ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS
TECHNOLOGIJOS FAKULTETAS
MECHANIKOS INŽINERIJOS KATEDRA

Vytautas Ivinskas

SKERSPJŪVIO BRANDUOLIO PARAMETRŲ DAUGIASLUOKSNIUOSE STRYPUOSE TYRIMAS

Mechanikos inžinerijos magistro darbas

Vadovas
prof. habil. Dr. J. Bareišis

ŠIAULIAI, 2009

ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS

TECHNOLOGIJOS FAKULTETAS

MECHANIKOS INŽINERIJOS KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas
dr. A. Sabaliauskas
2009 06 05

SKERSPJŪVIO BRANDUOLIO PARAMETRŲ DAUGIASLUOKSNIUOSE STRYPUOSE TYRIMAS

Mechanikos inžinerijos magistro darbas

Recendentas
ŠU Technologijos fakulteto
Mechanikos inžinerijos katedros
doc. R. Šniuolis
2009 06 05

Vadovas
Prof. habil. Dr. J. Bareišis
2009 06 05

Atliko
MM-7 gr. Stud.
V. Ivinskas

ŠIAULIAI, 2009

Ivinskas V. Research on cross-section karnel parameters in a multilayer bar: Master thesis of mechanical engineer/research advisor Assoc. Prof. habil. Dr. J. Bareišis; Šiauliai University, Technological Faculty, Mechanical Engineering Department. – Šiauliai, 2009. – 66p.

SUMMARY

The theme of Master project of Mechanical engineer is actual nowadays, becauce multilayer structures (MS) are replacing many of the traditional one-material structures. MS has many unique features, like greater resistance to deformation and qualitatively new physical or chemical characteristics. Materials, their alignment and geometry of the selection options in MS are abundant. It is cheaper, we can reduce the weight and the rigidity make similarly.

This work examines multilayer strukctures (MS) cross-section of the karnel, its formations and its evalution from the cross-section area, cross-sectional shape and the elastic modulus. Homogeneous core of the cross-sectional is compared to the multi-core cross-section of the rod.

Seeking for cross-section tension with the same mark, the engineer must ensure, that the cross-section should not cross neutral line, and this can be done by adding a bar functional force to the known as the cross-section of the karnel.

Research result is obtained that the cross-section of the core increases with increasing cross-sectional area, and vary respectively to the changing shape of the block. Reducing the material elastic modulus, the karnel of cross-section is increasing.

TURINYS

LENTELIŲ SĄRAŠAS

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

ĮVADAS

Daugiasluoksniai konstrukciniai elementai (elementai, sudaryti iš dviejų ar daugiau skirtingų medžiagų) pirmiausia pradėti taikyti lėktuvuose, sklandytuvuose. Šiuo metu jie naudojami įvairios paskirties objektams: pradedant buitine technika, statybinėmis konstrukcijomis, automobiliais, baigiant lėktuvų konstrukcijomis.

Norint sukurti patikimą konstrukciją, reikia pažinti mechanines konstrukcinių medžiagų savybes, mokėti panaudoti savybes, išreikšti konstrukcijų skaičiavimuose.

Daugiasluoksnių konstrukcinių elementų (DKE) stiprumas, standumas priklauso nuo naudojamų medžiagų skaičiaus, medžiagų standumo charakteristikų, geometrinių parametrų, sluoksnių skaičiaus ir sluoksnių išdėstymo eiliškumo. Žinojimas, kaip kinta KE stiprumo ir standumo parametrai priklausomai nuo išvardintų veiksnių, įgalintų greičiau pasirinkti tinkamą gaminio (sudaryto iš DKE) konstrukcijos variantą.

Konstruojant DKE iš kelių skirtingų medžiagų, kurios turi skirtingas ne tik stiprumo ir standumo charakteristikas, bet ir skirtingą lyginamąjį svorį ir masę, galima didelė konstrukcijų įvairovė su skirtingais parametrais. Taigi, derinant kompozicinių medžiagų stiprumo ir standumo reikalavimus su jų sluoksnių storiais, tankiais ir kaina, galima gauti maksimalaus stiprumo ir standumo bei minimalios masės ar kainos daugiasluoksnes konstrukcijas. Medžiagų bendras darbas kompozicijoje yra tolygus naujos medžiagos sukūrimui, kurios savybės skiriasi nuo ją sudarančių komponentų savybių.

Pagal lygtis galima apskaičiuoti daugiasluoksnio konstrukcinio elemento geometrinio ir standumo centrų koordinates, nustatyti svarbiausių ašių padėtis, apskaičiuoti ašinį standumą bei standumus, lenkiant svarbiausių ašių atžvilgiu, taip pat įtempimų dydžius bet kuriame konstrukcinio elemento taške, kai jis yra tempiamas (gniuždomas), lenkiamas, sukamas ar sudėtingai deformuojamas. Taip pat yra skerspjūvio branduolio parametrų nustatymo metodika, kuri yra nagrinėjama darbe.

Tyrimo objektas – daugiasluoksnio strypo skerspjūvio branduolio ploto kitimas.

Tyrimo tikslas – išnagrinėti, kaip kinta daugiasluoksnio konstrukcinio elemento skerspjūvio branduolio plotas, priklausomai nuo sluoksnio formos ir geometrijos, bei tamprumo modulio.

Tyrimo uždaviniai :

- Įsisavinti skerspjūvio branduolio, daugiasluoksnei konstrukcijai, skaičiavimo metodiką.
- Nustatyti skerspjūvio branduolio parametrų kitimą priklausomai nuo sluoksnio formos ir geometrijos, bei tamprumo modulio.

Teorinė darbo reikšmė. Darbe pateikta metodika leidžia nustatyti svarbiausius asimetrinės daugiasluoksnės konstrukcijos parametrus ir charakteristikas. Jos gali būti panaudotos DKE stiprumo skaičiavimuose .

Praktinė darbo reikšmė. Darbe pateikta daugiasluoksnės konstrukcijos svarbiausių parametrų kitimo kreivės. Atsižvelgus į jas, galime nuspręsti, kaip kinta konstrukcijos parametrai keičiant jos formą ir tamprumo modulį.

1. Daugiasluoksnių strypų panaudojimo sritys ir jų efektyvumas

Daugelis konstrukcinių elementų gaminama iš vienos rūšies medžiagos. Tada daugeliu atveju negalime suderinti medžiagos stipruminių savybių su konstrukcijai keliamais masės, kainos ir kitais reikalavimais. Tik skirtingų stipruminių bei tamprumo charakteristikų medžiagos užtikrina optimalių parametrų konstrukcinius elementus [8].

Daugiasluoksniais konstrukciniais elementais (DKE) vadinama tokia konstrukcija, kurių gamyboje panaudota dvi ir/ar daugiau medžiagų, kurių stiprumo ir standumo charakteristikos žinomos.

Daugiasluoksnės sijos pradėtos plačiai taikyti, atsiradus kompozicinėms medžiagoms, kurioms būdingos ryškios anizotropinės savybės.

Gaminant įvairios paskirties gaminius bei konstrukcinius elementus, vis plačiau naudojamos naujausios kompozicinės medžiagos – stiklo, anglies ar boro plastikai, taip pat kitos medžiagos, turinčios ryškių anizotropinių savybių. Derinant kompozicinių medžiagų stiprumą ir standumą tempiant ar lenkiant su šių medžiagų sluoksnių storiais, tankiais ar kaina, galima gauti maksimalaus stiprumo ir standumo bei minimalios masės ar pigiausias daugiasluoksnes konstrukcijas.

Sluoksniuotų konstrukcijų elgsena yra daug sudėtingesnė negu pagamintų iš vientisos medžiagos. Čia reikia vertinti ne tik monosluoksnius, bet ir jų bendrą sąveiką, tame tarpe ir tarpsluoksnį. Dėl atsiradusių didelių įtempimų tarpsluoksniai gali atsisluoksniuoti, medžiaga gali suirti. Tad visa daugiasluoksnė konstrukcija priklauso ne tik nuo atskirų sluoksnių, bet ir nuo tarpsluoksnio stiprumo ir irimo ypatumų.

Daugiakomponenčiai konstrukciniai elementai naudojami įvairios paskirties objektuose, pradedant buitine technika, automobiliais ir baigiant statybinėmis bei lėktuvų konstrukcijomis. Sluoksniuojant medžiagas, galima gauti reikiamų savybių konstrukcijas norima kryptimi, atsižvelgiant į apkrovų visumą, jų veikimo kryptį, naudojamų medžiagų anizotropiškumą bei kitus aktualius reikalavimus.

Mašinų gamyba. Polimerinės kompozicinės medžiagos (PKM) naudojamos gaminant visų rūšių tekstilės paruošimo, gamybos ir perdirbimo įrenginius, slėginius, chemiškai atsparius ir kt. technologinius, taip pat skysčių transportavimo ir laikymo indus, buitinius šaldytuvus, pramoninius stacionarius ir kilnojamuosius šaldymo įrenginius, spintas, vitrinas ir vamzdynus, pramogų verslo įrenginius bei konstrukcijas diskotekoms, reklaminiams ir kt. masiniams renginiams, vaizdo ir garso aparatūrą bei įrangą, kompiuterinę ir kitą elektroninę įrangą, robotus, saulės kolektorius, saulės ir vėjo jėgaines, parabolines antenas, parkų ir atrakcionų įrangą, muzikos instrumentus, ventiliatorius, šviestuvus, baldus bei jų armatūrą ir t. t.

Transportas. Gaminiai iš PKM sparčiai plinta visose transporto šakose. Iš PKM gaminamos automobilių salonų apdailos medžiagos, buferiai, dugno karkasai. Pradėti gaminti automobilių kėbulai, konstruojami ir išbandomi naujos konstrukcijos automobilių pagalbiniai mechanizmai, variklių ir pavarų detalės. Tokios pat PKM naudojimo tendencijos ryškėja jūrų bei geležinkelio transporto priemonių gamyboje. Iš kompozicijos, turinčios daugiau stiklo pluošto, galima gauti medžiagą, kurios santykinis stiprumas tempiant yra daugiau kaip 60 kartų didesnis nei metalo, naudojamo automobilių kėbulams gaminti. Per pastaruosius dvidešimt penkerius metus polimerinių kompozitų su įvairiais pluoštais naudojimas transporto priemonių gamybai išaugo daugiau kaip 10 kartų. Todėl jų svoris ir energijos sąnaudos gamybai sumažėjo daugiau kaip du kartus.

Tekstilės pramonė. Čia trumpai aptarsime tik techninėje tekstilėje naudojamas medžiagas. Tai tekstilė, kuriai nekeliami ypatingi estetiniai reikalavimai, tačiau keliami konkretūs funkciniai reikalavimai. Pavyzdžiui, ji turi būti nedegi, neperšaunama, pasižyminti filtravimo savybėmis ir kt. Techninė tekstilė labai plačiai naudojama pramonėje, naujų medžiagų gamyboje, žemės ūkyje, medicinoje, aviacijoje, kosmonautikoje ir kitose žmogaus veiklos srityse.

XX amžiaus antroje pusėje sukurti sintetiniai siūlai padarė didelį poveikį techninės tekstilės raidai. Šie siūlai labai atsparūs mechaniniam, atmosferos bei aukštų temperatūrų poveikiui. Tomis pačiomis savybėmis pasižymi ir iš šių pluoštų audžiami audiniai. Pastaraisiais dešimtmečiais plačiausiai naudojami stiklo, anglies, boro, silicio karbido, aramidinis, poliaramidinis ir kt. pluoštai.

Jau dabar gaminamos kareivių uniformos iš aktyvios tekstilės medžiagos, galinčios keisti savo spalvą, saulės šviesą ir kareivio kūno šilumą paversti elektros energija, galinčios būti papildomu jėgos šaltiniu, padedančiu žmogaus raumenims, bei reaguoti į aplinkoje esančias chemines medžiagas ar minas ir informuoti apie tai karį.

Naujų konstrukcinių medžiagų taikymas statyboje. Kompozitai skverbiasi į visas technikos sritis, taip pat ir į statybą. Naujų pastatų stogo konstrukcijų, stogo ir grindų dangų medžiagas, vidaus ir išorės sienų apdailos panelius, ventiliacijos kanalų blokus, vamzdynus, o mažų pastatų – visas atramines detales ir konstrukcijas bei sienų blokus galima parinkti pagamintus iš PKM, taip iš esmės pakeičiant tradicinę statybos darbų technologiją. Šios medžiagos statybose patogios tuo, kad joms nereikia apdailos ir papildomo antikorozinio gruntavimo bei dažymo, nebūtinos dekoratyvios dangos. Tai labai atpigina statybas, paspartina ir palengvina montavimo darbus.

Pagalbinė daugkartinė statybinė įranga, gaminama iš PKM, – pastoliai, laikini kilnojamieji pastatai, laikinos atramos, užtvaros, kopėčios, klojiniai, padėklai ir įvairi tara, apsauginiai šalmai ir kt. – pamažu keičia metalinius ir medinius gaminius.

Pradėti gaminti PKM strypai ir kieto PKM tinklo plokštės betonams armuoti vietoj dabar naudojamos metalinės armatūros palengvins ir atpigins betonines perdangų plokštes ir kitas armuotas statybines detales bei konstrukcijas, kartu leis patobulinti jų surinkimo operacijas ir sukurti naujas statybos darbų technologijas.

Naujų konstrukcinių medžiagų taikymas medicinoje. Šioje srityje PKM diegiamos lėčiau, nes gaminiai turi būti išbandomi ilgesnį laikotarpį, be to, gaminiams bei medžiagoms keliami didesni reikalavimai toksiškumo ir alergiškumo požiūriu. Tačiau dėl gerų mechaninių, eksploatacinių savybių ir ilgaamžiškumo jos yra perspektyvios ir medicinoje.

Dabar gaminama medicinos įranga: įvairios reabilitacijos priemonės, vežimėliai, ramentai, stomatologijos, rentgeno ir kt. kabinetų įranga, galūnių ir dantų protezai, dirbtinės sausgyslės, sąnarių pakaitalai ir kt.

Kompozicinės medžiagos stomatologijoje. Kompozicinės medžiagos plačiai naudojamos ir dantims taisyti. Pasak stomatologų, geriausios yra helio plombos. Tai šviesoje kietėjantys kompozitai.Šios plombos yra estetiškos, jas galima parinkti pagal danties spalvą, jas sunkiai tirpina seilės. Ne taip seniai atsiradusios helio plombos tvirtumu nenusileidžia amalgaminėms. Jos mechaniškai atsparios. Pasirenkantiems helio plombas reikėtų žinoti, kad jos dedamos švitinant specialia lempa. Helio plombą reikia keisti 2…3 kartus rečiau negu amalgamines.

Naujų konstrukcinių medžiagų taikymas aviacijoje. Karo, kosmoso bei aviacijos pramonėje, kur keliami dideli reikalavimai gaminių atsparumo, antipireninių, termoizoliacinių, antiradiacinių ir kitų savybių rodikliams, polimeriniai kompozitai pritaikyti ir naudojami kaip pagrindinės konstrukcinės medžiagos jau 25 – 30 metų. Daugiau šiose pramonės šakose jie nebeplinta dėl per mažo terminio atsparumo, nors mechaniniu atsparumu pranoksta metalus.

Daug plačiau čia bus taikomos naujai kuriamos kompozitinės medžiagos iš metalų pluošto su metalų siūlinių monokristalų užpildais. Jos bus lengvos, stiprios, atsparios temperatūrai.

Ypač didelis ekonominis efektas gautas naudojant kompozicines medžiagas lėktuvų gamybai. Kadangi stiklaplastikių santykinis stiprumas yra 5 – 6 kartus didesnis negu pagrindinės lėktuvų gamybos medžiagos – aliuminio, o boro ir anglies pluoštai standumą padidina irgi tiek pat ar net daugiau, tai lėktuvų masė sumažėjo daugiau kaip du kartus.

Šiuolaikinių viršgarsinių lėktuvų gamyboje, naudojant kompozicines medžiagas, tarp jų ir sluoksniuotas konstrukcijas, konstrukcijos masę galima sumažinti iki 35 procentų. Todėl 21 proc. atpinga lėktuvas ir iki 30 proc. mažiau sunaudojama degalų. Iš kompozitų gaminami lėktuvų sparnai, fiuzeliažai, įvairios vairo ir kitų mechanizmų detalės. Apie 60 – 90 proc. naujausių keleivinių lėktuvų gaminama iš kompozicinių medžiagų, kurios daugiausiai konstruojamos su koriniais, putplasčių ir kitokiais armuojančiaisiais intarpais.

Lengvesnės ir atsparesnės konstrukcijos iš kompozitų padarė perversmą aviacijos ir kosmoso pramonėje, leido pagerinti didelių keleivinių lėktuvų aerodinamines savybes ir pasiekti viršgarsinį greitį, o raketoms – iškelti į kosmosą didelius krovinius. Pastaruosius penkiolika metų aerokosminės ir karinės technologijos, naudojusios polimerines kompozicines medžiagas (PKM), buvo masiškai diegiamos vartojamųjų gaminių pramonėje.

Didelis atsparumas balistiniams smūgiams pasiekiamas formuojant lėktuvų, lenktyninių automobilių korpusų detales, taip pat apsauginius šalmus bei šarvus iš anglies pluošto audinio, impregnuoto poliimidinėmis dervomis [2].

2. Skerspjūvio parametrų nustatymo metodikos

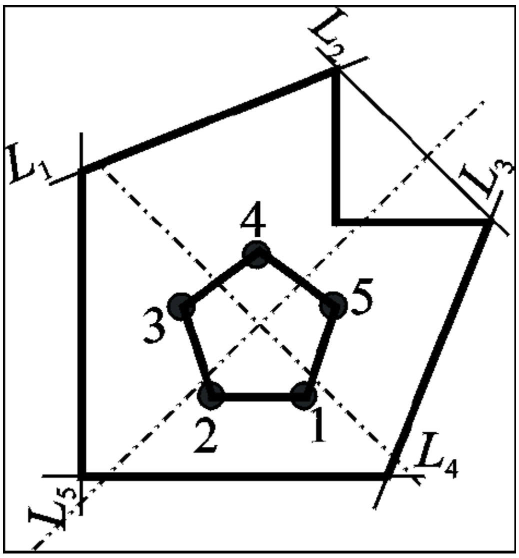
2.1. Skerspjūvio branduolys, jo reikšmė ir parametrai

Plytų mūras ir kai kurios konstrukcinės medžiagos gana gerai priešinasi gniuždymui ir beveik visiškai nelaiko tempimo jegų – pleišėja, trūksta. Taigi, inžinierius turi stengtis, kad iš tokios medžiagos padarytos konstrukcijos skerspjūviuose nebūtų tempiamųjų įtempimų, kad visi įtempimai skerspjūvyje būtų vieno (neigiamo) ženklo. Kitaip tariant, neutralioji linija neturėtų kirsti skerspjūvio kontūro, turėtų eiti už skerspjūvio ribų.

Kai neutralioji linija toli nuo skerspjūvio svorio centro (nuo koordinačių pradžios), jos sankirtos su ašimis koordinatės a_x, a_y yra didelės. O iš (2.1.1 pav.) matyti, kad šios koordinatės yra tuo didesnės, kuo mažesnės yra jėgos pridėties taško koordinatės x_f, y_f. Taigi, konstruktorius turi siekti, kad jėga F būtų pakankamai arti skerspjūvio svorio centro – tik tada skerspjūvio nekirs neutralioji linija. Vienintelė lygiagretė strypo ašiai apkrovos jėga F (arba strypą veikiančių apkrovos jėgų atstojamoji) turi būti pridėta vadinamajame skerspjūvio branduolyje.

Skerspjūvio branduolys yra ta skerspjūvio sritis apie svorio centrą, kurioje pridėjus ašiai lygiagretę jėgą normaliniai įtempimai visame skerspjūvio plote būna vienodo ženklo [4].

Norint, kad skerspjūvyje įtempimai būtų vienodo ženklo, inžinierius turi užtikrinti, kad skerspjūvio nekirstų neutralioji linija, o tai galima padaryti strypą vekiančią jėgą pridedant vadinamąjame skerspjūvio branduolyje.



2.1.1 pav. Skerspjūvio branduolys ir liestinė

2.2. Skerspjūvio branduolio parametrų nustatymo homogeniniuose strypuose metodika

Skerspjūvio branduolio kontūro taškui x_f, y_f rasti naudojame formules:

$$x_f = -\frac{i_y^2}{a_x}; \qquad (2.2.1) \qquad\qquad y_f = -\frac{i_x^2}{a_y}; \qquad (2.2.2)$$

čia x_f, y_f – branduolio viršūnių koordinatės;

i_y^2, i_x^2 – inercijos spinduliai;

a_x, a_y – liestinių sankirtos taškai su svarbiausiomis ašimis.

Jos gautos iš formulės:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_f}; \qquad (2.2.3) \qquad\qquad a_y = -\frac{i_y^2}{y_f}; \qquad (2.2.4)$$

Šiose formulėse a_x ir a_y yra koordinatės tų taškų, kuriuose su ašimis susikerta skerspjūvio branduolio liestinė.

Įsivaizduojame, kad ta skerspjūvio liestinė yra tariamoji neutralioji linija. Jeigu neutraliosios linijos padėtis būtų tokia, tai ji atitiktų skerspjūvio branduolio apibrėžimą ir taškas, apskaičiuotas (2.2.1. ir 2.2.2.) formulėmis ir žymintis tariamosios jėgos pridėties padėtį, būtų branduolio taškas. Jeigu neutralioji linija pasislinktų nors kiek link centro (ir jau ne liestų, bet kirstų skerspjūvio kotūrą), įtempimai skerspjūvyje taptų dvejopo ženklo ir (2.2.1. ir 2.2.2.) formulėmis nustatytas taškas nebeatitiktų branduolio sąvokos, būtų už branduolio ribų. Taigi, bet kuri liestinė yra ribinė neutraliosios linijos padėtis, atitinkantį ribinį skerspjūvio branduolio tašką.

Apjuosę visą skerspjūvio kontūrą virtine liestinių (jų gali būti kelios ar net labai daug) ir nustatę pagal jas skerspjūvio branduolio kontūro taškus bei nuosekliai sujungę juos linijomis, gauname branduolio figūrą.

Jeigu skerspjūvio kontūras kampuotas, jo bet kurį kampą (viršūnę) liečiančių tiesių yra begalinė daugybė. Visų šių liestinių nagrinėti nėra reikalo, nes galima parodyti, kad liestinei besisukant apie kontūro viršūnę k (2.2.1 pav.) branduolio kontūro taškas slenka tiese, o šiai tiesei nubrėžti pakanka žinoti tik du taškus. Mat, visos per tašką k einančios liestinės (L1, ..., L3, ...) tenkina tokio pavidalo neutraliosios linijos lygtį:

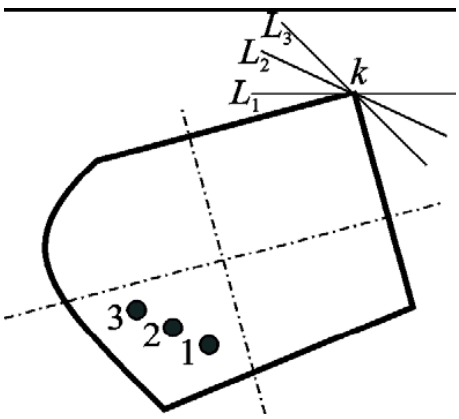
$$1 + \frac{x_f}{i_y^2} x_k + \frac{y_f}{i_x^2} y_k = 0; \qquad (2.2.5)$$

čia x_k, y_k – sluoksnio geometrinio centro atstumai iki x ir y ašių.

Laikydami kintamaisiais dydžiais branduolio kontūro taškų (1, ..., 3, ...) koordinates x_f ir y_f, matome, kad šiuos taškus siekia taip pat tiesės lygtis:

$$1+\frac{x_k}{i_y^2}x_f+\frac{y_k}{i_x^2}y_f=0\,; \qquad (2.2.6)$$

Iš to darome praktišką išvadą: nagrinėtos yra tik tos kampuoto skerspjūvio kontūro liestinės, kurios kontūrą liečia ne mažiau kaip dviem taškais; kiekviena tokia liestnė atitinka skerspjūvio branduolio kontūro viršūnę, o šie kampiniai taškai sujungiami tiesėmis (2.1.1 pav.).



2.2.1 pav. Branduolio kontūro viršūnė k

Verta įsidėmėti kai kurių paprastos formos skerspjūvių branduolių pavidalą [4].

Stačiakampio skerspjūvio branduoliui nustatyti naudojame keturias skerspjūvio liestines, kurios visos sutampa su stačiakampio kraštinėmis (2.2.2 pav.). Šių liestinių sankirtos su ašimis x ir y taškų koordinatės:

$a_{x1} = h/2$, $a_{y1} = \infty$,

$a_{x2} = \infty$, $a_{y2} = b/2$,

$a_{x3} = -h/2$, $a_{y3} = \infty$,

$a_{x4} = \infty$, $a_{y4} = -b/2$.

Kadangi,

$$i_y^2=\frac{I_x}{A}=\frac{bh^3/12}{bh}=\frac{h^2}{12}\quad; \qquad (2.2.7) \qquad \text{ir} \qquad i_y^2=\frac{b^2}{12}; \qquad (2.2.8)$$

čia I_x – inercijos momentas;

A – skerspjūvio plotas;

b – skerspjūvio plotis;

h – skerspjūvio aukštis.

Tai (2.2.1. ir 2.2.2.) formulėmis apskaičiuotos branduolio viršūnių koordinatės yra tokios:

$$x_{f1} = -\frac{b^2/12}{\infty} = 0; \qquad (2.2.9) \qquad\qquad y_{f1} = -\frac{h^2/12}{h/2} = -\frac{h}{6}; \qquad (2.2.10)$$

$$x_{f2} = -\frac{b^2/12}{-b/2} = \frac{b}{6}; \qquad (2.2.11) \qquad\qquad y_{f2} = -\frac{h^2/12}{\infty} = 0; \qquad (2.2.12)$$

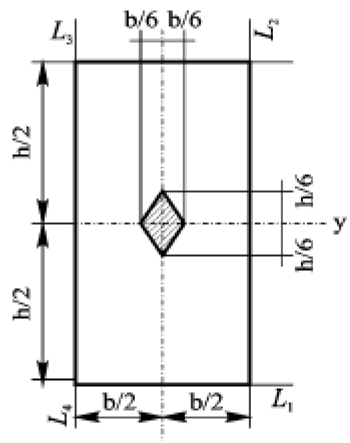
$$x_{f3} = 0; \qquad (2.2.13)$$

$$y_{f3} = \frac{h}{6}; \qquad (2.2.14)$$

$$x_{f4} = -\frac{b}{6}; \qquad (2.2.15)$$

$$y_{f4} = 0. \qquad (2.2.16)$$

Sujungę šiuos taškus tiesėmis, gauname rombą (2.2.2 pav.).



2.2.2 pav. Homogeninio stačiakampio strypo skerspjūvio branduolys

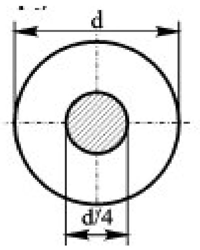
Skritulio skerspjūvio branduolys yra taip pat skritulio pavidalo (2.2.3 pav). Branduolio spinulys pagal (2.2.1. ir 2.2.2.) apskaičiuojamas taip:

$$\rho_f = \frac{I_x / A}{d/2} = \frac{\pi d^4 \cdot 4 \cdot 2}{64 \cdot \pi d^2 \cdot d} = \frac{d}{8}; \qquad (2.2.17)$$

čia ρ_f – skerspjūvio branduolio spindulys;

d – skerspjūvio skersmuo.

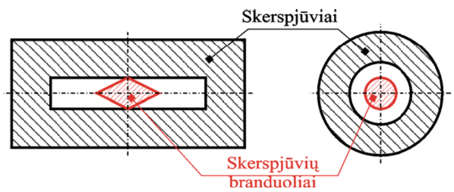
O branduolio skersmuo lygus ketvirtadaliui skerspjūvio skersmens.



2.2.3 pav. Skritulio skerspjūvio branduolys

Įsidėmėkite tokias skerspjūvių branduolių savybes:

- Branduolys visada yra iškila figūra;
- Branduolys gali būti ir tuščioje skerspjūvio vietoje, skylėje, jeigu ta skylė yra ties skerspjūvio centru (2.2.4 pav.);
- Kiekvieną tiesią skerspjūvio kraštinę atitinka branduolio viršūnė (kampas) priešingame skerspjūvio kvadrate, o kiekvieną skerspjūvio išorinio kontūro viršūnę (kampą) – branduolio tiesi kraštinė, kertanti priešingą skerspjūvio kvadratą [1].



2.2.4 pav. Skerspjūvio branduolių pavyzdžiai

Branduolio skaičiavimo algoritmas homogeniniuose strypuose:

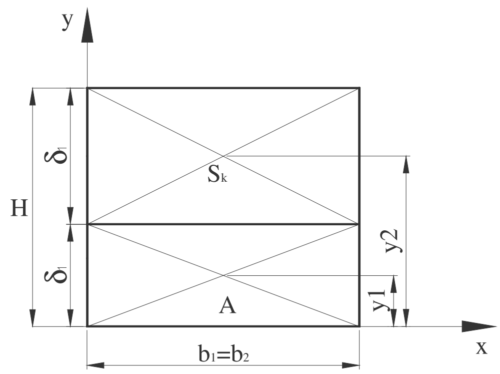
- nustatome geometrinio centro koordinates x_c ir y_c;
- nustatome ašinius inercijos momentus I_x, I_y;
- nustatome skerspjūvio inercijos spindulius $i^2{}_x$, $i^2{}_y$;
- vedame liestines skerspjūvio kontūrui;
- apskaičiuojame skerspjūvio branduolio kontūro koordinates x_f, y_f;
- apskaičiuojame branduolio plotą A_{br}.

2.3. Skerspjūvio branduolio parametrų nustatymas daugiasluoksniuose strypuose

Branduolio skaičiavimo algoritmas daugiasluoksniuose strypuose:

- nustatome geometrinio centro koordinates x_c ir y_c;
- nustatome standumo centro koordinates x_E ir y_E;
- nustatome svarbiausių ašių padėtis x_v ir y_v;
- vedame liestines skerspjūvio kontūrui;
- apskaičiuojame branduolio viršūnių koordinates x_b ir y_b;
- apskaičiuojame skerspjūvio branduolio plota A_{br}; [2]

Standumo centrų ir stiprumo tempimui skaičiavimas:



2.3.1 pav. Daugiasluoksnio strypo skerspjūvis

Skerspjūvio branduolio parametrų skaičiavimo algoritmas daugiasluoksniuose konstrukciniuose elementuose (DKE):

1. Nustatome standumo centro koordinates:

$$x_E = \frac{S_{yE}}{B}; \qquad (2.3.1) \qquad \text{ir} \qquad y_E = \frac{S_{xE}}{B}; \qquad (2.3.2)$$

čia x_E, y_E – standumo centro koordinatės;

S_{yE}, S_{xE} – statiniai standumo centro momentai x ir y ašių atžvilgiu;

B – ašinis standumas.

$$S_{yE} = \sum A_i \cdot x_i \cdot E_i = b_1 \cdot \delta_1 \cdot x_1 \cdot E_1 + b_2 \cdot \delta_2 \cdot x_2 \cdot E_2; \qquad (2.3.3)$$

$$S_{xE} = \sum A_i \cdot y_i \cdot E_i = b_1 \cdot \delta_1 \cdot y_1 \cdot E_1 + b_2 \cdot \delta_2 \cdot y_2 \cdot E_2; \qquad (2.3.4)$$

čia E – tamprumo modulis.

$$B = \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot E_i = b_1 \cdot \delta_1 \cdot E_1 + b_2 \cdot \delta_2 \cdot E_2; \qquad (2.3.5)$$

2. Nustatome svarbiausių ašių padėtis x_v, y_v:

$$Dx_E = E_1 \cdot I_1 x_E + E_2 \cdot I_2 x_E . \qquad (2.3.6)$$

čia Dx_E – standumas lenkimui x ašies atžvilgiu;

$I_1 x_E$, $I_2 x_E$ – inercijos momentai, skaičiuojami pagal medžiagų atsparumą:

$$I_1 x_E = \frac{b \cdot \delta_1^3}{12} + y_1^{*2} \cdot b \cdot \delta_1 . \qquad (2.3.7)$$

čia y_1^* – atstumas nuo x_E ašies iki pirmo sluoksnio geometrinio centro ir analogiškai, panaudojant atstumus iki y-ų ašies, antrojo sluoksnio inercijos ašinis momentas:

$$I_2 x_E = \frac{b \cdot \delta_2^3}{12} + y_2^{*2} \cdot b \cdot \delta_2 . \qquad (2.3.8)$$

ir ašinis standumas y ašies atžvilgiu

$$Dy_E = \sum_{i=1}^{n} E_i \cdot Iy_E . \qquad (2.3.9)$$

čia Dy_E – standumas lenkimui y ašies atžvilgiu.

Norint apskaičiuoti svarbiausių ašių padėtis, kurios sutampa su neutraliųjų sluoksnių, būtina mokėti paskaičiuoti išcentrinį standumą lenkiant, kuris yra lygus:

$$Dx_E y_E = \sum_{i=1}^{n} E_i \cdot Ix_E y_E ; \qquad (2.3.10)$$

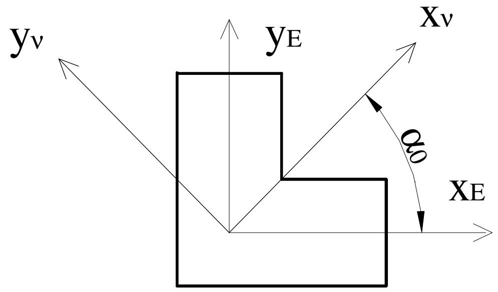
čia $Dx_E y_E$ – išcentrinis standumas lenkimui;

$Ix_E y_E$ – išcentrinis inercijos momentas, paskaičiuojamas pagal atsparumo formules.

Standumai lenkiant (Dx_E, Dy_E, $Dx_E y_E$), leidžia apskaičiuoti svarbiausių ašių padėtį x_v, y_v, einančių per standumo centrą ir sudarančią kampą α_0 su ašimis x_E, y_E.

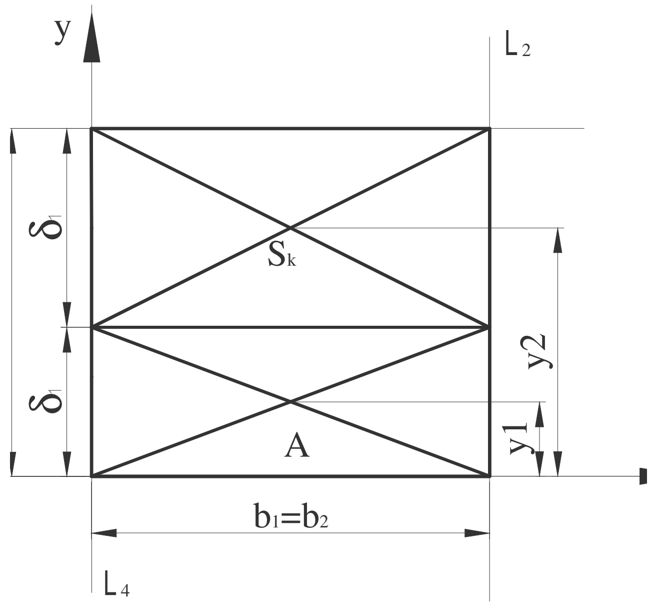
$$\alpha_0 = 0{,}5 arctg \frac{2Dx_E y_E}{Dy_E - Dx_E} . \qquad (2.3.11)$$

Svarbiausių ašių, o tuo pačiu ir neutraliųjų sluoksnių padėtis parodyta 2.3.2 pav., kai šių ašių posūkio kampas yra teigiamas.



2.3.2 pav. Svarbiausių ašių padėtys

3. Vedame liestines skerspjūvio kontūrui :

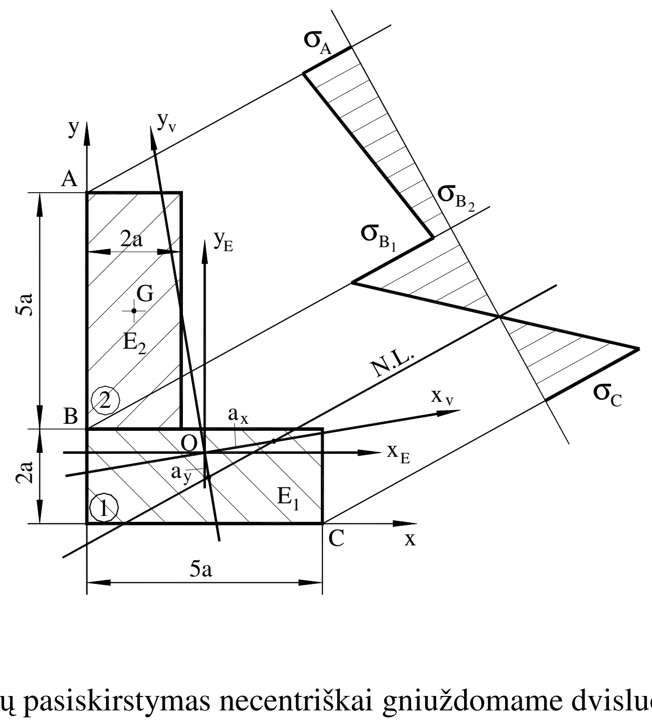


2.3.3 pav. Skerspjūvio kontūro liestinės

4. Nustatome taškų, kuriuose kerta liestinė svarbiausių ašių koordinates a_x, a_y

$$y_k = a_y = -\frac{D_x}{B \cdot y_F}; \qquad (2.3.12) \qquad \text{ir} \qquad x_k = a_x = -\frac{D_y}{B \cdot x_F}. \qquad (2.3.13)$$

čia a_x ir a_y yra taškų, kuriuose neutralioji linija kerta atitinkamą svarbiausią ašį x_v ar y_v, koordinatės (2.3.4 pav) Kadangi D/B visada yra teigiamas, iš (2.3.12 ir 2.3.13) gauname, kad a_x ir a_y visada yra priešingų ženklų nei x_F ir y_F [7].



2.3.4 pav Įtempimų pasiskirstymas necentriškai gniuždomame dvisluoksniame strype

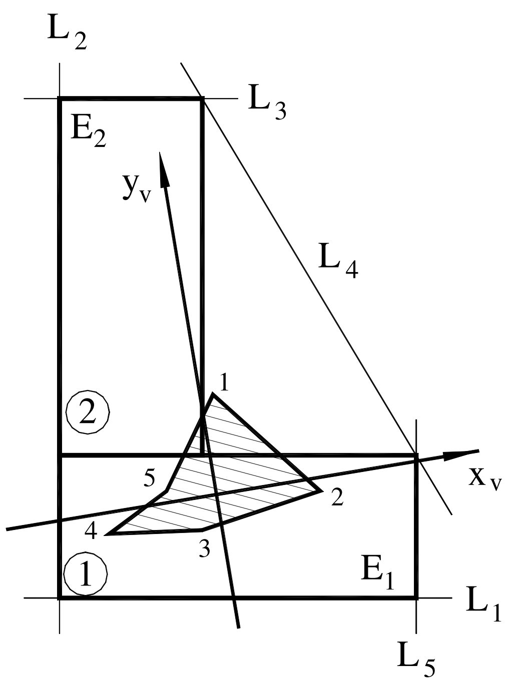
5. Apskaičiuojame branduolio viršūnių koordinates pagal 2.3.14 ir 2.3.15 formules.

Žinome, kad skerspjūvio branduolio ribiniai taškai gaunami, kai neutralioji linija yra skerspjūvio kontūro liestinė. Būtina priminti, kad liestinė kontūrą turi liesti bent dviejuose taškuose. 2.3.4 pav. parodytos dvisluoksnės konstrukcijos liestinių padėtys ($L_1...L_5$) pateiktos 2.3.4 pav. Kadangi liestinė yra neutralioji linija tai, pravedus liestines, pagal (2.3.12 ir 2.3.13) formules apskaičiuojame taškų, kuriuose neutralioji linija (NL) kerta svarbiausias ašis koordinates (a_x ir a_y). Turėdami šias reikšmes iš (2.3.12 ir 2.3.13) lygties gauname skerspjūvio branduolio ribinių taškų (viršūnių) koordinates (x_b ir y_b):

$$x_b = -\frac{D_y}{B \cdot a_x}; \qquad (2.3.14) \qquad \text{ir} \qquad y_b = -\frac{D_x}{B \cdot a_y}. \qquad (2.3.15)$$

čia x_b, y_b – skerspjūvio branduolio ribinių taškų (viršūnių) koordinatės.

Skerspjūvio branduolio konfigūracija pateikta 2.3.4 pav. Iš brėžinio matyti, kad skerspjūvio branduolio ploto dalis, esanti į mažesnio standumo sluoksnių pusę nuo vienos iš svarbiausių ašių (šiuo atveju virš x_v ašies) yra didesnė už skerspjūvio branduolio dalį, esančią standesnės konstrukcijos dalyje (žemiau x_v ašies). Jei 2.3.4 pav. parodyta konstrukcija būtų iš vienos medžiagos, tai branduolys būtų taisyklingo penkiakampio konfigūracijos. Taigi gauname, kad *skerspjūvio branduolio konfigūracija ir jo matmenys priklauso nuo daugiasluoksnio strypo formos ir naudojamų medžiagų tamprumo modulių dydžių* [2].



2.3.5 pav. Skerspjūvio branduolio konfigūracija dvisluoksniame strype, kai $E_1/E_2 = 10$

3. Skerspjūvio brabduolio homogeniniuose strypuose tyrimas

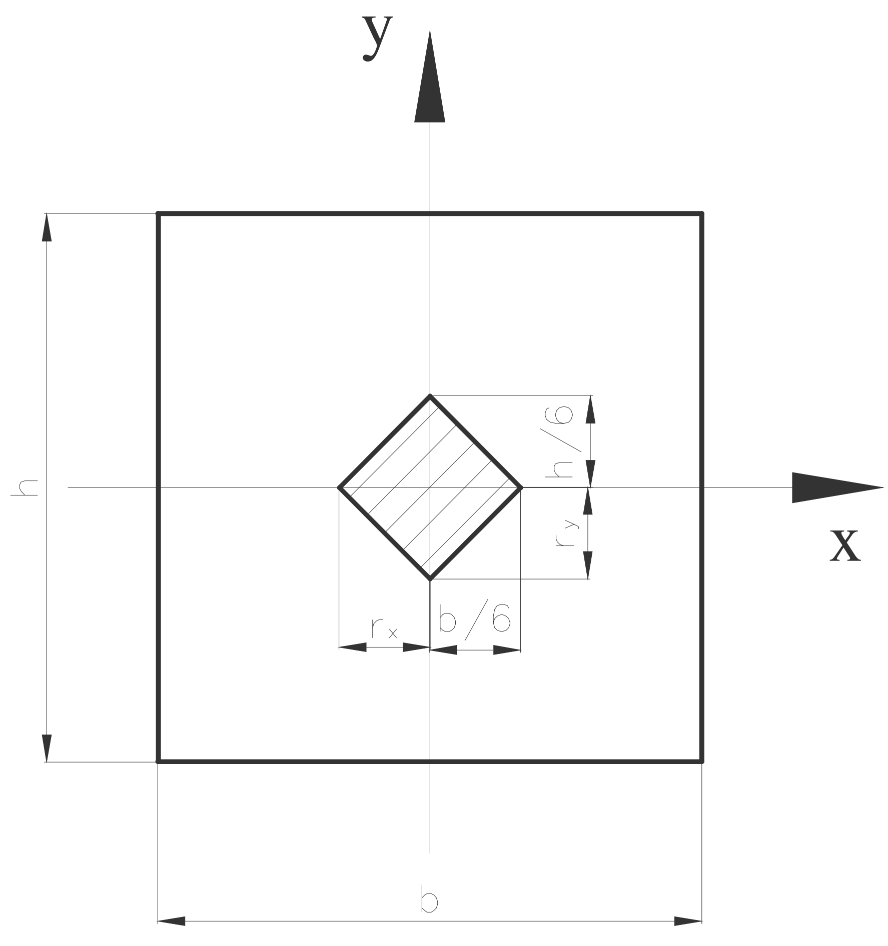
Skerspjūvio branduolio homogeniniuose strypuose tyrimas yra atliekamas tam, kad būtų galima homogeninio strypo skerspjūvio branduolio kitimo rezultatus palyginti su daugiasluoksnio strypo skerspjūvio branduolio kitimo rezultatais, keičiant skerspjūvio geometrinę formą ir tamprumo modulį. Tyrime bus nagrinėjami kvadratinio skerspjūvio 100x100 mm ir kryžiaus skerspjūvio 120x150 mm strypai.

3.1. Kvadratinio strypo skerspjūvio branduolio tyrimas

3.1.1. Skerspjūvio branduolio ploto kitimas nuo figūros ploto

Kvatdrato profilį pasirenkame laisvai ir išlaikome skerspjūvio plotą tokį pat kaip ir stačiakampio skerspjūvio. Tyrimo objekte kvadrato plotas visais atvejais pastovus.

Nubraižome kvadrato skerspjūvį (3.1.1.1 pav.)



3.1.1.1 pav. Kvadrato skerspjūvis

Koordinatės r_x ir r_y vadinamos branduolio spinduliais, o jų reikšmės apskaičiuojamos iš lygčių:

$$r_x = \frac{I_y}{A \cdot x_{\max}} = \frac{W_y}{A}; \quad (3.1.1.1)$$

$$r_y = \frac{I_x}{A \cdot y_{\max}} = \frac{W_x}{A}. \quad (3.1.1.2)$$

Stačiakampio skerspjūvio branduolio spindulių reikšmes gausime iš (3.1.1.1) ir (3.1.1.2) lygčių įrašę išraiškų reikšmes [3]:

$$r_x = \frac{W_y}{A} = \frac{b^2 h}{6bh} = \frac{b}{6}; \ (3.1.1.3)$$

$$r_y = \frac{W_x}{A} = \frac{bh^2}{6bh} = \frac{h}{6}. \ (3.1.1.4)$$

Strypo skerspjūvio plotas lygus:

$A_{fig}=b \cdot h=b^2$. (3.1.1.5)

Nes kvadrato kraštinės lygios b=h.

Iš formulių galime apskaičiuoti branduolio plotą:

$$A_{br} = \frac{2 \cdot r_y \cdot 2 \cdot r_x}{2} = \frac{2 \cdot \frac{h}{6} \cdot 2 \cdot \frac{b}{6}}{2} = \frac{b \cdot h}{18} = \frac{b^2}{18}. \qquad (3.1.1.6)$$

Nubraižome funkcijų $A_{fig} = f(b)$ ir $A_{br} = f(b)$ kitimo priklausomybes, kai b kinta nuo 0 iki 8:

$A_{fig}=b \cdot h=b^2$; $\quad A_{br} = \frac{b \cdot h}{18} = \frac{b^2}{18}$;

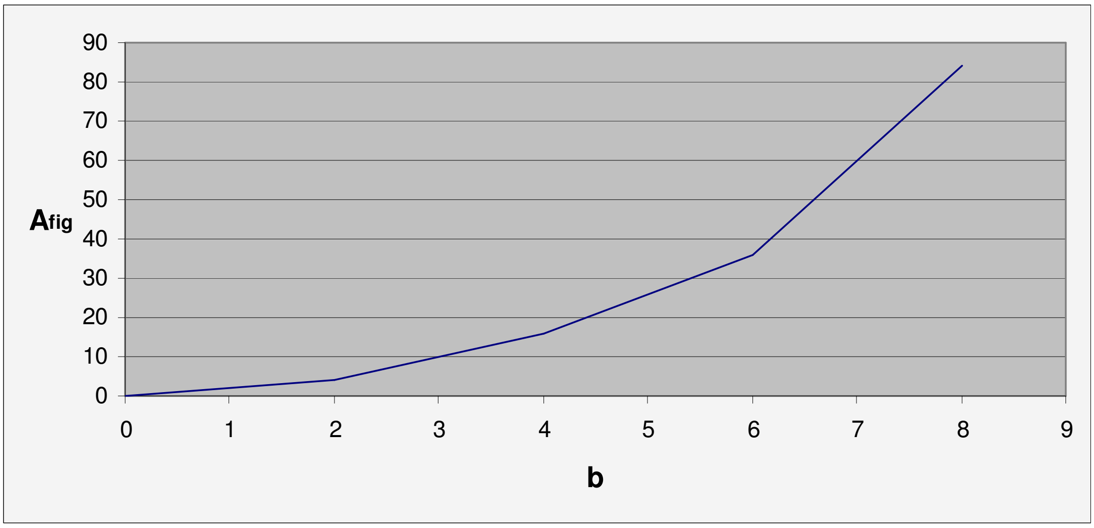
Kai, $b = 0$, tai $A_{fig} = 0$, tai $A_{br} = 0$;

Kai, $b = 2$, tai $A_{fig} = 2^2 = 4$, tai $A_{br} = \frac{2^2}{18} = 0{,}22$;

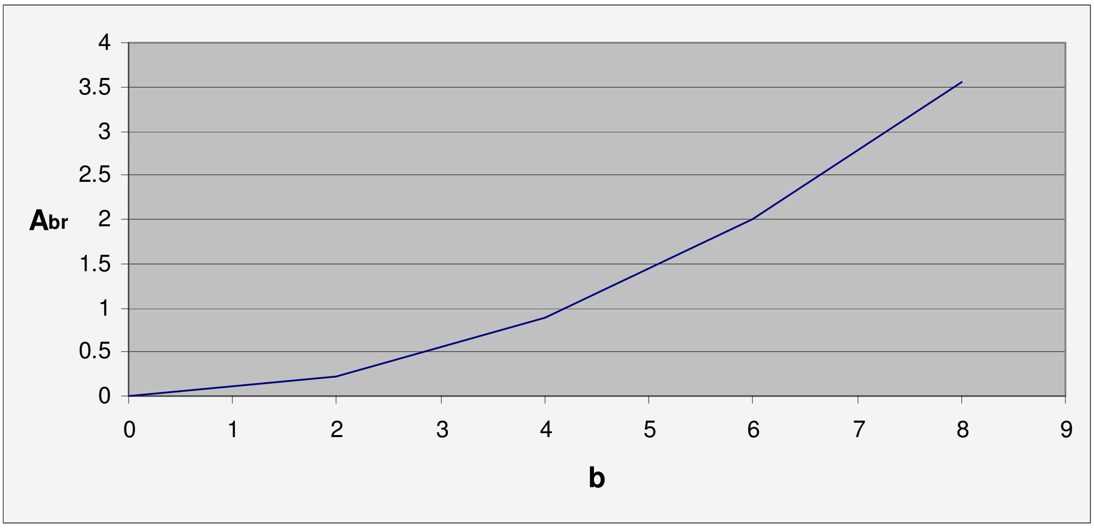
Kai, $b = 4$, tai $A_{fig} = 4^2 = 16$, tai $A_{br} = \frac{4^2}{18} = 0{,}88$;

Kai, $b = 6$, tai $A_{fig} = 6^2 = 36$, tai $A_{br} = \frac{6^2}{18} = 2$;

Kai, $b = 8$, tai $A_{fig} = 8^2 = 64$, tai $A_{br} = \frac{8^2}{18} = 3.55$.



3.1.1.2 pav. Figūros ploto kitimas



3.1.1.3 pav. Branduolio ploto kitimas

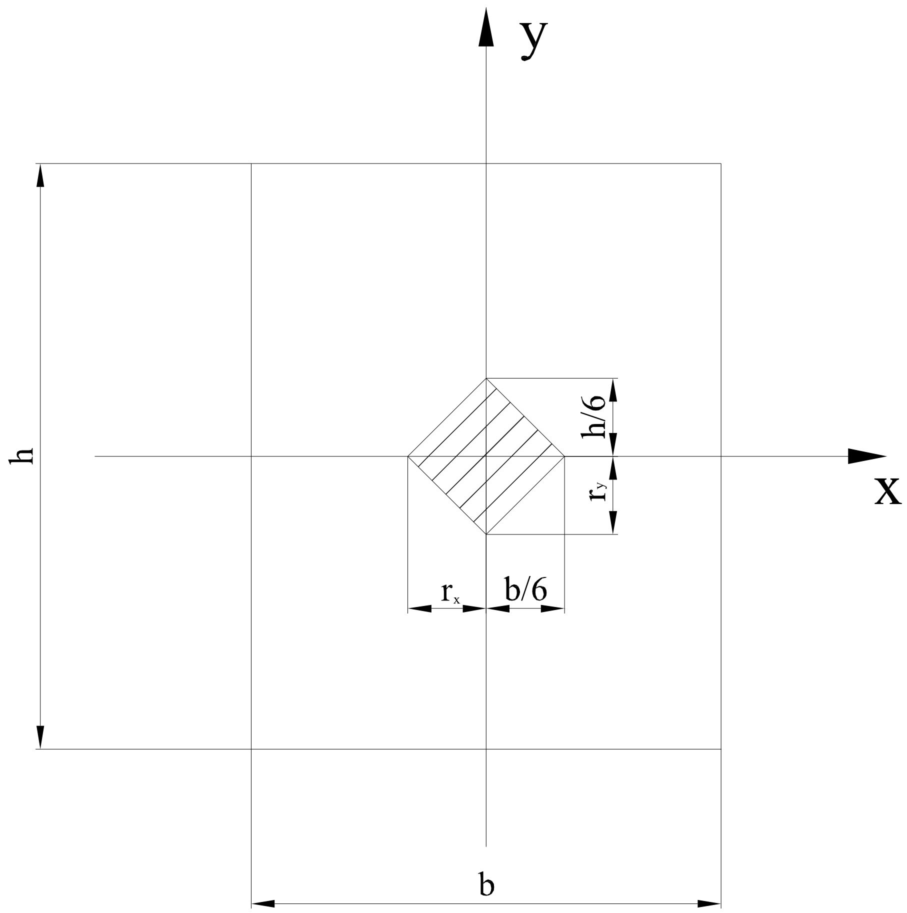
Atlikus skaičiavimus buvo sudarytos diagramos $A_{fig} = f(b)$ (3.1.1.2 pav.) ir $A_{br} = f(b)$ (3.1.1.3 pav.), iš kurių matyti, kad didėjant strypo skerspjūvio plotui, didėja ir skerpjūvio branduolio plotas.

3.2. Stačiakampio strypo skerspjūvio branduolio tyrimas

3.2.1. Skerspjūvio branduolio ploto kitimas nuo figūros ploto

Stačiakampio profilį pasirenkameu laisvai ir išlaikome skerspjūvio plotą tokį pat kaip ir kvadrato skerspjūvio.

Nubraižome stačiakampio skerspjūvį (3.2.1.1 pav.).



3.2.1.1 pav. Stačiakampio skerspjūvio branduolys

Koordinatės r_x ir r_y vadinamos branduolio spinduliais, o jų reikšmės apskaičiuojamos iš lygčių:

$$r_x = \frac{I_y}{A \cdot x_{\max}} = \frac{W_y}{A}; \quad (3.2.1.1)$$

$$r_y = \frac{I_x}{A \cdot y_{\max}} = \frac{W_x}{A}; \quad (3.2.1.2)$$

Stačiakampio skerspjūvio branduolio spindulių reikšmes gausime iš (3.2.1.1) ir (3.2.1.2) lygčių įrašę išraiškų reikšmes [3]:

$$r_x = \frac{W_y}{A} = \frac{b^2 h}{6bh} = \frac{b}{6}; \quad (3.2.1.3)$$

$$r_y = \frac{W_x}{A} = \frac{bh^2}{6bh} = \frac{h}{6}; \quad (3.2.1.4)$$

Strypo skerspjūvio plotas lygus:

A_{fig}=b·h; (3.2.1.5)

Iš formulių galime apskaičiuoti branduolio plotą:

$$A_{br} = \frac{2 \cdot r_y \cdot 2 \cdot r_x}{2} = \frac{2 \cdot \frac{h}{6} \cdot 2 \cdot \frac{b}{6}}{2} = \frac{b \cdot h}{18}; \qquad (3.2.1.6)$$

Nubraižyti funkcijų $A_{fig} = f(b)$ ir $A_{br} = f(b)$ kitimo priklausomybes, kai b kinta nuo 0 iki 8:

A_{fig}=b·h; $A_{br} = \frac{b \cdot h}{18}$;

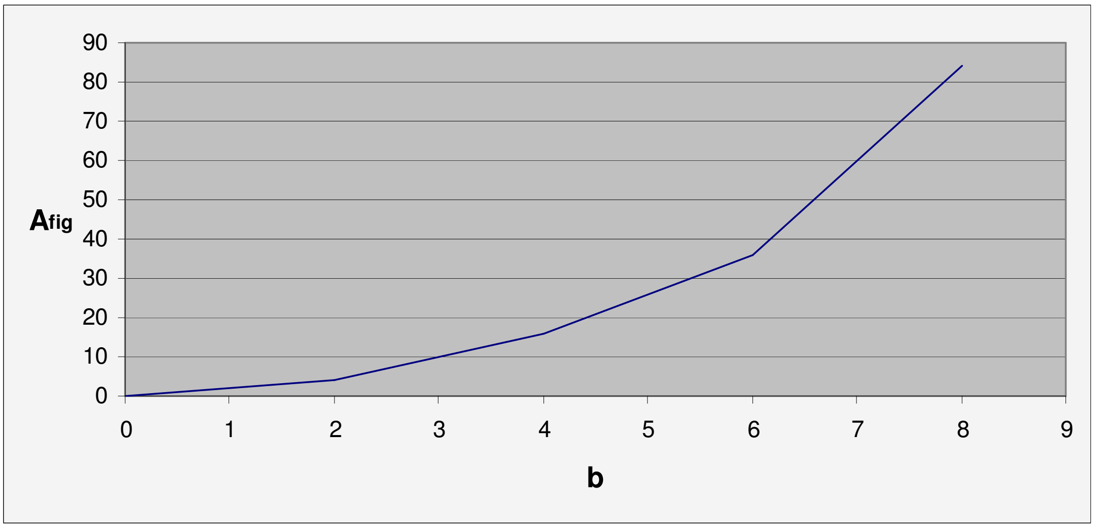
Kai, $b = 0$ ir h=0, tai $A_{fig} = 0$, tai $A_{br} = 0$;

Kai, $b = 1$ ir h=4, tai $A_{fig} = 1 \cdot 4 = 4$, tai $A_{br} = \frac{1 \cdot 4}{18} = 0{,}22$;

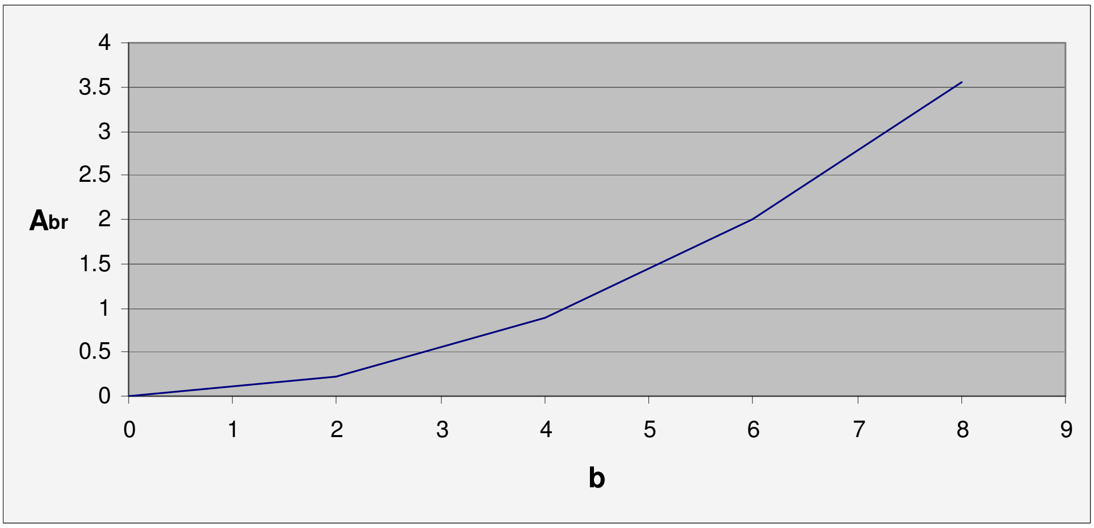
Kai, $b = 2$ ir h=8, tai $A_{fig} = 2 \cdot 8 = 16$, tai $A_{br} = \frac{2 \cdot 8}{18} = 0{,}88$;

Kai, $b = 3$ ir h=12, tai $A_{fig} = 3 \cdot 12 = 36$, tai $A_{br} = \frac{3 \cdot 12}{18} = 2$;

Kai, $b = 4$ ir h=16 tai $A_{fig} = 4 \cdot 16 = 64$, tai $A_{br} = \frac{4 \cdot 16}{18} = 3.55$.



3.2.1.2 pav. Figūros ploto kitimas



3.2.1.3 pav. Branduolio ploto kitimas

Atlikus skaičiavimus buvo sudarytos diagramos $A_{fig} = f(b)$ (3.2.1.2 pav.) ir $A_{br} = f(b)$ (3.2.1.3 pav.), iš kurių matyti, kad didėjant skerspjūvio plotui didėja ir skerpjūvio branduolio plotas. Taigi, galima teigti, kad tiek kvadratinio strypo skerspjūviui, tiek stačiakampio strypo skerspjūviui didėjant skerspjūvio plotui didėja ir strypo skerspjūvio branduolio plotas.

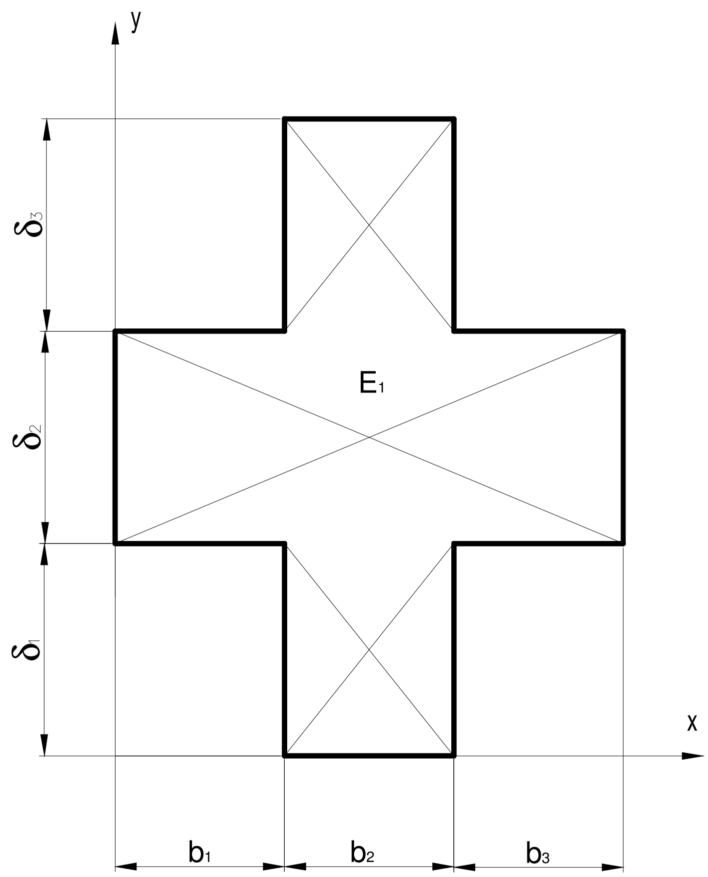
3.3. Kryžiaus strypo skerspjūvio branduolio tyrimas

3.3.1. Skerspjūvio branduolio ploto kitimas nuo figūros formos

3.3.1.1. Kryžiaus skerspjūvio branduolio suradimas

Kryžiaus profilį pasirenkame dėl jo skerspjūvio sudėtingumo ir išlaikome skerspjūvio plotą tokį pat kaip ir stačiakampio skerspjūvio, todėl jo išmatavimai yra 120x150 mm.

Nubraižome kryžiaus skerspjūvį. Žr. (3.3.1.1.1 pav.)



3.3.1.1.1 pav. Kryžiaus skerspjūvis

Pasirinkto homogeninio elemento duomenys yra tokie:

- Tamprumo modulis E – plieno,

  $E = 210\ \text{GPa}$

- Konstrukcijos matmenys 120x150 mm.

3.3.1.2. Homogeninės konstrukcijos geometrinio centro (x_c ir y_c) skaičiavimai

Apskaičiuojame ir nubraižome skerspjūvio branduolį konstrukcijos, kurios medžiaga yra plienas 45 (E =210 GPa).

Kadangi skerspjūvis sudėtingas, tai jo plotas randamas pagal formulę:

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A_i = b_i \cdot \delta_i ; \qquad (3.3.1.2.1)$$

čia b_i – sluoksnio plotis;

δ_i – sluoksnio aukštis.

Kur $b_1 = b_2 = b_3 = 40mm = 0{,}04m$;

Kur $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 50mm = 0{,}05m$;

$$A_1 = b_2 \cdot \delta_1 = 0{,}04 \cdot 0{,}05 = 20 \cdot 10^{-4} m^2 ;$$

$$A_2 = \delta_2 (b_1 + b_2 + b_3) = 60 \cdot 10^{-4} m^2 ;$$

$$A_3 = \delta_3 \cdot b_2 = 20 \cdot 10^{-4} m^2 ;$$

$A = 100 \cdot 10^{-4}$ m^2;

Sudėtingo pjūvio statiniai momentai yra lygūs [5]:

$$S_x = A \cdot y_c ; \qquad (3.3.1.2.2)$$

$$S_y = A \cdot x_c ; \qquad (3.3.1.2.3)$$

čia y_c , x_c – sluoksnio geometrinio centro atstumai iki x ir y ašių;

A – skerspjūvio plotai.

$$S_x = 100 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}075 = 7{,}5 \cdot 10^{-4} m^3 ;$$

$$S_y = 100 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}06 = 6 \cdot 10^{-4} m^3 .$$

Geometrinio centro koordinates apskaičiuojame naudodami (3.3.1.2.4) ir (3.3.1.2.5) formules: geometrinis centras surandamas:

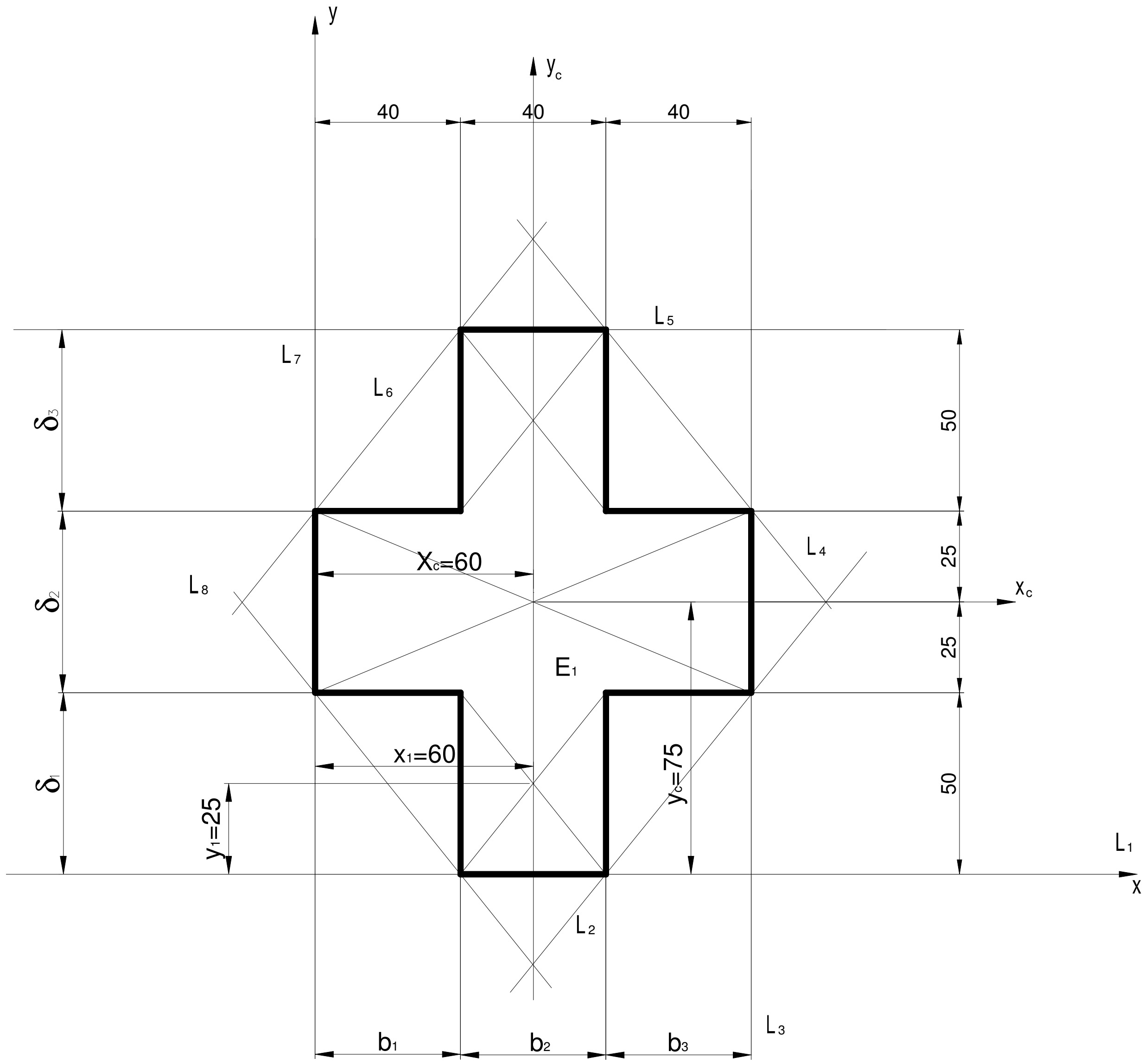
$$x_c = \frac{S_y}{\sum A_i} ; \qquad (3.3.1.2.4)$$

$$y_c = \frac{S_x}{\sum A_i} . \qquad (3.3.1.2.5)$$

$$x_c = \frac{6 \cdot 10^{-4}}{100 \cdot 10^{-4}} = 0{,}06m;$$

$$y_c = \frac{7{,}5 \cdot 10^{-4}}{100 \cdot 10^{-4}} = 0{,}075m.$$

Nubraižome geometrinio centro ašių padėtis x_c, y_c (3.3.1.2.1 pav.)



3.3.1.2.1 pav. Geometrinio centro ašys

Apskaičiuojame ašinius inercijos momentus:

Inercijos momentai sudetingo skerspjūvio formos sijos elementams, svarbiausiųjų ašių atžvilgiu, apskaičiuojamas pagal formulę [6]:

$$I_{ix} = \frac{b_i \delta_i^3}{12} + b_i \delta_i \cdot y_i^{*2}; \qquad (3.3.1.2.6)$$

$$I_{iy} = \frac{\delta_i b_i^3}{12} + b_i \delta_i \cdot x_i^{*2}. \qquad (3.3.1.2.7)$$

$$I_{1x} = \frac{b_1 \delta_1^3}{12} + b_1 \delta_1 \cdot y_1^{*2} = \frac{0,04 \cdot 0,05^3}{12} + 0,04 \cdot 0,05 \cdot 0,05^2 = 5,42 \cdot 10^{-6}\, m^4;$$

$$I_{1y} = \frac{\delta_1 b_1^3}{12} + b_1 \delta_1 \cdot x_1^{*2} = \frac{0,05 \cdot 0,04^3}{12} + 0,04 \cdot 0,05 \cdot (0)^2 = 0,267 \cdot 10^{-6}\, m^4;$$

$$I_{2x} = \frac{b_2 \delta_2^3}{12} + b_2 \delta_2 \cdot y_2^{*2} = \frac{0,04 \cdot 0,05^3}{12} + 0,04 \cdot 0,05 \cdot 0^2 = 4,16 \cdot 10^{-7}\, m^4;$$

$$I_{2y} = \frac{\delta_2 b_2^3}{12} + b_2 \delta_2 \cdot x_2^{*2} = \frac{0,05 \cdot 0,04^3}{12} + 0,04 \cdot 0,05 \cdot 0^2 = 2,66 \cdot 10^{-7}\, m^4;$$

$$I_{3x} = \frac{b_4 \delta_4^3}{12} + b_3 \delta_3 \cdot y_3^{*2} = \frac{0,04 \cdot 0,05^3}{12} + 0,04 \cdot 0,05 \cdot (-0,05)^2 = 5,42 \cdot 10^{-6}\, m^4;$$

$$I_{3y} = \frac{\delta_3 b_3^3}{12} + b_3 \delta_3 \cdot x_3^{*2} = \frac{0,05 \cdot 0,04^3}{12} + 0,04 \cdot 0,05 \cdot 0^2 = 2,67 \cdot 10^{-7}\, m^4.$$

Visas sijos inercijos momentas lygus:

$I_x = I_{1x} + I_{2x} + I_{3x} = 11,25 \cdot 10^{-6}$ m^4

$I_y = I_{1y} + I_{2y} + I_{3y} = 0,8 \cdot 10^{-6}$ m^4

Skaičiuojame skerspjūvio inercijos spindulius i_x ir i_y;

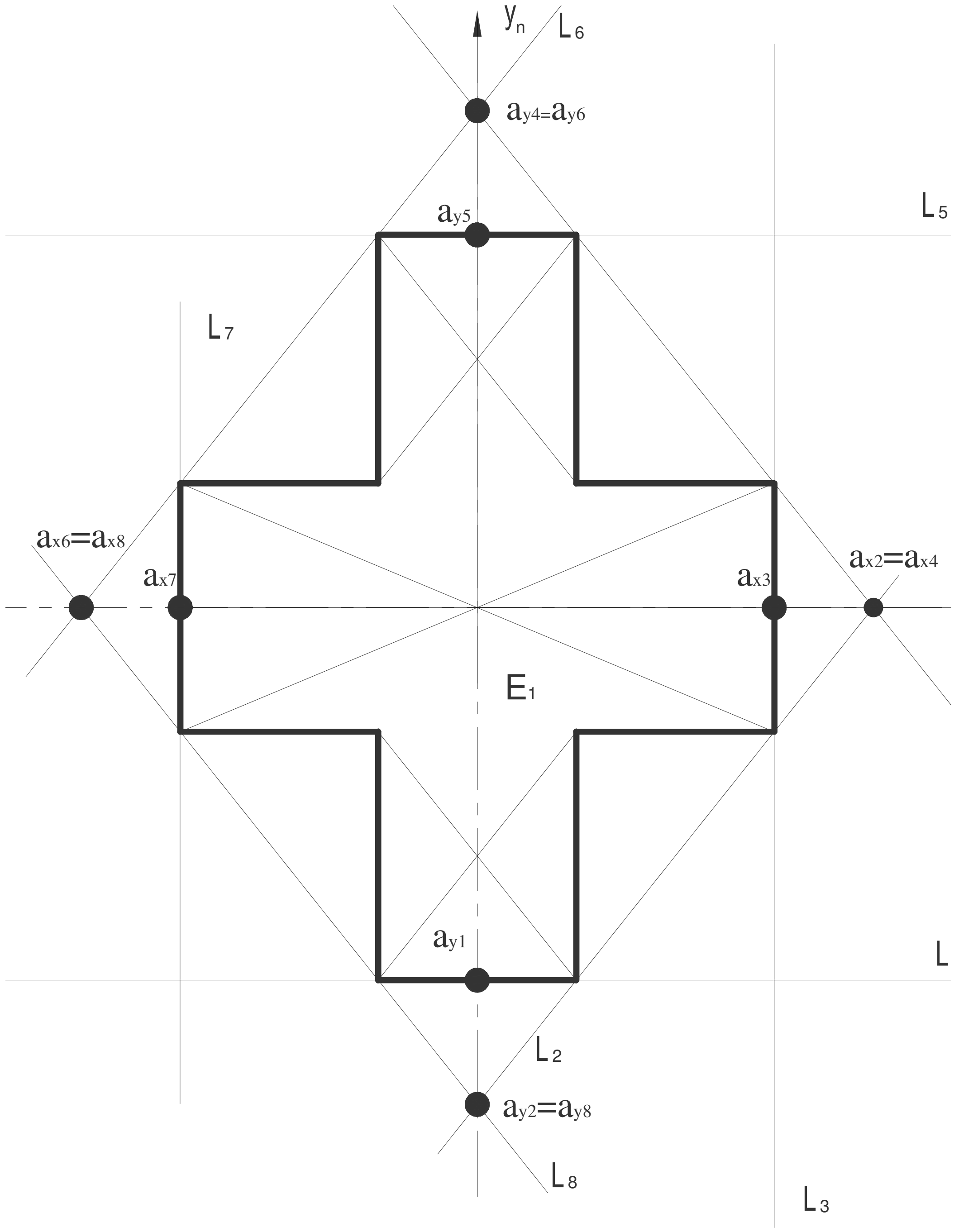
$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \text{ ; ir } i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

$$i_x = \sqrt{\frac{I_{x1}}{A}} = \frac{11,25 \cdot 10^{-6}}{100 \cdot 10^{-4}} = 11,25 \cdot 10^{-4};$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_{y1}}{A}} = \frac{0,8^{-6}}{100 \cdot 10^{-4}} = 0,8 \cdot 10^{-4};$$

3.3.1.3. Homogeninės konstrukcijos skerspjūvio branduolio koordnačių radimas bei branduolio pavaizdavimas

Norint rasti branduolio koordinates, visų pirma reikia rasti liestinių koordinates, taip kaip parodyta 3.3.1.3.1 paveiksle.



3.3.1.3.1 pav. Homogeninės konstrukcijos liestinių koordinatės

Skerspjūvio liestinių koordinatės, kurios buvo rastos AUTOCAD programa:

$a_{x_1} = 0$;

$a_{y_1} = -75$;

$a_{x_2} = 80$;

$a_{y_2} = -100$;

$a_{x_3} = 60$;

$a_{y_3} = 0$;

$a_{x_4} = 80$;

$a_{y_4} = 100$;

$a_{x_5} = 0$;

$a_{y_5} = 75$;

$a_{x_6} = -80$;

$a_{y_6} = 100$;

$a_{x_7} = -60$;

$a_{y_7} = 0$;

$a_{x_8} = -80$;

$a_{y_8} = -100$.

Apskaičiuojame branduolio viršunių koordinates x_f ir y_f pagal formules:

$$x_f = -\frac{i_y^2}{a_x}; \text{ ir } \qquad y_f = -\frac{i_x^2}{a_y}.$$

$$x_{b_1} = -\frac{0{,}8 \cdot 10^{-4}}{0} = 0mm;$$

$$y_{b_1} = -\frac{11{,}25 \cdot 10^{-4}}{(-0{,}075)} = 150 \cdot 10^{-4} = 15mm;$$

$$x_{b_2} = -\frac{0{,}8 \cdot 10^{-4}}{0{,}08} = -10 \cdot 10^{-4} = -1mm;$$

$$y_{b_2} = -\frac{11{,}25 \cdot 10^{-4}}{(-0{,}1)} = 113 \cdot 10^{-4} = 11{,}3mm\,;$$

$$x_{b_3} = -\frac{0{,}8 \cdot 10^{5}}{0{,}06} = -13 \cdot 10^{-4} = -1{,}3mm\,;$$

$$y_{b_3} = -\frac{11{,}25 \cdot 10^{6}}{0} = 0mm\,;$$

$$x_{b_4} = -\frac{0{,}8 \cdot 10^{5}}{0.08} = -10 \cdot 10^{-4} = -1mm\,;$$

$$y_{b_4} = -\frac{11{,}25 \cdot 10^{6}}{0{,}1} = -113 \cdot 10^{-4} = -11{,}3mm\,;$$

$$x_{b_5} = -\frac{0{,}8 \cdot 10^{5}}{0} = 0mm\,;$$

$$y_{b_5} = -\frac{11{,}25 \cdot 10^{6}}{0{,}075} = -150 \cdot 10^{-4} = -15mm\,;$$

$$x_{b_6} = -\frac{0{,}8 \cdot 10^{5}}{(-008)} = 10 \cdot 10^{-4} = 0{,}1mm\,;$$

$$y_{b_6} = -\frac{11{,}25 \cdot 10^{6}}{0{,}1} = -113 \cdot 10^{-4} = -11{,}3mm\,;$$

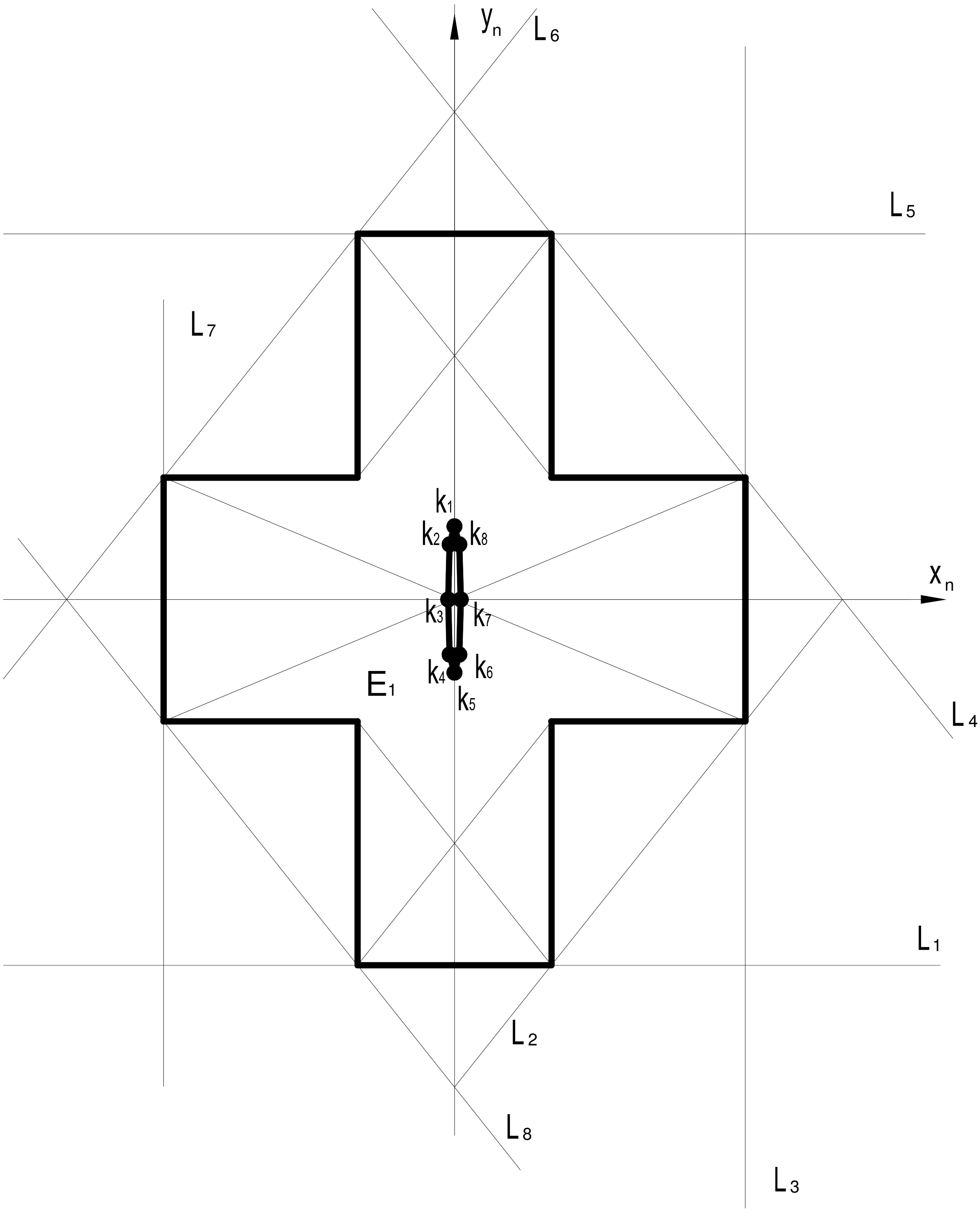
$$x_{b_7} = -\frac{0{,}8 \cdot 10^{5}}{(-0{,}06)} = 13 \cdot 10^{-4} = 1{,}3mm\,;$$

$$y_{b_{47}} = -\frac{11{,}25 \cdot 10^{6}}{0} = 0mm\,;$$

$$x_{b_8} = -\frac{0{,}8 \cdot 10^{5}}{(-0{,}08)} = 10 \cdot 10^{-4} = 1mm\,;$$

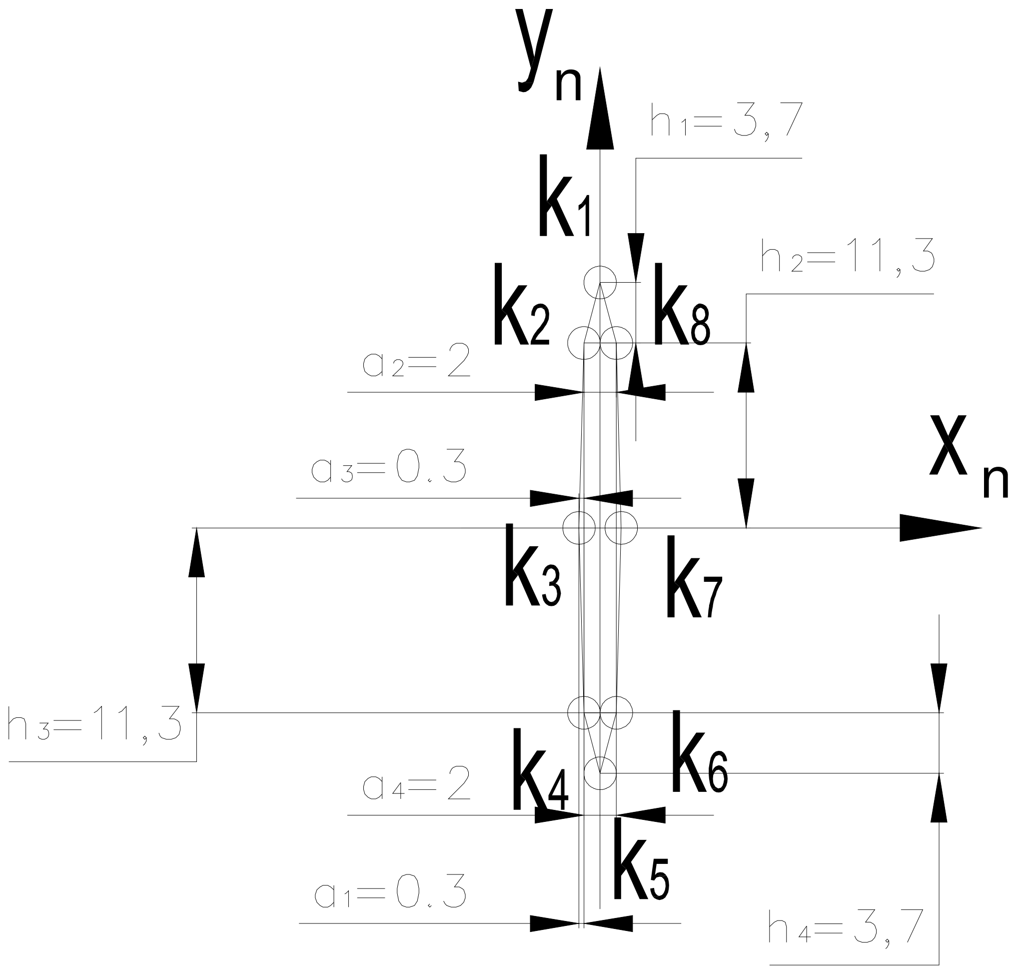
$$y_{b_8} = -\frac{11{,}25 \cdot 10^{6}}{(-0{,}1)} = 113 \cdot 10^{-4} = 11{,}3mm\,.$$

Apskaičiavę branduolio koordinates, nubraižome homogeninės asimetrinės konstrukcijos branduolį.



3.3.1.3.2 pav. Homogeninės konstrukcijos skerspjūvio branduolys

Nubraižę skerspjūvio branduolį, apskaičiuojame jo plotą.



3.3.1.3.3 pav. Skerspjūvio branduolys

Skerspjūvio branduolio plotas apskaičiuojamas:

$$A_1 = a_2 \cdot h_1 = 2 \cdot 3{,}7 = 7{,}4\,;$$

$$A_2 = a_1 \cdot h_2 + a_2 \cdot h_2 = 0{,}3 \cdot 11{,}3 + 2 \cdot 11{,}3 = 26\,;$$

$$A_3 = a_3 \cdot h_3 + a_4 \cdot h_3 = 0{,}3 \cdot 11{,}3 + 2 \cdot 11{,}3 = 26\,;$$

$$A_4 = a_4 \cdot h_4 = 2 \cdot 3{,}7 = 7{,}4\,;$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 7{,}4 + 26 + 26 + 7{,}4 = 66{,}8 mm^2\,.$$

4. Skerspjūvio branduolio daugiasluoksniuose strypuose tyrimas

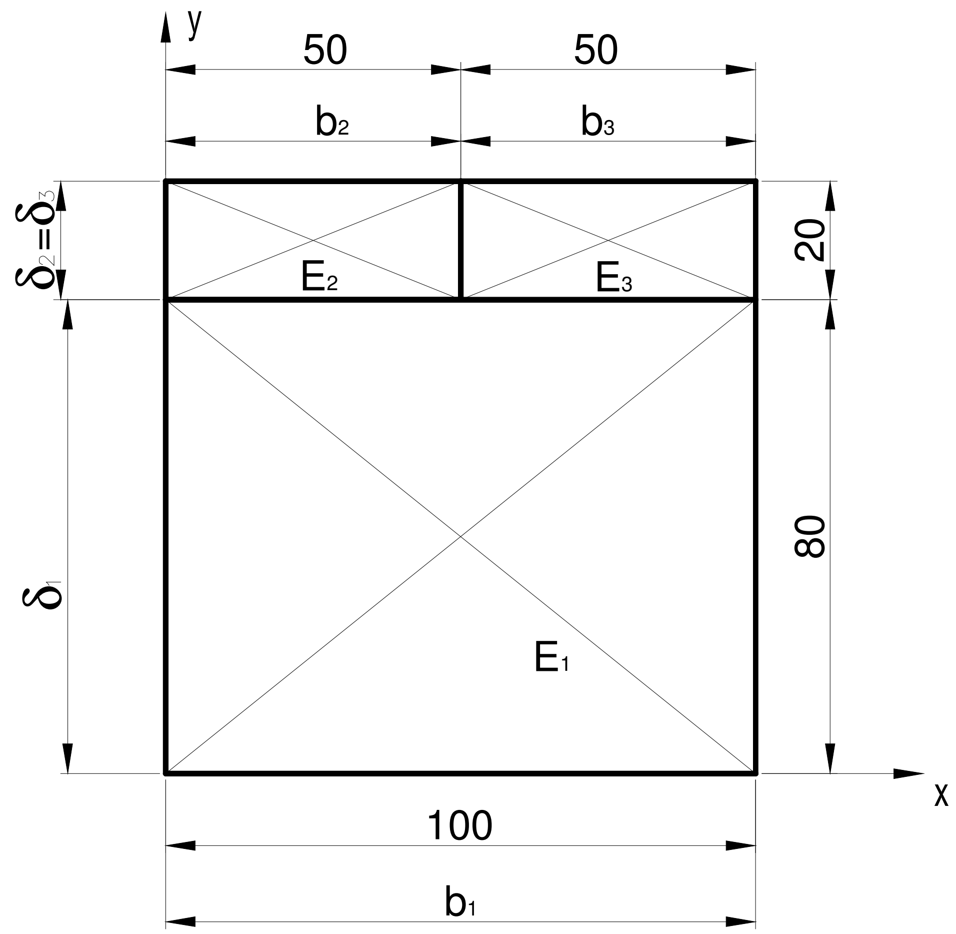
4.1. Kvadrato skerspjūvio branduolio suradimas

Kvadrato profilį pasirenkame 100x100 mm, nes išlaikome skerspjūvio plotą tokį pat kaip ir homogeninio stačiakampio skerspjūvio. Sluoknių matmenis pasirenkame:

1. 100x80 mm., tamprumo modulis sialonas E_1=300 Gpa;
2. 50x20 mm., tamprumo modulis anglies plastikas E_2=60 Gpa;
3. 50x20 mm., tamprumo modulis stiklo plastikas E_3=20 Gpa.

Tolimesniuose skaičiavimuose bus keičiamas tamprumo modulis E_1.

Nubraižome kvadrato skerspjūvį (4.1.1 pav.)



4.1.1 pav. Kvadrato skerspjūvis

4.1.1. Daugiasluoksnės konstrukcijos geometrinių (x_c ir y_c) ir standumo (x_e ir y_e) centrų skaičiavimai

Laikydamiesi ankščiau pateikto algoritmo, atliekame tų pačių skerspjūvio formų, bet jau sudarytų, panaudojant 3 medžiagas, skaičiavimus:

Apskaičiuojame ir nubraižome skerspjūvio branduolį konstrukcijos, kurios:

- pirmoji medžiaga yra sialonas (E =300 GPa),
- antrosios anglies plastikas (E = 60 GPa),
- o trečioji stiklo plastikas (E=20 GPa).

Skerspjūvio plotas randamas pagal formulę:

$A_i = b_i \cdot \delta_i$; (4.1.1.1)

čia b_i – sluoksnio plotis;

δ_i – sluoksnio aukštis.

Kur $b_1 = 100mm = 0{,}1m$;

$b_2 = b_3 = 50mm = 0{,}05m$.

Kur $\delta_1 = 80mm = 0{,}08m$;

$\delta_2 = \delta_3 = 20mm = 0{,}02m$.

$A_1 = b_1 \cdot \delta_1 = 0{,}1 \cdot 0{,}08 = 80 \cdot 10^{-4} m^2$;

$A_2 = b_2 \cdot \delta_2 = 0{,}05 \cdot 0{,}02 = 10 \cdot 10^{-4} m^2$;

$A_3 = b_3 \cdot \delta_3 = 0{,}05 \cdot 0{,}02 = 10 \cdot 10^{-4} m^2$.

Sudėtingo pjūvio statiniai momentai yra lygūs:

$S_x = \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot y_i$; (2.4.2.1.2)

$S_y = \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot x_i$; (2.4.2.1.3)

čia y_i, x_i – sluoksnio geometrinio centro atstumai iki x ir y ašių;

A – skerspjūvio plotai.

$S_x = 80 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}04 + 10 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}09 + 10 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}09 = 5 \cdot 10^{-4} m^3$;

$S_y = 80 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}05 + 10 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}025 + 10 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}075 = 5 \cdot 10^{-4} m^3$.

Geometrinio centro koordinates apskaičiuojame naudodami (2.4.2.1.4) ir (2.4.2.1.5) formules:

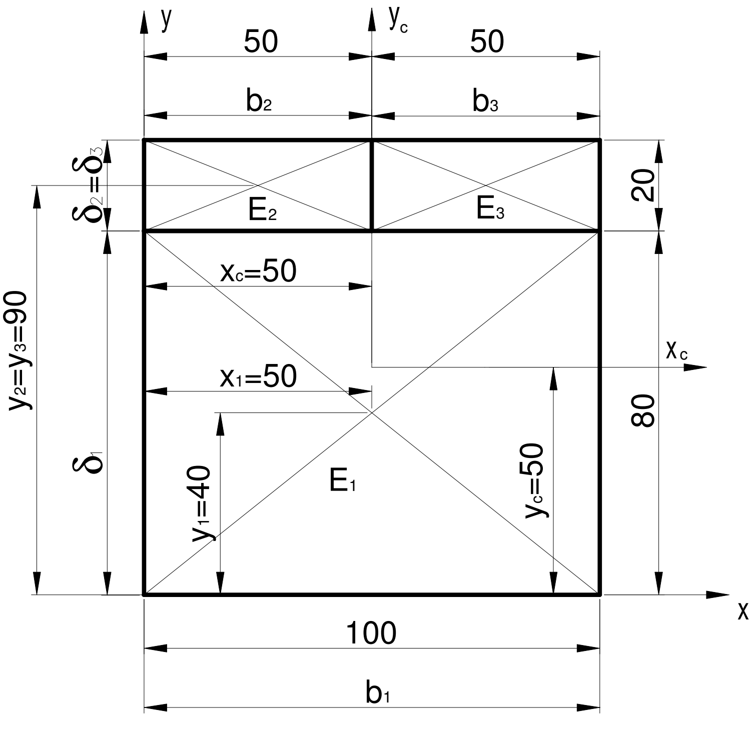
Geometrinis centras surandamas :

$$x_c = \frac{S_y}{\sum A_i}; \qquad (2.4.2.1.4)$$

$$y_c = \frac{S_x}{\sum A_i}. \qquad (2.4.2.1.5)$$

$$x_c = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{100 \cdot 10^{-4}} = 0{,}05m;$$

$$y_c = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{100 \cdot 10^{-4}} = 0{,}05m.$$



4.1.1.1 pav. Geometrinio centro ašys

Apskaičiuojame standumo centro koordinates, naudosime (2.4.2.1.6), (2.4.2.1.7) formules.

Statiniai standumo centro momentai x ir y ašių atžvilgiu randami pagal formules:

$$S_{xE} = \sum A_i \cdot y_i \cdot E_i; \qquad (2.4.2.1.6)$$

$$S_{yE} = \sum A_i \cdot x_i \cdot E_i. \qquad (2.4.2.1.7)$$

$$S_{xE} = 80 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}04 \cdot 30 \cdot 10^{10} + 10 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}09 \cdot 6 \cdot 10^{10} + 10 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}09 \cdot 1 \cdot 10^{10} = 103{,}2 \cdot 10^6 m^3$$

$$S_{yE} = 80 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}05 \cdot 30 \cdot 10^{10} + 10 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}025 \cdot 6 \cdot 10^{10} + 10 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}075 \cdot 2 \cdot 10^{10} = 123 \cdot 10^6 m^3.$$

4.1.2. Daugiasluoksnės kontrukcijos ašinių (B; D_x, D_y) ir išcentrinių (D_{xy}) standumų skaičiavimai ir rezultatai

Apskaičiuojame sijų standumus:

- apskaičiuojame viso skerspjūvio ašinį standumą:

$$B = \sum_{i=1}^{n} B_i = \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot E_i \;; \qquad (2.4.2.2.1)$$

čia A_i - nagrinėjamo sluoksnio plotas;

E_i – nagrinėjamo sluoksnio tamprumo modulis.

$$B = \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot E_i = 80 \cdot 10^{-4} \cdot 30 \cdot 10^{10} + 10 \cdot 10^{-4} \cdot 6 \cdot 10^{10} + 10 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{10} = 24{,}8 \cdot 10^{8}\,.$$

- standumo centro koordinates randame pagal formules:

$$x_n = x_E = \frac{S_{yE}}{B}\,; \qquad (2.4.2.2.2)$$

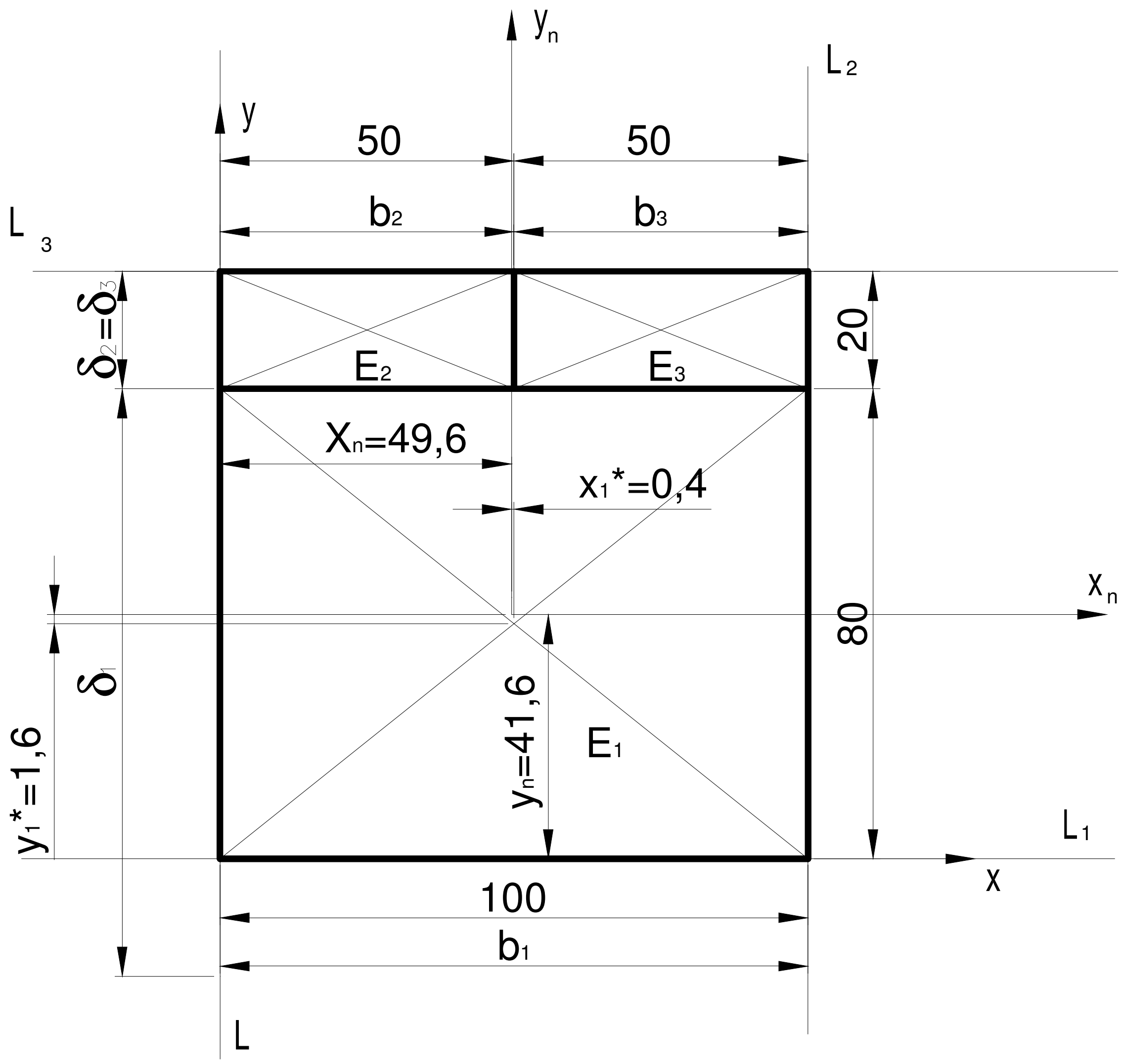
$$y_n = y_E = \frac{S_{xE}}{B}\,. \qquad (2.4.2.2.3)$$

čia S_{xE}, S_{yE} - statinis standumo momentas x ir y ašių atžvilgiu;

B – ašinis standumas.

$$x_E = \frac{123 \cdot 10^{6}}{24{,}8 \cdot 10^{8}} = 4{,}96 \cdot 10^{-2} = 0{,}0496\,;$$

$$y_E = \frac{103{,}2 \cdot 10^{6}}{24{,}8 \cdot 10^{8}} = 4{,}16 \cdot 10^{-2} = 0{,}0416\,.$$



4.1.2.1. pav. Standumo centro ašys

Nagrinėjamo sluoksnio skerspjūvio vidurio atstumai x^* ir y^* iki pjūvio neutraliosios ašies apskaičiuojami iš lygybės:

$$x_i^* = x_n - 0{,}5b_i - \sum_{m=1}^{i-1} b_m \; ; \qquad (2.4.2.2.4)$$

$$y_i^* = y_n - 0{,}5\delta_i - \sum_{m=1}^{i-1} \delta_m \; ; \qquad (2.4.2.2.5)$$

čia x^* - nagrinėjamo sluoksnio skerspjūvio vidurio atstumas iki pjūvio neutraliosios ašies;

y^* - nagrinėjamo sluoksnio skerspjūvio vidurio atstumas iki pjūvio neutraliosios ašies;

m - pjūvio sluoksnių skaičius.

$x_1^* = 4{,}96 \cdot 10^{-2} - 0{,}5 \cdot 0{,}1 = -0{,}0004;$

$y_1^* = 0{,}0416 - 0{,}5 \cdot 0{,}08 = 0{,}0016;$

$x_2^* = 0{,}0496 - 0{,}5 \cdot 0{,}05 = 0{,}0246;$

$y_2^* = 0{,}0416 - 0{,}5 \cdot 0{,}02 - 0{,}08 = -0{,}0484;$

$x_3^* = 0{,}0496 - 0{,}5 \cdot 0{,}05 - 0{,}05 = -0{,}0254;$

$y_3^* = 0{,}0416 - 0{,}5 \cdot 0{,}02 - 0{,}08 = -0{,}0484.$

- apskaičiuojame ašinius inercijos momentus:

Inercijos momentas stačiakampio skerspjūvio formos sijos elementams, svarbiausiųjų ašių atžvilgiu, apskaičiuojamas pagal formulę:

$$I_{ixE} = \frac{b_i \delta_i^3}{12} + b_i \delta_i \cdot y_i^{*2}; \qquad (2.4.2.2.6)$$

$$I_{iyE} = \frac{\delta_i b_i^3}{12} + b_i \delta_i \cdot x_i^{*2}. \qquad (2.4.2.2.7)$$

$$I_{1xE} = \frac{b_1 \delta_1^3}{12} + b_1 \delta_1 \cdot y_1^{*2} = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}08^3}{12} + 0{,}1 \cdot 0{,}08 \cdot 0{,}0016^2 = 4{,}29 \cdot 10^{-6} m^4;$$

$$I_{1yE} = \frac{\delta_1 b_1^3}{12} + b_1 \delta_1 \cdot x_1^{*2} = \frac{0{,}08 \cdot 0{,}1^3}{12} + 0{,}1 \cdot 0{,}08 \cdot (-0{,}0004)^2 = 6{,}67 \cdot 10^{-6} m^4;$$

$$I_{2xE} = \frac{b_2 \delta_2^3}{12} + b_2 \delta_2 \cdot y_2^{*2} = \frac{0{,}05 \cdot 0{,}02^3}{12} + 0{,}05 \cdot 0{,}02 \cdot (-0{,}0484)^2 = 2{,}37 \cdot 10^{-6} m^4;$$

$$I_{2yE} = \frac{\delta_2 b_2^3}{12} + b_2 \delta_2 \cdot x_2^{*2} = \frac{0{,}02 \cdot 0{,}05^3}{12} + 0{,}05 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}0246^2 = 8{,}13 \cdot 10^{-7} m^4;$$

$$I_{3xE} = \frac{b_3 \delta_3^3}{12} + b_3 \delta_3 \cdot y_3^{*2} = \frac{0{,}05 \cdot 0{,}02^3}{12} + 0{,}05 \cdot 0{,}02 \cdot (-0{,}0484)^2 = 2{,}37 \cdot 10^{-6} m^4;$$

$$I_{3yE} = \frac{\delta_3 b_3^3}{12} + b_3 \delta_3 \cdot x_3^{*2} = \frac{0{,}02 \cdot 0{,}05^3}{12} + 0{,}05 \cdot 0{,}02 \cdot (-0{,}0254)^2 = 8{,}54 \cdot 10^{-7} m^4.$$

- Išcentrinius inercijos momentus apskaičiuojame naudodami (2.4.2.2.8) formulę:

Išcentrinis inercijos momentas:

$$I_{xiyi} = b_i \cdot \delta_i \cdot x_i^* \cdot y_i^* . \qquad (2.4.2.2.8)$$

$$I_{x1y1} = b_1 \cdot \delta_1 \cdot x_1^* \cdot y_1^* = 0{,}1 \cdot 0{,}08 \cdot (-0{,}0004) \cdot 0{,}0016 = -5{,}2 \cdot 10^{-9} m^4 ;$$

$$I_{x2y2} = b_2 \cdot \delta_2 \cdot x_2^* \cdot y_2^* = 0{,}05 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}0246 \cdot (-0{,}0484) = -1{,}19 \cdot 10^{-6} m^4 ;$$

$$I_{x3y3} = b_3 \cdot \delta_3 \cdot x_3^* \cdot y_3^* = 0{,}05 \cdot 0{,}02 \cdot (-0{,}0254) \cdot (-0{,}0484) = 1{,}23 \cdot 10^{-6} m^4 .$$

- Ašiniai standumai lenkimui apskaičiuojami naudojant formules:

$$D_{xE} = I_{1xE} \cdot E_1 + I_{2xE} \cdot E_2 + I_{3xE} \cdot E_3 = \\ = 4{,}29 \cdot 10^{-6} \cdot 30 \cdot 10^{10} + 2{,}37 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{10} + 2{,}37 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{10} = 1{,}48 \cdot 10^6 ;$$

$$D_{yE} = I_{1yE} \cdot E_1 + I_{2yE} \cdot E_2 + I_{3yE} \cdot E_3 = \\ = 6{,}67 \cdot 10^{-6} \cdot 30 \cdot 10^{10} + 0{,}81 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{10} + 0{,}85 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{10} = 2{,}07 \cdot 10^5 .$$

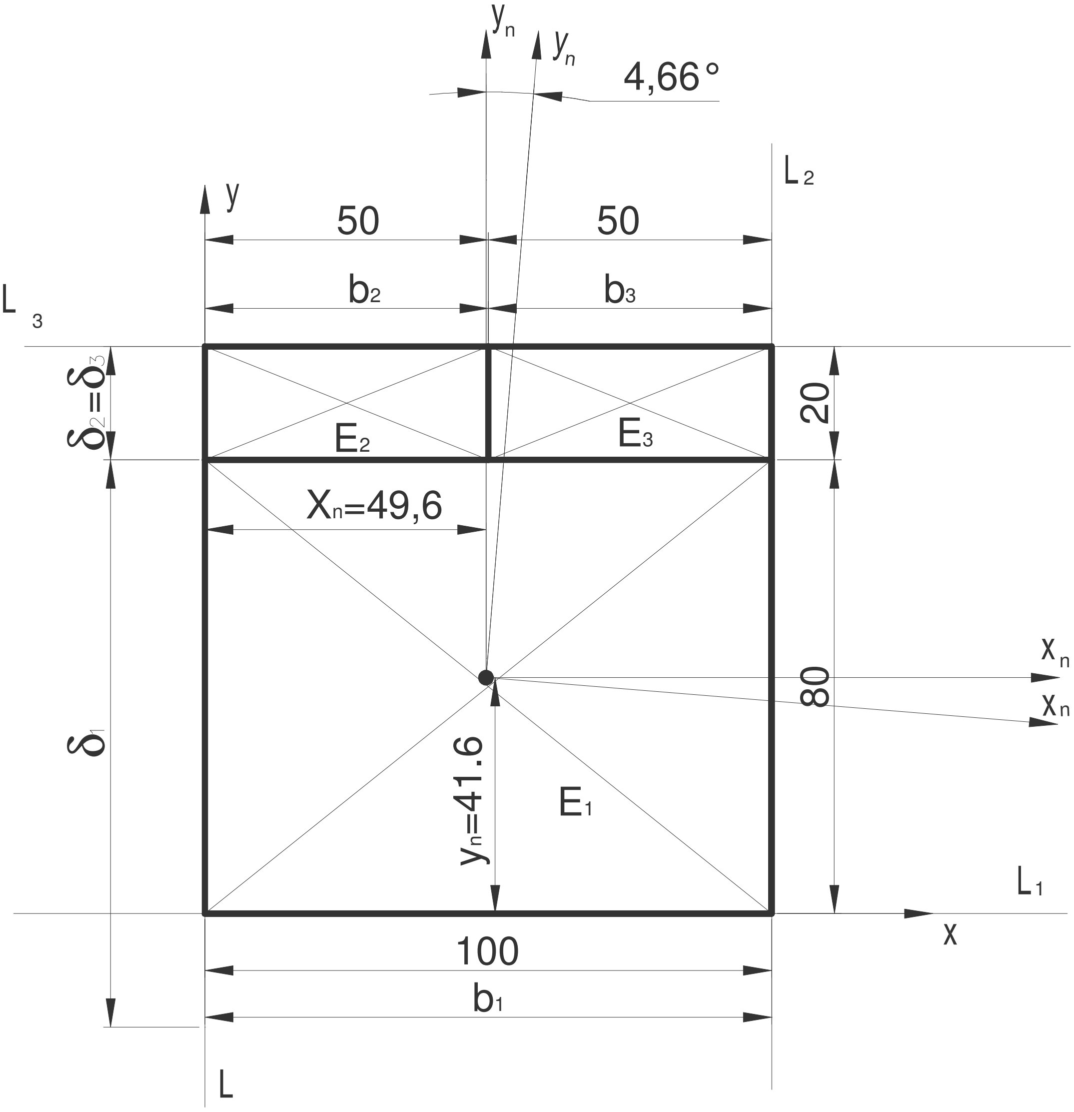
- Išcentrinis standumas lenkimui apskaičiuojamas pagal formulę:

$$D_{xE,yE} = E_1 \cdot I_{x1y1} + E_2 \cdot I_{x2y2} + E_3 \cdot I_{x3y3} = \\ = 30 \cdot 10^{10} \cdot (-5{,}2) \cdot 10^{-9} + 6 \cdot 10^{10} \cdot (-1{,}19) \cdot 10^{-6} + 2 \cdot 10^{10} \cdot 1{,}23 \cdot 10^{-6} = -4{,}84 \cdot 10^4 .$$

4.1.3. Daugiasluoksnės konstrukcijos svarbiausių ašių posūkio kampo α skaičiavimai ir rezultatai

Svarbiausių ašių posūkio kampus apskaičiuojame pagal formulę:

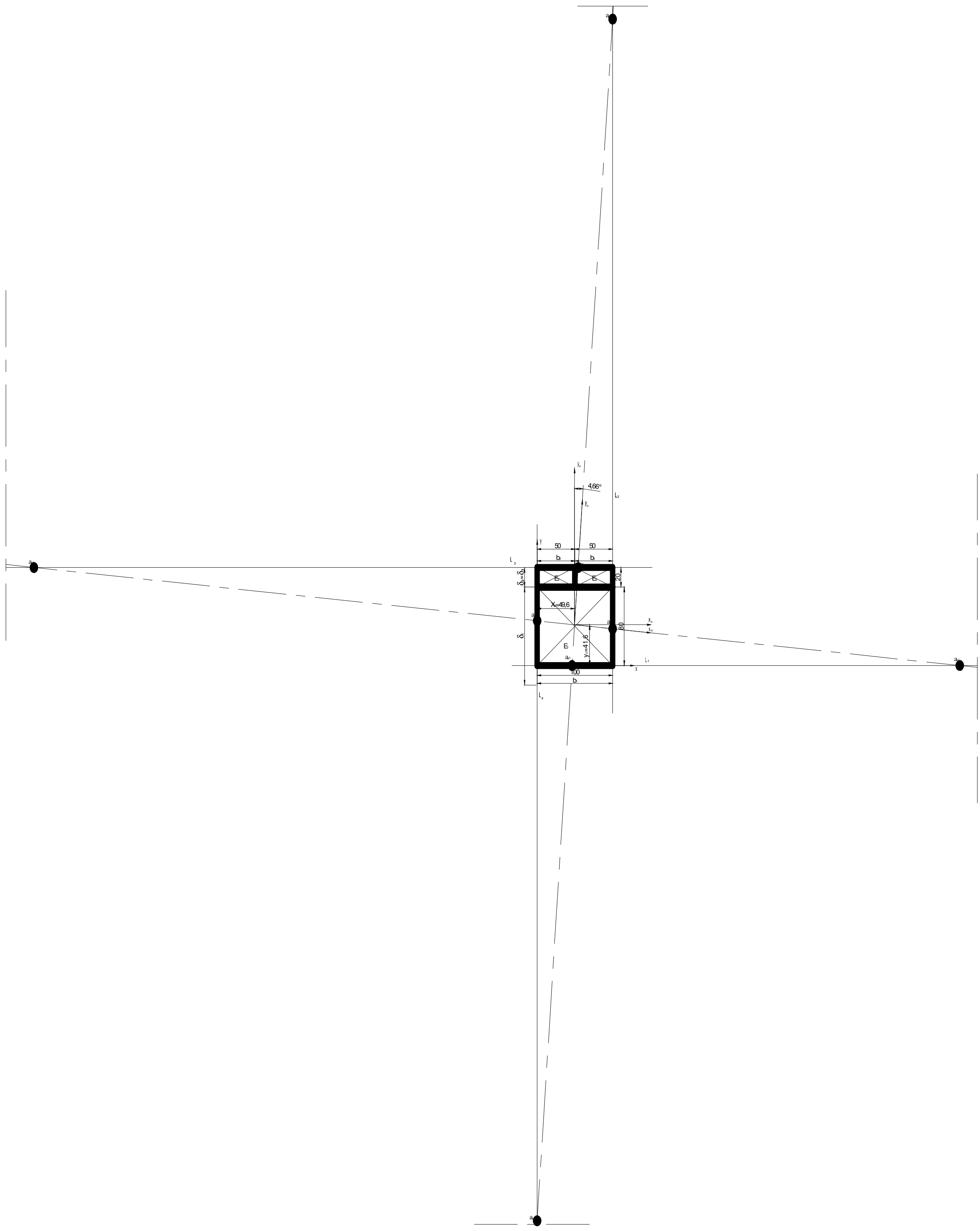
$$\alpha_0 = 0{,}5 arctg \frac{2D_{xEyE}}{D_{yE} - D_{xE}} = 0{,}5 \cdot arctg\left(\frac{(-4{,}84)\cdot 10^4}{2{,}07 \cdot 10^6 - 1{,}48 \cdot 10^6}\right) = -4{,}66^\circ .$$



4.1.3.1 pav. Svarbiausių ašių posūkio kampas

4.1.4. Daugiasluoksnės konstrukcijos skerspjūvio branduolio koordnačių radimas bei branduolio pavaizdavimas

Norint rasti branduolio koordinates, visų pirma reikia rasti liestinių koordinates, taip kaip parodyta 4.1.4.1 paveiksle.



4.1.4.1 pav. Daugiasluoksnės konstrukcijos liestinių koordinatės

Skerspjūvio liestinių koordinatės, kurios buvo rastos AUTOCAD programa:

$a_{x_1} = 512{,}05$;

$a_{y_1} = -41{,}74$;

$a_{x_2} = 50{,}6$;

$a_{y_2} = 620{,}37$;

$a_{x_3} = -718{,}83$;

$a_{y_3} = 58{,}59$;

$a_{x_4} = -49{,}76$;

$a_{y_4} = -610{,}52$.

Apskaičiuojame branduolio koordinates x_b ir y_b pagal formules:

$$x_b = -\frac{D_y}{B \cdot a_x}; \quad \text{ir} \quad y_b = -\frac{D_x}{B \cdot a_y}.$$

$$x_{b_1} = -\frac{2{,}07 \cdot 10^6}{24{,}8 \cdot 10^8 \cdot 0{,}512} = -16 \cdot 10^{-4} = -1{,}6mm;$$

$$y_{b_1} = -\frac{1{,}48 \cdot 10^6}{48{,}8 \cdot (-0{,}042)} = 142 \cdot 10^{-4} = 14{,}2mm;$$

$$x_{b_2} = -\frac{2{,}07 \cdot 10^6}{24{,}8 \cdot 10^8 \cdot 0{,}051} = -163 \cdot 10^{-4} = -16{,}3mm;$$

$$y_{b_2} = -\frac{1{,}48 \cdot 10^6}{24{,}8 \cdot 10^8 \cdot 0{,}620} = -9{,}6 \cdot 10^{-4} = -0{,}96mm;$$

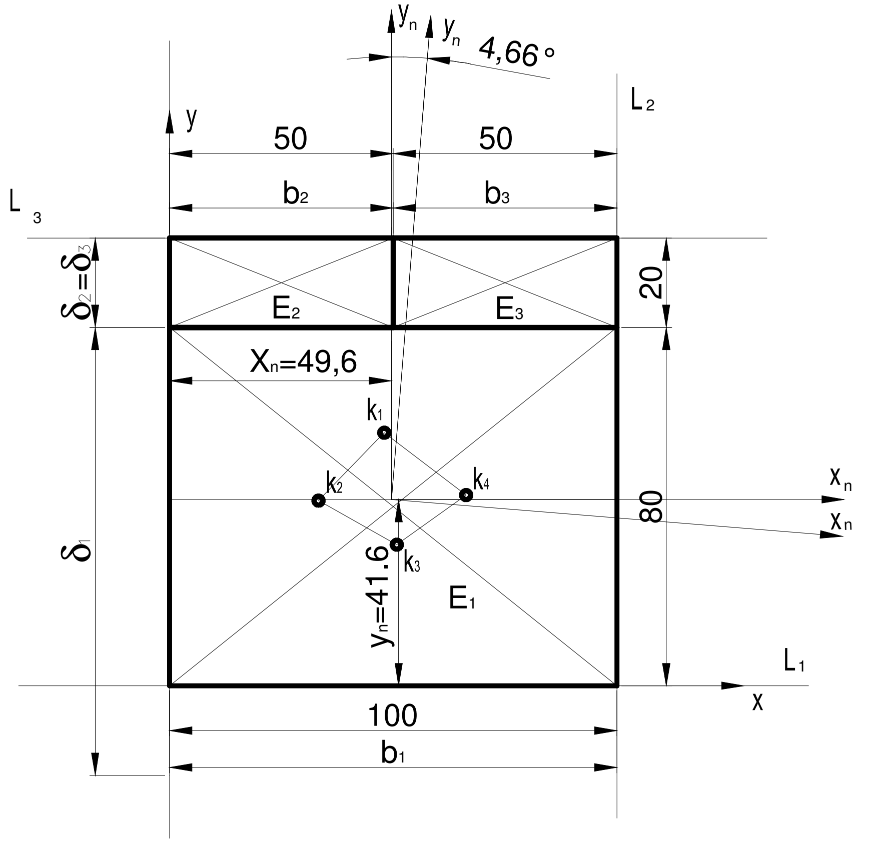
$$x_{b_3} = -\frac{2{,}07 \cdot 10^6}{24{,}8 \cdot 10^8 \cdot (-0{,}719)} = 12 \cdot 10^{-4} = 1{,}2mm;$$

$$y_{b_3} = -\frac{1{,}48 \cdot 10^6}{24{,}8 \cdot 10^8 \cdot 0{,}059} = -101 \cdot 10^{-4} = -10{,}1mm;$$

$$x_{b_4} = -\frac{2{,}07 \cdot 10^6}{24{,}8 \cdot 10^8 \cdot (-0{,}05)} = 167 \cdot 10^{-4} = 16{,}7mm;$$

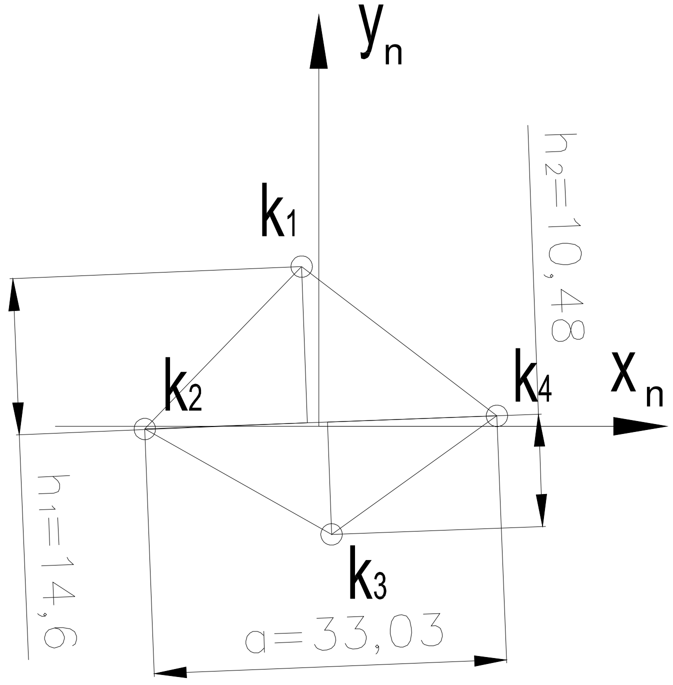
$$y_{b_4} = -\frac{1{,}48 \cdot 10^6}{24{,}8 \cdot 10^8 \cdot (-0{,}611)} = 9{,}7 \cdot 10^{-4} = 0{,}97mm.$$

Apskaičiavę branduolio koordinates, nubraižome daugiasluoksnės asimetrinės konstrukcijos branduolį.



4.1.4.2 pav. Daugiasluoksnio kvadrato skerspjūvio branduolys

Nubraižę skerspjūvio branduolį, apskaičiuojame jo plotą.



4.1.4.3 pav. Skerspjūvio branduolys

Daugiasluoksnio kvadrato skerspjūvo branduolį gavome netaisyklingos formos, ne taip kaip homogeninio kvadrato skerspjūvio branduolio atveju, nes jį sudaro kelios medžiagos, kurių tamprumo moduliai yra skirtingi.

Apskaičiuojame skerspjūvio branduolio plotą.

Branduolį suskirstome į du trikampius, nes trikampių plotų suma duoda branduolio skerspjūvio plotą. Skerspjūvio branduolio plotas apskaičiuojamas:

$$A = a(h_1 + h_2)/2\,;$$

$$A = 33.03(14{,}6 + 10{,}48)/2 = 414{,}19mm^2 \;= 0.41m^2\,.$$

4.1.4.1 ir 4.1.4.2 lentelėse pateikti uždavinių skaičiavimo rezultatai, keičiant tamrumo modulį.

4.1.4.1 Lentelė

Geometrinių ir standumo centrų skaičiavimo rezultatai

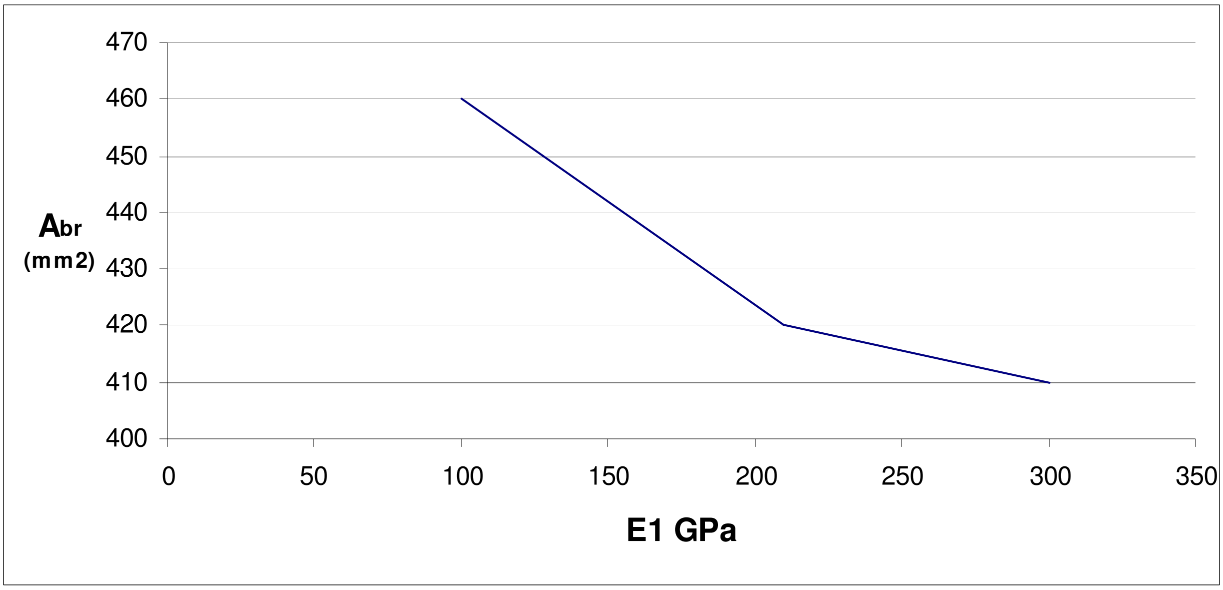
Kvadratas	Tamprumo modulis, GPa			Statiniai momentai, m^3		Geometrinio centro koordinatės, m		Statiniai standumo centro momentai, m^3		Ašinis standumas	Standumo centro koordinatės, m	
	E_1	E_2	E_3	S_x	S_y	x_c	y_c	S_{xE}	S_{yE}	B	x_E	y_E
100x100	300	60	20	$5\cdot10^{-4}$	$5\cdot10^{-4}$	0,05	0,05	$103{,}2\cdot10^{6}$	$123\cdot10^{6}$	$24{,}8\cdot10^{8}$	$4{,}96\cdot10^{-2}$	$4{,}16\cdot10^{-2}$
	210	60	20					$74{,}4\cdot10^{6}$	$87\cdot10^{6}$	$17{,}6\cdot10^{8}$	$4{,}94\cdot10^{-2}$	$4{,}23\cdot10^{-2}$
	100	60	20					$39{,}2\cdot10^{6}$	$43\cdot10^{6}$	$8{,}8\cdot10^{8}$	$4{,}89\cdot10^{-2}$	$4{,}45\cdot10^{-2}$

4.1.4.2 Lentelė

Standumo lenkimui, posūkio kampo ir branduolio ploto skaičiavimo rezultatai

Kvadratas	Standumas lenkimui		Išcentrinis standumas	Posūkio kampas	Branduolio plotas, m^2	Skerspjūvio plotas, m^2
	D_{xE}	D_{yE}	D_{xEyE}	α	A_{br}	A_{fig}
100x100	$1{,}48\cdot10^{6}$	$2{,}07\cdot10^{6}$	$-4{,}84\cdot10^{4}$	-4,66 □	$4{,}1\cdot10^{-4}$	$1\cdot10^{-2}$
	$1{,}09\cdot10^{6}$	$1{,}466\cdot10^{6}$	$-4{,}773\cdot10^{4}$	-7,1□	$4{,}2\cdot10^{-4}$	
	$6{,}11\cdot10^{5}$	$7{,}32\cdot10^{5}$	$-4{,}55\cdot10^{4}$	-18,45 □	$4{,}6\cdot10^{-4}$	

Nubraižome f-jos $A_{br}=f(E_1)$ priklausomybę.



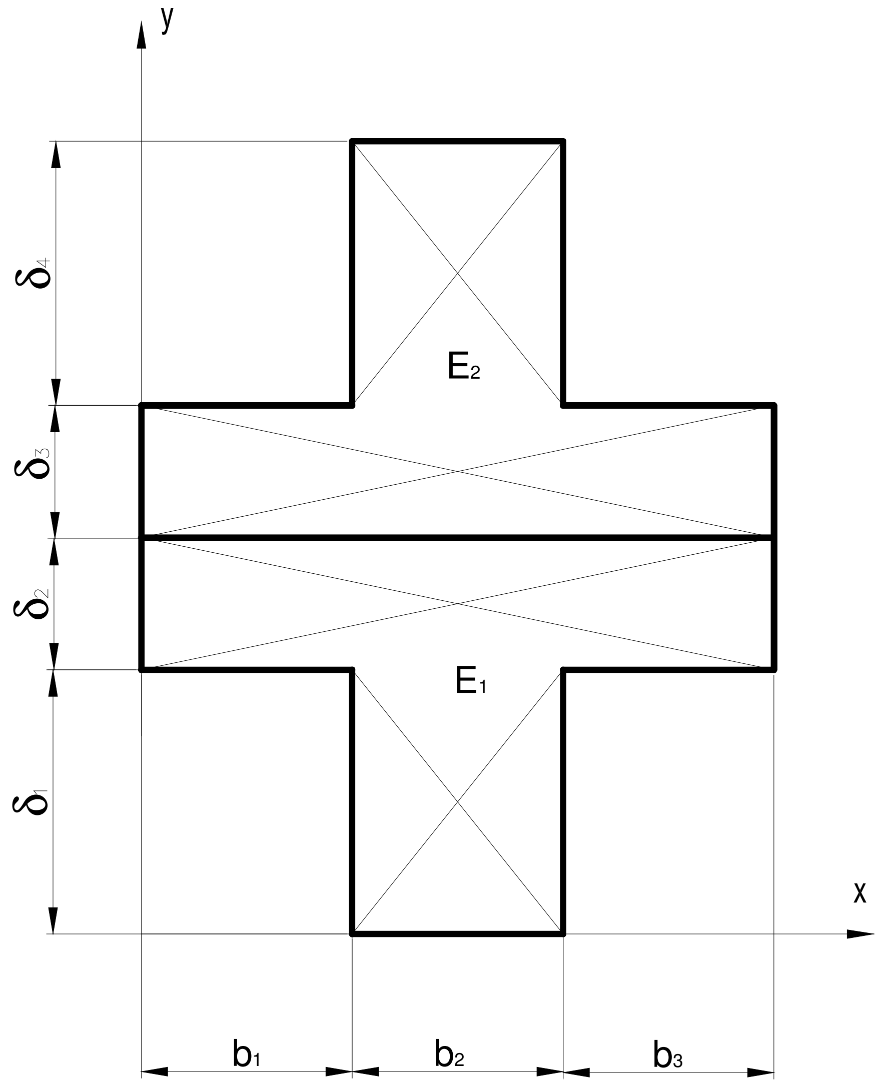
4.1.4.4 pav. Branduolio kitimas nuo tamprumo modulio

Atlikus skaičiavimus buvo sudaryta diagrama $A_{br}=f(E_1)$ (4.1.4.4 pav.), iš kurios matyti, kad mažėjant tamprumo moduliui E_1 branduolio skerspjūvio plotas didėja.

4.2. Kryžiaus skerspjūvio branduolio suradimas

Kryžiaus profilį pasirenkame laisvai ir išlaikome skerspjūvio plotą tokį pat kaip ir stačiakampio skerspjūvio.

Nubraižome kryžiaus skerspjūvį (4.2.1 pav.).



4.2.1 pav. Daugiasluoksnio kryžiaus skerspjūvis

Pasirinkto daugiasluoksnio konstrukcinio elemento duomenys yra tokie:

- Tamprumo moduliai E_1 – sialonas, E_2 – anglies plastiko.

  $E_1 = 30 \cdot 10^{10}$;

  $E_2 = 6 \cdot 10^{10}$.

- Konstrukcijos matmenys 120x150.

4.2.1. Daugiasluoksnės konstrukcijos geometrinių (x_c ir y_c) ir standumo (x_e ir y_e) centrų skaičiavimai

Apskaičiuojame ir nubraižome skerspjūvio branduolį konstrukcijos, kurios:

- pirmoji medžiaga yra sialonas (E =30 GPa),
- antrosios – anglies plastikas (E = 60 GPa).

Skerspjūvio plotas randamas pagal formulę:

$A_i = b_i \cdot \delta_i$; (2.4.2.1.1)

čia b_i – sluoksnio plotis;

δ_i – sluoksnio aukštis.

Kur $b_1 = b_2 = b_3 = 40mm = 0{,}04m$;

Kur $\delta_1 = \delta_4 = 50mm = 0{,}05m$;

$\delta_2 = \delta_3 = 25mm = 0{,}025m$.

$A_1 = b_2 \cdot \delta_1 = 0{,}04 \cdot 0{,}05 = 20 \cdot 10^{-4}\, m^2$;

$A_2 = \delta_2 (b_1 + b_2 + b_3) = 30 \cdot 10^{-4}\, m^2$;

$A_3 = \delta_3 (b_1 + b_2 + b_3) = 30 \cdot 10^{-4}\, m^2$;

$A_4 = b_2 \cdot \delta_4 = 0{,}05 \cdot 0{,}04 = 20 \cdot 10^{-4}\, m^2$.

Sudėtingo pjūvio statiniai momentai yra lygūs:

$S_x = \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot y_i$; (2.4.2.1.2)

$S_y = \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot x_i$; (2.4.2.1.3)

čia y_i, x_i – sluoksnio geometrinio centro atstumai iki x ir y ašių;

A – skerspjūvio plotai.

$S_x = 20 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}025 + 30 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}0625 + 30 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}0875 + 20 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}125 = 7{,}5 \cdot 10^{-4}\, m^3$;

$S_y = 20 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}06 + 30 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}06 + 30 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}06 + 20 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}06 = 6 \cdot 10^{-4}\, m^3$.

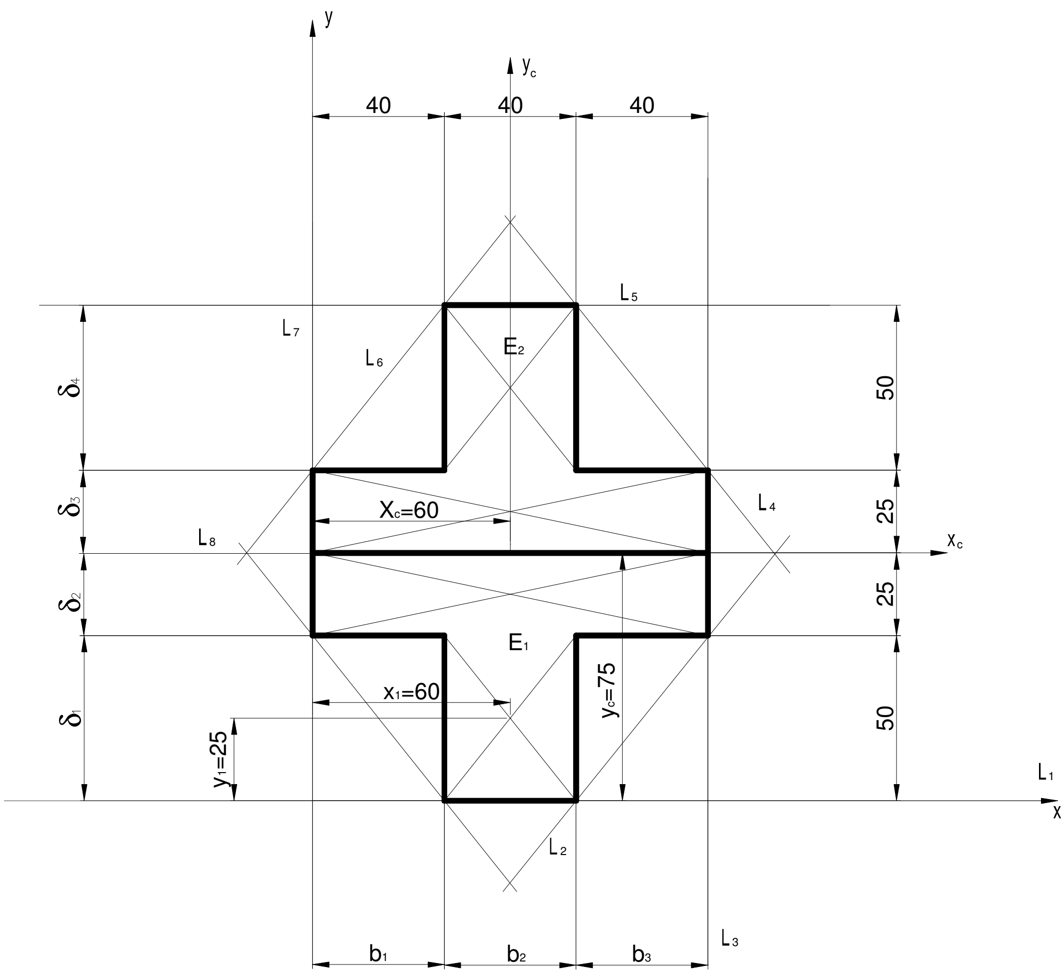
Geometrinio centro koordinates apskaičiuojame naudodami (2.4.2.1.4) ir (2.4.2.1.5) formules: geometrinis centras surandamas :

$$x_c = \frac{S_y}{\sum A_i}; \qquad (2.4.2.1.4)$$

$$y_c = \frac{S_x}{\sum A_i}. \qquad (2.4.2.1.5)$$

$$x_c = \frac{6 \cdot 10^{-4}}{100 \cdot 10^{-4}} = 0{,}06m;$$

$$y_c = \frac{7{,}5 \cdot 10^{-4}}{100 \cdot 10^{-4}} = 0{,}075m.$$



4.2.1.1 pav. Geometrinio centro ašys

Apskaičiuojame standumo centro koordinates, naudosime (2.4.2.1.6) ir (2.4.2.1.7.) formules. Statiniai standumo centro momentai x ir y ašių atžvilgiu randami pagal formules:

$$S_{xE} = \sum A_i \cdot y_i \cdot E_i \, ; \qquad (2.4.2.1.6)$$

$$S_{yE} = \sum A_i \cdot x_i \cdot E_i \, . \qquad (2.4.2.1.7)$$

$$S_{xE} = 20 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}025 \cdot 30 \cdot 10^{10} + 30 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}0625 \cdot 30 \cdot 10^{10} + 30 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}0875 \cdot 6 \cdot 10^{10} +$$
$$+ 20 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}125 \cdot 6 \cdot 10^{10} = 102 \cdot 10^{6} m^{3}$$
$$S_{yE} = 20 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}06 \cdot 30 \cdot 10^{10} + 30 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}06 \cdot 30 \cdot 10^{10} + 30 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}06 \cdot 6 \cdot 10^{10} +$$
$$+ 20 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}06 \cdot 6 \cdot 10^{10} = 108 \cdot 10^{6} m^{3}$$

4.2.2. Daugiasluoksnės kontrukcijos ašinių (B; $D_{x,}$ D_y) ir išcentrinių (D_{xy}) standumų skaičiavimai ir rezultatai

Apskaičiuojame sijų standumus:

- apskaičiuojame viso skerspjūvio ašinį standumą:

$$B = \sum_{i=1}^{n} B_i = \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot E_i \;; \qquad (2.4.2.2.1)$$

čia A_i - nagrinėjamo sluoksnio plotas;

E_i – nagrinėjamo sluoksnio tamprumo modulis.

$$B = \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot E_i = 20 \cdot 10^{-4} \cdot 30 \cdot 10^{10} + 30 \cdot 10^{-4} \cdot 30 \cdot 10^{10} +$$

$$+ 30 \cdot 10^{-4} \cdot 6 \cdot 10^{10} + 20 \cdot 10^{-4} \cdot 6 \cdot 10^{10} = 18 \cdot 10^{8}$$

- standumo centro koordinates randame pagal formules:

$$x_n = x_E = \frac{S_{yE}}{B}; \qquad (2.4.2.2.2)$$

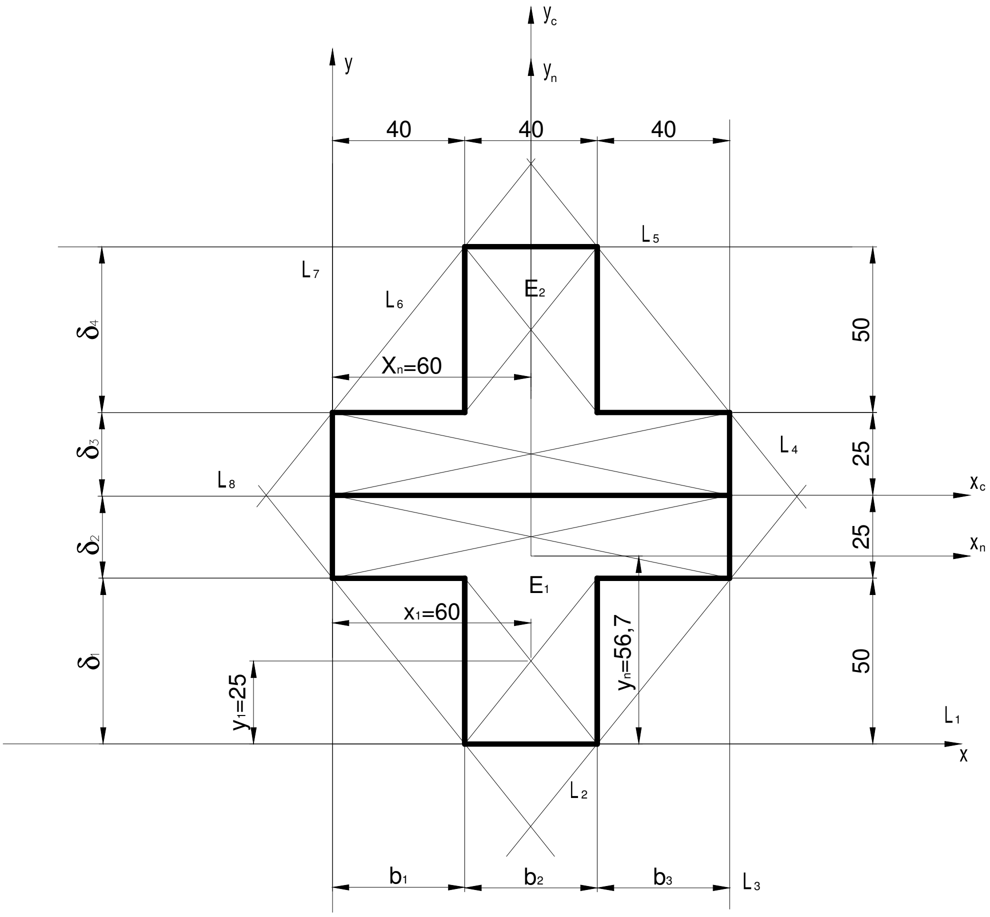
$$y_n = y_E = \frac{S_{xE}}{B}; \qquad (2.4.2.2.3)$$

čia S_{xE}, S_{yE} - statinis standumo momentas x ir y ašių atžvilgiu;

B – ašinis standumas.

$$x_E = \frac{108 \cdot 10^{6}}{18 \cdot 10^{8}} = 6 \cdot 10^{-2} = 0{,}06 \;;$$

$$y_E = \frac{102 \cdot 10^{6}}{18 \cdot 10^{8}} = 567 \cdot 10^{-2} = 0{,}0567 \,.$$



4.2.2.1 pav. Standumo centro ašys

Nagrinėjamo sluoksnio skerspjūvio vidurio atstumai x^* ir y^* iki pjūvio neutraliosios ašies apskaičiuojami iš lygybės:

$$x_i^* = x_n - 0{,}5b_i - \sum_{m=1}^{i-1} b_m \; ; \qquad (2.4.2.2.4)$$

$$y_i^* = y_n - 0{,}5\delta_i - \sum_{m=1}^{i-1} \delta_m \; ; \qquad (2.4.2.2.5)$$

čia x^* - nagrinėjamo sluoksnio skerspjūvio vidurio atstumas iki pjūvio neutraliosios ašies;

y^* - nagrinėjamo sluoksnio skerspjūvio vidurio atstumas iki pjūvio neutraliosios ašies;

m - pjūvio sluoksnių skaičius.

$$x_1^* = 0{,}06 - 0{,}5 \cdot 0{,}04 - 0{,}04 = 0;$$

$$y_1^* = 0{,}0567 - 0{,}5 \cdot 0{,}05 = 0{,}0317;$$

$$x_2^* = 0;$$

$$y_2^* = 0{,}0567 - 0{,}5 \cdot 0{,}025 - 0{,}05 = -0{,}0058\,;$$

$x_3^* = 0$;

$y_3^* = 0{,}0567 - 0{,}5 \cdot 0{,}025 - 0{,}05 - 0{,}025 = -0{,}0308$;

$x_4^* = 0$;

$y_4^* = 0{,}0567 - 0{,}5 \cdot 0{,}05 - 0{,}05 - 0{,}025 - 0{,}025 = -0{,}0683$.

- apskaičiuojame ašinius inercijos momentus:

Inercijos momentas stačiakampio skerspjūvio formos sijos elementams svarbiausiųjų ašių atžvilgiu apskaičiuojamas pagal formulę:

$$I_{ixE} = \frac{b_i \delta_i^3}{12} + b_i \delta_i \cdot y_i^{*2}; \qquad (2.4.2.2.6)$$

$$I_{iyE} = \frac{\delta_i b_i^3}{12} + b_i \delta_i \cdot x_i^{*2} \qquad (2.4.2.2.7)$$

$$I_{1xE} = \frac{b_1 \delta_1^3}{12} + b_1 \delta_1 \cdot y_1^{*2} = \frac{0{,}04 \cdot 0{,}05^3}{12} + 0{,}04 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}0317^2 = 2{,}42 \cdot 10^{-6} m^4;$$

$$I_{1yE} = \frac{\delta_1 b_1^3}{12} + b_1 \delta_1 \cdot x_1^{*2} = \frac{0{,}05 \cdot 0{,}04^3}{12} + 0{,}04 \cdot 0{,}05 \cdot (0)^2 = 0{,}267 \cdot 10^{-6} m^4;$$

$$I_{2xE} = \frac{b_2 \delta_2^3}{12} + b_2 \delta_2 \cdot y_2^{*2} = \frac{0{,}04 \cdot 0{,}05^3}{12} + 0{,}04 \cdot 0{,}025 \cdot (-0{,}0058)^2 = 8{,}61 \cdot 10^{-8} m^4;$$

$$I_{2yE} = \frac{\delta_2 b_2^3}{12} + b_2 \delta_2 \cdot x_2^{*2} = \frac{0{,}025 \cdot 0{,}04^3}{12} + 0{,}04 \cdot 0{,}025 \cdot 0^2 = 1{,}33 \cdot 10^{-7} m^4;$$

$$I_{3xE} = \frac{b_3 \delta_3^3}{12} + b_3 \delta_3 \cdot y_3^{*2} = \frac{0{,}04 \cdot 0{,}025^3}{12} + 0{,}04 \cdot 0{,}025 \cdot (-0{,}0308)^2 = 1 \cdot 10^{-6} m^4;$$

$$I_{3yE} = \frac{\delta_3 b_3^3}{12} + b_3 \delta_3 \cdot x_3^{*2} = \frac{0{,}025 \cdot 0{,}04^3}{12} + 0{,}04 \cdot 0{,}025 \cdot 0^2 = 1{,}33 \cdot 10^{-7} m^4;$$

$$I_{4xE} = \frac{b_4 \delta_4^3}{12} + b_4 \delta_4 \cdot y_4^{*2} = \frac{0{,}04 \cdot 0{,}05^3}{12} + 0{,}04 \cdot 0{,}05 \cdot (-0{,}0683)^2 = 9{,}76 \cdot 10^{-6} m^4;$$

$$I_{4yE} = \frac{\delta_4 b_4^3}{12} + b_4 \delta_4 \cdot x_4^{*2} = \frac{0{,}05 \cdot 0{,}04^3}{12} + 0{,}04 \cdot 0{,}05 \cdot 0^2 = 2{,}67 \cdot 10^{-7} m^4.$$

- Išcentrinius inercijos momentus apskaičiuojame naudodami (2.4.2.2.8.) formulę:

Išcentrinis inercijos momentas:

$$I_{xiyi} = b_i \cdot \delta_i \cdot x_i^* \cdot y_i^* . \qquad (2.4.2.2.8)$$

$$I_{x1y1} = b_1 \cdot \delta_1 \cdot x_1^* \cdot y_1^* = 0{,}04 \cdot 0{,}05 \cdot 0 \cdot 0{,}0317 = 0 m^4 ;$$

$$I_{x2y2} = b_2 \cdot \delta_2 \cdot x_2^* \cdot y_2^* = 0{,}04 \cdot 0{,}05 \cdot 0 \cdot (-0{,}0058) = 0 m^4 ;$$

$$I_{x3y3} = b_3 \cdot \delta_3 \cdot x_3^* \cdot y_3^* = 0{,}04 \cdot 0{,}05 \cdot 0 \cdot (-0{,}0308) = 0 m^4 ;$$

$$I_{x4y4} = b_4 \cdot \delta_4 \cdot x_4^* \cdot y_4^* = 0{,}04 \cdot 0{,}05 \cdot 0 \cdot \left(-0{,}0683\right) = 0 m^4 .$$

- Ašiniai standumai lenkimui apskaičiuojami naudojant formules:

$$D_{xE} = I_{1xE} \cdot E_1 + I_{2xE} \cdot E_2 + I_{3xE} \cdot E_4 + I_{4xE} \cdot E_4 =$$
$$= 2{,}42 \cdot 10^{-6} \cdot 30 \cdot 10^{10} + 8{,}61 \cdot 10^{-8} \cdot 30 \cdot 10^{10} + 1 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{10} + 9{,}76 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{10} = 1{,}398 \cdot 10^{6}$$

$$D_{yE} = I_{1yE} \cdot E_1 + I_{2yE} \cdot E_2 + I_{3yE} \cdot E_4 + I_{4yE} \cdot E_4 =$$
$$= 2{,}67 \cdot 10^{-7} \cdot 30 \cdot 10^{10} + 1{,}33 \cdot 10^{-7} \cdot 30 \cdot 10^{10} + 1{,}33 \cdot 10^{-7} \cdot 6 \cdot 10^{10} + 2{,}67 \cdot 10^{-7} \cdot 6 \cdot 10^{10} = 1{,}44 \cdot 10^{5}$$

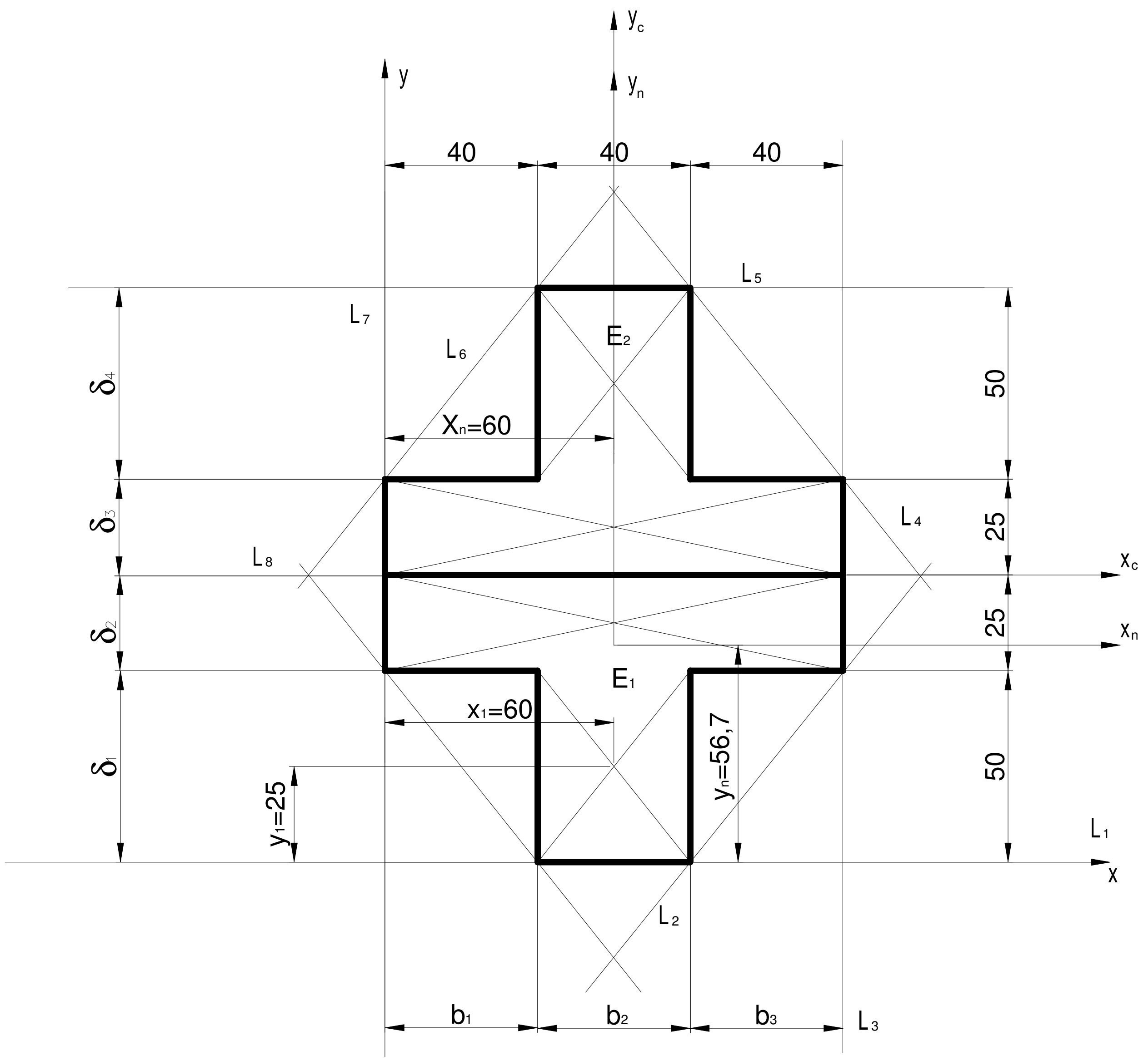
- Išcentrinis standumas lenkimui apskaičiuojamas pagal formulę:

$$D_{xE,yE} = E_1 \cdot I_{x1y1} + E_2 \cdot I_{x2y2} + E_3 \cdot I_{x3y3} + E_4 \cdot I_{x4y4} =$$
$$= 30 \cdot 10^{10} \cdot 0 + 30 \cdot 10^{10} \cdot 0 + 6 \cdot 10^{10} \cdot 0 + 6 \cdot 10^{10} \cdot 0 = 0$$

4.2.3. Daugiasluoksnės konstrukcijos svarbiausių ašių posūkio kampo α skaičiavimai ir rezultatai

Svarbiausių ašių posūkio kampus apskaičiuojame pagal formulę:

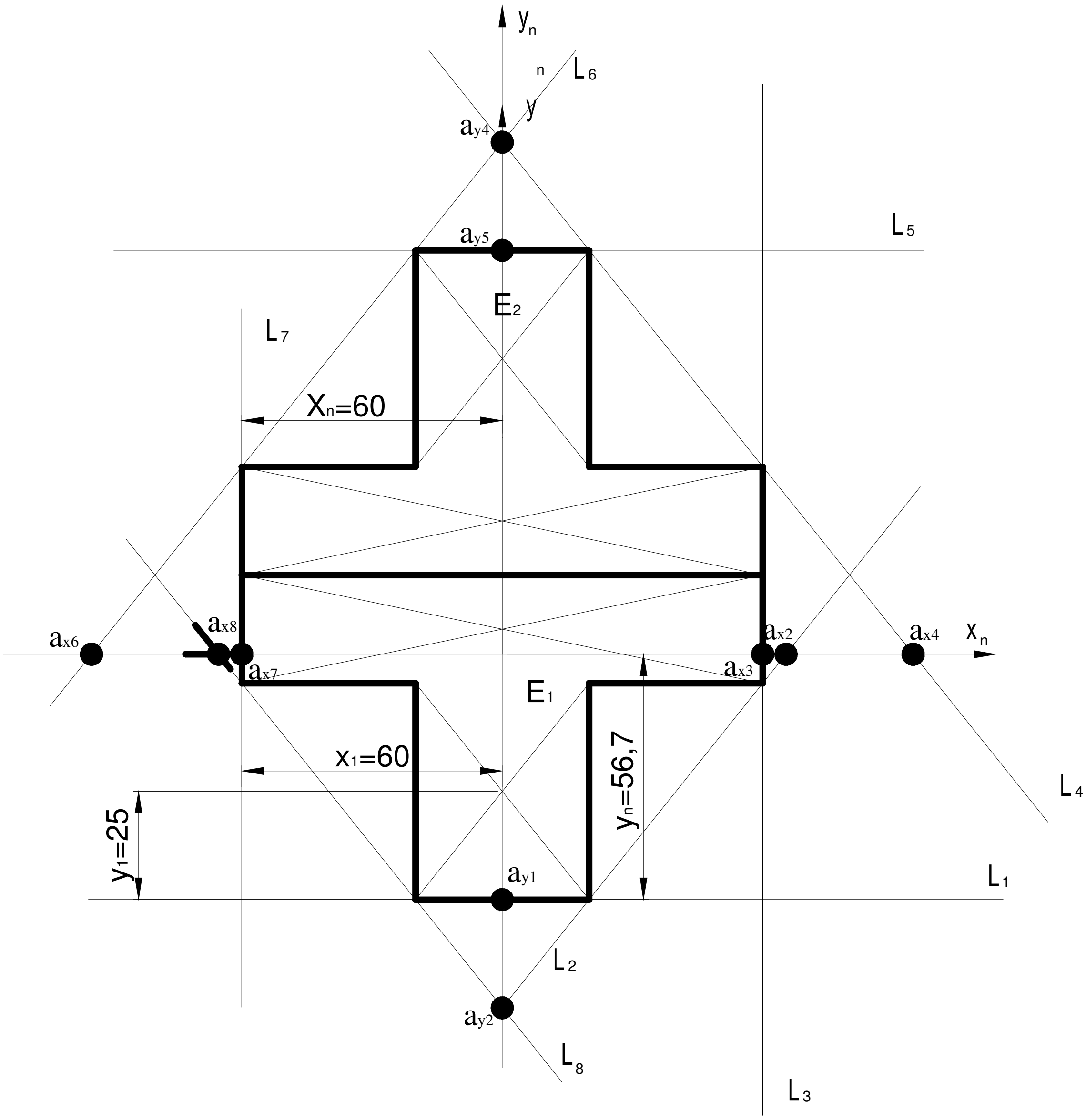
$$\alpha_0 = 0{,}5arctg\frac{2D_{xEyE}}{D_{yE} - D_{xE}} = 0{,}5 \cdot arctg\left(\frac{0}{3{,}2\cdot 10^4 - 3{,}716\cdot 10^5}\right) = 0^\circ .$$



4.2.3.1 pav. Svarbiausių ašių posūkio kampas

4.2.4. Daugiasluoksnės konstrukcijos skerspjūvio branduolio koordnačių radimas bei branduolio pavaizdavimas

Norint rasti branduolio koordinates, visų pirma reikia rasti liestinių koordinates, taip kaip parodyta 4.2.4.1 paveiksle.



4.2.4.1 pav. Kryžiaus daugiasluoksnio skerspjūvio liestinių koordinatės

Skerspjūvio liestinių koordinatės, kurios buvo rastos AUTOCAD programa:

$a_{x_1} = 0$;

$a_{y_1} = -56{,}7$;

$a_{x_2} = 65{,}36$;

$a_{y_2} = -81{,}7$;

$a_{x_3} = 60$;

$a_{y_3} = 0$;

$a_{x_4} = 94{,}64$;

$a_{y_4} = 118{,}3$;

$a_{x_5} = 0$;

$a_{y_5} = 93{,}3$;

$a_{x_6} = -94{,}64$;

$a_{y_6} = 118{,}3$;

$a_{x_7} = -60$;

$a_{y_7} = 0$;

$a_{x_8} = -65{,}36$;

$a_{y_8} = -81{,}7$.

Apskaičiuojame branduolio koordinates x_b ir y_b pagal formules:

$$x_b = -\frac{D_y}{B \cdot a_x}; \quad \text{ir} \quad y_b = -\frac{D_x}{B \cdot a_y}.$$

$$x_{b_1} = -\frac{1{,}44 \cdot 10^5}{18 \cdot 10^8 \cdot 0} = 0mm;$$

$$y_{b_1} = -\frac{1{,}398 \cdot 10^6}{18 \cdot 10^8 (-0{,}0567)} = 137 \cdot 10^{-4} = 13{,}7mm;$$

$$x_{b_2} = -\frac{1{,}44 \cdot 10^5}{18 \cdot 10^8 \cdot 0{,}06536} = -12 \cdot 10^{-4} = -1{,}2mm;$$

$$y_{b_2} = -\frac{1{,}398 \cdot 10^6}{18 \cdot 10^8 \cdot (-0{,}0817)} = 95 \cdot 10^{-4} = 9{,}5mm;$$

$$x_{b_3} = -\frac{1{,}44 \cdot 10^5}{18 \cdot 10^8 \cdot 0{,}06} = -13 \cdot 10^{-4} = -1{,}3mm;$$

$$y_{b_3} = -\frac{1{,}398 \cdot 10^6}{18 \cdot 10^8 \cdot 0} = 0mm;$$

$$x_{b_4} = -\frac{1{,}44 \cdot 10^5}{18 \cdot 10^8 \cdot 0.09464} = -8{,}5 \cdot 10^{-4} = -0{,}85mm;$$

$$y_{b_4} = -\frac{1{,}398 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^8 \cdot 0{,}1183} = -66 \cdot 10^{-4} = -6{,}6mm;$$

$$x_{b_5} = -\frac{1{,}44 \cdot 10^5}{18 \cdot 10^8 \cdot 0} = 0mm;$$

$$y_{b_5} = -\frac{1{,}398 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^8 \cdot 0{,}0933} = -83 \cdot 10^{-4} = -8{,}3mm;$$

$$x_{b_6} = -\frac{1{,}44 \cdot 10^5}{18 \cdot 10^8 \cdot (-0{,}09464)} = 8{,}5 \cdot 10^{-4} = 0{,}85mm;$$

$$y_{b_6} = -\frac{1{,}398 \cdot 10^6}{18 \cdot 10^8 \cdot 0{,}1183} = -66 \cdot 10^{-4} = -6{,}6mm;$$

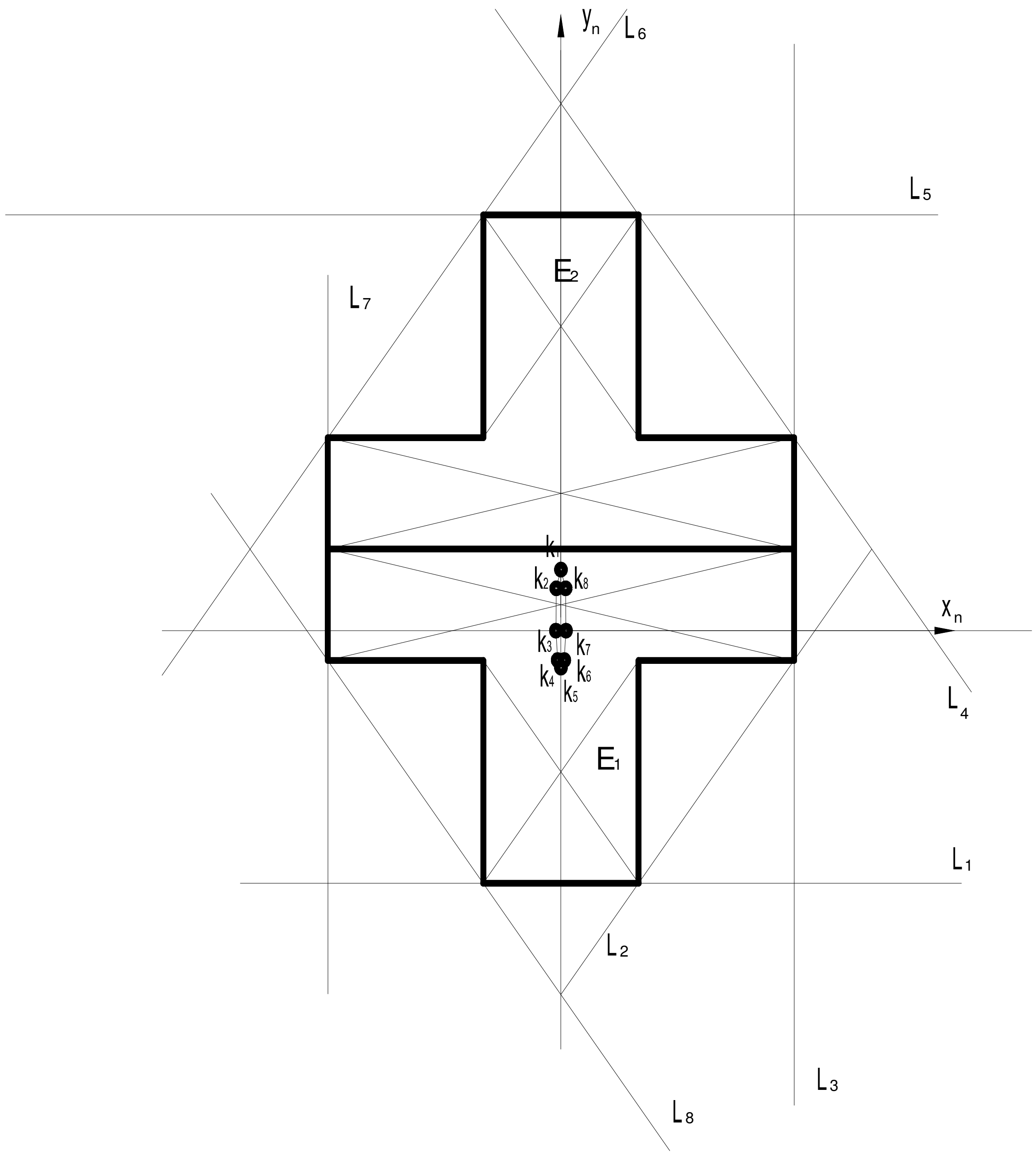
$$x_{b_7} = -\frac{1{,}44 \cdot 10^5}{18 \cdot 10^8 \cdot (-0{,}06)} = 13 \cdot 10^{-4} = 1{,}3mm;$$

$$y_{b_7} = -\frac{1{,}398 \cdot 10^6}{18 \cdot 10^8 \cdot 0} = 0mm;$$

$$x_{b_8} = -\frac{1{,}44 \cdot 10^5}{18 \cdot 10^8 \cdot (-0{,}06536)} = 12 \cdot 10^{-4} = 1{,}2mm;$$

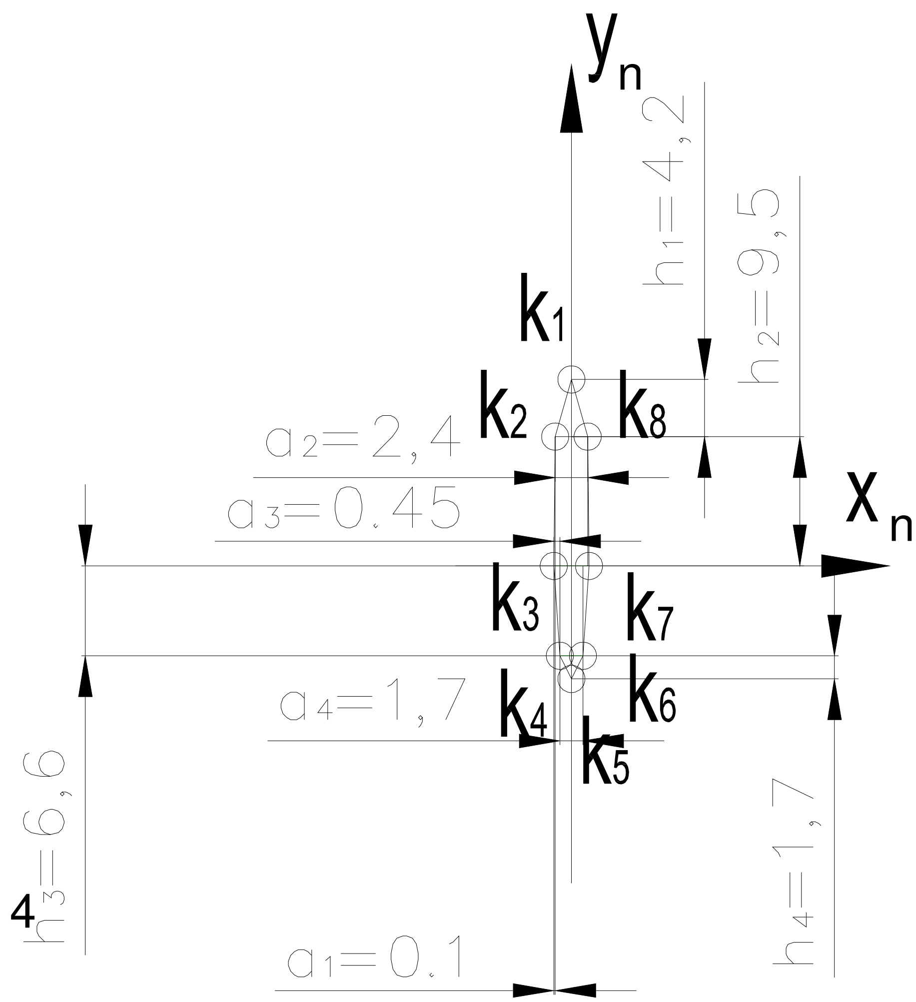
$$y_{b_8} = -\frac{1{,}398 \cdot 10^6}{18 \cdot 10^8 \cdot (-0{,}0817)} = 95 \cdot 10^{-4} = 9{,}5mm.$$

Apskaičiavę branduolio koordinates, nubraižome dvisluoksnės asimetrinės konstrukcijos branduolį.



4.2.4.2 pav. Kryžiaus daugiasluoksnio skerspjūvio branduolys

Nubraižę skerspjūvio branduolį, apskaičiuojame jo plotą.



4.2.4.3 pav. Skerspjūvio branduolys

Skerspjūvio branduolio plotas apskaičiuojamas:

$A_1 = a_2 \cdot h_1 = 2,4 \cdot 4,2 = 10,08$;

$A_2 = a_1 \cdot h_2 + a_2 \cdot h_2 = 0,1 \cdot 9,5 + 2,4 \cdot 9,5 = 23,75$;

$A_3 = a_3 \cdot h_3 + a_4 \cdot h_3 = 0,45 \cdot 6,6 + 1,7 \cdot 6,6 = 14,19$;

$A_4 = a_4 \cdot h_4 = 1,7 \cdot 1,7 = 2,89$;

$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 10,08 + 23,75 + 14,19 + 2,89 = 50,91 mm^2$.

4.2.4.1 ir 4.2.4.2 lentelėse pateikti uždavinių skaičiavimo rezultatai, keičiant tamrumo modulį.

4.2.4.1 Lentelė

Geometrinių ir standumo centrų skaičiavimo rezultatai

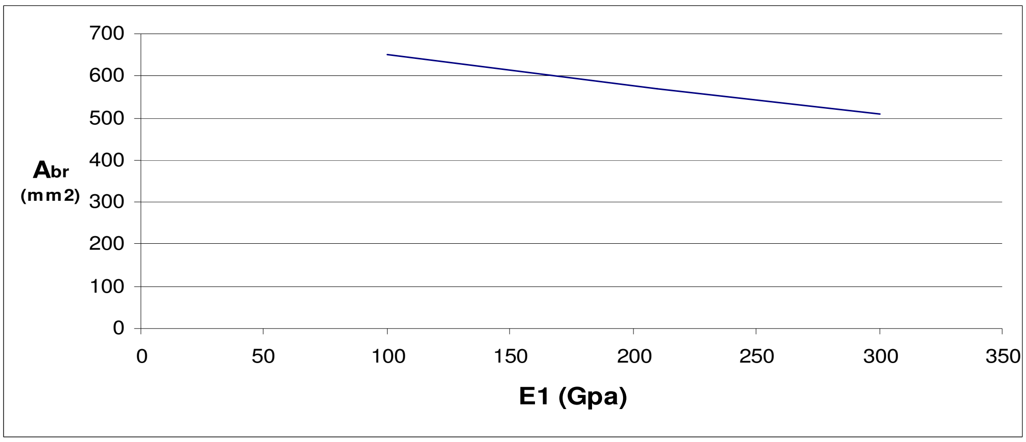
Kryžius	Tamprumo modulis, Gpa		Statiniai momentai, m^3		Geometrinio centro koordinatės, m		Statiniai standumo centro momentai, m^3		Ašinis standumas	Standumo centro koordinatės, m	
	E_1	E_2	S_x	S_y	x_c	y_c	S_{xE}	S_{yE}	B	x_E	y_E
120x150	300	60	$7{,}5 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-4}$	0,06	0,075	$102 \cdot 10^{6}$	$108 \cdot 10^{6}$	$18 \cdot 10^{8}$	$6 \cdot 10^{-2}$	$5{,}67 \cdot 10^{-2}$
	210	60					$80{,}625 \cdot 10^{6}$	$81 \cdot 10^{6}$	$13{,}5 \cdot 10^{8}$	$6 \cdot 10^{-2}$	$5{,}97 \cdot 10^{-2}$
	100	60					$54{,}5 \cdot 10^{6}$	$48 \cdot 10^{6}$	$8 \cdot 10^{8}$	$6 \cdot 10^{-2}$	$6{,}81 \cdot 10^{-2}$

4.2.4.2 Lentelė

Standumo lenkimui, posūkio kampo ir branduolio ploto skaičiavimo rezultatai

Kryžius	Standumas lenkimui		Išcentrinis standumas	Posūkio kampas	Branduolio plotas, m^2	Skerspjūvio plotas, m^2
	D_{xE}	D_{yE}	D_{xEyE}	α	A_{br}	A_{fig}
120x150	$1{,}398 \cdot 10^{6}$	$1{,}44 \cdot 10^{5}$	0	0 □	$51 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-2}$
	$1{,}192 \cdot 10^{6}$	$1{,}08 \cdot 10^{5}$	0	0 □	$57 \cdot 10^{-6}$	
	$8{,}608 \cdot 10^{5}$	$6{,}4 \cdot 10^{4}$	0	0 □	$65 \cdot 10^{-6}$	

Nubraižome f-jos $A_{br}=f(E_1)$ priklausomybę.



4.2.4.4 pav. Branduolio kitimas nuo tamprumo modulio

Atlikus skaičiavimus buvo sudaryta diagrama $A_{br}=f(E_1)$ (4.2.4.4 pav.), iš kurios matyti, kad mažėjant tamprumo moduliui E_1 branduolio skerspjūvio plotas didėja.

IŠVADOS

Darbe išnagrinėta daugiasluoksnių strypų skaičiavimo metodika ir atlikti skerspjūvio branduolio ploto skaičiavimai. Išsiaiškinta skerspjūvio branduolio skaičiavimo metodika daugiasluoksnio strypo atveju ir išnagrinėta jo ploto priklausomybė nuo strypo geometrinės formos ir nuo medžiagos tamprumo modulio.

Nustatyta, kad keičiant strypo skerspjūvio formą, keičiasi strypo branduolio skerspjūvio plotas.

Keičiant tamprumo modulį gauta:

- Mažinant daugiasluoksnio konstrukcinio elemento tamprumo modulį, strypo skerspjūvio plotas didėja.
- Mažinant daugiasluoksnio konstrukcinio elemento tamprumo modulį ir artinant jį iki vienodo tamprumo modulio, skerspjūvio branduolys artėja prie taisyklingos formos.
- Didinant tiek homogeninio, tiek daugiasluoksnio strypo skerspjūvio plotą, strypo skerspjūvio branduolys didėja.
- Homogeninio strypo skerspjūvio branduoliui tamprumo modulis neturi jokios įtakos.
- Skerspjūvio branduolio forma priklauso nuo apibrėžtinio daugiakampio kraštinių skaičiaus ir priklauso nuo strypą sudarančios mežiagos tamprumo modulio.

LITERATŪRA

1. Bareišis J. Konstrukcinių elementų atsparumas. Šiauliai, 2003. 253p. ISBN 9986-38-424-9.
2. Bareišis J. Plastikų, kompozitų ir daugiasluoksnių konstrukcinių elementų stiprumas. Kaunas: Technologija, 2006. 252p. ISBN 9955-25-150-6.
3. Čižas A. Aiškinamasis medžiagų atsparumo uždavinynas/V.Viršilas, J.Žekevičius. Vilnius, 2000. 295p. ISBN 9986-546-95-8.
4. Čižas A. Medžiagų atsparumas. Konstrukcijų elementų mechanika. Vilnius: Technika, 1993. 408p.
5. Feodosjevas V. Medžiagų atsparumas. Vilnius, 1977. 522p.
6. Ickovičius G. Medžiagų atsparumas. Vilnius, 1979. 360p.
7. Muralis J. Medžiagų mechanikos ir konstrukcijų elementų skaičiavimo namų darbų sprendimo metodiniai nurodymai/V.Šimkūnaitė, K.Udrėnas. Kaunas: Technologija, 1999. 137p.
8. Jaunųjų mokslininkų darbai. Patikslinta tempemų-gniuždomų dvisluoksnių strypų stiprumo skaičiavimų metodika/J. Bareišis, N. Partaukas. Šiauliai: ŠU, 2007. 113-118p. Nr.2(13).
9. Jaunųjų mokslininkų darbai. Dvisluoksnių asimetrinių konstrukcinių elementų standumo tyrimai/J. Bareišis, A. Daniškevičiūtė, D. Striukienė. Šiauliai: ŠU, 2007. 78-82p. Nr.2(10).