiria nemažų sunkumų realizuodami statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymo turinį; jų statistinių gebėjimų ugdymas tęstinio studijų institucijose yra esminė sėkmingo statistikos ir tikimybių teorijos elementų mokymo prielaida.
- Įvairių šalių mokslinių publikacijų analizė ir atliktas empirinis tyrimas liudija, kad pradinių klasių matematikos mokymo turinys turi būti nacionalinės kultūrinės erdvės komponentas, funkcionuojantis paritetiniais pagrindais su matematiniu komponentu.

REKOMENDACIJOS

- **Bendrųjų programų rengėjams:** sudarant naują ugdymo turinį, pradinėse klasių matematikos skyriuose tikslinga mokytį braižyti stulpelinę, skritulinę, ploto diagramą, grafiką, piktogramas, kurios naudojamos mokant kitų dalykų, informacijos šaltiniuose, ir iš jų skaityti duomenis; skaičiuoti vidurkį, apvalinti skaičius, nustatyti skaičiaus procentus, supažindinti su vienodo ir nevienodo įvykių tikėtinumo įvykiais, paprasčiausiais atvejais nustatyti įvykių tikimybę.
- **Pradinio ugdymo dėdaktams:** a) Nagrinėjant įvairias mokomąsias temas, tikslinga supažindinti mokinius su vienodo ir nevienodo tikėtinumo įvykiais, mokytį nustatyti baigties tikėtinumo įvertį išreiškiant jį žodžiu ir raštu. Sudaryti sąlygas mokiniams eksperimentuoti, diskutuoti, kad jie praktiškai įsitikintų, jog bandymų baigtys gali būti tiek vienodai, tiek nevienodai tikėtinai; b) Atsižvelgti į aprobuotą statistinių gebėjimų turinį formuluojant mokomąsias užduotis ir sudarant matematikos ir kitų dalykų pratybų sąvadus.
- **Pradinėse klasių mokytojus rengiančioms institucijoms:** daugiau dėmesio skirti statistikos ir tikimybių teorijos pradmenims mokytį, jų pateikimo metodikai, mokomiesiems tikslams ir principams suprasti. Ypatingas dėmesys turėtų būti skiriamas mokytojų kompetencijai suvokti statistiką ir tikimybių teoriją.
- **Tęstinio profesinio mokymo institucijoms:** kvalifikacijos tobulinimo programose numatyti mokytojų kvalifikavimą statistikos ir tikimybių teorijos srityje.
- **Tolesnių mokslinių tyrimų vykdytojams siūloma nagrinėti, kaip:**
 - statistiniai gebėjimai panaudojami kitų mokomųjų dalykų pamokose;
 - statistinis mąstymas ugdomas įvairių mokomųjų dalykų pamokose;
 - mokytojai rengiami ugdyti mokinių statistinius gebėjimus.

Literatūra

Vadovėliai ir pratybų sąsiuviniai

1. Bakštys A., Bakštys G. (2001). Matematika. 5 klasė. Vilnius: Alma litera.
2. Balčytis B. (1996). Skaičių šalis. Vadovėlis I klasei. Kaunas: Šviesa.
3. Balčytis B. (1998). Skaičių šalis. Vadovėlis II klasei. Kaunas: Šviesa.
4. Balčytis B. (1999). Skaičių šalis. Vadovėlis III klasei. Kaunas: Šviesa.
5. Balčytis B. (2000). Skaičių šalis. Vadovėlis IV klasei. Kaunas: Šviesa.
6. Balčytis B. (1996). Skaičių šalis. Pratybų sąsiuvinis I klasei. Kaunas: Šviesa.
7. Balčytis B. (1998). Skaičių šalis. Pratybų sąsiuvinis II klasei. Kaunas: Šviesa.
8. Balčytis B. (1999). Skaičių šalis. Pratybų sąsiuvinis III klasei. Kaunas: Šviesa.
9. Balčytis B. (2000). Skaičių šalis. Pratybų sąsiuvinis IV klasei. Kaunas: Šviesa.
10. Baltūsis J. (1934). Aritmetikos uždavinynas. D.1. Kaunas.
11. Bublat J., Furnstahl A., Honisch J. (2000). Zahlen – Zug 4. Wien.
12. Busilas A. (1922). Aritmetika. D.3. Kaunas.
13. Busilas A. (1922). Aritmetika. D.4. Kaunas.
14. Busilas A. (1928). Matematikos uždavinynas. D 2. Kaunas.
15. Cihlar J., Melichar J., Zelenka M. (1996). Matematika 4. Dialog, Praha.
16. Damijonaitis J. (1938). Aritmetikos uždavinynas. IV – ajam pradžios mokyklos skyriui. D 3. Kaunas – Marijampolė: Dirvos bendrovės leidinys.
17. Damijonaitis J. (1938). Aritmetikos uždavinynas. IV – jam pradžios mokyklos skyriui. D. 4. Kaunas – Marijampolė: Dirvos bendrovės leidinys.
18. Debaileul A., Lenoir E., Treve L., Vincent J. (1996). Maths 4. Paris: Bordas.
19. Ginn Mathematics (1990). Great Britain, Ginn and Company.
20. Gorgosch J., Hahn G., Krautmacher J., Schniewind K. (1986). Westermann Mathematik 4. Braunschweig, Westermann.
21. Gvildys J. (1930). Aritmetikos uždavinynas. D 2. Kaunas.
22. Jonynienė V. (2001). Aš ir pasaulis: vadovėlis 1 klasei. Kaunas: Šviesa.
23. Jonynienė V. (1997). Mūsų pasaulis: vadovėlis 3 klasei. Kaunas: Šviesa.
24. Jonynienė V. (1995). Pasaulis ir aš: vadovėlis 2 klasei. Kaunas: Šviesa.
25. Jonynienė V. (1996). Vienas pasaulis: vadovėlis 4 klasei. Kaunas: Šviesa.
26. Jonynienė V. (2000). Aš ir pasaulis: pratybų sąsiuvinis 1 klasei. Kaunas: Šviesa.
27. Jonynienė V. (2000). Mūsų pasaulis: pratybų sąsiuvinis 2 klasei. 1 dalis. Kaunas: Šviesa.
28. Jonynienė V. (2000). Mūsų pasaulis: pratybų sąsiuvinis 2 klasei. 2 dalis. Kaunas: Šviesa.

29. Jonynienė V. (2001). Pasaulis ir aš: pratybų sąsiuvinis 3 klasei. Kaunas: Šviesa.
30. Jonynienė V. (2002). Vienas pasaulis: pratybų sąsiuvinis 4 klasei. 1 dalis. Kaunas: Šviesa.
31. Jonynienė V. (2002). Vienas pasaulis: pratybų sąsiuvinis 4 klasei. 2 dalis. Kaunas: Šviesa.
32. Keller K. H., Pfaff P. (2002). Das Mathebuch 4. Offenburg, Mildenerger Verlag.
33. Kiseliovas A., Kiseliova D. (1996). Matematikos pasaulyje. Vadovėlis I klasei. I, II dalys. Vilnius: Alma littera.
34. Kiseliovas A., Kiseliova D. (1996). Matematikos pasaulyje. Pratybų sąsiuvinis I klasei. I, II dalys. Vilnius: Alma littera.
35. Kiseliovas A., Kiseliova D. (1998). Aprašomoji statistika // Žvirblių takas. Nr. 3, p. 19–24.
36. Kiseliovas A., Kiseliova D. (1998). Aprašomoji statistika // Žvirblių takas. Nr. 3, p. 19–24.
37. Kiseliovas A., Kiseliova D. (1998). Matematikos pasaulyje. Vadovėlis 2 klasei. I ir II dalys. Vilnius: Alma littera.
38. Kiseliovas A., Kiseliova D. (1998). Matematikos pasaulyje. Pratybų sąsiuvinis 2 klasei. I ir II dalys. Vilnius: Alma littera.
39. Kiseliovas A., Kiseliova D. (1999). Matematikos pasaulyje. Vadovėlis 3 klasei. I ir II dalys. Vilnius: Alma littera.
40. Kiseliovas A., Kiseliova D. (1999). Matematikos pasaulyje. Pratybų sąsiuvinis 3 klasei. I ir II dalys. Vilnius: Alma littera.
41. Kiseliovas A., Kiseliova D. (2000). Matematikos pasaulyje. Vadovėlis 4 klasei. I ir II dalys. Vilnius: Alma littera.
42. Kiseliovas A., Kiseliova D. (2000). Matematikos pasaulyje. Pratybų sąs. 4 klasei I ir II dalys. Vilnius: Alma Littera.
43. Klimavičiaus K. (1933). Matematikos vadovėlis. D 1. Kaunas.
44. Klimavičius K. (1938). Skaičiavimo uždavinynas. D. 2. Kaunas.
45. Kupčiūnas K. ir kt. (1930). Skaičiavimo uždaviniai. D. 2. Kaunas.
46. Kupčiūnas K. ir kt. (1930). Skaičiavimo uždaviniai. D. 3. Kaunas.
47. Kupčiūnas K. ir kt. (1932). Skaičiavimo uždaviniai. D. 4. Kaunas.
48. Kupčiūnas K. ir kt. (1936). Skaičiavimo uždaviniai. D. 5. Kaunas.
49. Kupčiūnas K. ir kt. (1937). Skaičiavimo uždaviniai. D. 6. Kaunas.
50. Kupčiūnas K., Kalninis J., Trinkūnas J. (1932). Skaičiavimo uždaviniai IV – ajam pradžios mokyklos skyriui IV dalis. Kaunas: Spaudos fondas.
51. Marcelionienė E., Plentaitė V. (1999). Šaltinėlis: pratybų sąsiuvinis 1 klasei. 1 dalis. Kaunas: Šviesa.
52. Marcelionienė E., Plentaitė V. (1999). Šaltinėlis: pratybų sąsiuvinis 1 klasei. 2 dalis. Kaunas: Šviesa.

53. Marcelionienė E., Plentaitė V. (1999). Šaltinėlis: pratybų sąsiuvinis 1 klasei. 3 dalis. Kaunas: Šviesa.
54. Marcelionienė E., Plentaitė V. (1999). Šaltinis: pratybų sąsiuvinis 3 klasei. 3 dalis. Kaunas: Šviesa.
55. Marcelionienė E., Plentaitė V. (1999). Šaltinis: vadovėlis 3 klasei. 1 knyga. Kaunas: Šviesa.
56. Marcelionienė E., Plentaitė V. (1999). Šaltinis: vadovėlis 3 klasei. 2 knyga. Kaunas: Šviesa.
57. Marcelionienė E., Plentaitė V. (1999). Šaltinis: vadovėlis 3 klasei. 3 knyga. Kaunas: Šviesa.
58. Marcelionienė E., Plentaitė V. (1999). Šaltinis: vadovėlis 3 klasei. 4 knyga. Kaunas: Šviesa.
59. Marcelionienė E., Plentaitė V. (2000). Prie šaltinėlio: vadovėlis 1 klasei. Kaunas: Šviesa.
60. Marcelionienė E., Plentaitė V. (2000). Šaltinėlis: elementorius 1 klasei. Kaunas: Šviesa.
61. Marcelionienė E., Plentaitė V. (2000). Šaltinis: pratybų sąsiuvinis 3 klasei. 1 dalis. Kaunas: Šviesa.
62. Marcelionienė E., Plentaitė V. (2000). Šaltinis: pratybų sąsiuvinis 3 klasei. 2 dalis. Kaunas: Šviesa.
63. Marcelionienė E., Plentaitė V. (2000). Šaltinis: pratybų sąsiuvinis 3 klasei. 4 dalis. Kaunas: Šviesa.
64. Marcelionienė E., Plentaitė V. (2000). Šaltinis: pratybų sąsiuvinis 4 klasei. 1 dalis. Kaunas: Šviesa.
65. Marcelionienė E., Plentaitė V. (2000). Šaltinis: vadovėlis 4 klasei. 1 knyga, 1 skyrius. Kaunas: Šviesa.
66. Marcelionienė E., Plentaitė V. (2000). Šaltinis: vadovėlis 4 klasei. 2 knyga, 2 skyrius. Kaunas: Šviesa.
67. Marcelionienė E., Plentaitė V. (2000). Šaltinis: vadovėlis 4 klasei. 3 knyga, 3 skyrius. Kaunas: Šviesa.
68. Marcelionienė E., Plentaitė V. (2000). Šaltinis: vadovėlis 4 klasei. 2 dalis. Kaunas: Šviesa.
69. Marcelionienė E., Plentaitė V. (2002). Šaltinėlis: pratybų sąsiuvinis 2 klasei. 1 dalis. Kaunas: Šviesa.
70. Marcelionienė E., Plentaitė V. (2002). Šaltinėlis: pratybų sąsiuvinis 2 klasei. 2 dalis. Kaunas: Šviesa.
71. Marcelionienė E., Plentaitė V. (2002). Šaltinėlis: pratybų sąsiuvinis 2 klasei. 3 dalis. Kaunas: Šviesa.
72. Marcelionienė E., Plentaitė V. (2002). Šaltinėlis: vadovėlis 2 klasei. 1 knyga. Kaunas: Šviesa.
73. Marcelionienė E., Plentaitė V. (2002). Šaltinėlis: vadovėlis 2 klasei. 2 knyga. Kaunas: Šviesa.

74. Marcelionienė E., Plentaitė V. (2003). Šaltinėlis: pratybų sąsiuvinis 2 klasei. 4 dalis. Kaunas: Šviesa.
75. Mencis J., Krastina E., Olina D., Mencis J. (2000). Matematika 4 klasei. Riga, Zvaigzne ABC.
76. Koman M., Kurina F., Ticha M. (1996). Matematika 4. Bratislava: Slovenske pedagogicke nakladatelstvo.
77. Naujokaitis P. (1937). Aritmetikos uždavinynas. III – jam pradžios mokyklos skyriui. D 3. Kaunas–Marijampolė: Dirvos bendrovės leidinys.
78. Naujokaitis P. (1938). Aritmetikos uždavinynas. D. 4. Kaunas–Marijampolė.
79. Palzkill L., Rinkens H. D. (1994). Die Welt der Zahl 4. Hannover: Schroedel Schulbuchverlag.
80. Pčiolka A., Poliakas G. (1962). Aritmetika: vadovėlis IV klasei. Kaunas.
81. Schmidt R. (1991). Denken und rechnen 4. Braunschweig: Westermann.
82. Stričkienė M., Cibulskaitė N. (2001). Matematika ir pasaulis. Vadovėlis 5 klasei. Vilnius: TEV.

Literatūra

1. 2003 metų nacionalinio IV ir VII klasių moksleivių pasiekimo tyrimo ataskaita (2003). Vilnius.
2. Adichie J. N. (1991). Policies and Strategies for the Improvement of the Teaching and Learning of Statistics at all Levels; Paper Presented at a two–days Workshop on the Policies and Strategies for the Improvement of the Teaching and Learning of Mathematics at all Levels, organized by the National Mathematics Centre, Abuja, February 19–21.
3. Aims and Central Knowledge and Proficiency Areas: The Danish Primary and lower Secondary School (1996). Denmark: Danish Ministry of Education.
4. Ainley J. (2000). Constructing purposeful mathematical activity in primark classrooms // The Maths We need Now: demands, deficits and remedies. In C. Tikly, and A. Wolf (Eds.), p. 138–153. London: Institute of Education, University of London.
5. Ainley J. (2001). Transoarency in graphs and graphing tasks: An iterative design process // Journal of Mathematical Behavior, vol. 19, p. 365–384.
6. Amit M. (1998). [Learning Probability Concepts Through Games](#) // International Conference on the Teaching of Statistics (ICOTS 5), Singapore (Ed. R. Luk), p. 45–47.
7. Anderson C., Loynes R. (1987). The Teaching of Practical Statistics. Wiley, Chichester.
8. Artzt A., Newman C. (1990). How to Use Cooperative Learning in the Mathematics Class. Renton, VA: National Council of Teachers of Matehamatics.
9. Asar R. M. (2002). An Experimental Approach for Teaching Statistics in the Egyptian Schools // (Ed. M. G. Ottaviani). The Sixth International Conference on teaching Statistics (ICOTS 6). July 7–12, South Africa, p. 358–363. [žiūrėta 2003–07–28]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.
10. Association for the Development of Education in Africa (1997). National Mathematics Center, Abuja, Nigeria.
11. Australian Association of mathematics Teachers (AAMT) (1997). Numeracy everyone's business. Report of the Numeracy Education Startegy Development Conference. May 1997. Adelaide: Author.
12. Australian Education Council (1990). A National Statement on Mathematics for Australian Schools. Carlton, VIC: Curriculum Corporation.
13. Australian Education Council (AEU) (1994). A National Statement on Mathematics Australian Schools. Carlton, Victoria, Australia: AEC.
14. Balčytis B. (2001). Statistikos pradmenų mokymas // Žvirblių takas, nr. 6, p. 15–19.

15. Bangdiwala S. I. (2001). Teaching Statistical Reasoning in Elementary Schools Using Age – Appropriate Methods // International Conference (ISI) 53 rd sesion. Seoul, Korea, p. 135–136.
16. Barbieri G., Giacche P. (1999). The experience of Istat in the Promotion of Statistical Literacy in Schools // Jornades europees d'estadistic, 10(1), Perugia, Italy, p. 87–96.
17. Batanero C. (2003). Assesing Secondary School Students Understanding of Averages // In R. Gras & M. Artigue (Eds.), Colloque "Méthodes d'analyses statistiques multidimensionnelles en Didactique des Mathématiques" (p. 245–256). Caen: A.R.D.M.
18. Batesel P. (1997). Grupinis mokymas. Grupinis mokymas šiuolaikinėje mokykloje. Vilnius: Eugrimas, p. 7–26.
19. Bational Curricula parameters (1998). Ministry of Education Brasilia.
20. Beaton A. E., Mullis I. V., Martine M. O. ir kt. (1996). Mathematics achievement in the primary and middle school years: IEA'S third international mathematics and science (TIMSS) Chestnut Hill, MA: Boston College.
21. Begg A. (1995). Statistics and the Mathematical Processes. In Teaching Statistics, 17(2), 40–43.
22. Begg A. (1998). Changing School Statistics // International Conference on the Teaching of Statistics. (Ed. R. Luk) (ICOTS 5), Singapore, p. 1360–1366.
23. Bendrojo lavinimo mokyklos bendrosios programos ir išsilavinimo standartai (2003). Vilnius.
24. Ben-Zvi D. (1998). Towards a Characterization and Understanding of Students' Learning in an Interactive Statistics Environment // International Conference on the Teaching of Statistics. (Ed. R. Luk) (ICOTS 5), Singapore, p. 648–654.
25. Ben-Zvi D. (2000). Toward understanding the role of technological tools in statistics learning // Mathematical Thinking and Learning, 2, p. 127–155.
26. Ben-Zvi D., Arcavi A. (2001). Junior high school student's construction global views of data and data representations // Educational Studies in Mathematics, 45 (1–3), p. 35–65.
27. Bertin J. (1983). Semiology of graphics. Madison: The University of Wisconsin Press.
28. Bitinas B. (1974). Statistiniai metodai pedagogikoje ir psichologijoje. Kaunas.
29. Bitinas B. (1998). Ugdymo tyrimų metodologija. Vilnius.
30. Bitinas B. (2002). Pedagoginės diagnostikos pagrindai. Vilnius.
31. Blades M., Spencer C. (1989). Young children's ability to use coordinate references. Journal of genetic Psychology, 150 (1), p. 5–18.
32. Boland P. J. (1998). Promoting the use of data analysis and statistical projects in Ireland // (Ed. R. Luk). International Conference (ICOTS 5). Singapore, p. 1128–1134. [žiūrėta 2003–07–28]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.
33. Borovnik M. G. (2002). Intuitive strategies of teaching statistics. [žiūrėta 2004–03–02]. Prieiga per internetą: <[http:// www.stat.unipq.it/CIRDIS/incotri/iase/html](http://www.stat.unipq.it/CIRDIS/incotri/iase/html)>

34. Bowman A. (2002). Teaching by Design // Teaching Statistics, Vol. 24, nr. 2, p. 52–57.
35. Box G. E., Hunger W., Hunger J. (1978). Statistics for Experimenters. John Wiley and Sons, New York.
36. Bradstreet T. (1996). Teaching Introductory Statistics Courses So That Nonstatisticians Experience Statistical reasoning // The American Statistician, 50, p. 69–78.
37. Bramwell A. (2002). Primary Data // Teaching Statistics at its Best. Meldreth, England.
38. Bright G. W. (1998). Students' (Grade 6–8) Understanding of Graphs // International Conference on the Teaching of Statistics. (Ed. R. Luk). (ICOTS 5), Singapore, p. 656–662.
39. Bühl, A., Zöfel P. (1996). Professionelle Datenanalyse mit SPSS für Windows. Bonn; Paris.
40. Brunelli L. & Gattuso L. (2000). Real Data and Statistics in Mathematics Education. What is Coming out of a Research on Teaching Strategies for the Learning of Statistics. Proc. Int. Conf. on Mathematics Education. Amman, November.
41. Busilas A. (1925). Pradedamosios matematikos metodika. D. 1. Kaunas.
42. Busilas A. (1926). Pradedamosios matematikos metodika. D. 2. Kaunas.
43. Butkienė G. (1996). Mokymosi psichologija. Vilnius: VPU leidykla.
44. Butkienė G., Kepalaitė A. (1996). Mokymasis ir asmenybės brendimas. Vilnius: Margi raštai.
45. Cai J. (1995). Beyond the computational algorithm: Students' understanding of the arithmetic average concept. In L. Meira & D. Carraher (Eds.), Proceedings of the 19 th Psychology of Mathematics Education Conference, Vol. 3, p. 144–151.
46. Cai J. (1998). Exploring students' conceptual understanding of the averaging algorithm. School Science and Mathematics, 98, p. 93–98.
47. Callaert H. (2003). In search of the Specificity and the Identifiability of Stochastic Thinking and Reasoning // Paper presented at CERME 3: Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education, 2003 in Bellaria, Italy.
48. Campos P., Bacelar S., Oliveira E., Gome J. (1999). Statistics and the Teaching of Statistics in Secondary Schools // Jornades Europees d'estadística. Perugia, Italy, no. 3, p. 25–28.
49. Carlson B. (2002). Preparing Workers for the 21 st Century: the Importance of Statistical Competencies // (Ed. Ottaviani M. G.). The Sixth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 6). July 7–12, South Africa, p. 77–82.
50. Carneiro J. P. Q., Dasilva P. A. L. (1998). Teaching Statistics in Brazil // (Ed. Luk R.). International Conference (ICOTS 5). Singapore, p. 622–627. [žiūrėta 2003–09–14]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.
51. Carvalho C. (2003). Solving Strategies in Statistical Tasks // Third Conference on the European Society for Research in Mathematics Education 28 February– March in Bellaria, Italy.

52. Carvalho C., Cesar M. (2002). Sharing Ideas and Statistics Learning: the Role of Peer Interactions in Schools Context // (Ed. M. G. Ottaviani). The Sixth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 6). July 7–12, South Africa, p. 410–416. [žiūrēta 2003–11–04]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.
53. Carvalho C., & César, M. (2000). The Game of Social Interactions in Statistics Learning and in Cognitive Development. In T. Nakahara and M. Koyama (Eds.), PME 24 Proceedings (vol. 2, p. 153–160). Hiroshima: Hiroshima University.
54. Carvalho C., & César M. (2001). Peer Interactions and Statistics Learning. In M. Heuvel–Panhuizen (Ed.), PME 25 Proceedings (vol. 2, p. 217–224). Utrecht: Utrecht University.
55. Chance B. L. (2000). Components of Statistical Thinking and Implications for Instruction and Assessment // Presented at Annual Meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, April 24, p. 12–20.
56. Chervaney N., Benson P., Iyer R. (1980). The planning in statistical reasoning // The American Statistician, 34, p. 222–226.
57. Chervaney N., Collier R., Fienberg S., Johnson P., Neter J. (1977). A framework for the the development of measurement instruments for evaluating the introductory statistics course // The American Statistician, 31, p. 17–23.
58. Cheung P. H. (1998). Statistics in the School Curriculum in Hong Kong // International Conference on the Teaching of Statistics. (Ed. R. Luk) (ICOTS 5), Singapore, p. 1457–1466. [žiūrēta 2003–09–14]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.
59. Cobb G. W. (1991). Teaching Statistics: More data, Less Lecturing // Amstat News, December, no. 182, p. 1–4.
60. Cobb P. (1999). Individual and Collective Mathematical Development: The Case of Statistical Analysis // Mathematical Thinking and Learning, 1, p. 5–43.
61. Cobb G. W., Moore D. S. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching. The Am. Math. Mont. 104(9), 801–823.
62. Cobo F. T. S., Castro A. E. (1998). The Stochastic Curriculum in Primary and Secondary Education in Spain // (Ed. R. Luk). International Conference (ICOTS 5). Singapore, p. 600–605. [žiūrēta 2003–09–14]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.
63. Costello J. (1991). Teaching and Learning Mathematics. New York, p. 11–16.
64. Curcio F. R. (1987). Comprehension of Mathematical Relationships Expressed in Graphs // Journal for Research in mathematics Education, 18, p. 382–393.

65. Curriculum Development Council (2000). Report on holistic review of the mathematics curriculum. Hong Kong: Education Dept.
66. Curriculum for Compulsory Schools (1994). Stockholm: Swedich Ministry of Education and Science.
67. Curriculum for Middle and High School (1993). National Ministry. Israel.
68. Curriculum Guidelines for Compulsory Education in Norway (1990). Norway.
69. Curriculum Handbook for Parents (2001). Alberta Program of Studies for Mathematics. Western Canadian Protocol for Collaboration in Basic education. Alberta Learning, Alberta, Canada.
70. Curriculum of Education (1992). Ministry of Education Spanish.
71. Černius J. V. (1992). Mokytojo pagalbininkas. Kaunas.
72. Day C., Hall C., Gammage P., Coles M. (1998). Pradinės mokyklos ugdymo turinio vadyba. Vilnius: Margi raštai, p. 142.
73. Davidson N. (1990). Cooperative Learning in Mathematics: A Handbook for Teachers, Menlo Park: Addison Wesley.
74. DelMas R., Bart W.M. (1989). The role of an evaluation exercise in the resolution of misconceptions of probability // Focus on Learning Problems in Mathematics, 11(3), p. 39-54.
75. DelMas R., Gafield J., Chance B. (1999). Assessing the effects of a computer microworld on statistical reasoning // Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching Statistics, (Ed. L. Pereira–Mendoza). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute, p.1083–1090.
76. Denby L. (1993). A Statistician Goes to First Grade // The Statistics Teachers Network, May, p. 29–30.
77. Department for Education (1995). Mathematics in the National Curriculum. London: Department for Education.
78. Department of Education (2001). Mathematics: Draft revised national curriculum statement for grades R–9 (schools), 30 July.
79. Dietz E. K. (1993). A Cooperative Learning Activity on Method of Selecting a Sample // The American Statistician, 47, p. 104–108.
80. DiSessa A. Hammer D., Sherin B., Kolpakowski T. (1991). Inventing graphing: metarepresentational expertise in children // The Journal of Mathematical Behavior, 10 (2), p. 117–160.
81. DOE (1997). South African Department of Education Discussion Document: Curriculum 2005: Specific Outcomes, Assessment Criteria, Range Statements Grades 1 to 9. Pretoria.

82. Dolan O. (2002). Learning Statistics Through Project Work // Teaching Statistics, Vol. 24, no 2.
83. Drucker P. F. (1993). Post-capitalist Society. Oxford: Linacre House, Jordan Hill.
84. Dubin F., Kulman N. (1992). Cross-cultural Literacy: Global Perspective on Reading and Writing. Regent/Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
85. Dubrovina I. V. (1997). [Psychological text-book for school](#). Rusija, Maskva.
86. Education at a Glance. OECD indicators (1996). OECD: Paris.
87. Education for Europeans: towards the learning society (1995). A report from the European Round Table of Industrialists. ERTI.
88. Ehrenberh A. S. (1981). The problem of Numeracy // The American Statistician, 35 (92), p. 67–71.
89. El-Said F. A. (1994). Development of a statistical syllabus in tej secondary school. Zagazig University: Egypt.
90. Ennis R. (1985). A logical basis for measuring critical thinking // Educational Leadership, 43 (2).
91. Ernest P. (1984). Introducing the Concept of Probability // Mathematics Teacher, Vol. 77, nr. 5. USA: NCTM.
92. Ernest P. (1991). The Philosophy of Mathematics Education. London: Falmer Press.
93. Ernest P. (1995). The ne and the Many //Constructivism in Education, (Ed. By L. Stefe, E. Gale). New Jersey: LEA Publisher.
94. Evans J., Rappaport I. (1998). Using statistics in everyday life: from barefoot statisticians to critical citizenship. [žiūrēta 2002–12–03]. Prieiga per internetu: <http://mubs.mdx.ac.uk/Staff/Personal_pages/Jeff2/index.htm>.
95. Fantuzzo J. W., King J., Heller L. R. (1992). Effects of Reciprocal Peer Tutoring on Mathematics and School Adjustment: A Component Anglysis // Journal of Educational Psychology, 84, p. 331–339.
96. Fennema E. (1974). Mathematics learning and the sexes: A review // Journal for Research in Mathematics education, 5, p. 126–139.
97. Fennema E. (1987). Sex-related differences in education: mytch, realities and intervention. Educational handbook: research in to practice. Longman.
98. Fernandez De Carrera E. T. (2002). Teaching Statistics in Secondary School. An Overview: from the Curriculum to Reality // (Ed. M. G. Ottaviani). The Sixth International Conference on teaching Statistics (ICOTS 6). July 7–12, South Africa, p. 425–431. [žiūrēta 2003–11–04]. Prieiga per internetu: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.

99. Ferrari G. (1998). Teaching of Statistics in Newly Independent States: the Case of Kazakhstan // (Ed. Luk R.), International Conference (ICOTS 5). Singapore, p. 628–633. [žiūrėta 2003–09–14]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.
100. Fischbein E. (1975). The intuitive sources of probabilistic thinking in children. Dordrecht–Holland: D. Reidel Publishing Company.
101. Fischbein E. (1987). Intuition in science and mathematics. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
102. Fischbein E., Schnarch D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions // Journal of Research in Mathematics Education, 28 (1), p. 96–105.
103. Friel S., Curcio F. & Bright G., (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications // Journal for Research in Mathematics Education. 32, p. 124–158.
104. Fullan, M. (1998). Leadership for the 21st Century: Breaking the Bonds of Dependency // Educational Leadership, April, 1998, p. 6-10.
105. Gafield J., Ahlgren A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in statistics: Implications for research // Journal of Research in Mathematics Education, 19, p. 44–63.
106. Gailienė D., Bulotaitė L., Sturlienė N. (1996). Aš myliu kiekvieną vaiką. Vilnius.
107. Gal I. & Garfield J. B. (1997). The assessment challenge in statistics education. Amsterdam, The Netherlands: IOS Press.
108. Gal I. & Garfiels J. (1997a). Curricular goals and assessment challenges in statistics and education. In I. Gal & J. Garfiels (Eds.), The Assessment Challenges in Statistical Educational, p. 37–51. Voorbung: International Statistical Institute.
109. Gal I. (2000). Adult Numeracy Development: Theory, Research, Practice. Cresskill, NJ: Hampton Press.
110. Gal I. (2002). Adult Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. International Statistical Review, 70 (1), p. 1–25.
111. Gal I., Garfield J. B. (1998). Aligning Assessment with Instructional Goals and Visions // International Conference on the Teaching of Statistics. (Ed. Roger Luk) (ICOTS 5), Singapore, p. 773–779. [žiūrėta 2003–09–14]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.

112. Gallimore, M. (1991). Graphicacy in the Primary Curriculum. In D. Vere–Jones (Ed), Proceedings of the third International Conference on Teaching. ISI Publications in Statistical Education – The Netherlands.
113. Galmacci G. & Milito A. M. (2000). Statistical education for communicating in modern societies. Poceedings of the 22nd Conference on Regional and Urban Statistics and Research. Shenzhen, Guangdong, P. R. of China. p. 242–247.
114. Galmacci G., Milito A. M. (2002). The Effects of Some Teaching Techniques on Learning Statistics // (Ed. M. G. Ottaviani). The Sixth International Conference on teaching Statistics (ICOTS 6). July 7–12, South Africa, p. 512–121. [žiūrėta 2003–11–05]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.
115. Garfield J. (1993). Teaching Statistics Using Small – Group Cooperative Learning // Journal of Statistics Education, Vol.1, no.1, p. 104–111.
116. Garfield J. (1994). How Students Learn Statistics // Internacional Statistical Review, 63 (1), p. 35–48 [žiūrėta 2002–02–14]. Prieiga per internetą: <http://www.dartmouth.edu/~chance/teaching_aids/books_articles/isi/isi.html>.
117. Garfield J. (1997). Teaching Data Analysis to Primary Teachers // Journal of Statistics Education. Vol. 5, no. 2, p. 179–184.
118. Garfield J. (1999). Thinking about Statistical Reasoning, Thinking and Literacy // Paper presented at First Annual Roundtable on Statistical Thinking, Reasoning and Literacy (STRL–1).
119. Garfield J. (2002). The Challenge of Developing Statistical Reasoning // Journal of Statistics Education, Vol. 10, no. 3, p. 1–9.
120. Garfield J., del Mas R. (1989). Student’s conceptions of probability. In D. Vere–Jones (Ed.), Preceedings of the Third International Conference On Teaching Statistics, Vol. 1, p. 340–349. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
121. Garfield J., Gal I. (1999). Teaching and Assessing Statistical Reasoning // Developing Mathematical Reasoning in Grades K–12. (Ed. L. Stiff), Reston, VA: National Council Teachers of Mathematics, p. 207–219.
122. Garfield J., Hogg B., Schau C., Whittinghill D. (2002). First Courses in Statistical Science: The Status of Educational Reform Efforts // Journal of Statistics Education, Vol. 10, no. 2. p. 456–467.
123. Gerber R. (1985). Designing graphics for effective learning // Geographical Education, 5(1), p. 27–33.
124. Gerber R. (1987). Gifted children and their development of understanding maps // Research in Graphical Education, 3, p. 115–136

125. Giraud G. (1997). Cooperative Learning and Statistics Instruction // Journal of Statistics Education, Vol. 5, no. 3 , p. 25–34.
126. Glaserfeld E. (1995). Constructivist Approach to Teaching // Constructivism in Education, (Ed. By L. Steffe, E. Gale). New Jersey:LEA Publisher.
127. Glencross M. J., Binyavanga K. W. (1996). The Role of Technology in Statistics Education: A View from a Developing Region // IASE. (Edd. A. Hawkins), Role of Technology, Granada, Spain, p. 301–308.
128. Gnanadesikan M., Schaeffer R., Watkins A. E., Witmer J. A. (1997). An Activity–Based Statistics Course // Journal of Statistics Education, 5 (2).
129. Godino J. D., Batanero C. (1994). Significado personal e institucional de los objetos matematicos (Institutional and personal meaning of mathematical objects). *Researches en Didactiques des mathematiques*, 14 (3), p. 325–355.
130. Godino J. D., Batanero C. (1997). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in Mathematics Education. In A. Sierpinska, J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity*, p. 177–195.
131. Godino J. D., Cañizares, M. J. & Díaz, C. (2003) [Teaching Probability to Pre–service Primary School Teachers through Simulation](#) // Invited paper at ISI 54th session, Berlin, Germany.
132. Goodman T. (1997). Understanding Probability and Statistics // *The Mathematics Teacher*. Reston, Vol. 90, Iss. 9, p. 756.
133. Gordon E. et.al. (1990). Sex–related differences in academic performance at GCE (A) level *Educational Research*, 32, p. 229–232.
134. Graham A. (1990). Statistical Investigation on Weather // *Teaching Statistics*. An International for teachers of pupils aged 9–19. Vol. 12, no. 2, Summer, p. 60.
135. Greer B. (2001). Understanding probabilistic thinking: The legacy of Efraim Fischbein. *Educational Studies in Mathematics* 45: 15–33. Kluwer Academic Publisher, Netherlands.
136. Gunstone R. F. (1991). Reconstructing theory for practical experience // (Woolnough B. (ed.), *Practical Science*. Milton Keynes: Open University Press.
137. Haapasalo L. (1994). *Oppiminen, tieto & ongelmanratkaisu*. Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino Oy, tmi MEDUSA Software.
138. Hawkins A., Jolliffe F., Glickman L. (1992). *Teaching Statistical Concepts*. Harlow, UK: Longman.

139. Hawkins S. A., Kapadia R. (1984). Children's conceptions of probability – a psychological and pedagogical review. *Educational Studies in Mathematics*, 15(4), 349–377.
140. Heaton R., Mickelson W. (2002). Reasoning about Data and Distribution Through the Statistical Investigations of a Third Grade Classroom // *Statistics Education research Journal*, 1 (1), p. 31–33.
141. Hedges L. & Nowell A. (1995). Sex differences in mental test scores, variability, and nubers of high scoring individuals // *Science*, 269(5200), p. 41–45.
142. Henry M., Parzysz B. (2002). Young Researchers' Training on Teaching Statistics and Probability in France // *Statistics Education Research Journal*. (Ed. C. Batanero), Vol. 1, no. 1, May, p. 23–24. (<http://fehps.une.edu.au/serj>).
143. Hiebert J., Wearne D. (1986). Procedures over Concepts: The Acquisition of Decimal Number Knowledge in Conceptual and Procedural Knowledge. In *The case for Mathematics* (Ed. J. Hiebert), (p. 95 – 121). Hillsdale, NJ.
144. Hilton S. C., Grimshaw S. D., Anderson G. T. (2001). Statistics in Preschool // *The American Statistician*. Alexandria, Vol. 55, is. 4, p. 332–336.
145. Holmes P. (1980). *Teaching Statistics*, 11–16. Schools council. England: Foulsham Education.
146. Holmes P. (1993). *Making Your A–Level Statistics Teaching Practical // Teaching and Using Statistics*. Papers presented at four workshops for teachers of statistics organised by the Royal Statistical Society, May, p. 8–11.
147. Holmes P. (2000). *Statistics Across the English National Curriculum*. London. [žiūrēta 2001–11–24]. Prieiga per internetą: <<http://www.nc.uk.net>>.
148. Holmes P. (2003). 50 Years of Statistics teaching in English schools: some milestones // *The Statistician*, 85, Part 3, p. 1–25.
149. Hooda D. S., Hooda B. K. (2002). Present Status of Statistical Education in India // (Ed. M. G. Ottaviani), *The Sixth International Conference on Teaching Statistics (ISOTS 6)*. July 7–12, South Africa. p. 314–318. [žiūrēta 2003–11–04]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.
150. Hunter W. G. (1977). Some Ideas About teaching Design of Experiments // *The American Statistician*, 31, p. 12–17.
151. Ibrahim, N. W. (1981). *Development of mathematics Syllabuses in Secondary Education in Egypt sice 1945 to the Present*, M. A. Thesis, Faculty of Education – Ain Shams University.

152. Innabi H. (2002). Teaching Statistics for Critical Thinking // (Ed. M. G. Ottaviani). The Sixth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 6). July 7–12, South Africa, p. 85–87.
153. Johnson T. M., Jones G. A., Langrall C. W., Rous A. (1998). Students' thinking and writing in the context of probability // *Written Communication*, Vol. 5, Issue 2, Beverly Hills, p. 202–229.
154. Johnson D., Johnson R. (1999). Making Cooperative Learning Work. *Theory into Practice*, 67–73.
155. Johnson D., Johnson R. (1989). Social Skills for successful group work. *Educational Leadership*, 47, 4, 29–33.
156. Johnson D., Johnson R. & Holubec E. (1998). *Cooperation in the classroom*. Boston: Allyn and Bacon.
157. Johnson D., Johnson R., & Smith K. (1991). *Active learning: Cooperation in the college classroom*. Edina, MN: Interaction Book Company.
158. Jones G. A. Langrall C. W., Thornton C. A., & Mogill A. T. (1997). A framework for assessing young childrens' thinking in probability // *Educational Studies in Mathematics*, 32, p. 101–125.
159. Jones G. A., Langrall C. W., Thornton C. A., Mooney E. S. (2002). Assessing and Fostering Children's Statistical Thinking // (Ed. M. G. Ottaviani). The Sixth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 6). July 7–12, South Africa, p. 652–653.
160. Jones G. A., Mooney E. S., Langrall C. W., Thornton A. (2002). Students' Individual and Collective Statistical Thinking // (Ed. M. G. Ottaviani). The Sixth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 6). July 7–12, South Africa, p. 119–124.
161. Jones G. A., Thornton C. A., Langrall C. W. et. al. (2000). A framework for charecterizing childrens' statistical thinking // *Mathematical Thinking and Learning*. 2, p. 269–307.
162. Jones G. A., Thornton C. A., Langrall C. W. Mooney E., Perry B., Putt I. (2002). Statistical Reasoning Used by Elementary and Middle School Students When they Analyse and Interpret Data // *Statistics Education Research Journal*. (Ed. C. Batanero), Vol. 1, no. 1, May, p. 42–43.
163. Jones L. (1991). Using cooperative learning to teach statistics. Research Report 91–2, The L. L. Thurston Psycholmetric Laboratory, University of North Karolina, Chapel Hill.
164. Jovaiša L. (2001). *Ugdymo mokslas ir praktika*. Vilnius: Agora, p. 31.

165. Jucevičienė P. (1997). Ugdymo mokslo raida nuo pedagogikos iki šiuolaikinės edukologijos. Kaunas.
166. Jucevičienė P. (1996). Lyginamoji edukologija. Kaunas.
167. Juodaitytė A. (2002). Socializacija ir ugdymas vaikystėje. Vilnius, p. 167.
168. Juodaitytė A. (2003). Vaikystės fenomenas: socialinis–edukacinis aspektas. Šiauliai: Šiaulių universiteto leidykla.
169. Kader G., Perry M. (1994). Learning Statistics // Journal of Mathematics Teaching in the Middle School, p. 130–136.
170. Kazlauskienė A. (2004). Statistical Elements in Lithuanian and German Textbooks of Mathematics for Primary Schools // Innovation durch Bildung Innovation by Education, Reinert von Carlsburg, Gerd Bodo/Musteikiene, Irena (Hrsg./eds.), [Baltische Studien zur Erziehungs – und Sozialwissenschaft](http://www.peterlang.com/all/index.cfm?textfield=innovation+durch+bildung&vResult=true&vDom=3&vRub=1060), vol. 11. Peter Lang Europäischer Verlag der Wissenschaften, p. 289–297. [žiūrėta 2004–11–16]. Prieiga per internetą: <<http://www.peterlang.com/all/index.cfm?textfield=innovation+durch+bildung&vResult=true&vDom=3&vRub=1060>>.
171. Kazlauskienė A. (2003). Statistics Element Ability Subtest // International Association for Statistical Education, Proceedings of the JASE Satellite Conference of Statistics Education and the Internet. Berlin: Germany, 11–12 August. [žiūrėta 2003–11–26]. Prieiga per internetą: <<http://www.ph-ludwigsburg.de/iase/proceedings/index.html>>.
172. Kazlauskienė A. (2001). Pradinių klasių matematikos vadovėliai „Matematikos pasaulyje“ kritinio mąstymo kontekste // Kritinio mąstymo ugdymas pradinėse klasėse per matematikos pamokas. Mokslinės praktinės konferencijos medžiaga. Šiauliai, balandžio 4 d., p. 44–48.
173. Kazlauskienė A. (2002). The Role of Practical in Statistics // III международная научная конференция: обучение математике: история и перспективы. Липаяс Pedagogijas akademija. Lipeja, p. 95 – 97.
174. Kazlauskienė A. (2001a). Tikimybės mąstymo plėtra ir realizavimas šiuolaikinėje visuomenėje // Šiuolaikinės kultūrinės dvasinės plėtros problemos. V tarptautinė mokslinė konferencija. Akademija, p. 344 – 347.
175. Kazlauskienė A. (2002a). Tikimybinių mąstymo formavimas pradinėse klasėse. // Pradinis ugdymas. Straipsnių rinkinys, skirtas ikimokykliniam ir pradiniam ugdymui. Šiauliai, p. 24 – 26.
176. Kazlauskienė A. (2002b). Statistikos elementų panaudojimas sprendžiant problemas // Mokslinė praktinė konferencija „Projektų metodas ugdymo procese“. Šiauliai: Šiaulių universiteto leidykla.

177. Kazlauskienė A. (2003a). Mathematical Education and Teaching Statistics in a primary school. *Changing Education in a Changing Society: Teachers, Students and Pupils in a Learning Society*. May 2–3, Latvia, Ryga, p. 307–310.
178. Kazlauskienė A. (2003b). Statistikos elementai lietuviškų ir vokiškų pradinės mokyklos matematikos vadovėlių kontekste // *Pedagogika*, 65, p. 121–129.
179. Kazlauskienė A. (2003c). Statistikos elementai lietuvių ir kai kurių Vakarų Europos šalių pradinės mokyklos matematikos vadovėlių kontekste // *Lietuvos matematikų rinkinys*, t. 43, nr. 1–5, p. 347–351.
180. Kazlauskienė A., Kiseliova D., Kiseliovas A. (2002). Ketvirtokų statistinių gebėjimų subtesto diagnostinės kokybės charakteristikos // *Pedagogika. Mokslo darbai*. Vilnius: VPU, t. 61, p. 108–116.
181. Kazlauskienė A. (2004a). Pradinių klasių mokinių statistiniai gebėjimai // *Tiltai. Pradinė mokykla: ugdymo turinys ir socialinė integracija*. Klaipėda, nr. 22, p. 58–63.
182. Kazlauskienė A. (2002c). Matematikos užduotys su statistikos elementais III klasėje. Šiauliai: Šiaurės Lietuva.
183. Kazlauskienė A. (2003d). Užduotys su statistikos elementais IV klasėje. Šiauliai: Šiaurės Lietuva.
184. Kazlauskienė A., Kiseliova D., Kiseliovas A. (2001). Statistika kaip instrumentas šiuolaikinės visuomenės mąstymo plėtotei // *Fizika, informatika ir matematika bendrojo ugdymo ir aukštojoje mokykloje*. Šiauliai, p. 212–219.
185. Kazlauskienė A., Kiseliova D., Kiseliovas A. (2003). Characteristics of the quality of the statistic skills' subtest by the aspect of the inform of the test tasks. *Teaching mathematics: retrospective and perspectives*. 4 th International Conference. 23–24 May, Tallinn.
186. Kazlauskienė A., Kiseliova D., Kiseliovas A. (2001a). Statistika kaip instrumentas šiuolaikinės visuomenės mąstymo plėtotei // *Fizika, informatika ir matematika bendrojo ugdymo ir aukštojoje mokykloje*. Šiauliai, p. 212 – 219.
187. Kazlauskienė A. (2003e). Statistikos elementų mokymo aspektai pradžios mokykloje // *Respublikinė mokslinė-praktinė konferencija „Priešmokyklinis ugdymas ir pradinė mokykla: patirtis, idėjos“*. Šiauliai, p. 93 - 96.
188. Kemper D., Nathan R., Sebranek P. (1996). *A handbook for young writers, thinkers and learners*. New Yourk: D. C. Heath and Comany.
189. Kiseliova D., Kazlauskienė A., Kiseliovas A. (2003a). Mathematical Statistical Abilities of the Fourth Formers in the Aspect of Sex. *Gender in Fostering of Social Dialogue*. International Conference. 7–8 March, Lithuania, Šiauliai, p. 109–110.

190. Kiseliova D., Kiseliovas A., Traškevičius K. (1994). TIMSS programos respublikos pradinėse klasėse preliminariniai duomenys // Lietuvos matematikų draugijos XXXV konferencija. Pranešimų tezės. Kaunas: p. 84.
191. Kiseliovas A. (2001). Ketvirtų–penktų klasių matematikos turinys moksleivių adaptacijos kontekste // *Pedagogika*, nr. 54, p. 111–115.
192. Kiseliovas A., Kazlauskienė A. (1998). Statistika pradinės mokyklos matematikoje // Konferencijos „Pradinė mokykla demokratėjančioje visuomenėje“ medžiaga. Šiauliai, p. 59–66.
193. Kiseliovas A., Kazlauskienė A. (1999). Comparative Analysis of First – Formes Mathematic Ach Levement with Respect to their Gender // *Teaching mathematics: Retropective and Perspective II: paper of the international conference*. Riga, p. 54 – 59.
194. Kiseliovas A., Kazlauskienė A. (2002). Tikimybių elementai matematikos pamokose // *Žvirblių takas*, nr. 3, p. 28 – 32.
195. Kiseliovas A., Kazlauskienė A., Kiseliova D. (2002a). Peculiarities of the fourth grade students' statistical skills // *International Scientific Conference „Teacher education in XXI century: changing and perspectives”*. Siauliai University, Lithuania.
196. Kiseliovas A., Kiseliova D., Kazlauskienė A. (2003b). Peculiarities of Fourth Grade Students' Statistical Abilities. *Changing Education in a Changing Society: Teachers, Students und Pupils in a Learning Society*. May 2–3, Latvia, Ryga, p. 318–325.
197. Kiseliovas A. Kazlauskienė A. (1999a). Comparative Analysis of First – formers mathematics achievement with respect to their gender // *International conference Teaching Mathematics: Retrospective and Perspectives II*, Riga, October 6th – 8th, p. 54 – 60.
198. Konold C. (1991). Understanding student's beliefs about probability. In E. von Glasersfeld (Ed.) *Radical Constructivism in Mathematics Education*, Holand: Kluwer, p. 139–156.
199. Konold C., Biehler R., Steinbring H. (1996). Students Analysing Data: A Study of Critical Barriers // *Teaching and Using Statistics*. In J. Garfield & G. Burrill (Eds.). *Research on the Role of Technology in Teaching and Learning Statistics*. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
200. Konold C., Pollatsek A. (1997). A Study of Student Investigations in Data – Sharing Projects // *Teaching and Using Statistics*. Paper Presented at Four Workshops for Teachers of Statistics Organised by the Royal Statistical Society.
201. Konold C., Pollatsek J., Well A. (1996). Students Analyzing Data: Research of Critical Barriers // In J. B. Garfield & G. Burrill (Eds.), *Research on the Role of Technology in Teaching and Learning Statistics: 1996 Proceedings of the 1996 IASE*

- Round Table Conference (p. 151–167). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
202. Konold C., & Higgins T. (2002). Highlights of Related Research. In S. J. Russell D., Schifter & V. Bastable, *Developing Mathematical Ideas: Working with data* (pp. 165–201). Parsippany, NJ: Dale Seymour Publications. (Staff–development materials for elementary teachers.)
 203. Kosslyn S. M. (1989). Understanding Charts and Graphs // *Applied Cognitive Psychology*, 3, 185–226.
 204. Kučinskas V. (1997). *Pedagoginės ergonomikos įvadas*. Klaipėda: KU leidykla.
 205. Kuolys D. (1996). Ugdymo turinio kaita ir mokykla // *Švietimo reforma ir mokytojų rengimas : III tarptautinė konferencija: mokslo darbai*. Vilnius, p. 7–12.
 206. Lam L. (2002). Statistics Education in Hong Kong // (Ed. M. G. Ottaviani). *The Sixth International Conference on teaching Statistics (ICOTS 6)*. July 7–12, South Africa, p. 410–416. [žiūrėta 2003–11–04]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.
 207. Leavy A. (2002). Gifted Students' Understanding of Statistics: Analysis of Data Arising from a Small Group Teaching Experiment // Poster presented at the annual meeting of the American Educational research Association (AERA), New Orleans, LA.
 208. Ledolter J. (1995). Projects in Introductory Statistics Course // *The American Statistician*, 49, p. 364–367.
 209. Lee J. Ch. K., Gerber R. (1999). Hong Kong Students' perceptions of graphs, charts and maps // *Scandinavian Journal of Educational Research*. Oslo, Vol. 43, Iss. 1, p. 19–22.
 210. Leinonen L. Säkkinen A. (1999). Developing and Experimenting Software for Teaching Statistics // *Proceedings of ICTMT4 Plymouth*, 9–13, August.
 211. Lepeškieñė V. (1996). *Humanistinis ugdymas mokykloje*. Vilnius: Valstybinis leidybos centras, p. 119.
 212. Linn M., Layman J., Nachmias R. (1987). Cognitive consequences of microcomputer-based laboratories: Graphing skills development // *Contemporary Educational Psychology*, 12, p. 244–253.
 213. Liutikas V. (1972). *Kaip skaičiuoti įvykių tikimybes*. Kaunas: Šviesa.
 214. Liutikas V. (1978). *Moksleiviui apie matematinę statistiką*. Kaunas: Šviesa.
 215. Liutikas V. (1992). Orientuokimės į pasaulio lygį // *Mokykla*, nr. 6, p. 20–21.
 216. Liutikas V. (1994). Matematika – daugiau negu skaičiavimas // *Mokykla*, nr. 10–11, p. 4–5.
 217. Liutikienė S., Liutikas V. (1996). *Elementarioji tikimybių teorija ir statistika*. Kaunas: Šviesa.

218. Lopes C. A. E. (2003). Stochastic in the Professional Development of Primary School Teachers // Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education 28 February – 3 March in Bellaria, Italy, p. 114–121.
219. Lovett M. (2001). A Collaborative Convergence on Studying Reasoning Processes: A case study in statistics // *Cognition and Instruction: Twenty–Five Years of Progress*, (eds. D. Klahr, S. Carver). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, p. 347–384.
220. Luchini S. R., D’Argenzio M. P. P., Moncecchi G. (2002). Concept Mapping for the Teaching of Statistics in Primary Schools: Results of a Class Experiment in Italy // *International Conference on the Teaching of Statistics*, South Africa, p. 1011–1024.
221. Macaitienė R., Donielienė I. (2001). Matematinių uždavinių turinio ypatumai 5–7 klasės moksleivių nuomonių tyrimo aspektu // *Pedagogika*, nr. 54, p. 116–123.
222. Maccoby E. (1966). *Sex differences in intellectual functioning*. Stanford CA: Stanford University Press.
223. MacGillivray H. (1998). Developing and Synthesizing Statistical skills for Real Situations through Student Projects // (Ed. Luk R.), *International Conference (ICOTS 5)*. Singapore, p. 1150–1156. [žiūrėta 2003–09–14]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.
224. Mačernis M. (1926). *Aritmetikos metodika*. Dalis 1. Tauragė.
225. Mačernis M. (1926). *Aritmetikos metodika*. Tauragė.
226. Marton F. (1988). Describing and improving learning. (In K. Lagerspetz (Eds.)), *Psychology in the 1990’s*, p. 45–72. Amsterdam: Elsevier.
227. *Mathematical Science Education Board* (1993). *Measuring what counts: A policy brief*. Washington, DC: National Academy Press.
228. *Mathematics in the National Curriculum* (1989). Department of Education and Science and the Welch Office. Her Majesty’s Stationary Office, London.
229. *Mathematics program in Japan* (1990). Japan Society of mathematical Education (JSME), Tokyo, Japan.
230. Mckeachie W.J., Pintrich P. R., Yi–Guang L. (1986). *Teaching and Learning in the College Classroom: A Review of the Research Literature*. Ann Arbor, MI: Regents of the University of Michigan.
231. McLean A. (2000). The Predictive Approach to Teaching Statistics // *Journal of Statistics Education*, Vol. 8, no. 3. p 4–99.
232. McLennan W. (1997). *Aspects of literacy: Assessed Skill Levels Australia 1996*. Canberra: Commonwealth of Australia.

233. Meira L. (1997). Graficos e quantidades na vida diaria e na midia impressa. Anais da II Semana de Estudos em Psicologia da Educacao mathematica, Recife, Brazil.
234. Meletiou–Mavrotheris M., Styliou D. A. (2003). On the Formalist View of Mathematics: Impact on Statistics Instruction and Learning // Third Conference of the European Society for research in Mathematics Education. Bellaria, Italy, 28 February–3 March, p.
235. Merkys G. (1996). Eksperimentas socialiniuose ir elgsenos moksluose: metodologinės kontroversijos // Filosofija, Sociologija, nr. 1 (20), p. 19–25.
236. Merkys G. (1999). Eksperimentinė prieiga ugdymo tyrimuose: keliai ir klystkeliai // Socialiniai mokslai, nr. 4 (21), p. 7–23.
237. Merkys G. (1999a). Testavimas – socialinių mokslų principas. Metodologinio diskurso projekcija // Socialiniai mokslai, 2 (19), p. 7–22.
238. Merkys G., Bačiūnas S. (1988–1999). Ketvirtosios klasės moksleivių matematikos pasiekimų diagnostika: psichologiniai ir socialiniai aspektai// Socialiniai mokslai, nr. 2–3, p. 72–82.
239. Mevarech Z. & Kramarsky B. (1997). From verbal descriptions to graphic representations: Stability and change in students’ alternative conceptions. Educational Studies in Mathematics. 32, p. 229–263.
240. Mevarech Z. (1983). A deep structure model of students’ statistical misconceptions // Educational Studies in Mathematics, 14, p. 415–429.
241. Milito A. M., Pannone M. A., Luchini S. R. (2001). New Strategies for Teaching Statistics at School // Proc. 53rd Session of International Statistical Institute (ISI), Seoul, August 2001, Korea, p. 22–29.
242. Mina F. M. (1998). Recent Developments in the Teaching of Statistics in Egypt: an Evaluative Study in the Light of Future Trends in the Area // (Ed. Luk R.). International Conference (ICOTS 5). Singapore, p. 636–642. [žiūrėta 2003–09–14]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.
243. Ministerio de Cultura y Educacion de la Nacion (1994). Concejo Federal de Cultura y Educacion. Contenidos Basicos pasra la Educacion general Basica y la Educacion Polimodal. Tomo I y II. Buenos Aires, Argentina.
244. Ministry of Education (1993). The New Zealand Curriculum Framework, Wellington: Learning Media.
245. Mokros J., Russell S. J. (1995). Childrens’ concepts of average and representativeness // Journal for Research in Mathematics Education. 26 (1), p. 20–39.

246. Monteiro C., Ainley J. (2002). Exploring Critical Sense in Graphing // Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 22 (3), p. 61-66.
247. Monteiro C., Ainley J. (2003). Developing Critical Sense in Graphing // Third Conference on the European Society for Research in Mathematics Education 28 February – 3 March in Bellaria, Italy.
248. Moore D. (2001). Statistical Literacy and Statistical Competence in the New Century // International Conference (IASE), Korea, p. 658–666.
249. Moore D. S. (1990). Uncertainty // On the Shoulders of Giants, e.g. L. A. Steen, National Academy Press, p. 95–173.
250. Moore D. S. (1992). Statistics for the Twenty – First Century. Part I. In F Gordon and S. Gordon (Eds.), Issues in Statistical Education: Teaching Statistics as a Respectable Subject, p. 14–26.
251. Moore D. S. (1997). New Pedagogy and New Content: the Case of Statistics. Int. Stat. Rev. 65(2), p. 123–165.
252. Moritz J. B. (2000). Graphical representations of statistical associations by upper primary students. In J. Bana & A. Chapman (Eds.), Mathematics education beyond 2000: Proceedings of the 23rd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (Vol. 2, p. 440–447). Perth, WA: MERGA.
253. Moura A. R. (1995). A Medida e a Crianca Pre-Escolar. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas.
254. Mullis I., Martin M., Gonzalez E. (2004). TIMSS 2003 International Mathematics Report. International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Boston.
255. Mullis I., Martin M.O., Beaton A. E., Gonzalez E.J. (1997). Mathematics Achievement in the Primary School Years: IEA's Third International Mathematics and Science Study (TIMSS). Chestnut Hill, MA: Boston College.
256. Murka J. (1919). Metodikos etiudai. Vilnius, p. 100–101.
257. Lietuvos mokinių matematikos bei gamtos mokslų rezultatai – vieni geriausių. [žiūrėta 2005–02–27]. Prieiga per internetą: <<http://www.nec.lt>>.
258. National Council of Teachers of Mathematics (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston VA: National Council of Teachers of Mathematics.
259. Nemirovsky R., Tierney C. (2001). Children creating ways to represent changing situations: on the development of homogeneous spaces // Educational Studies in Mathematics, 45 (1–3), p. 67–102.

260. Nillson P. (2003). Experimentation as a tool for discovering mathematical concepts of probability // Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education III, 28 February–3 March, p. 345–359.
261. Nisbett R. (1993). Rules for Reasoning. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
262. North D., Ottaviani M. G. (2002). Statistics at Foundation School Level in South Africa the Way Forward // (Ed. M. G. Ottaviani). The Sixth International Conference on teaching Statistics (ICOTS 6). July 7–12, South Africa, p. 502–509. [žiūrēta 2003–11–04]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.
263. Odhiambo J. W. (2002). Teaching of Statistics in Kenya // (Ed. M. G. Ottaviani). The Sixth International Conference on teaching Statistics (ICOTS 6). July 7–12, South Africa, p. 362–371. [žiūrēta 2003–11–04]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.
264. Ogum G. E. O. (1998). Statistical Education in Nigeria – Problems and Prospects // (Ed. R. Luk). International Conference (ICOTS 5). Singapore, p. 566–571. [žiūrēta 2003–09–14]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.
265. Ormell C. (1992). New Thinking about the Nature of Mathematics. Norwich: MAG – EDU, University of East Anglia.
266. Ottosson T. & Åberg-Bengtsson L. (1995). Children's understanding of graphically represented quantitative information. Paper presenterat vid 6th EARLI Conference, Nijmegen, Nederländerna.
267. Padilla M. J., Mckenzie D. L., Shaw E. L. (1986). An examination of the line graphing ability of student in grades seven through twelve // School Science and Mathematics, 86, p. 20–26.
268. Par matematikas macibam 1–9. klasē. (1998). Pamatizglibas standarta projekts un metodiski ieteikumi skolotajiem. Latvia, Ryga.
269. Pašēlytė I., Pakalnienė I. (2004). Priešmokyklinio amžiaus kaimo vaikų matematinis ugdymas // Tiltai, nr. 22, p. 98–104.
270. Pereira–Mendoza L. (1995). Graphing in the Primary School: Algorithm versus Comprehension // Journal of Statistics Education, Vol. 3, no. 1, p. 652–678.
271. Pereira-Mendoza, L. and Swift, J. (1981). *Why teach statistics and probability?* In Teaching Statistics and Probability. 1981 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, (Schulte, A and Smart, J. (Eds.)), p. 1-7.
272. Pereira-Mendoza L., Dunkels A. (1989). Stem-and-leaf plots in the primary grades // Teaching Statistics, 11(2), p. 34-37.

273. Perelli D'Argenzio, M.P., Rigatti Luchini, S., & Moncecchi, G. (1998). Some Psychopedagogical Aspects of Introducing Basic Concepts of Statistics at the Primary School. Proc. 5th Int. Conf. On Teaching Statistics. Singapore, p. 1301–1307.
274. Perera–Mendoza L., Dunkels A. (1989). Stem–and leaf Plots in the Primary Grades // Teaching Statistics. Vol.11, number 2, September, p. 34–36. (10)
275. Pfannkuch M. (2002). Statistical Investigations: Year 7 and 8 Students' Reasoning With Multivariate Data // Statistics Education research Journal. 1 (1), p. 33–34.
276. Piaget J. (2002). Vaiko kalba ir mąstymas: vaiko logikos tyrinėjimai. Vilnius.
277. Piaget J., Inhelder B. (1956). The child's conception of space. London: Routledge, Kegan Paul.
278. Piaget J., Inhelder B., Szeminska A. (1960). The child's conception of geometry. London: Routledge, Kegan Paul.
279. Piaget J. (1965). Les structures mathématique et les structures opératoires de l'intelligence. L'enseignement des mathématique. Nouvelles perspectives, t. 1, p. 11 – 33.
280. Pollatsek A., Lima S., Well A. (1981). Concept or Computation: Students' understanding of the mean // Educational Studies in Mathematics, 12, p. 191–204.
281. Rangecroft M. (1991). Grapwork – Developing a Progression. Part 2–A diversity of graphs // Teaching Statistics, vol. 13, no. 3, p. 90–92.
282. Rauckienė A., Simaškaitė E. (2002). Pasaulio pažinimo ir matematikos integravimo aspektas mokymo procese // Tiltai, nr. 11, p. 109–113.
283. Reading C. (2002). The International Research Forums on Statistical Reasoning, Thinking and Literacy: Summaries of presentations at STRL–2 // Statistics Education research Journal. 1 (1), p. 30–45.
284. Reading Ch. (2002a). Profile for Statistical Understanding // International Conference on the Teaching of Statistics 6, South Africa, p. 954–961.
285. Reber A.S. (1993). Implicit learning and tacit knowledge: An essay on the cognitive unconscious. New York: Oxford University Press.
286. Resnick L. (1987). Educational and learning to think. Washington, D. C.: National Research Council.
287. Resnick L. (1989). (Ed.). Knowing, Learning and Instruction. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
288. Rigatti Luchini S., Perelli D'Argenzio M.P., Moncecchi G. & Giambalvo O. (2000). Teaching Statistics at Primary and Secondary School (6–14): an Italian Research. Proc. Int. Conf. On Mathematics Education. Amman.

289. Robitaille D., Dirks M. (1982). Models for the mathematics curriculum // For the learning of Mathematics, 2,3. Monreal, Quebec, 1982.
290. Rogerson A. (1986). The Mathematics in Society Project: A New Conception of Mathematics. *Int. J. of Educ. Sci. Technology*, 17 (5), p. 611–616.
291. Rogerson A. (1988). How Should Probability and Statistics be Taught? Unpublished, Mathematics Education into the Twenty – First Project.
292. Roiter K., Petocz P. (1996). Introductory Statistics Courses – A New Way of Thinking // *Journal of Statistics Education*, Vol. 4, no. 2, p. 233–243.
293. Rouncefield M. (1993). Teaching Statistics Through Practical Work // Teaching and Using Statistics. Paper Presented at Four Workshops for Teachers of Statistics Organised by the Royal Statistical Society. September 1992 – May 1993.
294. Rozga A. (1998). Statistical Education in Transition Countries // (Ed. R. Luk). International Conference (ICOTS 5). Singapore, p. 644. [žiūrėta 2003–09–14]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.
295. Rumsey D. J. (2002). Statistical Literacy as a Goal for Introductory Statistics Courses // *Journal of Statistics Education*. Vol. 10, no. 3. p. 6–13.
296. Scheaffer R. L., Watkins A. E., Landwehr J. (1998). What every school graduate should know about statistics. In S. P. Lajoie (Ed.), *Reflections on Statistics: Agendas for learning, teaching, and assessment in K–12*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
297. Schield M. (1998). Statistical Literacy and Evidential Statistics // Paper Presented at the Annual Meeting of the American Statistical Association. Dallas, TX. p. 137–142.
298. Schield M. (1999). Statistical Literacy: Thinking Critically about Statistics // *Of Significance Journal. The Association of Public Data Users*, Vol. 1, p. 1–7.
299. Schield M. (2000). Statistical Literacy and Mathematical Thinking // *ICME 9, Tokyo*, p. 1258–1267.
300. Schield M. (2001). Three Kinds of Statistical Literacy: What Should We Teach? // Ed. M. G. Ottaviani). *The Sixth International Conference on teaching Statistics (ICOTS 6)*. July 7–12, South Africa, p. 106–111.
301. Schield M. (2002). Three Kinds of Statistical Literacy: What Should We Teach // *International Conference on the Teaching of Statistics 6, South Africa*, p. 28–33.
302. Scholz R. (1991). Psychological Research in Probabilistic Understanding. In R. Kapadia, M. Borovcnik (eds.), *Chance Encounter: Probability in Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, p. 231–254.
303. Sedlmeier P. (1999). *Improving Statistical Reasoning: Theoretical Models and Practical Implication*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

304. Shaughnessy M. (1992). Research in Probability and Statistics: Reflections and Directions. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research and Mathematics Teaching and Learning*, p. 465–494). New York: Macmillan Publishing Company.
305. Shell A. G. (1993). *Statistics in the Real World // Teaching and Using Statistics*. Paper Presented at Four Workshops for Teachers of Statistics Organised by the Royal Statistical Society. September 1992–May 1993.
306. Sičiūnienė V. (2002). Statistikos ir tikimybių teorijos mokymo pradinėje mokykloje motyvai // *Pedagogika*, Nr. 49, p. 6.
307. Skolverket (2002). The Swedish National Agency for Education. *Curriculum for School Mathematics*. Stoholm.
308. Smith G. (1998). Learning Statistics By Doing Statistics // *Journal of Statistics Education*, Vol. 6, No. 3. p. 47–52.
309. Snee R. (1990). Statistical thinking and its contribution to quality // *The American Statistician*, vol. 44, p. 116–121.
310. Snee R. (1999) Discussion: development and use of statistical thinking: a new era // *International Statistical Review*, 67, p. 255–258.
311. Snee R. D. (1993). What's missing in statistical education? // *The American Statistician*, 47 (2), p. 149–154.
312. Snee R. D. (1999). *The Practice of Statistics: Putting the Pieces Together*. Belmont, CA: Duxbury Press.
313. Snell L. (1999). Using Chance media to Promote Statistical Literacy. Paper presented at the 1999 Joint Statistical Meetings, Dallas, TX.
314. Somerville S. C. Byrant P. E. (1985). Young children's use of spatial coordinates // *Child Development*, 56, p. 604–613.
315. Strauss S., Bichler E. (1988). The development of children's concepts of the arithmetic average // *Journal for Research in Mathematics Education*, 19 (1), p. 64–80.
316. Survila P. (2000). Kombinatorika, statistika, tikimybių skaičiavimas Lietuvos mokykloje // *Lietuvos matematikos rinkinys*, t. 40, p. 247–251.
317. Swafford J. (1980). Sex differences in first year algebra // *Journal for Research in Mathematics Education*, 11, p. 335–346.
318. Šaparnienė D. (2002). Studentų kompiuterinis raštingumas: ribotų išteklių visuomenės edukacinis ir psichosocialinis kontekstas. Daktaro disertacija. Šiauliai.
319. Šiaučiukėnienė L., Stankevičienė N. (2002). *Bendrosios didaktikos pagrindai*. Kaunas: Kauno technologijos universitetas.
320. Šečkuvienė (2004). *Vaiko muzikinių gebėjimų ugdymas*. Vilnius.

321. Šermukšnytė L. (1996). Švietimo sistemos vertinimas Šveicarijos ir Lietuvos švietimo sistemų lyginimo aspektu. Daktaro disertacija, Kaunas.
322. Targamadžė V. (1999). Bendrojo lavinimo mokykla: mokinių edukacinių stimuliavimų aspektas. Monografija. Kaunas: KTU.
323. Teran T. E. (1998). Are We Preparing Teachers and Pupils in Statistics for the Next Century? // (Ed. R. Luk). International Conference (ICOTS 5). Singapore, p. 616–621. [žiūrėta 2003–09–14]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.
324. Teran T. E. (2002). The Development of Statistics in the Structure of the Argentina National Educational System // (Ed. M. G. Ottaviani). The Sixth International Conference on teaching Statistics (ICOTS 6). July 7–12, South Africa, p. 229–233. [žiūrėta 2003–11–04]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.
325. Tortora R., Iannece D. (2003). The Evolution of Graphis Representation in a Vygotskijan Perspective // Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education III, 28 February–3 March, p. 421–431.
326. Trečioji tarptautinė matematikos ir gamtos mokslų studija. 7–8 kl. Moksleivių tyrimo statistinė ataskaita (1997). Parengė: V. Čekanavičius, G. Trakas, A. Zabulionis. Vilnius.
327. Truran J. (2001). The Teaching and Learning of Probability, with Special referente to South Australian Schoold from 1959–1994. [žiūrėta 2002–06–18]. Prieiga per internetą: <<http://thesis.Library.adelaide.edu.au/public/adt-SUA20020902.154115/>>.
328. Vaitkevičiūtė V. (1999). Tarptautinių žodžių žodynas. Vilnius.
329. Valaitis (1920). Keletas aritmetikos metodikos minčių // Beraštis, nr. 3–5.
330. Valsts Pamatizglitības Standarts (1998). Izglitības satura un eksaminācijas centrs. Latvija: Ryga.
331. Vygotski L.S. (1978). Mind and society. Cambridge M.A., MIT Press.
332. Vithal R. (2002). Learning to Teach Statistics through Project Work // (Ed. M. G. Ottaviani). The Sixth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 6). July 7–12, South Africa, p. 119–123. [žiūrėta 2003–11–04]. Prieiga per internetą: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>>.
333. Vithal R., Paras J., Desai S., Zuma Z. (1997). Student Teachers Doing Project Work in Primary Mathematics Classrooms?. In P. Kelsall and M. de Villiers (Eds.), Proceedings of the 3rd National Congress of the Association for Mathematics Educators of South Africa (pp. 261–276). University of Natal Durban, July 7–11.

334. Von Glasersfeld E. (1987). Learning as a constructive activity. In C. Janvier (ed.) Problems of representation in the teaching and learning of mathematics. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, p. 3–17.
335. Wainer H. (1992). Understanding Graphs and Tables // Educational Researcher, 21 (1), p. 14–23.
336. Way J. (1998). Young Children's Probabilistic Thinking // International Conference on the Teaching of Statistics. (Ed. R. Luk). (ICOTS 5), Singapore, p. 765–771.
337. Way J. (2003). The development of Young children's notions of probability // Third Conference on the European Society for Research in Mathematics Education 28 February – March in Bellaria, Italy, p. 1121–1129.
338. Walman K. K. (1993). Enhancing statistical literacy: Enriching our society // Journal of American Statistical Association, 88, No. 421, p. 1–8.
339. Wares A., Jones G. A., Langrall C., Thornton C. (2000). Young Children Statistical Thinking: a Teaching Experiment // Twenty – second Annual Meeting of the International group for the psychology of mathematics Education (PME – Na XXII), Arizona, October 7–10.
340. Watson J. (1997). Assessing Statistical Thinking Using the Media // The Assessment Challenge in Statistics Education, eds. I. Gal and J. Garfield. Amsterdam: IOS Press and International Statistical Institute.
341. Watson J. M. (2000). Statistics in context // The Mathematics Teacher. Reston: Jan. Vol. 93, Iss.1, p. 54–57.
342. Watson J. M. & Moritz J. B. (2000). Developing concepts of sampling // Journal for Research in Mathematics Education. 31, p. 44–70.
343. Watson J., Callingham R. (2003). Statistical Literacy: A Complex Hierarchical Construct // Statistics Education Research Journal, Vol. 2, no. 2, November, p. 3–46.
344. Watson J., Moritz J. (1999). Quantitative Literacy for pre-service Teachers via the Internet // Mathematics Teacher Education and Development.
345. Watson J., Moritz J. (2000). The longitudinal development of understanding of average // Mathematical Thinking and Learning, 1 (2–3), p. 11–50.
346. Wild C. J., Pfannkuch M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry // International Statistical Review, 67, p. 221–248.
347. Wild Ch., J., Pfannkuch M. (2002). Statistical Thinking Models // (Ed. M. G. Ottaviani). The Sixth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 6). July 7–12, South Africa, p. 617.

348. Wyndhamn J. (1998). Problem Solving as a Metaphor and a Practice // Theory into practice in Mathematics Education. (Ed. By G. Brekke, T. Breiteig). Norway: Agder College, p. 44–59.
349. Wong K. L. & Tang K.C. (2000). Weaving the web into teaching and learning of statistics: The case of primary and secondary schools of Hong Kong. Paper presented at IMECT Conference 2000 (International Mathematics Enrichment with Communication Technology). 6–9 July 2000, Cambridge, UK.
350. Workplace Core Skills Unit (2000). Scottish Qualifications, Hanover.
351. Zybartas S. (2000). Matematikos mokymo lyginamoji analizė Skandinavijos šalių ir Lietuvos švietimo sistemose. Daktaro disertacija, Vilnius: VPU.
352. Želvys R. (1999). Švietimo vadyba ir kaita. Vilnius: Garnelis.
353. Žukauskienė R. (1998). Raidos psichologija. Vilnius.
354. Битинас Б., Паулавичюс Р. (1987). Система анализа педагогических данных на ЭВМ. Вильнюс.
355. Казлаускене А. (2001). Реальный взгляд в статистику// Пачатковая школа и рэчайснасьць: новае у прафэсійнай падрыхтоўцы педагогаў. Зборник навуковых артыкулаў. Минск, с. 126–128.
356. Крутецкий В. А. (1968). Психология математических способностей школьников. Москва.

Priedų sąrašas:

- Priedas Nr. 1.** Pradinių klasių matematikos vadovėlių ir pratybų sąsiuvinių turinio analizė
- Priedas Nr. 2.** Pradinių klasių pasaulio pažinimo vadovėlių ir pratybų sąsiuvinių turinio analizė
- Priedas Nr. 3.** Pradinių klasių lietuvių kalbos vadovėlių ir pratybų sąsiuvinių turinio analizė
- Priedas Nr. 4.** Testas (3 klasė, rugsėjis)
- Priedas Nr. 5.** Testas (3 klasė, gegužė)
- Priedas Nr. 6.** Testas (4 klasė, rugsėjis)
- Priedas Nr. 7.** Testas (4 klasė, gegužė)
- Priedas Nr. 8.** Testas (5 klasė, rugsėjis)
- Priedas Nr. 9.** Testas (5 klasė, gegužė)
- Priedas Nr. 10.** Testas (3 klasė, vidurys mokslo metų)
- Priedas Nr. 11.** Testas (4 klasė, vidurys mokslo metų)
- Priedas Nr. 12.** Testas (pradinių klasių mokytojų)
- Priedas Nr. 13.** Anketa (pradinių klasių mokytojų)
- Priedas Nr. 14.** Anketa (pradinių klasių mokiniams prieš eksperimentą)
- Priedas Nr. 15.** Anketa (pradinių klasių mokiniams po eksperimento 3 klasėje)
- Priedas Nr. 16.** Anketa (pradinių klasių mokiniams po eksperimento 4 klasėje)
- Priedas Nr. 17.** Užduočių su statistikos ir tikimybių teorijos elementais rinkinys 3 klasei
- Priedas Nr. 18.** Užduočių su statistikos ir tikimybių teorijos elementais rinkinys 4 klasei
- Priedas Nr. 19.** TIMSS rezultatai (duomenis skaityti)
- Priedas Nr. 20.** TIMSS rezultatai (duomenis vaizduoti)
- Priedas Nr. 21.** Konstatuojamų testų ryšio su skale grafikai
- Priedas Nr. 22.** 4-5 klasių mokinių, dalyvavusių 2000-2004 metais respublikinėse olimpiadose statistinių gebėjimų įvertinimai
- Priedas Nr. 23.** Šalys, kurių pradinių klasių mokiniai mokomi statistikos ir tikimybių teorijos elementų
- Priedas Nr. 24.** TIMSS tyrimo (2003 m.) užduočių atlikimo vidurkis pagal atskirus matematikos skyrius
- Priedas Nr. 25.** TIMSS tyrimo rezultatai (2003 m.) (matematikos skyrių vieta mokymo programoje)
- Priedas Nr. 26.** 3–5 klasių mokinių konstatuojamojo testo užduočių atlikimo įvertinimas etapais
- Priedas Nr. 27.** Pradinių klasių mokytojų konstatuojamojo testo užduočių atlikimo įvertinimas etapais

- Priedas Nr. 28.** Konstatuojamojo tyrimo rezultatai (sociopedagoginių veiksnių įtaka pradinių klasių mokinių statistiniams gebėjimams)
- Priedas Nr. 29.** Pedagoginio eksperimento rezultatai (duomenų skaitymo diagnostinių pjūvių rezultatai)
- Priedas Nr. 30.** Pedagoginio eksperimento rezultatai (duomenų vaizdavimo diagnostinių pjūvių rezultatai)
- Priedas Nr. 31.** Pedagoginio eksperimento rezultatai (matematinė operacijų atlikimo diagnostinių pjūvių rezultatai)