ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS
TECHNOLOGIJOS FAKULTETAS
MECHANIKOS INŽINERIJOS KATEDRA

Evaldas Dargis

STATISTINIŲ METODŲ TAIKYMAS TYRIMO REZULTATAMS APDOROTI

Magistro baigiamasis darbas

Šiauliai, 2011

ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS
TECHNOLOGIJOS FAKULTETAS
MECHANIKOS INŽINERIJOS KATEDRA

STATISTINIŲ METODŲ TAIKYMAS TYRIMO REZULTATAMS APDOROTI

Magistro baigiamasis darbas

Autorius – Evaldas Dargis (MM-9 gr.)
Vadovas – doc. dr. R. Šniuolis
Recenzentas – prof. dr. R.V. Ulozas
Katedros vedėjas - doc. dr. A. Sabaliauskas

Šiauliai, 2011

TURINYS

SUMMARY

Dargis E. Statistical methods for evaluation of investigation results: Master thesis of mechanical engineer, research advisor associate doc. dr. R. Šniuolis: Šiauliai University, Technological Faculty, Mechanical Engineering Department. Šiauliai, 2011.

The paper provided a consistent statistical analysis techniques to process the results of the study and analyze the possibility of application of the criteria. Propose criteria for emissions during the data significantly rejected by the criteria set out in the survey results to chance and the independence of the distribution under the normal law of hypotheses to verify the results of research carried out correlation and regression analysis and the selected regression model for testing the adequacy of using the Fisher criterion.

SANTRAUKA

Dargis E. Statistinių metodų taikymas tyrime rezultatams apdoroti: Mechanikos inžinerijos magistro baigiamasis darbas, darbo vadovas doc. dr. R. Šniuolis: Šiaulių Universitetas, Technologijos Fakultetas, Mechanikos Inžinerijos Katedra. Šiauliai, 2011.

Šiame darbe pateikta nuosekli statistinės analizės metodika tyrimo rezultatams apdoroti ir nagrinėjamos kriterijų taikymo galimybės. Pasiūlyti kriterijai ryškiai išsiskiriantiems duomenims atmesti, nurodyti kriterijai tyrimo rezultatų atsitiktinumui ir nepriklausomumui bei pasiskirstymo pagal normalųjį dėsnį hipotezėms tikrinti, atlikta tyrimo rezultatų koreliacinė ir regresinė analizė ir pasirinkto regresinio modelio adekvatumo tikrinimas panaudojus Fišerio kriterijų.

LENTELIŲ SĄRAŠAS

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

ĮVADAS

Darbo aktualumas. Eksperimentu gautas matuojamojo dydžio įvertis, be naudingos informacijos, kartais turi ir blogąją pusią, kurios įtaką vertinant eksperimento rezultatą stengiamasi sumažinti taikant matematinės statistikos metodus. Čia susiduriama su idealizuotų matematinės statistikos modelių ir jų pagrindu gautų metodų pritaikymo realiam eksperimentui problema, kuri beveik visuomet turi būti sprendžiama kūrybiškai ir dažnai savitai atskirose mokslo srityse.

Matematinės statistikos metodai eksperimento duomenų analizei taikomi labai plačiai. Pažymėtina, kad šių metodų taikymas susijęs su nemažais matematiniais skaičiavimais. Taikant matematinės statistikos metodus, dažnai atsisakoma eksperimento savitumo analizės, pirmumą teikiant vertinimų unifikavimui naudojant kompiuterinių programų paketus. Toks supaprastintas statistinių metodų taikymo duomenų analizei požiūris gali gerokai pakeisti eksperimento įverčius ir skatinti klaidingas prognozes, ypač kai jos sudaromos iš mažos duomenų imties arba skirtos eksperimentui, kurio atlikti negalima, pavyzdžiui, vertinant atominio reaktoriaus patikimumą. Iš čia išplaukia statistinės duomenų analizės teorinių pagrindų poreikis.

Konstrukcinių medžiagų mechaninių charakteristikų nustatyme neišvengiamos atsitiktinės paklaidos, todėl gauti rezultatai yra atsitiktinio pobūdžio ir jų analizė atliekama statistiniais metodais. Statistinių metodų taikymas apima literatūros studijavimą apie tyrimų metodiką ir eksperimentinių duomenų apdorojimą. Šie klausimai nagrinėjami daugelio autorių darbuose, tačiau tyrinėtojams būtina aiškiu ir patogiu būdu išdėstyta medžiaga.

Darbe pateikta nuosekli statistinės analizės metodika tyrimo rezultatams apdoroti ir nagrinėjamos kriterijų taikymo galimybės. Pasiūlyti kriterijai ryškiai išsiskiriantiems duomenims atmesti, nurodyti kriterijai tyrimo rezultatų atsitiktinumui ir nepriklausomumui bei pasiskirstymo pagal normalųjį dėsnį hipotezėms tikrinti, atlikta tyrimo rezultatų koreliacinė ir regresinė analizė ir pasirinkto regresinio modelio adekvatumo tikrinimas panaudojus Fišerio kriterijų.

Siūlomi konkretūs matematiniai metodai ir jų taikymo metodika apima pagrindinius skaičiavimo būdus, garantuoja teorinį pagrįstumą ir išvadų patikimumą, leidžia gauti matematiškai patikimas analitines priklausomybes. Statistinei analizei buvo panaudoti mažaciklio standaus apkrovimo tyrimo rezultatai, gauti KTU mažaciklio nuovargio laboratorijoje.

Tyrimo tilslas. Pateikti nuoseklią metodiką tyrimo rezultatams apdoroti, naudojant statistinius kriterijus, ir rekomenduoti kokius kriterijus tikslingiausia naudoti.

Darbo uždaviniai. Remiantis KTU mažaciklio nuovargio laboratorijoje sukauptais mokslinio tiriamojo darbo rezultatais ir taikant statistinius metodus:

- Ryškiai išsikiriančių duomenų tikrinimas ir atmetimas;
- Tyrimo rezultatų atsitiktinumo ir neprilausomumo tikrinimas;

- Tyrimo rezultatų pagal normalujį dėsnį pasiskirstymo tikrinimas;
- Tyrimo rezultatų koreliacinė ir regresinė analizė;
- Regresinio modelio adekvatumo tikrinimas.

Tyrimo metodai. Statistiniai analizei buvo panaudoti mažaciklio standaus apkrovimo tyrimo rezultatai gauti KTU mažaciklio nuovargio laboratorijoje.

Tiriamojo darbo naujumas. Atliekant šį magistrinį darbą buvo atlikta išsami statistinių kriterijų taikymo analizė.

Praktinis pritaikymas. Siūlomi konkretūs matematiniai metodai ir jų taikymo metodika apima pagrindinius skaičiavimo būdus, garantuoja teorinį pagrįstumą ir išvadų patikimumą, leidžia gauti matematiškai patikimas analitines priklausomybes.

1. STATISTINIŲ METODŲ TAIKYMAS MECHANINIŲ BANDYMŲ REZULTATAMS APDOROTI

1.1. Statistinių kriterijų taikymas

Moksliškai pagrįstam tyrimui reikia:

- surinkti duomenis, kurių analizė atsakytų į nagrinėjamus klausimus;
- parinkti reikiamą statistinį metodą duomenų analizei ir mokėti juo pasinaudoti;
- teisingai interpretuoti gautus rezultatus.

Norint tinkamai atlikti tyrimo rezultatų analizę ir gauti matematiškai patikimas analitines priklausomybes, atliekami pagrindiniai skaičiavimai:

1. ***Ryškiai išsiskiriančių duomenų atmetimas*****.** Siūlomi šie kriterijai:

Smirnovo (N. Smirnov) [3], kai žinomas imties aritmetinis vidurkis $\bar{x}$ ir vidutinis kvadratinis nuokrypis *s*;

Diksono (W. J. Dixson) [2]. Naudojamos specialios lentelės ($n < 25$);

Stjudento (V. S. Gosset) *t* - kriterijus [2,3]. Yra keli skaičiavimo būdai.

Vinsoro (R. Winsor) būdas, kai atmesta reikšmė keičiama gretima [3].

2. ***Tyrimo rezultatų atsitiktinumo ir nepriklausomumo statistinis tikrinimas*****.** Tam naudojami [4]:

Serijų kriterijus, naudojant imties medianą (pliusų ir minusų kaita turi būti atsitiktinė).

Kylančių ir krintančių serijų kriterijus (ženklų sekoje serijų skaičius neturi būti mažas, o serijos ilgis didelis).

Nuoseklių skirtumų kvadratų kriterijus (yra galingesnis už paminėtus).

3. ***Tikrinimo rezultatų pasiskirstymo pagal normalųjį dėsnį hipotezių tikrinimas*****.** Tam naudojami:

Vidutinis absoliutinis nuokrypis ($n < 120$) [3,5]. Jį naudojant, sumažinama ekstremalių reikšmių įtaka.

Apytikris normalumo kriterijus [2]. Naudojamas, kai skaičiuojami asimetrijos ir eksceso rodikliai.

Varijavimo amplitudė *R* ($3 < n < 1000$) [3,5]. Šiuo būdu galima greitai patikrinti hipotezę.

Šapiro ir Vilko (S. S Shapiro, M. B Wilk) suderinamumo kriterijus *W* ($n \le 50$) [2]. Kriterijus su didesne tikimybe atmeta neteisingą hipotezę.

Pirsono (E. S. Pearson) suderinamumo kriterijus χ^2 [2,3,5]. Privalumas - jo universalumas, tačiau rekomenduojama normalumo tikrinimą papildyti kitais kriterijais.

χ^2 kriterijus, naudojant asimetrijos ir eksceso rodiklius [2,3]. Objektyvesnis už apytikrį normalumo kriterijų.

Kolmogorovo ir Smirnovo (A. Kolmogorov, N. Smirnov) suderinamumo kriterijus *D* [5]. Gerai nustato nukrypimus nuo normaliojo pasiskirstymo, esant nedideliam duomenų skaičiui, tačiau mažiau patikimas, kai teorinio dėsnio parametrus surandame iš tyrimo rezultatų.

Suderinamumo kriterijus ω^2 ($50 \le n \le 200$) [2]. Galingesnis už χ^2 kriterijų, tačiau jo taikymą apsunkina ilgas skaičiavimas. Skiriami Smirnovo bei Andersono ir Darlingo (T. W. Anderson, D. A. Darling) suderinamumo kriterijai ω^2.

Variacijos koeficientas v (sklaidos charakteristika) [2,3,5]. Normalusis pasiskirstymas tikrinamas, kai $v = s/\bar{x} < 0.33$. Kitu atveju normaliojo pasiskirstymo nėra.

4. ***Tyrimo rezultatų koreliacinė ir regresinė analizės*** [2,3]. Koreliacinės analizės tikslas - aprašyti atsitiktinių dydžių tiesinį ryšį. Koreliacijos koeficiento r reikšmės priklauso intervalui [-1; 1].

Kai normaliojo pasiskirstymo nėra arba pasiskirstymo dėsnis nežinomas, kai ryšys netiesinis ir $n < 30$, atsitiktinių dydžių tarpusavio ryšiui nustatyti taikomi neparametriniai metodai. Šiuo atveju skaičiuojami ranginės koreliacijos koeficientai: Spirmeno (Spearman) r_S arba Kendelo (Kendall) τ. Tačiau, jei skirstinys artimas normaliajam, geriau naudoti parametrinius metodus, nes jie yra tikslesni.

Regresinės analizės tikslas - užrašyti regresijos lygtį ir įvertinti jos parametrus. Regresijos tiesės patikimumo matas yra standartinė įvertinimo paklaida $S^2_{Y/x}$. Šios įvertinimo paklaidos naudojamos pasikliautiniesiems intervalams $[Y - S^2_{Y/x} t_{\alpha,n-2}; Y + S^2_{Y/x} t_{\alpha,n-2}]$, į kuriuos su tam tikru patikimumu patenka stebimos reikšmės, apskaičiuoti.

5. ***Regresinio modelio adekvatumo tikrinimas***. Kai nustatyta regresijos lygtis ir įvertinti jos parametrai, tikrinama, kaip tiksliai gautoji lygtis aprašo tyrimo rezultatus, t.y. tikrinamas regresijos lygties adekvatumas. Tam naudojamas F - kriterijus (Fišerio kriterijus) [4,5]. Kai adekvatumo hipotezė nepasitvirtina, reikia pereiti prie aukštesniojo laipsnio regresijos lygties.

2. STATISTINIŲ KRITERIJŲ TAIKYMAS TYRYMŲ METU GAUTIEMS REZULTATAMS APDOROTI

2.1. Tyrimo rezultatų statistinė analizė

Norint tinkamai atlikti tyrimo rezultatų analizę ir gauti matematiškai patikimas analitines priklausomybes, turi būti tenkinamos tam tikros sąlygos. Pirmoji sąlyga yra tyrimo rezultatų stochastinis (statistinis) nepriklausomumas. Antroji sąlyga yra tyrimo rezultatų pasiskirstymas pagal normalųjį dėsnį. Jei ši hipotezė nepriimama, būtina nustatyti, pagal kokį dėsnį yra pasiskirstę tyrimo rezultatai, ir, jei tai įmanoma, pertvarkyti gautą pasiskirstymą į normalųjį. Šių sąlygų tenkinimas leidžia taikyti matematinės statistikos metodus uždaviniams spręsti ir garantuoja koreliacinės regresinės analizės metodų teorinį pagrįstumą.

2.1.1. Išsiskiriančių rezultatų atmetimas

Prieš taikant statistinius metodus, reikia patikrinta, ar tarp tyrimo duomenų nėra ryškiai išsiskiriančių.

Ryškiai išsiskiriantiems duomenims atmesti šiame darbe buvo panaudotas N. Smirnovo (N. Smirnov) kriterijus [2], kuris dažnai taikomas, kai žinomi ne teoriniai parametrai, o jų įverčiai.

Tyrimo rezultatai išdėstomi variacine eilute

$$x_1 \leq x_2 \leq ... \leq x_i \leq ... \leq x_n . \tag{2.1}$$

Priklausomai nuo turimų duomenų skaičiaus, apskaičiuojama vidutinė reikšmė ir vidutinis kvadratinis nuokrypis.

Esant nedideliam duomenų skaičiui ($n < 50$), empirinis vidurkis

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} , \tag{2.2}$$

dispersijos įvertis

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right], \tag{2.3}$$

čia x_i - dydžio X reikšmės; n - duomenų skaičius.

Esant didesniam duomenų skaičiui ($n > 50$), vidutinę reikšmę ir dispersiją paprasčiau apskaičiuoti sistematizuojant turimus duomenis, t.y. išdėstant tyrimo rezultatus variacine eilute pagal (2.1) lygybę. Po to tyrimo rezultatai grupuojami, suskirstant nagrinėjamos charakteristikos variavimo amplitudę

$$R = x_{max} - x_{min} \tag{2.4}$$

į $7-20$ vienodus intervalus ($n > 80$) ir apskaičiuojant dažnumą (stebėjimų skaičių) kiekviename intervale.

Šiuo atveju empirinis vidurkis

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^{e} x_j n_j}{n}\ , \tag{2.5}$$

dispersijos įvertis

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{j=1}^{e} x_j^2 n_j - \frac{1}{n}\left(\sum_{j=1}^{e} x_i n_j\right)^2\right], \tag{2.6}$$

čia x_j - dydžio *X* reikšmės *j* intervalo vidurio taške; n_j - dažnumas arba stebėjimų skaičius *j* intervale; *e* - intervalų skaičius.

Apskaičiuotos dydžių $\bar{x}$ ir s^2 reikšmės pagal (2.5) ir (2.6) lygybes nėra tikslios dėl duomenų grupavimo, tačiau gaunamos paklaidos nepaisoma, kai $e \geq 7$ [2].

Vidutinis kvadratinis nuokrypis

$$s = \sqrt{s^2}\ . \tag{2.7}$$

Apskaičiuojama statistika

$$u_1 = \frac{\bar{x} - x_1}{s}, \tag{2.8}$$

jei abejojama dėl pirmojo variacinės eilutės nario arba

$$u_n = \frac{x_n - \bar{x}}{s}, \tag{2.9}$$

jei abejojama dėl didžiausią reikšmę turinčio variacinės eilutės nario. Gauta reikšmė lyginama su kritine reikšme u_α [2], kai reikšmingumo lygmuo α ir duomenų skaičius *n*.

Kai teisingos nelygybės

$$u_1 \leq u_\alpha \quad \text{arba} \quad u_n \leq u_\alpha, \tag{2.10}$$

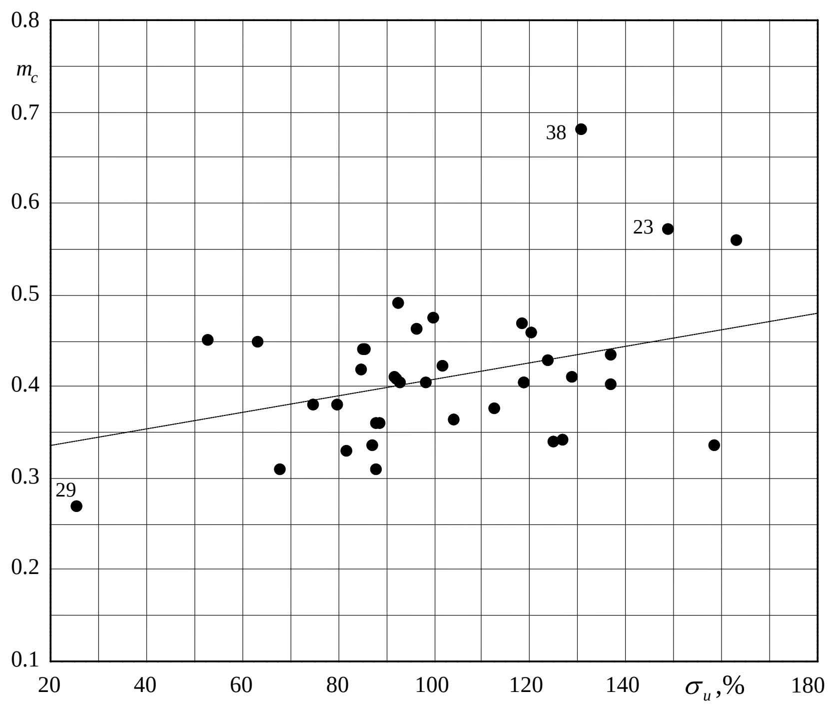
tai nulinė hipotezė - didžiausia reikšmė x_n (arba mažiausia x_1) priklauso tai pačiai duomenų grupei - primama, t.y. pirma arba paskutinė tyrimo rezultatų reikšmė neskaitoma ryškiai išsiskirianti ir ji neatmetama. Tuo atveju, kai

$$u_1 > u_\alpha \quad \text{arba} \quad u_n > u_\alpha, \tag{2.11}$$

nulinė hipotezė nepriimama, t.y. x_n arba x_1 nėra būdingi esamai duomenų grupei ir jie atmetami. Atmetus šiuos dydžius, anksčiau apskaičiuoti įverčiai $\bar{x}$ ir s turi būti koreguojami, imant $n-1$.

Smirnovo kriterijaus naudojimas ryškiai išsiskiriančių charakteristikų atmetimui. Čia parodytas legiruotųjų konstrukcinių plienų parametro m_c ryškiai išsiskiriančių reikšmių atmetimas ir nulinės hipotezės - didžiausia reikšmė y_n (arba mažiausia y_1) priklauso tai pačiai duomenų grupei ir neatmetama - tikrinimas, naudojant (2.1), (2.4)-(2.11) priklausomybes. Duomenys skaičiavimams pateikti 1 – 2 prieduose.

Sudarytai legiruotųjų plienų suirimo parametro variaciniai eilutei (2.1) buvo nustatyta didžiausia reikšmė y_n=1217,8, kuri atitiko medžiagos Nr. 28, duotą 2 priede. Vidutinė reikšmė $\bar{y}$ apskaičiuota remiantis (2.2) lygybe. Dispersija ir vidutinis kvadratinis nuokrypis s apskaičiuoti remiantis (2.3) ir (2.7) lygtimis. Pagal (2.9) lygtį apskaičiuota statistika u buvo lyginama su kritine reikšme u_α. Skaičiavimo rezultatai pateikti 2.1 lentelėje.



2.1 pav. Išsiskiriančių parametrų atmetimas

2.1 lentelė

Ryškiai išsiskiriančių parametrų atmetimo sąlygos $u_i > u_\alpha$ tikrinimas

Ryškiai išsiskiriantys parametrai	y_i	$\sum_{i=1}^{n} y_i$	$\sum_{i=1}^{n} y_i^2$	$\bar{y}$	n	s^2	s	u_i	$u_{0.05}$	Parametro atmetimas
23	0.770	14.11	5.72	0.321	38	0.0077	0.089	3.76	4.01	Neatmestas
29	0.493	14.07	5.35	0.316	38	0.0077	0.089	4.43	4.01	Neatmestas
38	0.337	16.37	7.21	0.633	56	0.0054	0.073	5.39	3.35	Atmestas

Bendras medžiagų skaičius legiruotųjų konstrukcinių plienų ir jų suvirinimo siūlų medžiagoms kambario temperatūroje pateikti 1-2 prieduose.

2.2 lentelė

Bendras medžiagų skaičius ir medžiagų skaičius po ryškiai išsiskiriančių bei mažai tikėtinų reikšmių atmetimo (lentelėje pažymėta $n\frac{r}{\delta_y}$).

LEGIRUOTIEJI KONSTRUKCINIAI PLIENAI				
Tyrimo duomenys*	C_c	m_c	C_f	m_f
Priklausomybė nuo σ_u **	$42\frac{-0.004}{8.037}$	$41\frac{0.183}{0.071}$	$42\frac{0.341}{10.357}$	$41\frac{0.059}{0.073}$
Atmesti duomenys	5	1	6	1
LEGIRUOTŲJŲ KONSTRUKCINIŲ PLIENŲ SUVIRINIMO SIŪLIŲ MEDŽIAGA				
Tyrimo duomenys*	C_c	m_c	C_f	m_f
Priklausomybė nuo σ_u **	$73\frac{-0.246}{12.326}$	$73\frac{-0.241}{0.482}$	$73\frac{-0.178}{13.536}$	$73\frac{-0.098}{0.069}$
Atmesti duomenys	4	1	5	1
* Parametrai gauti pagal [1]; ** Parametras gautas KTU mažaciklio nuovargio laboratorijoje.				

2.1.2. Rezultatų atsitiktinumo ir nepriklausomumo statistinis tikrinimas

Bandymo metu gauti parametrai yra atsitiktinio pobūdžio (temperatūriniai, mechaniniai poveikiai, nukrypimai nuo technologinio proceso ir kt.). Be to, eksperimentiškai nustatant medžiagų grupės parametrus, neišvengiamos atsitiktinės paklaidos. Todėl eksperimentų rezultatai visada yra atsitiktinio pobūdžio ir jų analizė atliekama statistiniais metodais.

Kadangi koreliacinės ir regresinės analizės metodai yra gauti ir taikomi nepriklausomų bandymų rezultatams, todėl, prieš pradedant statistiškai apdoroti tyrimo rezultatus, patikrinome, ar turimi rezultatai yra stochastiškai nepriklausomi. Minėtam uždaviniui spręsti buvo panaudoti:

Serijų kriterijus, naudojant imties medianą [4]. Surašius imties $x_1, x_2, ..., x_n$. Elementus didėjimo tvarka, gaunama variacinė eilutė pagal (2.1) lygybę.

Medianos reikšmė, esant nelyginiam tyrimo rezultatų skaičiui $n = 2m - 1$, yra lygi viduriniam variacinės eilutės nariui

$$x_{0,5} = x_m . \tag{2.12}$$

Kai $n = 2m$ yra lyginis, mediana

$$x_{0.5} = \frac{x_m + x_{m+1}}{2} . \tag{2.13}$$

Pradžioje turėtai imčiai $x_1, x_2, ..., x_n$ buvo sudaryta ženklų eilutė: vietoj x_i rašytas ženklas "+", jei $x_i > x_{0,5}$, ir ženklas "-", jei $x_i < x_{0,5}$. Imties nariai, lygūs medianos reikšmei, buvo praleisti. Gauta pliusų ir minusų eilutė.

Vienas paskui kitą einanti vienodų ženklų seka vadinama serija. Atskiru atveju seriją gali sudaryti vienas pliusas arba vienas minusas. Pliusų ir minusų eilutę charakterizuoja bendras serijų skaičius γ_n ir pačios ilgiausios serijos element skaičius τ_n. Jei tyrimo rezultatai yra stochastiškai nepriklausomi, tai pliusų bei minusų kaita turi būti atsitiktinė. Todėl serijų eilutėje neturi būti ilgų serijų ir serijų skaičius γ_n neturi būti labai mažas.

Pasirinkus reikšmingumo lygmenį α, turi būti tenkinamos nelygybės

$$\left.\begin{aligned} \gamma_n &> \left[\frac{1}{2}\left(n+1-z_\alpha\sqrt{n-1}\right)\right]; \\ \tau_n &< \left[3{,}3(lg\, n+1)\right], \end{aligned}\right\} \tag{2.14}$$

čia z_α - normaliojo pasiskirstymo kvantilis [2]. Nelygybėje (2.14) laužtiniai skliaustai reiškia, kad imama sveikoji skaičiaus, esančio skliaustuose, dalis.

Jei bent viena iš (2.14) nelygybių netenkinama, tai hipotezė apie tyrimo rezultatų nepriklausomumą atmetama.

Kylančių ir krintančių serijų kriterijus [4]. Turimai duomenų imčiai $x_1, x_2, ..., x_n$ buvo sudaryta pliusų ir minusų seka: i vietoje rašytas ženklas „+“, jei $x_{i+1} - x_i > 0$, ir ženklas „–“, jei $x_{i+1} - x_i < 0$. Kai du ir daugiau vienas po kito einantys imties elementai tarpusavyje lygūs, tai imamas vienas iš jų.

2.3 lentelė

Legiruotųjų konstrukcinių plienų parametrų kambario temperatūroje atsitiktinumo ir nepriklausomumo statistinis tikrinimas. Duomenys skaičiavimui duoti 1 priede.

Serijų kriterijus, naudojant medianą												
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
m_c*	0,0459	0,470	0,464	0,434	0,560	0,410	0,405	0,440	0,360	0,410	0,340	0,492
$x_i - x_{0.5}$	+	+	+	+	+	+	0	+	-	+	-	+
i	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
m_c^*	0,404	0,405	0,440	0,375	0,361	0,337	0,418	0,452	0,310	0,380	0,573	0,370
$x_i - x_{0.5}$	-	0	+	-	-	-	+	+	-	-	+	-
i	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
m_c^*	0,310	0,336	0,343	0,380	0,270	0,448	0,330	0,402	0,428	0,404	0,408	0,475
$x_i - x_{0.5}$	-	-	-	-	-	+	-	-	+	-	+	+
$x_{0.5} = 0.404$; $\gamma = 17 > \left[1/2\left(36+1-1.64\sqrt{36-1}\right)\right] = 14$; $\tau = 7 < \left[3.3(\lg 36+1)\right] = 8$.												
Kylančių ir krintančių serijų kriterijus												
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C_c^*	27,7	29,4	21,4	12,5	18,5	16,8	34,9	29,8	7,7	30,3	19,4	14,8
$x_{i+1} - x_i$	+	-	-	+	-	+	-	-	+	-	-	+
i	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
C_c^*	15	25,1	22,7	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$x_{i+1} - x_i$	+	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	-
i	25	26	27	28	29	30						
C_c^*	8,8	24,1	23,1	25,8	20,8	26,6						
$x_{i+1} - x_i$	+	-	+	-	+	+						
$\gamma = 21 > \left[1/3(2\cdot 30-1) - 1.64\sqrt{(16\cdot 30-29)/30}\right] = 13$; $\tau = 4 < \tau_k = 6$.												
* Parametrai gauti pagal [1]												

Paeiliui einančių pliusų serijos atitinka tyrimo rezultatų reikšmių didėjimą (kylanti serija), o minusų serija – mažėjimą (krintanti serija). Jei turimi duomenys yra atsitiktiniai (tyrimo rezultatai yra nepriklausomi), gautoje ženklų sekoje serijų skaičius neturi būti labai mažas, o serijos ilgis didelis. Turimi duomenys yra atsitiktiniai, jei, esant pasirinktam reikšmingumo lygmeniui, teisinga nelygybė

$$\left.\begin{array}{l} \gamma_n > \left[\frac{1}{3}(2n-1) - z_\alpha \sqrt{\frac{16n-29}{30}}\right]; \\ \tau_n < \tau_k , \end{array}\right\} \tag{2.15}$$

čia γ_n - serijų skaičius; τ_n - didžiausias serijos ilgis;

$\tau_k = 6$, kai $(n \leq 26)$; $\tau_k = 8, (26 \leq n \leq 153)$; $\tau_k = 14, (n > 153)$.

2.1.3. Pasiskirstymo pagal normalųjį dėsnį hipotezių tikrinimas

Tiriant duomenų išsidėstymą, reikia žinoti jų pasiskirstymo dėsnius. Juos nustatėme remdamiesi eksperimento rezultatais. Sudarytam eksperimentiniam dėsniui parenkamas teorinis dėsnis ir pateikiama jo analitinė išraiška. Parinkta teorinė kreivė dažniausiai pilnai nesutampa su eksperimentine. Eksperimentinio ir teorinio pasiskirstymo sutapimas (arba neatitikimas) tikrinamas suderinamumo kriterijais. Suderinamumo kriterijai priskiriami prie neparametrinių kriterijų, kuriems nereikalingos prielaidos apie duomenų pasiskirstymą.

Yra nemažai kriterijų, kuriais analitiniu būdu galima atlikti tyrimo rezultatų pasiskirstymo pagal normalųjį dėsnį hipotezių tikrinimą. Kadangi mūsų turimų medžiagų skaičius grupėje $n < 120$, tai [2-8] galima rasti paprastas rekomendacijas normalumo hipotezių tikrinimui:

Vidutinio absoliutinio nuokrypio panaudojimas (VAN) [3]. Esant nedideliam duomenų skaičiui *n*, kaip sklaidos matą nuo vidutinės reikšmės rekomenduojama naudoti vidutinį absoliutinį nuokrypį, kuris sumažina ekstremalių reikšmių įtaką. Vidutinis absoliutinis nuokrypis apskaičiuojamas pagal lygybę

$$VAN = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}. \tag{2.16}$$

Kai tyrimo rezultatai artimi normaliajam dėsniui, turi būti tenkinama nelygybė

$$\left|\frac{VAN}{s}-0{,}7979\right|<\frac{0{,}4}{\sqrt{n}}, \tag{2.17}$$

čia s - empirinis vidutinis kvadratinis nuokrypis, apskaičiuojamas pagal (2.7) lygybę, kai empirinė dispersija

$$s^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2. \tag{2.18}$$

Apytikris normalumo kriterijus [2]. Hipotezės apie normalųjį skirstinį tikrinimui gali būti naudojami asimetrijos ir eksceso rodikliai. Tam tikslui apskaičiuojami pradiniai pasiskirstymo momentai

$$\left.\begin{array}{ll} h_1=\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{e}x_j n_j; & h_3=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{e}x_j^3 n_j; \\ h_2=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{e}x_j^2 n_j; & h_4=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{e}x_j^4 n_j. \end{array}\right\} \tag{2.19}$$

Apskaičiuojami centriniai momentai

$$\left.\begin{array}{l} m_3=h_3-3h_3h_1+2h_1^3; \\ m_4=h_4-4h_3h_1+6h_2h_1^2-3h_1^4. \end{array}\right\} \tag{2.20}$$

Apskaičiuojami asimetrijos ir eksceso rodikliai

$$\widehat{S}_k=\frac{m_3}{s^3}; \tag{2.21}$$

$$\widehat{E}_k=\frac{m_4}{s^4}-3 \tag{2.22}$$

ir jų vidutiniai kvadratiniai nuokrypiai

$$\sigma_{S_k}=\sqrt{\frac{3(n-1)}{(n+1)(n+3)}}; \tag{2.23}$$

$$\sigma_{E_k}=\sqrt{\frac{24(n-2)(n-3)n}{(n-1)^2(n+3)(n+5)}}. \tag{2.24}$$

Jei absoliutinės statistikų $\widehat{S}_k$ ir $\widehat{E}_k$ reikšmės lygios arba mažesnės už savo vidutinius kvadratinius nuokrypius σ_{S_k} ir σ_{E_k}, tai hipotezė apie duomenų normalųjį pasiskirstymą neatmetama. Jei absoliučios duotų statistikų reikšmės žymiai didesnės už savo vidutinius kvadratinius nuokrypius, tai hipotezė apie normalųjį pasiskirstymą atmetama.

Deivido kriterijus, naudojant varijavimo amplitudę R *(H. A. David)*. Greitas duomenų pasiskirstymo pagal normalųjį dėsnį hipotezės tikrinimas, kai $3 < n < 1000$, gali būti atliktas pagal [3] pateiktą metodą, naudojant varijavimo amplitudę R.

Šiuo atveju apskaičiuotą santykį R/s lyginame su lentelėje duotomis viršutinėmis ir apatinėmis kritinėmis santykio ribomis, pasirinkus hipotezės reikšmingumo lygmenį α. Jei varijavimo amplitudės R ir standartinio nuokrypio s santykis mažesnis už atitinkančią šį lygmenį apatinę ribą arba didesnis už atitinkančią šį lygmenį viršutinę ribą, tai, esant pasirinktam reikšmingumo lygmeniui α, hipotezė apie normalųjį pasiskirstymą atmetama. Tai ypač svarbu, kai reikšmingumo lygmuo $\alpha = 0{,}1$, t.y. 10% (gretutinės) ribos.

Šapiro ir Vilko suderinamumo kriterijus W *(S. S. Shapiro, M. B. Wilk)* [2] naudojamas hipotezės, kad tyrimo rezultatai pasiskirstę pagal normalųjį arba logaritminį normalųjį dėsnį, tikrinimui ir yra efektyvus (su didesne tikimybe atmeta neteisingą hipotezę) tikrinant normalumą, kai duomenų skaičius nedidelis $(n \le 50)$. Atliekant skaičiavimą pagal šį kriterijų, tyrimo rezultatai išdėstomi variacine eilute remiantis (2.1) lygybe.

Norint apskaičiuoti kriterijų

$$W = \frac{b^2}{S^2}, \tag{2.25}$$

nustatomi dydžiai

$$S^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \bar{x}\right)^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n}; \tag{2.26}$$

$$b = \sum_{i=1}^{k} a_{n-i+1}\left(x_{n-i+1} - x_i\right). \tag{2.27}$$

Reikšmė $a_{n-i+1} (i = 1,2,3,...k)$ parenkama iš lentelių [2]. Be to, jeigu n - lyginis skaičius, tai $k = n/2$, jeigu n nelyginis skaičius, $k = (n-1)/2$.

Jei teisinga nelygybė

$$W \ge W_\alpha, \tag{2.28}$$

tai hipotezė apie duomenų normalųjį pasiskirstymą neatmetama. Čia W_α - kritinė Šapiro ir Vilko kriterijaus reikšmė [2], esant pasirinktam reikšmingumo lygmeniui α .

Pirsono (χ^2) suderinamumo kriterijus (*E. S. Pearson*). Teorinio dėsnio atitikimą eksperimentiniam hipotezės tikrinimas pagal χ^2 suderinamumo kriterijų numato normaliojo dėsnio savybių panaudojimą [3]. Standartinio normaliojo pasiskirstymo kreivė

$$\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} \approx 0{,}4e^{-z^2/2} \quad , \tag{2.29}$$

$z=(x\text{-}a)/\sigma$ - normuotas atsitiktinis dydis su nuline vidutine reikšme ir vienetiniu standartiniu nuokrypiu. Čia a ir σ - normaliojo pasiskirstymo parametrai (teorinė matematinė viltis, nusakanti pasiskirstymo kreivės padėtį *Ox* ašies atžvilgiu ir standartinis nuokrypis – teorinė atsitiktinio dydžio *x* dispersija. Jis nusako kreivės formą: didėjant σ kreivė tampa lėkštesnė).

Naudojant χ^2 kriterijų, varijavimo amplitudė sudalinama į intervalus *e* ir nustatomas stebėjimų dažnis.

Kriterijus χ^2 apskaičiuojamas pagal lygybę

$$\chi^2 = \sum \left(n_j\text{-}n_{pj}\right)^2 / n_{pj} \quad , \tag{2.30}$$

čia n_j - stebėjimų dažnis; n_{pj} - laukiamas dažnis pagal standartinį normalųjį pasiskirstymą.

Hipotezė, kad stebėjimų dažnis turi normalųjį pasiskirstymą, tikrinama χ^2 kriterijų, apskaičiuotą pagal (2.30) lygybę, lyginant su kritine reikšme χ^2_α [2], kai reikšmingumo lygmuo α ir laisvės laipsnių skaičius $k=e_1-m-1$. Čia e_1 - intervalų skaičius po jų sujungimo; *m* – įvertinamų parametrų skaičius ($m=2$, kai įvertinami du parametrai: $\bar{x}$; *s*). Jei teisinga nelygybė

$$\chi^2 \le \chi^2_\alpha , \tag{2.31}$$

tai rezultatų duomenys neprieštarauja normaliojo pasiskirstymo dėsniui.

Kriterijaus χ^2 privalumas yra jo universalumas. Kriterijus taikomas visų rūšių funkcijoms $F(x)$, netgi nežinant jas charakterizuojančių parametrų (matematinės vilties, standartinio nuokrypio ir kt.). Kriterijaus χ^2 trūkumas – pradinės informacijos praradimas dėl būtinumo grupuoti duomenis į intervalus ir juos sujungti, kai $n_j < 5$. Todėl rekomenduojama normalumo tikrinimą pagal χ^2 kriterijų papildyti kitais kriterijais. Tai būtina atlikti esant duomenų skaičiui $n \le 100$.

χ^2 ***kriterijus, naudojant asimetrijos ir eksceso rodiklius*** [2], leidžia objektyviau, nei apytikris normalumo kriterijus, nagrinėti empirinio pasiskirstymo dėsnį kaip normalųjį pasiskirstymą. Šiuo atveju abu rodikliai sujungiami į vieną statistiką

$$\chi^2 = \frac{\widehat{S}_k^2}{\sigma_{S_k}^2} + \frac{\widehat{E}_k^2}{\sigma_{E_k}^2}, \tag{2.32}$$

kuri lyginama su kritine reikšme, pasirinkus reikšmingumo lygmenį α ir esant laisvės laipsnių skaičiui $k = 2$.

Jei teisinga (2.31) nelygybė, tai hipotezė apie duomenų pasiskirstymą pagal normalųjį dėsnį neatmetama.

Kolmogorovo ir Smirnovo suderinamumo kriterijus *(A. Kolmogorov, N. Smirnov)* [3]. Kai eksperimentinis pasiskirstymo dėsnis yra pasiskirstymo funkcijos pavidalo, tai, pasirinkus teorinę pasiskirstymo funkcijos išraišką, tikrinamas jos tinkamumas eksperimentiniams rezultatams aprašyti. Šis kriterijus gerai nustato nukrypimus nuo normaliojo pasiskirstymo dėsnio, esant nedideliam duomenų skaičiui, ir yra galingesnis už χ^2 kriterijų. Remiantis Kolmogorovo ir Smirnovo kriterijumi, nesutapimas tarp teorinio ir eksperimentinio dėsnių D siūlomas skaičiuoti taip:

$$D = \frac{max\left|F_{n_j} - F_{n_{pj}}\right|}{n}, \tag{2.33}$$

čia F_{n_j} - sukauptas stebėjimų dažnumas; $F_{n_{pj}}$ - sukauptas laukiamas dažnumas.

Jei teisinga nelygybė

$$D \le D_\alpha, \tag{2.34}$$

tai hipotezė apie duomenų pasiskirstymą pagal normalųjį dėsnį neatmetama.

Tikslios Kolmogorovo ir Smirnovo kriterijaus ribos, kai $n > 30$, nustatomos pagal Lillifiorso (H. W. Lilliefors) pasiūlytas priklausomybes: $0{,}805/\sqrt{n}$ $(\alpha = 0{,}10)$ ir $0{,}886/\sqrt{n}$ $(\alpha = 0{,}05)$.

Naudojantis šiuo kriterijumi, būtina žinoti ne tik teorinio dėsnio analitinę išraišką, bet ir dėsnį charakterizuojančius parametrus. Jeigu dėsnio parametrus surandame iš tyrimo rezultatų, mažėja priimto sprendimo patikimumas. Tai Kolmogorovo ir Smirnovo kriterijaus trūkumas [2].

Suderinamumo kriterijus ω^2 [2] naudojamas esant duomenų skaičiui $50 \le n \le 200$ ir yra galingesnis už χ^2 kriterijų, tačiau jo taikymą apsunkina ilgas skaičiavimas. Skiriamos dvi statistikos:

Smirnovo suderinamumo kriterijus. Tyrimo rezultatų pasiskirstymo pagal normalųjį arba logaritminį normalųjį dėsnį hipotezės tikrinimui, kai dėsnį charakterizuojantys parametrai įvertinami pagal stebėjimų duomenis, naudojama Smirnovo statistika, kuri apskaičiuojama pagal lygybę

$$\omega^2 = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^{n} \left[W(x_i) - \Phi(\hat{z}_i) \right]^2 . \tag{2.35}$$

Tyrimo rezultatų atitikimo normaliojo arba logaritminio normaliojo pasiskirstymo dėsniui sąlyga išreiškiama nelygybe

$$\omega^2 \left(1 + \frac{1}{2n} \right) \leq W_\alpha^2 , \tag{2.36}$$

čia $\Phi(\hat{z}_i)$ - Laplaso funkcijos reikšmė, kai $\hat{z}_i = (x_i - \bar{x})/s$; W_α^2 - kritinė Smirnovo kriterijaus reikšmė, $W_{0,1}^2 = 0{,}104$; $W_{0,05}^2 = 0{,}126$; $W_{0,01}^2 = 0{,}178$.

Andersono ir Darlingo (T. W. Anderson, D. A. Darling) suderinamumo kriterijus, esant toms pačioms sąlygoms, apskaičiuojamas pagal lygybę

$$\omega^2 = -n - 2\sum_{i=1}^{n} \left\{ W(x_i) ln\, \Phi(\hat{z}_i) + \left[1 - W(x_i) \right] ln \left[1 - \Phi(\hat{z}_i) \right] \right\} ; \tag{2.37}$$

$$\left(\omega^2 - \frac{0{,}7}{n} \right) \left(1 + \frac{3{,}6}{n} - \frac{8}{n^2} \right) \leq A_\alpha , \tag{2.38}$$

čia $A_{0,1} = 0{,}656$; $A_{0,05} = 0{,}787$; $A_{0,01} = 1{,}092$.

2.1.4. Tyrimo rezultatų pasiskirstymo pagal normalųjį dėsnį tikrinimas

Kadangi toliau nagrinėjama tyrimo duomenys, tai pagal žemiau pateiktą skaičiavimo metodiką reikalaujama, kad šie atsitiktiniai dydžiai būtų pasiskirstę pagal normalųjį dėsnį (priešingu atveju, turi būti taikomi neparametriniai metodai). Regresinės analizės atveju šis reikalavimas reiškia, kad kiekvienai fiksuotai x reikšmei priklausomas kintamasis Y būtų pasiskirstęs pagal normalųjį dėsnį.

Praktiniame darbe rekomenduojamos dvi metodikos [5]: pagal varijavimo amplitudę R ir pagal χ^2 kriterijų, kur pirmoji naudojama greitam normalumo tikrinimui, o antroji – nuodugniam duomenų pasiskirstymo pagal normalųjį dėsnį tikrinimui. Šiame darbe, be šių dviejų minėtų kriterijų, duomenų pasiskirstymo pagal normalųjį dėsnį hipotezės buvo tikrinimos panaudojus vidutinį absoliutinį nuokrypį (*VAN*) bei Šapiro ir Vilko *W* suderinamumo kriterijų.

Šiame skirsnyje parodytas tyrimo rezultatų pasiskirstymo pagal normalųjį dėsnį tikrinimas, panaudojus vidutinį absoliutinį nuokrypį (*VAN*), varijavimo amplitudę *R*, Pirsono (χ^2) suderinamumo kriterijų bei Šapiro ir Vilko suderinamumo kriterijų *W*. Duomenys skaičiavimui pateikti 1 – 2 prieduose.

(VAN) Vidutinio absoliutinio nuokrypio naudojimas. Čia atliktas legiruotųjų konstrukcinių plienų suvirinimo siūlių medžiagų stiprumo ribos, ir takumo ribos kambario temperatūroje pasiskirstymo pagal normalųjį dėsnį tikrinimas, naudojant vidutinį absoliutinį nuokrypį. Pradiniai duomenys pateikti ir skaičiavimai atlikti 2.4 lentelėje.

Pagal 2.4 lentelės duomenis ir (2.16) lygybę

$$VAN = \frac{2632{,}72}{36} = 73{,}13.$$

Pagal (2.18) lygybę apskaičiuotas dispersijos įvertis

$$s^2 = \frac{283089{,}03}{36-1} = 8088{,}26.$$

Pagal (2.7) lygybę apskaičiuotas vidutinis kvadratinis nuokrypis

$$s = \sqrt{8088{,}26} = 89{,}93.$$

Įstačius šias reikšmes į (2.17) nelygybę, gauta

$$\left| \frac{73{,}13}{89{,}93} - 0{,}7979 \right| < \frac{0{,}4}{\sqrt{36}}$$

arba 0,01528 < 0,06666.

2.4 lentelė

Legiruotųjų konstrukcinių plienų suvirinimo siūlių medžiagų stiprumo ribos kambario temperatūroje duomenys dydžiams $\bar{x}$ ir s apskaičiuoti

Medž.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
σ_u^*	573	519	445	594	628	497	439	574	439
$x_i - \bar{x}$	0,47	-53,53	-127,53	21,47	55,47	-75,53	-133,53	1,47	-133,53
$(x_i - \bar{x})^2$	0,2209	2865,46	16264	461	3077	5704,78	17830,26	2,16	17830,26
Medž.	10	11	12	13	14	15	16	17	18
σ_u^*	635	622	675	673	628	497	674	603	577
$x_i - \bar{x}$	62,47	49,47	102,47	100,47	55,47	-75,53	101,47	30,47	4,47
$(x_i - \bar{x})^2$	3902,5	2447,28	10500	10094,2	3077	5704,78	10296,16	928,42	19,98
Medž.	19	20	21	22	23	24	25	26	27
σ_u^*	604	620	417	400	590	540	535	657	710
$x_i - \bar{x}$	31,47	47,47	-155,53	-172,53	17,47	-32,53	-37,53	84,47	137,47
$(x_i - \bar{x})^2$	990,36	2253,4	24189,58	29766,6	305,2	1058,2	1408,5	7135,18	18898
Medž.	28	29	30	31	32	33	34	35	36
σ_u^*	625	538	770	618	508	466	459	685	577
$x_i - \bar{x}$	52,47	-34,53	197,47	45,47	-64,53	-106,53	-113,53	112,47	4,47
$(x_i - \bar{x})^2$	2753,1	1192,32	38994,4	2067,52	4164,12	11348,64	12889	12649,5	19,98

$n = 36$

$\bar{x} = 20611/36 = 572{,}53$

$\sum | x_i - \bar{x} | = |-1316{,}42| + 1316{,}3 = 2632{,}72$

$\sum x_i - \bar{x} = -0{,}08$

$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 283089{,}06$

$\sum \sigma_u = 20611$; $\sigma_u = x_i$; * Parametrai gauti KTU.

Tyrimo duomenys yra pasiskirstę pagal normalųjį dėsnį.

Čia atliktas legiruotųjų konstrukcinių plienų suvirinimo siūlių medžiagų takumo ribos kambario temperatūroje pasiskirstymo pagal normalųjį dėsnį tikrinimas, naudojant vidutinį absoliutinį nuokrypį. Pradiniai duomenys ir skaičiavimų rezultatai pateikti 2.5 lentelėje.

2.5 lentelė

Legiruotųjų konstrukcinių plienų suvirinimo siūlių medžiagų stiprumo ribos kambario temperatūroje duomenys dydžiams $\bar{x}$ ir s apskaičiuoti

Medž.	37	38	39	40	41	42	43	44	45
$\sigma_y{}^*$	447	459	584	427	425	421	389	426	458
$x_i - \bar{x}$	9,36	21,36	146,36	-10,64	-12,64	-16,66	-39,64	-11,64	20,36
$(x_i - \bar{x})^2$	87,61	456,25	21421,25	113,21	159,77	276,89	1571,33	135,49	414,53
Medž.	46	47	48	49	50	51	52	53	54
$\sigma_y{}^*$	392	291	435	491	439	413	346	455	549
$x_i - \bar{x}$	-45,64	-146,64	-2,64	53,36	1,36	-24,64	-91,64	17,36	111,36
$(x_i - \bar{x})^2$	2083	21503,29	6,97	2847,29	1,85	607,13	8397,89	301,37	12401
Medž.	55	56	57	58	59	60	61	62	63
$\sigma_y{}^*$	557	587	318	346	530	476	490	400	375
$x_i - \bar{x}$	119,36	149,36	-119,64	-91,64	92,36	38,36	52,36	-37,64	-62,64
$(x_i - \bar{x})^2$	14246,81	22308,41	14313,73	8397,89	8530,37	1471,49	2741,57	1416,77	3923,77
Medž.	64	65	66	67	68	69	70	71	72
$\sigma_y{}^*$	435	460	465	460	330	370	410	445	454
$x_i - \bar{x}$	-2,64	22,36	27,36	22,36	-107,64	-67,64	-27,64	7,36	16,36
$(x_i - \bar{x})^2$	6,97	499,97	748,57	499,97	11586,37	4575,17	763,97	54,17	267,65

$n = 36$

$\bar{x} = 15755/36 = 437{,}64$

$$\sum \left| x_i - \bar{x} \right| = \left| -928{,}44 \right| + 928{,}4 = 1856{,}84$$

$$\sum x_i - \bar{x} = -0{,}04$$

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 169139{,}94$$

$$\sum \sigma_u = 15755$$

$\sigma_y = x_i$; * Parametrai gauti KTU.

Tyrimo duomenys yra pasiskirstę pagal normalųjį dėsnį.

2.4 ir 2.5 lentelėse stulpelio $x_i - \bar{x}$ suma teoriškai turi būti lygi nuliui ir tai gali būti tarpinis skaičiavimo rezultatų patikrinimas. Tačiau, skaičiuojant dviejų ženklų tikslumu, visada gaunamos nedidelės paklaidos.

***Pirsono (χ^2) suderinamumo kriterijaus naudojimas*.**

2.6 lentelė

Hipotezės apie tyrimo rezultatų kambario pasiskirstymą pagal normalųjį dėsnį tikrinimas, naudojant χ^2 kriterijų

e	1	2	3	4	5	6	7
x_j	54	70	86	102	118	134	150
n_j	1	3	8	13	6	3	2
x_j^2	2916	4900	7396	10404	13924	17956	22500
$n_j x_j$	54	210	688	1326	708	402	300
$n_j x_j^2$	2916	44100	473344	1758276	501264	161604	90000
$x_j - \bar{x}$	-48,4	-32,4	-16,4	-0,4	15,6	31,6	47,6
$\left\| \dfrac{x_j - \bar{x}}{s} \right\| = z$	0,18	0,12	0,06	0,0015	0,06	0,15	0,17
$f(z)$	0,86	0,9	0,95	0,99	0,95	0,88	0,87
$f(z)k'$	1,86	1,89	2,01	2,8	2,01	1,85	1,83
n_{pj}		2.45	2,01	2,8	2,01	2.57	
$n_j - n_{pj}$		-0,55	-1,37	2,32	0,89	0,43	
$\dfrac{(n_j - n_{pj})^2}{n_{pj}}$		0,123	0,934	1,92	0,394	0,072	$\sum = 3,43$

e - inetrvalų skaičius; x_j - intervalo vidutinė reikšmė, sudalinus vienodo ilgio intervalais nuo 46 iki 62; 62 iki 78; 78 iki 94; 94 iki 110; 110 iki 126; 126 iki 142; 142 iki 158; n_j - stebėjimų dažnis; n_{pj} - laukiamas dažnis pagal standartinį normalųjį pasiskirstymą;

$\bar{x} = \dfrac{\sum n_j x_j}{n} = \dfrac{3688}{36} = 102,4$;

$f(z)$ - [3];

$k' = \dfrac{nb}{s} = \dfrac{36 \cdot 16}{275,35} = 2,1$, čia b – intervalo plotis;

$$s = \sqrt{\frac{\sum n_j x_j^2 - \sum (n_j x_j)^2 / n}{n-1}} = \sqrt{\frac{3031504 - 3688^2/36}{36-1}} = 275,35$$

Hipotezės apie tyrimo duomenų pasiskirstymą pagal normalųjį dėsnį tikrinimas, naudojant χ^2 kriterijų ir (2.29)-(2.31) priklausomybes, pateiktas 2.6 lentelėje. Duomenys skaičiavimui duoti 1 priede.

Vidutinė reikšmė $\bar{x}$ apskaičiuota pagal (2.2) lygybę, remiantis [5] pateikta skaičiavimo metodika. 2.5 lentelėje kriterijus $\chi^2 = 3{,}43$. Kai reikšmingumo lygmuo $\alpha = 0{,}05$ ir laisvės laipsnių skaičius $k = 4 - 2 - 1 = 1$, kritinė kriterijaus reikšmė $\chi^2_{(1;5)} = 3{,}841$ [4]. Čia „4“ – intervalų skaičius po jų sujungimo, „2“ – įvertinamų parametrų skaičius ($\bar{x}$; s).

Sąlyga (2.31) tenkinama, vadinasi, rezultatų duomenys neprieštarauja normaliojo pasiskirstymo dėsniui.

Varijavimo amplitudės R naudojimas. Čia atliktas tyrimo rezultatų pasiskirstymo pagal normalųjį dėsnį hipotezės tikrinimas, naudojant varijavimo amplitudę *R*. Pagal 2.4 lentelės duomenis buvo nustatya didžiausia ir mažiausia stiprumo ribos reikšmė ir pagal (2.4) lygybę apskaičiuota varijavimo amplitudė

$$R = 685 - 417 = 268.$$

Santykis

$$\frac{R}{s} = \frac{268}{89{,}93} = 2{,}98.$$

Kai $n = 36$ ir $\alpha = 0{,}10$, nustatytos apatinė 2.54 ir viršutinė 3.4 ribos [5]. Santykis išeina iš mplitud ribų, t.y. $2{,}54 < 2{,}98 < 3{,}4$, ir todėl su užsiduotu statistiniu patikimumu galima teigti, kad pagal šį kriterijų hipotezė apie tyrimo rezultatų pasiskirstymą pagal normalųjį dėsnį pasitvirtina.

Šapiro ir Vilko suderinamumo kriterijaus W naudojimas. Šapiro ir Vilko kriterijus panaudotas legiruotųjų konstrukcinių plienų stiprumo ribos pasiskirstymo pagal normalųjį dėsnį hipotezės tikrinimui. Stiprumo riba, išdėstyta variacine eilute pagal (2.1) lygybę, pateiktas 2.7 lentelėje. Pagal (2.26) lygybę apskaičiuotas dydis

$$S^2 = 424813321 - \frac{20611^2}{36} = 413012951.$$

Kai $n = 36$ ir $k = n/2 = 18$, buvo parinktos reikšmės $a_{n-i+1}(i = 1,2,...36)$ ir pagal (2.27) lygybę apskaičiuotas dydis *b*. Parinkti ir apskaičiuoti duomenys pateikti 2.7 lentelėje.

Pagal (2.25) lygybę apskaičiuotas kriterijus

$$W = \frac{1156{,}66^2}{413012951} = 0{,}003$$

palygintas su kritine reikšme. Kai $n = 36$ ir $\alpha = 0{,}05$, $W_{0,05} = 0{,}937$ [2].

Sąlyga $W \geq W_{\alpha}$ nėra tenkinama, t.y. empirinis skirstinys (2.7 lentelė) nėra pasiskirstęs pagal normalųjį dėsnį.

2.7 lentelė

Legiruotųjų konstrukcinių plienų stiprumo riba σ_u kambario temperatūroje

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
σ_u	573	519	445	594	628	497	439	574	439
i	10	11	12	13	14	15	16	17	18
σ_u	635	622	675	673	628	497	674	603	577
i	19	20	21	22	23	24	25	26	27
σ_u	604	620	417	400	590	540	535	657	710
i	28	29	30	31	32	33	34	35	36
σ_u	625	538	770	618	508	466	459	685	577
$\sum \sigma_u = 20611$ $\sum (\sigma_u)^2 = 424813321$									

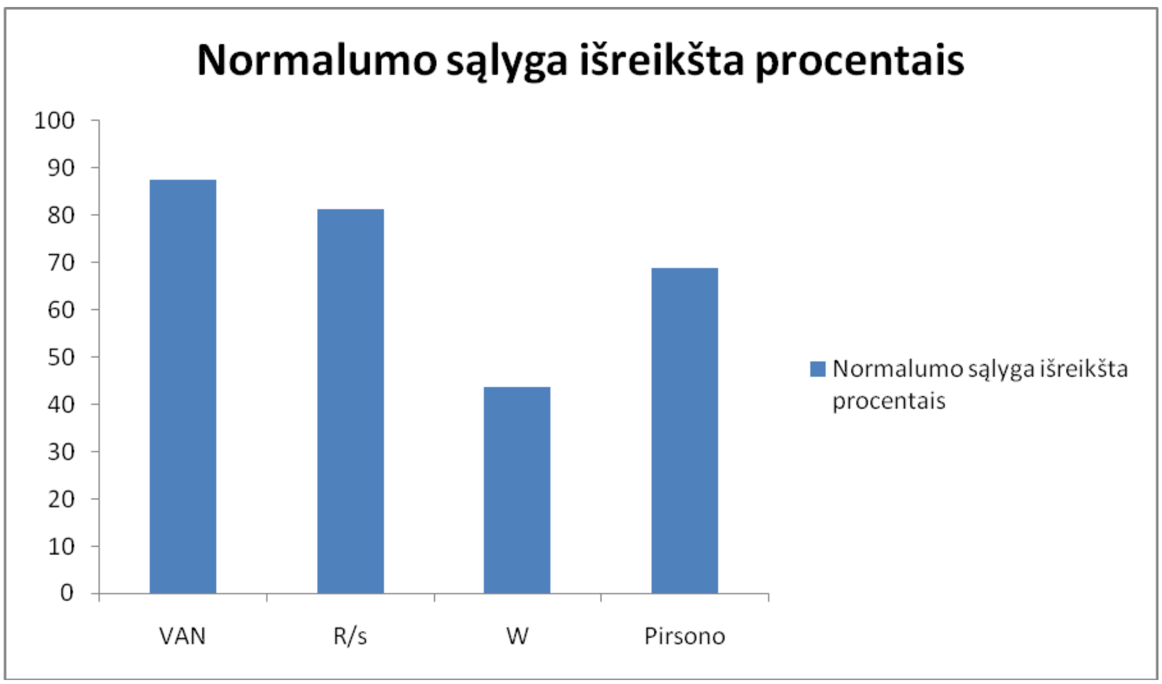
2.8 lentelė

Pasiskirstymo pagal normalųjį dėsnį hipotezės tikrinimas, naudojant Šapiro ir Vilko kriterijų

i	a_{n-i+1}	$(\sigma_u)_{n-i+1}$	$(\sigma_u)_i$	b
1	0,4216	1127,7	537	249,03
2	0,2946	1038	519	152,9
3	0,2641	845	445	105,64
4	0,2567	1087	594	126,55
5	0,2380	1227,6	628	142,7
6	0,2160	795,2	497	64,41
7	0,2063	680,45	439	49,81
8	0,1984	861	574	56,94
9	0,1838	658,5	439	40,34
10	0,1661	920,75	635	47,46
11	0,1312	870,8	622	32,64
12	0,1149	911,25	675	27,15

2.8 lentelės tęsinys

13	0,1030	874,9	673	20,8
14	0,0989	816,4	628	18,63
15	0,0895	621,25	497	11,12
16	0,0791	741,4	674	5,33
17	0,0634	663,3	603	3,82
18	0,0401	611,62	577	1,39
			Suma	1156,66



2.2 pav. Tyrimo rezultatų pasiskirstymas pagal normalųjį dėsnį.

Tikrinimo rezultatai tikrinant normalumo sąlygą pateikti 2.9 lentelėje. „+“ ženklas reiškia, kad duomenys yra pasiskirstę pagal normalųjį dėsnį, „–“ ženklas reiškia, kad normaliojo pasiskirstymo nėra.

Tyrimo rezultatų pasiskirstymo pagal normalųjį dėsnį hipotezės buvo tikrintos naudojant (2.17), (2.28) ir (2.31) nelygybes. Kritinės reikšmės nustatytos pagal lenteles [2], pasirinkus

$\alpha = 0{,}05$, o normalumas pagal santykį R/s buvo tikrintas pasirinkus reikšmingumo lygmenį $\alpha = 0{,}1$

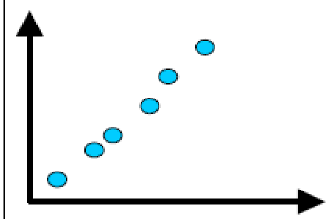
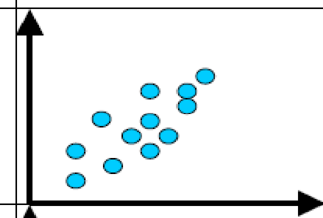
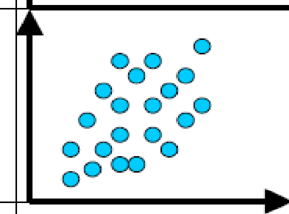
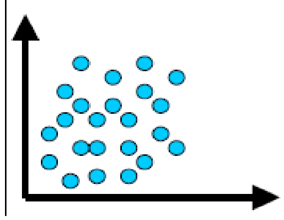
2.9 lentelė

Tyrimo rezultatų normalumo tikrinimas panaudojus vidutinį absoliutinį nuokrypį (*VAN*), varijavimo amplitudės ir dispersijos santykį R/s, Šapiro ir Vilko W kriterijų bei Pirsono χ^2 kriterijų (skliausteliuose)

LEGIRUOTIEJI KONSTRUKCINIAI PLIENAI							
Tyrimo duomenys*	Medžiagų skaičius n	σ_u			m_c, m_f, C_c, C_f		
		VAN	R/s	W; (χ^2)	*VAN*	R/s	W; (χ^2)
m_c	41	-	+	-(-)	+	+	-(+)
m_f	41	+	+	+(+)	+	–	+(+)
C_c	42	+	+	-(+)	+	+	-(-)
C_f	42	+	+	+(+)	+	+	+(-)
LEGIRUOTŲJŲ KONSTRUKCINIŲ PLIENŲ SUVIRINIMO SIŪLIŲ MEDŽIAGA							
m_c	73	+	+	+(+)	–	+	-(+)
m_f	73	+	–	-(-)	+	_	+(+)
C_c	73	+	+	+(+)	+	+	-(-)
C_f	73	+	+	-(+)	+	+	-(+)
*Parametrai pagal gauti [1]							

2.1.5. Tyrimo rezultatų koreliacinė analizė

Pagrindinis koreliacinės analizės uždavinys - surasti teorinę regresijos kreivę, analitiškai ją aprašyti ir atlikti gautų rezultatų statistinį įvertinimą [10]. Šis uždavinys gali būti išspręstas tiesinės priklausomybės ribose tarp normaliai pasiskirsčiusių atsitiktinių dydžių. Konstrukcinių medžiagų ir mašinų detalių konstrukcijos patikimumo įvertinimui eksploatacijos sąlygomis reikalingas kiekybinis ryšys tarp medžiagų mechaninių ir ciklinių charakteristikų. Kaip kiekybinis stipraus ryšio tarp atsitiktinių dydžių X ir Y įvertinimas naudojamas koreliacijos koeficientas, kuris charakterizuoja šių atsitiktinių dydžių tiesinio priklausomumo laipsnį ir, esant atsitiktinių dydžių pasiskirstymui pagal normalųjį dėsnį, apskaičiuojamas pagal lygybę

r reikšmė	Interpretacija	Diagrama
nuo $\pm$ 0.70 iki $\pm$ 1,00	Stiprus ar pilnas ryšys tarp požymių	
nuo $\pm$ 0.40 iki $\pm$ 0,70	Esminis ryšys tarp požymių	
nuo $\pm$ 0.20 iki $\pm$ 0,40	Silpnas ryšys tarp požymių	
nuo 0 iki $\pm$ 0,20	Ryšio tarp požymių iš esmės nėra	

2.3 pav. Korelecijos koeficiento įverčio interpretacija

$$r = \frac{m_{l/l}}{s_x s_y}, \tag{2.39}$$

čia $m_{l/l}$ - mišrus centrinis momentas; s_x, s_y - atsitiktinių dydžių X ir Y vidutiniai kvadratiniai nuokrypiai.

Mišrus centrinis momentas apskaičiuojamas pagal lygybę

$$m_{l/l} = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i\right). \tag{2.40}$$

Atsitiktinių dydžių X ir Y dispersijos įverčiai s_x^2 ir s_y^2 apskaičiuojami remiantis (2.3) arba (2.12) lygybėmis.

Koreliacijos koeficientas kinta ribose $-1 \le r \le 1$. Tuo atveju, kai koreliacijos koeficientas $r = 0$, negalima teigti, jog nėra koreliacinės priklausomybės, t.y. ne visada reiškia, kad atsitiktiniai dydžiai yra nepriklausomi. Koreliacijos koeficientas gali būti artimas nuliui ir esant koreliuotiems atsitiktiniams dydžiams, kai tarp *X* ir *Y* nėra tiesinės priklausomybės. Koreliacijos koeficiento artėjimas prie vieneto rodo, kad tarp nagrinėjamų atsitiktinių dydžių yra beveik taisyklinga linijinė funkcinė priklausomybė ir maža atsitiktinių faktorių įtaka.

Esant teigiamoms koreliacijos koeficiento reikšmėms, didėjant vienam iš atsitiktinių dydžių, vidutiniškai didėja ir kitas. Kai koreliacijos koeficiento reikšmė $r < 0$, didėjant vienam iš atsitiktinių dydžių, kitas mažėja.

Koreliacijos koeficientas, kaip ir kitos charakteristikos, yra atsitiktinis dydis ir gali turėti skirtingas reikšmes, esant pakartotiniems bandymams. Atliekant nepriklausomų dydžių, kuriems teorinė koreliacijos koeficiento reikšmė ρ lygi nuliui, analizę, empirinis koreliacijos koeficientas *r* gali gerokai skirtis nuo nulinės reikšmės. Todėl buvo atliktas hipotezės apie koreliacijos nebuvimą tarp atsitiktinių dydžių *X* ir *Y* tikrinimas, t.y. nulinės hipotezės tikrinimas (teorinio koreliacijos koeficiento ρ lygybė nuliui pagal esamus duomenis), panaudojus Fišerio (R. A. Fisher) keitinį *u*. Šis keitinys parodo, kad atsitiktinio dydžio pasiskirstymą

$$u = \frac{1}{2} ln \frac{1+r}{1-r} \tag{2.41}$$

galima aproksimuoti normaliuoju dėsniu su matematine viltimi

$$M\{U\} = a_u = \frac{1}{2} ln \frac{1+\rho}{1-\rho} + \frac{\rho}{2(n-1)} \tag{2.42}$$

ir dispersija

$$D\{U\} = \sigma_u^2 = \frac{1}{n-3}. \tag{2.43}$$

Antrasis dėmuo (2.42) lygybėje visada mažas, lyginant su vidutiniu kvadratiniu nuokrypiu σ_u, ir jį galima atmesti.

Nulinės hipotezės tikrinimas $\rho = 0$, esant alternatyvai $\rho \neq 0$, atliktas pagal (2.41) ir (2.43) lygybes apskaičiavus *u*, σ_u ir palyginus parametrą *u* su kritiniu, esant tikimybei $P = 1 - \alpha / 2$. Jei tenkinama sąlyga

$$|u| \leq z_{1-\alpha/2} \sigma_u \ , \tag{2.44}$$

atsitiktiniai dydžiai yra tiesiškai vienas nuo kito nepriklausomi, t.y. buvo priimta nulinė hipotezė $\rho = 0$. Kai $|u| > z_{1-\alpha/2}\sigma_u$ - nulinė hipotezė atmesta, nes tyrimo rezultatų yra koreliacinė priklausomybė. Čia $z_{1-\alpha/2}$ - standartinio normaliojo pasiskirstymo kvantilis parenkamas pagal lentelę [2], pasirinkus tikimybės $P = 1-\alpha/2$ reikšmę; α - reikšmingumo lygmuo (klaidos tikimybė).

Koreliacijos koeficiento pasikliautinieji intervalai nustatyti panaudojus (2.41) lygybę. Nustatant pasikliautinuosius intervalus, buvo priimtas 0.975 pasikliautinosios tikimybės lygis.

Pasirinkus tikimybės P reikšmę arba reikšmingumo lygmenį $\alpha = 1 - P$, pirmiausia buvo nustatyti pasikliautinieji intervalai parametrui a_u:

$$u - z_{1-\alpha/2}\sigma_u < a_u < u + z_{1-\alpha/2}\sigma_u \tag{2.45}$$

arba

$$u_1 < a_u < u_2, \tag{2.46}$$

čia $u_1 = u - z_{1-\alpha/2}\sigma_u$; $u_2 = u + z_{1-\alpha/2}\sigma_u$.

Ribinėms reikšmėms u_1 ir u_2 panaudojus (2.41) lygybę pagal

$$r = \frac{e^{2u} - 1}{e^{2u} + 1} \tag{2.47}$$

nustatytos pasikliautinojo intervalo ribos teoriniam koreliacijos koeficientui su tikimybe $1-\alpha$ teigiant, kad koreliacijos koeficientas ρ yra intervale $[r_1, r_2]$, t.y.

$$r_1 < \rho < r_2. \tag{2.48}$$

2.1.5.1. Koreliacijos koeficiento reikšmingumo įvertinimas tarp tyrimo rezultatų.

Šiame skirsnyje parodytas koreliacijos koeficiento reikšmingumo įvertinimas tarp tyrimo rezultatų legiruotiesiems konstrukciniams plienams kambario temperatūroje ir 90% pasikliautinojo intervalo ribų koreliacijos koeficientui nustatymas, panaudojus (2.39)-(2.48) lygybes. Bandymų rezultatų reikšmės duotos (1 priede), o jų statistinis apdorojimas pateiktas 2.10 lentelėje.

2.10 lentelė

Skaičiavimo duomenys koreliacijos koeficientui apskaičiuoti

Medž	1	2	3	4	5	6	7	9	10	11	12
x_i *	557	541	841	489	594	722	569	844	814	827	505
y_i **	80,3	83	69.3	69,8	62,1	27,7	29,4	21,4	12,5	18,5	16,8
x_i^2	310249	292681	707281	239121	352836	521284	323761	712336	662596	683929	255025
y_i^2	6448,1	6889	4802,5	4872,1	3856,4	767,3	864,36	457,96	156,3	342,3	282,24
$x_i y_i$	44727,1	44903	58281,3	34132,1	36887,4	21226,8	16728,6	18061,6	10175	15299,5	8484
Medž	13	14	15	16	17	18	19	20	23	25	26
x_i *	688	549	753	598	652	694	599	628	375	1079	785
y_i **	34,8	29,8	7,7	30,3	19,4	14,8	16,8	15	25,1	22,7	29,1
x_i^2	473344	301401	567009	346921	425104	481636	358801	394384	140625	1164241	616225
y_i^2	1211,04	888,04	59,29	918,09	376,36	219,04	282,24	225	630,01	515,29	846,81
$x_i y_i$	23942,4	16360,2	5798,1	18119,4	12648,8	10271,2	10063,2	9420	9412,5	24493,3	22843,5
Medž	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
x_i *	835	900	722	781	750	765	1050	680	870	720	750
y_i **	5,2	6,4	45	9,4	10,7	11,6	8,8	18,5	4,7	31,1	15,8
x_i^2	697225	810000	521284	609961	562500	585225	1102500	462400	756900	518400	562500
y_i^2	27,04	40,96	2025	88,36	114,5	134,56	77,44	342,3	22,1	967,21	250
$x_i y_i$	4342	5760	32490	734,4	8025	8874	9240	12580	4089	22329	11850
Medž	39	40	41	42	43	44	45	46	47		
x_i *	790	675	645	655	655	750	605	600	515		
y_i **	8,8	24,1	23,1	25,8	20,8	98,8	58,5	26,6	36		
x_i^2	624100	455625	416025	429025	429025	562500	366025	360000	265225		
y_i^2	77,44	580,81	533,61	665,64	432,64	9761,44	3422,25	707,6	1296		
$x_i y_i$	6952	16267,5	14899,5	16899	13624	74100	35392,5	15960	18540		

$n = 42$; $\sum_{i=1}^{n} x_i = 29371$; $\sum_{i=1}^{n} y_i = 1226$; $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 21427235$; $\sum_{i=1}^{n} y_i^2 = 57476{,}61$;

$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 805227$; $\sigma_u = x_i$; $C_c = y_i$.

* Parametrai gauti KTU mažaciklio nuovargio laboratorijoje. ** Parametrai gauti pagal [1].

Remiantis (2.2) lygybe ir 2.10 lentelės duomenimis, apskaičiuotos vidutinės reikšmės

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{29371}{42} = 699{,}31;$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{1226}{42} = 29{,}19.$$

Remiantis (2.3) ir (2.7) lygybėmis, apskaičiuoti dispersijos įverčiai ir jų vidutiniai kvadratiniai nuokrypiai

$$s_x^2 = \frac{1}{42-1}\left(21427235 - \frac{29371^2}{42}\right) = 21654{,}02;$$

$$s_x = \sqrt{21654{,}02} = 147{,}15;$$

$$s_y^2 = \frac{1}{42-1}\left(57476{,}61 - \frac{1226^2}{42}\right) = 529;$$

$$s_y = \sqrt{529} = 23.$$

Pagal (2.40) lygybę apskaičiuotas mišrus centrinis momentas

$$m_{l/l} = \frac{1}{42-1}\left(805227 - \frac{29371 \cdot 1226}{42}\right) = -1271{,}38.$$

Pagal (2.39) lygybę apskaičiuotas koreliacijos koeficientas

$$r = \frac{-1271{,}38}{147{,}15 \cdot 23} = -0{,}38.$$

Tikrinant nulinę hipotezę $\rho = 0$, pagal (2.41) lygybę apskaičiuotas dydis

$$u = \frac{1}{2}\ln\frac{1-0{,}38}{1+0{,}38} = -0{,}4.$$

Pagal (2.43) lygybę apskaičiuotas vidutinis kvadratinis nuokrypis

$$\sigma_u = \frac{1}{\sqrt{42-3}} = 0{,}16 .$$

Pasirinkus reikšmingumo lygmenį $\alpha = 0{,}05$, tikimybei $P = 1-\alpha/2 = 0{,}975$ buvo surastas kvantilis $z_{0,975} = 1{,}96$ [2] ir apskaičiuota $z_{0,975} \cdot \sigma_u = 1{,}96 \cdot 0{,}16 = 0{,}313$. Šiuo atveju (2.44) sąlyga netenkinama, kadangi $|u| = 0{,}4 > z_{0,975} \cdot \sigma_u = 0{,}313$, t.y. nulinė hipotezė atmetama, ir tai rodo, kad tarp tyrimo rezultatų yra koreliacinis ryšys.

Pasikliautinasis intervalas koreliacijos koeficientui su pasikliovimo tikimybe $P = 1-\alpha = 0{,}9$ nustatytas radus kvantilį $z_{1-\alpha/2} = z_{0,95} = 1{,}64$ [2] ir pagal (2.45) lygybę apskaičiavus intervalo ribas statistikai a_u :

$$-0{,}4 - 1{,}64 \cdot 0{,}16 < a_u < -0{,}4 + 1{,}64 \cdot 0{,}16$$

arba

$$-0{,}662 < a_u < -0{,}138.$$

Pasinaudojus (2.46) priklausomybėje priimtu žymėjimu $u_1 = -0{,}662$ ir $u_2 = -0{,}138$, pagal (2.47) lygybę nustatytos intervalo ribos koreliacijos koeficientui. Šiuo atveju $r_1 = -0{,}603$ ir $r_2 = -0{,}114$, t.y. $-0{,}603 < \rho < -0114$.

Skaičiavimo rezultatai plienams ir jų suvirinimo siūlių medžiagoms kambario temperatūroje pateikti 2.11 lentelėje. Kai tenkinama sąlyga $|u| \le z_{1-\alpha/2}\sigma_u$, priimama nulinė hipotezė $\rho = 0$. Tada sakoma, kad atsitiktiniai dydžiai yra nekoreliuoti, t.y. tyrimo rezultatai vienas nuo kito nepriklauso.

2.11 lentelė

Skaičiavimo rezultatų suvestinė lentelė, tikrinant nulinę hipotezę $\rho = 0$

LEGIRUOTIEJI KONSTRUKCINIAI PLIENAI											
Tyrimo duomenys*	n	$\bar{x}$	$\bar{y}$	s_x	s_y	r	u	$z_{0.975}\sigma_u$	$\lvert u\rvert \le z_{1-\alpha/2}\sigma_u$	$r_1 < \rho < r_2$	
										r_1	r_2
m_c	41	683,01	0.723	127.45	0.044	0.41	0.389	0.426	$\rho \ne 0$	0.581	0.121
m_f	41	683,01	0.543	127.45	0.039	0.295	0.404	0.426	$\rho \ne 0$	0.599	0.108
C_c	42	699,31	29,19	147,15	23	-0,38	-0,4	0.313	$\rho \ne 0$	-0.603	-0.114
C_f	42	699.31	21.46	147.15	16.12	-0.425	-0.39	0.313	$\rho \ne 0$	-0.591	-0.131
*Parametrai gauti pagal [1].											

Koreliacinė analizė parodė, kad tarp tiriamų parametrų yra koreliacinis ryšys

2.1.6. Tyrimo rezultatų regresinė analizė

Jei dydžiai X ir Y yra atsitiktiniai, tai jų priklausomybei tirti taikoma koreliacinė analizė, kurios metu apskaičiuojami aritmetiniai vidurkiai $\bar{x}$ ir $\bar{y}$, dispersijos s_x^2 ir s_y^2 ir koreliacijos koeficientas r. Praktikoje nagrinėjamas atsitiktinio dydžio Y sąlyginis vidurkis, kai atsitiktinis dydis X įgyja tam tikras reikšmes. Šiuo atveju teorinės regresijos tiesės lygtis

$$M(Y/x) = a_{y/x} = MY + \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - MX), \tag{2.49}$$

čia $M(Y/x)$ - sąlyginė dydžio Y matematinė viltis esant fiksuotam dydžiui $X = x$.

Koreliacinė analizė parodė, kad tarp tyrimo rezultatų yra koreliacinis ryšys (2.10 lentelė), t.y. egzistuoja tiesinė priklausomybė, kurią galima aprašyti empirine regresijos tiesės lygtimi

$$Y = \bar{y} + r\frac{s_y}{s_x}(x - \bar{x}) \tag{2.50}$$

arba

$$Y = a + bx, \tag{2.51}$$

čia $b = r\dfrac{s_y}{s_x}$; $a = \bar{y} - b\bar{x}$.

Atsitiktinio dydžio Y sąlyginės dispersijos įvertinimui, kai turima n duomenų porų $(x_1,y_1),(x_2,y_2),...,(x_i,y_i),...,(x_n,y_n)$, panaudota dispersija apie regresijos tiesę

$$s_{y/x}^2 = s_y^2(1 - r^2)\frac{n-1}{n-2}. \tag{2.52}$$

Individualios sklaidos apie regresijos tiesę dydis, t.y. Y nustatymo pagal (2.50) lygybę grynoji klaida

$$\delta_y = \sqrt{s_{y/x}^2}\ . \tag{2.53}$$

Teorinei regresijos tiesei (2.49) yra nustatomi pasikliautinieji intervalai ir pasikliautinoji sritis. Šiam tikslui pagal (2.50) ir (2.51) lygybes buvo apskaičiuotas dydis Y ir nustatyta jo dispersija

$$s_{Y/x}^2 = s_{y/x}^2\left[\frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{(n-1)s_x^2}\right]. \tag{2.54}$$

Tikrojo (teorinio) sąlyginio vidurkio $a_y = M(Y/x)$, gaunamo iš teorinės regresijos lygties, pasikliautinasis intervalas

$$Y - s_{Y/x} t_{\alpha,k} < a_y < Y + s_{Y/x} t_{\alpha,k} \ , \tag{2.55}$$

čia $t_{\alpha,k}$ - Stjudento (Student) kriterijaus reikšmė, nustatoma pagal pasirinktą reikšmingumo lygmenį $\alpha = 0{,}05$ ir laisvės laipsnių skaičių $k = n-2$ [2].

Regresijos lygties adekvatumo tikrinimas. Suradus regresijos linijos parametrų įverčius *a* ir *b*, buvo patikrinta, ar gautoji lygtis pakankamai tiksliai aprašo tyrimo rezultatus, t.y. buvo patikrintas regresijos lygties $y = a + bx$ adekvatumas [4]. Tam panaudotas Fišerio kriterijus

$$F = \frac{s_y^2}{\delta_y^2} \ , \tag{2.56}$$

čia s_y^2 - dispersija, apibūdinanti duomenų nukrypimą nuo vidurkio;

$\delta_y^2 = s_{y/x}^2$ - liekamoji dispersija, apibūdinanti duomenų nukrypimą nuo regresijos linijos taškų.

Jei pasirinktam reikšmingumo lygmeniui α dydis F yra ne mažesnis už reikšmę $F_{\alpha(k_1-1,k_2-2)}$ [3], regresijos lygtis yra adekvati. Priešingu atveju manoma, kad nėra tiesinės priklausomybės tarp tikrinamų dydžių ir reikia nagrinėti sudėtingesnes priklausomybes.

Tarpinėms F_α reikšmėms, kai k_1 ir k_2 daugiau už 30, teisinga tokia aproksimacija [3]:

$$\left.\begin{array}{l} g = 1/k_1 - 1/k_2; \quad h = 2/(1/k_1 - 1/k_2); \\ lg\, F_{0,5} = -0{,}29g; \quad lg\, F_{0,3} = \dfrac{0{,}4555}{\sqrt{h-0{,}55}} - 0{,}329g; \quad lg\, F_{0,1} = \dfrac{1{,}1131}{\sqrt{h-0{,}77}} - 0{,}527g; \\ lg\, F_{0,05} = \dfrac{1{,}4287}{\sqrt{h-0{,}95}} - 0{,}681g; \quad lg\, F_{0,01} = \dfrac{2{,}0206}{\sqrt{h-1{,}4}} - 1{,}073g. \end{array}\right\} \tag{2.57}$$

Tyrimo rezultatų aprašymo tikslumui nustatyti, t.y. *F* kriterijaus reikšmingumui nustatyti (kai $\alpha > 0{,}1$), panaudota aproksimacija, kurią pasiūlė Paulsonas (Paulson E. S.) [32]:

$$\hat{z} = \left\{\left(1 + \frac{2}{9k_2}\right)F^{1/3} - \left(1 - \frac{2}{9k_1}\right)\right\} \Big/ \sqrt{\frac{2}{9k_2}F^{2/3} + \frac{2}{9k_1}}\ ; \tag{2.58}$$

(2.58) lygybė teisinga esant laisvės laipsnių skaičiui $k > 3$. Klaidos tikimybė α nustatyta kaip plotas pagal *z* kriterijų [3] atitinkamai *F* kriterijaus reikšmei.

Čia parodyta tyrimo rezultatų tiesinė regresinė analizė ir nustatytos 95% pasikliautinosios srities ribos regresijos tiesei, panaudojus (2.49)-(2.58) lygybes.

Regresijos koeficientų įvertinimas. Regresijos tiesialinijiškumas buvo tikrinamas grafiškai, atidėjus koordinatėse x ir y tyrimo rezultatų duomenis. Kadangi buvo manyta, kad gauti taškai grupuojasi apie tiesę, preliminariam tiesiniam ryšiui nusakyti buvo panaudota (2.50) lygybė. Empirinės tiesinės regresijos parametrai pateikti 2.11 lentelėje.

Adekvatumo tikrinimas. Tyrimo rezultatų tiesinės regresijos $y = a + bx$ adekvatumo tikrinimas parodė (2.12 lentelė), kad tiesinės tyrimo rezultatų priklausomybės patikimumas yra 70-75%, esant koreliaciniam ryšiui tarp duomenų (2.11 lentelė).

Fišerio pasiskirstymo α eilės kvantilio $F_{\alpha(k_1-1,k_2-2)}$ tarpinės reikšmės, kai medžiagų skaičius $n \leq 30$, buvo nustatytos interpoliuojant. Pavyzdžiui parametrui y medžiagų skaičius $n = 41$, $k_1 = 41 - 1 = 40$, $k_2 = 41 - 2 = 39$. Pasirinkus $\alpha = 0{,}1$, nustatytos ribos $38 < k_1 = 40 < 42$, kurios atitinka 2,14 ir 2,09 [32], esant vardikliui $k_2 = 39$. Ieškomą reikšmę pažymėjus x, sudaryta lygybė $(2{,}14 - x)/(2{,}14 - 2{,}09) = (1/38 - 1/40)/(1/38 - 1/42)$. Iš čia $y = F_{0,1} = 2{,}82$.

Kai k_1 ir k_2 daugiau už 30, dydis F_α buvo apskaičiuotas pagal (3.63) lygybes. F kriterijaus reikšmingumui nustatyti, kai $\alpha > 0{,}1$ ir $k < 30$, buvo panaudota Paulsono pasiūlyta (2.58) lygybė.

2.12 lentelė

Tyrimo rezultatų $y = a + bx$ atžvilgiu adekvatumo tikrinimas, naudojant Fišerio kriterijų

LEGIRUOTIEJI KONSTRUKCINIAI PLIENAI						
Panaudoti parametrai*	Medžiagų skaičius n	$y = a + bx$			
		F	$F_{0.3}$	$F_{0.1}$	F_α
m_c	37	2,17	2,29	2,82	$F_{0,25}$
m_f	37	2.06	2.29	2,82	$F_{0,35}$
C_c	30	2,12	2,09	2,37	$F_{0,20}$
C_f	30	2,15	2,18	2,13	$F_{0.31}$
*Parametrai gauti [1].					

Pasikliautinosios srities ribos teorinei regresijos tiesei. Čia parodytas legiruotųjų konstrukcinių plienų tiesinės regresijos $y = 0{,}315 + 0{,}0009x$; kambario temperatūroje pasikliautinosios srities ribų nustatymas su 0,95 pasikliovimo tikimybe.

Teorinei regresijos tiesei (2.49) įvertinti nustatoma pasikliautinoji sritis. Šiam tikslui pagal (2.52) lygybę įvertinta atsitiktinio dydžio *Y* sąlyginė dispersija

$$s_{y/x}^2 = 23^2\left(1 - 0{,}38^2\right)\frac{42-1}{42-2} = 464$$

ir pagal (3.59) lygybę apskaičiuotas individualios sklaidos apie regresijos tiesę dydis

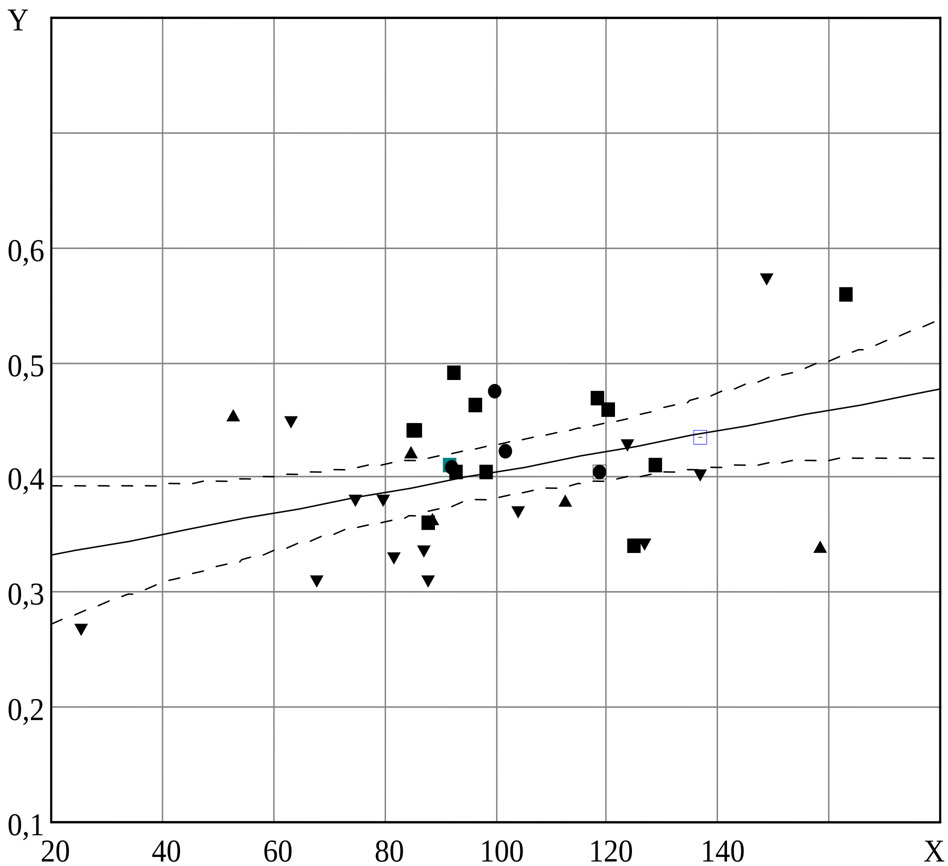
$$\delta_y = \sqrt{s_{y/x}^2} = \sqrt{464} = 21{,}54.$$

95% pasikliautinosios srities ribų (punktyrinės linijos) skaičiavimo eiliškumas regresijos tiesei pagal (3.60) ir (3.61) lygybes parodytas 2.13 lentelėje.

2.13 lentelė

95% pasikliautinosios srities ribų nustatymas

$x = \sigma_u$	$0{,}0009x$	$Y = 0{,}315 + 0{,}0009x$	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$\frac{(x - \bar{x})^2}{(n-1)s_x^2}$	$s_{Y/x}^2$	$s_{Y/x}$	$s_{Y/x}t_{\alpha,k}$	$Y - s_{Y/x}t_{\alpha,k}$	$Y + s_{Y/x}t_{\alpha,k}$
600	0,54	0,855	-99	9801	0,477	0,8816	0,0383	0,08	0,46	0,62
650	0,585	0,9	-49	2401	0,1168	0,8138	0,0354	0,04	0,545	0,625
$\bar{x} = 699$	0,63	0,945	0	0	0	0,7568	0,0329	0,05	0,58	0,68
750	0,675	0,99	51	2601	0,1266	0,7053	0,0306	0,09	0,585	0,765
800	0,72	1,035	101	10201	0,4964	0,6613	0,0287	0,06	0,66	0,78
850	0,765	1,08	151	22801	1,1096	0,6223	0,0270	0,03	0,735	0,795
900	0,81	1,125	201	40401	1,9661	0,5877	0,0255	0,07	0,74	0,88



2.4 pav. Pasikliautinieji intervalai (punktyrinės linijos).

IŠVADOS

1. Nustatyta, kad ryškiai išsikiriantiems duomenims atmesti tinka N. Smirnovo (N. Smirnov) kriterijus.

2. Kylančių ir krintančių serijų kriterijumi, ir serijų kriterijumi naudojant medianą buvo nustatyta, kad tyrimo duomenys yra atsitiktiniai.

3. Tikrinant tyrimo rezultatų pasiskirstymą pagal normalųjį dėsnį nustatyta, kad patikimiausi vidutinio absoliutinio nuokrypio (VAN), ir Deivido naudojant varijavimo amplitudę R kriterijai. Atitinkamai jų patikimumas 87,5% ir 81,25%.

4. Tyrimo rezultatų regresinės analizės metu buvo nustatyta, kad tyrimo rezultatų duomenis galima aproksimuoti tiesine regresija.

5. Siūlomi konkretūs matematiniai metodai ir jų taikymo metodika apima pagrindinius skaičiavimo būdus, garantuoja teorinį pagrįstumą ir išvadų patikimumą, leidžia gauti matematiškai patikimas analitines priklausomybes.

LITERATŪRA

1. Šniuolis, R. Konstrukcinių medžiagų mažaciklio nuovargio charakteristikų priklausomybė nuo mechaninių savybių. Daktaro disertacija. Kaunas, 1999.
2. Степнов М. Н. Статистические методы обработки результатов механических испытаний: Справочник. - Москва: Машиностроение, 1985.-232 с.
3. Закс Л. Статистическое оценивание. Пер. с нем. / Под. ред. Ю. П. Адлера, В.Г. Горского. - Москва: Статистика, 1976.-598с.
4. Kaminskienė B. Matematinės statistikos elementai. Mokymo priemonė 2 d. - Vilnius: MA Fizikos ir matematikos institutas, 1976.- 124p.
5. Львовский Е. Н. С Статистические методы построения эмпирических формул: Учеб. пособие. - Москва: Высшая школа, 1982.-224с.
6. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. Пер. сангл. / Под. ред. В. В. Налимова. - Москва: Мир, 1969.-395с.
7. Mišeikis F. Statistika ir ekonometrija. - Vilnius: Technika, 1997.-276p.
8. Ван дер Варден Б. Л. Математическая статистика. Пер. с нем. / Под. ред. Н. В. Смирнова. - Москва: Изд-во иностр. лит. 1960.-434с.
9. Даунис М. Отчет научно исследовательской работы. Определение характеристик малоцикловой усталости материалов различных зон сварных соединений при нормальной и повышенной температурах.- Каунас: КПИ, 1971.-192с.
10. Grigas A. Radioelektroninės aparatūros inžinerinė sintezė ir analizė. - Kaunas: Technologija, 1992.- 214p.
11. Сосновский Л. А. Статистический критерий качества материалов и методика его определения. -Заводская лаборатория, 1973, No12, с.1508-1514.
12. Kubilius J. Tikimybių teorija ir matematinė statistika. Mokslas. Vilnius, 1980.
13. Kanišauskas V. Tikimybių teorijos ir matematinės statistikos pagrindai. Šiauliai, 2000.
14. Базарас Ж. А., Даунис М. А. Исследование законов статистического расспределения статических и циклических характеристик конструкционных материалов.—Материалы конференции „Автоматизация и механизация производственных процессов и управления“. - Вильнюс, 1980, с.5-6.
15. Базарас Ж. А., Даунис М. А. Статистическая оценка малоцикловой долговечности конструкционных сталей. - В сб.: Надежность и прочность сварных соединений и конструкций: Материалы краткосрочного семинара. - Ленинград, 1980, с.38-42.
16. Statistika:mokomoji knyga/ Romualdas Valkauskas. -Vilnius, 2004.-191p.

17. Tikimybių teorijos ir matematinės statistikos praktikumas: mokomoji knyga / Kostas Bučys. - Klaipėda, 2003 .-217p.
18. Statistika ir jos taikymai II/Vydas Čekanavičius, Gediminas Murauskas. -Vilnius: TEV,2002, -272p.
19. Statistika / Stanislovas Algimantas Martišius, Vytautas Kėdaitis. - Vilnius, 2003 .- 306p.
20. Lehmann, E. L., and Joseph P. Romano, Testing Statistical Hypotheses, third edition, Springer, 2005.
21. Rose, Colin; and Murray D. Smith, Mathematical Statistics with mathematica, Springer, 2002.
22. Shao Jun, Mathematical Statistics: Exercises and Solutions. Springer, 2005.
23. Shao Jun, Mathematical Statistics, second edition. Springer, 2003.
24. Dennis Wackerly, William Mendenhall, Richard L. Scheaffer, Mathematical Statistics with Applications, 7th Edition, 2008.

PRIEDAI

1 PRIEDAS

Legiruotojo konstrukcinio plieno parametrai kambario temperatūroje

Eil. Nr.	Legiruotasis konstrukcinis plienas	Terminis apdorojimas	Parametrai*					Parametrai**			
			σ_u, MPa	σ_y, MPa	S_k, MPa	ψ,%	e_{pr},%	C_c,%	C_f,%	m_c	m_f
1	22K	G-Atl	557	321	1167	69.2	0.209	80.3	82.3	0.459	0.450
2	22K	N	541	316	1030	69.1	0.223	83.0	68.5	0.470	0.425
3	48TC	G-Atl	841	616	1482	70.6	0.357	69.3	86.4	0.464	0.475
4	Ф (12Х1МФ)	-	489	273	1103	76.5	0.214	69.8	107.0	0.434	0.477
5	15Х2МФ	Atk	594	230	1099	63.0	0.135	62.1	52.7	0.560	0.540
6	15Х2МФ	N	722	414	1511	73.8	0.210	27.7	32.8	0.410	0.430
7	10ХН1М	G-Atl	569	472	1393	77.0	0.245	29.4	30.4	0.405	0.415
8	15Х2МФ	G-Atl	841	617	-	70.0	0.261	-	-	-	-
9	12Х3Н1МФС	G-Atl	844	584	1301	59.2	0.255	21.4	31.1	0.440	0.465
10	12Х3Н1МФЭ	N-G-Atl	814	587	1197	63.4	0.260	12.5	15.1	0.360	0.382
11	12Х3Н1МФП	G-Atl	827	542	1099	60.2	0.220	18.5	22.4	0.410	0.430
12	22КЭ	N	505	251	942	62.1	0.168	16.8	18.8	0.340	0.352
13	12Х2МЛ	Atkh-G-Atl	688	470	1306	63.3	0.242	34.8	49.4	0.492	0.582
14	45	Atk	549	285	-	51.0	0.155	29.8	29.8	0.404	0.404
15	8K	N	753	476	1942	75.0	0.215	7.7	8.3	0.405	0.390
16	TC I	G-Atl	598	503	1570	71.5	0.212	30.3	31.0	0.440	0.436
17	TCII	G-Atl	652	427	1746	73.5	0.205	19.4	20.9	0.376	0.382
18	BK-4	N	694	499	-	63.8	0.261	14.8	17.3	0.361	0.375
19	22КШ (2)	N	599	309	-	-	0.115	16.8	24.4	0.364	0.398
20	22КШ (3)	N	628	263	-	66.5	0.146	15.0	15.3	0.337	0.337
21	1X (BK-2)	G-Atl	-	447	-	67.6	0.172	34.2	48.6	0.485	0.520
22	4X (BK-2)	G-Atl	-	477	-	67.6	0.196	34.2	48.6	0.485	0.520
23	20Ш (Д, П)	N	375	313	-	70.9	0.139	25.1	23.8	0.418	0.408

Eil. Nr.	Legiruotasis konstrukcinis plienas	Terminis apdorojimas	Parametrai*					Parametrai**			
			σ_u, MPa	σ_y, MPa	S_k, MPa	ψ,%	e_{pr},%	C_c,%	C_f,%	m_c	m_f
24	20Х2Н4МВФ	G-Atl	-	627	-	66.5	0.204	68.3	51.4	0.578	0.529
25	2T(BK-2Ш)	Atkh-N-G-Atl	1079	655	-	32.0	0.202	22.7	28.3	0.452	0.460
26	4Д, 4T (BK-4Ш)	-	785	547	-	-	0.194	29.1	43.8	-	-
27	15Х2МФАА (TCK)	G-2Atl	650	510	-	72.0	0.179	-	-	-	-
28	BK-2M (Г)	G-2Atl	835	570	-	60.0	0.201	5.2	11.5	0.310	0.410
29	BK-2M (E)	G-Atl	900	775	-	64.4	0.195	6.4	8.8	0.380	0.405
30	15Х2МФАА	G-2Atl	722	365	-	75.2	0.112	45.0	43.1	0.573	0.557
31	BK-2M (IE)	G-2Atl	781	513	-	68.4	0.230	9.4	9.9	0.370	0.365
32	PO (BK-4)	G-Atl	750	480	-	43.3	0.292	10.7	15.8	0.310	0.345
33	15Х2НМФАА (ПТ)	G-Atl	765	570	-	65.0	0.267	11.6	15.6	0.336	0.362
34	BK-2Ш (ЛB)	Atkh-N-G-Atl	1050	520	-	62.8	0.171	8.8	7.3	0.343	0.316
34	15Х3НМФАА (BK)	G-3Atl	680	520	-	61.0	0.238	18.5	40.3	0.380	0.467
36	48TC-Ш	Atkh-N-G-2Atl	870	540	-	15.7	0.311	4.7	4.6	0.268	0.256
37	BK-2AA	-	720	500	-	43.9	0.184	31.1	37.2	0.448	0.459
38	BK-2Ш (ЛП)	Atkh-N-G-Atl	750	520	-	-	0.250	15.8	16.8	0.373	0.373
39	15Х2НМФАА (01-9)	G-Atl	790	570	-	59.0	0.275	8.8	10.5	0.330	0.346
40	BY(13-42)	G-3Atl	675	372	-	75.5	0.197	24.1	34.6	0.402	0.439
41	BY(55-68)	G-2Atl	645	394	-	75.5	0.200	23.1	23.7	0.428	0.420
42	PB	N-G-Atl	655	387	-	70.1	0.250	25.8	31.8	0.404	0.463
43	PП	N-G-Atl	655	499	-	70.1	0.274	20.8	25.1	0.408	0.397
44	TM	-	750	430	-	75.0	0.180	98.8	178.0	0.680	0.750
45	BY(1-6)	G-3Atl	605	457	-	75.5	0.240	58.5	73.3	0.475	0.495
46	10ГН2МФА (ГЭ)	N-G-Atl	600	463	-	78.5	0.205	26.6	36.0	0.422	0.460
47	19MN5	-	515	264	-	-	0.161	36.0	41.3	0.466	0.480

* Parametrai gauti KTU mažaciklio nuovargio laboratorijoje; ** Parametrai gauti pagal [1]; *Atkh* - homogenizacinis atkaitinimas; *N* - normalizavimas; *G* - grūdinimas; *Atl* - aukštasis atleidimas

2 PRIEDAS

Legiruotojo konstrukcinio plieno suvirinimo siūlių medžiagų parametrai kambario temperatūroje

Eil. Nr.	Legiruotojo konstrukcinio plieno suvirinimo siūlių medžiaga	Terminis apdorojimas	Parametrai*					Parametrai**			
			σ_u, MPa	σ_y, MPa	S_k, MPa	ψ,%	e_{pr},%	C_c,%	C_f,%	m_c	m_f
1	22Ш	-	537	421	1106	71.4	0.287	49.4	91.3	0.468	0.480
2	22ПШ	-	519	424	1275	76.2	0.221	29.2	28.3	0.450	0.450
3	22Ш3	G-Atl	445	362	1177	76.0	0.189	22.7	23.8	0.380	0.390
4	5Ш	-	594	511	1275	71.1	0.267	51.3	53.4	0.600	0.610
5	22АГ	-	628	443	1109	55.8	0.223	12.5	15.6	0.320	0.350
6	22АГ	Atk	497	393	1040	66.9	0.201	24.9	20.9	0.420	0.410
7	5Ш3Т	G-8Atl	439	341	1275	80.0	0.188	26.3	30.1	0.410	0.410
8	ТСА	Atk	574	383	1079	64.1	0.190	26.6	23.9	0.440	0.440
9	22ШТ	G-Atl	439	397	912	71.0	0.224	-	-	-	-
10	Н10	G-Atl	635	491	1422	72.0	0.236	22.9	25.0	0.400	0.400
11	Н3	Atk	622	491	1354	68.4	0.244	22.9	25.4	0.400	0.400
12	ТСЭ	G-Atl	675	563	1099	69.5	0.288	23.6	42.6	0.410	0.520
13	ТСШ	G-Atl	673	455	1197	68.0	0.340	-	-	-	-
14	ТЭН	N-G-Atl	628	531	1324	67.7	0.310	37.2	42.2	0.440	0.450
15	ЭП	Atk	497	363	1059	66.7	0.202	35.6	32.3	0.430	0.440
16	ТСТ	G-Atl	674	491	1472	66.8	0.269	34.4	34.4	0.450	0.450
17	АЭ	G-Atl	603	437	987	72.0	0.184	24.7	36.1	0.430	0.445
18	АО	G-Atl	577	466	1201	66.1	0.214	5.4	6.2	0.250	0.270
19	АШ	G-Atl	604	423	853	68.0	0.188	21.8	22.9	0.426	0.430
20	АУ	Atk	620	547	1069	72.2	0.293	40.0	35.7	0.426	0.430
21	4Ш2Т	5Atk	417	329	1148	78.0	0.157	55.0	44.0	0.480	0.450

2 Priedo tęsinys

Eil. Nr.	Legiruotojo konstrukcinio plieno suvirinimo siūlių medžiaga	Terminis apdorojimas	Parametrai*					Parametrai**			
			σ_u, MPa	σ_y, MPa	S_k, MPa	ψ,%	e_{pr},%	C_c,%	C_f,%	m_c	m_f
22	4Ш4Т	10Atk	400	347	1099	76.0	0.163	50.9	60.3	0.500	0.520
23	5Ш1Т	Atk	590	319	1462	76.0	0.182	21.1	22.4	0.410	0.415
24	5Ш4Т	10Atk	540	353	991	79.7	0.177	19.1	28.0	0.360	0.400
25	А	G-Atl	535	338	998	69.3	0.190	127.3	142.5	0.560	0.570
26	АТ	-	657	293	906	62.6	0.163	40.8	34.9	0.420	0.400
27	ЭТ	G-Atl	710	405	1884	69.0	0.190	74.1	57.0	0.530	0.500
28	ВР	-	625	440	839	52.4	0.176	2.5	3.3	0.215	0.258
29	ЭП	-	538	385	1589	74.0	0.185	31.1	33.3	0.440	0.445
30	Н	Atk	770	391	1295	53.6	0.185	17.8	20.4	0.386	0.400
31	Ш	-	618	423	1371	67.5	0.195	9.4	10.5	0.290	0.300
32	ША	-	508	340	1118	64.5	0.138	9.1	8.6	0.310	0.300
33	4Ш3Т	G-8Atl	466	319	853	76.0	0.176	21.1	28.2	0.410	0.435
34	ШТ	Atk	459	359	786	73.0	0.178	11.7	18.2	0.328	0.370
35	23	G-2Atl	685	593	1307	71.4	0.327	9.8	11.0	0.411	0.398
36	АВ	G-2Atl	577	420	1372	69.1	0.242	-	-	-	-
37	ТТ	G-Atl	652	447	1177	61.0	0.210	29.4	39.1	0.435	0.460
38	ИТ	G-Atl	679	459	-	-	0.213	27.7	30.2	0.435	0.460
39	ВЭ	G-3Atl	783	584	1427	40.6	0.277	10.6	15.4	0.387	0.428
40	Х	G-Atl	543	427	1163	62.0	0.244	9.0	13.7	0.390	0.429
41	1Т, 2Т, 3Т	N	659	425	-	70.0	0.267	29.1	27.3	0.420	0.402
42	А	-	681	421	-	63.1	0.138	102.0	97.2	0.600	0.585
43	А1	Atk	626	389	-	69.1	0.229	24.8	29.4	0.425	0.445
44	В8	-	849	426	-	-	0.204	5.7	5.5	0.302	0.287
45	Ц	Atk	629	458	-	-	0.211	2.5	3.9	0.200	0.251

Eil. Nr.	Legiruotojo konstrukcinio plieno suvirinimo siūlių medžiaga	Terminis apdorojimas	Parametrai*					Parametrai**			
			σ_u, MPa	σ_y, MPa	S_k, MPa	ψ,%	e_{pr},%	C_c,%	C_f,%	m_c	m_f
46	E-B121	-	456	392	-	66.6	0.154	12.1	12.9	0.383	0.400
47	E-B121	Atk	430	291	-	75.2	0.112	12.1	12.9	0.383	0.400
48	Э1-Э1	N	592	435	-	69.5	0.224	22.1	27.5	0.448	0.466
49	ПТ	-	616	491	-	69.7	0.294	17.1	21.4	0.406	0.385
50	1	Atk	678	439	-	68.8	0.221	10.8	12.7	0.339	0.346
51	2	Atk	685	413	-	67.1	0.211	25.3	31.3	0.430	0.446
52	BT	G-Atl	598	346	-	66.0	0.200	13.3	16.0	0.405	0.432
53	P	-	682	455	-	74.0	0.226	8.3	8.5	0.307	0.307
54	ИВ1	-	-	549	-	65.9	0.208	15.2	18.2	0.368	0.391
55	51	G-Atl	-	557	-	15.0	0.168	8.7	7.3	0.265	0.235
56	P	G-Atl	825	587	-	-	0.230	27.1	23.1	0.450	0.420
57	01X12H2MT (09H)	-	550	318	-	75.0	0.206	11.3	26.5	0.333	0.430
58	01X12H2MT (9H)	Atk	550	346	-	75.0	0.203	11.3	26.5	0.333	0.430
59	BK-2Ш (H)	G-4Atl	770	530	-	73.5	0.192	24.0	24.1	0.460	0.455
60	1KП	G-Atl	746	476	-	74.0	0.232	11.0	15.6	0.328	0.364
61	Л1T	Atk	698	490	-	49.2	0.246	22.9	22.0	0.391	0.381
62	PH	G-Atl	675	400	-	70.8	0.200	17.0	17.6	0.450	0.450
63	PЛ	G-Atl	695	375	-	69.9	0.194	171.0	149.0	0.700	0.670
64	15X3HMФAA	Atk	725	435	-	59.6	0.152	3.4	3.7	0.235	0.263
65	A3	-	510	460	-	72.0	0.225	16.1	32.8	0.362	0.441
66	CШ	G-2Atl	680	465	-	75.0	0.239	35.2	38.8	0.453	0.453
67	H3	G-Atl	590	460	-	71.0	0.231	46.1	74.8	0.494	0.538
68	P3	-	540	330	-	53.5	0.139	11.8	16.9	0.341	0.379
69	PШ	-	-	370	-	42.3	0.202	11.3	10.6	0.338	0.326

Eil. Nr.	Legiruotasis konstrukcinis plienas	Terminis apdorojimas	Parametrai*					Parametrai **			
			σ_u, MPa	σ_y, MPa	S_k, MPa	ψ,%	e_{pr},%	C_c,%	C_f,%	m_c	m_f
70	X1	2Atk	560	410	-	77.0	0.177	26.0	23.4	0.419	0.406
71	X3	2Atk	460	445	-	55.6	0.220	-	-	-	-
72	1Г (33-50)	G-2Atl	650	454	-	65.5	0.238	47.1	44.0	0.505	0.495
73	1Г (51-64)	G-2Atl	650	447	-	65.5	0.244	47.1	44.0	0.505	0.495
74	ШР (16-30)	3G-2Atl	765	500	-	70.7	0.254	27.5	46.9	0.412	0.472
75	ШР (1-8)	G-2Atl	755	329	-	70.3	0.248	33.2	35.5	0.469	0.466
76	1	Atk	735	500	-	65.0	0.217	5.5	10.7	0.312	0.389
77	41	Atk	665	370	-	65.0	0.161	32.7	39.2	0.530	0.540
78	C	-	560	393	-	67.0	0.189	57.5	58.8	0.540	0.535
79	C3	N-G-2Atl	670	461	-	75.0	0.230	42.3	56.1	0.461	0.490
80	H1	2Atk	496	408	-	-	0.209	68.0	53.7	0.525	0.545

* Parametrai gauti KTU mažaciklio nuovargio laboratorijoje; ** Parametrai gauti pagal [1]; *Atk* - atkaitinimas; *N* - normalizavimas; *G* - grūdinimas; *Atl* - aukštasis atleidimas