

ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS  
FIZIKOS – MATEMATIKOS FAKULTETAS

**EGIDIJUS KLOVA**

Informatikos studijų programa (specializacija: gamybinė)

IM – 2 grupės studentas

CILINDRINIŲ KEVALŲ STATISTINIS  
MODELIAVIMAS IR ANALIZĖ

MAGISTRO DARBAS

Darbo vadovas  
prof. habil. dr. Leonidas Sakalauskas

Šis darbas yra originalus ir nebuvo teikiamas kuriam nors laipsniui ar kvalifikacijai  
įgyti .....

(parašas)

Šiauliai, 2005

# TURINYS

<b>1. ĮVADAS</b> .....	<b>4</b>
<b>2. TEORINĖ DALIS</b> .....	<b>7</b>
2.1. CILINDRINIŲ KEVALŲ VIETA TARP STOCHASTINIŲ UŽDAVINIŲ.....	7
2.2. CILINDRINIO KEVALO MATEMATINIS MODELIS .....	8
2.3. KRITINĖS APKROVOS PARAMETRO SKAIČIAVIMAS. ....	11
2.4. STOCHASTINIŲ UŽDAVINIŲ FORMULAVIMAS .....	14
<b>3. PROGRAMINĖS ĮRANGOS PROJEKTAVIMAS</b> .....	<b>20</b>
3.1. KOMPIUTERIŲ MATEMATINIŲ IR STATISTINIŲ SISTEMŲ APŽVALGA .....	20
3.2. PROJEKTAVIMO TECHNOLOGIJOS PASIRINKIMAS. ....	22
3.3. VARTOTOJO SĄSAJOS PROJEKTAVIMAS. ....	27
<b>4. TYRIMO REZULTATAI</b> .....	<b>29</b>
4.1. CILINDRINIO KEVALO FORMAVIMAS.....	29
4.2. KRITINĖS APKROVOS PARAMETRO SKAIČIAVIMAS .....	30
4.3. STOCHASTINIO UŽDAVINIO STATISTINĖ ANALIZĖ. LEISTINOSIOS KRITINĖS APKROVOS OPTIMIZAVIMAS .....	31
<b>KRITINĖS APKROVOS PRIKLAUSOMYBĖ NUO DISPERSIJOS IR TIKIMYBĖS ....</b>	<b>31</b>
<b>KRITINĖS APKROVOS PARAMETRAI, KAI CILINDRO AUKŠTIS - ATSTITIKTINIS DYDIS</b> .....	<b>32</b>
<b>KRITINĖS APKROVOS KITIMAS, KAI SPINDULYS – ATSTITIKTINIS DYDIS .....</b>	<b>32</b>
4.4. KONSTRUKCIJOS PARAMETRŲ OPTIMIZAVIMAS. ....	33
4.5. KONSTRUKCIJOS OPTIMIZAVIMAS VEIKIANT ATSTITIKTINEI AŠINEI APKROVAI..	35
<b>MINIMIZUOJAMA KEVALO MASĖ VEIKIANT ATSTITIKTINEI APKROVAI.....</b>	<b>35</b>
<b>5. IŠVADOS</b> .....	<b>39</b>
<b>LITERATŪRA</b> .....	<b>40</b>
<b>PRIEDAI</b> .....	<b>41</b>
KAI KURIE KEVALO STATISTINIAI SKAIČIAVIMAI “MAPLE” SISTEMA.....	41
KAI KURIE KEVALO STATISTINIAI SKAIČIAVIMAI “MATHCAD” SISTEMA .....	41
ŽYNYNAS.....	41
NAUDOJAMOS “MATLAB” BIBLIOTEKOS .....	41

# **SUMMARY**

## **Cylindrical shells statistical modeling and analysis**

**Egidijus Klova**

The made-up software let to construct the cylindrical shell with composition in laminate by chosen test (reinforcement's corner, number of shells), also it offer to simulate a reliability of construction and to optimise it by chosen in statistic parameters. Shell's parameters can be evaluated like episodic variables, which are modulated with Monte - Carlo method. There is given opportunity to evaluate construction's reliability: of the supposition that distribution of strain at shell is known, construction can be optimised when we are minimizing mass. If we want to show construction's distribution of limitary state in dotted chart, we have to model strain's value in every Monte – Carlo step. It is computed factors, which have influence for shell's strain in construction's stability. In such succession of operations is controlled the reliability of model's evaluation. There are analysed parameters, which have the biggest influence for strain at shell. Studied the minimal shell's mass fluctuation in dependence with dispersion and also parameter's, of construction strain, overtop probability.

# 1. Įvadas

**Aktualumas.** Šiuolaikinių technologijų plėtrą įvairiose srityse daugiausia lemia naujų efektyvių konstrukcijų patikimumas. Šiame amžiuje vis sparčiau besivystanti ekonomika reikalauja maksimaliai didinti medžiagų ir įvairių konstrukcijų patikimumą bei ilgaamžiškumą. Dangoraižių, šiltesnių ir greičiau pastatomų gyvenamųjų namų, tiltų statybai, norint pakelti didelius erdvėlaivius į kosmosą – visa tai iššaukė būtinybę naudoti lengvesnes ir stipresnes medžiagas – kompozitus, tobulinti jų struktūrą, taupant energiją ir sąnaudas.

Vienos aktualiausių nagrinėjamų konstrukcijų – cilindriniai kevalai. Norint pasiekti optimalias konstrukcijų savybes, dažniausiai naudojamos kompozitinės medžiagos. Jau nuo XIXa. vidurio prasidėjo tokių medžiagų moksliniai tyrimai, o kompozitų teorijos pradžia laikomi 1887 m. vokiečių mokslininko J.Foighto paskelbti darbai. Konstrukcijų patikimumo vystymosi sparta ženkliai jaučiama jau medžiagų atsparumo istorijos kontekste. Pavyzdžiui, dėl sunkių monolitinių perdangų ir virš jų esančių mūro sienų 1890 m. Čikagoje pastatyto aukščiausio pasaulyje (18 aukštų) pastato “Garrick Building” pirmųjų aukštų mūro sienų storis buvo 1,8 metro,  $1 m^2$  sienos svėrė apie 4 tonas. Dabar gerokai aukštesnių dangoraižių  $1 m^2$  sienos, įskaitant laikantįjį karkasą, nesveria net 300 kg. Naudojant kompozitines konstrukcijas 1972 m. buvo pastatytas 110 aukštų 411m. aukščio tarptautinio prekybos centro pastatas. Be to, labai pagerėjo termoizoliacinės ir akustinės savybės. Naudojant sluoksniuotąsias konstrukcijas pastatų perdangų ir ypač denginių svorį galima sumažinti 3 – 4 kartus, pamatų apkrovas – 4 – 10 kartų. Tai leidžia ženkliai atpiginti konstrukcijos statybą, ypač kai reikia įrengti pastatą ant silpnų gruntų arba didinti jo aukštį.

Mūsų šalyje tiriant sudėtingas konstrukcijas (tarp jų ir cilindrinis kevalus) ir praktiškai pritaikant daug yra nuveikę Chemijos, Fizikos puslaidininkų ir kitų institutų, Kauno technologijos ir Vilniaus Gedimino technikos universitetų mokslininkai. Vien VGTU mokslininkai per pastarąjį dešimtmetį išleido 3 monografijas (dvi jų - prof. habil. dr. Gedimino Marčiukaičio), parašė dešimtis aktualių mokslinių straipsnių. VGTU prorektorius A. Daniūnas nuolat kuria ir tobulina tikimybinis konstrukcijų skaičiavimo metodus. Iš sudėtinių medžiagų ir konstrukcijų srities apginti 3 habilitaciniai darbai ir beveik 10 daktaro disertacijų, sukurta nemažai originalių statybinių medžiagų ir konstrukcijų.

Didinti konstrukcijų patvarumą – viena svarbiausių nagrinėtų problemų 2003 m. vykusioje tarptautinėje konferencijoje “Mechanika – 2003”, kurią organizavo KTU kartu su Lietuvos mokslų akademija, Tarptautinės mašinų ir mechanizmų teorijos federacijos (IFTToMM) Lietuvos nacionaliniu komitetu bei Baltijos mašinų gamintojų asociacija (BAME). Šia tema

buvo skaitomi net 26 pranešimai, kuriuose nagrinėti konstrukcijų stiprumo bei ilgaamžiškumo problemos, išskylančios Lietuvoje ir Rusijoje – Kaliningrado technikos universiteto dr. I. Pritykinas savo pranešime nagrinėjo plokščių su sustiprinančiomis briaunomis patikimumą.

Iš visų konstrukcijų išskiriant cilindrinis kevalus reikia pažymėti, kad darbų šioje srityje nėra daug. Dar mažiau išnagrinėti stochastiniai optimalaus projektavimo uždaviniai. Tarp jų – ŠU doc. dr. R. Lukoševičiaus darbai (1999). Pastaruoju metu vis dažniau sistemoms su atsitiktiniais elementais efektyvumui modeliuoti bei patikimumui didinti naudojamas statistinis modeliavimas. Statistinio modeliavimo metodai cilindrinų kevalų srityje iki šiol nebuvo itin plačiai taikomi. Todėl šią galimybę nuspręsta pritaikyti cilindrinio kevalo projektavimo bei būvio įvertinimo uždaviniuose. O kompiuterinė priemonė ypač palengvintų pastarųjų uždavinių sprendimą. Šiuo metu itin didelis tokios paskirties programinių priemonių stygius.

### **Problemos:**

1. Cilindrinio kevalo konstravimo galimybių įvairovė;
2. Statistinio modeliavimo taikymas stochastinių uždavinių sprendimui;
3. Konstrukcijos optimizavimo ir patikimumo įvertinimo būdai;
4. Kompiuterinių sistemų galimybių analizė ir parinkimas modeliavimo įrankių projektuoti.

**Tyrimo objektas:** cilindrinio kevalo pastovumas bei tai labiausiai įtakojantys veiksniai.

**Hipotezė:** taikant statistinio modeliavimo metodą stochastiniams uždaviniams spręsti, cilindrinų kevalų teorijoje galima projektuoti optimalias konstrukcijų būsenas duotu tikslumu bei įvertinti jų patikimumą.

**Tikslas:** sukurti programinę – inžinerinę priemonę, kuria būtų galima ne tik konstruoti cilindrinį kevalą pagal norimus parametrus, bet ir optimizuoti konstrukcijos būsenas pagal pageidaujamus kriterijus statistinio modeliavimo būdu, taip pat įvertinti konstrukcijos patikimumą.

### **Uždaviniai:**

1. Išanalizuoti statistinio modeliavimo esmę;
2. Sukurti programinę priemonę, kuria būtų galima projektuoti cilindrinų kevalų konstrukcijas esant atsitiktinumo elementams, taip pat efektyviai modeliuoti bei įvertinti cilindrinų konstrukcijų patikimumą;

3. Sudaryti tikimybinio pobūdžio parametru sąrašą, taip pat nustatyti, kurie labiausiai įtakoja cilindrinio kevalo kritinį būvį;
4. Išnagrinėtus metodus pritaikyti konkrečių stochastinio programavimo uždavinių sprendimui, reiškinių optimizavimui bei atitinkamai panaudoti projektuojant programinę įrangą.

**Tyrimo metodai:** literatūros studijavimas, naudojamų metodų bei naudojamos programinės įrangos panašiams uždaviniams spręsti analizė, statistinis grupavimo metodas, Monte – Karlo metodas.

**Tyrimo etapai:**

Pirmame etape (2004m.) buvo analizuojama literatūra, interneto duomenų bazės. Atitinkamos literatūros studijos ir analizė leido tiksliau suformuluoti tyrimo problemą, tikslus ir uždavinius.

Antrame etape (2004 – 2005m.) cilindro matematinis modelis buvo tiriamas įvairiais metodais, atliktas žvalgomasis tyrimas, kurio metu patikrintas atskirų metodų patikimumas ir tinkamumas. Išnagrinėjus įvairias galimybes nuspręsta tyrime taikyti Monte – Karlo metodą.

Trečiajame etape (2005m.) sukurta priemonė cilindrinio kevalo parametrus skaičiuoti. Išnagrinėtas gaunamų duomenų patikimumas ir tikroviškumas.

Ketvirtajame etape (2005m.) Atlikti matematinio modeliavimo bandymai su sukurta priemone ir remiantis gautais rezultatais tikrinta darbo hipotezė. Išanalizuoti rezultatai ir suformuluotos išvados.

**Darbo naujumas:** sukurta inžinerinė – programinė priemonė, leidžianti išmatuoti konkretų tiriamąjį reiškinį naudojant iki šiol retai tam tikslui taikytą metodą. Su šia priemone gauti rezultatai padės praktikams ir mokslo darbuotojams įvertinti tiriamą reiškinį ir tuo remiantis modeliuoti gamybos procesą atsižvelgiant į eksploataavimo sąlygas.

**Darbo struktūra:** magistro darbą sudaro įvadas, 5 skyriai, išvados, literatūros sąrašas, 4 priedai. Darbe pateikta 4 lentelės, 12 paveikslelių.

## 2. Teorinė dalis

### 2.1. Cilindrinų kevalų vieta tarp stochastinių uždavinių

Cilindriniai kevalai – tai konstrukcijos su stochastinėmis mechaninėmis savybėmis, nes jų geometriniai matmenys bei mechaninės savybės realybėje dažniausiai skiriasi nuo teorinių. O juk ir realios eksploatacinės sąlygos dažnai esti atsitiktinės. Atsitiktinumo neišvengiama ir gamybos procese – sudėtinių medžiagų komponentų išsidėstymas taip pat dažnai yra atsitiktinio pobūdžio. Visa tai turi labai didelę įtaką kevalų pastovumui. Uždaviniai, kuriuose į tai nėra atsižvelgiama dar vadinami determinuotais kevalų pastovumo uždaviniais. Stochastinių uždavinių rezultatus įtakoja atsitiktinio pobūdžio elementai. Nors determinuotų uždavinių skaičiavimai bei jų rezultatai išlieka tikslūs, tačiau taip nukrypstama nuo realybės sąlygų. Visiško tikslumo neįmanoma pasiekti net sprendžiant stochastinius uždavinius, juk neįmanoma numatyti visų galimų veiksnių. Nors stochastiniuose uždaviniuose visiško tikslumo pasiekti neįmanoma, tačiau galima įvertinti klaidų riziką, pereiti prie jos mažinimo būdų.

Cilindrinis kevalas – matematinis modelis. Kevalo formavimas pagrįstas matematinėmis formulėmis: pradedant medžiagos konstravimu, baigiant kevalo kritinės apkrovos parametru. Kevalo matematinio modelio sudarymo procese išskiriami du pagrindiniai etapai:

- Kevalo (kompozitinės medžiagos) konstravimas;
- Konstrukcijos (cilindrinio kevalo) tyrimas.

Kevalas konstruojamas iš sudėtinių medžiagų siekiant atitinkamų rezultatų. Tai skatina daugiau gilintis į pačią medžiagos struktūrą, šioje srityje dabartiniu metu nemažai pasiekta: kompozitinės medžiagos, jų išdėstymo pozicijos, pluošto formavimas iš kelių įvairiais kampais armuotų sluoksnelių ir pan. Medžiagų atsparumas - sudėtingas mokslas, turintis savų ypatybių: menkiausias apribojimo nepaisymas ir visi atlikti skaičiavimai nebegalioja. Šiame darbe kevalas konstruojamas dviem etapais:

- Elementarus sluoksnis (pagr. charakteristikų nustatymas);
- Daugiasluoksnės medžiagos formavimas (formuojama cilindrinio kevalo medžiaga).

Turint medžiagą, iš kurios sudarytas cilindrinis kevalas, pereinama prie kritinio būvio tyrimo (kritinės apkrovos parametro skaičiavimo), kuris pagrįstas sudėtingais matematiniais skaičiavimais:

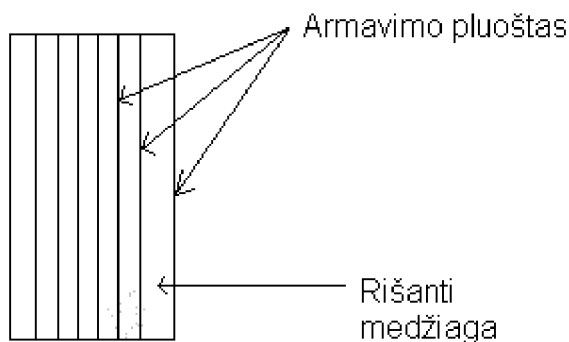
- Pasislinkimus aproksimuojančios funkcijos;
- Priklausomybę tarp jėgų ir deformacijų;

- Cilindrinio kevalo pusiausvyros lygtys;
- Kritinės apkrovos skaičiavimas.

## 2.2. Cilindrinio kevalo matematinis modelis

**2.2.1. Kevalo struktūra.** Formuojamas cilindrinis kevalas, kurio medžiaga konstruojama iš daugelio elementarių sluoksnių, armavimo pluoštą išdėstant įvairiais kampais. Atliekant cilindrinį kevalų formavimo projektus, būtini pradiniai duomenys, nusakantys esminius medžiagų parametrus: armuojančios ir rišančios medžiagų tamprumo moduliai, Puasono koeficientai bei armavimo medžiagos tūrinis koeficientas. Tamprumo moduliai ir Puasono koeficientai nustatomi laboratorijose, tiriant bandinių pailgėjimus specialiais prietaisais – *tenzometrais*.

**2.2.2 Elementarus sluoksnis.** Kevalas formuojamas iš keleto elementarių sluoksnelių, kurie sudaryti iš tų pačių medžiagų. Elementaraus sluoksnelio struktūra:



### 1 pav. Sluoksnelio struktūra

Sluoksnelis sudarytas iš rišančios bei armuojančios medžiagų. Rišanti medžiaga sujungia visus komponentus į monolitą - taip gaunama kompozitinė medžiaga.

**2.2.3. Elementaraus sluoksnelio standumai.** Sudaromi viena kryptimi armuoti elementarūs sluoksniai. Pagal armavimo teoriją turime formules, iš kurių išskaičiuojamos elementaraus sluoksnelio tampriosios charakteristikos:



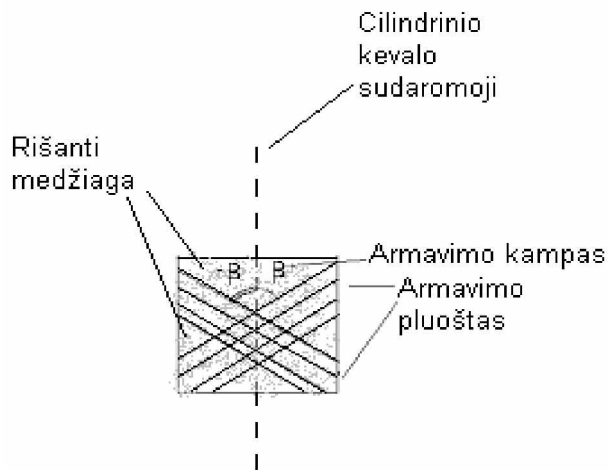
$$\begin{aligned}
E_1 &= E_r (1 - \mu) + E_a \mu & K_2 &= \frac{E_a}{E_r} & G_r &= \frac{E_r}{2 \cdot (1 + \nu_r)} \\
G_a &= \frac{E_a}{2 \cdot (1 + \nu_a)} & K_1 &= \frac{G_a}{G_r} = \frac{(1 + \nu_r)}{(1 + \nu_a)} \cdot K_2 \\
E_2 &= \frac{[1 + (K_2 - 1) \mu] E_a}{[\mu + K_2 (1 - \mu)] [1 + (K_2 - 1) \mu] - (K_2 \nu_r - \nu_a)^2 \mu (1 - \mu)} \\
G_{12} &= \frac{K_1 \cdot (1 + \mu) + (1 - \mu)}{K_1 (1 - \mu) + (1 + \mu)} \cdot G_r \\
\nu_1 &= \nu_r (1 - \mu) + \nu_a \mu & \nu_2 &= \nu_1 \frac{E_2}{E_1}
\end{aligned} \tag{1}$$

Čia  $E_a$  ir  $E_r$  – atitinkamai armuojančios ir rišančios medžiagų tamprumo moduliai;  $\nu_a$  ir  $\nu_r$  – atitinkamai armuojančios bei rišančios medžiagų Puasono koeficientai;  $\mu$  – tūrinis medžiagos armavimo koeficientas.

Turint medžiagos tamprumo charakteristikas [1], armuoto viena kryptimi elementaraus sluoksnio standumai gaunami iš formulių:

$$A_{011} = \frac{E_1}{1 - \nu_1 \cdot \nu_2} \quad A_{022} = \frac{E_2}{1 - \nu_1 \cdot \nu_2} \quad A_{012} = E_1 \frac{\nu_2}{1 - \nu_1 \nu_2} \quad A_{066} = G_{12} \tag{2}$$

**2.2.4. Standumų skaičiavimas keičiant armavimo kampą.** Nors kevalą sudarantys sluoksneliai sudaryti iš tų pačių medžiagų, tačiau kiekvienas jų gali būti konstruojamas skirtingai – armuojantys pluošteliai įdedami įvairiais kampais (atžvilgiu cilindro sudaromosios):



**2 pav. Armuoto sluoksnio struktūra**

Tokio sluoksnio, armuoto kampu  $\beta_k$ , nauji standumo matricos elementai apskaičiuojami naudojantis transformacijų formulėmis  $(A^k)_{i,l} = A_{j,p} g_{i,j} g_{l,p}$  ( $i,j,l,p=1,2,\dots,6$ ), kur  $g_{i,j}$  – transformacijos matricos elementai;  $A_{j,p}$  – elementaraus sluoksnio standumai (2). Kai kūnas ortotropinis, transformacijos bei “sukamo” sluoksnio standumų ( $A_0$ ) matricos turi tokius pavidalus:

$$g_{i,j} = \begin{pmatrix} \cos^2 \beta_k & \sin^2 \beta_k & 0 & 0 & 0 & \frac{\sin 2\beta_k}{2} \\ \sin^2 \beta_k & \cos^2 \beta_k & 0 & 0 & 0 & \frac{-\sin 2\beta_k}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \beta_k & -\sin \beta_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \beta_k & \cos \beta_k & 0 \\ \frac{-\sin 2\beta_k}{2} & \frac{\sin 2\beta_k}{2} & 0 & 0 & 0 & \cos 2\beta_k \end{pmatrix} \quad A_0 = \begin{pmatrix} A_{011} & A_{012} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{012} & A_{022} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{066} \end{pmatrix}$$

Nauji standumo koeficientai gaunami iš formulės:  $A(\beta_k)_{i,l} = \sum_{j=0}^5 \sum_{k=0}^5 A_{j,k} g_{i,j} g_{l,k}$ . [3]

Akivaizdu, jog dauguma narių eliminuojasi, nes matricose daug nulinių elementų. Todėl naujiems standumo koeficientams rasti galime naudoti tokias formules:

$$\begin{aligned}
A_{11}(\beta_k) &= A_{011} \cdot (\cos \beta_k)^4 + 2A_{012} \cdot (\cos \beta_k)^2 (\sin \beta_k)^2 + A_{022} \cdot (\sin \beta_k)^4 + A_{066} \cdot (\sin 2\beta_k)^2 \\
A_{12}(\beta_k) &= A_{011} \cdot (\cos \beta_k)^2 (\sin \beta_k)^2 + A_{012} \cdot (\cos \beta_k)^4 + A_{012} \cdot (\sin \beta_k)^4 + A_{022} \cdot (\sin \beta_k)^2 (\cos \beta_k)^2 - A_{066} \cdot (\sin 2\beta_k)^2 \\
A_{22}(\beta_k) &= A_{011} \cdot (\sin \beta_k)^4 + 2A_{012} \cdot (\sin \beta_k)^2 (\cos \beta_k)^2 + A_{022} \cdot (\cos \beta_k)^4 + A_{066} \cdot (\sin 2\beta_k)^4 \\
A_{66}(\beta_k) &= A_{011} \cdot \frac{(\sin 2\beta_k)^2}{4} - A_{012} \cdot \frac{(\sin 2\beta_k)^2}{2} + A_{022} \cdot \frac{(\sin 2\beta_k)^2}{4} + A_{066} \cdot (\cos 2\beta_k)^2
\end{aligned}$$

**2.2.5. Daugiasluoksnio kompozitinio kevalo formavimas.** Kelių tipų elementarūs sluoksniai, išdėstyti kampais  $\beta_k$  ir  $-\beta_k$  (atžvilgiu cilindro sudaromosios), sudaro sluoksniuotą kompozitą. Kevalą sudarantys sluoksniai išdėstyti pagal storį ir simetriškai vidurinio sluoksnio paviršiaus atžvilgiu. Taip gaunama ortotropinė medžiaga, kurios standumo matricos elementai apskaičiuojami pagal formulę:

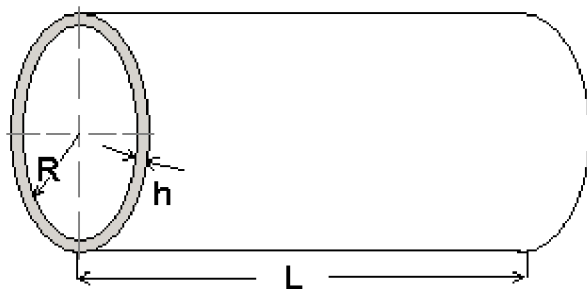
$$A_{i,j} = \sum_{k=1}^1 \Theta_k (A^k)_{i,j}$$

Čia  $A_{i,j}$  kevalo standumo matricos elementai;  $\Theta_k$  - santykinis sluoksnių, išdėstytų kampais  $\beta_k$  skaičius; 1 – bendras įvairių pluošto išdėstymų kampų skaičius;  $(A^k)_{i,j}$  - sluoksnelio, armuoto kampu  $\beta_k$  standumo matricos elementai (3). Tokiu atveju standumo matricos elementus galima išreikšti pradinėmis armuojančio pluošto ir rišančios medžiagos charakteristikomis ir jie tampa armavimo koeficiento ir santykinų sluoksnių skaičių funkcijomis:  $A_{i,j} = A_{i,j}(\mu, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_l)$ . Akivaizdu, kad visų santykinų sluoksnių skaičių suma turi būti lygi vienetui:

$$\sum_{k=1}^1 \Theta_k = 1$$

## 2.3. Kritinės apkrovos parametro skaičiavimas.

**2.3.1. Pasislinkimus aproksimuojančios funkcijos.** Turėdami medžiagos, iš kurios sudarytas cilindrinis kevalas standumo koeficientus, galima gauti kritinės apkrovos parametą. Reikalingi cilindro parametrai:



### 3 pav. Cilindrinio kevalo geometriniai parametrai

Taško pasislinkimus aproksimuojančios funkcijos turi pavidalą:

$$\begin{aligned}
 u &= u_0 \cos \lambda \xi \cdot \sin \zeta \\
 v &= v_0 \sin \lambda \xi \cdot \cos \zeta \\
 w &= w_0 \sin \lambda \xi \cdot \sin \zeta
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Čia  $u$  – poslinkis pagal  $x$  ašį (išilgai cilindrinio kevalo sudaromosios);  $v$  – poslinkis pagal  $y$  ašį (skersai cilindrinio kevalo sudaromosios),  $w$  – poslinkis pagal  $z$  ašį (į cilindro išorę arba į vidų);  $u_0, v_0, w_0$  – pradiniai taško poslinkių parametrai;

$$\lambda = m \cdot \pi \cdot \frac{R}{L} \quad \zeta = \frac{y}{R} \quad \xi = \frac{x}{R}$$

kur  $R$  – cilindro spindulys;  $L$  – cilindro aukštis;  $2m$  – bangų skaičius išilgai kevalo sudaromosios;  $n$  – kevalo apskritimu susidariusių bangų skaičius.

**2.3.2. Priklausomybė tarp jėgų ir deformacijų.** Priklausomybę tarp veikiančių jėgų bei cilindrinio kevalo (kurio elementarūs sluoksniai ortotropiniai) deformacijos, galima išreikšti matricų pavidalu:

$$\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \chi \end{pmatrix}
 \tag{5}$$

Čia  $N$  – jėgų vektorius;  $M$  – momentų vektorius;  $A, D$  – standumų matricos;  $\chi, \varepsilon$  deformacijos vektoriai, kurių elementai suformuojami iš pasislinkimus aproksimuojančių funkcijų (4):

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx}u \\ \frac{d}{dy}v + \frac{w}{R} \\ \frac{d}{dy}u + \frac{d}{dx}v \end{pmatrix} \quad \chi = - \begin{pmatrix} \frac{d^2}{dx^2}w \\ \frac{d^2}{dy^2}w \\ 2 \cdot \frac{d}{dx} \frac{d}{dy}w \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} \frac{h^3}{12}A_{11} & \frac{h^3}{12}A_{12} & 0 \\ \frac{h^3}{12}A_{12} & \frac{h^3}{12}A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{h^3}{12}A_{66} \end{pmatrix}$$

**2.3.4 Cilindrinio kevalo pusiausvyros lygtys ir kritinės apkrovos parametras.** N ir M išreiškiami vektoriais:

$$N = \begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ S \end{pmatrix} \quad M = \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ H \end{pmatrix} \quad [6]$$

kurių elementai įgyja tam tikrus pavidalus, išsprendus priklausomybės tarp jėgų bei deformacijų lygybę (7). Tokiu atveju, N ir M vektorių elementai toliau naudojami cilindrinio kevalo, kritiniam parametrai rasti. Pusiausvyros lygtys turi pavidalus:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}N_x + \frac{d}{dy}S &= 0 \\ \frac{d}{dy}N_y + \frac{d}{dx}S &= 0 \\ \frac{d}{dx}M_x + \frac{d}{dy}H - Q_x &= 0 \\ \frac{d}{dy}M_y + \frac{d}{dx}H - Q_y &= 0 \\ \frac{d}{dx}Q_x + \frac{d}{dy}Q_y - \frac{1}{R}N_y + KRAP \cdot \chi_x &= 0 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} \frac{d}{dx}N_x + \frac{d}{dy}S &= 0 \\ \frac{d}{dy}N_y + \frac{d}{dx}S &= 0 \\ \frac{d}{dx} \left( \frac{d}{dx}M_x + \frac{d}{dy}H \right) + \frac{d}{dy} \left( \frac{d}{dy}M_y + \frac{d}{dx}H \right) - \frac{1}{R}N_y + KRAP \cdot \chi_x &= 0 \end{aligned} \quad \chi_x = -\frac{d^2}{dx^2}w \quad [7]$$

Atitinkamai išreikšdami Qx bei Qy, lygčių kiekį sumažiname iki trijų (7). Įstačius jėgų(N) bei momentų(M) vektorių išraiškas (6), gaunama homogeninė tiesinių lygčių sistema:

$$\begin{aligned} b_{11}u_0 + b_{12}v_0 + b_{13}w_0 &= 0 \\ b_{12}u_0 + b_{22}v_0 + b_{23}w_0 &= 0 \\ b_{13}u_0 + b_{23}v_0 + b_{33}w_0 &= 0 \end{aligned} \quad [8]$$

čia

$$\begin{aligned}b_{11} &= A_{11} \lambda^2 + A_{33} n^2 \\b_{12} &= (A_{12} + A_{33}) \lambda \cdot n \\b_{22} &= A_{22} n^2 + A_{33} \lambda^2 \\b_{13} &= -A_{12} \lambda \quad b_{23} = -A_{22} n \\b_{33} &= \frac{1}{R^2} \cdot \frac{h^2}{12} \cdot [A_{11} \lambda^4 + 2(A_{12} + 2A_{33}) \lambda^2 n^2 + A_{22} n^4] + A_{22} - \frac{KRAP \cdot \lambda^2}{h}\end{aligned} \quad [9]$$

Homogeninė tiesinių lygčių sistema (8) turi nenulinį sprendinį, kai sistemos determinantas (10) lygus nuliui:

$$M = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{12} & b_{22} & b_{23} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{pmatrix} \quad |M| = 0 \quad [10]$$

Iš išraiškų (9) suformavus determinantą (10), gaunamas kritinės apkrovos parametras (KRAP). Viršijus šią apkrovą, cilindrinis kevalas neteks pastovumo. Kaip jis deformuosis, priklausys nuo skersinių bei išilginių bangelių skaičiaus(m ir n).

## 2.4. Stochastinių uždavinių formulavimas

**2.4.1. Stochastinis uždavinys.** Tiek mechaninės, tiek geometrinės konstrukcijų savybės įgauna stochastinį pobūdį, nes gamybos procese medžiagų matmenys įvairiuose vietose dažnai įgyja paklaidas. Į tai reikia atsižvelgti projektuojant realias konstrukcijas, kadangi šie faktoriai turi didelę įtaką pastovumui ir patikimumui. Atsitiktinio pobūdžio gali būti ne tik medžiagų savybės, bet ir konstrukciją veikiančios apkrovos.

**2.4.2. Statistinis modeliavimas. Monte Karlo metodas.** Statistinis modeliavimas naudojamas dviejų tipų uždavinių sprendimui:

1. Teoriniams uždaviniams tokių mokslo sričių, kaip matematika, fizika ar chemija sprendimui:

- apribotos kreivėmis figūros paviršiaus skaičiavimui;
- konstantos  $\pi$  (=3,14159) skaičiavimui;
- diferencialinių lygčių sprendimui;

- dalelių judėjimo plokštumoje trajektorijos nustatymui;
- dalelių difuzijos analizei;
- linijinių lygčių sistemos sprendinio gavimui.

2. praktiniams organizacinio valdymo uždaviniams, kylančiams žmogaus veiklos sferose sprendimui:

- gamybiniais – technologiniams procesams (pavyzdžiui, cheminių procesų analizei, atsargų valdymo sferoje, techninio aptarnavimo sistemų projektavimui, masinio aptarnavimo sistemų kūrimui);
- ekonominio pobūdžio sistemoms, įtraukiant planavimo, ekonominio prognozavimo, o taip pat konkretesnio turinio (pavyzdžiui, investicinius) procesus;
- socialiniams – psichologiniams uždaviniams spręsti (pavyzdžiui, gyventojų migracijos uždaviniams, grupinio elgesio problemoms ir pan.);
- biomediciniams sistemų uždaviniams spręsti (kraujotaka, smegenų veikla, raudonųjų ir baltųjų kraujo kūnelių elgesys);
- karinės strategijos arba taktikos pasekmių analizei.

Tokio pobūdžio uždaviniams spręsti naudojamas Monte – Karlo metodas. Pagrindinė jo idėja – išrinkimų naudojimas įvertinimų gavimui. Išrinkimų procesas reikalauja, kad sprendžiamasis uždavinys būtų aprašomas atitinkamu tikimybinio skirstiniu, kurio pagalba ir įgvendinami išrinkimai. Monte – Karlo vardas dar primena lošimus ir azartą. Fizikams ir matematikams jis asocijuojasi su kompiuteriniu skaičiavimo metodu, kuriame uždavinio sprendimui naudojamas atsitiktinių skaičių generatorius. Monte – Karlo metodas atsirado 1949 metais, kartu su pirmaisiais elektroniniais kompiuteriais ir siejamas su dviejų matematikų – Johno von Neumanno ir Stanislawo Ulamo vardais. Šie mokslininkai pirmieji pritaikė tikimybių teoriją sudėtingiems procesams atominiuose reaktoriuose modeliuoti.

Monte – Karlo metodas efektyviai gali būti naudojamas ir stochastiniuose optimalaus projektavimo uždaviniuose – konstrukcijų patikimumui ar medžiagų su defektais atsparumui modeliuoti. Pavyzdžiui, E. Bielewicz ir J. Górski darbe “Konstrukcijų su defektais patikimumas - paprasti netiesiniai modeliai” (Journal of Civil Engineering and Management. Vilnius: Technika, 2002, Vol VIII, No 2. P. 83-87) geometrinius ir medžiagos defektus įvertina kaip atsitiktinius kintamuosius, kurie modeliuojami Monte Karlo metodu. Taip gaunama konstrukcijos ribinio būvio histograma, apkrovos reikšmė yra modeliuojama kiekviename Monte – Karlo žingsnyje. Metodo panaudojimo sritis iš tiesų plati – VGTU mokslo darbuotojai V. Podviezko, H. Sivilevičius darbe “Asfaltbetonio mišinio sudėties optimizavimo matematinių

modelių stabilumo tyrimas taikant imitacinį modeliavimą” (VGTU ir Lietuvos mokslų akademijos mokslo žurnalas “TRANSPORT”, 2003 m. XVIII tomas, Nr. 6) Monte – Karlo metodą taikė gaminamo asfaltbetonio mišinio mineralinės dalies granulometrinės sudėties nevienalytiškumui modeliuoti.

Darbų cilindrinų kevalų srityje nėra daug, o ir esamuose retai kur taikomas šis metodas. Tai labiausiai lemia du veiksniai: pirma, nors statistinis modeliavimas ir turi išsamią analizę, tačiau modeliavimo rezultatai neapsaugoti nuo statistinių klaidų, antra, matematinių modelių sudėtingumas, ypač jei reikalaujama daug statistinių perskaičiavimų.

**2.4.3. Leistinosios kritinės apkrovos ribos optimizavimas.** Statistinis modeliavimas dažnai taikomas optimizavimui. Metodo esmė tokia: duotoje kintamųjų kitimo srityje yra sugenerujama atsitiktinė, tolygiai pasiskirsčiusi imtis, sugeneruotuose taškuose apskaičiuojamos minimizuojamos (optimizuojamos) funkcijos reikšmės, ir nustatomas taškas su minimalia funkcijos reikšme. Tarkime, konstrukcijos pusiausvyros praradimo kritinė apkrova yra randama pagal  $N(R, L, h, m, n, \Theta, \alpha, \mu) = N(x)$ , čia  $R$  – spindulys,  $L$  – aukštis,  $h$  – kevalo storis,  $m$  – išilgai kevalo sudaromosios susidarančių bangelių skaičius kevalui praradus pastovumą,  $n$  – skersai kevalo sudaromosios susidarančių bangelių skaičius kevalui praradus pastovumą,  $\Theta_1 \dots \Theta_k$  - sluoksnelių, sudarančių kevalą ir armuotų kampais  $\alpha_1 \dots \alpha_k$  santykinis skaičius, kur  $k$  – sluoksnelių skaičius,  $\mu$  - armavimo koeficientas. Pažymėkime  $x = (R, L, h, m, n, \Theta, \alpha, \mu)$ .

Tegul parametrų nominaliosios reikšmės yra  $\bar{x} = (\bar{R}, \bar{L}, \bar{h}, \bar{m}, \bar{n}, \bar{\Theta}, \bar{\alpha}, \bar{\mu})$ , o realiosios reikšmės  $R, L, h, m, n, \Theta, \alpha, \mu$  dėl įvairių priežasčių (pvz., gamybos procesas) nesutampa su nominaliosiomis. Laikykite realiasias reikšmes  $R, L, h, \Theta, \alpha, \mu$  pasiskirsčiusias pagal normalinį dėsnį  $N(\bar{x}, \sigma)$ , o  $m$  ir  $n$  – natūralieji skaičiai, galintys kisti nurodytuose intervaluose.

Reikia rasti tokias nominaliasias reikšmes ir tokią leistinąją kritinę ribą  $N_{leist}$ , kad konstrukcija liktų nepraradusi pastovumo su duota tikimybe:

$$\max_{\bar{x}} P(N(x) < N_{leist}) = p, \quad x \sim N(\bar{x}, \sigma), \quad (1)$$

reikšmės turi tenkinti šiuos apribojimus:

$$\Theta_1 + \dots + \Theta_k = 1, \text{ kai } k \text{ – sluoksnelių, sudarančių kevalą skaičius;} \quad (2)$$

$0 < \mu < 1$  - tūrinis medžiagos armavimo koeficientas.



Šis uždavinys sprendžiamas Monte-Karlo metodu. Tegul  $y^1, y^2, \dots, y^L$  yra atsitiktinių vektorių, pasiskirsčiusių  $N(\bar{x}, \sigma)$ , imtis,  $t$  – imties tūris. Tegul  $u = \frac{1}{t_s} \sum_{i=1}^{t_s} y_S^i$  yra aritmetinis vidurkis tokių vektorių, kurie tenkina nesuirimo sąlygą, t.y.,  $y_S^j$  vektoriai tenkina sąlygą  $N(y_S^j) < N_{leist}$ , o  $t_s$  yra tokių vektorių skaičius. Imkime naują nominalų tašką:

$$x' = u, N'_{leist} = N_{leist} - d \cdot \left( \frac{t_s}{t} - p \right). \quad (3)$$

Generuojant naują imtį pagal aukščiau aprašytą procesą ir kartojant šią procedūrą, galima įsitikinti, kad ji sukuria seką, konverguojančią į (1) sprendinį. Ieškomoji leistina kritinė apkrova yra šios sekos riba.

**2.4.4. Cilindrinio kevalo masės minimizavimo uždaviniai.** Tarkime, kad cilindrinis kevalas yra veikiamas ašinės gniuždymo apkrovos. Vienas iš optimizavimo uždavinių gali būti rasti minimalią kevalo masę tokią (pagal kevalo parametrus), kad su tikimybe  $P_0$  kritinės apkrovos parametras būtų didesnis už kevalą veikiančią atsitiktinę apkrovą. Atsitiktinio pobūdžio reišmėmis imame kevalo geometrinius matmenis – aukštį, spindulį ir sturį ( $L, R, h$ ). Uždavinys sprendžiamas Monte-Karlo metodu.

Kevalo masės funkcija turi pavidalą:

$$NG(R, L, h, fa, fr) = 2\pi R L h (\mu * fa + (1 - \mu) * fr) \quad (4)$$

Čia  $fa$  ir  $fr$  atitinkamai armuojančio pluošto ir rišamosios medžiagos tūrio vieneto svoriai. Apsibrėžiame funkciją, nustatančią, ar patenka taškas į leistiną sritį:  $Q(x) = 1$ , jei  $x > 0$  ir  $Q(x) = 0$ , jei  $x < 0$ . Tada tikimybė, kad kevalo kritinės apkrovos parametras bus didesnis už veikiančiosios išreiškiamas pavidalu:

$$P := \frac{\sum_{i=0}^{M_0-1} Q(NN(R_i, L_i, h_i) - NLO)}{M_0} \quad (5)$$

Čia  $M_0$  – imties tūris,  $NN(R_i, L_i, h_i)$  - kevalo kritinės apkrovos parametro funkcija (išvesta 2.3 skyriuje),  $R_i, L_i, h_i$  - atitinkamai cilindro spindulio, aukščio ir storio reikšmės, gautos generuojant pagal Gauso skirstinį, kai  $R_0, L_0$  ir  $h_0$  – nominaliosios reikšmės (vidurkiai), dispersija parenkama pagal galimas kevalo parametrų paklaidas.  $NL_0$  – kevalą veikianti apkrova. Tuomet cilindro spindulio, aukščio ir storio gradientų įverčiai yra:

$$GR := \frac{\sum_{i=0}^{M_0-1} NG(R_i, L_i, h_i, fa, fr) \cdot (R_i - R_0)}{M_0} \quad (6)$$

$$GL := \frac{\sum_{i=0}^{M_0-1} NG(R_i, L_i, h_i, fa, fr) \cdot (L_i - L_0)}{M_0} \quad (7)$$

$$Gh := \frac{\sum_{i=0}^{M_0-1} NG(R_i, L_i, h_i, fa, fr) \cdot (h_i - h_0)}{M_0} \quad (8)$$

O patenkančių į leistiną intervalą parametrų tikimybės:

$$GpR := \frac{\sum_{i=0}^{M_0-1} Q(NL_0 - NN(R_i, L_i, h_i)) \cdot (R_i - R_0)}{M_0} \quad (9)$$

$$GpL := \frac{\sum_{i=0}^{M_0-1} Q(NL_0 - NN(R_i, L_i, h_i)) \cdot (L_i - L_0)}{M_0} \quad (10)$$

$$Gph := \frac{\sum_{i=0}^{M_0-1} Q(NL_0 - NN(R_i, L_i, h_i)) \cdot (h_i - h_0)}{M_0} \quad (11)$$

Reikalinga tikimybė  $P_0$  yra pasiekama minimizuojant vidutinę masę pavyzdžiui, pagal kevalo storį, jei nominalai keičiami:

$$h := h_0 - r_0 \cdot (Gh + da \cdot Gph),$$

daugiklis  $da$  reguliuojamas taip:  $da := da + gd \cdot (P_0 - P)$ , čia  $r_0$  ir  $gd$  yra pastovūs daugikliai.

Toks uždavinio sprendimo būdas taikomas kevalą veikiant pastovaus, t.y. nekintančio dydžio apkrovai. Šiuo metodu galima pasinaudoti atveju, kai cilindrinis kevalas yra veikiamas *atsitiktinės* ašinės gniuždymo apkrovos. Tada (5) – (11) formulės suvedamos į vieną funkciją, kuri perskaičiuojama kiekviename Monte – Karlo žingsnyje, jų kiekis priklausys nuo atsitiktinės veikiančios apkrovos reikšmių kiekio. Tada  $N_0$  reikšmė gali būti imama kaip nominali, o kiekviena nauja veikiančiosios apkrovos reikšmė  $N_i$  gaunama generuojant pagal Gauso skirstinį su vidurkiu  $N_0$  ir dispersija  $\sigma$ . Išrenkama tokia kevalo būseną, kuri turi mažiausią masės funkcijos reikšmę prie leistinos tikimybės. Tikimybės parametras gali būti apskaičiuojamas taip pat (5) formulės būdu.

## 3. Programinės įrangos projektavimas

### 3.1. Kompiuterių matematinių ir statistinių sistemų apžvalga

Šiuolaikinėje inžinerijoje, įvairiose tiriamojo mokslo srityse jau neįsivaizduojamas darbas be kompiuterinių technologijų. Uždaviniai, kuriuos inžinieriams, mokslininkams ar studentams tenka spręsti, šiuo metu būna įvairiausių krypčių: tai įv. techninių objektų (pastatų, kelių, techninių prietaisų ir kt.) konstravimas bei projektavimas, gamybos technologijų projektavimas bei valdymas, organizacinių sistemų tyrimas bei valdymas, fizinių ar cheminių procesų modeliavimas. Dažnai visi šie uždaviniai sprendžiami ne tik teoriškai, bet ir praktiškai – praktikoje netoleruotinos bet kokios klaidos, kurios gali turėti labai rimtų pasekmių. Visi uždaviniai skirstomi į dvi dideles grupes:

- inžinerinių objektų pažinimo problemos;
- inžinerinių objektų efektyvaus funkcionavimo problemos.

Kompiuterinių sistemų panaudojimas remiasi matematiniais *modeliais*. **Modelis** – tai analogas (pakaitalas) realiai egzistuojančių arba įsivaizduojamų sistemų – objektų, procesų, reiškinių. **Modeliavimas** – kūrimas modelių, kad būtų galima išnagrinėti arba iširti objektus, procesus, reiškinius. Matematiniam modelyje nagrinėjamas inžinerinis objektas yra atvaizduojamas matematinėmis konstrukcijomis (funkcinėmis priklausomybėmis, algebrinėmis arba diferencialinėmis lygtimis bei jų sistemomis ir pan.), perkeliant į modelį tas objekto savybes, kurias siekiama giliau pažinti ir nesistengiant atvaizduoti tas savybes, kurios yra antraeilės, ar nėra svarbios sprendžiamų problemų požiūriu. Tokiu būdu galime sukurti paprastus ir vaizdžius modelius, išvengiant sudėtingų problemų, susijusių su antraeilių savybių vaizdavimu. Pagrindiniai modeliavimo tikslai:

- Objekto, proceso ar reiškinių pažinimas. Nuolat kuriami modeliai, kad nustatyti, kaip vyksta procesai, reiškiniai, kaip sudarytas objektas, kokia jo struktūra, pagrindinės savybės, vystymosi dėsniai ir tarpusavio sąveika.
- Sukurti modeliai analizuojami, kad valdyti objektą, procesą ar reiškinį ir rasti geriausius valdymo būdus;

- Vykdoma prognozė ir tikrinamas hipotezių teisingumas.

Modeliavimas gali būti sėkmingai pritaikytas:

- kai neįmanoma arba labai brangu gauti duomenis apie tam tikrus realius procesus;
- kai nagrinėjamas objektas yra tiek sudėtingas, kad aprašyti jį matematiniais modeliais, turinčiais elementarius analizinius sprendinius, neįmanoma;
- kai sistema aprašyta matematiniu modeliu, bet naudojant elementarius metodus, neįmanoma gauti sprendinių, susijusių su šio modelio panaudojimu.

Daugelio inžinerinių objektų funkcionavimas yra susijęs su tam tikra neapibrėžtimi. Pavyzdžiui, gamybos metu pradinių medžiagų arba technologinių procesų parametrai gali skirtis nuo nustatytų normų, sąlygodami gamybos broką, techninių sistemų elementai gali sugesti bet kuriuo iš anksto nenumatytu laiku ir pan. Nagrinjamų sistemų elgesio neapibrėžtis dažnai interpretuojama kaip atsitiktinė ir aprašoma tikimybiniais modeliais. Statistinio modeliavimo metu yra imituojama atsitiktinė tikimybinio modelio imtis, kuri yra nagrinėjama pasinaudojant ribinėmis tikimybių teorijos išvadomis bei matematinės statistikos metodais.

Inžinerinėms sistemoms modeliuoti yra sukurta daug kompiuterinių ir programinių sistemų. Visi šie matematiniai programų paketai yra parašyti aukšto lygio kalbų priemonėmis (JAVA, C/C++ ir kt.), tinka įvairių duomenų apdorojimui, vizualizacijai ir kt.

Matematiniams modeliams kurti ir tyrinėti plačiausiai taikomi šios bendrosios paskirties kompiuterinės sistemos:

AXIOM (Numerical Algorithm Group),  
 MAPLE (Waterloo Maple Software),  
 MATHEMATICA (Wolfram Research Inc.),  
 MATLAB (MathWorks) ir kt.

Verta pažymėti dar keletą žemesnio lygio kompiuterinių matematinių sistemų:

DERIVE (Texas Instruments);  
 GAUSS (Aptech System Inc.);  
 MATHCAD (MathSoft);  
 MUPAD (SciFace Software GmbH&Co. KG);

MAGMA (Computational Algebra Group of Sydney) ir kt.

Matematinis programų paketas MATHCAD tinka tiek mokymuisi, tiek moksliniam darbui. Pagrindinis jo privalumas – veiksmai aprašomi matematinėmis išraiškomis, o tai nereikalauja gilių programavimo žinių. Taip pat nebūtinai ypatingi kompiuterio ištekčiai (spartos bei atmintinės talpos). Tačiau matematinio programų paketo MATHCAD simbolių skaičiavimų ir programavimo galimybės yra ribotos (ypač gremėzdiškas programių ir funkcijų kūrimas).

Matematinis programų paketas MAPLE – daugiaplatformis organizacijos ” Waterloo Maple Software” programinis produktas, skirtas matematiniam skaičiavimams. Ši sistema taip pat nereikalauja ypatingų kompiuterio išteklių, be to ji turi dideles simbolių skaičiavimų galimybes. Tačiau šis programų paketas yra labiau orientuotas į akademinę veiklą – norint efektyviai ja naudotis reikia ne tik matematinių, bet ir gana gilių programavimo žinių.

Kitas matematinis programų paketas - MATHEMATICA - daugiaplatformė programinė įranga matematiniam skaičiavimams atlikti, turinti puikias algebros uždavinių sprendimo ir analizės (taip pat grafinės) galimybes. Ypač puikių rezultatų programa pasiekia atlikdama simbolines algebros operacijas, pavyzdžiui, prastindama trupmenas, integruodama ir diferencijuodama. Ši sistema taip pat pasižymi dideliu skaičiavimo tikslumu. Šis programų paketas kaip ir MAPLE yra labiau orientuotas į akademinę veiklą – norint efektyviai ja naudotis reikia ne tik matematinių, bet ir programavimo žinių.

Vienas galingiausių matematinių programų paketų – MATLAB - daugiaplatformė organizacijos “MathWorks” programinė įranga, skirta įvairių mokslo šakų problemoms spręsti, ypač matematinėms. Jis pasižymi dideliu skaičiavimo greičiu, be to gerai atlieka matricines, grafines operacijas ir kt. Kaip galima spręsti iš pavadinimo (MATrix LABoratory), turi puikias galimybes manipuliacijoms sumatricomis - būtent toks buvo pirminis šios programos tikslas. Dabar tai didžiulis galingas paketas, turintis savitą lengvai perprantamą programavimo kalbą. Kad ir koks galingas būtų šis programinės įrangos paketas, simbolinėms matematinėms manipuliacijoms geriau tinka MAPLE ir MATHEMATICA produktai.

### **3.2 Projektavimo technologijos pasirinkimas.**

Svarbus žingsnis modelavimo priemonei kurti – programavimo technologijos pasirinkimas, kokia bus naudojama programavimo kalba. Programavimo kalba – technika,

supaprastinanti kompiuterio vykdomų instrukcijų užrašymą. Ji susideda iš sintaksinių bei semantinių taisyklių. Programavimo kalbos skirstomos:

1. pagal vykdymo tipą:

- Teorinės kalbos (nevykdomos);
- Kompilijuojamos kalbos (pvz., C, C++);
- Interpretuojamos kalbos (pvz., PHP, Perl, Python, Ruby);

2. pagal abstrakcijos lygį:

- Žemo lygio kalbos (pvz., Asembleris);
- Sisteminės kalbos (pvz., C);
- Objektinės kalbos (pvz., SmallTalk);

3. pagal tipą:

- Funkcinės kalbos (pvz., Lisp);
- Procedūrinės kalbos (pvz., C++, Pascal);
- Objektinės kalbos (pvz., SmallTalk, Java);
- Loginės kalbos (pvz., Prolog);
- Skriptų kalbos (pvz., PHP, ASP, Perl);

4. pagal paskirtį:

- Operacinių sistemų ir kompiliatorių programavimui (pvz., C)
- Svetainių programavimui (pvz., PHP, Perl)
- Matematiniais skaičiavimams (pvz., PROLOG, Fortran)

Iš daugelio programavimo priemonių (Borland Delphi, Microsoft Visual C++, Visual Basic) buvo pasirinkta **Borland C++ Builder 6**, kaip: programavimo sistema, naudojanti objektinio programavimo metodus; efektyvi patogiai sąsajai su vartotoju kurti. Šia objektine kalba parašytos programos lengvai tobulinamos, lengvesnis klaidų taisymas.

Pastaroji priežastis labiausiai įtakojo sistemos pasirinkimą. Taip buvo nuspręsta ir atlikus duomenų struktūros planavimą. **Objektinis programavimas** – tai toks programavimo būdas, kai programa kuriama kaip rinkinys tarp savęs sąveikaujančių objektų, kurių kiekvienas priklauso tam tikrai klasei, o klasės sudaro hierarchiją. Tokio pobūdžio programos lengva plėsti ar perdirbti, patobulinti reikiama linkme. Todėl kiekvienas profesionalus programuotojas, ar bent jau siekiantis tokiu tapti, kuria programas objektiškai orientuotomis kalbomis, kad rašant kitas panašaus pobūdžio programas, būtų galima nesunkiai gauti reikiamą rezultatą pasinaudojant jau parašytomis klasių bibliotekomis.

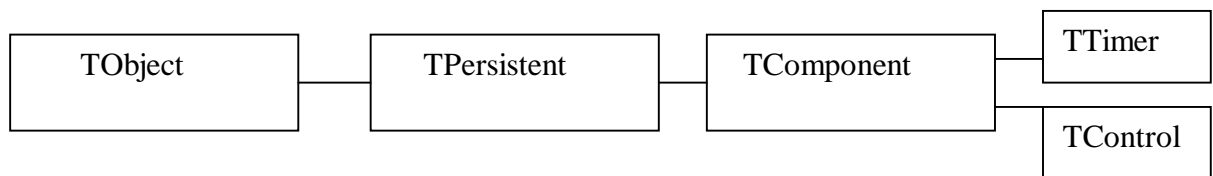
Kas liečia objektinį sistemos projektavimą, verta paminėti **UML** (unified modeling language) – tai objektinio modeliavimo standartas. Objektiškai orientuoto projektavimo procesas susideda iš šių etapų:

- Apibrėžtiamas kontekstas ir būdai kaip naudojama sistema, t.y. reikia suprasti ryšius, tarp projektuojamos programinės įrangos ir jos aplinkos.
- Sistemos kontekstas – statinis modelis, kuris aprašo kitas aplinkos sistemas (posistemų modelis).
- Sistemos naudojimo modelis - dinaminis modelis, kuris aprašo kaip sistema sąveikauja su jos aplinka (panaudojimo atvejų diagramos).
- Suprojektuojama sistemos architektūra.
- Identifikuojami principiniai sistemos objektai.
- Sukuriami projekto modeliai (projektavimo modeliai parodo objektus, jų klases ir ryšius tarp šių esybių).
- Specifikuojamos objektų sąsajos.

Kai kuriais atvejais netgi įmanoma sugeneruoti programą ar programos fragmentą iš informacijos, pateiktos sistemos modelyje. Kodo generatoriai, kurie yra pateikiami analizės ir projektavimo rinkinyje gali sugeneruoti kodą tokioje kalboje, kaip Java, C, C++. Tačiau modeliai praleidžia smulkias detales, kodų generatorius gali nesugebėti sugeneruoti visą sistemą. Tam tikras rankinis kodavimas yra dažnai reikalingas tam, kad sugeneruota sistema būtų užbaigta. Tokie įrankiai, kaip “RationalRose” ar “MagicDraw” darbą padaro patogų tarp programuotojų, jei jie kartu sąveikauja kuriant vieną galingą sistemą. Šio darbo atveju UML modeliavimo standartas užimtų nemažai laiko, bet padarytą sistemą aiškesnę, suprantamą bet kuriam programuotojui. Plečiant darbą iki galingos sistemos, UML standartas jau beveik neišvengiamas profesionaliam darbui.

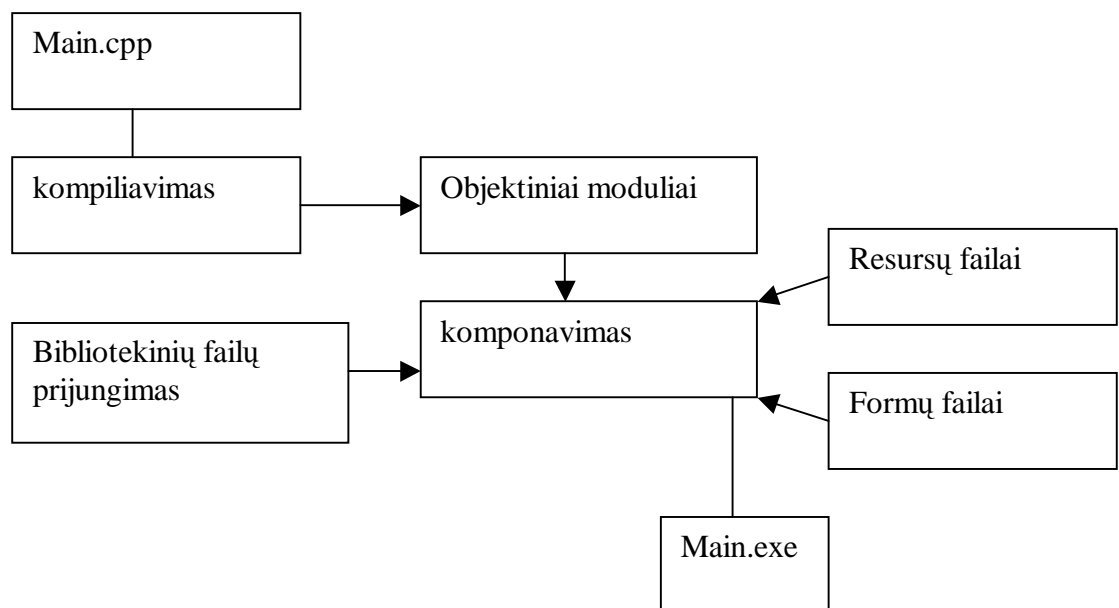
**VCL** (Visual Component Library) pagrindas – savybių, metodų, įvykių koncepcija. **Borland C++ Builder** maksimaliai išnaudoja objektinio programavimo paveldėjimo mechanizmą, t.y. klasių rinkinys turi griežtą hierarchinę struktūrą. Bazinė klasė TObject. Joje yra klasės ir metodai bendri visiems objektams. TComponent – komponentinių objektų rėmas, klasės ir metodai užtikrina visų komponentų bendrą elgesį:



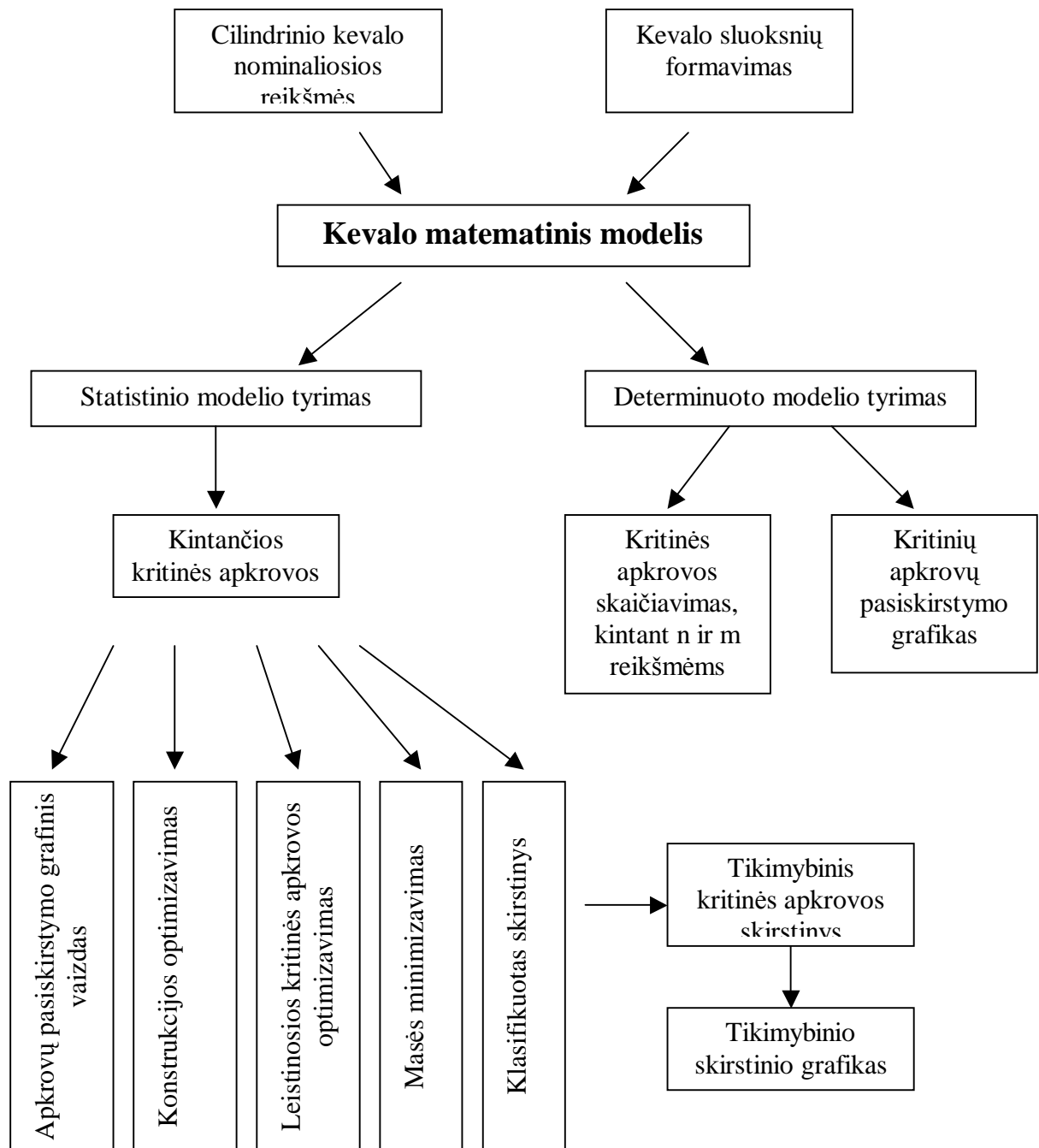


**4 pav.** Klasių paveldėjimo diagrama

Nagrinėjamo pobūdžio modeliai pagrįsti sudėtingais matematiniais skaičiavimais: darbas su matricomis, simbolinis diferencijavimas. Deja, standartinė C++ Builder sistemos “math.h” biblioteka negali pasiūlyti visų reikiamų galimybių. Kaip minėta anksčiau, sudėtingiems matematiniais uždaviniams spręsti (simbolinis diferensijavimas ir pan.) yra skirtos kompiuterinės matematinės sistemos. Tačiau šiame darbe aktualus ir darbas su matricomis. Žinoma, C++ kalboje tai įmanoma gana nesunkiai realizuoti, tačiau kiekvieno programuotojo darbą palengvina jau egzistuojančių įrankių pritaikymas. Darbe pasinaudota MATLAB sistemos biblioteka “MatLab C++ Math Libary”, kuri kupina funkcijų darbui su matricomis bei vektoriais. Tad vykdant programos organizaciją buvo įkomponuotos MatLab sistemos bibliotekos (matrix.h, mat.h, matlab.h).



**5 pav.** Taikomosios programos organizacija



**6 pav.** Sistemos modelio veikimo schema

Apjungus determinuoto modelio perdirbimą į statistinį, sąryšius tarp jų, bandrą sistemos modelio veikimo principą iliustruoja **6 pav.**

### 3.3 Vartotojo sąsajos projektavimas.

**Borland C++ Builder 6** programinis paketas suteikia galimybę lengvai projektuoti meniu, langus, mygtukus ir t.t. Šios sistemos paskirtis – kurti nedideles taikomojo pobūdžio programas. Svarbiausius meniu punktus yra galimybė išdėstyti programos panelėje. Iš ten jie pasiekiami greičiau, negu per pagrindinį meniu. Taigi pasinaudojus **Borland C++ Builder 6** teikiamomis galimybėmis, vartotojui naudotis programa turi būti paprasta ir nesudėtinga.

Projekto tikslas yra sukurti programą, imituojančią cilindrinio kevalo pagal suformuotus parametrus statistinį modeliavimą. Kad tai būtų galima kokybiškai atlikti, vartotojo sąsaja turi būti nesudėtingai valdoma, kad vartotojui nereikėtų ypatingų įgūdžių dirbti su ja. Programa turi leisti vartotojui pasirinkti:

- Kevalo sluoksnių skaičių (3-5);
- Armuojančiojo sluoksnio armavimo kampas;
- $m$  ir  $n$  bangelių skaičių kitimo intervalus;
- apskaičiuoti determinuoto modelio kritinės apkrovos parametras;
- statistiškai modeliuoti kevalo būseną, laisvai parenkant atsitiktinio pobūdžio parametrus;
- keisti dispersijas;
- optimizuoti konstrukciją veikiant atsitiktinei apkrovai;

Nutarta programą projektuoti taip, kad visi skaičiavimai būtų atliekami nuosekliai, t.y. nebūtų galima atlikti statistinio modeliavimo prieš tai nesuformulavus determinuoto kevalo modelio. Vaiksmu seka turėtų sekti:

- Kevalo elementaraus sluoksnio formavimas;
- Sluoksnio formavimas keičiant armavimo kampą;
- Determinuoto modelio tyrimas;
- Leistinosios kritinės apkrovos optimizavimas;
- Konstrukcijos optimizavimas pagal parametrus;
- Konstrukcijos optimizavimas veikiant atsitiktinei ašinei apkrovai .

Papildomos galimybės:

- Darbas vienu metu su keliais projektais (**Multiple Document Interface Application**);
- Galimybė išsaugoti duomenis;

- Grafinis tyrimas determinuoto ir statistinio modelio tyrimas;
- Apsauga nuo klaidingų duomenų

#### Eksploatavimo reikalavimai

- Kliento kompiuterio konfigūracija: Pentium II procesorius, 64 MB RAM,

Reikalavimai vartotojui:

- Mokėti naudotis minimaliai kompiuteriu;
- Suprasti kevalo konstravimo bei statistinio modeliavimo esmę.

Reikalavimai programinei įrangai:

- Projektas turi veikti be jokių sutrikimų;
- Vartotojo klaidos neturi sukelti programos kritinės būsenos.

#### Nenumatyti atvejai projektavimo metu

Projektavimo rezultatų nedidelių neatitikimų tikimybė pakankamai didelė, nes statistinis modeliavimas iššaukia nedideles paklaidas. Modeliavimo imtis – 1000 – pakankamai maža, nes ties kiekvienu Monte – Karlo žingsniu reikalingi perskaičiavimai. Jei kompiuteris šiek tiek silpnesnis, prie didesnio iteracijų skaičiaus jis tiesiog “pakibtų”.

#### Pradinių duomenų įvedimas

Pradiniai duomenys (medžiagų koeficientai, tamprumo moduliai) yra išrenkami iš pateiktų variantų laukelių pagalba. Tada vartotojui nėra galimybės įvesti neteisingų reikšmių, tai panaikina klaidingų duomenų įvedimo galimybę programoje. Kai kurios reikšmės turi būti galimos visiškai keičiamos su pilna vartotojo atsakomybe.

#### Rezultatų atvaizdavimas

Rezultatai turi būti perskaičiuojami ir išvedami į ekraną kiekvieną kartą, kai yra paspaustas paleidimo mygtukas. Rezultatų reikšmės turi būti saugomos iki tol, kol nebus veiksmas modeliuojamas iš naujo. Rezultatai turi būti atvaizduojami vartotojo sąsajoje tekstinių laukų (text, label, memo) ar grafiniu pavidalu.

#### Kiti sprendimai

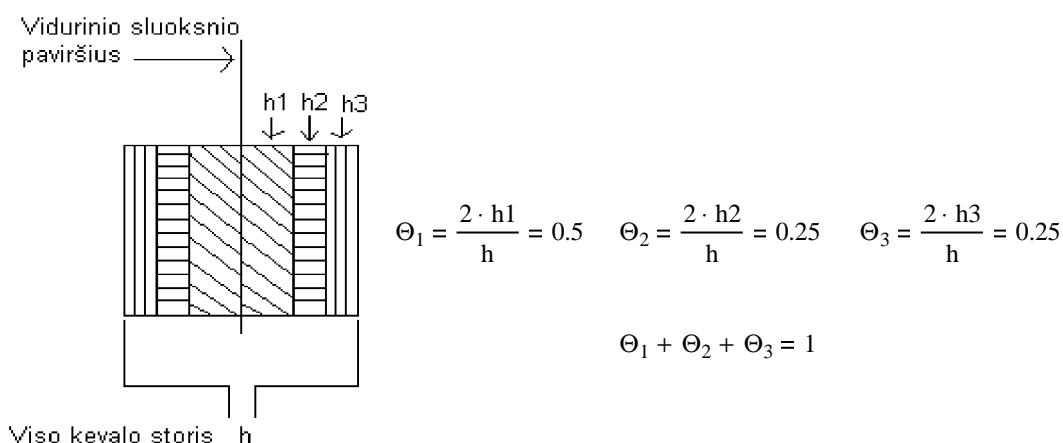
Nuspręsta, kad vartotojui sukūrus naują dokumentą būtų pateikiamos reikšmės pagal nutylėjimą. Jei pateikti pradiniai duomenys vartotojo netenkina, jis turi galimybę juos keisti savo nuožiūra.

## 4. Tyrimo rezultatai

### 4.1 Cilindrinio kevalo formavimas.

Skaitiniuose pavyzdžiuose dažniausiai nagrinėjami cilindriniai kevalai, kurių kompozitinė medžiaga sudaryta iš trijų sluoksnių. Projekte sudaryta galimybė formuoti kevalą ir iš 4 ar 5 kompozitinių sluoksnių, tačiau tokios kompozitinės struktūros sudėtingesnis konstravimas. Tarkime cilindrinio kevalo, sudaryto iš trijų sluoksnių, medžiagos struktūra turi tenkinti tokas sąlygas:

1. Kevalą sudarantys sluoksniai išdėstyti pagal storį ir simetriškai vidurinio sluoksnio paviršiaus atžvilgiu;
2. Santykiniai sluoksnių skaičiai atitinkamai lygūs 0.25, 0.5 ir 0.25:



### 7 pav. Suformuoto kevalo struktūra

3. Visų trijų tipų sluoksneliai armuoti atitinkamai  $0$ ,  $\frac{\pi}{4}$  ir  $\frac{\pi}{2}$  laipsnių kampais.

Pagal kevalų teoriją, kompozitinės medžiagos struktūrą galima išreikšti medžiagos standumų koeficientų priklausomybe:

$$A_{11} = A_{22}$$

$$A_{12} + 2 \cdot A_{33} = A_{11}$$

Pastaba: norint pratestuoti programą, atsiverkite projektą su testiniais duomenimis, kurio kelias “test\_duomenys\\test.cln”.

## 4.2 Kritinės apkrovos parametro skaičiavimas

Duoti testiniai pradiniai duomenys:

$E_a=4.2$ ,  $E_r=0.035$ ,  $\nu_a=0.21$ ,  $\nu_r=0.33$ ,  $\mu=0.5$ ,  $m=4$ ,  $n=5$ ,  $h=1.55$ ,  $R=45$ ,  $L=100$ .

Gaunami rezultatai:

elementaraus sluoksnio standumai:  $A_{11}=0.212318$ ,  $A_{12}=0.02102$ ,  $A_{22}=0.077$ ,  $A_{66}=0.038$ ,

kevalo standumai konstruojant optimaliai:  $A_{11}=0.84999$ ,  $A_{12}=0.27154$ ,  $A_{22}=0.84999$ ,  
 $A_{66}=0.28922$ ,

kritinė apkrova:  $KRAP=0.0248768$ ;

DIMENSIJOS:

$E_a = 420$ ; GPa;  $E_r = 3.5$  GPa;  $R = 45$  cm.;  $L = 100$  cm.;  $h = 1.55$  cm.;

$A_{ij} = A_{ij} * 100$  GPa ( $i, j = 1, 2, 6$ );  $KRAP = 2,50462$  MN/m.

DETERMINUOTO KEVALO MODELIO ANALIZĖ.

Daugiausiai skaičiavimų buvo atlikta su testavimui skirtais pradiniais duomenimis. Buvo stebima, kaip kinta rezultatai, keičiant santykinius sluoksnių skaičius bei armavimo kampus. Atlikus daugiau tyrimų paaiškėjo, kad pavojingiausia cilindrinio kevalo, suformuoto pagal testinius duomenis, būseną (kai prie mažos KRAP cil. kevalas praranda pastovumą) yra prie tokių  $m$  ir  $n$  (čia bangelių skaičiai) reikšmių :

kai  $m = 7$ ,  $n = 0$ ,  $KRAP = 0.0250052$ ;

kai  $m = 6$ ,  $n = 3$ ,  $KRAP = 0.0250224$ ;

kai  $m = 7$ ,  $n = 1$ ,  $KRAP = 0.0250239$ ;

kai  $m = 4$ ,  $n = 5$ ,  $KRAP = 0.0250462$ .

Nepavojingiausia kevalo būseną gaunama su šiomis  $m$  ir  $n$  reikšmėmis:

kai  $m = 4$ ,  $n = 0$ ,  $KRAP = 0.04145$ ;

kai  $m = 4$ ,  $n = 2$ ,  $KRAP = 0.03474$ ;

kai  $m = 5$ ,  $n = 0$ ,  $KRAP = 0.030399$ ;

kai  $m = 5$ ,  $n = 1$ ,  $KRAP = 0.029737$ .

Šis tyrimas atliktas kai  $m$  kinta intervale nuo 4 iki 7, o  $n$  nuo 0 iki 5.

### 4.3 Stochastinio uždavinio statistinė analizė. Leistinosios kritinės apkrovos optimizavimas

Kritinė apkrova gali būti optimizuojama pagal tokius parametrus:

Armuojančiojo pluošto tamprumo modulis;  
Rišamosios medžiagos tamprumo modulis;  
Armuojančiojo pluošto Puasono koeficientas;  
Rišamosios medžiagos Puasono koeficientas;  
Tūrinis medžiagos armavimo koeficientas;  
Kevalo storis;  
Spindulys;  
Cilindro aukštis.

Panagrinėkime pavyzdį – tarkime, atsitiktinio pobūdžio parametras – kevalo storis. Atliekant keletą skaičiavimų atitinkamai keičiant storio reikšmės dispersiją bei tikimybę gauname tokias reikšmes:

1 lentelė

#### Kritinės apkrovos priklausomybė nuo dispersijos ir tikimybės

Kevalo storis (cm)	dispersija	Tikimybė	Optimizuota kr. apkrova
1,55	0,02	0,9	0,06799
1,55	0,03	0,9	0,07599
1,55	0,04	0,9	0,09
1,55	0,01	0,9	0,02399
1,55	0,01	0,8	0,024
1,55	0,02	0,8	0,159

Imant cilindrinio kevalo aukštį kaip nominalą, gauti tokie rezultatai:

2 lentelė

**Kritinės apkrovos parametrai, kai cilindro aukštis - atsitiktinis dydis**

Cilindro aukštis (cm)	dispersija	Tikimybė	Optimizuota kr. apkrova
45	0,02	0,9	0,02399
45	0,03	0,9	0,02399
45	0,04	0,9	0,02399
45	0,01	0,9	0,02399
45	0,01	0,8	0,02400
45	0,02	0,8	0,02400

Imant cilindrinio kevalo spindulį kaip nominalą, gauti tokie rezultatai:

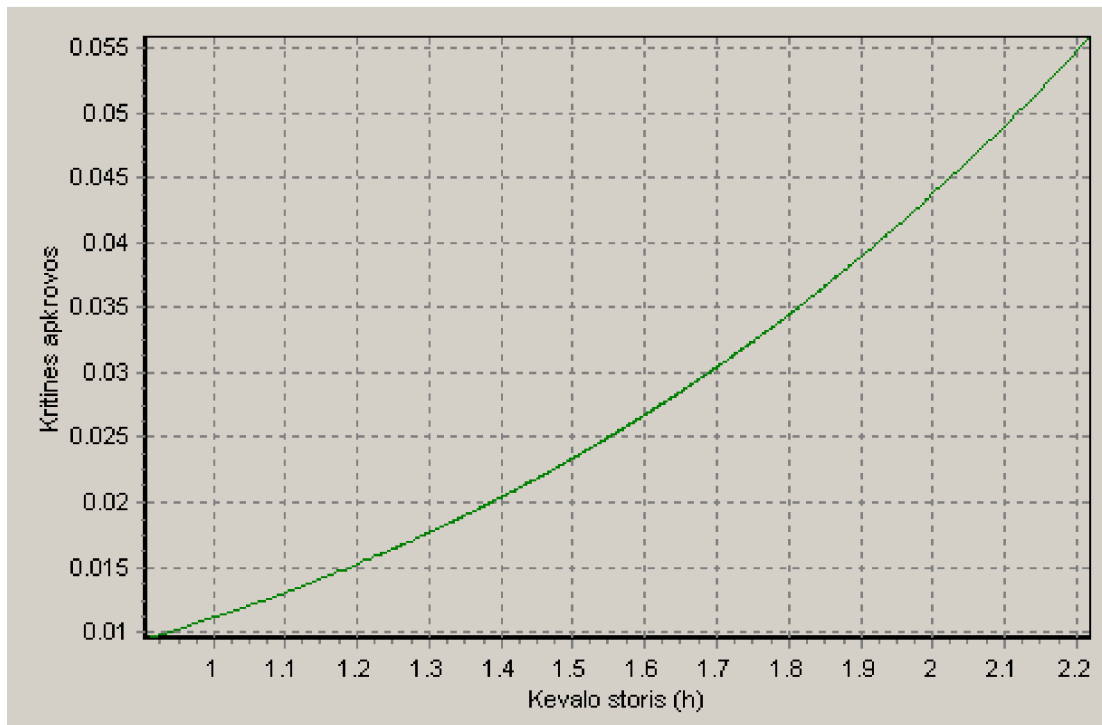
3 lentelė

**Kritinės apkrovos kitimas, kai spindulys – atsitiktinis dydis**

Cilindro spindulys (cm)	dispersija	Tikimybė	Optimizuota kr. apkrova
100	0,02	0,9	0,02399
100	0,03	0,9	0,02399
100	0,04	0,9	0,02399
100	0,01	0,9	0,02399
100	0,01	0,8	0,02400
100	0,02	0,8	0,02400

Jau iš šių rezultatų, pateiktų lentelėse matome, kad labiausiai kevalo kritinę apkrovą įtakoja storis. Kritinės apkrovos priklausomybė nuo storio pavaizduojama 8 paveiksle:





**8 pav.** Kritinės apkrovos priklausomybė nuo kevalo storio

Šis atvejis ypač būdingas gamybos procesui: kadangi gamybos procese nukrypimai nuo nominalinių reikšmių labiausiai tikėtini gana maži, todėl visais atvejais imtos mažos dispersijos. Rezultatai rodo, kad ir nežymus nuokrypis nuo nominalios kevalo storio reikšmės gali turėti palyginti didelę reikšmę kevalo pastovumui. Tuo tarpu gamybos procese atsiradę cilindrinio kevalo aukščio bei spindulio reikšmių nuokrypiai tokios didelės įtakos kevalo pastovumui neturės.

#### **4.4. Konstrukcijos parametrų optimizavimas.**

Dažnai projektuojant realias konstrukcijas prireikia žinių, kiek gali vieni ar kiti parametrai būti minimalūs ar maksimalūs, neprarandant konstrukcijos patikimumo prie duotų parametrų. Šiame darbe tokioms problemoms spręsti tokia galimybė įgyvendinta. Maksimizuoti ar minimizuoti galima tokius kevalo parametrus:

- Kevalo storis;
- Cilindro spindulys;
- Cilindro aukštis.

Pavyzdžiui, tegul numatomi cilindrinio kevalo pradiniai parametrai bus tokie:

$E_a=4.2$ ,  $E_r=0.035$ ,  $v_a=0.21$ ,  $v_r=0.33$ ,  $\mu=0.5$ ,  $m=4$ ,  $n=5$ ,  $h=1.55$ ,  $R=45$ ,  $L=100$ .

Iš šio determinuoto kevalo modelio išskaičiavus kritinę apkrova bus 0.0248768;

Įvykdžius skaičiavimus matome, kad išlaikant tokią pačią kevalo galimą atlaikyti kritinę apkrovą cilindrinio kevalo parametrai gali būti tokie:

Minimalūs:

$h$  (storis) =1,507;

$L$  (aukštis) =99,536;

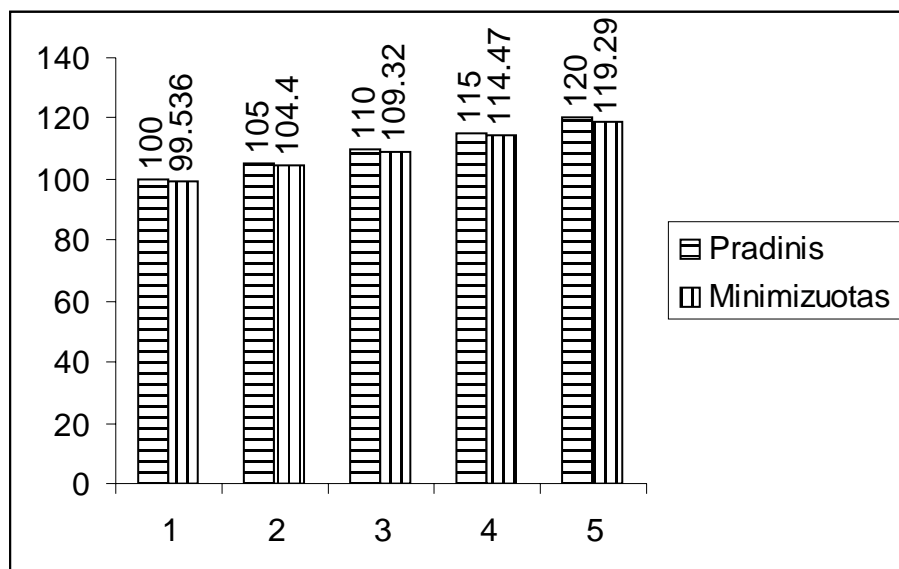
$R$  (spindulys) =44,449;

Maksimalūs:

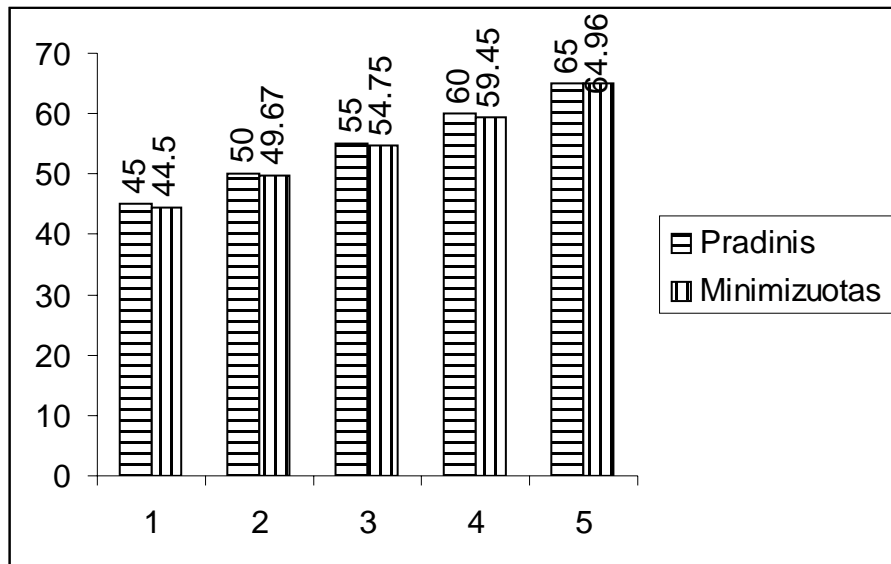
$h$  (storis) =1,6727;

$L$  (aukštis) =100,469;

$R$  (spindulys) =45,577.



**9 pav.** Minimizuotas aukštis, išliekant tam pačiam kritinės apkrovos parametrai



**10 pav.** Minimizuotas spindulys, išliekiant tam pačiam kritinės apkrovos parametrai

Iš gautų rezultatų matome, kad skirtumai nėra nežymūs. Atlikus daug skaičiavimų paaiškėjo, kad cilindrinio kevalo nagrinėtų parametru išmatavimai gali svyruoti net iki 0.5%, konstrukcijai neprarandant galimos atlaikyti apkrovos. Tai ypač aktualu pramonėje.

#### 4.5. Konstrukcijos optimizavimas veikiant atsitiktinei ašinei apkrovai.

Konstrukcijos optimizavimo uždaviniai gali būti sprendžiami pagal keletą kriterijų. Šiame darbe keliamas masės minimizavimo uždavinys – rasti tokią minimalią kevalo masę, kad konstrukcijos kritinės apkrovos parametras su duota tikimybe būtų ne mažesnis už veikiančią atsitiktinę apkrovą. Panagrinėkime šį uždavinio sprendimo atvejį. Keičiant įvairias reikšmes, turime rezultatų lentelę:

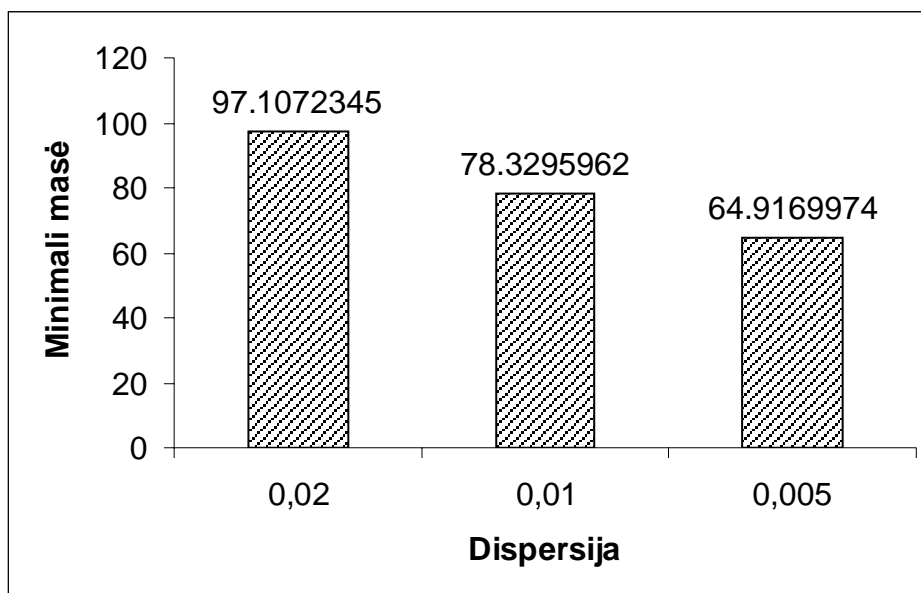
4 lentelė

**Minimizuojama kevalo masė veikiant atsitiktinei apkrovai**

Veikianti apkrova	Veik. apkr. dispersija	Tikimybe	Minimali kevalo masė
0.0248	0.02	0.9	97.1072345365871
0.0248	0.02	0.99	126.614958303672
0.0248	0.02	0.999	133.589509682379

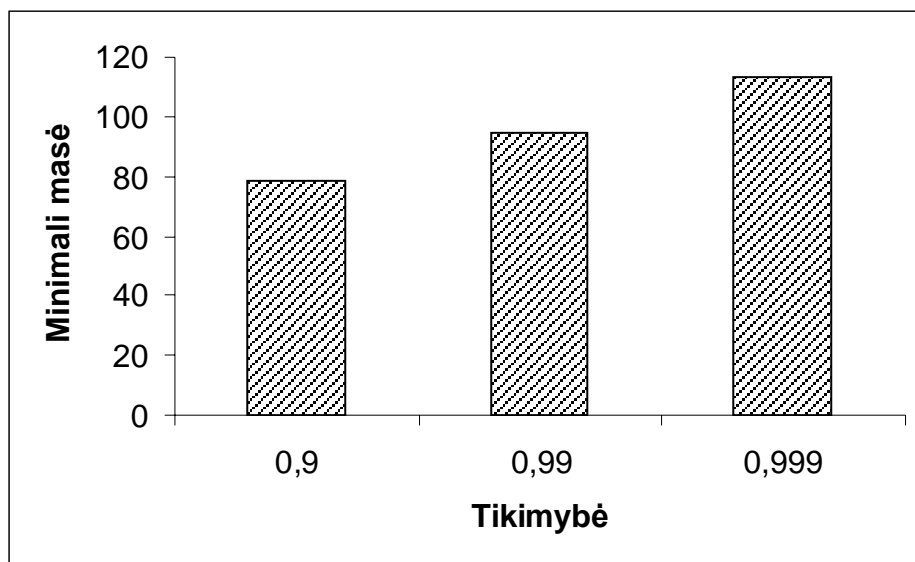
0.0248	0.01	0.9	78.3295962092985
0.0248	0.01	0.99	94.4247147755459
0.0248	0.01	0.999	113.202359498466
0.0248	0.005	0.9	64.9169974040924
0.0248	0.005	0.99	72.9645566872161
0.0248	0.005	0.999	84.2311396835892

Iš 4 lentelės matome, kad minimali kevalo masė nenumaldomai didėja atitinkamai didinant veikiančios apkrovos dispersiją ar tikimybę, kuri nusako, kad kritinės kevalo apkrovos parametras nebus didesnis už veikiančiąją apkrovą.



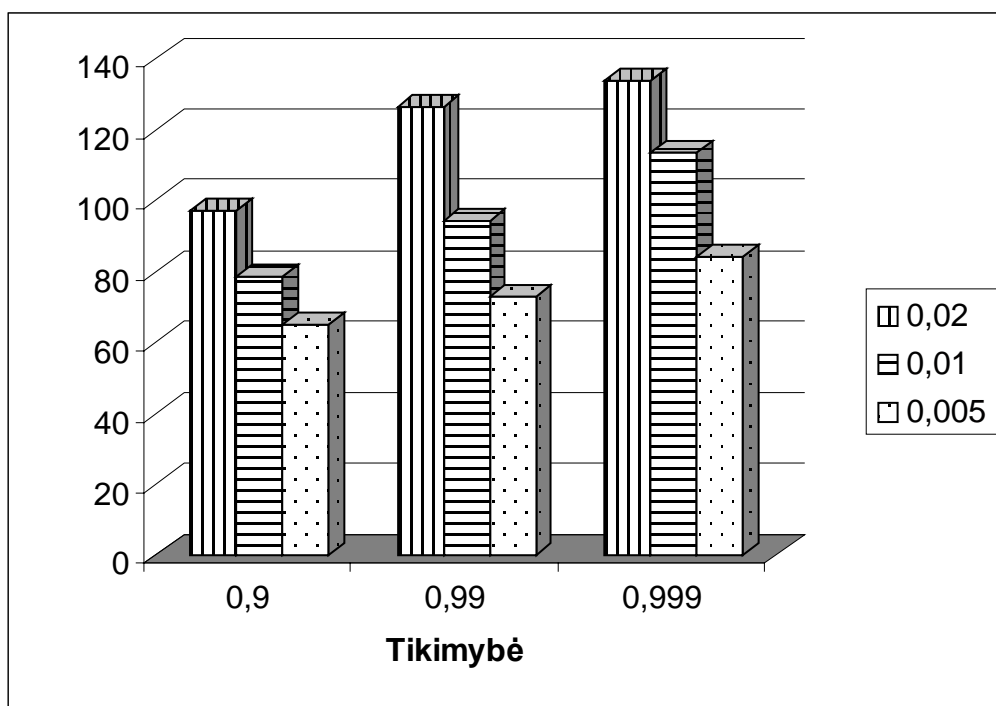
**11 pav.** Minimali kevalo masė keičiant veikiančios apkrovos dispersiją

Matome, jog mažinant apkrovos dispersiją minimali masė taip pat mažėja. Šis faktas logiškai paaiškinamas. Jei atsitiktinės veikiančios apkrovos išsisklaidymas didelis, tai masė turi būti kiek galima didesnė. Jei sklaida nedidelė, tai nėra būtina reikšmingai didinti masę.



**12 pav.** Minimali kevalo masė keičiant tikimybę

Iš grafiko akivaizdu, kad minimali kevalo masė didėja, didėjant tikimybei. Tad galime teigti, jog tarp tikimybės ir kevalo masės egzistuoja priklausomybė.



**12 pav.** Minimali kevalo masė prie duotų tikimybų ir dispersijų

Matome, kad prie tos pačios tikimybės mažėjant dispersijai atitinkamai didėja minimali kevalo masė ir atvirkščiai. Taip pat prie tos pačios dispersijos nors ir nežymiai didinant veikiančios kevalą apkrovos neviršijimo tikimybę minimali kevalo masė ryškiai didėja. Ši

priemonės galimybė leidžia praktikams modeliuoti cilindrių kevalų patikimumą siekiant gauti minimalią masę laikant, kad galimas konstrukcijos veikiančios apkrovos pasiskirstymas yra žinomas.

## 5. Išvados

Sukurta programinė – inžinerinė priemonė, kuria pasinaudojus galima:

1. Apskaičiuoti kevalo standumo matricos elementus prie bet kokių armavimo pluošto įdėjimo kampų ir santykinių sluoksnių skaičiaus. Cilindrinio kevalo medžiaga gali būti sudaryta iš 3, 4 ar 5 sluoksnių;
2. Apskaičiuoti cilindrinio kevalo kritinės apkrovos parametą, kai kevalas sudarytas iš 3, 4 ar 5 sluoksnių, kuriuose armuojama medžiaga gali būti armuota įvairiais kampais;
3. Atlikti determinuoto kevalo modelio kritinės apkrovos priklausomybės nuo bangelių skaičių  $m$  ir  $n$  tyrimą. Taip galima rasti pavojingiausias cilindrinio kevalo būsenas.
4. Pritaikytas statistinio modeliavimo metodas stochastinių kevalo uždavinių sprendimui:
  - leistinosios ribinės kevalo apkrovos optimizavimui;
  - kevalo optimizavimui pasirenkant atsitiktinio pobūdžio parametrus;
  - kevalo optimizavimui veikiant atsitiktinei apkrovai;
  - sudaryta galimybė įvertinti konstrukcijos patikimumui.

Tyrimo metu išanalizuota, kad esant nedidelių nominaliųjų reikšmių nuokrypių galimybėms kritinė kevalo apkrova labiausiai priklauso nuo kevalo storio. Kad būtų ryškus kritinės apkrovos priklausomumas nuo cilindrinės konstrukcijos aukščio arba spindulio, dispersijos turi būti pakankamai didelės, o tai projektuojant realias konstrukcijas beveik nepasitaiko. Nustatytas labai ryškus minimalios masės priklausomumas nuo veikiančios kevalą apkrovos atsitiktinumo. Skaičiavimų rezultatai parodė taikyto optimizavimo modelio pakankamą tinkamumą taikyti praktikoje – prognozuojant ar įvertinant konstrukcijos patikimumą. Sukurta programinė priemonė gali ir toliau būti sėkmingai plėtojama pritaikant kitokio pobūdžio konstrukcijų optimizavimui ir kitų uždavinių sprendimui.

## LITERATŪRA

1. Bielewicz E., Górski J. (2002). Konstrukcijų su defektais patikimumas - paprasti netiesiniai modeliai // Journal of civil engineering and management. Vilnius: Technika, 2002, Vol VIII, No2. P. 83-87.
2. Binder K., Herrmann D. W. (1988). Monte – Carlo simulation in statistical physics, Springer. Berlin.
3. Funkcions of statistics toolbox [žiūrėta 2004-11-12]. Prieiga per internetą: <<http://www.mathworks.com>.
4. Funkcions of statistics toolbox [žiūrėta 2004-12-08]. Prieiga per internetą: <<http://www.matlab.com>.
5. Капнейстер А. К., Талирн В. П., Тетерс Г. А. (1980). Сопротевление полимерных и композитных материалов, Зинатне.Рига.
6. Klova E. (2002), Gniuždomo cilindrinio kevalo iš kompozitinės medžiagos kritinės apkrovos skaičiavimas, Bakalauro darbas. Šiauliai.
7. Lukoševičius R. (1999). Atsitiktine ašine apkrova gniuždomų cilindriųjų kompozitinių kevalų masės minimizavimas // Mechanika, NR.1(16). P. 5 –9.
8. Рикардс Р. Б., Нарусберг В. Л. (1980). Оптимизация оболочек из слоиства композитов, Зинатне. Рига.
9. Statinių konstrukcijų mokslo vystymasis Lietuvoje: tyrimai ir praktika [žiūrėta 2004-11-12] Prieiga per internetą: <http://www.lms.lt/mks/sekcijos/technologiniai>.
10. Соболев, И. М. (1985). Метод Монте – Карло, Наука. Москва. Mechanika – 2003 [žiūrėta 2004-11-12]. Prieiga per internetą: <http://neris.mii.lt/mt/straipsniai/200305/mechanika>.



## **PRIEDAI**

### **Kai kurie kevalo statistiniai skaičiavimai “Maple” sistema**

Prieduose pateiktas failas “stat\_modelis.mws” – kai kurie statistiniai skaičiavimai Maple sistema. Žiūrėti CD laikmenoje.

### **Kai kurie kevalo statistiniai skaičiavimai “MathCad” sistema**

Prieduose pateikti failai “stat\_modelis.mcd” ir “stat\_modelis1.mcd” – kai kurie statistiniai skaičiavimai “MathCad” sistema. Žiūrėti CD laikmenoje.

## **Žynynas**

Prieduose pateikti failai “Zynynas.doc” ir “Zynynas.pdf” – pagrindiniai programos funkcijų aprašymai. Žiūrėti CD laikmenoje.

### **Naudojamos “MatLab” bibliotekos**

Prieduose pateiktas naudojamų veiksmų su matricomis “Matlab” sistemos bibliotekų katalogas “Naudojamos\_matlab bibliotekos”. Žiūrėti CD laikmenoje.