ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS
TECHNOLOGIJOS FAKULTETAS
MECHANIKOS INŽINERIJOS KATEDRA

Sergejus Uzėla

STAČIAKAMPIO SKERSPJŪVIO ELEMENTŲ TAMPRIAI PLASTINIO GRYNOJO LENKIMO TYRIMAS

MAGISTRO DARBAS

Vadovas

dr. S. Rimovskis

ŠIAULIAI, 2005

ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS
TECHNOLOGIJOS FAKULTETAS
MECHANINĖS TECHNOLOGIJOS KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas
Z. Ramonas

2005 06

STAČIAKAMPIO SKERSPJŪVIO ELEMENTŲ TAMPRIAI PLASTINIO GRYNOJO LENKIMO TYRIMAS

MAGISTRO DARBAS

Atliko

MM3 gr. stud.

2005 06 S. Uzėla

Vadovas

dr. S. Rimovskis

2005 06

Recenzentas

ŠU Technologijos fakulteto

Mechanikos inžinerijos

katedros

doc. dr. R. Šniuolis

2005 06

ŠIAULIAI, 2005

Uzėla S. Research of rectangular cross-section elements under elastic plastic pure bending: Master thesis of mechanical research advisor dr. S. Rimovskis; Šiauliai University, Technological Faculty, Mechanical Engineering Department. - Šiauliai 2005. - 44p.

SUMMARY

In real conditions, a great majority of machine and structure elements and parts (shafts, pins, axis, etc.) are subjected to bending. That's why the study of elastic plastic bending has a wide engineering science background and a very broad field of application.

This work presents analytical research of elastic plastic pure bending of rectangular cross-section element. The simple power relation expresses stress strain curve in the region of uniform plastic deformation.

Derived mathematical relations allow to calculate deviation of dimensionless stress neutral axis from symmetry axis of an element and dimensionless pure bending moment versus monotonic strain. Theoretical curves for different material constants are drawn.

Theoretical curves of dimensionless pure bending moment give tolerable coincidence with experimental date. Derived relationships can be also fitted to analysis of rectangular cross-section element loaded by low cycle pure bending.

TURINYS

LENTELIŲ SĄRAŠAS

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

ĮVADAS

Lenkimas – tai vienas iš dažniausiai pasitaikančių apkrovimų tipų įvairių mašinų ir mechanizmų detalėse ir mazguose. Neretai tokias detales veikia cikliškai pasikartojančios apkrovos. Tokiu atveju, jei įtempimai viršija proporcingumo ribas (mažaciklis apkrovimas), gali žymiai sumažėti įrengimų patikimumas ir ilgaamžiškumas.

Tampriai plastinio grynojo lenkimo analitiniai ir eksperimentiniai tyrimai gali turėti praktinį pritaikymą projektuojant naujas mechanines sistemas ar nustatant tokių sistemų patikimumo ir ilgaamžiškumo rezervus.

Stačiakampio skerspjūvio strypo apkrauto mažacikle lenkimo apkrova teorinius ir eksperimentinius skaičiavimus atliko M. Daunys [1]. Šiame darbe, autorius, tyrė lenkiamo stačiakampio skerspjūvio strypo įtempimų neutralaus sluoksnio poslinkius elemento skerspjūvio simetrijos ašies atžvilgiu ir lenkimo momentų priklausomybę nuo didžiausios deformacijos, taikant tiesinę deformavimo diagramos plastinės dalies aproksimaciją. Buvo palyginti skaičiavimų ir eksperimentinių tyrimų duomenys. Apvalaus skerspjūvio elementų , apkrautų statine ir cikline apkrova, skaičiavimai pateikti [2-4] darbuose.

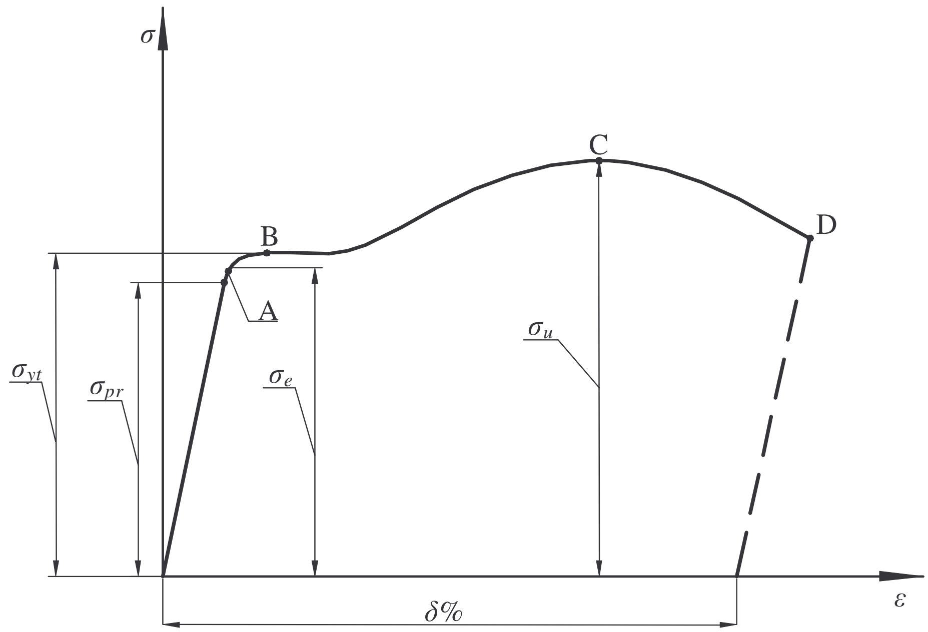
Kiti autoriai tyrė įtempimų prieaugį, strypo skerspjūvyje, esant sudėtinei sukimo – grynojo, bei gembinio lenkimo apkrovai [5-7].

Mūsų darbe atliekami grynuoju lenkimu apkrauto stačiakampio skerspjūvio strypo analitiniai tyrimai, kai deformacijos viršija tampriąją sritį. Deformavimo diagramos plastinės dalies kreivė suscheminama panaudojus laipsninę funkciją.

1. STATINIO TEMPIMO IR GNIUŽDYMO DIAGRAMŲ APROKSIMAVIMAS

1.1. Deformavimo diagramos charakteringi taškai

Tempimo diagrama charakterizuoja medžiagos savybes, ji gaunama atidėjus koordinačių ašyse σ ir ε reikšmes, gautas bandymo metu 1.1.1. pav. [8].

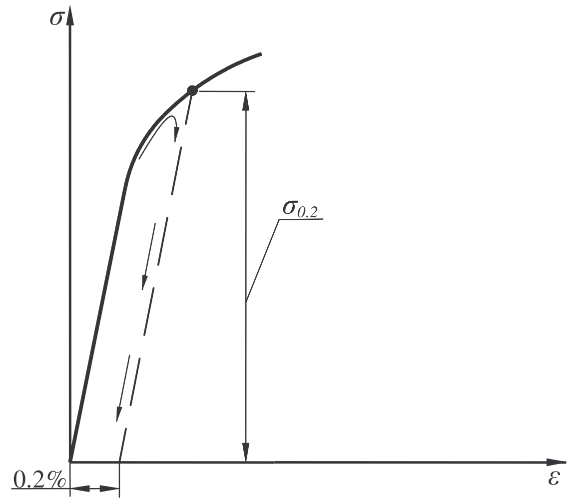


1.1.1. pav. Statinio tempimo diagrama

Didžiausias įtempimas, iki kurio medžiaga nenukrypsta nuo Huke‘o dėsnio vadinamas proporcingumo riba (σ_{pr}).

Proporcingumo riba priklauso nuo to tikslumo, kurio pradinį diagramos ruožą galima laikyti tiese. Kreivės $\sigma = f(\varepsilon)$ atsilenkimą nuo tiesės $\sigma = E\varepsilon$ nustato kampas, kurį sudaro diagramos liestinė su ašimi σ. Huko dėsnio galiojimo ribose šio kampo tangentas išreiškiamas dydžiu $\frac{1}{E}$. Proporcingumo riba būna pasiekta, kai santykis $d\varepsilon / d\sigma$ pasidaro 50% didesnis už *1/E.* Medžiaga lieka tampri iki įtempimo vadinamo tamprumo riba.

Tamprumo riba (σ_e) vadinamas didžiausias įtempimas, iki kurio medžiagoje neatsiranda liekamųjų deformacijų. Tamprumo ribą atitinkanti liekamoji deformacija dažniausiai imama lygi $\varepsilon_{pl} = 0.001 \div 0.005\%$. Pagal tai kokia liekamoji deformacija pasirinkta, tamprumo riba žymima $\sigma_{0.001}$ arba $\sigma_{0.005}$. Tamprumo ir proporcingumo ribos sunkiai nustatomos.



1.1.2.pav. Nukrovimo liekamoji deformacija

Takumo riba σ_{yt} vadinamas įtempimas, kurį pasiekus, deformacijos didėja, nedidinant apkrovos. Kai diagramoje nėra aiškiai išreikštos takumo aikštelės, takumo riba sąlyginai imama lygi įtempimui, kurį pasiekus, liekamoji deformacija pasidaro lygi 0,2% 1.1.2pav. Zona *AB* vadinama takumo aikštele, kurioje bandinys gana daug pailgėja, kai apkrova beveik nekintanti. Takumo aikštelė metalams nėra būdinga.

Maksimalios jėgos, kurią gali atlaikyti bandinys ir jo pradinio skerspjūvio ploto santykis vadinamas stiprumo riba arba laikinojo atsparumo riba ir žymimas σ_u. Pasiekus šią ribą bandinys dar nesuyra. Zona *BC* vadinama sustiprėjmo zona, kurioje bandinys ilgėja, didėjant apkrovai. Šioje zonoje pradeda ryškėti būsimo trūkimo vieta – kaklelis (vietinis bandinio suplonėjimas).

Taške *C* veikia maksimali jėga ir zonoje *CD* bandinys ilgėja, mažėjant jėgai. Bandinys ilgėja tik kaklelio susidarymo vietoje. Taške *D* bandinys suyra.

$\delta\%$ - santykinis ištysimas nutrūkstant (vidutinė liekamosios deformacijos reikšmė, išmatuota nutrūkusio bandinio standartinio ilgio dalyje).

1.2. Tempimo diagramos

Dagybė praktikoje sutinkamų uždavinių viršija Huke`o dėsnio galiojimo ribas, todėl labai dažnai tenka nagrinėti klausimus, susijusius su kūnų plastinėmis deformacijomis.

Nukraunant tampriai plastiškai deformuotus metalus, nukrovimas vyksta pagal tamprios deformacijos dėsnį $\sigma_{nukr.} = E \cdot \varepsilon_{pr.nukr}$, 1.2.1 pav.

Visiškai nukrovus deformuotą bandinį, pakartotinis apkrovimas iki $\sigma \leq \sigma_{nukr.}$ taip pat vyksta pagal tampriojo deformavimo dėsnį:

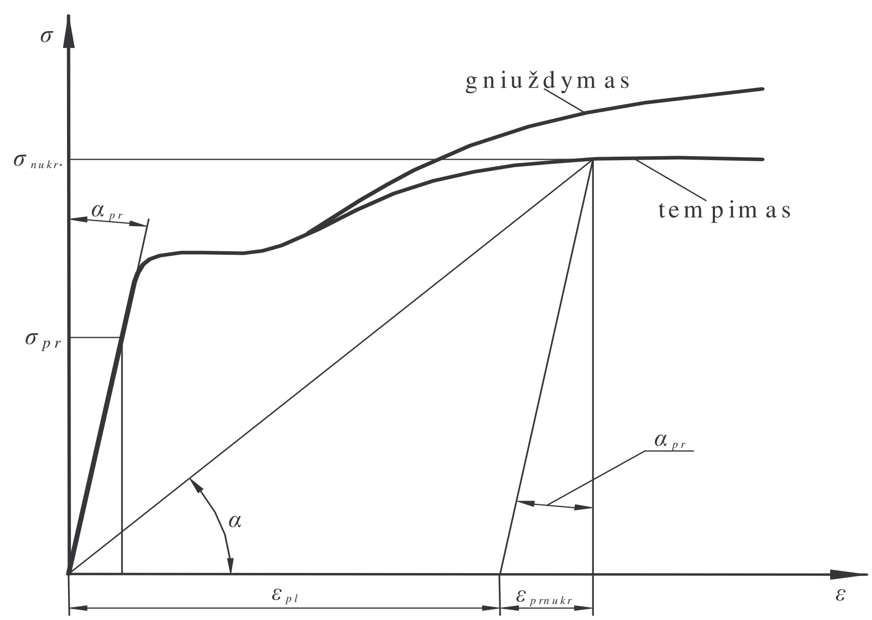
$$\sigma_{nukr.\max} = \sigma = E \cdot \varepsilon_{pr.nukr.\max} . \qquad (1.2.1)$$

Bendrąją deformaciją bet kuriame taške galima išreikšti kaip tampriosios ir plastinės deformacijos sumą:

$$\varepsilon = \varepsilon_{prnukr.} + \varepsilon_{pl.} ; \qquad (1.2.2)$$

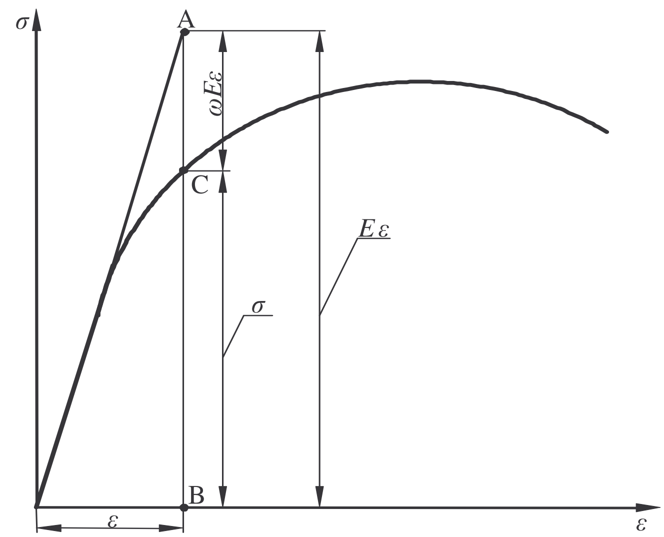
čia ε_{prnukr} - tamprioji nukrovimo deformacija;

ε_{pl} - plastinė deformacija.



1.2.1.pav. Ryšys tarp įtempimų ir deformacijų

Tiesinis ryšys tarp nukrovimo įtempimų ir deformacijų galioja tol, kol nepasireiškia Baušingerio efektas (jeigu nukrautą bandinį deformuosime priešinga kryptimi, tai jame plastinė deformacija prasidės prie įtempimų ($|\sigma| < \sigma_{pr}$).



1.2.2. pav. Papildoma deformacijų funkcija (ϖ)

Ryšys tarp įtempimų ir deformacijų tampriai plastinėje zonoje gali būti išreikštas panaudojus momentinį deformavimo diagramos modulį E', kuris mažėja didėjant deformacijai, priklausomai nuo deformavimo diagramos. Kai deformacijų pasiskirstymas tampriai plastinėje zonoje yra žinomas, pvz., tempimo atveju, ryšį tarp įtempimų ir deformacijų, esant paprastam apkrovimui, galima išreikšti Hooke`o dėsniu, pakeičiant jame tamprumo modulį E į momentinį deformavimo diagramos modulį $E' = \sigma / \varepsilon$, o Poisson‘o koeficientą $v = v_e$ į momentinę jo reikšmę $v^* = 0.5 - (0.5 - v)E'$. Sprendžiant tampriai plastinio deformavimo uždavinius priartėjimo metodu, įtempimą σ patogiau išreikšti fiktyviais tampriaisiais įtempimais $\sigma^* = \varepsilon E$ panaudojus papildomą deformacijų funkciją $\varpi = f_2(\varepsilon)$ 1.2.2 pav. Tuomet [9]

$$\sigma = \sigma^* - \omega E\varepsilon = \sigma^*(1-\omega) \tag{1.2.4}$$

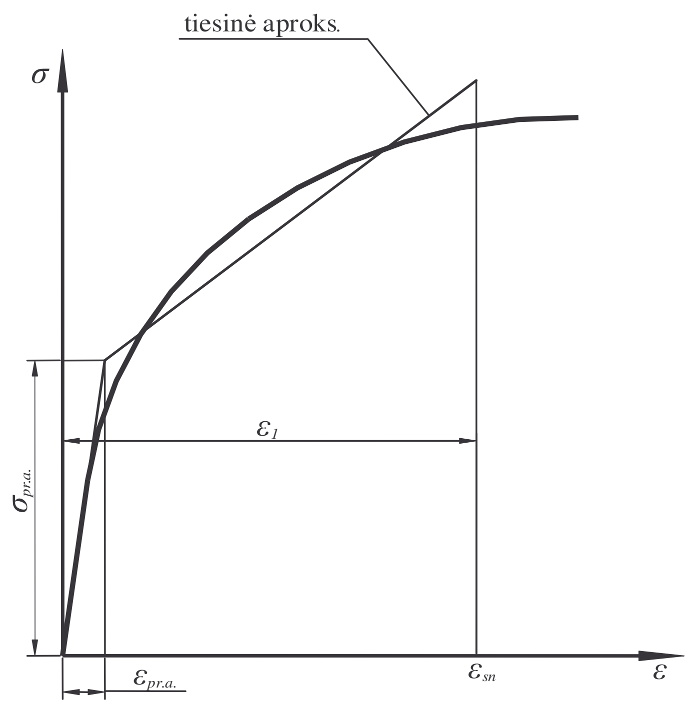
$$E^` = E(1-\omega) \tag{1.2.5}$$

Iš (1.2.5) priklausomybės apskaičiuojama ω analitinė išraiška:

$$\varpi = 1 - \frac{E`}{E} = 1 - \frac{\sigma}{\sigma^*} = 1 - \frac{f(\varepsilon)}{E\varepsilon}. \qquad (1.2.6)$$

Skaičiavimas už proporcingumo ribų tiksliausias kai naudojame tikrą (neaproksimuotą) tempimo diagramą. Tikroji medžiagos deformavimo diagrama, užrašyta eksperimentinio medžiagos bandymo metu, $\sigma = f(\varepsilon)$ yra sudėtingos kreivinės formos ir sunkiai aprašoma matematiškai. Skaičiavimams palengvinti taikomos aproksimuotos medžiagų deformavimo diagramos. Aproksimuota deformavimo diagrama turi būti kuo artimesnė tikrajai (gautai eksperimento metu). Tikroji deformavimo diagrama yra dažniausiai skaidoma į dvi dalis: tampriąją ir tampriai plastinę zoną.

Pirmoje zonoje įtempimai apskaičiuojami pagal Hooke`o dėsnį $\sigma = E \cdot \varepsilon$. Antroje (tampriai plastinėje) zonoje medžiagos sustiprėjimui įvertinti gali būti taikoma tiesinė1.2.3 pav. arba laipsninė aproksimacija.



1.2.3. pav. Tiesinės aproksimacijos schema

Didžiausia aproksimuotos deformavimo diagramos deformacija ε_{sn} yra parenkama priklausomai nuo medžiagos plastiškumo bei nagrinėjamų deformacijų dydžio.

Labai svarbu pasirinkti aproksimuotos diagramos tamprumo ribą $\sigma_{pr.a}$. Aproksimuotos ir tikrosios diagramos tamprumo ribos gali nesutapti. Ji nustatoma grafiniu-analitiniu būdu, priartėjimo metodu, iš sąlygų:

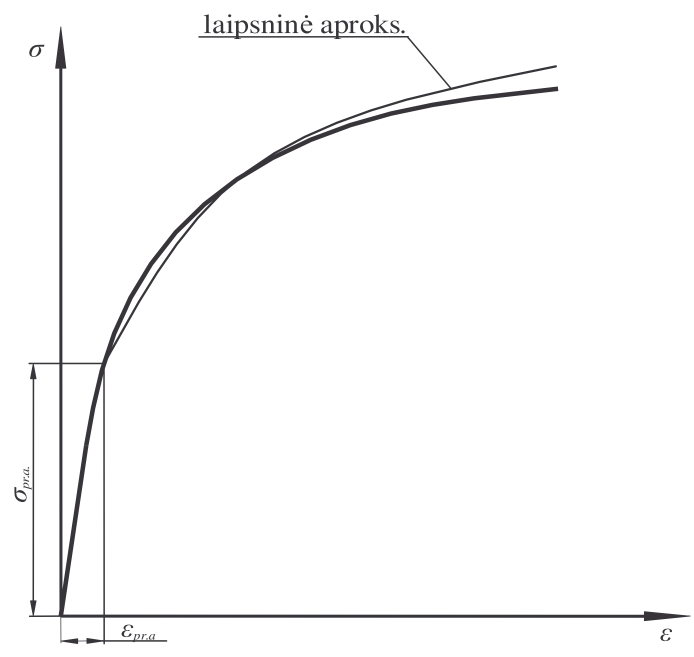
a) aproksimuota diagrama turi būti kiek galima artimesnė tikrajai;

b) plotas, pridėtas prie tikrosios diagramos A_1 ir atskirtas nuo jos aproksimacijos metu A_2 turi būti vienodi.

Aproksimuotos diagramos tamprumo ribos deformacija $\varepsilon_{pr.a} = \dfrac{\sigma_{pr.a}}{E}$, esant tiesinei aproksimacijai 1.2.3 pav. [9]

$$\sigma = \sigma_{pr} + E_1(\varepsilon - \varepsilon_{pr}); \;\; \omega = \left(1 - \frac{E_1}{E}\right)\left(1 - \frac{1}{\bar{\varepsilon}}\right), \tag{1.2.7}$$

$$E_1 = E(\bar{\sigma}_{sn} - 1)/(\bar{\varepsilon}_{sn} - 1) = tg\beta \;. \tag{1.2.8}$$



1.2.4. pav. Laipsninės aproksimacijos schema.

Tampriai plastinėje srityje, kai $\varepsilon > \varepsilon_{pr.a}$, esant laipsninei diagramos aproksimacijai (1.2.4. pav.), [9]

$$\sigma = \sigma_{pr.a} (\bar{\varepsilon})^m ; \qquad (1.2.9)$$

$$\omega = 1 - (\bar{\varepsilon})^{m-1} ; \qquad (1.2.10)$$

$$E' = \sigma_{pr.a} (\bar{\varepsilon}^{m-1}) ; \qquad (1.2.11)$$

čia $\bar{\varepsilon} = \varepsilon / \varepsilon_{pr.a}$

Laipsnio rodiklis m nustatomas logaritminėse koordinatėse $\lg \bar{\sigma} - \lg \bar{\varepsilon}$ atidėjus tampriai plastinės zonos įtempimus ir per juos išvedus tiesę ir apskaičiavus jos krypties tangentą $m = tg\beta_1$. Laipsninę aproksimaciją rekomenduotina taikyti kai $\sigma_{0.2}$ yra gerokai didesnė už σ_{pr}. Laipsniškai aproksimuotos tempimo diagramos laipsnio rodiklis gali būti nustatomas iš sąlygos, kad aproksimuota kreivė yra išvesta per taškus $\sigma_{0.2}$ ir σ_{sn}. Tuomet:

$$m = (\lg \bar{\sigma}_{sn} - \lg \bar{\sigma}_{0.2}) / (\lg \bar{\varepsilon}_{sn} - \lg \bar{\varepsilon}_{0.2}) , \qquad (1.2.12)$$

čia $\bar{\sigma}_{sn} = \dfrac{\sigma_{sn}}{\sigma_{pr.a}}$; $\bar{\sigma}_{0.2} = \dfrac{\sigma_{0.2}}{\sigma_{pr.a}}$; $\bar{\varepsilon}_{sn} = \dfrac{\varepsilon_{sn}}{\varepsilon_{pr.a}}$; $\bar{\varepsilon}_{0.2} = \dfrac{\varepsilon_{0.2}}{\varepsilon_{pr}} = \dfrac{1 + 0.002}{\varepsilon_{pr.a}}$.

(ε_{sn} ir σ_{sn} yra didžiausia deformacija ir ją atitinkantis įtempimas, pasirenkamas aproksimuojant deformavimo diagramą).

Laipsninę aproksimaciją rekomenduotina taikyti kai nėra aiškiai išreikštos takumo aikštelės (pvz., atkaitinto vario, aliuminio). Tuo atveju:

$$\sigma = A\varepsilon^m , \qquad (1.2.13)$$

čia A ir m medžiagos konstantos.

1.3. Aliuminio lydinio ДI6T1 tampriai plastinio tempimo ir gniuždymo diagramų aproksimavimas

Aproksimacijai panaudojame aliuminio lydinio Д16T1 vienkartinio tempimo ir gniuždymo diagramas, kurių duomenys, santykiniais vienetais pateikti 1.1 lentelėje.

Tempimo diagramos aproksimacija laipsnine funkcija atliekama ‘‘MS Exel‘‘ terpėje, panaudojant mažiausių kvadratų metodą, kuris glaudžiai susijęs su daugelio kintamųjų funkcijos ekstremalių reikšmių paieškos uždaviniais. Pavyzdžiui eksperimento metu reikia nustatyti dviejų dydžių y ir x funkcinį ryšį $y = \varphi(x)$. Atitinkamoms n argumento x reikšmėms gaunamos n funkcijos y reikšmių, t.y. $\varphi(x_i) = y_i$, kai $i = 1,...,n$. Gautosios taškų poros atidedamos Dekarto koordinačių sistemoje ir gaunamas tam tikros atitikties grafikas. Priklausomai nuo to kaip išsidėstę eksperimentinio grafiko taškai, parenkama taškus aproksimuojanti funkcija. Parinkus funkciją $y = \varphi(x, a_1,..., a_j)$, priklausančią nuo j parametrų, mažiausių kvadratų metodo užduotis parinkti tuos parametrus taip, kad funkcija φ kuo tiksliau atspindėtų praktinio eksperimento rezultatus. Tuo tikslu sudaroma funkcija [11]:

$$S = S(a_1,..., a_j) = \sum (y_i - \varphi(x_i - \varphi(x_i, a_1,..., a_j))^2 .$$

Minėto metodo esmė minimizuoti funkciją S, kitaip tariant reikia rasti parametrų $a_1^0,..., a_j^0$ reikšmes taip, kad m - kintamųjų funkcija S įgytų minimalią reikšmę. Yra žinoma, kad minimumo būtina egzistavimo sąlyga yra:

$$\frac{\partial S}{\partial a_i} = 0 \text{, kai } i = 1,..., j .$$

Gauta j - lygčių su j nežinomaisiais. Išsprendus šią sistemą randami parametrų a_i reikšmės, kurios yra funkcijos $S = S(a_1,..., a_j)$ galimo minimumo taškai. Tuo pačiu randama pasirinkto pobūdžio funkcija, kuri geriausiai aproksimuojama praktinius duomenis.

1.1 lentelė

Aliuminio Д16T1 vienkartinio deformavimo skaitinės reikšmės.

$\bar{e}$		1.5	2	3	4	5	6	7	8	9
$\bar{\sigma}$	Tempimas	1.103	1.158	1.235	1.293	1.343	1.38	1.418	1.45	1.478
	Gniuždymas	1.163	1.223	1.298	1.348	1.395	1.435	1.463	1.485	1.508

Taigi, remiantis 1.1 lentelės duomenimis, mažiausių kvadratų metodu, ‘‘MS Exel‘‘ terpėje, randama tempimo (1.3.1) ir gniuždymo (1.3.2) diagramų aproksimuojančios funkcijos:

$$\overline{\sigma}_1 = 1.018\overline{e}^{0.171}; \tag{1.3.1}$$

čia $\overline{\sigma}_{1\,pr.a} = 1.018$ - aproksimuota, tempimo diagramos, proporcingumo riba;

$m_1' = 0.171$ - medžiagos konstanta, esant tempimui.

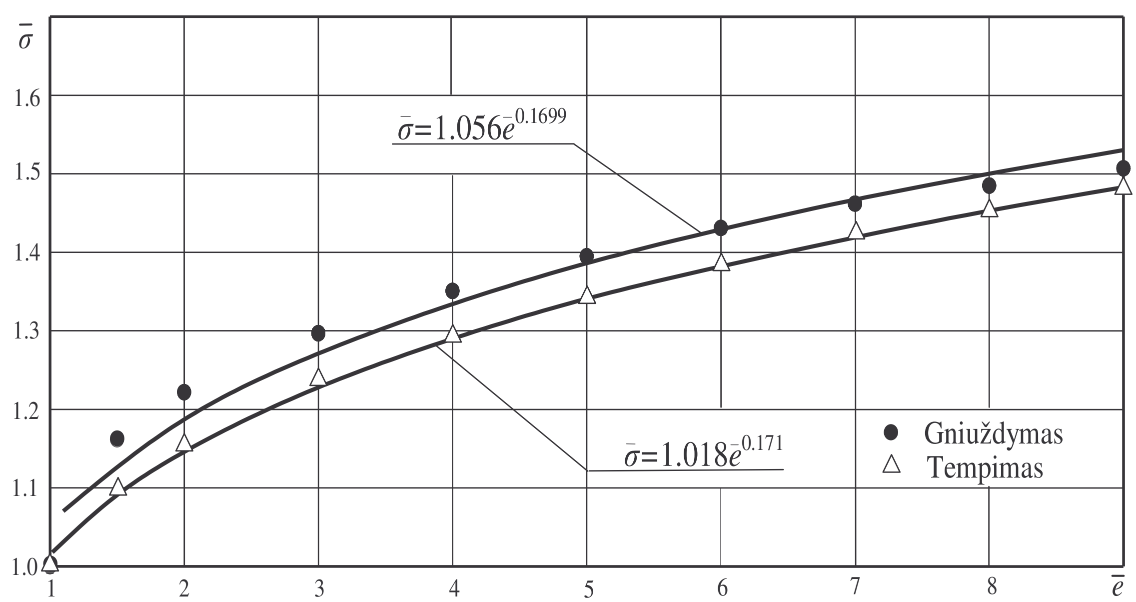
Gniuždymo atveju:

$$\overline{\sigma}_2 = 1.056\overline{e}^{0.1699}. \tag{1.3.2}$$

čia $\overline{\sigma}_{2\,pr.a} = 1.056$ - aproksimuota gniuždymo diagramos proporcingumo riba;

$m_2' = 0.1699$ - medžiagos konstanta, esant gniuždymui.

Aproksimuotos (1.3.1) ir (1.3.2) funkcijomis tempimo ir gniuždymo diagramos, kurios buvo gautos remiantis 1.1 lentelės duomenimis, pateiktos 1.3.1 paveiksle.



1.3.1 pav. Tempimo ir gniuždymo diagramų aproksimacija (1.3.1) ir (1.3.2) funkcijomis

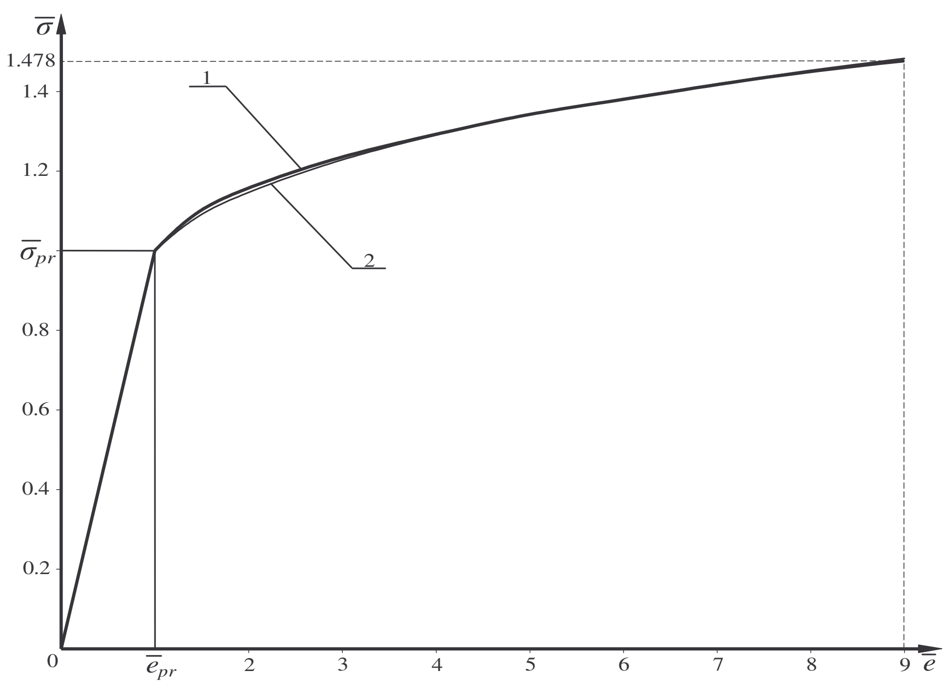
Kai aproksimuotą gniuždymo diagramos proporcingumo sritis prilyginama vienetui, ($\bar{\sigma}_{2\,pr.a} = 1$ ir $\bar{e}_{2\,pr.a} = 1$), būtina pakoreguoti laipsnio rodiklį m_2'. Tuo būdu, pasitelkus ‘‘Mathcad‘‘ programą, gaunamas $m_2 = 0.2$. Toks laipsnio rodiklis geriausiai užtikrina vienodus aproksimuotos ir tikrosios kreivės ribojamus plotus, todėl (1.3.2) formulė užrašoma taip:

$$\bar{\sigma}_2 = \bar{e}^{\,0.2} \qquad (1.3.3)$$

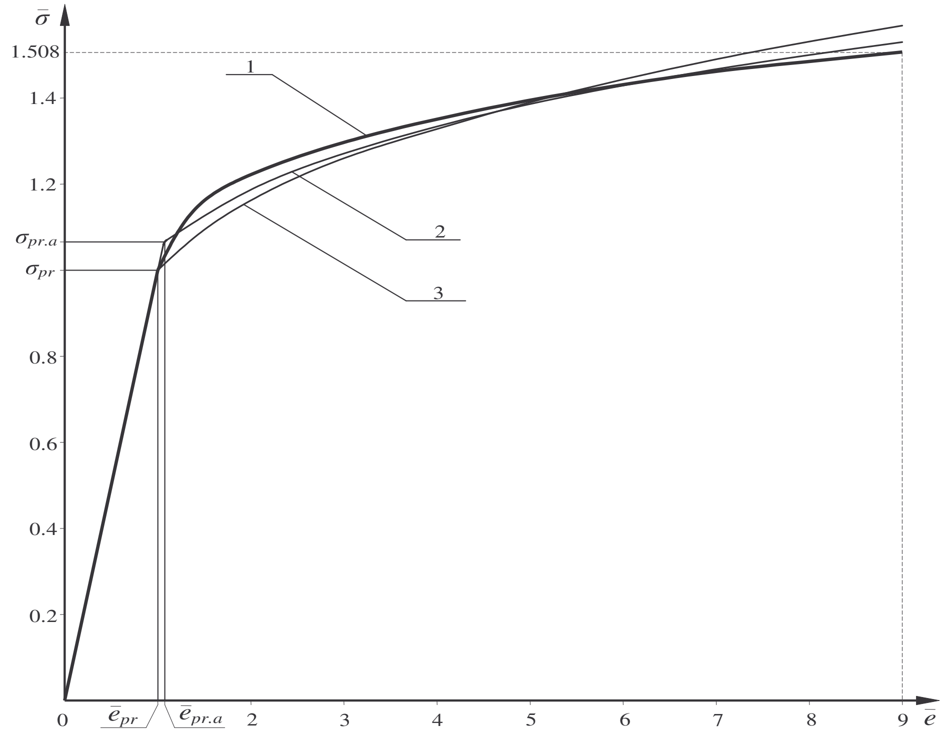
Kadangi tempimo diagramos aproksimuota tamprumo riba $\bar{\sigma}_{1pr.a} = 1.018$ yra išreikšta nežymiai, 1.3.1 pav., tolesniuose skaičiavimuose naudosime $\bar{\sigma}_{1pr.a} = 1$. Dėl šios priežasties konstantos m_1' koreguoti nebūtina: $m_1' = m_1 = 0.171$.

$$\bar{\sigma}_1 = \bar{e}^{\,0.171} \qquad (1.3.4)$$

1.3.2 ir 1.3.3 pav., pavaizduotos aliuminio Д16T1 tempimo ir gniuždymo diagramų laipsninės aproksimacijos, su aproksimuota tamprumo riba ir be jos.



1.3.2 pav. Aliuminio Д16T1 tempimo diagramos aproksimacija laipsninėmis funkcijomis. 1 kreivė $\bar{\sigma}_1 = f(\bar{e})$, 2 kreivė $\bar{\sigma}_1 = f(\bar{e}, m_1)$, kai $\sigma_{pr.a} = 1.0$



1.3.3 pav. Aliuminio Д16T1 gniuždymo diagramos aproksimacija laipsninėmis funkcijomis: 1 kreivė $\overline{\sigma}_2 = f(\overline{e})$, 2 kreivė $\overline{\sigma}_2 = f(\overline{e}, m_2', \overline{\sigma}_{pr.a})$, 3 kreivė $\overline{\sigma}_2 = f(\overline{e}, m_2)$, kai

$\overline{\sigma}_{pr.a} = 1.056$ $\overline{e}_{pr.a} = 1.056$

2. STAČIAKAMPIO SKERSPJŪVIO STRYPO TAMPRIAI PLASTINIS GRYNASIS LENKIMAS

2.1. Stačiakampio skerspjūvio tampriai plastinio grynojo lenkimo analitiniai tyrimai

Tikslios kreivalinijinių statinio tempimo ir gniuždymo diagramų matematinės išraiškos yra labai sudėtingos. Dažniausiai naudojamas netiesinės diagramos dalies aproksimavimas (apytikslis jų aprašymas tiesėmis, kreivėmis). Toks aproksimavimas leidžia supaprastinti grynojo lenkimo skaičiavimus, gaunant pakankamai gerus eksperimentinių ir analitinių tyrimų rezultatus. Iš literatūros [1] žinome, kad plokščiųjų pjūvių hipotezė galioja ir tada, kai lenkimo deformacijos žymiai viršija proporcingumo ribą. Tada, deformacijų pasiskirstymo skerspjūvyje vaizdas bus toks, kaip parodyta 2.1.1 paveiksle. Įtempimų pasiskirstymas parodytas 2.1.2 paveiksle.

Lenkiamų strypų skaičiavimas, kai proporcingumo ribos ir sustiprėjimo moduliai sutampa tiek gniuždomoje, tiek ir tempiamoje dalyje, yra paprasčiausias. Daugelio medžiagų proporcingumo ribos ir sustiprėjimo moduliai tempimo ir gniuždymo atvejais yra skirtingi. Pateiktuose analitiniuose tyrimuose šie skirtumai įvertinami.

Kaip ir darbuose [1-4], deformacijos ir įtempimai išreiškiami santykiniais vienetais:

$$\bar{e} = \frac{e}{e_{pr}} \text{ ir } \bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_{pr}};$$

čia e_{pr} ir σ_{pr} - proporcingumo ribos deformacija ir įtempimas.

Indeksu 1 bus žymimos visos apkrovimo tipo charakteristikos (tempimas arba gniuždymas), kurio proporcingumo riba yra mažesnė:

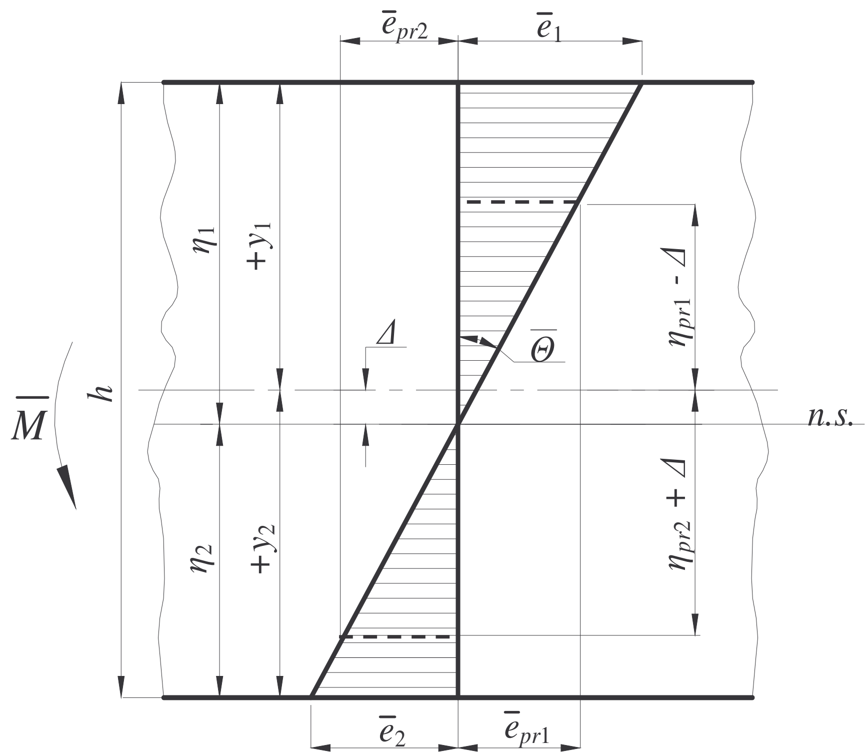
$$e_{pr2} > e_{pr1} \text{ ir } \sigma_{pr2} > \sigma_{pr1}.$$

Tamprumo modulio E reikšmė abiem atvejais nustatoma vienoda.

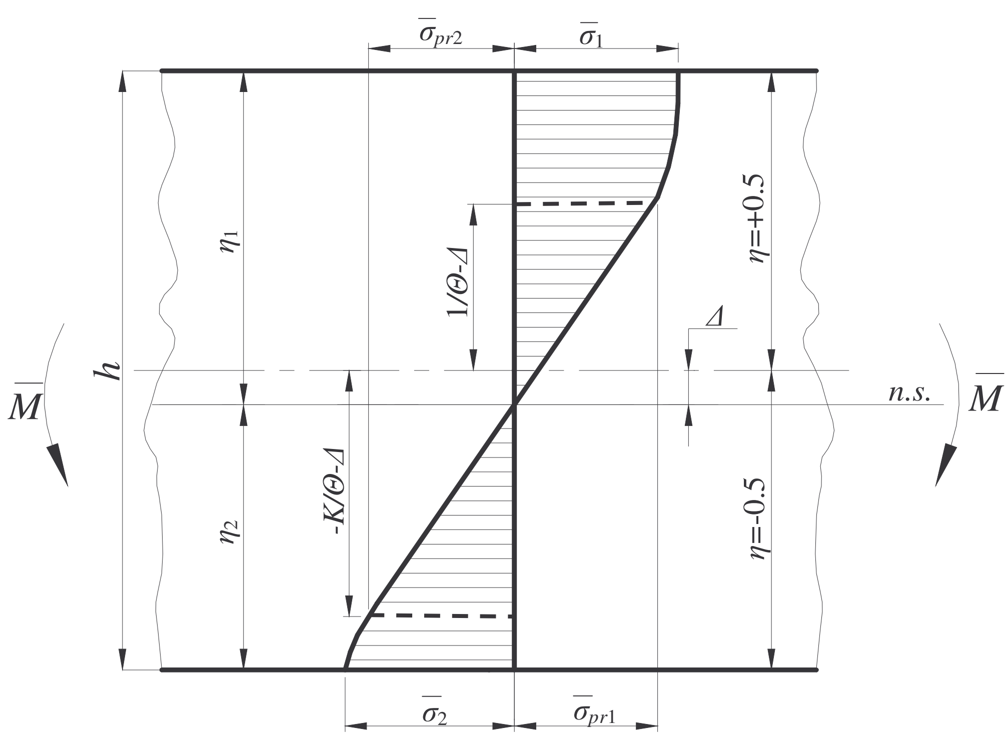
m_1 ir m_2 - medžiagos konstantos.

$K = e_{pr2} / e_{pr1}$ - medžiagos nevienodo priešinimosi tampriai deformacijai koeficientas.

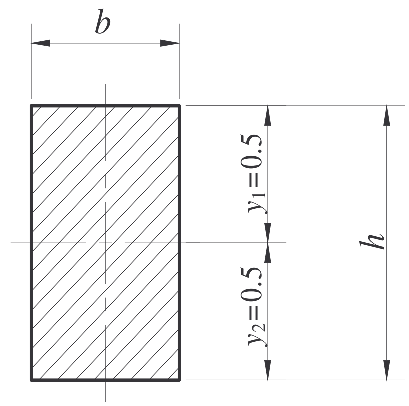
$\eta = y / h$ - santykinis bet kurio sluoksnio atstumas nuo strypo skerspjūvio simetrijos ašies.



2.1.1 pav. Deformacijų pasiskirstymo skerspjūvyje schema



2.1.2 pav. Įtempimų pasiskirstymo skerspjūvuje schema



2.1.3 pav. Stačiakampio skerspjūvio parametrai

Iš pusiausvyros sąlygų žinome, kad:

$$\sum P = 0\,;\ \sum M = M\,,$$

arba

$$\int_F \sigma dF = 0\,, \qquad (2.1.1)$$

ir

$$M = \int_F \sigma y dF\,, \qquad (2.1.2)$$

čia y – elementaraus plotelio dF atstumas nuo strypo simetrijos ašies;

P – strypo skerspjūvį veikiančios jėgos;

M – strypą veikiantis lenkimo momentas.

Elementaraus plotelio dF išraiška yra labai paprasta - $dF = bdy$ (b yra strypo plotis, 2.1.3 pav.) Tuomet galime užrašyti:

$$\int_{-y}^{+y} \sigma b dy = 0\,, \qquad (2.1.3)$$

ir

$$M = \int_{-y}^{+y} \sigma b y d y \, . \tag{2.1.4}$$

Gautose priklausomybėse atstumas y turi būti išreikštas santykiniu dydžiu. Kadangi $y = h\eta$ ir, atitinkamai, $dy = hd\eta$, tai integralą (2.1.3) galime užrašyti:

$$\int_{-0.5}^{+0.5} \overline{\sigma} \sigma_{pr1} b h d\eta = 0 \, , \tag{2.1.5}$$

arba

$$\sigma_{pr1} b h \int_{-0.5}^{+0.5} \overline{\sigma} d\eta = 0 \, . \tag{2.1.6}$$

Akivaizdu, kad $\sigma_{pr1} bh \neq 0$, todėl integralas (2.1.6) supaprastinamas:

$$\int_{-0.5}^{+0.5} \overline{\sigma} d\eta = 0 \, . \tag{2.1.7}$$

Toliau ieškome santykinių, įtempimų $\overline{\sigma}$ analitinės išraiškos. Kadangi abiejose strypo pusėse yra taikoma laipsninė deformavimo diagramos plastinės dalies aproksimacija, taigi, strypo pusėje su proporcingumo riba e_{pr1} galima užrašyti:

$$\sigma_1 = \sigma_{pr} \left(\frac{e}{e_{pr1}} \right)^{m_1} . \tag{2.1.8}$$

Kaip jau buvo minėta pirmame skyriuje, aproksimuotos ir tikrosios diagramos proporcingumo ribos gali nesutapti (1.2.9 lygybė). Mūsų skaičiavimai gali būti taikomi mažaciklio grynojo lenkimo analitiniuose tyrimuose, kuriuose proporcingumo riba yra labai svarbi medžiagos konstanta. Jos reikšmė turi sutapti su eksperimentine, todėl pasirenkame $\sigma_{pra} = \sigma_{pr}$.

Gauta (2.1.8) priklausomybė atitinka 1.3.1 pav. pateiktą plastinę deformavimo kreivės dalį, kuri aprašoma funkcija $\sigma_1 = f_1(e_1, m_1)$. Abi (2.1.8) lygybės puses padalinę iš σ_{pr1}, gauname:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{pr1}} = \frac{\sigma_{pr1}}{\sigma_{pr1}} \left(\frac{e}{e_{pr1}} \right)^{m_1}. \tag{2.1.9}$$

Kadangi $\overline{\sigma}_1 = \dfrac{\sigma_1}{\sigma_{pr1}}$ ir $\overline{e} = \dfrac{e}{e_{pr1}}$, tai, gauname:

$$\overline{\sigma}_1 = \overline{e}^{\,m_1}. \tag{2.1.10}$$

Strypo pusei su proporcingumo riba e_{pr2}, įtempimus išreiškiame taip:

$$\sigma_2 = \sigma_{pr2} \left(\frac{e}{e_{pr2}} \right)^{m_2}. \tag{2.1.11}$$

Ši priklausomybė atitinka plastinę deformavimo kreivės dalį $\sigma_2 = f_2(e_2, m_2)$, kuri pateikta 1.3.2 pav. Abi lygybės puses padalijame σ_{pr1} ir įvertinę tai, kad $\dfrac{\sigma_2}{\sigma_{pr1}} = \overline{\sigma}_2$, $\dfrac{\sigma_{pr2}}{\sigma_{pr1}} = K$ ir $\dfrac{e}{e_{pr2}} = \dfrac{\overline{e}}{K}$, gauname:

$$\overline{\sigma}_2 = K \left(\frac{\overline{e}}{K} \right)^{m_2}. \tag{2.1.12}$$

Tuo atveju, kai tiek gniuždomai, tiek tempiamai lenkiamo strypo pusei taikome vienodą deformavimo diagramą, t.y., kai $K = 1$ ir $m_1 = m_2$, įtempimų neutralusis sluoksnis sutaps su strypo skerspjūvio simetrijos ašimi. Jei $K \neq 1$ ir (arba) $m_1 \neq m_2$, įtempimų neutraliojo sluoksnio padėtis pasislinks strypo skerspjūvio simetrijos ašies atžvilgiu dydžiu Δ. Tokiu atveju, įvertinus poslinkį $\Delta_{\overline{e}}$, (2.10) ir (2.12) lygybes galime užrašyti taip:

$$\overline{\sigma}_1 = \left(\overline{e} + \Delta_{\overline{e}} \right)^{m_1}, \tag{2.1.13}$$

ir

$$\overline{\sigma}_2 = K\left(\frac{\overline{e} + \Delta_{\overline{e}}}{K}\right)^{m_2}. \qquad (2.1.14)$$

2.1.2. paveikslo schemoje deformacijų pasiskirstymas pavaizduotas $\overline{e} - \eta$ koordinatėse. Pagal šią schemą $\overline{e} = \overline{\Theta}\eta$ ir $\Delta_{\overline{e}} = \overline{\Theta}\Delta$, kur Δ yra įtempimų neutraliojo sluoksnio poslinkis nuo neutralios ašies koordinatėse $\overline{e} - \eta$. Todėl, (2.1.13) ir (2.1.14) lygybėse atliekame pakeitimus:

$$\overline{\sigma}_1 = \left(\overline{\Theta}(\eta + \Delta)\right)^{m_1}, \qquad (2.1.15)$$

$$\overline{\sigma}_2 = K\left(\frac{\overline{\Theta}}{K}(\eta + \Delta)\right)^{m_2}. \qquad (2.1.16)$$

Tampriai formuojamame strypo viduryje, kur pagal [3] $\overline{\sigma} = \overline{e}$, gauname:

$$\overline{\sigma} = \overline{\Theta}(\eta + \Delta). \qquad (2.1.17)$$

Bendru atveju integralas (2.1.3) užrašomas, kaip trijų integralų, atitinkančių viršutinius ir apatinius strypo plastiškai deformuojamus sluoksnius ir tampriai deformuojamą strypo vidurį, suma.

Kadangi taikome laipsninę aproksimaciją, paprastumo dėlei, prieš trečią integralą, kuris atitiks plastinį gniuždymą, rašysime minuso ženklą, o pati pointegralinė funkcija, vietoj (2.1.16) išraiškos bus:

$$\overline{\sigma}_2 = K\left(\frac{\overline{\Theta}}{K}(\eta - \Delta)\right)^{m_2}. \qquad (2.1.18)$$

Taigi, galutinė integralo (2.1.3) išraiška:

$$\int_{\frac{1}{\overline{\Theta}}-\Delta}^{0.5} \left(\overline{\Theta}(\eta + \Delta)\right)^{m_1} d\eta + \int_{-\frac{K}{\overline{\Theta}}-\Delta}^{\frac{1}{\overline{\Theta}}-\Delta} \overline{\Theta}(\eta + \Delta)d\eta - \int_{\frac{K}{\overline{\Theta}}+\Delta}^{0.5} K\left(\frac{\overline{\Theta}}{K}(\eta - \Delta)\right)^{m_2} d\eta = 0. \qquad (2.1.19)$$

Suintegravus gauname:

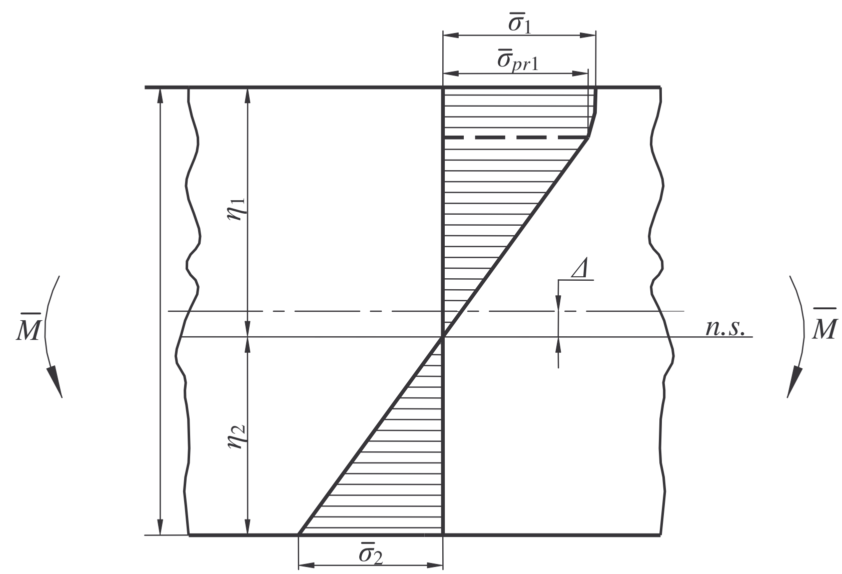
$$\frac{\left(\overline{\Theta}(0.5+\Delta)\right)^{(m_1+1)}-1}{\overline{\Theta}(m_1+1)}-\frac{\left(K^2-1\right)}{2\overline{\Theta}}-\frac{K^2\left(-\frac{\overline{\Theta}}{K}(\Delta-0.5)\right)^{(m_2+1)}+K^2}{\overline{\Theta}(m_2+1)}=0\,. \qquad (2.1.20)$$

Atskirai panagrinėsime atvejį, kai strypo pusėje su proporcingumo riba e_{pr1} deformacija viršijo e_{pr1} reikšmę, o strypo pusė su proporcingumo riba e_{pr2}, vis dar deformuojama tampriai (2.1.4 pav.). Tokią įtempimų pasiskirstymo schemą turėsime tol, kol deformacija $\overline{e}_2$ neviršys K reikšmės. Tokiu atveju jėgų pusiausvyros integralas (2.1.19) bus paprastesnis:

$$\int_{\frac{1}{\overline{\Theta}}-\Delta}^{0.5}\left(\overline{\Theta}(\eta+\Delta)\right)^{m_1}d\eta+\int_{-0.5}^{\frac{1}{\overline{\Theta}}-\Delta}\overline{\Theta}(\eta+\Delta)d\eta=0\,. \qquad (2.1.21)$$

Suintegravę, gauname:

$$\frac{\left(\overline{\Theta}(0.5+\Delta)\right)^{(m_1+1)}-1}{\overline{\Theta}(m_1+1)}-\frac{\left(\overline{\Theta}^2\Delta^2-1\right)}{2\overline{\Theta}}+\frac{\overline{\Theta}}{4}(2\Delta-0.5)=0\,. \qquad (2.1.22)$$



2.1.4 pav. Įtempimų pasiskirstymo skerspjūvyje schema, kai $\overline{e}_2 < K$

Gautose lygybėse (2.1.20) ir (2.1.22) yra vienintelis nežinomasis Δ, kurį apskaičiuojame, pasitelkę automatinę matematinių skaičiavimų programą „Mathcad", pagal užduotus skerspjūvių posūkių kampus $\overline{\Theta}$.

Iš 2.2 pav., matome, kad:

$$\eta_1 = 0.5 + \Delta ; \tag{2.1.23}$$

čia η_1 yra santykinis atstumas nuo išorinio strypo sluoksnio iki įtempimų neutraliosios linijos. Žinant, kad $\overline{e}_1 = \overline{\Theta}/2$, galime nustatyti priklausomybę $\eta_1 - \overline{e}_1$, pasirinktoms medžiagos konstantoms m_1, m_2, K.

Toliau nagrinėjame strypą veikiantį lenkimo momentą $\overline{M}$. Integrale (2.1.4), analogiškai integralui (2.1.3), padarome pakeitimus, žinant, kad $\sigma = \sigma_{pr1}\overline{\sigma}$, $y = h\eta$ ir $dy = hd\eta$:

$$M = \int_{-y}^{+y} \sigma_{pr1}\overline{\sigma}\eta b d\eta h^2 , \tag{2.1.24}$$

arba

$$M = \sigma_{pr} \frac{bh^2}{6} 6\int_{-y}^{+y} \overline{\sigma}\eta d\eta . \tag{2.1.25}$$

Žinome, kad, proporcingumo riba atitinka lenkimo momentą:

$$M_{pr} = \sigma_{pr1} W = \sigma_{pr1} \frac{bh^2}{6} \tag{2.1.26}$$

Todėl santykinis lenkimo momentas:

$$\overline{M} = \frac{M}{M_{pr}} = 6\int_{-0.5}^{0.5} \overline{\sigma}\eta d\eta . \tag{2.1.27}$$

Vietoj $\overline{\sigma}$ integrale (2.1.27) įstatę tikrąsias $\overline{\sigma}_1$, $\overline{\sigma}_2$, $\overline{\sigma}$ išraiškas, bendru atveju, gauname:

$$M = 6\left\{ \int_{\frac{1}{\Theta}-\Delta}^{0.5} \left(\overline{\Theta}(\eta+\Delta)\right)^{m_1} \eta d\eta + \int_{-\frac{K}{\Theta}-\Delta}^{\frac{1}{\Theta}-\Delta} \overline{\Theta}(\eta+\Delta)\eta d\eta + \int_{\frac{K}{\Theta}+\Delta}^{0.5} K\left(\frac{\overline{\Theta}}{K}(\eta-\Delta)\right)^{m_2} \eta d\eta \right\}. \qquad (2.1.28)$$

Suintegravus (2.1.28), gauname:

$$\overline{M} = 6\left\{ \frac{\overline{\Theta} m_1 \Delta + 2\overline{\Theta}\Delta - m_1 - 1}{\overline{\Theta}^2 \left(m_1^2 + 3m_1 + 2\right)} - \left(\overline{\Theta}(\Delta + 0.5)\right)^{m_1} \left(\frac{\Delta^2 - 0.25(1+2\Delta) - 0.25}{m_1^2 + 3m_1 + 2} \right) + \right.$$

$$+ \frac{3\overline{\Theta}\Delta\left(K^2 - 1\right) + 2K^2 + 2}{6\overline{\Theta}^2} - K\left(-\overline{\Theta}\frac{(\Delta - 0.5)}{K} \right)^{m_2} \frac{\Delta^2 + 0.25 m_2 (2\Delta - 1) - 0.25}{m_2^2 + 3m_2 + 2} -$$

$$\left. - \frac{K^2\left(\overline{\Theta} m_2 \Delta + 2\overline{\Theta}\Delta + K(m_2 + 1)\right)}{\overline{\Theta}^2 \left(m_2^2 + 3m_2 + 2\right)} \right\}. \qquad (2.1.29)$$

Esant grynajam lenkimui, kurį atitinka 2.4 pav., lenkimo momentą galima išreikšti taip:

$$M = 6\left(\int_{\frac{1}{\Theta}-\Delta}^{0.5} \left(\overline{\Theta}(\eta+\Delta)\right)^{m_1} \eta d\eta + \int_{-0.5}^{\frac{1}{\Theta}-\Delta} \overline{\Theta}(\eta+\Delta)\eta d\eta \right). \qquad (2.1.30)$$

Suintegravus (2.1.30), gauname:

$$\overline{M} = 6\left\{ \frac{\overline{\Theta} m_1 \Delta + 2\overline{\Theta}\Delta - m_1 - 1}{\overline{\Theta}^2 \left(m_1^2 + 3m_1 + 2\right)} - \left(\overline{\Theta}(\Delta + 0.5)\right)^{m_1} \left(\frac{\Delta^2 - 0.25(1+2\Delta) - 0.25}{m_1^2 + 3m_1 + 2} \right) + \right.$$

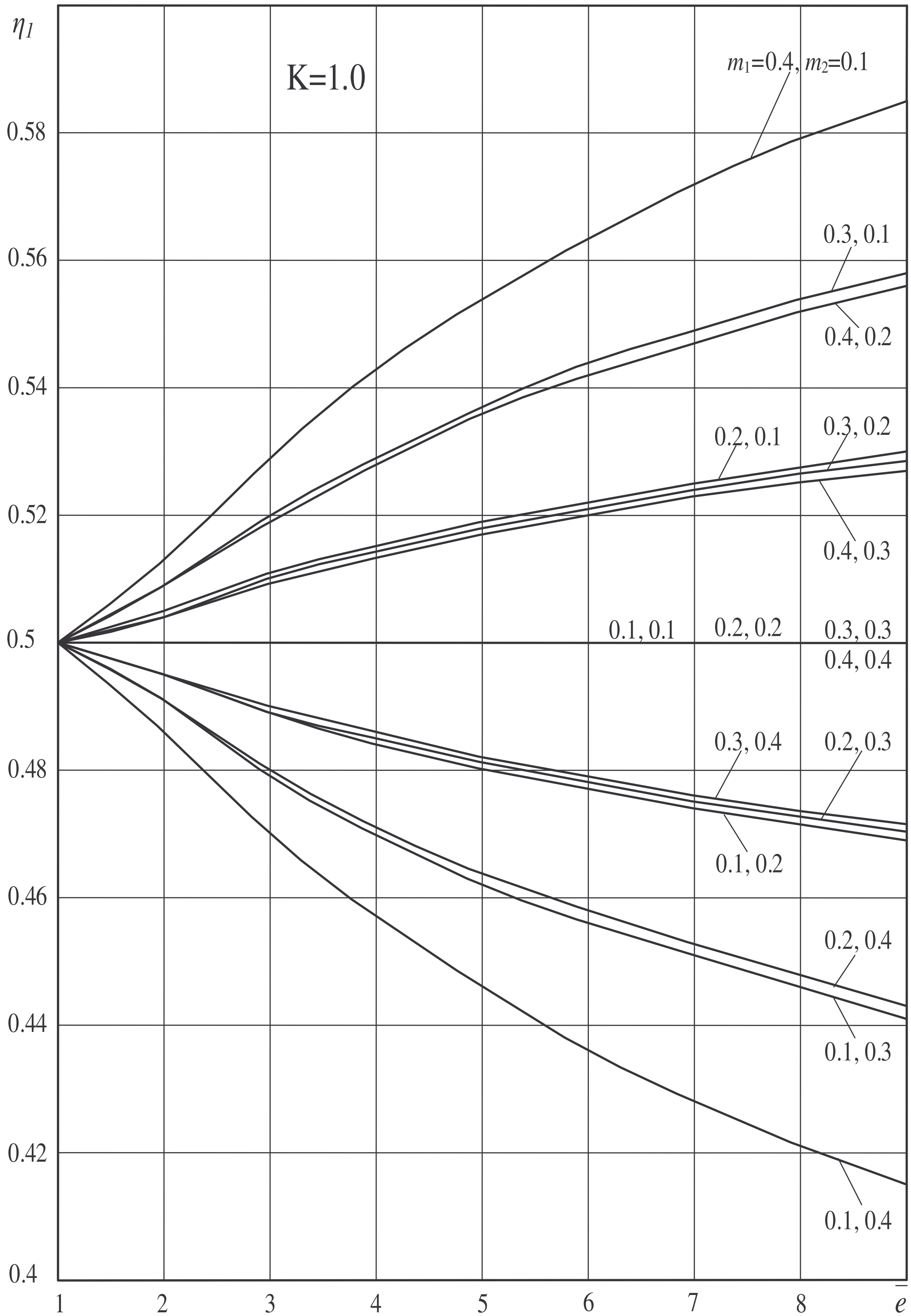
$$\left. + \frac{3\overline{\Theta}\Delta\left(K^2 - 1\right) + 2K^2 + 2}{6\overline{\Theta}^2} + \frac{0.125}{3}\overline{\Theta} - 0.125\overline{\Theta}\Delta \right\}. \qquad (2.1.31)$$

(2.1.29) ir (2.1.31) lygybės leidžia apskaičiuoti santykinių lenkimo momentų reikšmes atitinkančias deformaciją $\overline{e}_1 = \eta_1 \overline{\Theta}$.

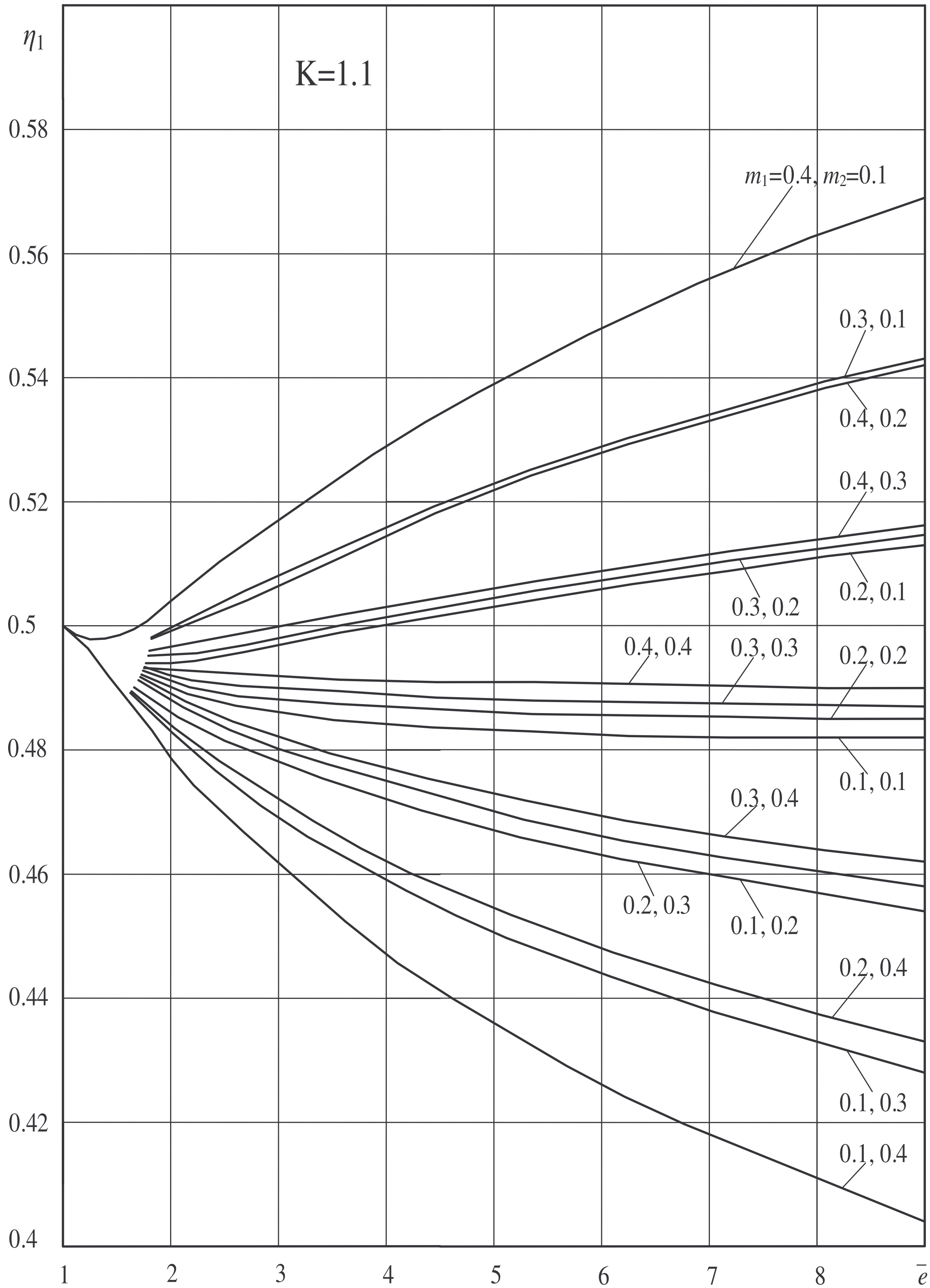
2.5-2.10 paveiksluose yra pateiktos $\eta_1 = f(\overline{e}_1)$ ir $M = f(\overline{e}_1)$ kreivių diagramos iki $\overline{e}_1 = 9$. Šių kreivių taškai nustatyti priklausomybėmis (2.20) ir (2.29), esant tokioms medžiagoms konstantoms: $K = 1$; $K = 1.1$; $K = 1.2$; $m_{1,2} = 0.1$; 0.2; 0.3; 0.4. Skaičiavimo rezultatai pateikti 1-6 prieduose.

Pasirenkant laipsnio rodiklius $m_{1,2} = 0$, gauname analogišką tiesinės aproksimacijos atvejį, kai $G_{T_{1,2}} = 0$ [1,4] todėl skaičiavimuose jo nenagrinėjame.

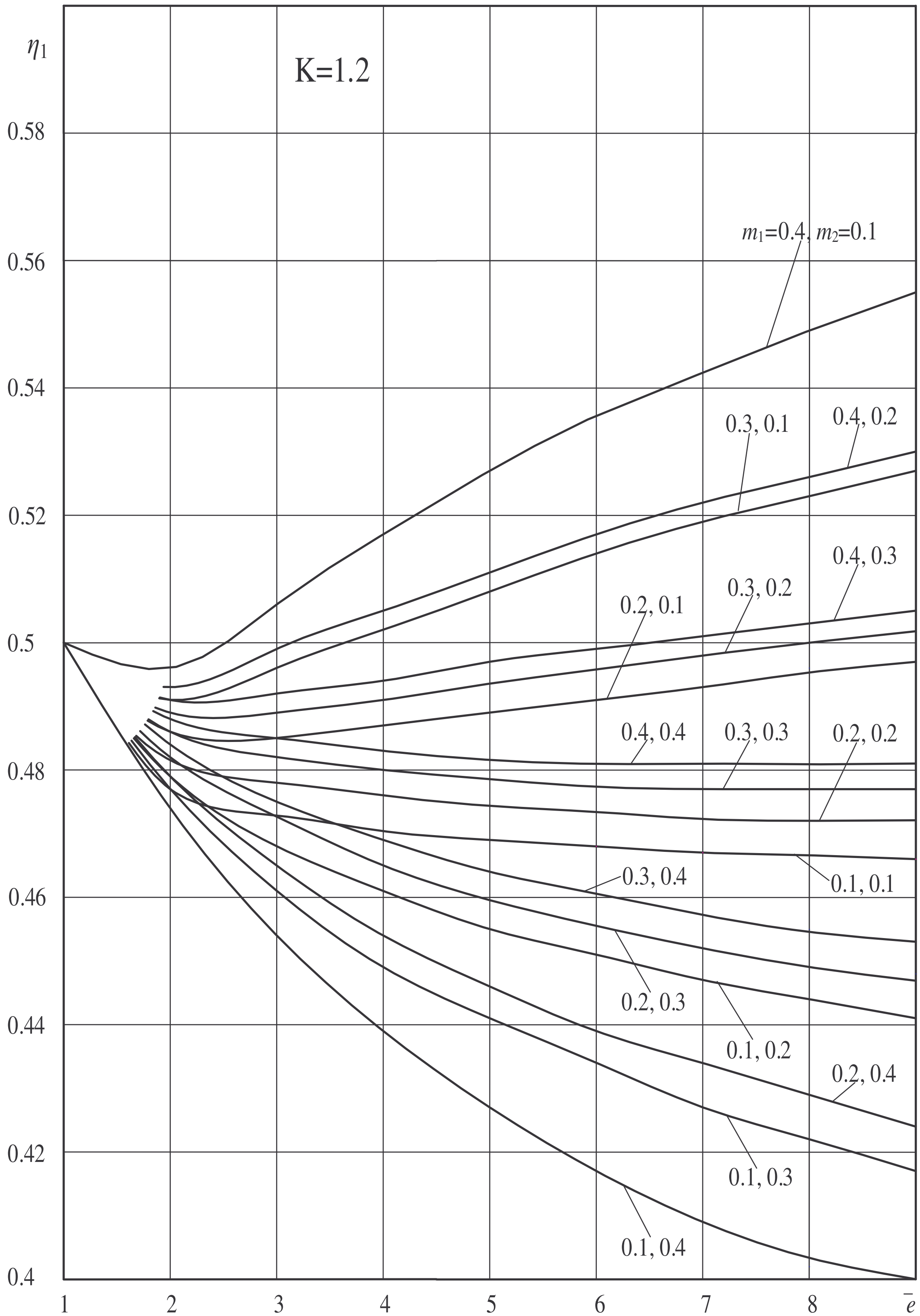
Taigi, žinant medžiagos tempimo ir gniuždymo konstantas m_1, m_2 ir K, pagal 2.1.8 - 2.1.10 pav. pateiktas diagramas galima nustatyti stačiakampio skerspjūvio strypą veikiančius santykinius lenkimo momentus $\overline{M}$ iki deformacijos reikšmės $\bar{e} = 9$.



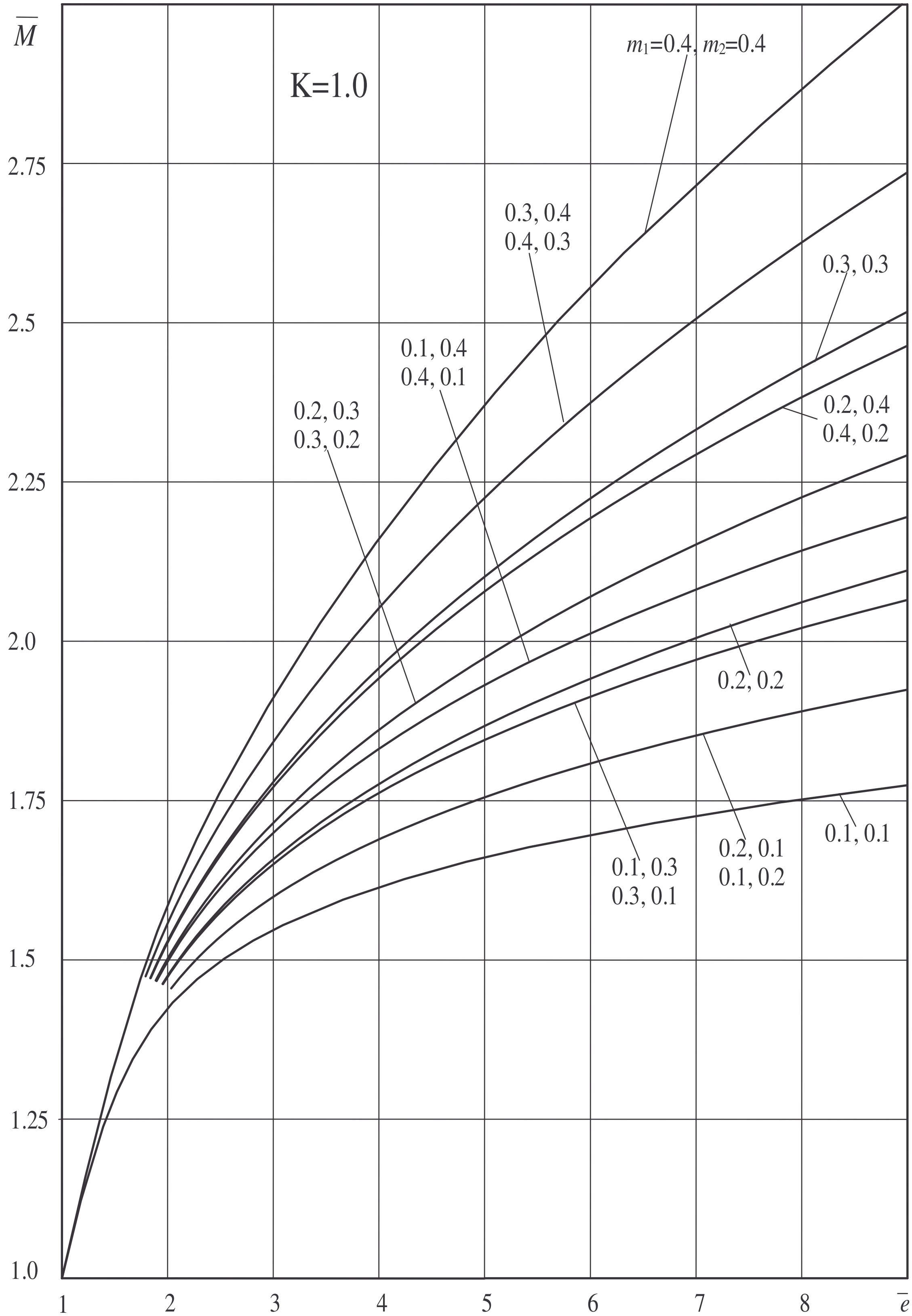
2.1.5 pav. Lenkiamo strypo neutraliosios linijos atstumo iki išorinio sluoksnio priklausomybė nuo deformacijos, kai $K = 1.0$



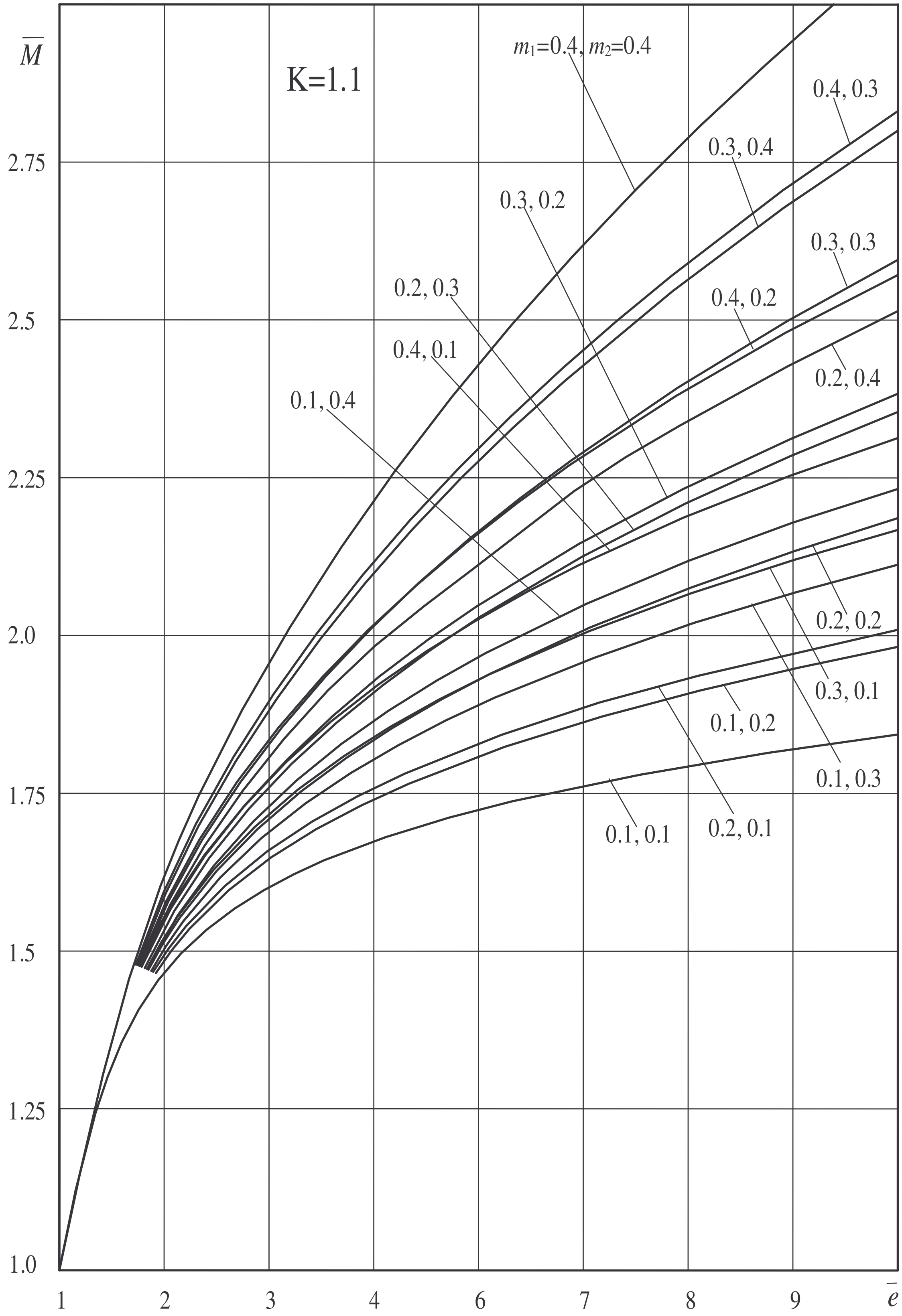
2.1.6 pav. Lenkiamo strypo neutraliosios linijos atstumo iki išorinio sluoksnio priklausomybė nuo deformacijos, kai $K = 1.1$



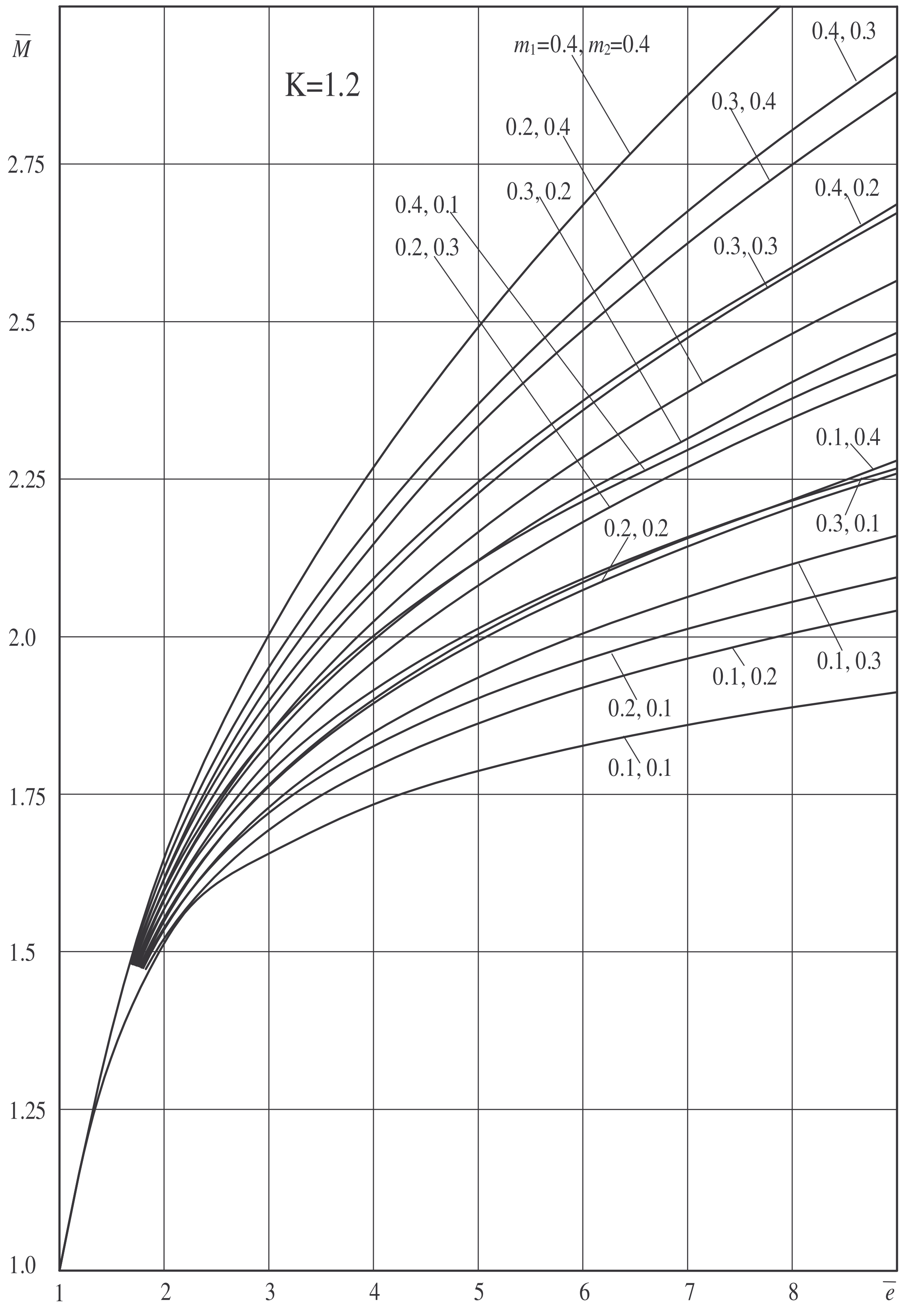
2.1.7 pav. Lenkiamo strypo neutraliosios linijos atstumo iki išorinio sluoksnio priklausomybė nuo deformacijos, kai $K = 1.2$



2.1.8 pav. Stačiakampio skerspjūvio strypą veikiančio santykinio lenkimo momento priklausomybė nuo deformacijos, kai $K = 1.0$



2.1.9 pav. Stačiakampio skerspjūvio strypą veikiančio santykinio lenkimo momento priklausomybė nuo deformacijos, kai $K = 1.1$



2.1.10 pav. Stačiakampio skerspjūvio strypą veikiančio santykinio lenkimo momento priklausomybė nuo deformacijos, kai $K = 1.2$

2.2 Tampriai plastiniu grynuoju lenkimu apkrauto stačiakampio skerspjūvio strypo analitinių ir eksperimentinių tyrimų duomenų palyginimas

Darbe [1] pateikti eksperimentinių ir analitinių tampriai plastiniu grynuoju lenkimu apkrauto stačiakampio skerspjūvio strypo tyrimų duomenys. Eksperimentams naudota medžiaga Д16T1. Eksperimentiniai grynojo lenkimo duomenys pateikti 2.2.1 lentelėje. Analitiniuose skaičiavimuose taikytas tiesinis deformavimo diagramos plastinės dalies aproksimavimas. Deja, darbe nėra duomenų apie aliuminio sustiprėjimo modulių nustatymą bei jų reikšmes. Minima, kad gautas pakankamai geras rezultatų sutapimas.

Mūsų skaičiavimuose taikytas deformavimo diagramos plastinės dalies aproksimavimas laipsnine funkcija. Šis aproksimavimas yra tikslesnis , todėl analitiniai ir eksperimentiniai duomenys turėtų sutapti geriau. Atliekant aliuminio Д16T1 statinio deformavimo konstantų nustatymą (1.3 skyrius) gavome, kad naudojant $K = 1.0$, konstantos $m_1 = 0.171$ ir $m_2 = 0.2$. Jei $K = 1.056$, tai $m_1 = 0.171$, o $m_2 = 0.1699$. Abiem atvejais, lenkimo momentų reikšmės apskaičiuojamos (2.1.29) lygybėje įrašius gautas medžiagos konstantas, prieš tai pagal (2.1.20) lygybę nustačius jos deformaciją atitinkantį įtempimų neutralaus sluoksnio poslinkį simetrijos ašies atžvilgiu.

Santykinės lenkimo momento M reikšmės apskaičiuotos iki deformacijos $\bar{e} = 6$ ir pateiktos 2.2.2 lentelėje.

Teorinės lenkimo momentų kreivės, gautos taikant tiesinę ir laipsninę aproksimaciją, ir eksperimentiniai taškai pateikti 2.2.1 pav. grafike. Iš grafiko matyti, kad eksperimentiniai taškai pateikti išsidėstė žemiau mūsų apskaičiuotų kreivių. Gauti netikslumai galėjo atsirasti dėl paklaidų, nustatant eksperimentinių tempimo ir gniuždymo grynojo lenkimo kreivių aproksimuotas proporcingumo ribas. Nepaisant netikslumų, galima teigti, kad pakankamai geras eksperimentinių ir analitinių duomenų sutapimas (paklaida ne didesnė nei 6%). Taip pat matyti, kad aliuminio Д16T1 lenkimo momentų kreivės, apskaičiuotos įvertinus nevienodo priešinimosi tampriai deformacijai koeficientą K, kai pasirenkame $K = 1.056$, ar $K = 1.0$, praktiškai sutampa. Todėl, esant $K < 1.056$, skaičiavimus galima atlikti taikant konstantą $K = 1.0$.

2.2.1 lentelė

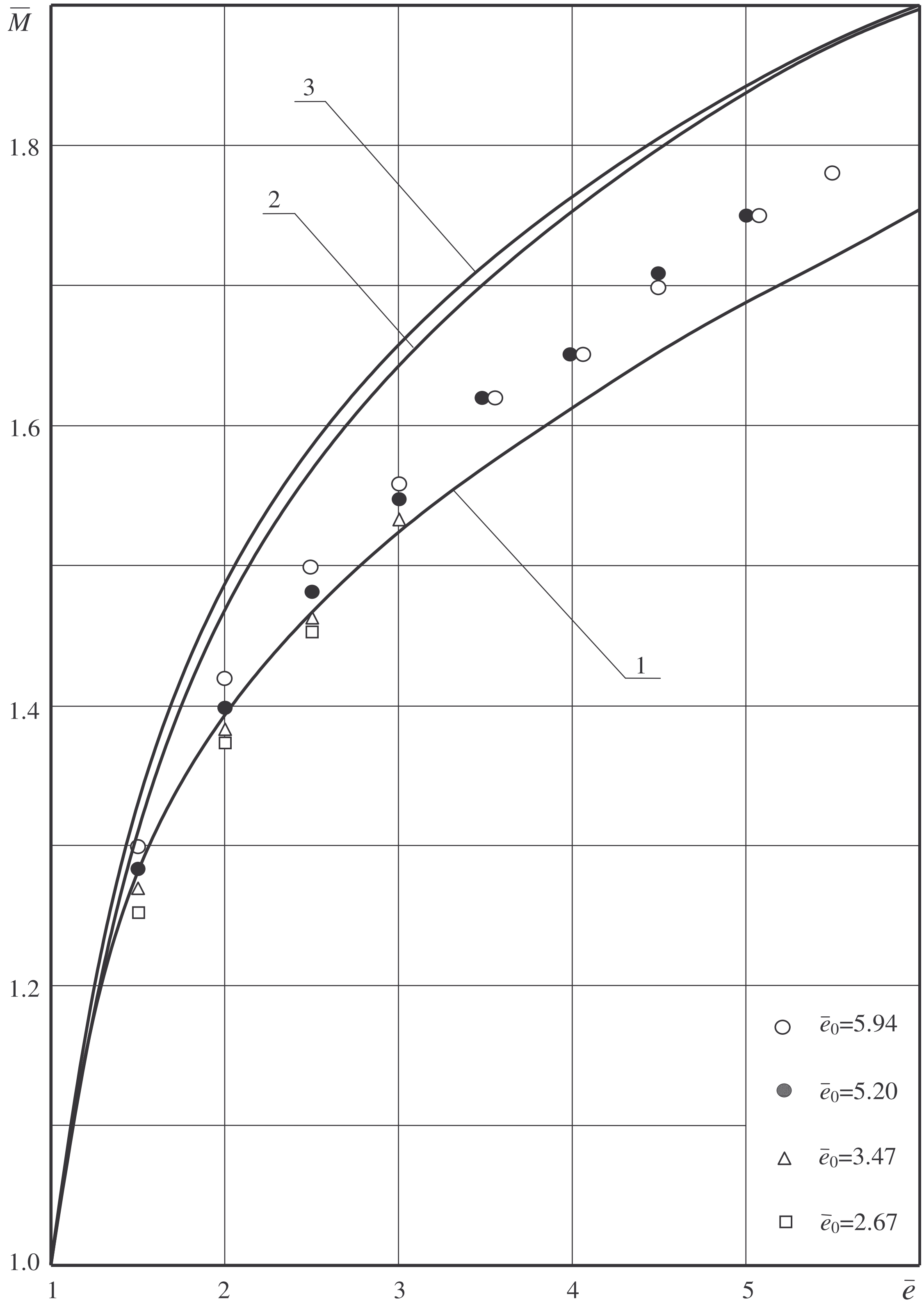
Aliuminio Д16T1 vienkartinio deformavimo grynuoju lenkimu, eksperimentinės reikšmės

$\bar{e}_0$		$\bar{e}$								
		1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5
$\overline{M}$	2.67	1.25	1.37	1.45						
	3.47	1.27	1.38	1.46	1.53					
	5.20	1.28	1.4	1.48	1.55	1.62	1.65	1.71	1.74	
	5.94	1.3	1.42	1.5	1.56	1.62	1.66	1.7	1.74	1.78

2.2.2 lentelė

Aliuminio Д16T1 vienkartinio deformavimo grynuoju lenkimu, analitinės reikšmės

$\bar{e}$		1.5	2	3	4	5	6
$\overline{M}$	$K = 1.0$	1.31	1.469	1.644	1.755	1.84	1.895
	$K = 1.056$	1.329	1.486	1.657	1.763	1.842	1.9



2.2.1 pav. Teorinės kreivės ir eksperimentiniai taškai. Aliuminio Д16T1, statinio grynojo lenkimo atveju. 1 taikant tiesinę aproksimaciją [1]; 2 taikant laipsninę aproksimaciją $K = 1.0$; 3 laipsninė aproksimacija $K = 1.056$

IŠVADOS

1. Šiame darbe pateikta statiniu tampriai plastiniu grynuoju lenkimu apkrauto stačiakampio skerspjūvio strypo analitinių tyrimų metodika leidžia modeliuoti įtempimų neutraliojo sluoksnio kitimą ir santykinius lenkimo momentus, priklausančius nuo pasirinktos deformacijos ir medžiagų mechaninių charakteristikų. Skaičiavimuose taikomas statinės deformavimo diagramos plastinės dalies aproksimavimas laipsnine funkcija.
2. Taikant skaičiavimo metodiką, nustatytos įtempimų neutralaus sluoksnio padėties ir santykinių lenkimo momentų priklausomybių nuo deformacijos grafikai, esant tokioms medžiagos konstantoms: m_1 = 0.1; 0.2; 0.3; 0.4, m_2 = 0.1; 0.2; 0.3; 0.4 ir K=1.0; 1.1; 1.2
3. Analitinės grynojo lenkimo kreivės buvo palygintos su eksperimentų duomenimis. Gautas pakankamai geras eksperimentinių ir analitinių duomenų sutapimas.
4. Aliuminio Д16T1 lenkimo momentų kreivės, apskaičiuotos įvertinus nevienodo priešinimosi tampriai deformacijai koeficientą K(K=1.056), ar pasirinkus K=1.0, praktiškai sutampa. Esant K<1.056, skaičiavimus galima atlikti taikant konstantą K=1.0.
5. Pateikti skaičiavimai ir gauti jų rezultatai gali būti pritaikyti ir naudojami lenkiamų detalių ir konstrukcijų skaičiavimuose, kai jas veikia statinės ir ciklinės proporcingumo ribas viršijančios apkrovos.

LITERATŪRA

1. Daunys M Stačiakampių strypų skaičiavimas lenkimui už proporcingumo ribų. – Lietuvos TSR aukštųjų mokyklų mokslo darbai. Elektrotechnika ir mechanika, 1964, t.III, p.61-69.
2. Daunys M., Rimovskis S. Mažaciklis apvalaus elementų lenkimas. –Tarp. konf. "Mechanika 2001‘‘ pranešimų medžiaga. –Kaunas: Technologija, 2001, p21-26
3. Daunys M., Rimovskis S. Analysis of circular crosssection bar, loaded by static and cyclic elasto-plastic pure bending. – Mechanika. ISSN 1392-1207. – Kaunas: Technologija, 2002, Nr. 1 (33), p. 5-10.
4. Daunys M., Rimovskis S Analysis of low –cycle loading characteristics at pure bending. – Mechanika. ISSN 1392-1207. – Kaunas: Technologija, 2002, Nr. 5 (37),p.5-9.
5. Daunys. M., Rimovskis S. Analysis of Low-cycle Strength and Durability of steel 45 at Pure Bending. – Mechanika. ISSN 1392 – 1207. –Kaunas: Technologija, 2003, Nr.1 (39), p. 5-10.
6. Thassan, Z. Liu. On the difference of fatigue strengths from rotating bending, four-point bending, cantiliver bending tests. International Journal of Pressure Vessels and Piping, vol.78 (1), 201, pp.19-30.
7. M. M. Megahed, A. M Eleiche, N. M. Abd-Allah. Low cycle fatigue in rotating cantilever under bending I: Theoretical analysis. International Journal of fatigue, vol. 18, 1996,99.401-412.
8. A. M. Eleiche, M M. Megahed, N. M. Abd-Allah. Low Cycle fatigue in rotating cantilever under bending II: Experimental investigation on smooth specimens. international Journal of Fatigue, vol. 18, 1996, pp. 577-592.
9. Feodosjevas V., Medžiagų atsparumas. – vadovėlis. – Vilnius: ‘‘Mokslas‘‘, 1977, p. 44-56, 326-335.
10. Bražėnas A.Tamprumo ir plastiškumo teorijų pagrindai. – vadovėlis. – Šiauliai: VšĮ Šiaulių universiteto leidykla, 2003, p. 155-161. ISBN 9986-38-433-8.
11. Martinenas B. Eksperimento duomenų statistinė analizė. – mokomoji knyga. – Vilnius: ‘‘Technika‘‘, 2004, p. 54-57. ISBN 9986-05-529-6.

PRIEDAI

1 PRIEDAS

ATSTUMO η_1 KITIMO PRIKLAUSOMYBĖS NUO MEDŽIAGOS KONSTANTŲ m_1, m_2 IR, $\bar{e}$ KAI $K = 1.0$

Nr.	m_1	m_2	$\bar{e}$							
			2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.1	0.1	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
2	0.2	0.2	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
3	0.3	0.3	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
5	0.1	0.2	0.495	0.489	0.484	0.481	0.477	0.477	0.472	0.469
6	0.1	0.3	0.491	0.479	0.471	0.462	0.456	0.451	0.449	0.441
7	0.1	0.4	0.486	0.47	0.457	0.446	0.436	0.428	0.421	0.415
8	0.2	0.1	0.505	0.511	0.515	0.519	0.582	0.525	0.528	0.53
9	0.2	0.3	0.495	0.489	0.485	0.481	0.478	0.475	0.473	0.471
10	0.2	0.4	0.491	0.48	0.471	0.464	0.458	0.452	0.448	0.443
11	0.3	0.1	0.509	0.52	0.529	0.537	0.544	0.549	0.554	0.558
12	0.3	0.2	0.504	0.51	0.514	0.518	0.521	0.524	0.526	0.528
13	0.3	0.4	0.495	0.49	0.486	0.482	0.479	0.476	0.474	0.472
14	0.4	0.1	0.513	0.529	0.543	0.554	0.564	0.572	0.578	0.585
15	0.4	0.2	0.509	0.519	0.528	0.536	0.542	0.547	0.552	0.556
16	0.4	0.3	0.504	0.509	0.514	0.517	0.521	0.523	0.526	0.527

ATSTUMO η_1 KITIMO PRIKLAUSOMYBĖS NUO MEDŽIAGOS KONSTANTŲ m_1, m_2 IR, $\bar{e}$ KAI $K = 1.1$

Nr.	m_1	m_2	$\bar{e}$							
			2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.1	0.1	0.490	0.486	0.484	0.484	0.483	0.482	0.482	0.482
2	0.2	0.2	0.491	0.488	0.487	0.486	0.486	0.485	0.485	0.485
3	0.3	0.3	0.492	0.49	0.489	0.488	0.488	0.488	0.488	0.487
4	0.4	0.4	0.493	0.492	0.491	0.491	0.491	0.491	0.49	0.49
5	0.1	0.2	0.486	`0.478	0.472	0.467	0.463	0.46	0.457	0.454
6	0.1	0.3	0.483	0.469	0.459	0.451	0.44	0.438	0.433	0.428
7	0.1	0.4	0.479	0.462	0.447	0.436	0.426	0.418	0.411	0.404
8	0.2	0.1	0.494	0.497	0.501	0.503	0.506	0.508	0.511	0.513
9	0.2	0.3	0.488	0.48	0.475	0.47	0.466	0.463`	0.461	0.458
10	0.2	0.4	0.484	0.472	0.462	0.454	0.448	0.443	0.438	0.433
11	0.3	0.1	0.499	0.507	0.515	0.522	0.528	0.533	0.538	0.542
12	0.3	0.2	0.496	0.498	0.502	0.505	0.508	0.511	0.512	0.514
13	0.3	0.4	0.489	0.482	0.477	0.473	0.469	0.467	0.464	0.462
14	0.4	0.1	0.504	0.517	0.529	0.539	0.548	0.556	0.563	0.569
15	0.4	0.2	0.501	0.508	0.516	0.523	0.528	0.534	0.538	0.542
16	0.4	0.3	0.497	0.5	0.503	0.506	0.509	0.511	0.514	0.515

ATSTUMO η_1 KITIMO PRIKLAUSOMYBĖS NUO MEDŽIAGOS KONSTANTŲ m_1, m_2 IR, $\overline{e}$ KAI $K = 1.2$

Nr.	m_1	m_2	$\overline{e}$							
			2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.1	0.1	0.477	0.475	0.471	0.469	0.468	0.467	0.467	0.466
2	0.2	0.2	0.484	0.478	0.476	0.475	0.474	0.473	0.472	0.473
3	0.3	0.3	0.486	0.482	0.48	0.478	0.478	0.477	0.477	0.477
4	0.4	0.4	0.488	0.485	0.483	0.;482	0.482	0.481	0.481	0.481
5	0.1	0.2	0.479	0.468	0.461	0.455	0.451	0.447	0.444	0.441
6	0.1	0.3	0.477	0.461	0.499	0.441	0.434	0.427	0.422	0.417
7	0.1	0.4	0.474	0.454	0.439	0.427	0.417	0.409	0.402	0.42
8	0.2	0.1	0.486	0.485	0.487	0.489	0.491	0.493	0.496	0.497
9	0.2	0.3	0.482	0.471	0.465	0.46	0.456	0.452	0.45	0.448
10	0.2	0.4	0.479	0.465	0.454	0.446	0.439	0.434	0.429	0.424
11	0.3	0.1	0.491	0.496	0.502	0.508	0.514	0.519	0.523	0.527
12	0.3	0.2	0.489	0.489	0.491	0.493	0.495	0.498	0.5	0.5
13	0.3	0.4	0.484	0.475	0.469	0.464	0.461	0.458	0.455	0.453
14	0.4	0.1	0.498	0.506	0.517	0.527	0.535	0.543	0.549	0.555
15	0.4	0.2	0.493	0.499	0.505	0.511	0.517	0.522	0.526	0.53
16	0.4	0.3	0.491	0.492	0.494	0.497	0.499	0.501	0.503	0.505

SANTYKINIO LENKIMO MOMENTO PRIKLAUSOMYBĖS NUO DEFORMACIJOS IR MEDŽIAGOS KONSTANTŲ m_1 ir m_2, KAI $K = 1.0$

Nr.	m_1	m_2	$\bar{e}$							
			2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.1	0.1	1.424	1.547	1.614	1.661	1.696	1.726	1.752	1.774
2	0.2	0.2	1.475	1.658	1.776	1.867	1.941	2.005	2.061	2.111
3	0.3	0.3	1.529	1.779	1.958	2.101	2.224	2.332	2.429	2.517
4	0.4	0.4	1.586	1.912	2.161	2.371	2.557	2.717	2.867	3.907
5	0.1	0.2	1.448	1.599	1.689	1.755	1.807	1.851	1.890	1.924
6	0.1	0.3	1.473	1.65	1.762	1.845	1.913	1.971	2.02	2.065
7	0.1	0.4	1.497	1.699	1.831	1.931	2.012	2.081	2.142	2.195
8	0.2	0.1	1.448	1.599	1.689	1.755	1.808	1.852	1.89	1.924
9	0.2	0.3	1.502	1.715	1.861	1.974	2.07	2.152	2.226	2.292
10	0.2	0.4	1.527	1.771	1.942	2.078	2.193	2.293	2.383	2.464
11	0.3	0.1	1.473	1.65	1.762	1.845	1.913	1.971	2.021	2.065
12	0.3	0.2	1.501	1.715	1.861	1.975	2.07	2.153	2.226	2.29
13	0.3	0.4	1.557	1.842	2.052	2.225	2.374	2.506	2.626	2.736
14	0.4	0.1	1.497	1.699	1.831	1.931	2.012	2.082	2.142	2.195
15	0.4	0.2	1.527	1.771	1.942	2.076	2.193	2.294	2.383	2.464
16	0.4	0.3	1.557	1.842	2.052	2.225	2.374	2.507	2.626	2.736

SANTYKINIO LENKIMO MOMENTO PRIKLAUSOMYBĖS NUO DEFORMACIJOS IR MEDŽIAGOS KONSTANTŲ m_1 ir m_2, KAI $K = 1.1$

Nr.	m_1	m_2	$\bar{e}$							
			2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.1	0.1	1.472	1.607	1.68	1.73	1.768	1.799	1.826	1.849
2	0.2	0.2	1.521	1.716	1.841	1.936	2.014	2.08	2.139	2.192
3	0.3	0.3	1.571	1.834	2.021	2.171	2.297	2.409	2.509	2.601
4	0.4	0.4	1.624	1.963	2.22	2.436	2.625	2.795	2.949	3.093
5	0.1	0.2	1.491	1.652	1.746	1.815	1.869	1.914	1.953	1.988
6	0.1	0.3	1.509	1.695	1.81	1.896	1.964	2.023	2.073	2.118
7	0.1	0.4	1.527	1.736	1.871	1.972	2.054	2.124	2.185	2.238
8	0.2	0.1	1.5	1.666	1.764	1.835	1.892	1.938	1.97	2.015
9	0.2	0.3	1.541	1.766	1.916	2.034	2.132	2.217	2.292	2.36
10	0.2	0.4	1.56	1.813	1.988	2.127	2.245	2.346	2.437	2.52
11	0.3	0.1	1.527	1.723	1.845	1.936	2.009	2.071	2.125	2.173
12	0.3	0.2	1.549	1.779	1.934	2.054	2.155	2.242	2.319	2.389
13	0.3	0.4	1.592	1.888	2.105	2.283	2.435	2.571	2.694	2.806
14	0.4	0.1	1.554	1.778	1.923	2.032	2.121	2.196	2.261	2.319
15	0.4	0.2	1.578	1.841	2.023	2.168	2.291	2.397	2.492	2.577
16	0.4	0.3	1.601	1.902	2.123	2.303	2.459	2.597	2.722	2.837

SANTYKINIO LENKIMO MOMENTO PRIKLAUSOMYBĖS NUO DEFORMACIJOS IR MEDŽIAGOS KONSTANTŲ m_1 ir m_2, KAI $K = 1.2$

Nr.	m_1	m_2	$\bar{e}$							
			2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.1	0.1	1.541	1.662	1.74	1.793	1.833	1.866	1.894	1.918
2	0.2	0.2	1.559	1.768	1.9	1.999	2.08	2.149	2.211	2.265
3	0.3	0.3	1.606	1.884	2.078	2.233	2.365	2.48	2.583	2.678
4	0.4	0.4	1.655	2.009	2.275	2.497	2.691	2.865	3.024	3.171
5	0.1	0.2	1.527	1.699	1.798	1.868	1.925	1.971	2.011	2.047
6	0.1	0.3	1.541	1.735	1.854	1.941	2.011	2.069	2.121	2.166
7	0.1	0.4	1.554	1.77	1.906	2.009	2.092	2.162	2.223	2.282
8	0.2	0.1	1.544	1.726	1.832	1.908	1.968	2.018	2.061	2.1
9	0.2	0.3	1.573	1.81	1.966	2.087	2.188	2.275	2.353	2.422
10	0.2	0.4	1.588	1.851	2.03	2.172	2.291	2.394	2.487	2.571
11	0.3	0.1	1.574	1.789	1.921	2.019	2.098	2.164	2.222	2.273
12	0.3	0.2	1.59	1.837	2.0	2.127	2.233	2.32	2.41	2.478
13	0.3	0.4	1.622	1.93	2.153	2.34	2.492	2.63	2.755	2.87
14	0.4	0.1	1.603	1.85	2.007	2.126	2.221	2.302	2.373	2.436
15	0.4	0.2	1.621	1.904	2.098	2.251	2.38	2.492	2.592	2.683
16	0.4	0.3	1.638	1.957	2.187	2.375	2.537	2.681	2.81	2.928