

ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS
TECHNOLOGIJOS FAKULTETAS
MECHANIKOS INŽINERIJOS KATEDRA

Egidijus Montvilas

ĮSTRIŽAI LENKIAMOS DAUGIASLUOKSNĖS SIJOS
STANDUMO IR STIPRUMO TYRIMAS
Magistro darbas

Vadovas

prof. habil. dr. J. Bareišis

ŠIAULIAI, 2009

ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS
TECHNOLOGIJOS FAKULTETAS
MECHANIKOS INŽINERIJOS KATEDRA

TVIRTINU

Katedros vedėjas
lekt. dr. A. Sabaliauskas
2009 06

ĮSTRIŽAI LENKIAMOS DAUGIASLUOKSNĖS SIJOS
STANDUMO IR STIPRUMO TYRIMAS
Mechanikos inžinerijos magistro darbas

Vadovas

prof. habil. dr.
J. Bareišis

2009 06

Recenzentas

ŠU Technologijos fakulteto
mechanikos inžinerijos katedros

doc. dr. Sergėjus Rimovskis

2009 06

Atliko

MM7 gr. stud.
E. Montvilas

2009 06 09

ŠIAULIAI, 2009

SUMMARY

Montvilas E. Research on the Stiffness and the Strength of Multilayer Jigs Subjected to Skew Bending: Master thesis of mechanical engineer/research advisor Assoc. Prof. Hab. Dr. J. Bareišis; Šiauliai University, Technological Faculty, Mechanical Engineering Department. - Šiauliai, 2009. - 52p.

In this Master of Science thesis was analyzed skew bended multilayer beams stiffness dependence on material elastic modulus and strength of the beam from the beam geometrical parameters and elastic modulus. As the Objects of investigation was selected two scalene angles 100x63x6, 100x63x10, and one isosceles 100x100x6. Scalene angles were filled with different materials of different elastic modulus. End of the beam was loaded 10 kN force.

Skew bend in this multilayer beam arise because the elastic modulus of angles and filled materials are different, and then the coordinate system of stiffness center do not coincident with geometrical coordinate system.

Filled angle was chosen for practical use, because when we filled it with another cheaper material, it could be increased the skew bending stiffness. Beam become square or rectangular, that allows easier installation of the beam in place.

Survey used two methods - the analytical calculations and FEA (Finite Element Analysis). The results were obtained from analytical calculations and the FEA, and compared.

TURINYS

LENTELIŲ SĄRAŠAS	4
PAVEIKSLĖLIŲ SĄRAŠAS	5
1. ĮVADAS	6
2. DAUGIASLUOKSNIŲ KONSTRUKCINIŲ ELEMENTŲ GAMYBA, PANAUDOJIMO SRITYS IR JŲ EFEKTYVUMAS.	7
3. ĮSTRIŽAI LENKIAMŲ KONSTRUKCINIŲ ELEMENTŲ SKAIČIAVIMAS IR PROJEKTAVIMAS.....	12
3.1. Geometrinio ir standumo centrų nustatymas	13
3.2. Daugiasluoksnės sijos standumo lenkimui nustatymas	15
3.3. Įlinkių nustatymas daugiasluoksnėje sijoje.....	17
3.4. Daugiasluoksnės sijos įtempimų nustatymas.....	18
4. DAUGIASLUOKSNĖS ĮSTRIŽAI LENKIAMOS SIJOS STANDUMO TYRIMAS	20
4.1. Standumo centrų kitimas	21
4.2. Ašinių ir išcentrinų inercijos momentų kitimas.....	25
4.3. Standumo ir išcentrinio standumo lenkimui kitimas	27
4.4. Svarbiausių ašių posūkio kampų kitimas.....	29
4.5. Sijos įlinkio kitimas	30
5. DAUGIASLUOKSNĖS ĮSTRIŽAI LENKIAMOS SIJOS STIPRUMO TYRIMAS.....	34
6. DAUGIASLUOKSNĖS ĮSTRIŽAI LENKIAMOS SIJOS STANDUMO TYRIMAS PANAUDOJANT BEM METODĄ.	46
IŠVADOS	50
LITERATŪRA	52

LENTELIŲ SĄRAŠAS

4.1.1. Geometrinių ir standumo centrų skaičiavimo rezultatai	22
4.2.1. Ašinių ir išcentrinių inercijos momentų skaičiavimo rezultatai	26
4.3.1. Ašinių ir išcentrinių standumų lenkimui skaičiavimo rezultatai	27
4.4.1. Svarbiausių ašių posūkio kampų skaičiavimo rezultatai	29
4.5.1. Sijos įlinkio skaičiavimo rezultatai	31
5.1. Įtempimų skaičiavimo rezultatai	35
5.2. Įtempimų skaičiavimo rezultatai sijoje 100x63x6	37
5.3. Įtempimų skaičiavimo rezultatai sijoje 100x63x10	39
5.4. Įtempimų skaičiavimo rezultatai sijoje 100x100x6	41

PAVEIKSLĖLIŲ SĄRAŠAS

2.1. pav. Daugiasluoksnės medžiagos formavimo pritraukimu mašina.....	7
2.2 pav. Simetrinių (<i>a</i>) ir asimetrinių (<i>b</i>) konstrukcinių elementų skerspjūviai	10
2.3 pav. <i>a</i> - simetrinė <i>x</i> , asimetrinė <i>y</i> ; <i>b</i> – simetrinė abiejų ašių atžvilgiu; <i>c</i> – asimetrinė abiejų ašių atžvilgiu (skliaustuose prie <i>y</i> ašies nurodyta sluoksnių skaičius).....	10
3.1. pav. Įstrižas lenkimas daugiasluoksnės sijos skerspjūvyje.....	12
4.1 pav. Nagrinėjamos konstrukcijos skersinis pjūvis.....	20
4.1.1 pav. Statinių standumo centrų S_{xE} priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3	23
4.1.2 pav. Statinių standumo centrų S_{yE} priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3	23
4.1.3 pav. Ašinio standumo priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3	24
4.1.4 pav. Standumo centro koordinatės x_E priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3 ..	24
4.1.5 pav. Standumo centro koordinatės y_E priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3 ..	25
4.3.1 pav. Standumo lenkimui D_{xE} priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3	27
4.3.2 pav. Standumo lenkimui D_{yE} priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3	28
4.3.3 pav. Išcentrinio standumo lenkimui D_{xEyE} priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio.....	28
4.4.1 pav. Svarbiausių ašių posūkio kampo priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3	30
4.5.1 pav. Sijos įlinkio <i>u</i> priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3	31
4.5.2 pav. Sijos įlinkio <i>v</i> priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3	32
4.5.3 pav. Sijos įlinkio Δ priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3	32
5.1 pav. Daugiasluoksnės sijos apkrautos jėga <i>F</i> , įtempimų skaičiavimo taškai.....	34
5.2 pav. Įtempimų reikšmės skirtingų sijų analogiškuose taškuose.....	36
5.3 pav. Įtempimų pasiskirstymas sijos 100x63x6 taškuose keičiant užpildo tamprumo modulį.....	38
5.4 pav. Įtempimų pasiskirstymas sijos 100x63x10 taškuose keičiant užpildo tamprumo modulį.....	40
5.5 pav. Įtempimų pasiskirstymas sijos 100x63x6 taškuose keičiant užpildo tamprumo modulį.....	42
5.6 pav. Įtempimų pasiskirstymas sijoje 100x63x6 svarbiausiosios ašies x_E atžvilgiu.....	43
5.7 pav. Įtempimų pasiskirstymas sijoje 100x63x6 svarbiausiosios ašies y_E atžvilgiu.....	43
5.8 pav. Įtempimų pasiskirstymas sijoje 100x63x10 svarbiausiosios ašies x_E atžvilgiu.....	44
5.9 pav. Įtempimų pasiskirstymas sijoje 100x63x10 svarbiausiosios ašies y_E atžvilgiu.....	44
5.10 pav. Įtempimų pasiskirstymas sijoje 100x100x6 svarbiausiosios ašies x_E atžvilgiu.....	45
5.11 pav. Įtempimų pasiskirstymas sijoje 100x100x6 svarbiausiosios ašies y_E atžvilgiu.....	45
6.1 pav. Konstrukcijos suskaidymas į baigtinius elementus.....	46
6.2 pav. Automobilio avarijos analizė naudojant baigtinių elementų metodą.....	47
6.3 pav. Sijos apkrovimas.....	47
6.4 pav. Daugiasluoksnės sijos 100x63x6 įlinkis.....	48
6.5 pav. Daugiasluoksnės sijos 100x63x10 įlinkis.....	48
6.6 pav. Daugiasluoksnės sijos 100x100x6 įlinkis.....	49

1. ĮVADAS

Gaminant konstrukcinius elementus iš vienos rūšies medžiagos neįmanoma suderinti medžiagos stiprumo, standumo savybių su konstrukcijai keliamais masės, kokybės ir šiuo metu labai aktualaus kriterijaus – kainos – reikalavimais. Jau prieš daugelį metų žmogus pastebėjo daugiasluoksnių elementų pranašumus, atkreipė dėmesį, kad derinant kai kurias natūralias medžiagas (molį, medį, akmenį ir pan.) galima pasiekti tokių mechaninių savybių, kokių neturi pavienės medžiagos.

Daugiasluoksnis konstrukcinis elementas – tai elementas, sudarytas iš skirtingų dviejų ir daugiau medžiagų, kurių mechaninės charakteristikos skiriasi. Daugiasluoksnių konstrukcinių elementų visi sluoksniai išorines apkrovas atlaiko kartu, todėl, lyginant su įprastais vienalyčiais elementais, daugiasluoksniai konstrukciniai elementai turi daug didesnę pranašumą. Naudojant skirtingą sluoksnių medžiagą ir tų sluoksnių išdėstymą galima keisti visos konstrukcijos mechanines charakteristikas, tokias kaip standumas, stiprumas, patvarumas ir atsparumas įvairiems išoriniams fiziniams veiksniams.

Šiuolaikinėms technologijoms ir moksliniams pasiekimams nenumaldomai judant į priekį ieškoma vis naujesnių pigesnių ir efektyvesnių būdų pasiekti reikalaujamas medžiagų ir konstrukcijų savybes. Nuolat išrandamos naujos medžiagos sudaro galimybes jas jungti į daugiasluoksnės konstrukcijas ir taip taikant naujas gamybos technologijas siekti techninių sprendimų. Daugelyje šiuolaikinės technikos sričių kompozicinės konstrukcijos yra vienos iš efektyviausių. Optimaliai parenkant ir tinkamai išdėstant komponentus gauta kompozicinė konstrukcija gali tenkinti daug daugiau eksploatacinių reikalavimų ir savybių nei vienkomponentė konstrukcija [4].

Darbo tikslas – išnagrinėti kaip kinta įstrižai lenkiamos daugiasluoksnės sijos standumo ir stiprumo priklausomybė nuo sijos geometrinės formos ir vieno iš sluoksnių tamprumo modulio. Gautus analitinių skaičiavimų rezultatus palyginti su skaičiavimų rezultatais gautais baigtinių elementų metodu.

Tyrimo metodika – tyrimas atliekamas naudojant analitinius skaičiavimus paremtus skaitiniais eksperimentais ir baigtinių elementų metodu.

Teorinė darbo reikšmė – darbe pateikiama metodika, kurios pagalba nustatomi pagrindiniai daugiasluoksnės sijos parametrai, surandami įtempimai tam tikruose sijos taškuose, sijos įlinkis ir pan. Randamas optimaliausias užpildo tamprumo modulis tam tikriems iškeltiems reikalavimams.

Praktinė darbo reikšmė – darbe nagrinėjama daugiasluoksnė sija sudaryta iš kampuočio ir užpildo gali būti pritaikoma praktikoje siekiant pagerinti kampuočio stiprumines ir standumines savybes.

2. DAUGIASLUOKSNIŲ KONSTRUKCINIŲ ELEMENTŲ GAMYBA, PANAUDOJIMO SRITYS IR JŲ EFEKTYVUMAS.

Tobulėjant šiuolaikinei technikai ir augant technologiškumo ir ekonomiškumo reikalavimams, kuriami nauji ir tobulinami seni įvairių medžiagų gamybos būdai. Kaip ir homogeninės medžiagos ir elementai taip ir daugiasluoksniai elementai gaminami keliais būdais. Gamybos būdas parenkamas atsižvelgiant į norimą išgauti formą, savybes, kokybę ir elemento tipą. Daugiasluoksnių elementų gamybai (formavimui) naudojami keli pagrindiniai būdai: vakuuminis formavimas (angl. vacuum bag moulding), formavimas spaudimu (angl. pressure bag moulding), autoklavinis formavimas (angl. autoclave moulding), formavimas užpildant derva (angl. resin transfer moulding (RTM)), formavimas pratraukimu (angl. pultrusion moulding), liejimas (angl. casting), išcentrinis liejimas (angl. centrifugal casting) [7]. Čia paminėti tik vieni iš pagrindinių dažniausiai praktikoje naudojami daugiasluoksnių konstrukcinių elementų gaminimo būdai. Keletą daugiasluoksnių konstrukcinių elementų gamybos būdų apžvelgsime smulkiau.

Vakuuminio formavimo metodas paremtas vakuumo sukuriama jėga. Formuojant šiuo būdu naudojamos dvi formos: apatinė, kuri dažniausiai būna kietas paviršius, ir viršutinė, elastinga membrana ar vakuuminis maišas. Norint išgauti formuojamos medžiagos tam tikrą reljefą ir viršutinėje dalyje, dedama viršutinė standi forma ir tik tada vakuumo maišas. Iš susidariusios ertmės vakuuminiu siurbliu sukuriamas vakuumas, kurio jėga suspaudžia formuojamą daugiasluoksnį elementą. Šiuo formavimo būdu gaminamos sienos izoterminiams kroviniams automobiliams.

Formuojant spaudimu naudojama standi matrica ir elastingas puansonas. Armuojanti medžiaga-audinys patalpinama matricoje ir sutepama derva, kad audinys nepasislinktų ir išlaikytų matricos formą. Tada tiksliai apskaičiuotu reikiamu kiekiu dervos tolygiai ištepama forma ir panardinama specialią mašiną su elastingu puansonu. Puansono membrana pripučinama įkaitinto oro arba garų. Taip pat gali būti pakaitinama ir matrica. Dervos perteklius pašalinama kartu su suspaustu oru. Šis formavimo būdas plačiai naudojamas gaminant daugiasluoksnius šalmus.

Formuojant pratraukimo būdu pluoštas traukiamas per dervą, kur derva poliarizuojama. Pratraukimo būdu formuojant daugiasluoksnį elementą galima naudoti įvairias dervas – poliesterį, poliuretaną, viniplastą ir epoksidinę dervą. Pratraukimo formavimo mašina pateikta 2.1. paveiksle.



2.1. pav. Daugiasluoksnės medžiagos formavimo pratraukimu mašina.

Daugumą šiuolaikinių konstrukcinių medžiagų sudaro kompozicijos, kurios gaminiui suteikia tam tikrą savybių derinį. Visais atvejais tai – skirtingų medžiagų sistema, kurios kiekvienas komponentas gaminyje turi tam tikrą paskirtį. Įvairių medžiagų bendras darbas kompozicijoje yra tolygus sukūrimui naujos medžiagos, kurios savybės kiekybiškai ir kokybiškai skiriasi nuo ją sudarančių komponentų savybių. Tai daugiakomponenčiai konstrukciniai elementai, kurie gali būti gauti naudojant polimerines, kompozicines medžiagas, plieną, betoną, medį ir kt. Iš jų plačiausiai yra paplitusios sluoksniuotos (daugiasluoksnės) konstrukcijos, dažniausiai suformuotos iš kompozicinių medžiagų. Konstrukcinius elementus, kurie yra suformuoti naudojant įvairių geometrinių formų elementus iš skirtingų medžiagų, įprasta vadinti hibridiniais [5].

Naudojant vienos rūšies medžiagą, daugeliu atvejų negalima suderinti jos stiprumo savybių su konstrukcijai keliamais masės, kainos ir kitais reikalavimais. Tik naudojant įvairias medžiagas, turinčias skirtingas stiprumo ir kitas fizines ir mechanines savybes, galima gauti optimalių parametrų konstrukcinius elementus. Būtent dėl šių ypatybių pirmiausia lėktuvuose, sklandytuvuose ir kitose konstrukcijose pradėti naudoti hibridiniai konstrukciniai elementai, t. y. elementai, sudaryti iš dviejų ar daugiau skirtingų medžiagų. Hibridinės konstrukcijos ypač plačiai pradėtos taikyti atsiradus polimerinėms kompozicinėms medžiagoms, pasižyminčioms ryškiomis anizotropinėmis savybėmis. Derinant anizotropines mechaninio stiprumo medžiagų savybes bei jų lyginamąją masę arba kainą, galima gauti optimalią gaminio konstrukciją [5].

Daugiakomponenčiai konstrukciniai elementai naudojami įvairios paskirties srityse, tokiose kaip automobilių, buitinės technikos, lėktuvų, tekstilės gamybos pramonėje, statybose ir net medicinoje.

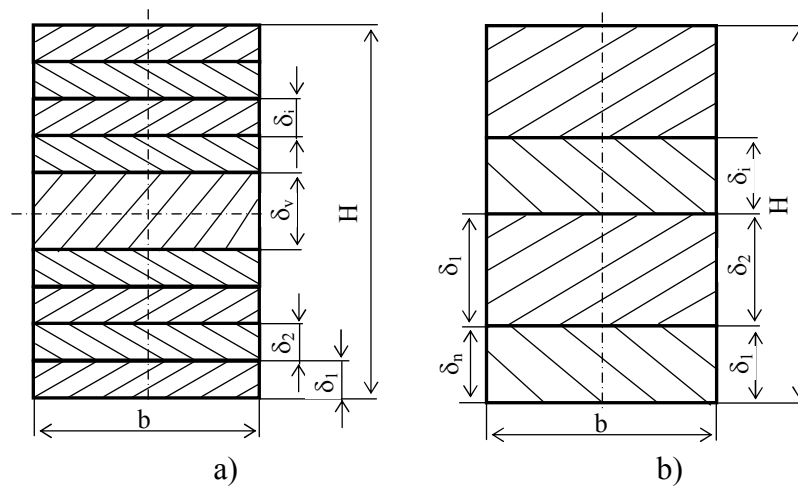
Automobilių gamyboje daugiakomponenčiai konstrukciniai elementai plačiai taikomi ir naudojami įvairių salonų apdailos detalių ir medžiagų, kėbulo detalių ir net automobilio ratų gamyboje. Automobilių gamybos pramonėje plačiai naudojamos polimerinės kompozicinės medžiagos, kurias suderinus su įvairiais pluoštais pasiekiamas labai geras svorio ir energijos sąnaudų derinys. Tai įgalina energijos ir svorio sutaupyti net du kartus daugiau nei naudojant paprastas homogenines medžiagas.

Aviacijoje daugiasluoksniai konstrukciniai elementai taip pat duoda didelę naudą, kadangi pakeitus pagrindinę lėktuvų gamybos medžiagą – aliuminį stikloplastiku su boro ir anglies pluoštais, kurių santykinis stiprumas net 5 kartus ir daugiau didesnis už aliuminio, tada atsirado galimybė sumažinti detalių masę net du kartus. Naudojant naujas konstrukcines medžiagas lėktuvo masę galima sumažinti iki 35 procentų. Tai įtakoja lėktuvo kainą, jo ekonomiškumą, nes lengvesnis lėktuvas sunaudoja mažiau degalų. Didelis atsparumas balistiniams smūgiams pasiekiamas formuojant lėktuvų, lenktyninių automobilių korpusų detales, taip pat apsauginius šalmus bei šarvus iš anglies pluošto audinio, impregnuoto polimidinėmis dervomis.

Statyboje naudojamos kompozicinės medžiagos ir konstrukcijos gaminamos iš tradicinių statybinių medžiagų: betono, keraminių ir silikatinių dirbinių, metalo, medžio ir jo atliekų bei įvairių termoizoliacinių medžiagų. Paprasčiausia kompozicinė konstrukcija, kuriai Lietuvoje taip pat jau keli šimtmečiai, – tarp sienų rąstų sudėti samanų sluoksniai, o ant pastogės perdangos – spalių arba samanų mišinys su moliu arba kalkėmis. Sienose du sluoksniai plytų, kurių tarpas pripildomas spalių, pjuvenų arba šiaudų mišinio su kalkėmis. Medis arba plytos perimdavo išorės poveikius, įvairias apkrovas, o samanos, spaliai, pjuvenos ir kt. sulaikydavo šilumą. Dabar visa tai keičia naujos medžiagos, sukurtos iš įvairių polimerų ir jų priedų. Nesunku įrodyti, kad trisluoksnės kompozicinės „Sandvič“ tipo plokštės atskiri komponentai – išoriniai sluoksniai iš 0,2...0,4 mm plieninės skardos atskirai neatlaiko jokios apkrovos, labai laidūs šilumai, viduriniai sluoksniai iš mineralinės vatos arba putplasčių plokštės gerai izoluoja šilumą, bet visiškai neatsparūs menkiausiai apkrovai. Tačiau jas suklijavus į vieną monolitą, išorėje išdėsčius plonyčius plieno ar net aliuminio lakštus, galima gauti tokio pat stiprumo kaip ir gelžbetoninė plokštė, tačiau 20 kartų lengvesnę ir tiek pat ar net daugiau kartų mažesnio šilumos laidumo plokštę. Dabartiniu metu statyboje vis plačiau naudojamos kompozicinės monolitinės plieno ir betono perdangos, armuotos profiliniais metaliniais lakštais. Tokie lakštai betonuojant konstrukcijas naudojami kaip liekamieji klojiniai, o eksploatacijos metu veikiant apkrovos, dirba kaip išorinė armatūra. Naudojant profilinius lakštus, betono sluoksnio ir lakštų bendras darbas būna geresnis, efektyviau išnaudojamas tokios plokštės aukštis [5].

Nagrinęjant sluoksniuotų konstrukcinių elementų stiprumą ir standumą, buvo pastebėta, kad priklausomai nuo konstrukcinio elemento sluoksnių medžiagos mechaninių savybių, sluoksnių formavimui naudojamų medžiagų skaičiaus, sluoksnių padėties (išsidėstymo) konstrukciniame elemente, sluoksnių skaičiaus (lyginis jų skaičius ar ne), sluoksniuoto konstrukcinio elemento stiprumo ir standumo savybių kitimo dėsningumai atskiroms elementų konstrukcijoms skiriasi. Visi sluoksniuoti konstrukciniai elementai pagal jų savybių kitimo dėsningumą panašumą buvo suskirstyti į tipus ir grupes.

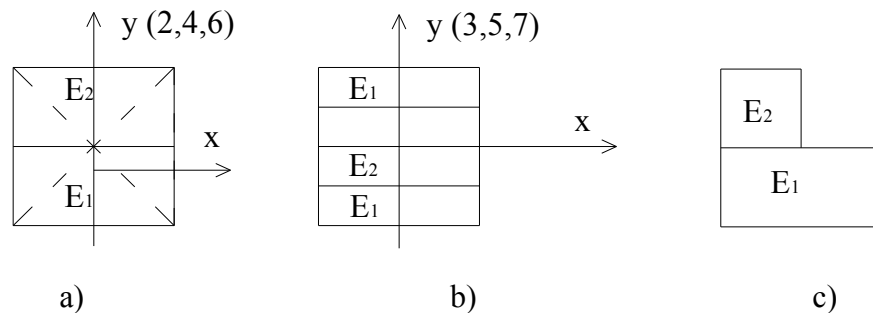
Pagal konstrukcinio elemento sluoksnių skaičių ir simetriškumą sluoksniuoti konstrukciniai elementai suskirstyti į simetrinius (2.2 pav., *a*) ir asimetrinius (2.2 pav., *b*) konstrukcinius elementus.



2.2 pav. Simetrinių (a) ir asimetrinių (b) konstrukcinių elementų skerspjūviai

Simetriniais konstrukciniais elementais vadinami konstrukciniai elementai, kurių vienodo storio atitinkamų medžiagų sluoksniai yra simetriškai išdėstyti vidurinio sluoksnio atžvilgiu. Kai naudojamos dvi skirtingos medžiagos ir visų, išskyrus vidurinį, sluoksnių storiai yra vienodi, tai simetrinės konstrukcijos bus su nelyginiu sluoksnių skaičiumi (3, 5, 7, 9 ir t.t.).

Asimetrija standumo požiūriu gali būti vienos arba abiejų ašių atžvilgiu (2.3 pav.).



2.3 pav. a - simetrinė x, asimetrinė y; b – simetrinė abiejų ašių atžvilgiu; c – asimetrinė abiejų ašių atžvilgiu (skliaustuose prie y ašies nurodyta sluoksnių skaičius).

Asimetriniais konstrukciniais elementais vadinami konstrukciniai elementai, kurių visi sluoksniai yra iš skirtingų medžiagų arba skirtingų medžiagų sluoksniai atitinkamai periodiškai kartojasi, tačiau neutraliojo sluoksnio padėtis nesutampa su geometrine ašimi. Kai naudojamos dvi skirtingos medžiagos, tuomet konstrukciniai elementai, turintys lyginį sluoksnių skaičių (2, 4, 6, 8 ir t.t.), bus asimetriniai.

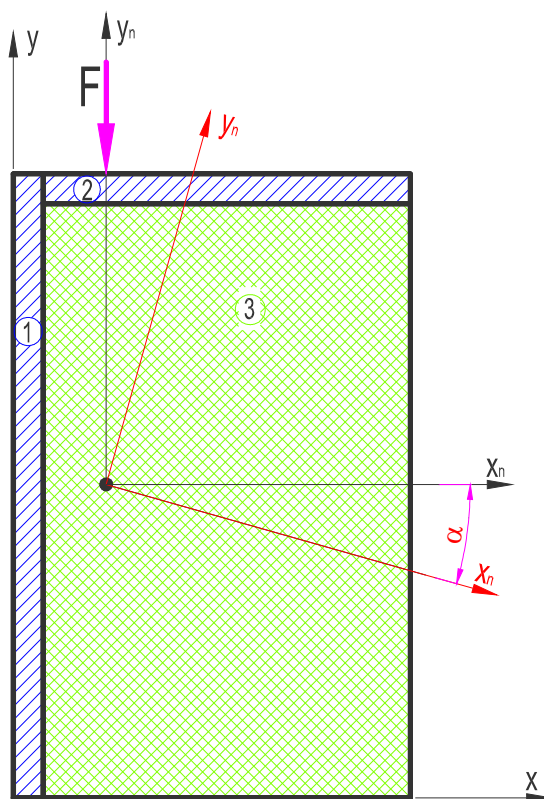
Pagal sluoksniuoto konstrukcinio elemento sluoksnio medžiagos fizines ir mechanines savybes bei to sluoksnio padėtį konstrukciniame elemente, simetriniai sluoksniuoti konstrukciniai elementai suskirstyti į tiesioginės ir atvirkštinės konstrukcijos elementus. Tiesioginės konstrukcijos konstrukciniais elementais vadinami simetriniai sluoksniuoti konstrukciniai elementai, kurių išorinio sluoksnio medžiagos tamprumo modulis E_1 yra didesnis ($E_1 > E_2$) už sekančio vidinio

sluoksnio medžiagos tamprumo modulį E_2 (2.3 pav. b). Atvirkštinės konstrukcijos konstrukciniais elementais vadinami simetriniai sluoksniuoti konstrukciniai elementai, kurių išorinio sluoksnio medžiagos tamprumo modulis E_1 yra mažesnis ($E_1 < E_2$) už sekančio vidinio sluoksnio medžiagos tamprumo modulį E_2 .

Simetriniai sluoksniuoti konstrukciniai elementai priklausomai nuo išorinių sluoksnių skaičiaus vidurinio sluoksnio atžvilgiu bei stiprumo (σ_x, τ_{xy}) ir standumo (B, D, K) savybių dėsningumą skirtumo, suskirstyti į pirmos ir antros grupės konstrukcinius elementus.

3. ĮSTRIŽAI LENKIAMŲ KONSTRUKCINIŲ ELEMENTŲ SKAIČIAVIMAS IR PROJEKTAVIMAS

Įstrižu lenkimu vadinamas toks lenkimas, kai pridėtoji jėga F veikia skersinio pjūvio plokštumoje ir kerta strypo geometrinę ašį, bet su skerspjūvio simetrijos ašimi sudaro kampą α (3.1 pav.). Apvaliame strype įstrižas lenkimas neegzistuoja, nes bet kuri radialinė jėga sutampa su simetrijos ašimi. Įstrižo lenkimo atveju, kaip ir paprasto lenkimo, sijos skerspjūvyje yra teigiamo ir neigiamo ženklo normalinių įtempimų. Jų skiriamoji linija, kurioje normaliniai įtempimai ir linijinė deformacija yra lygūs nuliui, vadinama skerspjūvio neutraliaja linija. Įstrižai lenkiamų sijų poslinkiai – įlinkiai bei deiviacijos, apskaičiuojami remiantis nepriklausomų jėgų veikimo (superpozicijos) principu, atskirai nuo kiekvieno apkrovos komponento ir gauti rezultatai atitinkamai sudedami [1].



3.1. pav. Įstrižas lenkimas daugiasluoksnės sijos skerspjūvyje.

Daugiasluoksnių įstrižai lenkiamų sijų standumo ir stiprumo tyrimui naudojame metodiką, pateiktą J. Bareišio monografijoje [4]. Šioje daugiasluoksnių konstrukcinių elementų skaičiavimo metodikoje laikomasi šių prielaidų:

1. Deformuojamo konstrukcinio elemento skersiniai pjūviai lieka plokšti ir statmeni išilginiams sijos sluoksniams nepriklausomai nuo to, ar sluoksnio medžiaga yra linijiškai tampri.

2. Linijinės išilginės deformacijos konstrukcinio elemento aukštyje pasiskirsčiusios pagal linijinį dėsnį.

3. Sluoksnio mechaninės charakteristikos priklauso nuo kompozito armuojančios ir rišamosios medžiagos, kaip visumos, savybių, nustatomų eksperimentiniu būdu.

4. Sluoksniai sujungimo vietose neslysta.

5. Sluoksnius sudarančių medžiagų Puasono koeficientai yra vienodi.

Taikant šią metodiką svarbu žinoti medžiagų charakteristikas apkrovos veikimo kryptimi. Keičiant daugiasluoksnį konstrukcinį elementą sudarančias medžiagas, bei sluoksnių geometrinius parametrus lengva suprojektuoti norimo standumo ir stiprumo konstrukciją.

3.1. Geometrinio ir standumo centrų nustatymas

Daugiasluoksnių konstrukcinių elementų (DKE) stiprumo ir standumo nagrinėjimui, būtina žinoti šių elementų skerspjūvio standumo centro koordinatas ir per jį einančių svarbiausiųjų inercijos ašių kryptis.

DKE skerspjūvio geometrinis centras surandamas naudojantis medžiagų atsparumo formulėmis žinant skerspjūvio statinius momentus ir plotą:

$$x_c = \frac{S_y}{\sum A_i}; \quad (3.1)$$

$$y_c = \frac{S_x}{\sum A_i}. \quad (3.2)$$

čia S_x ir S_y – statiniai momentai;

A – skerspjūvio plotas.

Skerspjūvio plotas randamas pagal formulę

$$A_i = b_i \cdot \delta_i; \quad (3.3)$$

čia b_i – sluoksnio plotis;

δ_i – sluoksnio aukštis.

Statiniai momentai apskaičiuojami pagal formules:

$$S_x = \sum_{i=1}^n A_i \cdot y_i; \quad (3.4)$$

$$S_y = \sum_{i=1}^n A_i \cdot x_i. \quad (3.5)$$

čia y_i , x_i – sluoksnio geometrinio centro atstumai iki x ir y ašių;

A – skerspjūvio plotai.

Standumo centro padėtis priklauso nuo naudojamų medžiagų tamprumo modulių reikšmių, taip pat konstrukcijos geometrijos. Standumo centro koordinatės randame pagal formules:

$$x_E = \frac{S_{yE}}{B}; \quad (3.6)$$

$$y_E = \frac{S_{xE}}{B}. \quad (3.7)$$

čia S_{xE}, S_{yE} - statinis standumo momentas x ir y ašių atžvilgiu;
 B – ašinis standumas.

Ašinis standumas apskaičiuojamas žinant sluoksnio skerspjūvio plotą ir tamprumo modulį.

$$B = \sum_{i=1}^n A_i \cdot E_i; \quad (3.8)$$

čia A_i - nagrinėjamo sluoksnio plotas;
 E_i – nagrinėjamo sluoksnio tamprumo modulis.

Viso skerspjūvio ašinis standumas apskaičiuojamas:

$$B = \sum_{i=1}^n B_i = \sum_{i=1}^n A_i \cdot E_i; \quad (3.9)$$

čia A_i - nagrinėjamo sluoksnio plotas;
 E_i – nagrinėjamo sluoksnio tamprumo modulis.

Statiniai standumo centro momentai x ir y ašių atžvilgiu randami pagal formules:

$$S_{xE} = \sum A_i \cdot y_i \cdot E_i; \quad (3.10)$$

$$S_{yE} = \sum A_i \cdot x_i \cdot E_i. \quad (3.11)$$

Nagrinėjant daugiasluoksnių konstrukcinių elementų stiprumo ir standumo problemas, būtina žinoti šių elementų skerspjūvio standumo centro koordinatės ir per jį einančių svarbiausių inercijos ašių kryptis. Bendroju atveju daugiasluoksnių konstrukcinių elementų skerspjūvio standumo centras nesutampa su geometriniu centru. Žinoma, kad norint sudaryti ašini apkrovimą, išorinių jėgų atstojamosios veikimo taškas turi būti skerspjūvio standumo centre. Nagrinėjant asimetriškas daugiasluoksnes konstrukcijas, būtina mokėti apskaičiuoti neutraliųjų sluoksnių padėtį abiejų ašių, kurių susikirtimas ir yra daugiasluoksnio konstrukcinio elemento standumo centras [4].

Daugiasluoksnėje konstrukcijoje sluoksniai x ir y koordinačių atžvilgiu yra su daryti iš dviejų ir daugiau medžiagų, todėl sluoksnio standumas apskaičiuojamas atsižvelgiant į naudojamų

medžiagų standumą. Neutraliųjų sluoksnių koordinatės x_n ir y_n apskaičiuojamos pritaikant žinomą sąlygą, kad $x_n = x_E$ ir $y_n = y_E$.

$$x_n = x_E = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \cdot x_i \cdot E_i}{\sum_{i=1}^n A_i \cdot E_i}; \quad (3.12)$$

$$y_n = y_E = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \cdot y_i \cdot E_i}{\sum_{i=1}^n A_i \cdot E_i}. \quad (3.13)$$

3.2. Daugiasluoksnės sijos standumo lenkimui nustatymas

Apie sijų standumą sprendžiame iš jų deformacijų bei poslinkių didumo. Kuo šie parametrai yra mažesni, tuo sija standesnė. Yra žinoma, kad šių parametru reikšmės priklauso nuo medžiagos mechaninių savybių ir nuo skerspjūvio formos bei matmenų, taip pat nuo sijos ilgio, apkrovos pobūdžio ir dydžio bei jos išdėstymo [1].

Inercijos momento ir tamprumo modulio sandauga izotropinėse medžiagose vadinama sijos standumu. Daugiasluoksnėse sijose situacija analogiška, tik čia sija sudaryta iš n sluoksnių, kurių kiekvienas turi savąjį standumą $E_i I_i$. Kad būtų paprasčiau, visą daugiasluoksnės sijos standumą lenkimo atveju galime išreikšti formule [4]:

$$D = E_k I_k = \sum_{i=1}^n E_i \cdot I_i; \quad (3.14)$$

čia E_k - visos konstrukcijos ekvivalentinis tamprumo modulis;

I_k - visos konstrukcijos ekvivalentinis inercijos momentas;

E_i - nagrinėjamo sluoksnio tamprumo modulis;

I_i - nagrinėjamo sluoksnio inercijos momentas.

Iš (3.14) lygties gauname, kad lenkiamos daugiasluoksnės sijos ekvivalentinis tamprumo modulis:

$$E_k = \frac{\sum_{i=1}^n E_i \cdot I_i}{I_k}; \quad (3.15)$$

Inercijos momentas stačiakampio skerspjūvio formos sijos elementams svarbiausiųjų ašių atžvilgiu apskaičiuojamas pagal formulę:

$$I_{ixE} = \frac{b_i \delta_i^3}{12} + b_i \delta_i \cdot y_i^{*2}; \quad (3.16)$$

$$I_{iyE} = \frac{\delta_i b_i^3}{12} + b_i \delta_i \cdot x_i^{*2} \quad (3.17)$$

čia y^* - nagrinėjamo sluoksnio skerspjūvio vidurio atstumas iki pjūvio neutraliosios ašies.
 x^* - nagrinėjamo sluoksnio skerspjūvio vidurio atstumas iki pjūvio neutraliosios ašies.

Nagrinėjamo sluoksnio skerspjūvio vidurio atstumai x^* ir y^* iki pjūvio neutraliosios ašies apskaičiuojami iš lygybės:

$$x_i^* = x_n - 0,5b_i - \sum_{m=1}^{i-1} b_m ; \quad (3.18)$$

$$y_i^* = y_n - 0,5\delta_i - \sum_{m=1}^{i-1} \delta_m . \quad (3.19)$$

čia x^* - nagrinėjamo sluoksnio skerspjūvio vidurio atstumas iki pjūvio neutraliosios ašies;
 y^* - nagrinėjamo sluoksnio skerspjūvio vidurio atstumas iki pjūvio neutraliosios ašies;
 m - pjūvio sluoksnių skaičius.

Daugiasluoksnės sijos standumui D nustatyti pakanka apskaičiuoti kiekvieno sluoksnio inercijos momentus sijos skerspjūvio neutraliosios linijos atžvilgiu ir rasti jų sandaugų su tamprumo moduliais sumą [4]. Apskaičiavę atskirų konstrukcijos elementų standumus lenkimui, galime surasti visos konstrukcijos standumą lenkimui sumą svarbiausiųjų ašių x_E ir y_E atžvilgiu:

$$D_{xE} = \sum_{i=1}^n I_{ixE} \cdot E_i ; \quad (3.20)$$

$$D_{yE} = \sum_{i=1}^n I_{iyE} \cdot E_i . \quad (3.21)$$

Asimetrinėje daugiasluoksnėje konstrukcijoje svarbiausios ašys pasisuka tam tikru kampu α . Šį neutraliojo sluoksnio krypties kampą, kurį sudaro ašis x_E , galime nustatyti pasinaudodami modifikuota svarbiausių inercijos ašių posūkio kampo formule [4].

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2D_{xE,yE}}{D_{yE} - D_{xE}} ; \quad (3.22)$$

Iš čia gauname

$$\alpha_0 = 0,5 \operatorname{arctg} \frac{2D_{xE,yE}}{D_{yE} - D_{xE}} . \quad (3.23)$$

čia D_{xE} , D_{yE} - ašiniai standumai ašių x_E ir y_E einančių per standumo centrą, atžvilgiu;
 $D_{xE,yE}$ - išcentrinis standumas x_E ir y_E einančių per standumo centrą, atžvilgiu.

Išcentrinis standumas apskaičiuojamas žinant išcentrinį inercijos momentą kuris apskaičiuojamas pagal formulę

$$D_{xE,yE} = \sum E_i \cdot I_{xiyi} \cdot \quad (3.24)$$

čia I_{xiyi} - išcentrinis inercijos momentas.

Išcentrinis inercijos momentas:

$$I_{xiyi} = b_i \cdot \delta_i \cdot x_i^* \cdot y_i^* \quad (3.25)$$

3.3. Daugiasluoksnės sijos įlinkių nustatymas

Izotropinėse medžiagose įstrižai lenkiamų sijų pjūvių poslinkiai – įlinkiai, apskaičiuojami remiantis nepriklausomų jėgų veikimo, kitaip sakant superpozicijos principu, atskirai nuo kiekvieno apkrovos komponento ir gauti rezultatai atitinkamai sudedami. Poslinkiai u ir v atitinkamai ašių x ir y kryptimis bus lygūs [1]:

$$u = \frac{F_x l^3}{3EI_y} = \frac{F \sin \alpha \cdot l^3}{3EI_y}; \quad (3.26)$$

$$v = \frac{F_y l^3}{3EI_x} = \frac{F \cos \alpha \cdot l^3}{3EI_x} \quad (3.27)$$

Bendras šio pjūvio poslinkis bus lygus jų geometrinei sumai:

$$\Delta = \sqrt{u^2 + v^2} = \frac{Fl^3}{3EI_x} \sqrt{\left(I_x/I_y\right)^2 \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}; \quad (3.28)$$

Gauname, kad esant įstrižam lenkimui, poslinkis yra didesnis, negu esant paprastam lenkimui. Jeigu lenkiamos aukšto profilio sijos ir santykis I_x/I_y yra didelis, tai esant mažam kampui α įlinkis ir įtempimai smarkiai padidėja [1].

Daugiasluoksniuose konstrukciniuose elementuose įstrižai lenkiamos sijos poslinkis skaičiuojamas EI_x ir EI_y atitinkamai pakeičiant D_{xE} ir D_{yE} standumu lenkimui svarbiausių ašių x_E ir y_E atžvilgiu.

$$u = \frac{F_x l^3}{3D_{yE}} = \frac{F \sin \alpha \cdot l^3}{3D_{yE}}; \quad (3.29)$$

$$v = \frac{F_y l^3}{3D_{xE}} = \frac{F \cos \alpha \cdot l^3}{3D_{xE}} \quad (3.30)$$

3.4. Daugiasluoksnės sijos įtempimų nustatymas

Normaliniai įtempimai bet kuriame lenkiamos daugiasluoksnės sijos taške randami pagal formulę [4]:

$$\sigma_{xi} = \frac{M_x \cdot y_i}{D_{xEyE}} \cdot E_{xi}; \quad (3.31)$$

$$\sigma_{yi} = \frac{M_y \cdot x_i}{D_{xEyE}} \cdot E_{yi}. \quad (3.32)$$

čia x_i, y_i - atstumas nuo neutraliosios linijos iki nagrinėjamo sluoksnio.

Lyginant normalinių bet kurio daugiasluoksnės lenkiamos sijos sluoksnio įtempimų nustatymo formules (3.31), (3.32) su izotropinės medžiagos įtempimų formule, matyti, kad įprastinėje daugiasluoksnės sijos įtempimų formulėje vietoj skerspjūvio inercijos momento I imama kita skerspjūvio charakteristika – sijos standumas D ir dar padauginama iš sluoksnio tamprumo modulio [4].

Įstrižo lenkimo momento komponentai M_x ir M_y apskaičiuojami pagal formules:

$$M_x = F_y \cdot l = F \cdot \cos \alpha \cdot l; \quad (3.33)$$

$$M_y = F_x \cdot l = F \cdot \sin \alpha \cdot l \quad (3.34)$$

čia x_i, y_i - atstumas nuo neutraliosios linijos iki nagrinėjamo sluoksnio.

Paprasto lenkimo atveju atstumas nuo neutraliosios linijos iki nagrinėjamo sluoksnio gali būti randamas pagal formules [4]:

$$x_i = \left| x_n - \sum_{m=1}^{i-1} b_m \right|; \quad (3.35)$$

$$y_i = \left| y_n - \sum_{m=1}^{i-1} \delta_m \right|. \quad (3.36)$$

Tačiau įstrižo lenkimo atveju reikia atkreipti dėmesį į tai, kad svarbiausios ašys yra pasisukusios kampą α ir atstumas nuo neutraliosios linijos iki nagrinėjamo sluoksnio randamas pagal formules:

$$x_i = \left| x_n \cdot \cos \alpha + y_n \cdot \sin \alpha - \sum_{m=1}^{i-1} b_m \right|; \quad (3.37)$$

$$y_i = \left| y_n \cdot \cos \alpha - x_n \cdot \sin \alpha - \sum_{m=1}^{i-1} \delta_m \right|. \quad (3.38)$$

Įstrižai lenkiamos sijos pjūviuose veikia lenkimo ir skersinės įrašos, todėl jos skerspūvyje atsiranda ne tik normaliniai, bet ir tangentiniai įtempimai. Šiuos įtempimus apskaičiuosime remiantis izotropinių medžiagų tangentinių įtempimų Žuravskio formulės apskaičiavimo metodika.

$$\tau_{xy} = \frac{Q_x}{D} \cdot \frac{C_{(y)}}{b_{(y)}}; \quad (3.39)$$

čia Q_x - skersinė jėga, veikianti skerspūvyje;

$b_{(y)}$ - sluoksnio, kuriame skaičiuojamas įtempimas, plotis;

$C_{(y)}$ - ekvivalentinis statinis momentas iki nagrinėjamo sluoksnio.

Skersinės jėgos, veikiančios skerspūvyje, apskaičiavimas:

$$Q_x = F \cdot \cos \alpha; \quad (3.41)$$

Ekvivalentinis statinis momentas iki nagrinėjamo sluoksnio apskaičiuojamas:

$$C_{(y)} = \sum_{i=1}^m E_i \cdot S y_i; \quad (3.42)$$

čia m - pjūvio sluoksnių skaičius.

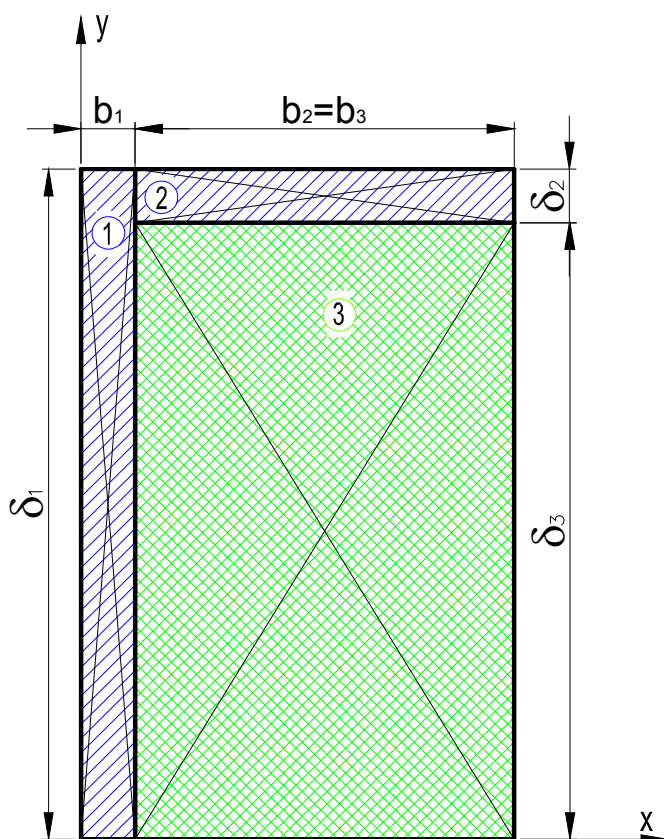
Šiame darbe nenagrinėsime tangentinių įtempimų, nes jų dydžiai sąlyginai yra labai maži lyginant su normaliniais įtempimais ir didelės įtakos sijos stiprumui nedaro.

4. DAUGIASLUOKSNĖS ĮSTRIŽAI LENKIAMOS SIJOS STANDUMO TYRIMAS

Dažnai praktikoje naudojami kampuočiai, kurių apkrovimo atveju jėgą pridėjus jo standumo centre, dėl svarbiausių ašių posūkio gaunamas įstrižas lenkimas. Panaudojus užpildą, gaunamas taisyklingas stačiakampis, kurio konstrukciją patogiu naudoti, bet vis vien išlieka įstrižas lenkimas, kol nesusivienodina tamprumo moduliai.

Tyrimo objektu pasirenkame kampuočius 100x63x6, 100x63x10, 100x100x6 ir pildome juos skirtingo tamprumo modulio medžiagomis.

Kampuočiai parenkami pagal LST EN 8510-86 standartą, kurio $E = 210GPa$. Užpildo tamprumo modulį keičiame nuo 210 iki 0 GPa. Sijos galą apkrauname jėga $F = 10kN$. Sijos ilgis $l = 1m$. Nagrinėjamos konstrukcijos pjūvis parodytas 4.1 paveiksle. Skaičiavimai pateikiami tik kampuočio 100x63x6, kurio $E_3 = 10GPa$, kiti skaičiavimai atliekami kompiuterine skaičiavimo programa *MathCad v14*, o rezultatai pateikiami lentelėse.



4.1 pav. Nagrinėjamos konstrukcijos skersinis pjūvis
(1 – $E_1 = 210GPa$; 2 – $E_2 = 210GPa$; 3 – $E_3 = 10 \div 210GPa$).

4.1. Standumo centrų kitimas

DKE skerspjūvio geometriniam centrui surasti reikia žinoti skerspjūvio statinius momentus ir plotą, kuriuos apskaičiuosime pagal (3.4) (3.5) ir (3.3) formules:

$$A_1 = 0,006 \cdot 0,1 = 6 \cdot 10^{-4} m^2$$

$$A_2 = 0,057 \cdot 0,006 = 3,42 \cdot 10^{-4} m^2$$

$$A_3 = 0,057 \cdot 0,094 = 53,6 \cdot 10^{-4} m^2$$

$$S_x = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 0,003 + 3,42 \cdot 10^{-4} \cdot 0,0345 + 53,6 \cdot 10^{-4} \cdot 0,0345 = 3,15 \cdot 10^{-4} m^3$$

$$S_y = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 0,05 + 3,42 \cdot 10^{-4} \cdot 0,097 + 53,6 \cdot 10^{-4} \cdot 0,047 = 1,985 \cdot 10^{-4} m^3$$

Geometrinio centro koordinatės apskaičiuojame naudodami (3.1) ir (3.2) formules:

$$x_c = \frac{1,985 \cdot 10^{-4}}{63 \cdot 10^{-4}} = 0,0315 m$$

$$y_c = \frac{3,15 \cdot 10^{-4}}{63 \cdot 10^{-4}} = 0,05 m$$

Standumo centro koordinatėms rasti naudosime (3.6) ir (3.7) formules, o ašiniam standumui ir statiniam standumo momentams apskaičiuoti naudosime (3.8), (3.10) ir (3.11) formules:

$$S_{x_E} = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 0,05 \cdot 21 \cdot 10^{10} + 3,42 \cdot 10^{-4} \cdot 0,097 \cdot 21 \cdot 10^{10} + 53,6 \cdot 10^{-4} \cdot 0,047 \cdot 1 \cdot 10^{10} = 15,7848 \cdot 10^6 m^3;$$

$$S_{y_E} = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 0,003 \cdot 21 \cdot 10^{10} + 3,42 \cdot 10^{-4} \cdot 0,0345 \cdot 21 \cdot 10^{10} + 53,6 \cdot 10^{-4} \cdot 0,0345 \cdot 1 \cdot 10^{10} = 4,7043 \cdot 10^6 m^3;$$

$$B = \sum_{i=1}^n A_i \cdot E_i = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 21 \cdot 10^{10} + 3,42 \cdot 10^{-4} \cdot 21 \cdot 10^{10} + 53,6 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 10^{10} = 2,514 \cdot 10^8;$$

$$x_E = \frac{4,7043 \cdot 10^6}{2,514 \cdot 10^8} = 1,871 \cdot 10^{-2} m;$$

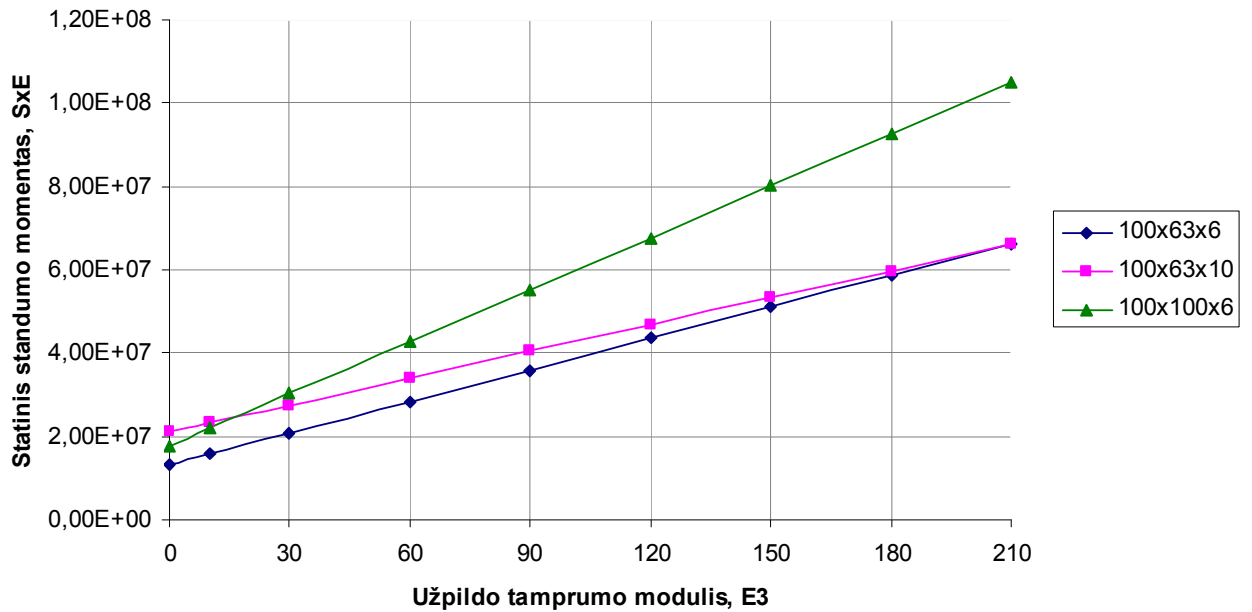
$$y_E = \frac{15,7848 \cdot 10^6}{2,514 \cdot 10^8} = 6,279 \cdot 10^{-2} m.$$

Kitų pjūvių geometrinių ir standumo centrų skaičiavimo rezultatai pateikiami 4.1.1 lentelėje.

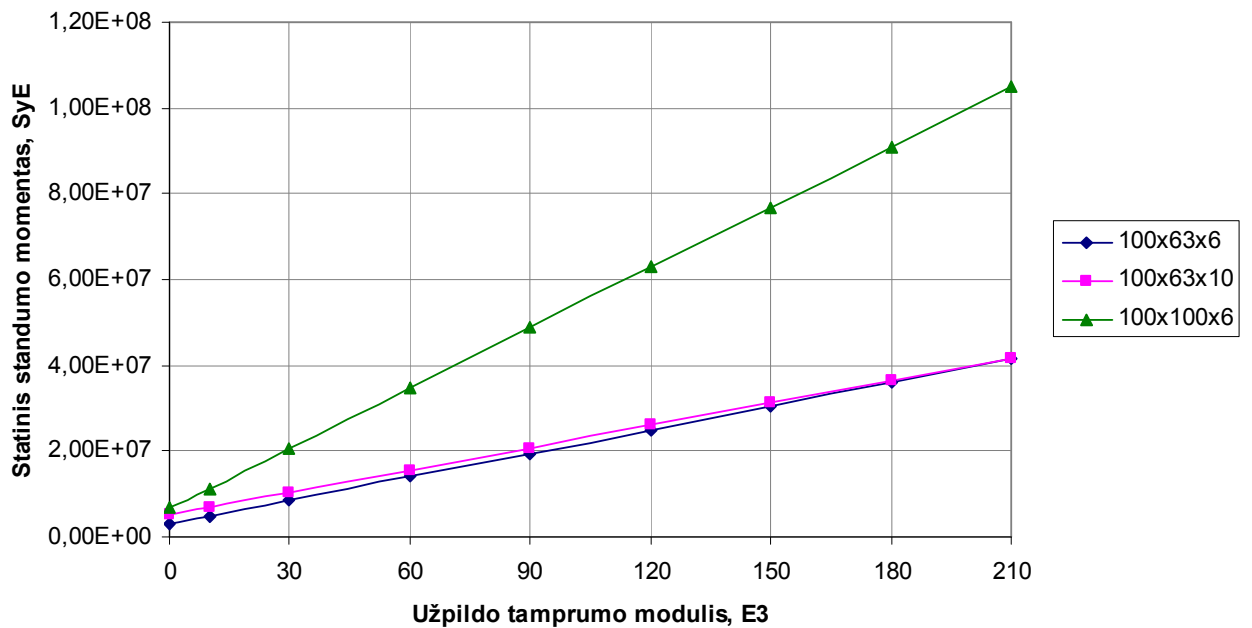
Geometrinių ir standumo centrų skaičiavimo rezultatai

Kampuotis	Tamprumo modulis, GPa		Statiniai momentai, m^3		Geometrinio centro koordinatės, m		Statiniai standumo centro momentai, m^3		Ašinis standumas	Standumo centro koordinatės, m	
	E_1 , E_2	E_3	S_x	S_y	x_c	y_c	S_{xE}	S_{yE}	B	x_E	y_E
100x63x6	210	210	$3,15 \cdot 10^{-4}$	$1,985 \cdot 10^{-4}$	0,0315	0,05	$66,15 \cdot 10^6$	$41,675 \cdot 10^6$	$13,23 \cdot 10^8$	$3,15 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-2}$
	210	180					$58,595 \cdot 10^6$	$36,129 \cdot 10^6$	$11,623 \cdot 10^8$	$3,11 \cdot 10^{-2}$	$5,04 \cdot 10^{-2}$
	210	150					$51,04 \cdot 10^6$	$30,583 \cdot 10^6$	$10,015 \cdot 10^8$	$3,054 \cdot 10^{-2}$	$5,096 \cdot 10^{-2}$
	210	120					$43,486 \cdot 10^6$	$25,038 \cdot 10^6$	$8,408 \cdot 10^8$	$2,978 \cdot 10^{-2}$	$5,172 \cdot 10^{-2}$
	210	90					$35,931 \cdot 10^6$	$19,492 \cdot 10^6$	$6,8 \cdot 10^8$	$2,866 \cdot 10^{-2}$	$5,284 \cdot 10^{-2}$
	210	60					$28,376 \cdot 10^6$	$13,947 \cdot 10^6$	$5,193 \cdot 10^8$	$2,686 \cdot 10^{-2}$	$5,464 \cdot 10^{-2}$
	210	30					$20,8213 \cdot 10^6$	$8,401 \cdot 10^6$	$3,586 \cdot 10^8$	$2,343 \cdot 10^{-2}$	$5,807 \cdot 10^{-2}$
	210	10					$15,785 \cdot 10^6$	$4,704 \cdot 10^6$	$2,514 \cdot 10^8$	$1,871 \cdot 10^{-2}$	$6,279 \cdot 10^{-2}$
	210	0					$0,632 \cdot 10^{-4}$	$0,136 \cdot 10^{-4}$	0,0144	0,067	$13,267 \cdot 10^6$
100x63x10	210	210	$3,15 \cdot 10^{-4}$	$1,985 \cdot 10^{-4}$	0,0315	0,05	$66,15 \cdot 10^6$	$41,675 \cdot 10^6$	$13,23 \cdot 10^8$	$3,15 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-2}$
	210	180					$59,711 \cdot 10^6$	$36,451 \cdot 10^6$	$11,799 \cdot 10^8$	$3,089 \cdot 10^{-2}$	$5,061 \cdot 10^{-2}$
	210	150					$53,271 \cdot 10^6$	$31,228 \cdot 10^6$	$10,368 \cdot 10^8$	$3,012 \cdot 10^{-2}$	$5,138 \cdot 10^{-2}$
	210	120					$46,832 \cdot 10^6$	$26,005 \cdot 10^6$	$8,937 \cdot 10^8$	$2,91 \cdot 10^{-2}$	$5,24 \cdot 10^{-2}$
	210	90					$40,392 \cdot 10^6$	$20,782 \cdot 10^6$	$7,506 \cdot 10^8$	$2,769 \cdot 10^{-2}$	$5,381 \cdot 10^{-2}$
	210	60					$33,953 \cdot 10^6$	$15,559 \cdot 10^6$	$6,075 \cdot 10^8$	$2,561 \cdot 10^{-2}$	$5,589 \cdot 10^{-2}$
	210	30					$27,513 \cdot 10^6$	$10,336 \cdot 10^6$	$4,644 \cdot 10^8$	$2,226 \cdot 10^{-2}$	$5,924 \cdot 10^{-2}$
	210	10					$23,22 \cdot 10^6$	$6,854 \cdot 10^6$	$3,69 \cdot 10^8$	$1,857 \cdot 10^{-2}$	$6,293 \cdot 10^{-2}$
	210	0					$1,003 \cdot 10^{-4}$	$0,243 \cdot 10^{-4}$	0,0159	0,0656	$21,074 \cdot 10^6$
100x100x6	210	210	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	0,05	0,05	$105 \cdot 10^6$	$105 \cdot 10^6$	$21 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-2}$
	210	180					$92,541 \cdot 10^6$	$90,951 \cdot 10^6$	$18,35 \cdot 10^8$	$4,957 \cdot 10^{-2}$	$5,043 \cdot 10^{-2}$
	210	150					$80,083 \cdot 10^6$	$76,902 \cdot 10^6$	$15,698 \cdot 10^8$	$4,899 \cdot 10^{-2}$	$5,101 \cdot 10^{-2}$
	210	120					$67,624 \cdot 10^6$	$62,852 \cdot 10^6$	$13,048 \cdot 10^8$	$4,817 \cdot 10^{-2}$	$5,183 \cdot 10^{-2}$
	210	90					$55,165 \cdot 10^6$	$48,803 \cdot 10^6$	$10,397 \cdot 10^8$	$4,694 \cdot 10^{-2}$	$5,306 \cdot 10^{-2}$
	210	60					$42,706 \cdot 10^6$	$34,754 \cdot 10^6$	$7,746 \cdot 10^8$	$4,487 \cdot 10^{-2}$	$5,513 \cdot 10^{-2}$
	210	30					$30,247 \cdot 10^6$	$20,705 \cdot 10^6$	$5,095 \cdot 10^8$	$4,064 \cdot 10^{-2}$	$5,936 \cdot 10^{-2}$
	210	10					$21,942 \cdot 10^6$	$11,338 \cdot 10^6$	$3,328 \cdot 10^8$	$3,407 \cdot 10^{-2}$	$6,593 \cdot 10^{-2}$
	210	0					$0,847 \cdot 10^{-4}$	$0,317 \cdot 10^{-4}$	0,0272	0,0728	$17,789 \cdot 10^6$

Standumo centro, ašinio standumo ir statinių standumo centrų koordinatė priklauso nuo užpildo tamprumo modulio kampuočiams pateikta 4.1.1-5 pav.



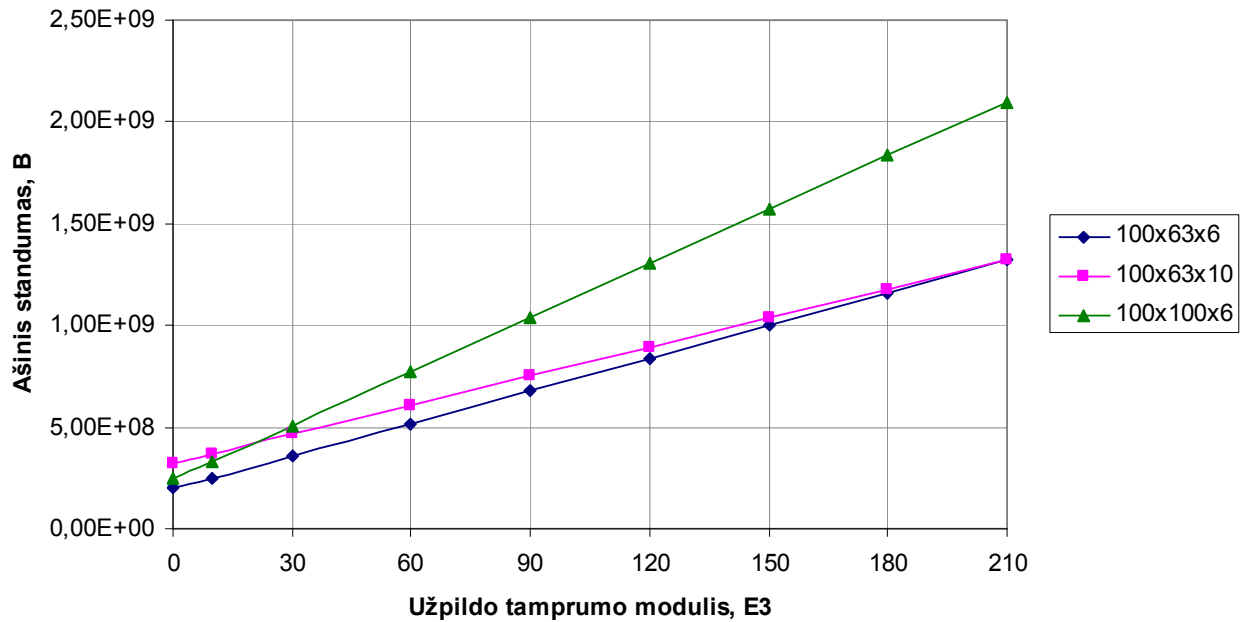
4.1.1 pav. Statinių standumo centrų S_{xE} kitimo priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3 .



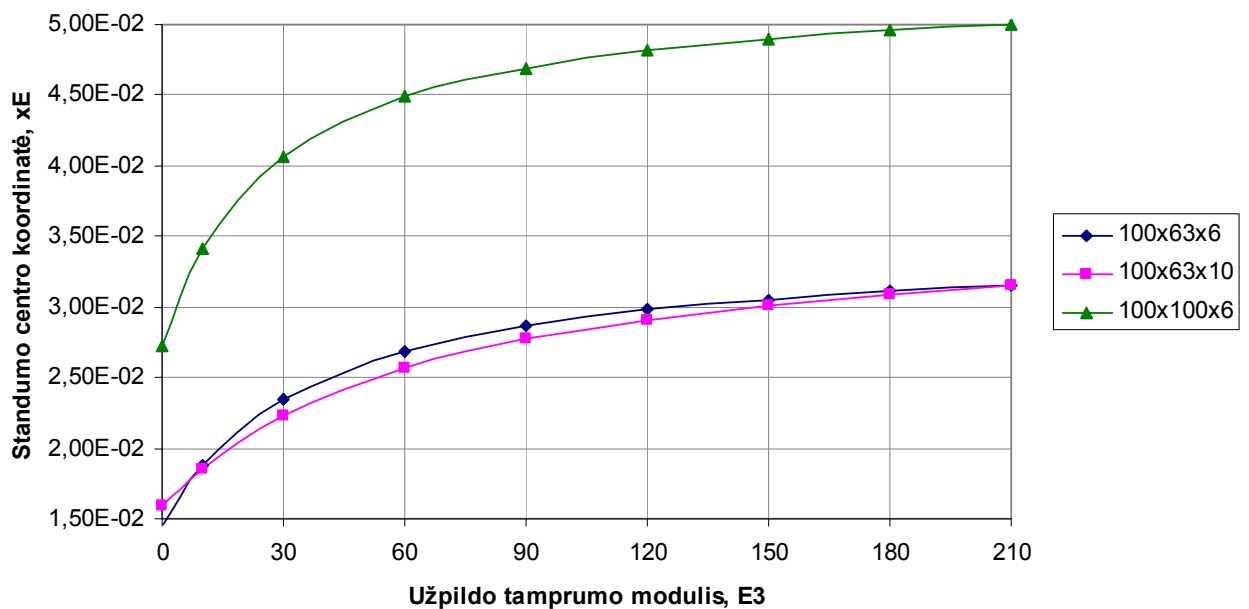
4.1.2 pav. Statinių standumo centrų S_{yE} kitimo priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3 .

Statiniai standumo centrai tiesiškai priklausomi nuo tamprumo modulio E_3 , nes nei vienoje sijoje nekinta nei atstumas nuo slauksnio geometrinio centro iki sijos geometrinio centro, nei slauksnių plotai. Palyginus sijų 100x63x6 ir 100x63x10 statinio standumo centro kitimo kreives matome, kad sienelės storis statinio standumo centro koordinatėms didelės įtakos neturi, nes sijos

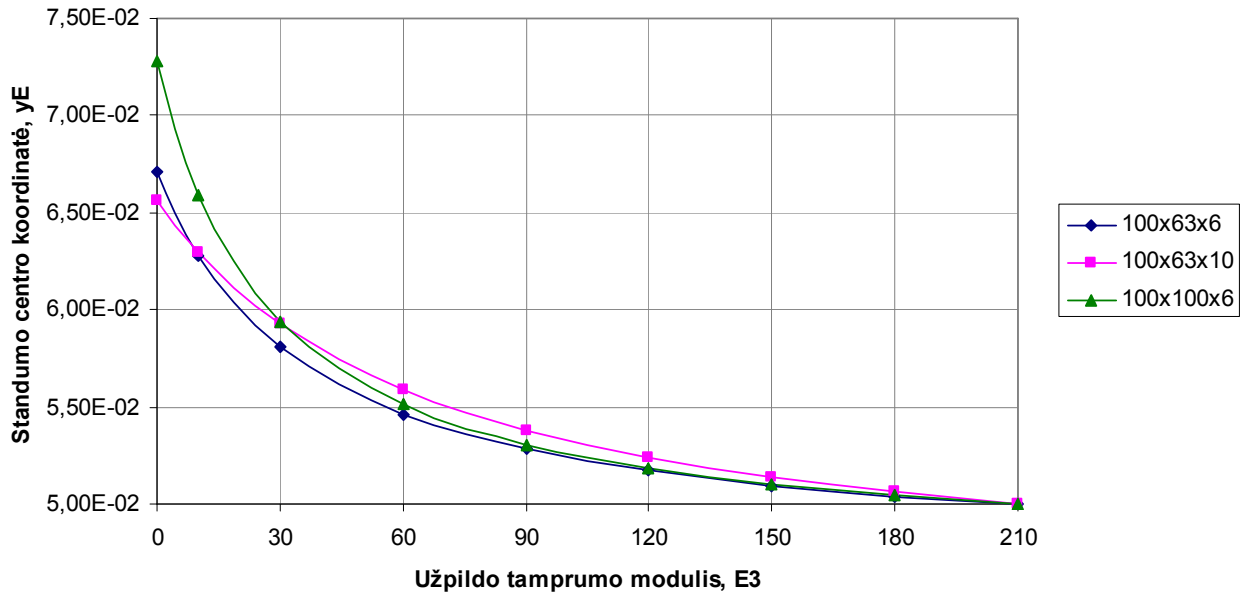
sluoksnių su didesniu tamprumo moduliu E_1 ir E_2 plotas keičiasi nežymiai. Sijos $100 \times 100 \times 6$ statinis standumo modulis daug didesnis ir kyla atitinkamai greičiau, nes elementų E_1 ir E_2 plotas daug didesnis nei pirmose dviejose sijose.



4.1.3 pav. Ašinio standumo kitimo priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3 .



4.1.4 pav. Standumo centro koordinatės x_E kitimo priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3 .



4.1.5 pav. Standumo centro koordinatės y_E kitimo priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3 .

Ašinis standumas nuo užpildo tamprumo modulio šiuose sijose priklašomas tiesiška. Didėjant užpildo tamprumo moduliui ir kampuočio sienelės plotui ašinis standumas didėja, todėl sijos 100x100x6 ašinis standumas didesnis.

Standumo centro koordinatės x_E ir y_E didinant užpildo tamprumo modulį artėja prie geometrinio centro, nes sijos sluoksnių tamprumo moduliai artėja prie lygybės $E_1 = E_2 = E_3$, t.y. homogeninės sijos, o kaip žinome homogeninės stačiakampio skerspjūvio sijos standumo centras sutampa su geometrinio centru.

4.2 Ašinių ir išcentrinių inercijos momentų kitimas

Ašiniai inercijos momentai stačiakampio formos skerspjūvio elementams svarbiausiųjų ašių atžvilgiu apskaičiuojami naudojantis (3.16) ir (3.17) formulėmis. Nagrinėjamo sluoksnio skerspjūvio vidurio atstumus x^* ir y^* iki pjūvio neutraliosios ašies apskaičiuojame pagal formules (3.18) ir (3.19):

$$I_{1xE} = \frac{b_1 \delta_1^3}{12} + b_1 \delta_1 \cdot y_1^{*2} = \frac{0,006 \cdot 0,1^3}{12} + 0,006 \cdot 0,1 \cdot (-0,01279)^2 = 59,811 \cdot 10^{-8} m^4;$$

$$I_{1yE} = \frac{\delta_1 b_1^3}{12} + b_1 \delta_1 \cdot x_1^{*2} = \frac{0,1 \cdot 0,006^3}{12} + 0,006 \cdot 0,1 \cdot (-0,01571)^2 = 14,993 \cdot 10^{-8} m^4;$$

$$I_{2xE} = \frac{b_2 \delta_2^3}{12} + b_2 \delta_2 \cdot y_2^{*2} = \frac{0,057 \cdot 0,006^3}{12} + 0,057 \cdot 0,006 \cdot 0,03421^2 = 40,133 \cdot 10^{-8} m^4;$$

$$I_{2yE} = \frac{\delta_2 b_2^3}{12} + b_2 \delta_2 \cdot x_2^{*2} = \frac{0,006 \cdot 0,057^3}{12} + 0,057 \cdot 0,006 \cdot 0,01579^2 = 17,784 \cdot 10^{-8} m^4;$$

$$I_{3xE} = \frac{b_3 \delta_3^3}{12} + b_3 \delta_3 \cdot y_3^{*2} = \frac{0,057 \cdot 0,094^3}{12} + 0,057 \cdot 0,094 \cdot (-0,01579)^2 = 528,074 \cdot 10^{-8} m^4;$$

$$I_{3yE} = \frac{\delta_3 b_3^3}{12} + b_3 \delta_3 \cdot x_3^{*2} = \frac{0,094 \cdot 0,057^3}{12} + 0,057 \cdot 0,094 \cdot 0,01579^2 = 278,615 \cdot 10^{-8} m^4.$$

Išcentrinis inercijos momentus apskaičiuojame naudodami (2.25) formulę:

$$I_{x_1y_1} = b_1 \cdot \delta_1 \cdot x_1^* \cdot y_1^* = 0,006 \cdot 0,1 \cdot (-0,01279) \cdot (-0,01571) = 12,0554 \cdot 10^{-8} m^4;$$

$$I_{x_2y_2} = b_2 \cdot \delta_2 \cdot x_2^* \cdot y_2^* = 0,057 \cdot 0,006 \cdot 0,03421 \cdot 0,01579 = 18,4725 \cdot 10^{-8} m^4;$$

$$I_{x_3y_3} = b_3 \cdot \delta_3 \cdot x_3^* \cdot y_3^* = 0,057 \cdot 0,094 \cdot (-0,01579) \cdot 0,01579 = -133,547 \cdot 10^{-8} m^4.$$

Kitų pjūvių ašinių ir išcentrinų inercijos momentų skaičiavimo rezultatai pateikiami 4.2.1 lentelėje.

4.2.1 Lentelė

Ašinių ir išcentrinų inercijos momentų skaičiavimo rezultatai

Kampuotis	Tamprumo modulis, GPa		Inercijos momentas, m^4						Išcentrinis inercijos momentas, m^4		
	E_1 , E_2	E_3	I_{1xE}	I_{2xE}	I_{3xE}	I_{1yE}	I_{2yE}	I_{3yE}	$I_{x_1y_1}$	$I_{x_2y_2}$	$I_{x_3y_3}$
100x63x6	210	210	50·10 ⁻⁸	75,65·10 ⁻⁸	399,35·10 ⁻⁸	48,915·10 ⁻⁸	9,567·10 ⁻⁸	149,89·10 ⁻⁸	0	4,822·10 ⁻⁸	-4,822·10 ⁻⁸
	210	180	50,01·10 ⁻⁸	74,323·10 ⁻⁸	400,776·10 ⁻⁸	47,506·10 ⁻⁸	9,658·10 ⁻⁸	151,316·10 ⁻⁸	0,699·10 ⁻⁸	5,441·10 ⁻⁸	-6,248·10 ⁻⁸
	210	150	50,056·10 ⁻⁸	72,586·10 ⁻⁸	402,942·10 ⁻⁸	45,677·10 ⁻⁸	9,797·10 ⁻⁸	153,483·10 ⁻⁸	1,591·10 ⁻⁸	6,24·10 ⁻⁸	-8,415·10 ⁻⁸
	210	120	50,178·10 ⁻⁸	70,22·10 ⁻⁸	406,467·10 ⁻⁸	43,208·10 ⁻⁸	10,022·10 ⁻⁸	157,008·10 ⁻⁸	2,765·10 ⁻⁸	7,31·10 ⁻⁸	-11,94·10 ⁻⁸
	210	90	50,783·10 ⁻⁸	66,807·10 ⁻⁸	412,779·10 ⁻⁸	39,697·10 ⁻⁸	10,425·10 ⁻⁸	163,319·10 ⁻⁸	4,368·10 ⁻⁸	8,815·10 ⁻⁸	-18,251·10 ⁻⁸
	210	60	51,293·10 ⁻⁸	61,461·10 ⁻⁸	425,826·10 ⁻⁸	34,329·10 ⁻⁸	11,257·10 ⁻⁸	176,367·10 ⁻⁸	6,646·10 ⁻⁸	11,072·10 ⁻⁸	-31,299·10 ⁻⁸
	210	30	53,907·10 ⁻⁸	51,936·10 ⁻⁸	460,178·10 ⁻⁸	25,225·10 ⁻⁸	13,45·10 ⁻⁸	210,719·10 ⁻⁸	9,892·10 ⁻⁸	14,738·10 ⁻⁸	-65,651·10 ⁻⁸
	210	10	59,811·10 ⁻⁸	40,133·10 ⁻⁸	528,074·10 ⁻⁸	14,993·10 ⁻⁸	17,784·10 ⁻⁸	278,615·10 ⁻⁸	12,055·10 ⁻⁸	18,473·10 ⁻⁸	-133,547·10 ⁻⁸
	210	0	67,47·10 ⁻⁸	30,752·10 ⁻⁸	-	8,027·10 ⁻⁸	23,027·10 ⁻⁸	-	11,709·10 ⁻⁸	20,542·10 ⁻⁸	-
100x63x10	210	210	83,333·10 ⁻⁸	107,767·10 ⁻⁸	333,9·10 ⁻⁸	71,058·10 ⁻⁸	13,731·10 ⁻⁸	123,583·10 ⁻⁸	0	11,925·10 ⁻⁸	-11,925·10 ⁻⁸
	210	180	83,37·10 ⁻⁸	104,894·10 ⁻⁸	336,968·10 ⁻⁸	67,881·10 ⁻⁸	14,072·10 ⁻⁸	126,651·10 ⁻⁸	1,57·10 ⁻⁸	13,191·10 ⁻⁸	-14,993·10 ⁻⁸
	210	150	83,524·10 ⁻⁸	101,284·10 ⁻⁸	341,392·10 ⁻⁸	63,934·10 ⁻⁸	14,564·10 ⁻⁸	131,075·10 ⁻⁸	3,467·10 ⁻⁸	14,75·10 ⁻⁸	-19,417·10 ⁻⁸
	210	120	83,91·10 ⁻⁸	96,616·10 ⁻⁸	348,108·10 ⁻⁸	58,906·10 ⁻⁸	15,31·10 ⁻⁸	137,791·10 ⁻⁸	5,788·10 ⁻⁸	16,711·10 ⁻⁸	-26,133·10 ⁻⁸
	210	90	84,787·10 ⁻⁸	90,349·10 ⁻⁸	359,023·10 ⁻⁸	52,304·10 ⁻⁸	16,523·10 ⁻⁸	148,705·10 ⁻⁸	8,65·10 ⁻⁸	19,238·10 ⁻⁸	-37,048·10 ⁻⁸
	210	60	86,801·10 ⁻⁸	81,515·10 ⁻⁸	378,532·10 ⁻⁸	43,315·10 ⁻⁸	18,691·10 ⁻⁸	168,215·10 ⁻⁸	12,138·10 ⁻⁸	22,572·10 ⁻⁸	-56,557·10 ⁻⁸
	210	30	91,879·10 ⁻⁸	68,201·10 ⁻⁸	418,757·10 ⁻⁸	30,61·10 ⁻⁸	23,16·10 ⁻⁸	208,44·10 ⁻⁸	15,952·10 ⁻⁸	26,994·10 ⁻⁸	-96,782·10 ⁻⁸
	210	10	100,044·10 ⁻⁸	54,962·10 ⁻⁸	475,269·10 ⁻⁸	19,256·10 ⁻⁸	29,439·10 ⁻⁸	264,952·10 ⁻⁸	17,546·10 ⁻⁸	30,473·10 ⁻⁸	-153,294·10 ⁻⁸
	210	0	107,633·10 ⁻⁸	46,289·10 ⁻⁸	-	12,74·10 ⁻⁸	34,872·10 ⁻⁸	-	17,01·10 ⁻⁸	32,093·10 ⁻⁸	-
100x100x6	210	210	50·10 ⁻⁸	124,757·10 ⁻⁸	658,577·10 ⁻⁸	132,72·10 ⁻⁸	42,037·10 ⁻⁸	658,577·10 ⁻⁸	0	7,952·10 ⁻⁸	-7,952·10 ⁻⁸
	210	180	50,011·10 ⁻⁸	122,47·10 ⁻⁸	661,04·10 ⁻⁸	130,287·10 ⁻⁸	42,194·10 ⁻⁸	661,04·10 ⁻⁸	1,211·10 ⁻⁸	9,017·10 ⁻⁸	-10,416·10 ⁻⁸
	210	150	50,062·10 ⁻⁸	119,443·10 ⁻⁸	664,855·10 ⁻⁸	127,067·10 ⁻⁸	42,438·10 ⁻⁸	664,855·10 ⁻⁸	2,795·10 ⁻⁸	10,409·10 ⁻⁸	-14,231·10 ⁻⁸
	210	120	50,201·10 ⁻⁸	115,252·10 ⁻⁸	671,225·10 ⁻⁸	122,608·10 ⁻⁸	42,844·10 ⁻⁸	671,225·10 ⁻⁸	4,956·10 ⁻⁸	12,301·10 ⁻⁸	-20,610 ⁻⁸
	210	90	50,562·10 ⁻⁸	109,064·10 ⁻⁸	683,068·10 ⁻⁸	116,026·10 ⁻⁸	43,6·10 ⁻⁸	683,068·10 ⁻⁸	8,066·10 ⁻⁸	15,017·10 ⁻⁸	-32,444·10 ⁻⁸
	210	60	51,581·10 ⁻⁸	99,029·10 ⁻⁸	709,074·10 ⁻⁸	105,35·10 ⁻⁸	45,26·10 ⁻⁸	709,074·10 ⁻⁸	12,895·10 ⁻⁸	19,205·10 ⁻⁸	-58,45·10 ⁻⁸
	210	30	55,262·10 ⁻⁸	80,056·10 ⁻⁸	785,711·10 ⁻⁸	85,166·10 ⁻⁸	50,152·10 ⁻⁸	785,711·10 ⁻⁸	21,146·10 ⁻⁸	26,246·10 ⁻⁸	-135,087·10 ⁻⁸
	210	10	65,226·10 ⁻⁸	54,614·10 ⁻⁸	967,267·10 ⁻⁸	58,1·10 ⁻⁸	61,741·10 ⁻⁸	967,267·10 ⁻⁸	29,697·10 ⁻⁸	33,172·10 ⁻⁸	-316,643·10 ⁻⁸
	210	0	81,117·10 ⁻⁸	33,273·10 ⁻⁸	-	35,396·10 ⁻⁸	78,993·10 ⁻⁸	-	33,103·10 ⁻⁸	35,216·10 ⁻⁸	-

4.3 Standumo ir išcentrinio standumo lenkimui kitimas

Standumai lenkimui apskaičiuojami naudojant formules (3.20) ir (3.21):

$$D_{xE} = 59,811 \cdot 10^{-8} \cdot 210 \cdot 10^{10} + 40,133 \cdot 10^{-8} \cdot 210 \cdot 10^{10} + 528,074 \cdot 10^{-8} \cdot 1 \cdot 10^{10} = 26,269 \cdot 10^4 ;$$

$$D_{yE} = 14,993 \cdot 10^{-8} \cdot 210 \cdot 10^{10} + 17,784 \cdot 10^{-8} \cdot 210 \cdot 10^{10} + 278,615 \cdot 10^{-8} \cdot 1 \cdot 10^{10} = 9,669 \cdot 10^4 .$$

Išcentrinis standumas lenkimui apskaičiuojamas pagal (2.24) formulę:

$$D_{xE,yE} = 210 \cdot 10^{10} \cdot 12,0554 \cdot 10^{-8} + 210 \cdot 10^{10} \cdot 18,4725 \cdot 10^{-8} + 1 \cdot 10^{10} \cdot (-133,547 \cdot 10^{-8}) = 5,0754 \cdot 10^4 .$$

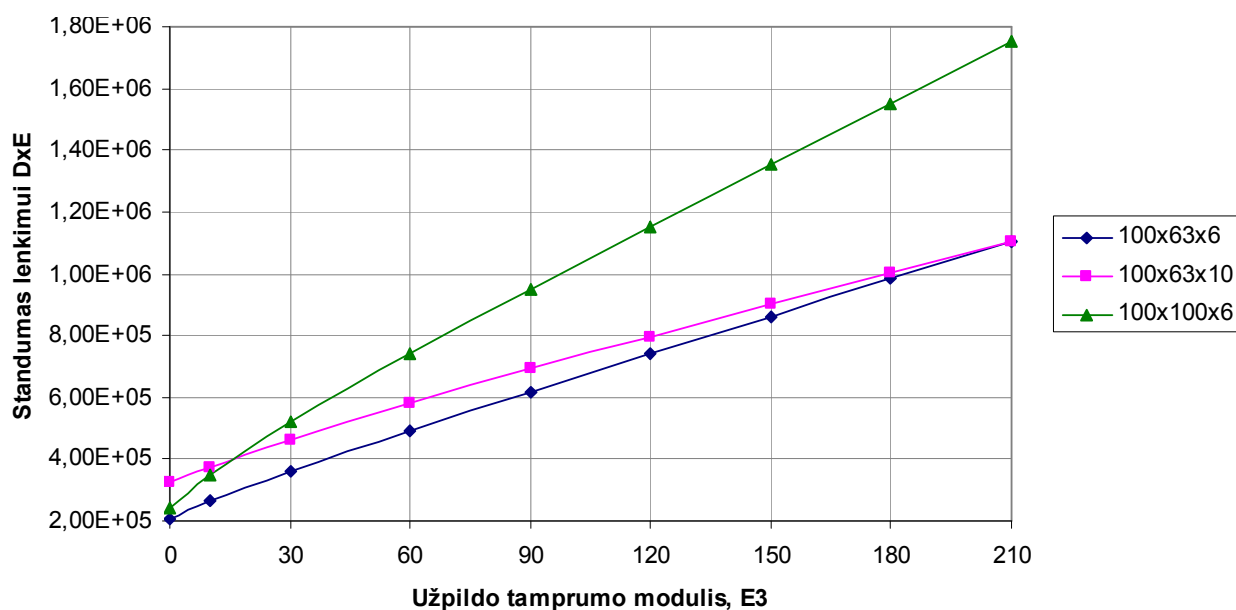
Kitų pjūvių standumų ir išcentrinį standumų lenkimui skaičiavimo rezultatai pateikiami 4.3.1 lentelėje.

4.3.1 Lentelė

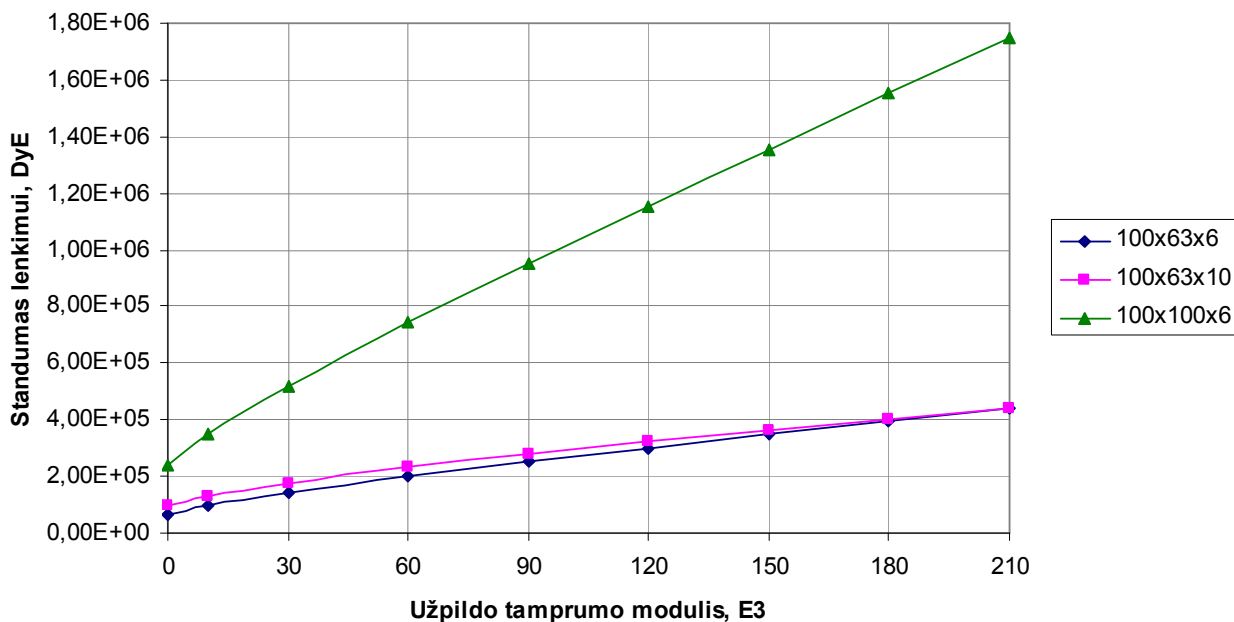
Ašinių ir išcentrinį standumų lenkimui skaičiavimo rezultatai

Tampromo modulis, GPa		Kampūotis	Ašinis standumas lenkimui		Išcentrinis standumas lenkimui	Kampūotis	Ašinis standumas lenkimui		Išcentrinis standumas lenkimui	Kampūotis	Ašinis standumas lenkimui		Išcentrinis standumas lenkimui
E_1, E_2	E_3		D_{xE}	D_{yE}	D_{xEyE}		D_{xE}	D_{yE}	D_{xEyE}		D_{xE}	D_{yE}	D_{xEyE}
210	210	100x63x6	110,25·10 ⁴	43,758·10 ⁴	0	100x63x10	110,25·10 ⁴	43,758·10 ⁴	0	100x100x6	175·10 ⁴	175·10 ⁴	0
210	180		98,25·10 ⁴	39,242·10 ⁴	16,467·10 ²		100,19·10 ⁴	40,007·10 ⁴	40,114·10 ²		155,208·10 ⁴	155,208·10 ⁴	27,304·10 ²
210	150		86,196·10 ⁴	34,672·10 ⁴	38,221·10 ²		90,019·10 ⁴	36,146·10 ⁴	91,301·10 ²		135,324·10 ⁴	135,324·10 ⁴	63,828·10 ²
210	120		74,06·10 ⁴	30,019·10 ⁴	68,291·10 ²		79,684·10 ⁴	32,12·10 ⁴	158,88·10 ²		115,292·10 ⁴	115,292·10 ⁴	115,195·10 ²
210	90		61,781·10 ⁴	25,224·10 ⁴	112,578·10 ²		69,071·10 ⁴	27,837·10 ⁴	252,227·10 ²		94,998·10 ⁴	94,998·10 ⁴	192,752·10 ²
210	60		49,228·10 ⁴	20,155·10 ⁴	184,28·10 ²		58,058·10 ⁴	23,114·10 ⁴	389,55·10 ²		74,172·10 ⁴	74,172·10 ⁴	323,393·10 ²
210	30		36,032·10 ⁴	14,443·10 ⁴	320,27·10 ²		46,1795·10 ⁴	17,545·10 ⁴	611,503·10 ²		51,988·10 ⁴	51,988·10 ⁴	589,968·10 ²
210	10		26,269·10 ⁴	9,669·10 ⁴	507,539·10 ²		37,304·10 ⁴	12,846·10 ⁴	855,11·10 ²		34,839·10 ⁴	34,839·10 ⁴	1003,61·10 ²
210	0		20,527·10 ⁴	6,521·10 ⁴	677,258·10 ²		32,324·10 ⁴	9,998·10 ⁴	1031,16·10 ²		24,022·10 ⁴	24,022·10 ⁴	1434,71·10 ²

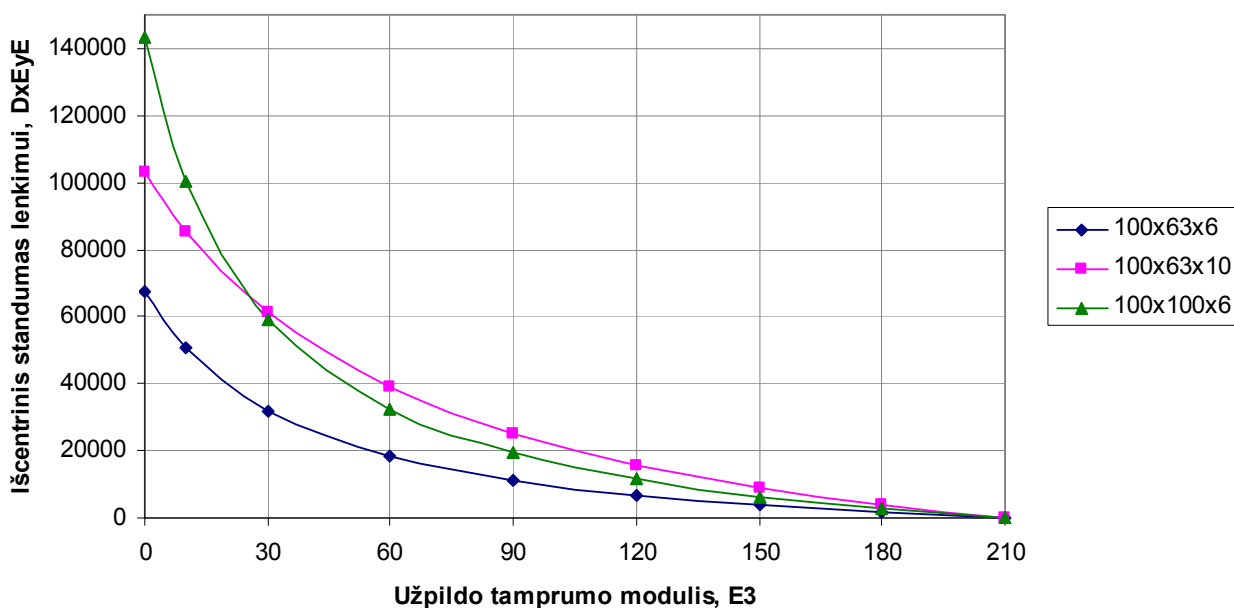
Standumo ir išcentrinį standumų lenkimui priklausomybė nuo užpildo tampromo modulio pateikta 4.3.1-3 pav.

4.3.1 pav. Standumo lenkimui D_{xE} kitimo

priklausomybė nuo užpildo tampromo modulio E_3 .



4.3.2 pav. Standumo lenkimui D_{yE} kitimo priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3 .



4.3.3 pav. Išcentrinio standumo lenkimui D_{xEyE} kitimo priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3 .

Iš gautų rezultatų matome, kad daugiasluksnės sijos standumas lenkimui didėja didėjant užpildo medžiagos tamprumo moduliui. Taip pat sijos standumas lenkimui sparčiau didėja didinant užpildo medžiagos tamprumo modulį lygiašoniame kampuotyje. Standumo didėjimą didinant užpildo tamprumo modulį įtakoja tai, kad didėja išorinių sluoksnių (kampuočio) atstumas iki neutraliojo sluoksnio. Sijos 100x100x6 akivaizdžiai didesnę standumą lenkimui įtakoja kampuočio skerspjūvio

plotas. Iš 3.3.3 pav. pateiktų kreivių matome, kad didinant užpildo tamprumo modulį mažėja standumas lenkimui, kurio mažėjimą įtakoja mažėjantis sijos skerspjūvio inercijos momentas (4.2.7-9 pav.).

4.4 Svarbiausių ašių posūkio kampų kitimas

Svarbiausių ašių posūkio kampus apskaičiuojame pagal (2.23) formulę:

$$\alpha_0 = 0,5 \arctg \frac{2D_{xEyE}}{D_{yE} - D_{xE}} = 0,5 \cdot \arctg \left(\frac{2 \cdot 5,0754 \cdot 10^4}{9,669 \cdot 10^4 - 26,269 \cdot 10^4} \right) = -15,7229^\circ$$

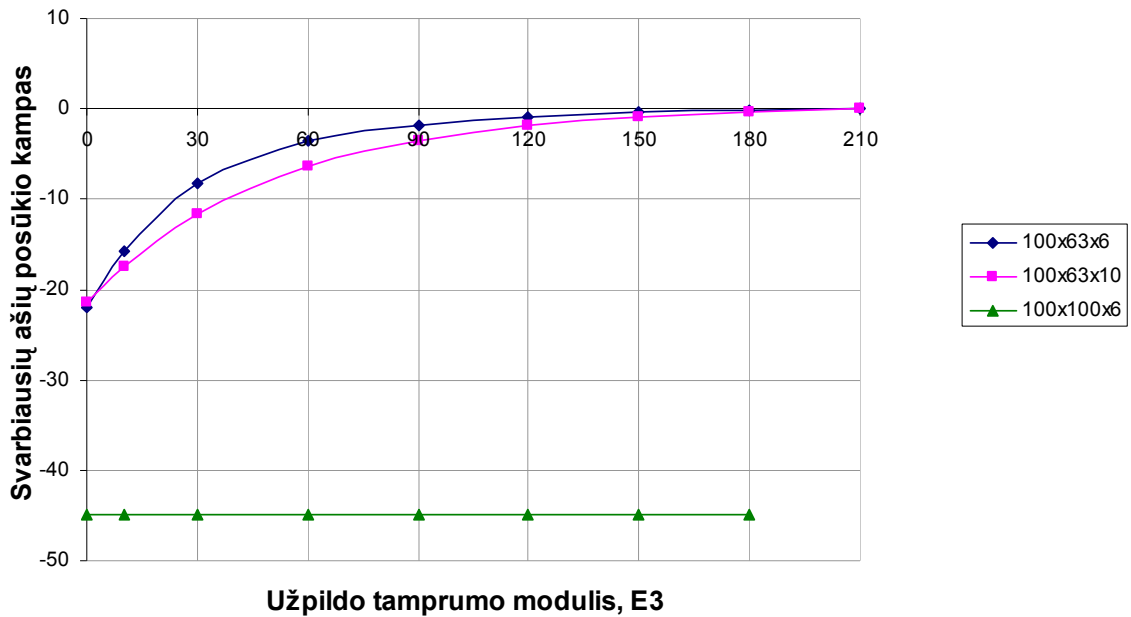
Kitų pjūvių svarbiausiųjų ašių posūkio kampų skaičiavimo rezultatai pateikiami 4.4.1 lentelėje.

4.4.1 Lentelė

Svarbiausių ašių posūkio kampų skaičiavimo rezultatai

Kampuotis	Tamprumo modulis, GPa		Svarbiausių ašių posūkio kampas, α	Kampuotis	Tamprumo modulis, GPa		Svarbiausių ašių posūkio kampas, α	Kampuotis	Tamprumo modulis, GPa		Svarbiausių ašių posūkio kampas, α
	E_1, E_2	E_3			E_1, E_2	E_3			E_1, E_2	E_3	
100x63x6	210	210	0°	100x63x10	210	210	0°	100x100x6	210	210	0°
	210	180	-0,1599°		210	180	-0,3819°		210	180	-45°
	210	150	-0,425°		210	150	-0,9707°		210	150	-45°
	210	120	-0,8882°		210	120	-1,9111°		210	120	-45°
	210	90	-1,7622°		210	90	-3,4858°		210	90	-45°
	210	60	-3,6125°		210	60	-6,2844°		210	60	-45°
	210	30	-8,2627°		210	30	-11,5638°		210	30	-45°
	210	10	-15,7229°		210	10	-17,4979°		210	10	-45°
	210	0	-21,9198°		210	0	-21,3654°		210	0	-45°

Svarbiausių ašių posūkio kampo priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio kampuočiams pateikta 4.4.1 pav.



4.4.1 pav. Svarbiausių ašių posūkio kampo kitimo priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3 .

Iš gautų rezultatų matome, kad nelygiašonio kampuočio svarbiausiųjų ašių posūkio kampas didėjant užpildo medžiagos tamprumo moduliui mažėja. Mažėja todėl, kad sijos sluoksnių santykis E_1/E_3 artėja prie 1. Santykiui E_1/E_3 esant lygiu 1, sija tampa homogenine ir jos standumo centras sutampa su geometriniu centru. Esant storesnei kampuočio sienelei ir tokiam pat užpildo tamprumo moduliui, posūkio kampas atitinkamai mažesnis nei kampuočio su plonesne sienele, nes standumo centro koordinatės sijos storesnėmis sienelėmis arčiau geometrinio sijos centro. Sijos sudarytos iš lygiašonio kampuočio ir užpildo, svarbiausiųjų ašių posūkio kampui, kuris lygus -45° , užpildo tamprumo modulis visiškai neturi įtakos, išskyrus tik tą atvejį, kai užpildo tamprumo modulis lygus kampuočio tamprumo moduliui, tada posūkio kampas lygus 0, nes sija tampa homogenine.

4.5 Sijos įlinkio kitimas

Daugiasluoksnės įstrižai lenkiamos konstrukcijos įlinkis x_E ir y_E svarbiausių ašių kryptimis apskaičiuojamas pagal (3.29) ir (3.30) formules. Bendras pjūvio poslinkis apskaičiuojamas pagal (3.28) formulę:

$$u = \frac{F \sin \alpha \cdot l^3}{3D_{yE}} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \sin \alpha \cdot 1^3}{3 \cdot 9,669 \cdot 10^4} = -93,4 \cdot 10^{-4} \text{ m};$$

$$v = \frac{F_y l^3}{3D_{xE}} = \frac{F \cos \alpha \cdot l^3}{3D_{xE}} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \cos \alpha \cdot 1^3}{3 \cdot 26,269 \cdot 10^4} = 122,1 \cdot 10^{-4} \text{ m};$$

$$\Delta = \sqrt{u^2 + v^2} = \sqrt{(-93,4 \cdot 10^{-4})^2 + (122,1 \cdot 10^{-4})^2} = 153,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}.$$

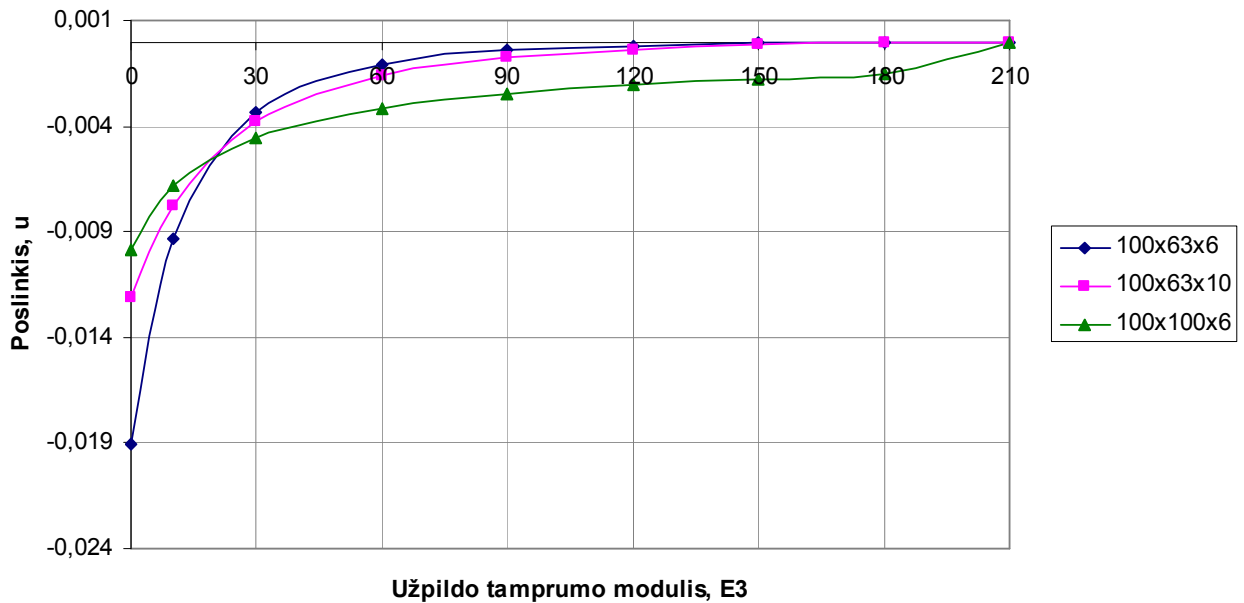
Kitų konfigūracijų sijų įlinkių skaičiavimų rezultatai pateikiami 4.5.1 lentelėje.

4.5.1 Lentelė

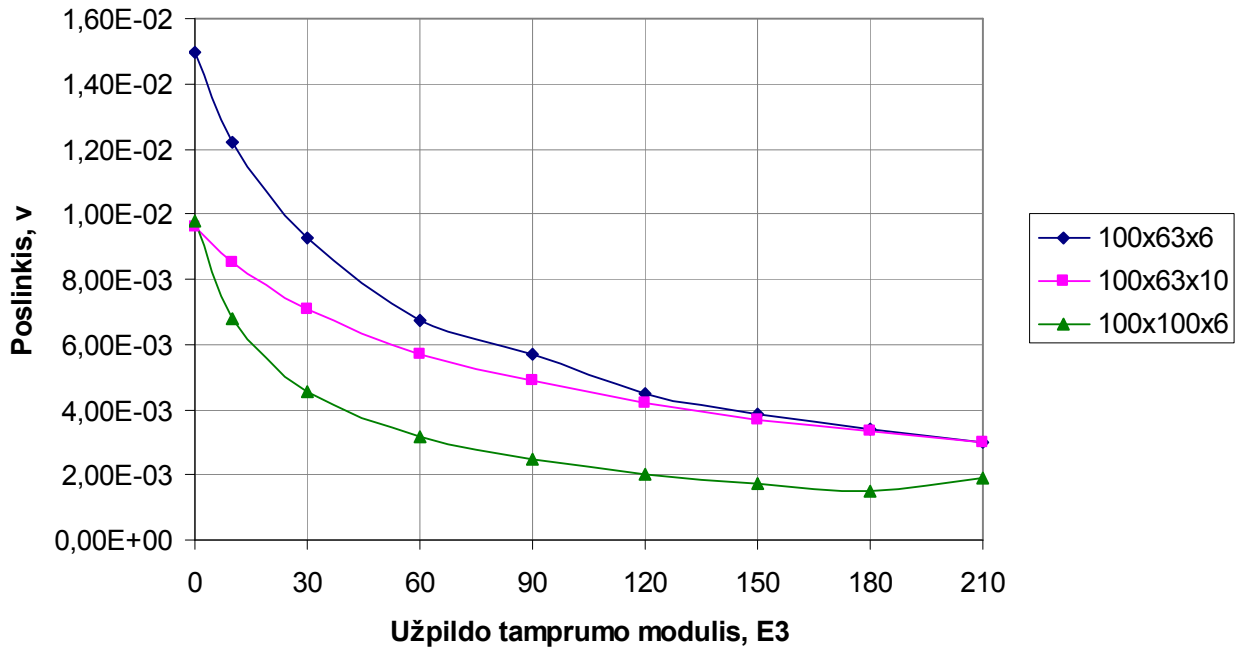
Sijos įlinkio skaičiavimo rezultatai

Tamprumo modulis, GPa		Kampuotis	Įlinkis x ir y ašių kryptimis, m		Bendras įlinkis, m	Kampuotis	Įlinkis x ir y ašių kryptimis, m		Bendras įlinkis, m	Kampuotis	Įlinkis x ir y ašių kryptimis, m		Bendras įlinkis, m
E_1 , E_2	E_3		u	v	Δ		u	v	Δ		u	v	Δ
210	210	100x63x6	0	$30,2 \cdot 10^{-4}$	$30,2 \cdot 10^{-4}$	100x63x10	0	$30,2 \cdot 10^{-4}$	$30,2 \cdot 10^{-4}$	100x100x6	0	$19 \cdot 10^{-4}$	$19 \cdot 10^{-4}$
210	180		$-0,237 \cdot 10^{-4}$	$33,9 \cdot 10^{-4}$	$33,9 \cdot 10^{-4}$		$-0,553 \cdot 10^{-4}$	$33,3 \cdot 10^{-4}$	$33,3 \cdot 10^{-4}$		$-15,2 \cdot 10^{-4}$	$15,2 \cdot 10^{-4}$	$21,5 \cdot 10^{-4}$
210	150		$-0,7131 \cdot 10^{-4}$	$38,7 \cdot 10^{-4}$	$38,7 \cdot 10^{-4}$		$-1,562 \cdot 10^{-4}$	$37 \cdot 10^{-4}$	$37,1 \cdot 10^{-4}$		$-17,4 \cdot 10^{-4}$	$17,4 \cdot 10^{-4}$	$24,6 \cdot 10^{-4}$
210	120		$-1,721 \cdot 10^{-4}$	$45 \cdot 10^{-4}$	$45 \cdot 10^{-4}$		$-3,461 \cdot 10^{-4}$	$41,8 \cdot 10^{-4}$	$42 \cdot 10^{-4}$		$-20,4 \cdot 10^{-4}$	$20,4 \cdot 10^{-4}$	$28,9 \cdot 10^{-4}$
210	90		$-4,064 \cdot 10^{-4}$	$56,9 \cdot 10^{-4}$	$54,1 \cdot 10^{-4}$		$-7,281 \cdot 10^{-4}$	$48,82 \cdot 10^{-4}$	$48,7 \cdot 10^{-4}$		$-24,8 \cdot 10^{-4}$	$24,8 \cdot 10^{-4}$	$35,1 \cdot 10^{-4}$
210	60		$-10,4 \cdot 10^{-4}$	$67,6 \cdot 10^{-4}$	$68,4 \cdot 10^{-4}$		$-15,8 \cdot 10^{-4}$	$57,1 \cdot 10^{-4}$	$59,2 \cdot 10^{-4}$		$-31,8 \cdot 10^{-4}$	$31,8 \cdot 10^{-4}$	$44,9 \cdot 10^{-4}$
210	30		$-33,2 \cdot 10^{-4}$	$92,5 \cdot 10^{-4}$	$97,4 \cdot 10^{-4}$		$-38,1 \cdot 10^{-4}$	$70,7 \cdot 10^{-4}$	$80,3 \cdot 10^{-4}$		$-45,3 \cdot 10^{-4}$	$45,3 \cdot 10^{-4}$	$64,1 \cdot 10^{-4}$
210	10		$-93,4 \cdot 10^{-4}$	$122,1 \cdot 10^{-4}$	$153,8 \cdot 10^{-4}$		$-77,8 \cdot 10^{-4}$	$85,2 \cdot 10^{-4}$	$115,4 \cdot 10^{-4}$		$-67,7 \cdot 10^{-4}$	$67,7 \cdot 10^{-4}$	$95,7 \cdot 10^{-4}$
210	0		$-190,8 \cdot 10^{-4}$	$149,9 \cdot 10^{-4}$	$242,7 \cdot 10^{-4}$		$-121,5 \cdot 10^{-4}$	$96 \cdot 10^{-4}$	$154,8 \cdot 10^{-4}$		$-98,1 \cdot 10^{-4}$	$98,1 \cdot 10^{-4}$	$138,8 \cdot 10^{-4}$

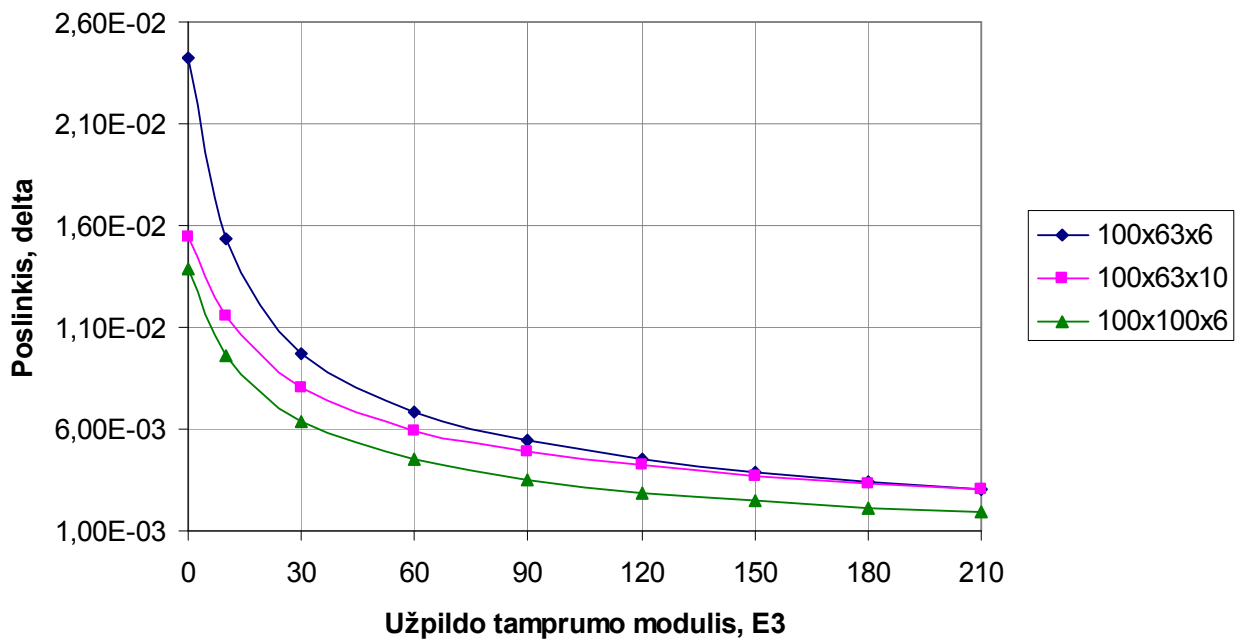
Sijos įlinkio priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3 kampuočiams 100x63x6 pateikiama 4.5.1-3 paveikslėlyje.



4.5.1 pav. Sijos įlinkio u kitimo priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3 .



4.5.2 pav. Sijos įlinkio v kitimo priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3 .



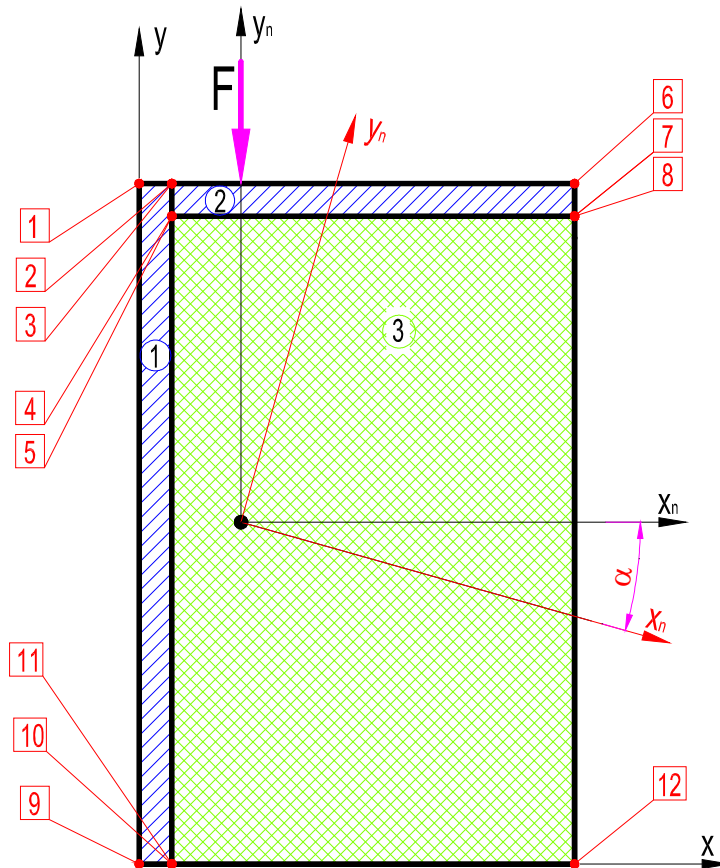
4.5.3 pav. Sijos įlinkio Δ kitimo priklausomybė nuo užpildo tamprumo modulio E_3 .

Iš gautų rezultatų matome, kad didėjant užpildo medžiagos tamprumo moduliu mažėja daugiasluoksnės sijos galo poslinkis. Logiška, nes didėjant užpildo moduliu didėja ir standumo modulis, kas suteikia sijai standumo. Užpildo tamprumo modulio reikšmei kylant nuo minimalios reikšmės link maksimalios, sijos poslinkio mažėjimas daug staigesnis prie pradinių tamprumo

modulio reikšmių nei šiai reikšmei artėjant prie kampuočio tamprumo reikšmės todėl, kad mažėja svarbiausiųjų ašių posūkio kampas. Kampuočio 100x63x6 be užpildo bendras sijos įlinkis sumažėja net 37% kai kampuotis užpildomas 10Gpa tamprumo modulio medžiaga. Iš 4.5.3 pav. matome, kad optimaliausia riba keisti užpildo tamprumo modulį yra iki 30-60GPa, nes būtent iki šios ribos užpildant kampuotį labiausiai sumažinamas sijos įlinkis.

5. DAUGIASLUOKSNĖS ĮSTRIŽAI LENKIAMOS SIJOS STIPRUMO TYRIMAS

Remiantis turimais duomenimis apskaičiuosime daugiasluoksnės sijos, apkrautos jėga $F = 10kN$, įtempimus skirtinguose sijos taškuose. Taškai sužymėti 5.1 paveikslėlyje, jų yra 12. Įtempimai bus skaičiuojami trijų tipų sijoms, kurių užpildo tamprumo modulis bus vienodas ($E_3 = 10GPa$), tik skirsis sijų geometriniai parametrai. Sijų geometriniai parametrai – 100x63x6, 100x63x10 ir 100x100x6.



5.1 pav. Daugiasluoksnės sijos, apkrautos jėga F , įtempimų skaičiavimo taškai.

Įtempimus tam tikruose taškuose x ir y ašių atžvilgiu sijai 100x63x6 apskaičiuosime pagal (3.31) ir (3.32) formules į jas įstatę lenkimo momentų išraiškas (3.33) ir (3.34). Kitų dviejų sijų taškų įtempimų skaičiavimai atliekami programa *MathCad v14*, o skaičiavimo rezultatai pateikiami 5.1 lentelėje.

$$\sigma_{xi} = \frac{F \cdot \cos \alpha \cdot l \cdot y_i}{D_{xEyE}} \cdot E_{xi};$$

$$\sigma_{x1} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \cos(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 30,75 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 21 \cdot 10^{10} = 1224,68 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{x2} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \cos(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 32,38 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 21 \cdot 10^{10} = 1289,44 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{x3} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \cos(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 32,38 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 21 \cdot 10^{10} = 1289,44 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{x4} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \cos(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 26,6 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 21 \cdot 10^{10} = 1059,41 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{x5} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \cos(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 26,6 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 1 \cdot 10^{10} = 50,448 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{x6} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \cos(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 47,82 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 21 \cdot 10^{10} = 1904,63 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{x7} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \cos(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 42,05 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 21 \cdot 10^{10} = 1674,6 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{x8} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \cos(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 42,05 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 1 \cdot 10^{10} = 79,743 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{x9} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \cos(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 65,51 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 21 \cdot 10^{10} = 2609,09 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{x10} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \cos(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 63,88 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 21 \cdot 10^{10} = 2544,34 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{x11} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \cos(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 63,88 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 1 \cdot 10^{10} = 121,159 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{x12} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \cos(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 48,44 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 1 \cdot 10^{10} = 91,864 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{yi} = \frac{F \cdot \sin \alpha \cdot l \cdot x_i}{D_{xEyE}} \cdot E_{yi};$$

$$\sigma_{y1} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \sin(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 28,1 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 21 \cdot 10^{10} = 315,023 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{y2} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \sin(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 22,32 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 21 \cdot 10^{10} = 250,266 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{y3} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \sin(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 22,32 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 21 \cdot 10^{10} = 250,266 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{y4} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \sin(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 20,69 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 21 \cdot 10^{10} = 232,036 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{y5} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \sin(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 20,69 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 1 \cdot 10^{10} = 11,049 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{y6} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \sin(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 32,55 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 21 \cdot 10^{10} = 364,921 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{y7} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \sin(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 34,17 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 21 \cdot 10^{10} = 383,151 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{y8} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \sin(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 34,17 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 1 \cdot 10^{10} = 18,245 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{y9} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \sin(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 0,998 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 21 \cdot 10^{10} = 11,188 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{y10} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \sin(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 4,78 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 21 \cdot 10^{10} = 53,569 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{y11} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \sin(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 4,78 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 1 \cdot 10^{10} = 2,551 \text{ MPa};$$

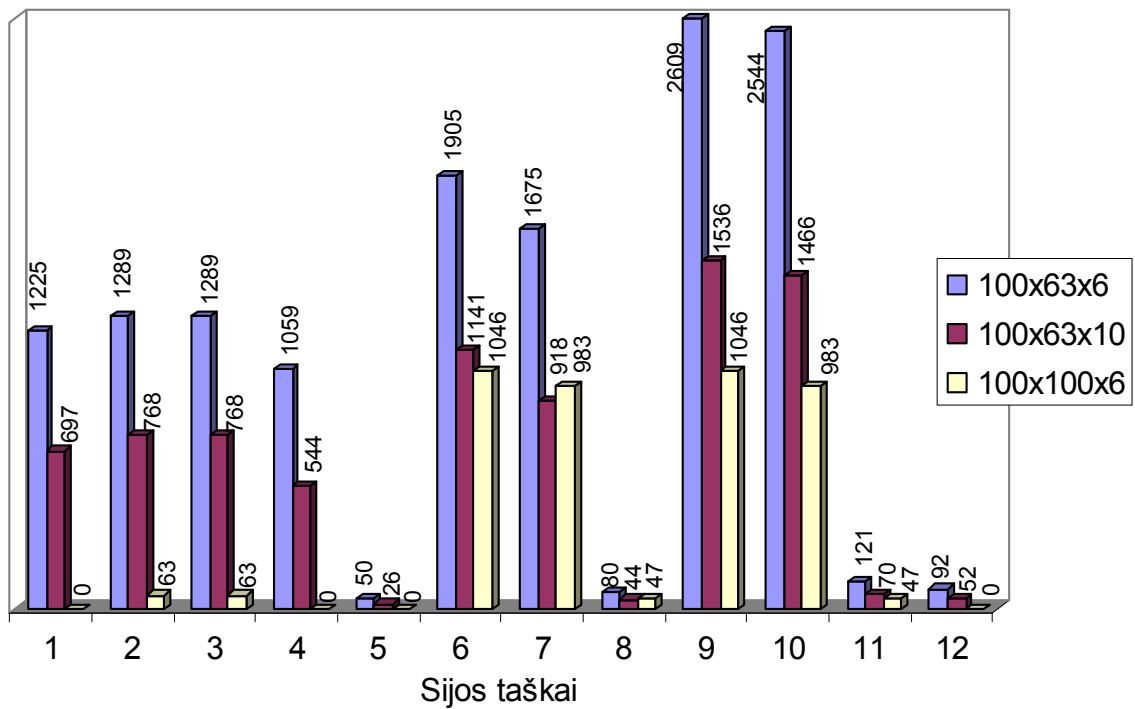
$$\sigma_{y12} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot \sin(15,72^\circ) \cdot 1 \cdot 59,64 \cdot 10^{-3}}{507,539 \cdot 10^2} \cdot 1 \cdot 10^{10} = 31,846 \text{ MPa};$$

5.1 Lentelė

Įtempimų skaičiavimo rezultatai

Taško Nr.	Sija 100x63x6		Sija 100x63x10		Sija 100x100x6	
	σ_x , MPa	σ_y , MPa	σ_x , MPa	σ_y , MPa	σ_x , MPa	σ_y , MPa
1	1224,68	315,023	697,348	213,105	0	712,892
2	1289,44	250,266	767,77	142,682	62,774	650,118
3	1289,44	250,266	767,77	142,682	62,774	650,118
4	1059,41	232,036	544,389	120,481	0	587,345
5	50,448	11,049	25,923	5,737	0	27,969
6	1904,63	364,921	1141,01	230,558	1046,23	333,333
7	1674,6	383,151	917,629	252,76	983,452	396,107
8	79,743	18,245	43,697	12,036	46,831	18,862
9	2609,09	11,188	1536,46	8,909	1046,23	333,333
10	2544,34	53,569	1466,04	79,331	983,452	396,107
11	121,159	2,551	69,812	3,778	46,931	18,862
12	91,864	31,846	52,038	21,551	0	65,693

Įtempimų reikšmės skirtingų sijų analogiškuose taškuose pateikiamos 5.2 paveikslėlyje, o įtempimų pasiskirstymo sijose diagramos pateikiamos 5.6-11 paveikslėliuose.



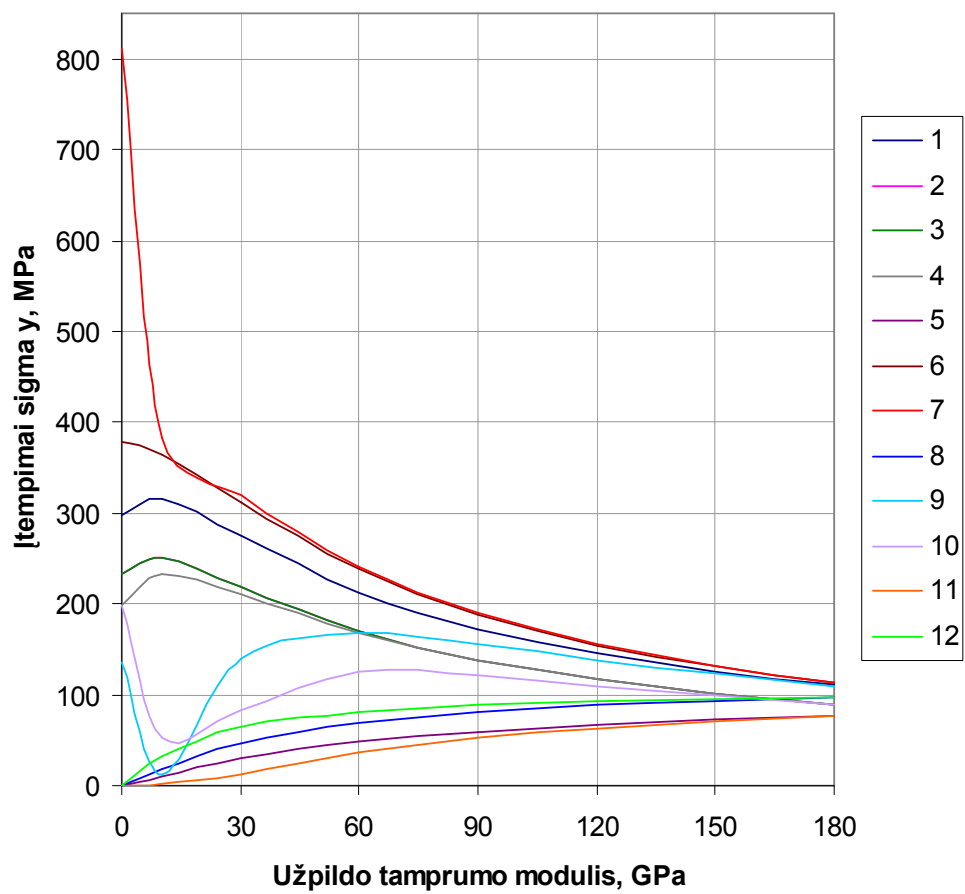
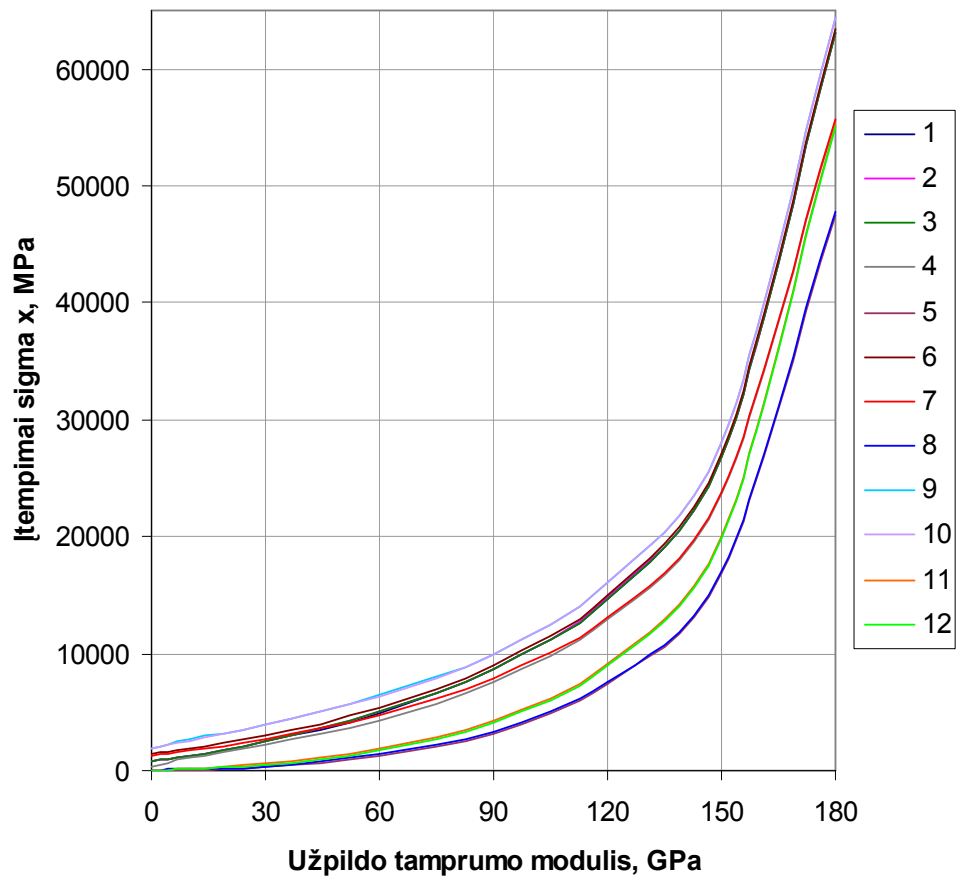
5.2 pav. Įtempimų reikšmės skirtingų sijų analogiškuose taškuose.

Iš gautų rezultatų grafiko matyti, kad šiuo atveju normalinių įtempimų pasiskirstymas priklauso nuo kampuočio formos. Užpildytam kampuočiui 100x63x6 įtempimai daug didesni nei kampuočiui 100x100x6 ar 100x63x10, nes jo mažesnis išcentrinis standumas lenkimui.

Visų taškų įtempimų skaičiavimų rezultatai pateikti lentelėse 5.2-3. Išanalizavę gautus rezultatus matome, nelygiašoniuose kampuočiuose įtempimai x ašies atžvilgiu didinant tamprumo modulį kyla, y ašies atžvilgiu mažėja, taip yra todėl, kad kinta standumo centro koordinatės ir posūkio kampas α . Lygiašoniame kamputyje įtempimai abiejų ašių atžvilgiu didinant užpildo tamprumo modulį didėja. Tolygų įtempimų abiejų ašių atžvilgiu didėjimą nulemia tai, kad svarbiausiosios ašys išlieka pasisukusios 45° kampu.

Įtempimų skaičiavimo rezultatai sijoje 100x63x6

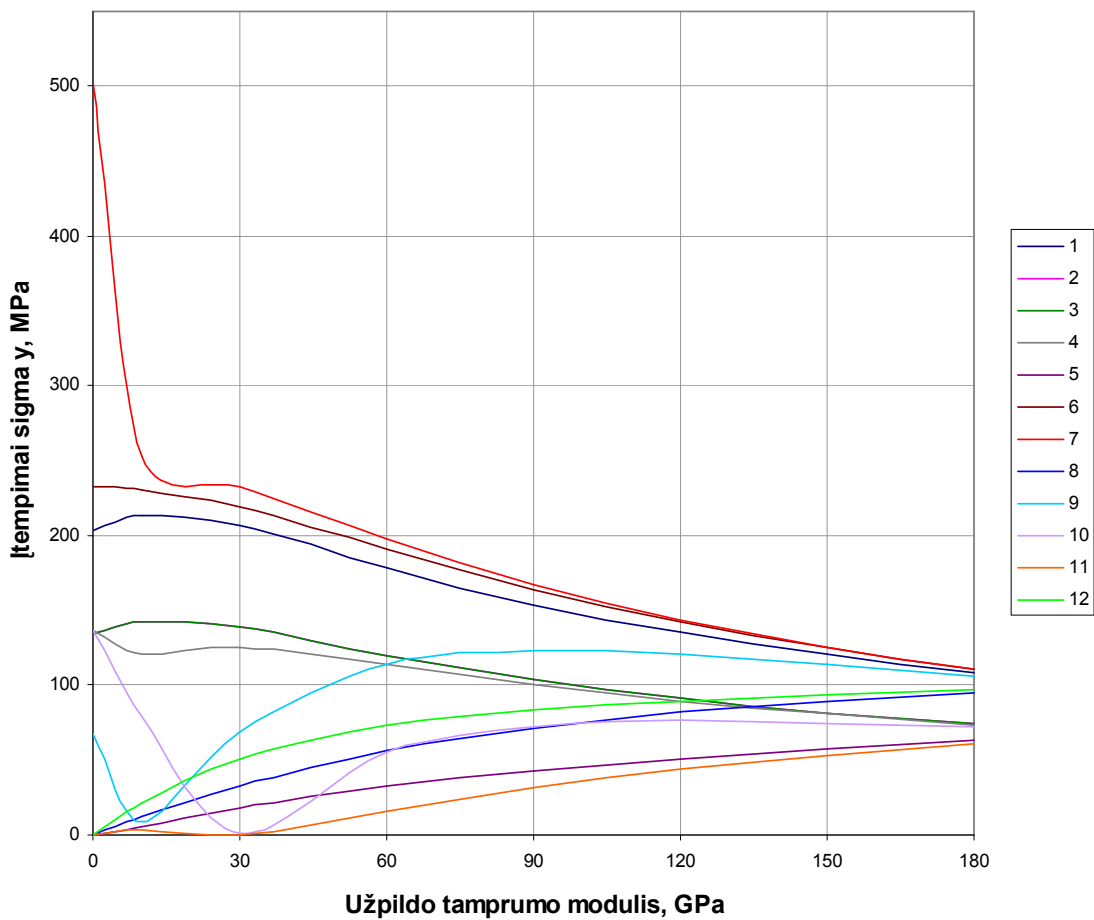
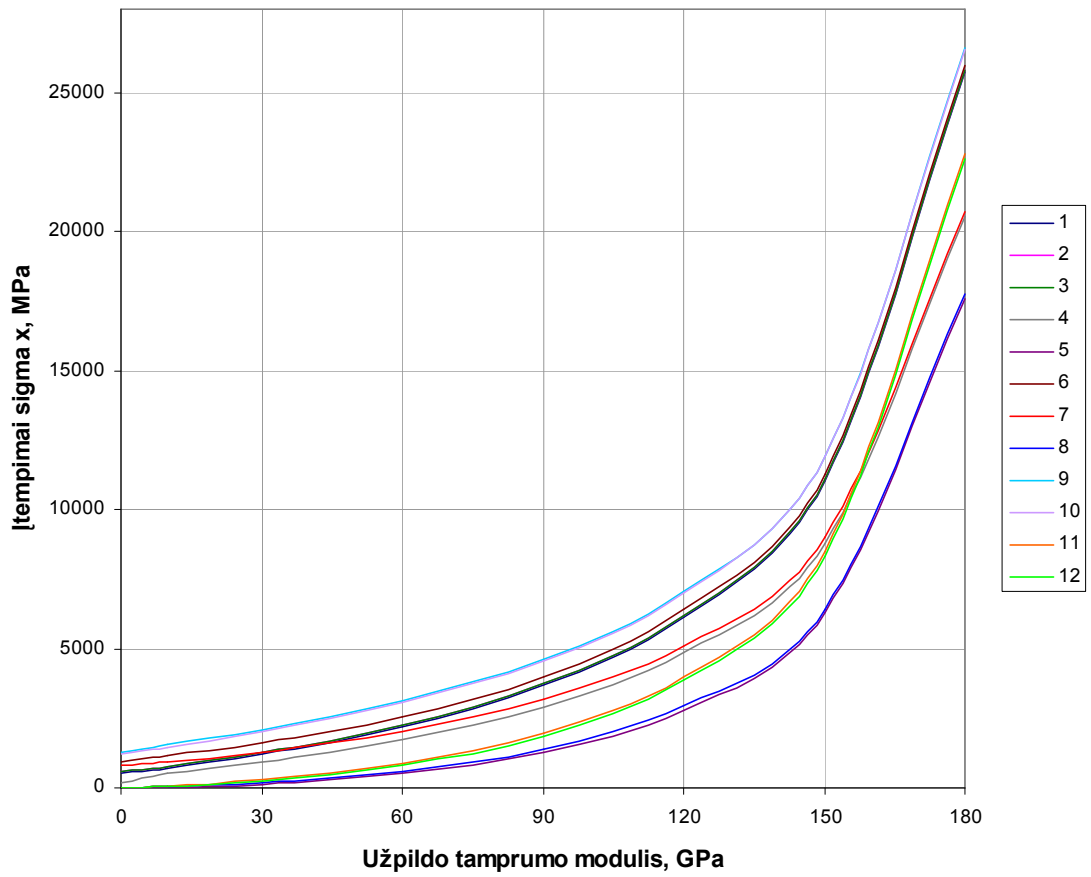
Taško Nr.	Tamprumo modulis, Gpa	$E_1 = E_2,$ MPa	210	210	210	210	210	210	210	210
		$E_3,$ MPa	0	10	30	60	90	120	150	180
1	$\sigma_x,$ MPa		723,922	1224,68	2474,1	4955,78	8625,14	14700,7	26817,1	63122,4
	$\sigma_y,$ MPa		297,35	315,02	275,28	212,97	172,667	145,5	125,93	111,12
2	$\sigma_x,$ MPa		788,35	1289,44	2530,06	4998,77	8659,54	14759,3	26841,6	63143,8
	$\sigma_y,$ MPa		232,92	250,27	219,33	169,98	138,27	116,9	101,48	89,76
3	$\sigma_x,$ MPa		788,35	1289,44	2530,06	4998,77	8659,54	14729,3	26741,6	63143,8
	$\sigma_y,$ MPa		232,92	250,27	219,33	169,98	138,27	116,9	101,48	89,76
4	$\sigma_x,$ MPa		1880,27	1059,41	2144,76	4317,75	7541,37	12887,7	23645,1	55492,3
	$\sigma_y,$ MPa		199,2	232,04	211,21	167,26	137,21	116,46	101,3	89,71
5	$\sigma_x,$ MPa		0	50,45	306,4	1233,64	3232,01	7362,7	16817,9	47564,8
	$\sigma_y,$ MPa		0	11,05	30,17	47,79	58,8	66,55	72,35	76,89
6	$\sigma_x,$ MPa		1400,45	1904,63	3061,6	5407,23	8986,36	15000,1	27073,9	63346,6
	$\sigma_y,$ MPa		379,18	364,92	312,21	238,48	188,55	154,76	130,81	113,09
7	$\sigma_x,$ MPa		1268,18	1674,6	2676,31	4726,2	7868,19	13156,4	23777,4	55695,2
	$\sigma_y,$ MPa		811,29	383,15	320,34	241,19	189,61	155,21	130,99	113,15
8	$\sigma_x,$ MPa		0	79,74	382,33	1350,34	3372,08	7517,94	16983,8	47738,7
	$\sigma_y,$ MPa		0	18,25	45,76	68,91	81,26	88,69	93,57	96,98
9	$\sigma_x,$ MPa		1944,7	2609,09	3947,45	6394,69	10001,1	16042,5	28124,2	64401,9
	$\sigma_y,$ MPa		134,77	11,19	139,86	167,734	155,03	138,11	122,91	110,12
10	$\sigma_x,$ MPa		1880,27	2544,34	3891,5	6351,69	9976,63	16013,9	28099,7	64380,5
	$\sigma_y,$ MPa		199,2	53,57	83,91	124,74	120,62	109,51	98,46	88,77
11	$\sigma_x,$ MPa		0	121,16	555,93	1814,77	4275,7	9150,82	20071,2	55183,3
	$\sigma_y,$ MPa		0	2,55	11,99	35,64	51,7	62,58	70,33	76,09
12	$\sigma_x,$ MPa		0	91,86	479,99	1698,07	4135,63	8995,58	19905,3	55009,4
	$\sigma_y,$ MPa		0	31,85	63,95	81,062	88,37	92,66	95,6	97,78



5.3 pav. Įtempimų pasiskirstymas sijos 100x63x6 taškuose keičiant užpildo tamprumo modulį.

Įtempimų skaičiavimo rezultatai sijoje 100x63x10

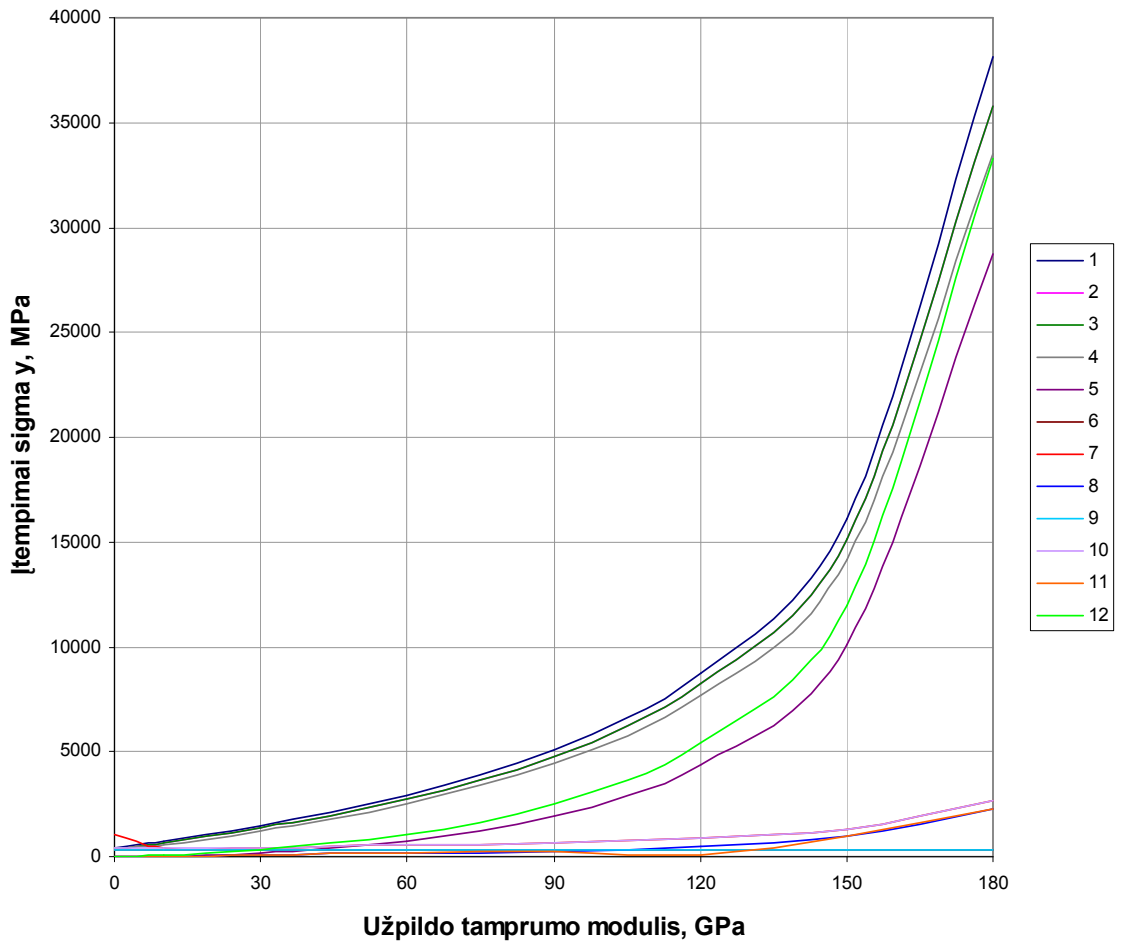
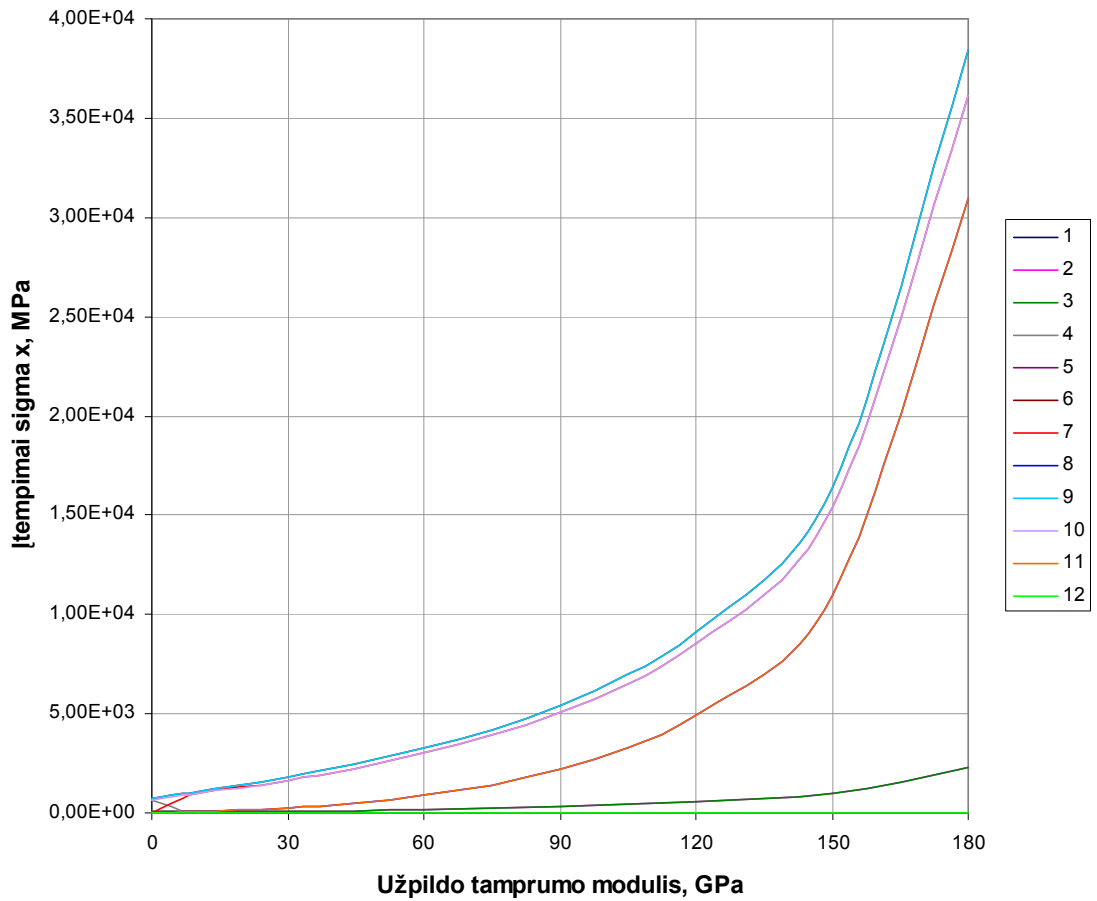
Taško Nr.	Tamprumo modulis, Gpa	$E_1 = E_2$, MPa	210	210	210	210	210	210	210	210
		E_3 , MPa	0	10	30	60	90	120	150	180
1	σ_x , MPa	497,85	697,35	1193,28	2199,24	3691,35	6156,12	11062,4	25749,1	
	σ_y , MPa	202,96	213,11	206,34	178,72	154,11	135,18	120,55	108,94	
2	σ_x , MPa	566,95	767,77	1260,72	2257,9	3741,88	6200,17	11101,4	25784	
	σ_y , MPa	133,86	142,68	138,9	120,06	103,59	91,13	81,59	74,05	
3	σ_x , MPa	566,95	767,77	1260,72	2257,9	3741,88	6200,17	11101,4	25784	
	σ_y , MPa	133,86	142,68	138,9	120,06	103,59	91,13	81,59	74,05	
4	σ_x , MPa	199,29	544,389	931,1	1725,27	2912,37	4879,89	8801,97	20549,1	
	σ_y , MPa	136,44	120,48	125,1	113,6	100,51	89,66	80,93	73,82	
5	σ_x , MPa	0	25,92	133,02	492,94	1248,16	2788,51	6287,12	17613,5	
	σ_y , MPa	0	5,74	17,87	32,46	43,07	51,23	57,81	63,27	
6	σ_x , MPa	933,15	1141,01	1618,17	2568,77	4009,68	6433,66	11307,9	25968,9	
	σ_y , MPa	232,34	230,56	218,55	190,81	164,21	142,35	124,89	110,87	
7	σ_x , MPa	833,09	917,63	1288,56	2036,15	3180,17	5113,37	9008,45	20734	
	σ_y , MPa	502,64	252,76	232,35	197,27	167,29	143,82	125,55	111,11	
8	σ_x , MPa	0	43,7	184,08	581,76	1362,93	2921,93	6434,6	17772	
	σ_y , MPa	0	12,04	33,19	56,36	71,7	82,18	89,68	95,23	
9	σ_x , MPa	1268,39	1534,46	2102,89	3127	4603,72	7046,71	11931,9	26599,6	
	σ_y , MPa	67,34	8,91	68,35	114,12	123,34	120,49	113,95	106,61	
10	σ_x , MPa	1199,29	1466,01	2035,44	3068,34	4553,19	7002,66	11892,9	26564,7	
	σ_y , MPa	136,44	79,33	0,902	55,47	72,81	76,43	74,99	71,72	
11	σ_x , MPa	0	69,81	290,78	876,67	1951,37	4001,52	8494,93	22769,7	
	σ_y , MPa	0	3,78	0,129	15,85	31,2	43,68	53,57	61,48	
12	σ_x , MPa	0	52,04	239,71	787,85	1836,6	3868,1	8347,44	22611,2	
	σ_y , MPa	0	21,55	50,94	72,97	83,57	89,74	93,92	97,03	



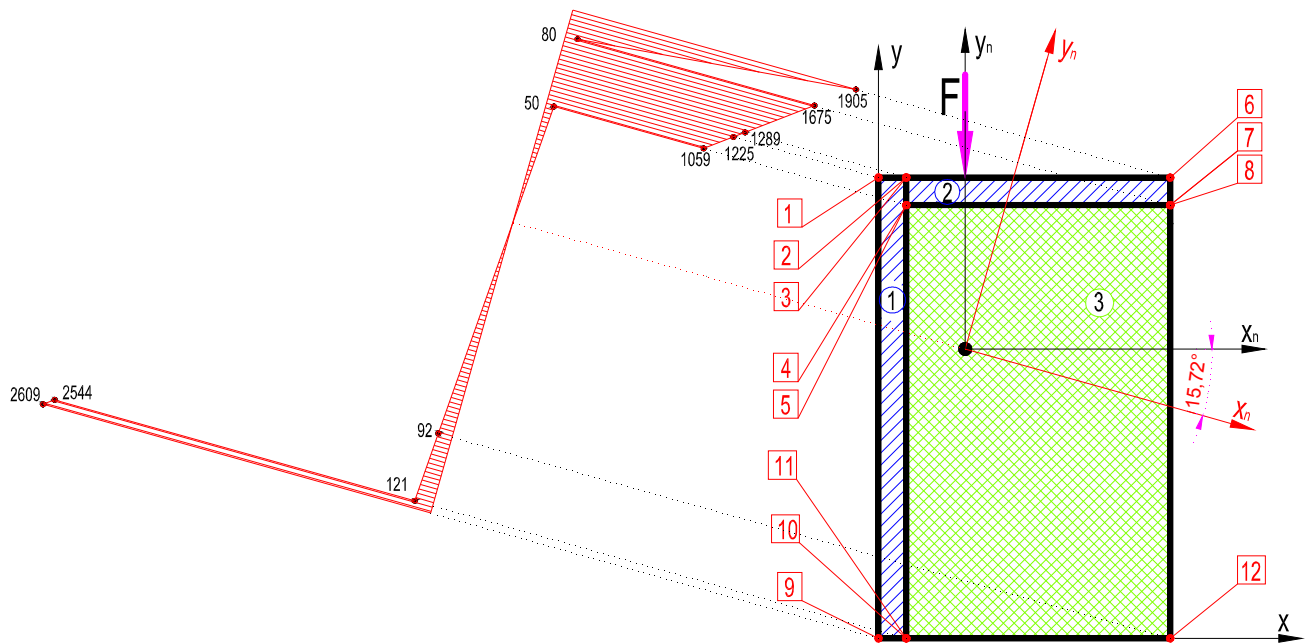
5.4 pav. Įtempimų pasiskirstymas sijos 100x63x10 taškuose keičiant užpildo tamprumo modulį.

Įtempimų skaičiavimo rezultatai sijoje 100x100x6

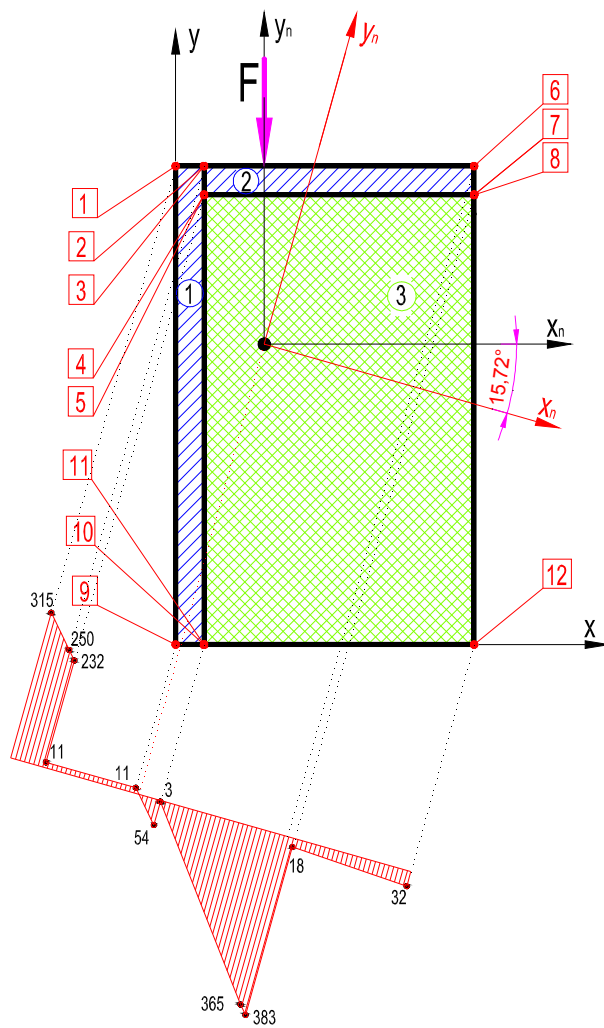
Taško Nr.	Tamprumo modulis, Gpa	$E_1 = E_2$, MPa	210	210	210	210	210	210	210
		E_3 , MPa	0	10	30	60	90	120	150
1	σ_x , MPa	$3,59 \cdot 10^{-8}$	$5,133 \cdot 10^{-8}$	$69,86 \cdot 10^{-8}$	$286,75 \cdot 10^{-8}$	0,055	0,447	0,015	0,082
	σ_y , MPa	398,52	712,89	1446,42	2913,49	5114,02	8781,73	16117	38123
2	σ_x , MPa	43,91	62,77	106,79	194,81	326,9	546,9	987,02	2307,38
	σ_y , MPa	354,61	650,12	1339,64	2718,68	4787,18	8234,83	15130	35815,6
3	σ_x , MPa	43,91	62,77	106,79	194,81	326,9	546,9	987,23	2307,38
	σ_y , MPa	354,61	650,12	1339,64	2718,68	4787,18	8234,83	15130	35815,6
4	σ_x , MPa	687,94	$20,53 \cdot 10^{-8}$	$43,66 \cdot 10^{-8}$	$223,03 \cdot 10^{-8}$	0,048	0,385	0,013	0,072
	σ_y , MPa	377,25	587,35	1232,85	2523,87	4460,34	7687,93	14143	33508,2
5	σ_x , MPa	0	$0,978 \cdot 10^{-8}$	$6,24 \cdot 10^{-8}$	$63,72 \cdot 10^{-8}$	0,021	0,22	0,93	0,061
	σ_y , MPa	0	27,97	176,12	721,11	1911,57	4393,1	10102,1	28721,3
6	σ_x , MPa	731,86	1046,23	1779,76	3246,82	5447,47	9115,07	16450,4	38456,3
	σ_y , MPa	333,33	333,33	333,33	333,33	333,39	333,33	333,33	333,33
7	σ_x , MPa	$7,18 \cdot 10^{-8}$	983,45	1672,97	3052,01	5120,62	8568,16	15463,4	36148,9
	σ_y , MPa	1065,19	396,11	440,12	528,14	660,23	880,24	1320,36	2640,71
8	σ_x , MPa	0	46,83	238,996	872,003	2194,55	4896,09	11045,3	30984,8
	σ_y , MPa	0	18,86	62,87	150,9	282,95	502,99	943,11	2263,47
9	σ_x , MPa	731,86	1046,23	1779,76	3246,82	5447,47	9115,07	16450,4	38456,3
	σ_y , MPa	333,33	333,33	333,33	333,33	333,27	333,33	333,33	333,33
10	σ_x , MPa	687,94	983,45	1672,97	3052,01	5120,63	8568,16	15463,4	36148,9
	σ_y , MPa	377,25	396,11	440,12	528,142	660,12	880,24	1320,46	2640,71
11	σ_x , MPa	0	46,83	238,996	872,003	2194,56	4896,09	11045,3	30984,8
	σ_y , MPa	0	18,86	62,87	150,9	282,91	50,299	943,11	2263,47
12	σ_x , MPa	0	$0,978 \cdot 10^{-8}$	$17,46 \cdot 10^{-8}$	$91,03 \cdot 10^{-8}$	0,027	0,271	0,011	0,071
	σ_y , MPa	0	65,69	301,87	1022,9	2477,44	5399,09	11988,4	33248,3



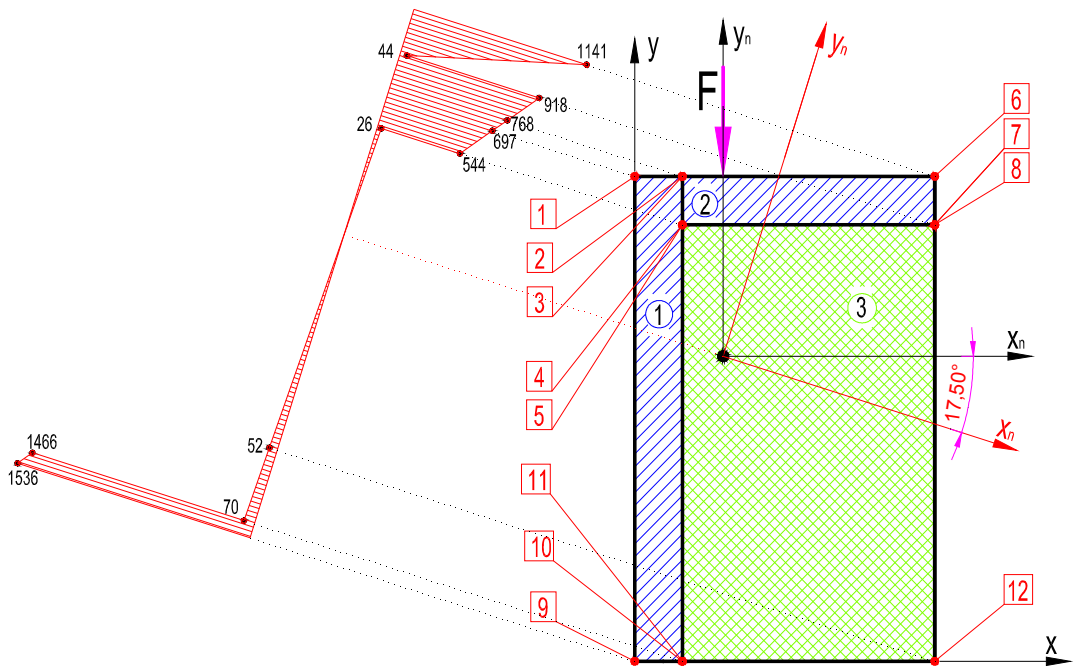
5.5 pav. Įtempimų pasiskirstymas sijos 100x63x6 taškuose keičiant užpildo tamprumo modulį.



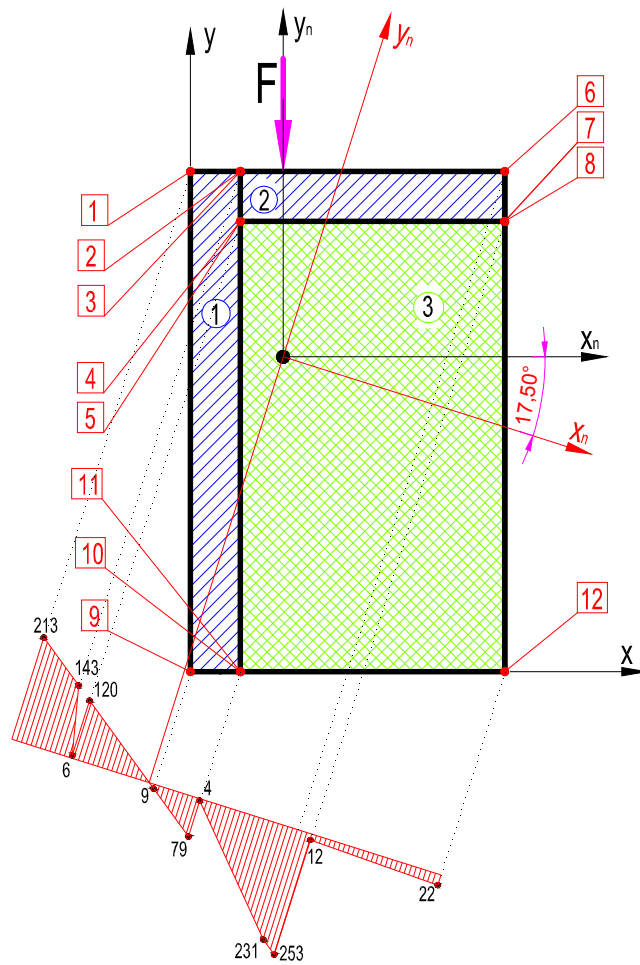
5.6 pav. Įtempimų pasiskirstymas sijoje 100x63x6 svarbiausiosios ašies x_E atžvilgiu.



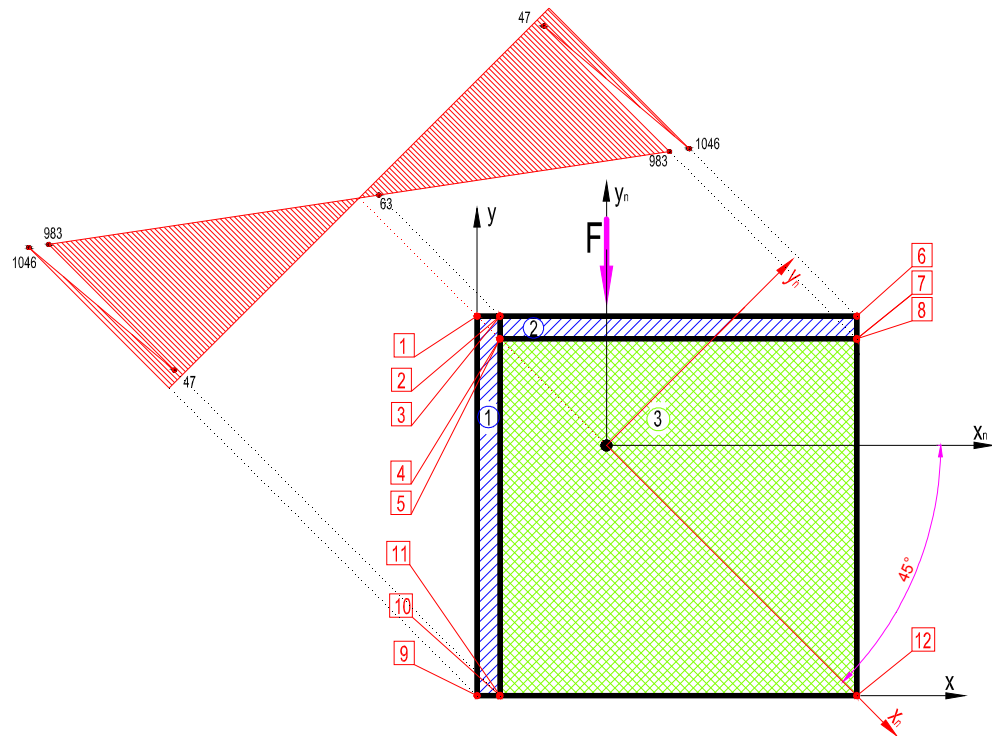
5.7 pav. Įtempimų pasiskirstymas sijoje 100x63x6 svarbiausiosios ašies y_E atžvilgiu.



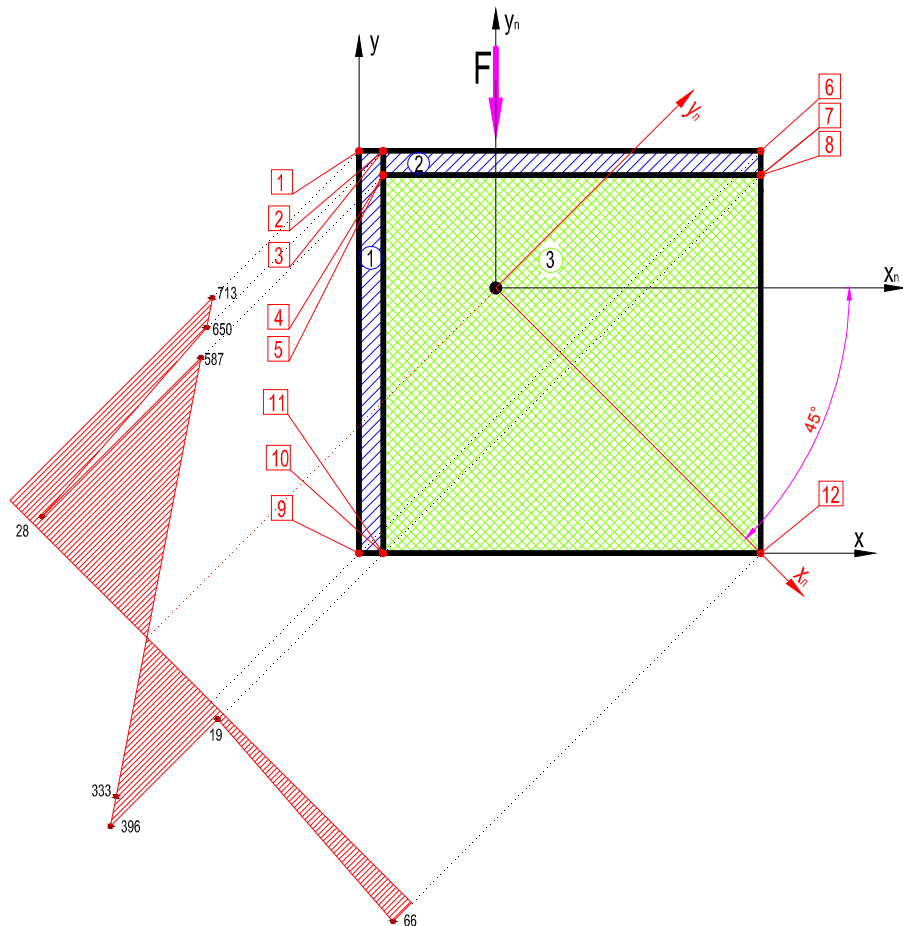
5.8 pav. Įtempimų pasiskirstymas sijoje 100x63x10 svarbiausiosios ašies x_E atžvilgiu.



5.9 pav. Įtempimų pasiskirstymas sijoje 100x63x10 svarbiausiosios ašies y_E atžvilgiu.



5.10 pav. Įtempimų pasiskirstymas sijoje 100x100x6 svarbiausiosios ašies x_E atžvilgiu.



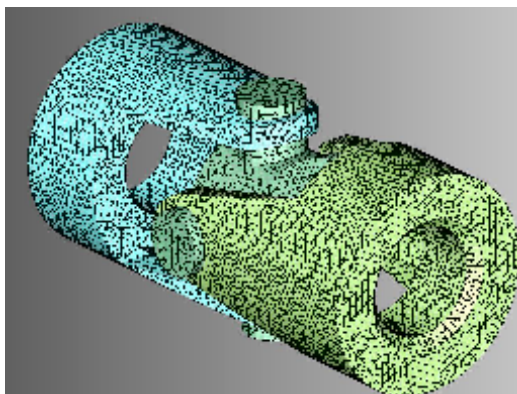
5.11 pav. Įtempimų pasiskirstymas sijoje 100x100x6 svarbiausiosios ašies y_E atžvilgiu.

6. DAUGIASLUOKSNĖS ĮSTRIŽAI LENKIAMOS SIJOS STANDUMO TYRIMAS PANAUDOJANT BEM METODĄ.

Baigtinių elementų metodas (BEM) - skaitmeninis metodas, leidžiantis rasti apytikslius diferencialinių lygčių dalinėmis išvestinėmis ar integralinių lygčių sprendinius. Metodo esmė - sritis, kurioje ieškomas sprendimas, suskaidoma į dalis (baigtinius elementus). Tada daroma prielaida, kad kiekviename elemente nagrinėjamas nežinomasis kinta nesudėtingu dėsnio ir diferencialinė lygtis jame pakeičiama į algebrinių lygčių sistemą. Sujungus visų elementų sistemas gaunama sistema, kurią išsprendus gaunamas atsakymas.

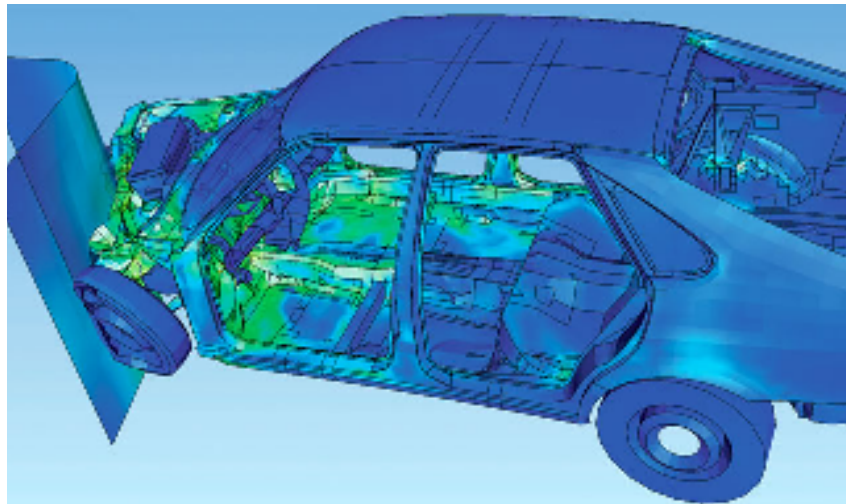
Sprendžiant deformuojamo kūno mechanikos uždavinius baigtinių elementų metodu, atliekami tokie etapai [5]:

1. Konstrukcijos arba srities dalijimas į baigtinius elementus (6.1 pav.)
2. Kiekvieno baigtinio elemento standumo matricų formavimas (nustatomas ryšys tarp elemento mazgų apkrovų ir šių mazgų poslinkių).
3. Elementų ryšio nustatymas ir bendro BEM modelio suformavimas (globalinės standumo matricos formavimas).
4. Apkrovų BEM modelyje paskirstymas ir įvertinimas.
5. Įtvirtinimo (kraštinių) sąlygų įvertinimas ir atitinkamas BEM modelio modifikavimas.
6. Tiesinių algebrinių lygčių sistemos sprendimas, kurio metu nustatomi mazgų poslinkiai.
7. Elementų santykinų deformacijų ir įtempimų elementuose skaičiavimas.



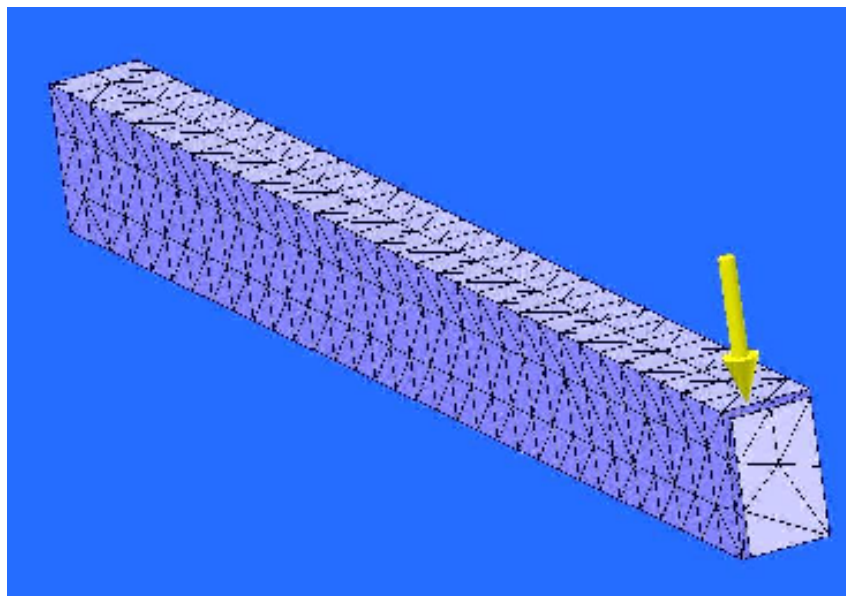
6.1 pav. Konstrukcijos suskaidymas į baigtinius elementus

Baigtinių elementų metodas labai plačiai naudojamas įvairiose sferose. Vienas iš pavyzdžių, tai BEM panaudojimas automobilių pramonėje, nauji automobilių prototipai apkraunami ir bandomi šiuo metodu. Bandymai atliekami atskiriems mazgams, detalėms ir visam modeliui imituojant automobilio avariją (6.2 pav.)



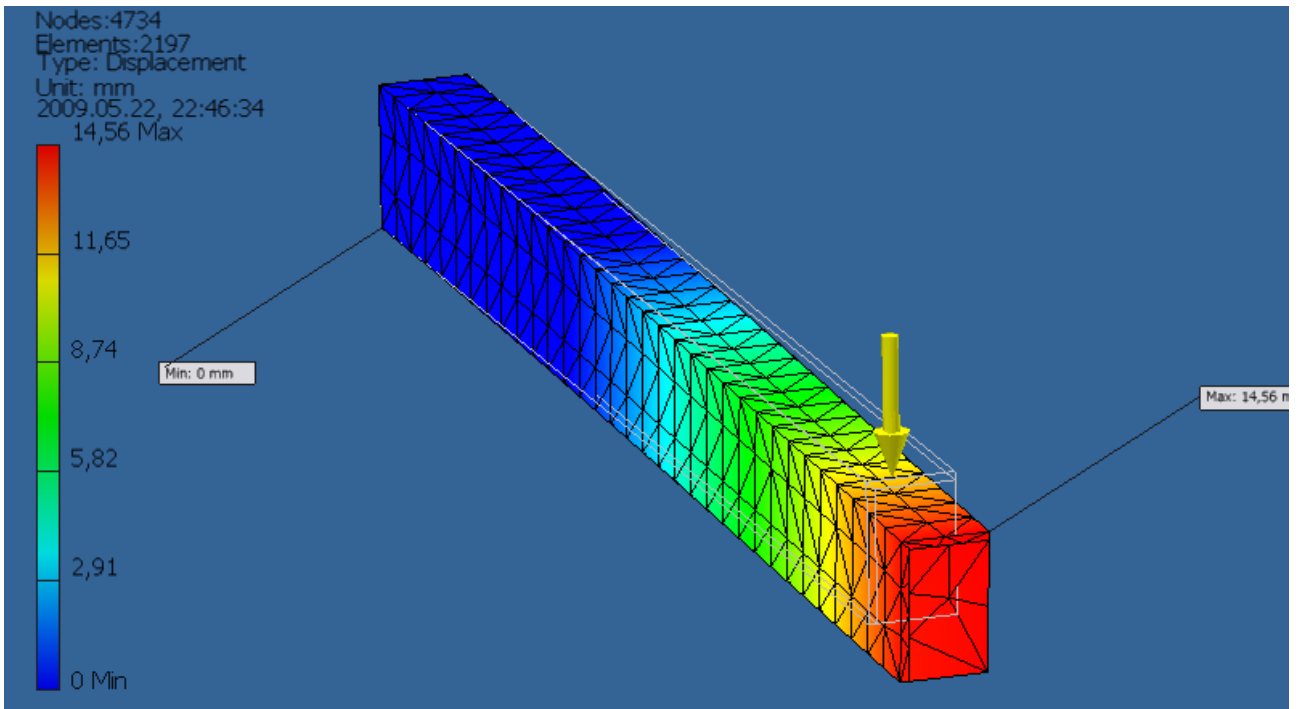
6.2 pav. Automobilio avarijos analizė naudojant baigtinių elementų metodą.

Pasinaudodamas baigtinių elementų metodu ištirsiu daugiasluoksnės įstrižai lenkiamos sijos standumą. Tyrimui naudojama programa Autodesk Inventor Simulation Suite 2010. Šios programos aplinkos pagalba sukuriama daugiasluoksnė sija, kuri suskaidoma baigtiniais elementais ir apkraunama jėga F (6.3 pav.).

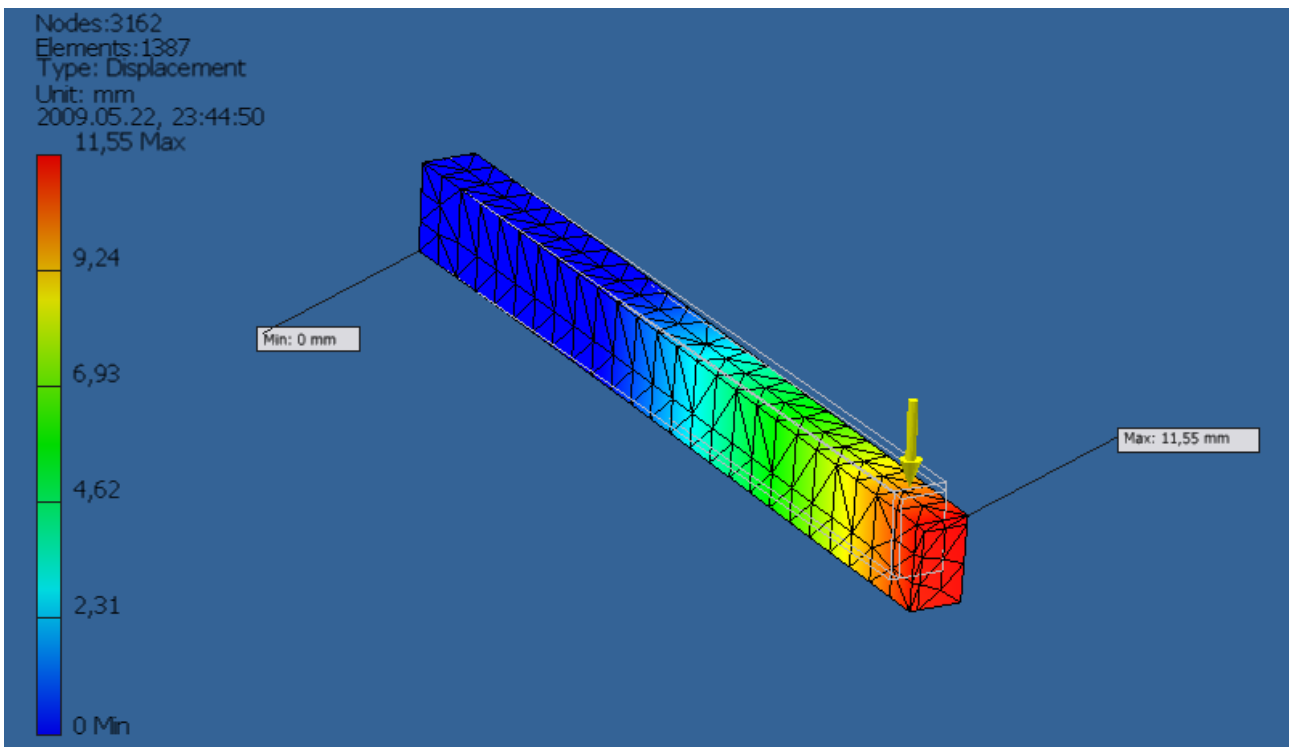


6.3 pav. Sijos apkrovimas

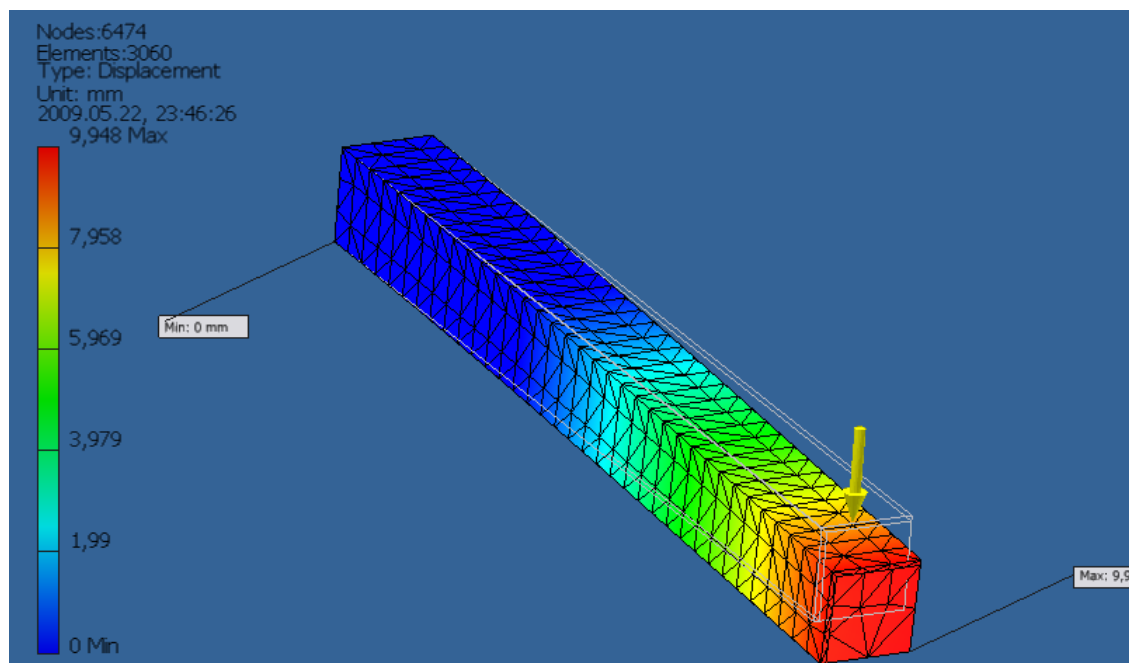
Bandyamas atliekamas trims daugiasluoksnėms sijoms $100 \times 63 \times 6$, $100 \times 63 \times 10$ ir $100 \times 100 \times 6$. Visų trijų sijų užpildo tamprumo modulis lygus $E_3 = 10 \text{ GPa}$. Gautuose rezultatuose nurodomas maksimalus sijos įlinkis, rezultatai pateikiami 6.4-6 paveiksluose.



6.4 pav. Daugiasluoksnės sijos 100x63x6 įlinkis.



6.5 pav. Daugiasluoksnės sijos 100x63x10 įlinkis.



6.6 pav. Daugiasluoksnės sijos 100x100x6 įlinkis.

Skaičiuojant analitiniu metodu sijos 100x63x6 galo poslinkis buvo gautas 15,38 mm, o skaičiuojant baigtinių elementų metodu 14,56mm, sijos 100x63x10 galo poslinkis atitinkamai 11,54 mm ir 11,55 mm, o sijos 100x100x6 galo poslinkis analitiniu būdu gautas 9,57 mm, baigtinių elementų metodu 9,95 mm.

Apskaičiuojame sijos galo poslinkių santykinį skirtumą pagal gautus rezultatus skaičiuojant analitiniu ir baigtinių elementų metodu:

$$\Delta_s = \frac{|\Delta_A - \Delta_{BEM}|}{\Delta_A} \cdot 100\%; \quad (6.1)$$

čia Δ_A - poslinkio reikšmė gauta skaičiuojant analitiniu būdu;

Δ_{BEM} - poslinkio reikšmė gauta baigtinių elementų metodu.

Sijos, kurios kampuočiai 100x63x6, santykinis skirtumas:

$$\Delta_s = \frac{|15,38 - 14,56|}{15,38} \cdot 100\% = 5,33\% .$$

Sijos, kurios kampuočiai 100x63x10, santykinis skirtumas:

$$\Delta_s = \frac{|11,54 - 11,55|}{11,54} \cdot 100\% = 0,087\% .$$

Sijos, kurios kampuočiai 100x63x6, santykinis skirtumas:

$$\Delta_s = \frac{|9,57 - 9,95|}{9,57} \cdot 100\% = 3,97\% .$$

Sulyginus gautus rezultatus galima teigti, kad analitiniai skaičiavimai atlikti pakankamai tiksliai, nes gautos reikšmės yra tos pačios eilės, gautų rezultatų santykinis skirtumas neviršija 6%.

IŠVADOS

Atlikus tyrimą analitiniais skaičiavimais ir BEM metodu daugiasluoksnei įstrižai lenkiamai sijai, pateikus skaičiavimo rezultatus, nubraižius parametrų pasiskirstymo ir įtempimų grafikus, galima padaryti išvadas, kad:

- ⇒ Didėjant užpildo medžiagos tamprumo moduliui mažėja daugiasluoksnės sijos galo poslinkis, nes didėja standumo modulis, kas suteikia sijai standumo. Užpildo tamprumo modulio reikšmei kylant nuo minimalios reikšmės link maksimalios, sijos poslinkio mažėjimas daug staigesnis prie pradinių tamprumo modulio reikšmių nei šiai reikšmei artėjant prie kampočio tamprumo reikšmės todėl, kad mažėja svarbiausių ašių posūkio kampas. Todėl optimaliausia riba keisti užpildo tamprumo modulį yra nuo 1 Gpa iki 30-60GPa, nes būtent iki šios ribos užpildant kampočių labiausiai sumažinamas sijos įlinkis atsižvelgiant į užpildo tamprumo modulio dydį.
- ⇒ Normalinių įtempimų pasiskirstymas priklauso nuo kampočio geometrinės formos. Kampočio 100x63x6 įtempimai daug didesni nei kampočių 100x100x6 ar 100x63x10, nes jo mažesnis išcentrinis standumas lenkimui. Išanalizavę gautus rezultatus matome, kad nelygiašoniuose kampočiuose įtempimai x ašies atžvilgiu didinant tamprumo modulį kyla, y ašies atžvilgiu mažėja, taip yra todėl, kad kinta standumo centro koordinatės ir posūkio kampas α . Lygiašoniame kampočiuose įtempimai abiejų ašių atžvilgiu didinant užpildo tamprumo modulį didėja.
- ⇒ Statiniai standumo centrai tiesiškai priklausomi nuo tamprumo modulio. Palyginus sijų statinio standumo centro kitimo kreives nustatyta, kad sienelės storis didelės įtakos sijos statinio standumo centro koordinatėms neturi, o ilgesnė kampočio kraštinė turi žymesnę įtaką.
- ⇒ Ašinis standumas nuo užpildo tamprumo modulio šiuose sijose priklausomas tiesiškai. Didėjant užpildo tamprumo moduliui ir kampočio sienelės plotui ašinis standumas didėja.
- ⇒ Standumo centro koordinatės x_E ir y_E didinant užpildo tamprumo modulį artėja prie geometrinio centro, nes sijos sluoksnių tamprumo moduliai artėja prie lygybės $E_1 = E_2 = E_3$.
- ⇒ Daugiasluoksnės sijos standumas lenkimui didėja didėjant užpildo medžiagos tamprumo moduliui. Taip pat sijos standumas lenkimui sparčiau didėja didinant užpildo medžiagos tamprumo modulį lygiašoniame kampočiuose. Standumo didėjimą didinant užpildo tamprumo modulį įtakoja tai, kad didėja išorinių sluoksnių (kampočio) atstumas iki neutraliojo sluoksnio. Sijos 100x100x6 akivaizdžiai didesnę standumą lenkimui įtakoja kampočio skerspjūvio plotas. Didinant užpildo tamprumo modulį mažėja išcentrinis standumas lenkimui, kurio mažėjimą įtakoja mažėjantis sijos skerspjūvio inercijos momentas.
- ⇒ Nelygiašonio kampočio svarbiausių ašių posūkio kampas didėjant užpildo medžiagos tamprumo moduliui mažėja. Nes sijos sluoksnių santykis E_1/E_3 artėja prie 1. Esant storesnei

kampuočio sienelei ir tokiam pat užpildo tamprumo moduliui, posūkio kampas atitinkamai mažesnis nei kampuočio su plonesne sienele, nes standumo centro koordinatės sijos storesnėmis sienelėmis arčiau geometrinio sijos centro. Sijos sudarytos iš lygiašonio kampuočio ir užpildo, svarbiausiųjų ašių posūkio kampui, kuris lygus -45° , užpildo tamprumo modulis visiškai neturi įtakos, standumo centro koordinatės kintant užpildo tamprumo moduliui kinta, o svarbiausiųjų ašių posūkio kampas išlieka toks pat, išskyrus tą atvejį kai užpildo tamprumo modulis lygus kampuočio tamprumo moduliui, tada posūkio kampas lygus 0, nes sija tampa homogenine.

⇒ Sijos galo poslinkio parametrus nustatius baigtinių elementų metodu ir palyginus su analitiniais skaičiavimais, gautas santykinis skirtumas neviršija 6%, todėl galima teigti, kad analitiniais skaičiavimai atlikti pakankamai teisingai. Analitinių skaičiavimų ir BEM nesutapimui įtakos gali turėti skaičiavimo paklaidos, atsirandančios apvalinant skaičių reikšmes.

LITERATŪRA

1. Bareišis J. Konstrukcinių elementų atsparumas. Šiauliai, 2003.
2. Bareišis J. Medžiagų mechanika. Šiauliai, 2000.
3. Čižas A. Medžiagų atsparumas. Konstrukcinių elementų mechanika. Vilnius, Technika, 1993. 191 p., 237 p.
4. Bareišis J. Plastikų, kompozitų ir daugi sluoksnių konstrukcinių elementų stiprumas. Monografija. Kaunas, Technologija, 2006. 111 p. ISBN 9955-25-150-6.
5. Bareišis J. Konstrukcinis stiprumas ir patikimumas. Paskaitų konspektas, II dalis, 2002.
6. R. Barauskas, R. Belevičius, R. Kačianauskas „Baigtinių elementų metodo pagrindai“, Vilnius, Technika, 2004.
7. Ramonas Z. Technologijos fakulteto studijų darbų parengimo tvarka/Z. Ramonas, V. Pertronis, D. Čikotienė. Šiauliai, 2004.
8. Čižas A. Aiškinamasis medžiagų atsparumo uždavinynas/V. Viršilas, J. Žekevičius. Vilnius, 2000. ISBN 9986-546-95-8.