



**VILNIAUS UNIVERSITETO  
VERSLO MOKYKLA**

**TVARIŲ VERSLO FINANSŲ IR INVESTICIJŲ PROGRAMA**

**Paulius Pajarskas**

**MAGISTRO BAIGIAMASIS DARBAS**

<b>MAŽMENINIO INVESTUOTOJO PORTFELIO OPTIMIZAVIMAS</b>	<b>RETAIL INVESTOR'S PORTFOLIO OPTIMIZATION</b>
--	---

**Studentas** \_\_\_\_\_

(parašas)

**Darbo vadovas** \_\_\_\_\_

(parašas)

**Doc. Dr. Ieva Bužienė**



Vilnius, 2024 m.

## SANTRAUKA

VILNIAUS UNIVERSITETO VERSLO MOKYKLA  
TVARIŲ VERSLO FINANSŲ IR INVESTICIJŲ PROGRAMA  
STUDENTAS PAULIUS PAJARSKAS  
MAŽMENINIO INVESTUOTOJO PORTFELIO OPTIMIZAVIMAS

Darbo vadovas – Doc. Dr. Ieva Bužienė

Darbas parengtas – 2024 m. Vilniuje

Darbo apimtis – 83 puslapiai.

Lentelių skaičius darbe – 13 vnt.

Paveikslų skaičius darbe – 41 vnt.

Literatūros ir šaltinių skaičius – 45 vnt.

Trumpas darbo apibūdinimas:

Investicinio portfelio optimizavimas iš mažmeninio investuotoju perspektyvos ir naudingumo vertinimas lyginant su neoptimaliais portfeliais.

Darbo tikslas ir uždaviniai:

Optimizuotų investicinių portfelių naudingumo vertinimas lyginant su neoptimaliais „1/n” ir „rinkos” portfeliais, įvairiais optimizavimo būdais ir rizikos matavimo vienetais.

Darbe panaudoti metodai:

Mokslinės literatūros analizė, H. M. Markowitz optimizavimo modelis, nevienodų variacijų T-testas, modeliavimas, aprašomoji statistika, lyginamoji analizė, kiekybinis tyrimas.

Atlikti tyrimai ir gauti rezultatai:

Optimizuotų ir neoptimalių investicinių portfelių nevienodumo statistinio reikšmingumo vertinimas, išsiskiriančiais rezultatais, priklausančiais nuo metodikos.

Pagrindinės darbo išvados:

Optimizuoti investiciniai portfeliai buvo geresni už neoptimalius „1/n” portfelius, tačiau ne visais tirtais atvejais geresni už „rinkos“ neoptimalius portfelius.

Informacija apie darbo rezultatų publikavimą ar pritaikymą publikuoti:

Darbas nebuvo publikuotas.

## SUMMARY

VILNIUS UNIVERSITY BUSINESS SCHOOL  
SUSTAINABLE CORPORATE FINANCE AND INVESTMENTS STUDY PROGRAMME  
STUDENT PAULIUS PAJARSKAS  
RETAIL INVESTOR'S PORTFOLIO OPTIMIZATION

Supervisor – Doc. Dr. Ieva Bužienė

Master thesis was prepared in Vilnius, in 2024

Scope of Master's thesis – 83 pages.

Number of tables used in the FMT – 13 pcs.

Number of figures used in the FMT – 41 pcs.

Number of bibliography and references – 45 pcs.

The FMT described in brief:

Optimizing an investment portfolio from the perspective of retail investors and evaluating its benefits compared to suboptimal portfolios.

Problem, objective and tasks of the FMT:

Assessment of the benefits of optimized investment portfolios compared to suboptimal "1/n" and "market" portfolios, using various optimization methods and risk measurement units.

Research methods used in the FMT:

Analysis of scientific literature, H. M. Markowitz optimization model, unequal variance T-test, modeling, descriptive statistics, comparative analysis, quantitative research.

Research and results obtained:

Assessment of the statistical significance of the differences between optimized and suboptimal investment portfolios, with varying results depending on the methodology.

Conclusions of the FMT:

Optimized investment portfolios were better than suboptimal "1/n" portfolios, although not in all examined cases were they better than suboptimal "market" portfolios.

Information about the publication of FMT results or adaptation for publication:

Thesis has not been published.

## TURINYS

ĮVADAS .....	10
1. INVESTICINIO PORTFELIO OPTIMIZAVIMO TEORINIAI ASPEKTAI.....	13
1.1. Investicinio portfelio samprata, raida ir svarba.....	13
1.2. Investicinio portfelio diversifikavimas ir optimizavimas.....	16
1.3. Investicinio portfelio optimizavimo modelių apžvalga.....	20
1.3.1. Modernioji portfelio teorija.....	20
1.3.2. Post-modernioji portfelio teorija.....	24
1.3.3. Kapitalo įkainojimo modelis.....	27
1.4. Investicinio portfelio optimizavimo kritika mokslinėje literatūroje .....	29
2. INVESTICINIŲ PORTFELIŲ OPTIMIZAVIMO METODIKA.....	34
3. OPTIMIZUOTŲ INVESTICINIŲ PORTFELIŲ NAUDINGUMO VERTINIMAS .....	42
3.1. Biržose prekiaujamų fondų aktyvų klasių apžvalga.....	42
3.1.1. Akcijomis biržose prekiaujami fondai .....	42
3.1.2. Obligacijomis biržose prekiaujami fondai .....	45
3.1.3. Žaliavomis biržose prekiaujami fondai.....	48
3.1.4. Nekilnojamu turtu biržose prekiaujami fondai .....	51
3.1.5. Mišriais aktyvais biržose prekiaujami fondai .....	53
3.1.6. Privilegiuotomis akcijomis biržose prekiaujami fondai .....	56
3.1.7. Alternatyvios investavimo priemonėmis biržose prekiaujami fondai .....	59
3.1.8. Valiutomis biržose prekiaujami fondai.....	62
3.2. Neoptimalių portfelių apžvalga.....	65
3.3. Maksimizuotos grąžos ir rizikos santykio optimizuoti portfeliai.....	67
3.4. Maksimizuotos grąžos fiksuota rizika portfelių optimizavimas .....	73
3.5. Minimizuotos rizikos fiksuota grąža optimalūs portfeliai.....	80
3.6. Optimizuotų investicinių portfelių tyrimo rezultatų apibendrinimas .....	88
IŠVADOS IR PASIŪLYMAI.....	94
LITERATŪROS IR ŠALTINIŲ SĄRAŠAS.....	97

## LENTELIŲ SĄRAŠAS

1 lentelė. Hipotezių iškėlimas .....	34
2 lentelė. Biržose prekiaujamų fondų turto klasių apžvalga .....	40
3 lentelė. Akcijomis biržose prekiaujamų fondų apžvalga .....	42
4 lentelė. Obligacijomis biržose prekiaujamų fondų apžvalga .....	45
5 lentelė. Žaliavomis biržose prekiaujamų fondų apžvalga .....	48
6 lentelė. Nekilnojamu turtu biržose prekiaujamų fondų apžvalga .....	51
7 lentelė. Mišriais aktyvais biržose prekiaujamų fondų apžvalga .....	54
8 lentelė. Privilegiuotomis akcijomis biržose prekiaujamų fondų apžvalga .....	57
9 lentelė. Alternatyviomis investavimo priemonėmis biržose prekiaujamų fondų apžvalga .....	60
10 lentelė. Valiutomis biržose prekiaujamų fondų apžvalga .....	63
11 lentelė. Optimizuotų investicinių portfelių statistinio reikšmingumo rezultatų, lyginant su „1/n” portfeliais, suvestinė .....	89
12 lentelė. Optimizuotų investicinių portfelių statistinio reikšmingumo rezultatų, lyginant su „rinkos“ portfeliais, suvestinė .....	90
13 lentelė. Hipotezių vertinimas .....	92

## PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

1 paveikslas. Plačiai diversifikuotas investicijų portfelis .....	18
2 paveikslas. Optimaliai rizikingas portfelis.....	22
3 paveikslas. Kritimo rizikos koncepcija .....	25
4 paveikslas. Kapitalo kainos modelis .....	28
5 paveikslas. Akcijomis biržose prekiaujamų fondų kainų pokyčių dinamika duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais .....	43
6 paveikslas. Akcijomis biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos rodiklių rezultatai duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais.....	44
7 paveikslas. Obligacijomis biržose prekiaujamų fondų kainų pokyčių dinamika duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais .....	46
8 paveikslas. Obligacijomis biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos rodiklių rezultatai duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais.....	47
9 paveikslas. Žaliavomis biržose prekiaujamų fondų kainų pokyčių dinamika duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais .....	49
10 paveikslas. Žaliavomis biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos rodiklių rezultatai duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais.....	50
11 paveikslas. Nekilnojamu turtu biržose prekiaujamų fondų kainų pokyčių dinamika duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais .....	52
12 paveikslas. Nekilnojamu Turtu biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos rodiklių rezultatai duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais .....	53
13 paveikslas. Mišriais aktyvais biržose prekiaujamų fondų kainų pokyčių dinamika duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais .....	55
14 paveikslas. Mišriais aktyvais biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos rodiklių rezultatai duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais.....	56
15 paveikslas. Privilegiuotomis Akcijomis biržose prekiaujamų fondų kainų pokyčių dinamika duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais .....	58
16 paveikslas. Privilegiuotomis akcijomis biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos rodiklių rezultatai duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais .....	59

17 paveikslas. Alternatyviomis finansinėmis priemonėmis biržose prekiaujamų fondų kainų pokyčių dinamika duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiams.....	61
18 paveikslas. Alternatyviomis finansinėmis priemonėmis biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos rodiklių rezultatai duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiams .	62
19 paveikslas. Valiutomis biržose prekiaujamų fondų kainų pokyčių dinamika duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiams .....	63
20 paveikslas. Valiutomis biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos rodiklių rezultatai duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiams.....	64
21 paveikslas. „1/n” portfelio svorių paskirstymas aktyvų klasėms.....	66
22 paveikslas. „Rinkos” portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms vidurkiai .....	67
23 paveikslas. Optimizuoto (maksimizuoto grąžos/rizikos santykio) portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms vidurkiai .....	68
24 paveikslas. Optimizuoto (maksimizuoto grąžos/rizikos santykio) portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms pagal rizikos matavimo vienetus vidurkiai .....	69
25 paveikslas. Optimizuoto (maksimizuoto grąžos/rizikos santykio) portfelio rodiklių pokyčiai, lyginant su „1/n” ir „rinkos” portfeliais duomenų apdirbimo laikotarpiu .....	70
26 paveikslas. Optimizuoto (maksimizuoto grąžos/rizikos santykio) portfelio rodiklių pokyčiai, lyginant su „1/n” ir „rinkos portfeliais duomenų testavimo laikotarpiu .....	71
27 paveikslas. Optimizuoto (maksimizuoto grąžos/rizikos santykio) portfelio rodiklių statistinis reikšmingumas, lyginant su „1/n” ir „rinkos” portfeliais.....	72
28 paveikslas. Optimizuoto (maksimizuotos grąžos fiksuota rizika) portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms vidurkiai (lyginant su „1/n” portfeliais) .....	73
29 paveikslas. Optimizuoto (maksimizuotos grąžos fiksuota rizika) portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms pagal rizikos matavimo vienetus vidurkiai (lyginant su „1/n“ portfeliais) .....	74
30 paveikslas. Optimizuoto (maksimizuotos grąžos fiksuota rizika) portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms vidurkiai (lyginant su „rinkos” portfeliais) .....	75
31 paveikslas. Optimizuoto (maksimizuotos grąžos fiksuota rizika) portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms pagal rizikos matavimo vienetus vidurkiai (lyginant su „rinkos“ portfeliais) ....	76
32 paveikslas. Optimizuoto (maksimizuotos grąžos fiksuota rizika) portfelio rodiklių pokyčiai, lyginant su „1/n” ir „rinkos” portfeliais duomenų apdirbimo laikotarpiu .....	77
33 paveikslas. Optimizuoto (maksimizuotos grąžos fiksuota rizika) portfelio rodiklių pokyčiai,	

lyginant su „1/n” ir „rinkos” portfeliais duomenų testavimo laikotarpiu .....	78
34 paveikslas. Optimizuoto (maksimizuotos gražos fiksuota rizika) portfelio rodiklių statistinis reikšmingumas, lyginant su „1/n” ir „rinkos” portfeliais.....	79
35 paveikslas. Optimizuoto (minimizuotos rizikos fiksuota graža) portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms vidurkiai (lyginant su „1/n“ portfeliais) .....	81
36 paveikslas. Optimizuoto (minimizuotos rizikos fiksuota graža) portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms pagal rizikos matavimo vienetų vidurkiai (lyginant su „1/n“ portfeliais) .....	82
37 paveikslas. Optimizuoto (minimizuotos rizikos fiksuota graža) portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms vidurkiai (lyginant su „rinkos“ portfeliais) .....	83
38 paveikslas. Optimizuoto (minimizuotos rizikos fiksuota graža) portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms pagal rizikos matavimo vienetų vidurkiai (lyginant su „rinkos“ portfeliais) ....	84
39 paveikslas. Optimizuoto (minimizuotos rizikos fiksuota graža) portfelio rodiklių pokyčiai, lyginant su „1/n” ir „rinkos” portfeliais duomenų apdirbimo laikotarpiu .....	85
40 paveikslas. Optimizuoto (minimizuotos rizikos fiksuota graža) portfelio rodiklių pokyčiai, lyginant su „1/n” ir „rinkos” portfeliais duomenų testavimo laikotarpiu .....	86
41 paveikslas. Optimizuoto (minimizuotos rizikos fiksuota graža) portfelio rodiklių statistinis reikšmingumas, lyginant su „1/n” ir „rinkos” portfeliais.....	87



## SANTRUMPŲ SĄRAŠAS

„1/n” portfelis – tai portfelis, kurio aktyvų svorių paskirstymas portfelyje yra lygus visiems aktyvams, kitaip dar vadinamas naiviu, lygių svorių portfeliu (angl. naive, equal weighted portfolio)

„Rinkos” portfelis – tai portfelis, kurio aktyvų svorių paskirstymas portfelyje priklauso nuo to aktyvo fondo valdomo turto (angl. assets under management).

„AVG“ – aritmetinis vidurkis (angl. arithmetical mean)

„STDEV.S“ – imties standartinis nuokrypis (angl. sample standard deviation)

„Semi-STDEV.S“ – imties žemutinis standartinis nuokrypis (angl. sample downside standard deviation)

„AVEDEV“ – absoliutusias nuokrypis (angl. mean absolute deviation)

„Semi-AVEDEV“ – žemutinis absoliutusias nuokrypis (angl. downside mean absolute deviation)

„VAR95“ – vertės pokyčio rizika, 95 procentų (angl. value at risk, 95 percentile)

„VAR99“ – vertės pokyčio rizika, 99 procentų (angl. value at risk, 99 percentile)

„CVAR95“ – sąlyginė vertės pokyčio rizika, 95 procentų (angl. conditional value at risk, 95 percentile)

„CVAR99“ – sąlyginė vertės pokyčio rizika, 99 procentų (angl. conditional value at risk, 99 percentile)

„G/R santykis“ – gražos ir rizikos santykis (angl. risk-return ratio)

## ĮVADAS

**MD temos pasirinkimo motyvai:** Sparčiai technologiškai besivystančioje ir tobulėjančioje visuomenėje, o tuo pačiu ir ekonominėje erdvėje bei finansų sistemoje atsiveria vis daugiau galimybių ir būdų žmonėms, nebūtinai turintiems kažkokių išskirtinių privilegijų ar didelį turto kapitalą, įdarbinti savo disponuojamus pinigus, santaupas. Mūsų šiuolaikinė visuomenė yra grįsta tarpusavio bendradarbiavimu, prekyba, mainais, o jų įgyvendinimui naudojama atsiskaitymo priemonė – pinigai. Tačiau dabartinėje finansų sistemoje, dėl vietoje nestovinčios, dažniausiai augančios infliacijos, pinigų vertė ilgainiui mažėja. Todėl kiekvienas žmogus, siekdamas neprarasti arba padidinti disponuojamų pinigų vertę, turėtų būti suinteresuotas jų įdarbinimu – investavimu. Tai yra turto dalies pavertimu tam tikromis finansinėmis priemonėmis su tikslu, kad minėtosios priemonės ateityje atneš papildomą finansinę naudą. Investavimo instrumentų, būdų, strategijų yra begalė ir nepaliaujamai jų daugėja. Tačiau kur investuoti, kaip investuoti, kokias finansines priemones pasirinkti, tai yra klausimai, į kuriuos lengvų atsakymų neturi niekas. Investavimo tikslas yra investicinė grąža, tačiau nuo jos neatsiejama ir investicinė rizika, na o teoriškai kuo didesnė tikimasi investicinė grąža, tuo didesnė ir su ja susijusi investicinė rizika ir atvirkščiai. Rizikų būna visokių, nuo susijusių su konkrečia kompanija ar sektoriumi, iki makroekonominių globalių veiksnių įtakotų ir aprėpiančių visas ar daugumą mūsų gyvenimo sferų. Siekdami minimizuoti jas, investuotojai ieško įvairių būdų tai pasiekti. Vienas iš tokių – investicinio portfelio diversifikavimas. Tai turto investavimas į daugiau nei vieną investicinę priemonę, siekiant sumažinti galimas, su viena konkrečia įmone ar sektoriumi susijusias rizikas. Geriausias įmanomas toks turto perskirstymas vadinamas optimaliu diversifikavimu – optimizavimu. Tai yra matematiniais skaičiavimais grįstu procesu, siekiančio optimalaus investuotojo užsibrėžtų investicinių tikslų įgyvendinimo. Optimizavimo mokslo srities pradžia siejama su H. M. Markowitz'iumi ir jo 1952 m. publikuota „moderniaja portfelio teorija“. Po jo sekė daugybė mokslininkų, siekiančių tobulinti minėtą teoriją ar kitais būdais rasti patobulintų optimalių investicinių portfelių sprendimų. Iki šių dienų tai yra plati, svarbi ir plačiai naudojama finansų sritis tiek teorijoje tiek ir praktikoje. Tačiau būtent praktiniame šių optimizuotų portfelių naudingumo vertinime, atsirado abejojančių optimizavimo nauda lyginant su neoptimaliais portfeliais. Pagrindiniais šios pusės šalininkais įvardijami DeMiguel ir kt., 2009 m. publikuotame savo straipsnyje teigiantys, kad neoptimalūs, naivūs, lygių svorių portfeliai nenusileidžia daug

laiko sąnaudų, finansinių ir matematinių žinių, reikalaujantiems, optimizuotiems portfelių sudarymo procesams. Tai paskatino ir kitus mokslininkus testuoti šią teoriją, ko pasekoje ir iki šių dienų vis atsiranda straipsnių, pagrindžiančių šias išvadas. O tai motyvavo ir mane, tyrimo autorių, savo pasirinkta duomenų baze, iš mažmeninio investuotojo perspektyvos, įvertinti ar tikrai optimizuoti investiciniai portfeliai būtų atnešę geresnius laukiamus investicinius rodiklius už neoptimalius portfelius.

**Darbo objektas:** Investicinių portfelių optimizavimas ir jų naudingumo vertinimas lyginant su neoptimaliais investiciniais portfeliais.

**Temos aktualumas:** Investicinių portfelių optimizavimo raidos pradžia siejama su 1952 m. H. M. Markowitz'iaus moksliniu darbu, o esminiais jo iškeltų teorijų praktinio naudingumo kritikais laikomi DeMiguel ir kt., ir jų 2009 m. publikuotu straipsniu, o rezultate to, ir iki šių dienų netyla diskusijos dėl optimizavimo praktinio naudingumo lyginant su neoptimaliais portfeliais.

**Darbo problema:** Nevienareikšmė optimizuotų investicinių portfelių praktinė nauda lyginant su neoptimaliais portfeliais moksliniuose darbuose ir ribotas tyrimų skaičius iš mažmeninio investuotojo perspektyvos.

**Darbo tikslas:** Ištirti ir įvertinti ar optimizuoti investuoti portfeliai geba atnešti geresnius laukiamus investuotojui rezultatus lyginant su neoptimaliais portfeliais iš mažmeninio investuotojo perspektyvos.

**Darbo uždaviniai:**

- Apžvelgti investicinių portfelių raidos, svarbos, diversifikavimo ir optimizavimo bei pagrindinių optimizavimo modelių teorinius aspektus.
- Apžvelgti mokslinikų kritiką akademinėje erdvėje investicinio portfelio optimizavimo naudingumo vertinimo klausimais.
- Parengti investicijų portfelio optimizavimo sudarymo, testavimo, bei vertinimo, lyginant su neoptimaliais portfeliais, metodiką.
- Parengti ir apžvelgti investicinių priemonių, taikytinų portfelių sudarymo procese, pasirinkimą, tinkamumą ir praeities rezultatus.
- Parengti skirtingų investicinių rizikų, taikytinų investicinių portfelių optimizavimo procesuose, strategijas.
- Parengti skirtingas investicinių portfelių optimizavimo būdų strategijas, skirtingiems potencialių investuotojų tipams įvertinti.

- Atlikti optimizuotų ir neoptimalių portfelių naudingumo vertinimą.
- Pateikti išvadas ir pasiūlymus.

**Tyrime taikyti metodai:** Mokslinės literatūros analizė, vertinimas ir apibendrinimas, H. M. Markowitz'iaus investicinio portfelio optimizavimo modelis, „Sharpe“ rodiklis, „Sortino“ rodiklis, kiti išvestiniai investicinės grąžos ir rizikos rodikliai, nevienodų variacijų T-testas, modeliavimas, statistinė analizė, aprašomoji statistika, lyginamoji analizė, kiekybinis tyrimas.

**Darbo struktūra:** Baigiamasis darbas sudarytas iš trijų pagrindinių dalių. Pirmoje dalyje analizuojami investavimo, investicinio portfelio, jų diversifikavimo ir optimizavimo teoriniai aspektai, apžvelgiamos pagrindinės investicinio portfelio optimizavimo metodai ir modeliai, apžvelgiama tokių modelių praktinio naudingumo kritika mokslinėje literatūroje. Antroje darbo dalyje pateikiama investicinių portfelių optimizavimo sudarymo, Antroje darbo dalyje pateikiama investicijų portfelio sudarymo, palyginimo ir vertinimo metodika su neoptimaliais portfeliais. Trečioje darbo dalyje vertinamas finansinių aktyvų, pasirinktų investicijų portfelių sudarymui, pasirinkimas ir vertinami šių aktyvų finansinių rodikliai, sudaromi optimizuoti investiciniai portfeliai ir lyginami su neoptimaliais dviejų rūšių investiciniais portfeliais, pagal tris skirtingus optimizavimo būdus bei aštuoniais skirtingais rizikos matavimo vienetais. Aprašomi gauti rezultatai. Pateikiamos tyrimo išvados ir pasiūlymai.

**Tyrimo apribojimai:** Limituotas tyrime naudotų aktyvų (biržose prekiaujamų fondų) duomenų bazėse kiekis, tenkinantis iškeltus aktyvų atrankos kriterijus. Į investicinių portfelių optimizavimo proceso skaičiavimus, dėl kompleksinės savo natūros, neįtraukti tarpininkavimo (angl. brokerage) bei likvidumo (angl. slippage) mokesčiai. Investicinių portfelių optimizavimo proceso metu atmesta aktyvų pardavimo (angl. short-selling) galimybė. Taip pat tyrimas atliktas vienu, tęstiniu laikotarpiu, neįtraukia galimybė periodo metu pirkti ar parduoti aktyvus, keisti portfelio sudėtį. O dėl optimizavimo programos limitacijų, skaičiuoti aritmetiniai, o ne geometriniai investicinės grąžos vidurkiai.

# 1. INVESTICINIO PORTFELIO OPTIMIZAVIMO TEORINIAI ASPEKTAI

## 1.1. Investicinio portfelio samprata, raida ir svarba

Pirmosios investavimo užuomazgos, pasak Reamer ir Downing (2017), siekia Mesopotamijos civilizacijos laikus. Nors tai buvo tik privilegijuotųjų, ekonominėje, socialinėje ar politinėje veikloje dalyvaujančių žmonių veikla, tai padėjo pamatą investicijoms, kokias mes matome šiandien. Investicijos, Vainienės (2015) teigimu – tai bet koks turto įsigijimas tikintis grąžos, Oxford Dictionary of English (2010) investicijas apibrėžia kaip veiksmą ar procesą, siekiant pelno arba naudos ateityje, o Marchev ir Marchev Jr., (2013) taip pat pažymi ir atkreipia dėmesį, jog aukojant dabarties išteklius dėl didesnės grąžos ateityje, nėra garantijos, kad šią grąžą susigrąžinsime. Todėl investuotojas – tai racionaliai veikiantis fizinis ar juridinis subjektas, tikslingai naudojantis finansinius ar kitokius išteklius, siekdamas tikėtino atlygio ateityje.

Investavimas, pasak Reamer ir Downing (2017), pirmuosiuose savo raidos etapuose buvo elementarus ir primityvus, o esminiais postūmiais link moderniosios finansų sistemos, kokią ją matome šiandien, galime laikyti praeito tūkstantmečio vidurį, kuomet galimybės investuoti atsirado ir mažiau privilegijuotiems žmonėms. Plėtėsi komerciniai bankai, buhalterija, finansų keityklos, kūrėsi pirmosios akcinės bendrovės ir akcijų biržos. XX amžius išsiskyrė sparčiu investavimo teorijos vystymusi – tai apėmė turto valdymą, rizikos valdymą, portfelio valdymo ir daug kitų, taip pat atsirado įvairios investicinės inovacijos, tokios kaip apribotos rizikos fondai, privatusis kapitalas, rizikos kapitalas, apribotos rizikos fondai, investiciniai fondai, indeksų fondai, biržose prekiaujami fondai ir kt. Visi šie pokyčiai dėjo pamatą ir tiesiogiai turėjo įtakos tam, kad XXI amžius - tai efektyvių investavimo metodikų atsiradimo ir vystymosi laikotarpis.

Viena iš paminėtų efektyvių investavimo metodikų yra investicinio portfelio valdymas. Investicinį portfelį Vainienė (2015) apibrėžia kaip subjekto turimą vertybinių popierių rinkinį, o apibūdindami vertybinius popierius Marchev ir Marchev Jr. (2013) apibūdina juos kaip bet kokius investavimo instrumentus ar įrankius, kuriais yra laisvai prekiaujama skaidrioje rinkoje, kurioje informacija, kuri yra pakankamai svarbi, yra prieinama viešai. Erdas (2020) portfelio tikslą įvardija kaip tikslas paskirstyti riziką investuojant į įvairius vertybinius popierius, kitaip tariant, tai yra įtraukti į portfelį įvairius vertybinius popierius pagal racionalaus elgesio investuotojų poreikius ir

valdyti portfelį atsižvelgiant į investicinius tikslus. Kalbant apie investicinio portfelio formavimą, Lileikienė ir Daugintytė (2009) šį procesą apibūdina kaip investicinio proceso sudedamąją dalį, susidedančią iš turto aktyvų identifikavimo ir pasirinkimo, į kuriuos norima investuoti, bei santykio, kaip šias norimas investuoti lėšas paskirstyti tarp jų. O pagrindinė investuotojo užduotis formuojant tokį portfelį - atsižvelgiant į savo poreikius, suderinti pageidaujamą pelningumą su priimtina rizika. Praplėsdamas šias autorių mintis, Nguyen ir Nguyen (2017) galutinį investicinio portfelio siekį įvardija kaip efektyvų turto perskirstymą ir valdymą taip, kad ilgame laikotarpyje būtų pasiektas padidintos grąžos, sumažintos rizikos ar kažkokios šių rodiklių kombinacijos, tenkinančios investuotojo keliamus tikslus, įgyvendinimas.

Na o tai, kad investicinio portfelio sudarymo ir valdymo proceso analizė bei jo tobulinimo galimybių paieška yra svarbi šiuolaikinio ekonomikos mokslo plėtros kryptis, pagrindžia ir investicijų portfelio sudarymo, finansų rinkų efektyvumo ir glaudžiai susijusią tematiką nagrinėjančių mokslininkų, gautų Nobelio premijų už pasiekimus ekonomikos moksle, skaičius. Sparti finansų rinkų plėtra lemia naujus iššūkius tiek investuotojams, tiek investavimo problematiką nagrinėjantiems mokslininkams. O tai, kad mokslininkų siūlomi sprendimai nepakankamai patenkina šiųdieninių iššūkių keliamas problemas, liudija po globalios finansų krizės žymių ekonomistų išsakyti raginimai daliai Nobelio premijos laureatų atsisakyti gautų premijų. Taigi, iškyla būtinybė sukurti inovatyvius, šiuolaikinių finansų rinkų sąlygotas problemas patenkinančius, koncepcinius ir pragmatinius investicijų portfelio sudarymo ir valdymo sprendimus. (Žilinskij, 2012)

Kalbant apie portfelio sudarymo ir valdymo sprendimus, Lileikienė ir Daugintytė (2009) akcentuoja, kad prieš formuojant investicinį portfelį svarbu parengti finansinį planą ir vadovautis investicinio portfelio formavimo ir valdymo etapais:

- 1) Investicinių tikslų ir politikos formavimas;
- 2) Aktyvų analizė;
- 3) Portfelio strategijos parinkimas;
- 4) Instrumentų parinkimas;
- 5) Portfelio kūrimas;
- 6) Portfelio rezultatų vertinimas.

Visi šie etapai sudaro uždarą ciklą, kuriame efektyvumo vertinimas gali sąlygoti tikslų, strategijos ir portfelio struktūros koregavimą. (Lileikienė ir Daugintytė, 2009)

O pagrindiniais investicinio portfelio valdymo metodais Lileikienė ir Daugintytė (2009) išskiria šiuos:

1) Pasyvusis valdymas - kai vertybiniai popieriai įsigijami ilgam laikui, pvz. indeksai, kurių pajamingumas priklauso nuo indekso rodiklio kainos pokyčių dinamikos, o kadangi indekso rodiklis dažniausiai būna gerai diversifikuotas, tai pasyvusis valdymas dažnai vadinamas indeksavimu, o pats portfelis - indeksiniu fondu.

2) Aktyvus valdymas - kai investiciniam portfeliui stengiamasi atrinkti patraukliausias investicines priemones, kurių grąža labai priklauso nuo sektoriaus, regiono bei įsigijimo ir pardavimo momento. Aktyvaus valdymo tikslas yra pelnas, tačiau dažniausiai pabrėžiamas siekis gauti didesnę grąžą nei vidutinė tos rinkos grąža.

O Jones ir Jensen (2013) pažymi, kad investicijų portfelio sudarymo ir valdymo strategija priklauso ir nuo investuotojo pobūdžio, jo išsikeltų tikslų, požiūrio į riziką bei investavimo priemonių pasirinkimo. O greitesniam ir patogesniam šių siekių identifikavimui, investuotojus siūlo sukategorizuoti į tris pagrindines grupes:

- Nuosaikūs investuotojai - kurių pagrindinis investavimo kriterijus yra investicijų saugumas, minimali rizika, tikslas – išsaugoti uždirbtas lėšas, tad pelnas juos domina mažai.
- Aktyvūs investuotojai – kurių pagrindinis investavimo kriterijus yra orientacija į pelną, su santykinai nedidele rizika. Tiek pelnas, tiek investicijų saugumas - vienodai svarbūs kriterijai.
- „Lošėjai“ – kurių pagrindinis investavimo kriterijus yra orientacija į maksimalų pelną, o tikslas - per kuo trumpesnę laiko tarpą uždirbti kuo didesnę pelną, į riziką atsižvelgiant tik minimaliai.

Na o Cornuejols ir Tutuncu (2006) informuoja, kad besivystant ir tobulėjant technologijoms, modernieji finansai tampa vis labiau neatsiejami nuo įvairių techninių detalių, taip pat reikalaujantys vis didesnio supratimo apie modernius matematinius modelius, gebėjimo naudotis matematiniais įrankiais, žinių sugebėti interpretuoti gautus statistinius, matematinius rezultatus. Visa tai yra aktualu, netgi ypatingai aktualu investicinių portfelių diversifikavimui ir optimaliajam diversifikavimui, finansų literatūroje geriau žinomam kaip optimizavimas. Šių, diversifikavimo ir optimizavimo, sąvokų supratimui ir susistemimui, paskirtas sekantis šio darbo poskyris.

## 1.2. Investicinio portfelio diversifikavimas ir optimizavimas

Finansų srityje, pirmasis oficialus mėginimas apibrėžti portfelio diversifikaciją, kaip teigia Lhabitant (2017) siejamas su investicinių fondų vystymusi, o investicinio portfelio diversifikavimą Vainienė (2015) siūlo apibrėžti kaip investicinio portfelio strategiją, mažinančią investicinę riziką, arba supaprastintai - tai pajamų gavimas iš skirtingų šaltinių. Investicinio portfelio diversifikavimo pagrindas yra prielaida, kad skirtingo turto klasių vertė kinta nebūtinai vienodomis, o geriausiu atveju - priešingomis kryptimis. Lileikienė ir Daugintytė (2009) papildo, kad portfelis, sudarytas iš įvairių investicijų, yra mažiau rizikingas nei tas, kurį sudaro vienos rūšies investicijos. O portfelio rizikos mažėjimas priklauso nuo aktyvų portfelyje tarpusavio koreliacijos – kuo mažesnis koreliacijos koeficientas, tuo aukštesnis portfelio diversifikavimo lygis, bei mažesnė rizika.

Diversifikavimo svarba ir nauda, nors ir nebuvo aiškiai susisteminta, buvo žinoma tarp finansų mokslo ekspertų jau labai seniai. Markowitz (1999) savo straipsnyje teigė, jog praeityje žmonės ne tik žinojo apie diversifikavimo naudą, bet suprato ir kovariacijos naudą. Tačiau ko trūko, pasak autoriaus, tai adekvačios teorijos, kuri aprėptų ir susistemintų šiuos, jau seniai vartotus praktikoje, teiginius ir skaičiavimus. Formalesnės diskusijos apie portfelio diversifikavimą, pasak Lhabitant (2017) prasidėjo Leroy-Beaulieu ir jo „kapitalo padalijimo“ idėja. Leroy-Beaulieu tai įvardijo kaip „dešimt, penkiolika, dvidešimt turto klasių“, kurios nėra panašios savo prigimtimi ir prekiaujamos skirtingose rinkose. Panašią idėją išsakė ir Lowenfield, turėdamas omenyje „geografinį kapitalo persikirstymą“. Nors ir visos šios mintys buvo nepaprastai panašios ir tarsi pamėgdžiojimas to, ką mes šiuo metu vadiname moderniąja portfelio teorija, tie darbai tebuvo tik literatūriniai, o ne formalus, matematinio požiūrio į portfelio diversifikavimą. Tuo tarpu Markowitz'iaus požiūris, kaip teigia Marchev ir Marchev Jr. (2013), buvo tiek normatyvinis, tiek pozityvinis. Jis pateikė ne tik mokslinius argumentus, bet ir reikiamus įrankius pamatuoti ir sukurti geresnius portfelius. Ir kaip teigia Pfaff (2013), telieka atsakyti į klausimus: ką diversifikuoti (kokias finansines priemones) ir kiek diversifikuoti (kaip tas finansines priemones persikirstyti). Ir galiausiai, vėl grįžtant į praeitį ir tęsiant Lhabitant (2017) mintis, Neymarck pasiūlė, kad investicinis portfelis būtų sudarytas iš skirtingų rūšių vertybinių popierių, kurie kuo mažiau reaguotų su kitais vertybiniais popieriais veikiami kokių nors įvykių. Ir taip pat pristatė mintį apie dviejų rūšių rizikas – visuotinio mąsto rizika ir vidaus mąsto rizika, kurios dabar geriau žinomos kaip – sisteminė ir nesisteminė rizikos.



Diversifikavimo tikslas, kaip nurodo Cibulskienė ir Grigaliūnienė (2007), yra iki minimumo sumažinti ar visiškai panaikinti riziką, kuri nėra susijusi su vertybinių popierių rinkose vykstančiais makroekonominių veiksnių sąlygotais kainų svyravimais. Tai natūraliai kelia poreikį identifikuoti rizikos rūšis, veikiančias investicinį portfelį. Autorės išskiria šias rizikas:

- Nesisteminė rizika - tai diversifikuojama rizika, dar vadinama bendrovės rizika, kuri sietina su kiekviena konkrečia įmone ir šią riziką galima sumažinti arba pilnai jos išvengti investuojant į vieną ar kelias skirtingas įmones.
- Sistemine rizika – tai nediversifikuojama rizika, dar vadinama rinkos rizika, kuri sietina su makroekonominės aplinkos sąlygotais veiksniais ir pokyčiais. Šie veiksniai veikia visas įmones be išimties, todėl nepriklausomai nuo įtrauktų į portfelį akcijų skaičiaus, šios rizikos panaikinti nepavyks.

Erdas (2020) akcentuoja, kad racionalus investuotojas stengsis pasiekti optimalų sprendimą tarp individualaus rizikos pasirinkimo ir portfelio investicinės grąžos. Investuotojas pirmiausia nustatys finansinės investicijos tikslą ir pasirinks vertybinius popierius, kurie bus įtraukti į investicijas. O portfelio tikslas paprasčiausiai yra paskirstyti riziką investuojant į įvairius vertybinius popierius. Kitaip tariant, tai yra įtraukti į portfelį įvairius vertybinius popierius, atsižvelgiant į racionalaus elgesio investuotojų poreikius, ir valdyti portfelį pagal investicinius tikslus.

Kaip paprastą, tačiau efektyvią ir investuotojų tarpe plačiai naudojamą investicinio portfelio diversifikavimo strategiją, mažinančią šias rizikas, Žilinskij (2012) siūlo turto aktyvų paskirstymą pagal geografines lokacijas:

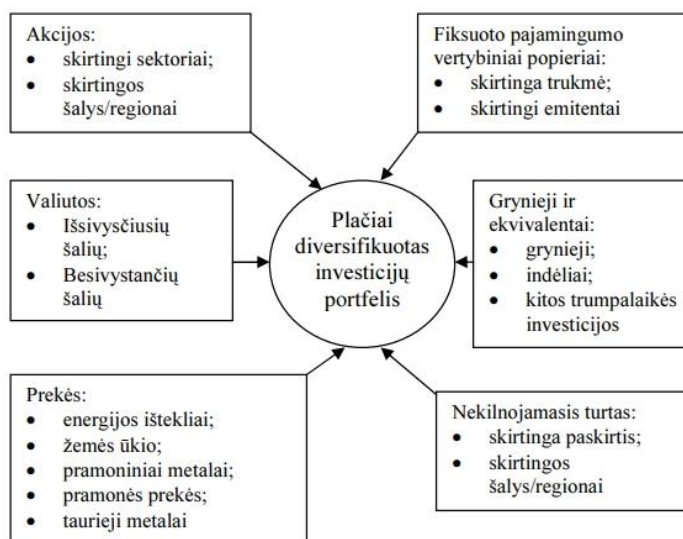
- 1) Vietinės rinkos – tai investavimas į skirtingus šalyje ar regione esančius ūkio sektorius, turto klases, mažinant nesisteminę, su kiekvienu aktyvų susijusią, riziką.
- 2) Tarptautinės rinkos - tai investavimas į skirtingų šalių ar regionų finansinius instrumentus, mažinant sisteminę konkrečios šalies kainų svyravimų riziką.

O siekiant plačiai diversifikuoto investicinio portfelio, Žilinskij (2012) pataria aprėpti kuo daugiau skirtingų finansinių instrumentų sektorių, tokių kaip akcijos, valiutos, žaliavos (arba prekės), obligacijos (arba fiksuoto pajamingumo vertybiniai popieriai), grynieji pinigai ir ekvivalentai, nekilnojamas turtas ir t.t. O ir kiekviename iš jų, ieškoti galimybių dar labiau diversifikuoti – visų pirma investicijas, kaip jau minėta, skirstyti tarp skirtingų šalių ar regionų, skirtingų sektorių, segmentų, taip pat tarp išsivysčiusių ar besivystančių šalių, skirtingų pramonės

šakų, skirtingos trukmės ir emitentų, grynujų ir indėlių ar kitokių trumpalaikių investicijų, skirtingos paskirties nekilnojamo turto aktyvų ir t.t. (žr. 1 pav.)

## 1 paveikslas

*Plačiai diversifikuotas investicijų portfelis*



*Šaltinis:* Žilinskij (2012)

Cibulskienė ir Brazauskas (2014) praplėsdami šias mintis, pažymi biržose prekiaujamus fondus, kaip puikią alternatyvą labiau tradicinėms investavimo priemonėms. Tokie fondai leidžia sumažinti investavimo sąnaudas ir efektyviau valdyti riziką. Šie fondai investuoja į akcijas, obligacijas, žaliavas ar siekia atkartoti įvairius indeksus, taip pat suteikia galimybę investuotojams investuoti pasirinktoje rinkoje, prekiauti indeksais ir apskritai biržose prekiaujami fondai suteikia naujų galimybių investuotojams, kurių negalėjo suteikti tradiciniai investiciniai fondai.

Na o sprendžiant geriausių įmanomų diversifikavimo rezultatų problemą, susiduriama su optimalaus diversifikavimo, arba optimizavimo sąvokomis. Portfelio optimizavimą Cornuejols ir Tutuncu (2006) aprašo kaip taikomosios matematikos mokslo šaką, aprėpiančią daugybę aspektų ir veikiančią efektyvių algoritmų principu. Matematiškai optimizavimas – tai nustatytos tikslo funkcijos maksimizavimas (arba minimizavimas) pagal kelis sprendimo kintamuosius, kurie tenkina funkcijos apribojimus. Tipinis optimizavimo modelis sprendžia uždavinį: ribotų išteklių perskirstymas taip, kad būtų gautas geriausias įmanomas išteklių perskirstymo rezultatas (didžiausias pelnas, mažiausia rizika ar pan.) tenkinantis apribojimus. Taigi - tikslo funkcija,

sprendinio kintamieji ir apribojimai yra trys esminiai elementai bet kokios optimizavimo problemos.

Erdas (2020) papildo, kad tinkamo investicinio portfolio, kuris suteiks didžiausią naudą investuotojui, pasirinkimas, tapo labai kritišku ir sudėtingu sprendimų priėmimo uždaviniu ir tai tapo daugelio tyrimų ir diskusijų finansų srityje tema. Dėl to buvo pristatyta daug įvairių portfelio valdymo metodikų siekiant nustatyti optimalų portfelį.

Nors ir teoriniame lygmenyje portfelio diversifikavimas ir optimizavimas skamba įtikinamai, realybėje susiduriama ir su iššūkiais. Išgryninęs pagrindinius portfelio diversifikavimo ir optimizavimo probleminius aspektus, Žilinskij (2012) apibrėžia tokias problemas, su kuriomis susiduriama akademinėje erdvėje:

- Mokslinėje literatūroje nepakankamai išnagrinėtos įvairių aktyvų (turtų klasių) kombinavimo galimybės investiciniame portfelyje.
- Nepakankamas realių rinkos apribojimų ir portfelio valdymo sąnaudų įvertinimas moderniojoje portfelio teorijoje gali suteikti investuotojams perteklinius lūkesčius dėl portfelio numatomos ar tikėtinos gražos.
- Nepakankamai išanalizuotos galimybės integruoti skirtingais metodais gautas akcijų kainų prognozes, kurios leistų sumažinti potencialias, iš atskirų prognozavimo metodų gautas klaidas, susijusias su „techniniais atšokimais“, akcijų rinkos atsigavimu po krizės ar pan., ir tuo padidinti prognozavimo tikslumą.
- Nėra pasiūlyta metodų, įvertinančių investuotojui priimtino tikimosi pelningumo pokyčio ir patiriamų sąnaudų santykį priimant sprendimus dėl portfelio aktyvų sudėties pakeitimų.
- Moksliniuose darbuose portfelio optimizavimo tikslams pasiekti siūloma remtis pelningumu ir rizika, o tai dažniausiai nustato praeities analizė. Nėra pasiūlyto modelio ar sistemos, leidžiančios optimaliai sudaryti portfelį siekiant maksimizuoti bendrą investicijų portfelio patrauklumą, įvertinantį tiek kokybinius ir kiekybinius, tiek ir fundamentaliosios ir techninės analizės veiksnius.

Taigi, nors ir vienareikšmiškai mokslininkų tarpe yra sutinkama su investicinio portfelio diversifikavimo bei optimizavimo nauda, ir svarba, praktikoje viskas yra kur kas sudėtingiau. Ką optimizuoti, kaip optimizuoti, kokį modelį iš jų gausos pasirinkti – tai klausimai į kuriuos nėra vienareikšmių atsakymų. Tad sekančiuose skyreliuose panagrinėsime keletą pagrindinių ir populiariausių investicinio portfelio modelių atskirai.

### 1.3. Investicinio portfelio optimizavimo modelių apžvalga

Investuotojai, nuolat susidurdami su rinkos neapibrėžtumu ir sunkiai prognozuojama finansinių instrumentų vertės kaita, ieško efektyvių portfelio diversifikavimo sprendimų, todėl jiems visuomet aktualus klausimas kuria portfelio teorija naudotis, siekiant optimizuoti investicinio portfelio struktūrą, teigia Jurkonytė-Dumbliauskienė ir Paužuolis (2012).

Nors portfelinio investavimo mokslas yra palyginti nauja finansų mokslo šaka, daugelis akademikų tyrė portfelio sudarymo problemas. Šios mokslo srities formavimui ir plėtrai didžiausią įtaką darė tokių mokslininkų kaip H. M. Markowitz, I. Fisher, W. F. Sharp, J. Tobin, R. A. Roll, S. A. Ross, M. Scholes ir F. Black darbai. Ankstesniųjų metų autorių darbuose buvo dėstomos pirminės portfelio sudarymo idėjos, o vėlesniuose darbuose teikiami pasiūlymai ir teorijos pirminės portfelio teorijos tobulinimui. Tiesa, daugelis pirminių portfelio sudarymo teiginių susilaukia vis daugiau abejonių ir prieštaravimų dėl jų adekvatumo realiomis rinkos sąlygomis ir pritaikymo galimybių, ko pasekoje atsiranda naujų, pažangesnių portfelio sudarymo ir valdymo teorijų. (Martinkutė, 2006)

Tad sekančiuose poskyriuose ir bus apžvelgtos įvairios investicinių portfelių optimizavimo teorijos ir modeliai, pradedant, kaip teigia Jurkonytė-Dumbliauskienė ir Paužuolis (2012), investicinio portfelio formavimo etalonu laikomu H. M. Markowitz modeliu, kurį kitaip vadinamu moderniąja portfelio teorija, tęsiant kitais portfelio diversifikavimo ir optimizavimo modeliais, siekiančiais patobulinti šią portfelio teoriją, tokiais kaip post-modernioji portfelio teorija, kapitalo įkainojimo modelis ir Fama-French trijų faktorių modelis.

#### 1.3.1. Modernioji portfelio teorija

Moderniosios portfelio teorijos (angl. modern portfolio theory) tėvu laikomas H. M. Markowitzas, 1952 m. publikuotame savo straipsnyje pirmą kartą apibrėžęs moderniąją portfelio teoriją. Markowitz'ius investicinio portfelio procesuose esminius akcentus dėjo ant investicinės grąžos bei investicinės rizikos rodiklių bei jų tarpusavio sąveikos. Savo straipsnyje autorius taip pat įrodė plačiai finansų srityje tiek naudotą tiek ir naudojamą vidurkio-variacijos (angl. mean-variance) portfelio teoriją, kurios pagrindinė mintis – maksimizuoti investicinę grąžą laikant riziką nepakitusia (nepadidėjusia), arba minimizuoti investicinę riziką laikant grąžą nepakitusia

(nesumažėjusia). Svarbi moderniosios portfelio teorijos žinutė yra ir ta, kad aktyvai, kuriais ruošiamasi formuoti investicinį portfelį, neturi būti atrenkami atskirai, pagal jų individualias charakteristikas, o visi kartu, kaip bendra visuma, įvertinant kaip jie reaguoja ir sąveikauja tarpusavyje. O tokie portfeliai lemia galimybę pranokti neoptimalius portfelius. (Elton ir Gruber, 1997). Pedersen (2014) papildydamas akcentuoja, kad tam pasiekti investuotojas turi įvertinti kiekvienos turto dalies tarpusavio kovariacijos ar koreliacijos koeficientus. O atsižvelgus į šias sąveikas, galima suformuoti portfelius, kurie turi nepakitusią tikimąsi riziką bet didesnę tikimąsi pelną, arba nepakitusį tikimąsi pelną bet mažesnę tikimąsi riziką, lyginant su portfeliais, kurių formavimo procesas nebuvo grindžiamas šiomis sąveikomis tarp turto dalinių. (Pedersen, 2014).

Pats Markowitz'ius (1997) apie investicinio portfolio pasirinkimo procesą kalba kaip apie dvidalį:

- 1) Pirmoji stadija prasideda stebėjimu ir patirtimi, o baigiasi numanymais apie dominančių aktyvų ateities rezultatus.
- 2) Antroji stadija prasideda nuo numanymų apie dominančių aktyvų ateities rezultatus, o baigiasi investicinio portfelio pasirinkimu.

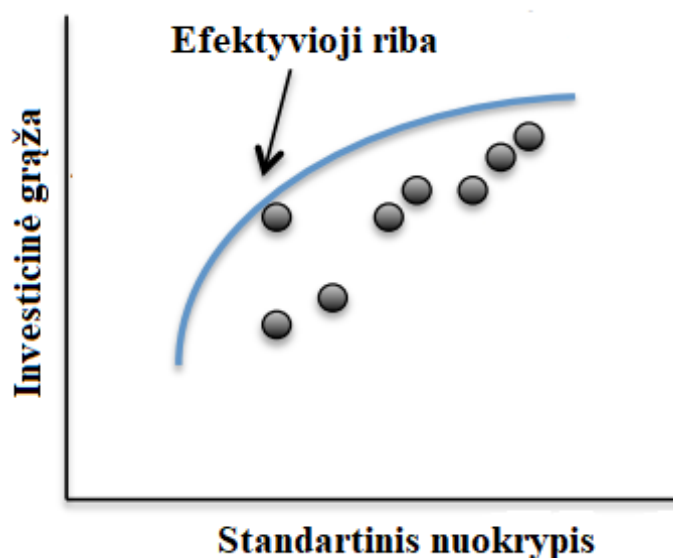
Trumpai apžvelgiant, modernioji portfelio teorija suteikia investuotojui galimybę sukurti optimalų portfelį, kuris esant tam tikram rizikos lygiui maksimizuoja pelningumą, arba esant tam tikram pelningumo lygiui minimizuoja riziką, akcentuojant, kad didesnė rizika lemia didesnę pelningumą ir priešingai – mažesnė rizika lemia mažesnę pelningumą. O rizika kylanti iš portfelyje esančių aktyvų tarpusavio ryšio - koreliacijos ar kovariacijos. Jurkonytė-Dumbliauskinė ir Paužolis (2012). Ir tuo pačiu investuotojas – tai toks racionalus individas, kuris, priimdamas sprendimus dėl portfelio struktūros pasirinkimo ir sudarymo, siekia maksimizuoti laukiamą portfelio pelningumą ir minimizuoti laukiamą riziką. (Dzikevičius ir Žilinskij, 2008)

Taigi ši teorija, tai yra matematinis metodas, gebantis teoriniais požiūriais generuoti geriausius, optimalius, portfelius. Tai reiškia, kad šie portfeliai kiekvienam įmanomam investicinės rizikos lygiui turi aukščiausią įmanomą investicinės gražos reikšmę ir atvirkščiai - kiekvienam įmanomam investicinės gražos lygiui, turi mažiausią įmanomą investicinės gražos reikšmę. Tai yra šios, moderniosios portfelio teorijos, pagrindas. Optimizuoti investicinės gražos arba investicinės rizikos rodiklius (arba jų, gražos ir rizikos, santykį), sudarant investicinius portfelius, kuriuose esančių aktyvų dalis portfelyje priklauso nuo jų investicinių gražos ir rizikos rodiklių, tarpusavio koreliacijos ir kovariacijos. Geriausias įmanomas toks portfelis, vadinamas

efektyviu portfeliu ir joks kitas portfelis negali būti efektyvesnis tam pačiame grąžos ar rizikos taške. Priešingai, portfelis yra neefektyvus, jeigu įmanoma pasiekti didesnę grąžą be didesnės rizikos arba sumažinti riziką nesumažinant grąžos. Šiam optimalių portfelių grafiniam atvaizdavimui parodoma efektyvioji linija, kurios visuose taškuose portfeliai yra optimalūs ir efektyvūs (žr. 2 pav.). (Pedersen, 2014).

## 2 paveikslas

*Optimaliai rizikingas portfelis*



*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Pedersen, (2014)

Šie, ant efektyviosios ribos esantys portfeliai turi optimalų investicinės grąžos ir investicinės rizikos tarpusavio santykį, kiekviename grąžos arba rizikos taške, o efektyviosios ribos linija parodo visus įmanomus optimalius investicinių portfelių variantus – keičiantis rizikai, kinta ir grąža arba atvirkščiai – keičiantis grąžai kinta ir rizika, tačiau visais atvejais jie išlieka optimalūs. Zona žemiau efektyviosios linijos ribų rodo visus įmanomus neoptimalius portfelius, mažesniais nei optimaliųjų grąžos arba rizikos rodikliais, tolstant nuo jos – tolstama ir nuo optimalumo ir atvirkščiai – artėjant prie jos, artėjama ir prie optimalumo. Kuris pasiekiamas efektyviosios ribos linijos bet kuriame taške. O zona virš optimaliosios linijos – neįmanoma, kitaip tariant optimalumas yra geriausias įmanomas variantas. (Pedersen, 2014).

Šiuos, optimalių portfelių kūrimo, procesus, kaip teigia Jurkonytė-Dumbliauskinė ir

Paužuolis (2012), sudaro trys pradiniai žingsniai:

- 1) Tikimosi pelningumo nustatymas. Tai gali būti atliekama remiantis istoriniais aktyvų duomenimis, investuotojo prognozėmis ar rinkos nuotaikomis.
- 2) Standartinio nuokrypio ir koreliacijos įvertinimas. Tam reikalingi atskiri aktyvų pelningumo, standartinių nuokrypių rodikliai ir jų tarpusavio koreliacijos matrica.
- 3) Apribojimų įvertinimas. Tai pasirinkti papildomi nustatymai, pvz. ar galimas aktyvų skoninimas (angl. short-selling) ar pan.

Matematinę šių optimizavimo procesų pusę apžvelgia Cornuejols ir Tutuncu (2006), parodydami, kad modernioji portfelio teorija teigia, kad aktyvų  $S_1, S_2, \dots, S_n$  ( $n \geq 2$ ) gaunamo portfelio  $x = (x_1, \dots, x_n)$  tikėtiną grąžą (žr. 1 formulė) ir tikėtiną variaciją (žr. 2 formulė) apskaičiuojame:

$$E[x] = x_1\mu_1 + \dots + x_n\mu_n = \mu^T x, \quad (1)$$

$$Var[x] = \sum_{i,j} \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j x_i x_j = x^T \Sigma x, \rho_{ii} = 1, \quad (2)$$

kur  $x_i$  – proporcijos dalis nuo viso investuojamo kapitalo į aktyvą  $i$ ,  $\mu_i$  – tikėtina grąža (aktyvo  $S_i$ ),  $\sigma_i$  – tikėtinas standartinis nuokrypis (aktyvo  $S_i$ ), kai  $i \neq j$ , tai  $\rho_{ij}$  nurodo  $S_i$  ir  $S_j$  aktyvų grąžų koreliacijos koeficientą,  $\mu = [\mu_1, \dots, \mu_n]^T$  ir  $\Sigma = (\sigma_{ij})$  – simetriška kovariacijos matrica  $n \times n$ , kur  $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$  ir  $\sigma_{ij} = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$ , kai  $i \neq j$ .

Modelio sukurtų optimalių portfelių naudingumo vertinimui apskaičiuoti, kaip teigia Gavrilova (2011), naudojamas Šarpo rodiklis (angl. Sharpe ratio), sukurtas JAV mokslininko W. F. Sharpe'o. Tai yra pagrindinis, moderniosios portfelio teorijos šalininkų naudojamas rodiklis, kuris parodo, kiek vienas prisiimtas rizikos vienetas sukuria investicinės grąžos vienetų. Ir yra naudojamas įvertinti, kaip efektyviai turto grąža kompensuoja investuotojo prisiimtą riziką. O apskaičiuojamas pagal formulę (žr. 3 formulę):

$$S_p = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}, \quad (3)$$

kur  $R_p$  – portfelio pelningumas,  $R_f$  – nerizikinga pelno norma (angl. risk free rate),  $\sigma_p$  – portfelio standartinis nuokrypis.

Šarpo rodiklis leidžia identifikuoti, ar investicinę grąžą lemia profesionalūs investiciniai sprendimai ir gera strategija, ar tik prisiimta papildoma rizika. Nepaisant to, kad vieno fondo grąža didesnė už kitų, jo veikla bus efektyvesnė tik tuo atveju, jei Šarpo rodiklis bus didesnis už kitų fondų. Taigi Šarpo rodiklis suteikia galimybę palyginti skirtingų strategijų bei kryptių fondus. (Gavrilova, 2011)

Ir apibendrinant, Jurkonytė-Dumbliauskinė ir Paužuolis (2012) akcentuoja, jog modernioji portfelio teorija tai yra teorija, tapusi rizikos ir pelningumo santykio įvertinimo etalonu bei padėjusi pagrindus tolesnėms investicinio portfelio teorijoms kurtis ir vystytis. Tačiau be viso to pastebima ir tai, kaip teigia autoriai, kad atlikti yra mokslinių tyrimų, parodančių, jog modernioji portfelio teorija ne visada optimaliai paskirsto aktyvų struktūros dalis portfelyje dėl teorijos didelio rėmimosi istoriniais aktyvų duomenimis, kurie neretai netiksliai nusako būsimas, portfelį sudarančių, aktyvų kainos kitimo tendencijas. Tad sekančiame poskyryje bus apžvelgti kiti, alternatyvūs moderniajai portfelio teorijai, investicinių portfelių optimizavimo metodai ir modeliai.

### 1.3.2. Post-modernioji portfelio teorija

Post-modernioji portfelio teorija (angl. post-modern portfolio theory). Mintis apie post-moderniąją portfelio teoriją kilo dviems programinės įrangos dizaineriams - Rom B. M. ir Ferguson K., kurie 1991 m., supratę, jog modernioji portfelio teorija turi trūkumų ir apribojimų, nusprendė ieškoti būdų kaip ją patobulinti, ko pasekoje 1993 m. gimė nauja, patobulinta senosios teorijos versija. Šios teorijos vertingumą patvirtina sulauktas dėmesys akademikų tarpe ir jų atliktų bandymų ir tyrimų patvirtinimas, jog ši teorija yra vertinga.

Jurkonytė-Dumbliauskienė ir Paužuolis, (2012) aprašo, jog postmodernioji portfelio teorija yra moderniosios portfelio teorijos modifikacija, pateikianti visiškai naują koncepciją į riziką. Ji šioje teorijoje matuojama naudojant kritimo rizikos rodiklį. Šis riziką apibrėžia kaip aktyvo kainos svyravimus, kurie yra žemiau investuotojo minimalaus priimtino pelningumo. Todėl kur kas tiksliau įvertina investuotojo prisiimtą riziką už moderniojoje portfelio teorijoje naudojamą standartinį nuokrypį, kuris vienodai vertina aktyvo kainos didėjimo ir mažėjimo tendencijas.

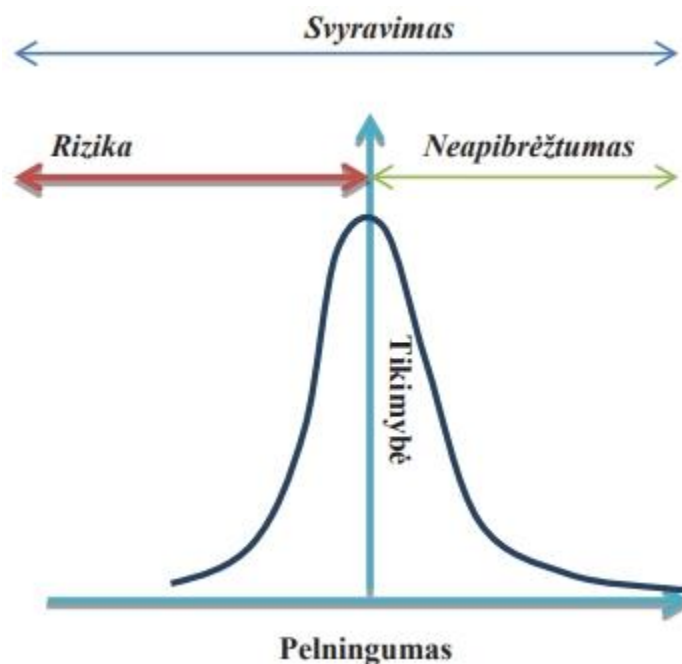


Praplėsdami šias mintis, Jurkonytė-Dumbliauskienė ir Paužolis (2012), remdamiesi Rasiah (2012) sako, kad postmodernioji portfelio teorija yra moderniosios portfelio teorijos trūkumus eliminuojantis portfelio diversifikavimo modelis. Naujoji teorija remiasi kritimo rizikos koncepcija, kuri investuotojams leidžia atskirti turto kainos teigiamus ir neigiamus svyravimus. Sulyginant tiek teigiamą tiek ir neigiamą riziką (standartinis nuokrypis), daroma prielaida, kad investuotojui nėra skirtumo ar investicinės grąža svyravimai bus teigiami (arba virš vidurkio) ar neigiami (arba žemiau vidurkio). Tai, kaip teigia autoriai, prieštarauja logikai, kadangi investuotojai yra žymiau labiau susirūpinę žemutiniais (neigiamais), nei viršutiniais (teigiamais) investicinės grąžos svyravimais.

Kalbant apie rizikos koncepciją, Jurkonytė-Dumbliauskienė ir Paužolis (2012), remdamiesi Rasiah (2012) ir Galloppo (2010), teigia, jog vertybinių popierių portfelio analizė negali būti grindžiama dispersija ir standartiniu nuokrypiu, nes tai yra netinkami rizikos matavimo matai, dažnai netinkamai parodantys realią situaciją rinkoje.

### 3 paveikslas

*Post-moderniosios portfelio teorijos kritimo rizikos koncepcija*



*Šaltinis:* sudaryta Jurkonytės-Dumbliauskienės ir Paužolio (2012), remiantis Sortino ir Satchell (2001)

Ši nuostata pareiškia, tęsiant autorių mintis, jog variacija yra simetriškas rizikos matas, tačiau realybėje yra kitaip - investuotojai siekia, kad jų siekiamas pelningumas viršytų vidutinį pelningumą. Todėl galima teigti, jog rizika nėra simetriška, o yra svyravimai žemiau investuotojo siekiamo pelningumo. Dėl šių priežasčių post-moderniosios teorijos rizika vertinama matuojant ne dispersiją ar standartinę nuokrypį, o kritimo rizikos matą (angl. „downside risk“).

Jurkonytė-Dumbliauskienė ir Paužuolis (2012), remdamiesi Huelin ir Mirza (2010) ir Sortino bei Satchell (2001) nurodo, kad kritimo rizikos koncepcija yra paremta vertybinio popieriaus kainos svyravimo padalijimu į dvi dalis (žr. 3 pav.):

- Neapibrėžtumas - aukščiau norimo (arba vidutinio, teigiamo) pelningumo esantys kainų svyravimai.
- Rizika - žemiau norimo (arba vidutinio, teigiamo) pelningumo esantys kainų svyravimai.

Ir tik šie, žemiau už investuotojo siekiamo ar laukiamo pelningumo esantys svyravimai sukelia realią riziką.

O su šia, nauja rizikos koncepcija, modelio sukurtų optimalių portfelių naudingumui ir rizikai įvertinti, kaip aprašo Rasiah (2012), naudojamas Sortino rodiklis (angl. Sortino ratio), sukurtas mokslininkų Sortino ir Price. Šis rodiklis yra modifikuota Sharpe rodiklio versija, vietoj visos rizikos, vertinanti tik jau aptartą žemutinę (kritimo) riziką. Rodikliu yra matuojamas santykis tarp investicinės grąžos ir investicinės aukščiau minėtos žemutinės (kritimo) rizikos (angl. downside risk) (žr. 4 formulę):

$$\text{Sortino indeksas} = \frac{R_p - R_f}{d_p}, \quad (4)$$

kur  $R_p$  – faktinė arba laukiama portfelio grąža,  $R_f$  – nerizikinga pelno norma,  $d_p$  – portfelio žemutinė (kritimo) rizika.

Na ir apibendrinant, post-modernioji portfelio teorija analitikams suteikė lankstumą ir tikslumą kuriant efektyvius portfelius. Tai lėmė dvi svarbiausios šio modelio savybės: kritimo rizikos konceptas ir iš to kylantis nesimetriškas investicinės grąžos pasiskirstymas. Taip pat ši teorija davė didelį indėlį technologiniam ir aplikaciniam moderniosios teorijos modeliui pagerinti ir perkelti į kitą lygį. (Galoppo, 2010). Toliau bus apžvelgti kitokiais rizikos konceptais grindžiami investicinių portfelių optimizavimo metodai ir modeliai.

### 1.3.3. Kapitalo įkainojimo modelis

Kapitalo įkainojimo modelis. Kapitalo įkainojimo modelio (angl. capital asset pricing model) raidai tiesioginės įtakos turėjo H. M. Markowitz moderniosios portfelio teorija, kurios dėka šis modelis buvo plėtojamas ir vystomas, ko pasekoje 1964 m. William Sharpe jį pilnai sukūrė. Šis modelis įvertina pasirinkto vertybinio popieriaus laukiamos gražos ryšį su rizika, taip pat leidžia įvertinti ne tik pačius rizikingiausius, bet ir mažiau rizikingus vertybinius popierius. Na o pagrindinė modelio esmė - parodyti, kokia vertybinio popieriaus rizikos dalis gali arba negali būti sumažinta diversifikacijos būdu.

Šis modelis pagal savo sudėtį, dar vadinamas, kaip aprašo Marcišauskienė ir kt. (2015), vienfaktoriniu, tai reiškia, kad vertybinio popieriaus kaina rinkoje proporcinga rinkos arba rinkos indekso kitimui. Modelyje išskirta bendroji rizika, kuri suklasifikuota į sistemine ir nesistemine rizikas. Jei rinkoje yra pusiausvyra, tikėtinas akcijų pelningumas yra tiesiogiai proporcingas sisteminei rizikai, t. y. rizikai, kurios investuotojas neišvengia diversifikuojant portfelį. Kuo didesnė sistemine rizika, tuo didesnio akcijos pelningumo tikisi investuotojas. CAPM privalumas yra tas, kad jis rinkos rizikos atžvilgiu turi tiesinę priklausomybę. (Marcišauskienė ir kt. 2015)

Rizika šiame modelyje yra skirstoma į anksčiau aptartas dvi rizikas, tai sistemine (nediversifikuojama) ir nesistemine (diversifikuojama) rizikas.  $\beta$  (beta) koeficientas - sisteminei rizikai skaičiuoti naudojamas vienetas, kuris parodo vertybinio popieriaus jautrumą su rinka, t.y. lyginamas vertybinio popieriaus (ar portfelio) kitimas su rinkos kitimu. O geru diversifikavimo būdu nesistemine rizika gali būti visiškai pašalinama. (Fama ir French, 2004)

Kapitalo įkainojimo modelyje, kaip aprašo Brukštaitienė ir Eiva (1999), numatomas pelningumas apskaičiuojamas:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i (E(R_m) - R_f), \quad (5)$$

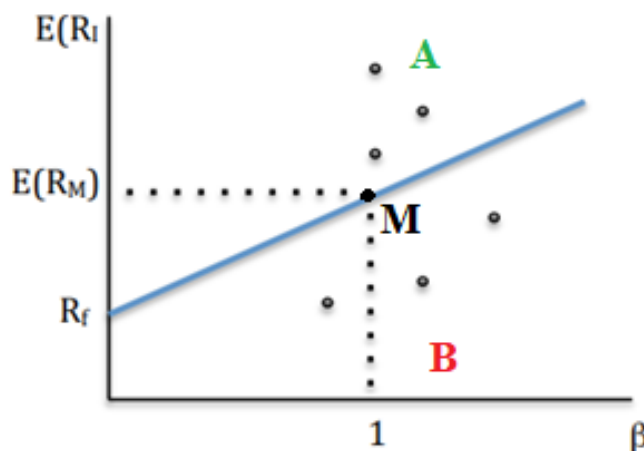
kur  $R_f$  – nerizikinga pelno norma (angl. risk-free rate),  $\beta_i$  – finansinio instrumento  $i$  beta,  $E(R_m)$  – bendrojo rinkos portfelio tikėtina gražos norma,  $E(R_m) - R_f$  – rinkos rizikos premija, kuri atspindi papildomą pelningumą.

Iš šios lygybės matyti, kad išaugus beta koeficientui, padidėja ir laukiamas pelningumas. Taigi lygtis nustato tiesinę  $\beta$  ir vertybinio popieriaus pelningumo priklausomybę ir grafiškai (žr.

4 pav.) išreiškia vertybinio popieriaus rinkos liniją - SML (angl. security market line).

#### 4 paveikslas

*Kapitalo įkainojimo modelis*



*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Pedersen (2014)

Taške  $R_f$  rizikos laipsnis yra lygus 0. Taškas M reprezentuoja rinkos portfelį, su rizika  $\beta$  – tolygia rinkos rizikai ir grąža  $E(R_m)$  lygią rinkos grąžai. Jeigu vertybiniai popieriai yra virš SML (taškas A), tai reiškia, kad jie neįvertinti. Ir atvirkščiai, jei vertybiniai popieriai yra žemiau SML, tai reiškia, kad jie pervertinti (taškas B). Taigi SML nuolydis atskiram vertybiniam popieriui nesikeičia. SML kreivės nuolydis keičiasi tik tuo atveju, kai keičiasi visos rinkos investuotojų požiūris į rizikos ir pelningumo santykį. Fama ir French (2004)

Kapitalo įkainojimo modelio patrauklumą Fama ir French (2004) nusako kaip puikią galimybę gana patikimai įvertinti riziką bei jos ryšį su laukiamomis pajamomis. Tam naudojamos pagrindinės įgyvendinamos sąlygos: laukiamos pajamos yra tiesiogiai susijusios su vertybinių popierių  $\beta$  koeficientais;  $\beta$  premija yra teigiama, t.y. laukiamos rinkos portfelio pajamos viršija laukiamas pajamas iš vertybinių popierių, kurių pajamos nekoreliuoja su rinka.

Tuo tarpu Torz (1998) išskiria keletą kapitalo įkainojimo modelio trūkumų:

- Sunku numatyti (apskaičiuoti) investicinę grąžą iš nerizikingos pelno normos įvairiomis ekonomikos sąlygomis.
- Šis modelis yra vieno periodo modelis, tad jį sudėtinga pritaikyti įvairiems investiciniams portfeliams, kurie trunka ilgiau nei metus

- Priimant sprendimus dažnai kyla problemų, kurių paprastai nesprenžia šis modelis.

Taigi ginčijamasi, kaip teigia Fama ir French (2004) ar modelio trūkumai susiję su teorijos silpnosiomis vietomis, ar praktiniu pritaikymo problemomis. Literatūroje Fama ir French (2004) išskiria dvi šio modelio kritikų grupės:

- Biheviaristai – teigiantys, kad vertybinių popierių kainos yra iracionalios, todėl nustatyti jų pelningumus gana sudėtinga.
- Antrajai grupei priskiriami tie, kurie teigia, jog norit paaiškinti praktinius modelio

prieštaravimus, reikalingas sudėtingesnis turto įvertinimo modelis. Be to, pripažįstama, kad modelis taiko daug nerealių prielaidų. Tokių kaip, manymas, kad investuotojai suinteresuoti tik vidutinėmis ir kintamomis vieno periodo portfelio pajamomis.

O taip pat, teigiama, kad studijos nustatė, kad kapitalo įkainojimo modelio naudojimas siekiant įvertinti portfelio valdymą yra nelabai patikimas, nes rezultatas gali labai priklausyti nuo to, koks indeksas pasirenkamas kaip rinkos portfelio ekvivalentas. (Torz, 1998)

Tad apibendrinant, kapitalo įkainojimo modelis pasiūlė naują investicinio portfelio optimizavimo modelio koncepciją, su kitokiu, nei moderniosios portfelio teorijos, požiūriu į riziką. Sistemine - nediversifikuojama, susijusi su visa rinka ar tos rinkos indeksu ir nesistemine - diversifikuojama, susijusia su aktyvo išskirtinumu nuo rinkos ar tos rinkos indekso. Tačiau kaip ir moderniosios portfelio teorijos, taip pat ir post-moderniosios portfelio teorijos, taip ir kapitalo įkainojimo modelis neapsieina be trūkumų. Dėl to finansų teorijoje yra dar daug įvairių modelių, įvairiais būdais siekiančių išspręsti šias problemas. Sekančiame poskyryje į optimizavimo problemas bus pažvelgta iš kitos pusės – apžvelgti mokslininkų darbai akademinėje erdvėje, kvestionuojantys investicinių portfelių optimizavimo rezultatų naudingumą praktikoje.

#### **1.4. Investicinio portfelio optimizavimo kritika mokslinėje literatūroje**

Nors portfelių optimizavimas teoriniame lygmenyje yra plačiai pripažintas mokslininkų tarpe, mokslinėje literatūroje ne visi vienareikšmiškai sutinka su akivaizdžiu, vienareikšmiu ir neginčyjamu portfelių optimizavimo naudingumu praktikoje.

Kaip teigia Zakamulin (2017) DeMiguel, Garlappi, and Uppal (2009) buvo atliktas labai svarbus ir įtakingas tyrimas, kuris pademonstravo, kad nė vienas iš optimizuotų investicinių portfelių nuosekliai neparodė statistiškai reikšmingai geresnių rezultatų už naivius,

neoptimizuotus, lygių svorių, „1/n” portfelius. Šis rezultatas sukėlė karštą diskusiją akademinėje bendruomenėje ir ėmė kelti klausimus ar portfelį optimizavimas investuotojams prideda apčiuopiamą vertę. O savo tyrimo metu Zakamulin V. (2017) parodė, kad įtikinamai įrodyti portfelį optimizavimo vertės negalima, be parodymo, kad optimizavimo gauta nauda negali būti priskirta pelnui iš kokių nors žinomų anomalijų.

DeMiguel ir kt. (2009) kontraversiškame savo tyrime vertino imties pagrindu (angl. sample-based) paremto vidurkio-variacijos (angl. mean-variance) modelio veiksmingumą ir jo plėtinius, skirtus mažinti įvertinimo klaidą (angl. estimation error), lyginant su naiviu, lygių svorių „1/n“ portfelium. Iš 14 modelių, kurie buvo vertinti septyniuose empiriniuose duomenų rinkiniuose, nė vienas nuosekliai neparodė geresnių rezultatų už „1/n“ lygių svorių portfelius tiriant „Sharpe“ santykį, tikrumo ekvivalentinę grąžą (angl. certainty-equivalent return) ir apyvartą (angl. turnover). Tai indikuoja, anot autorių, kad tikrinant realius duomenis ne imties pagrindu (angl. out-of-sample), optimalios diversifikacijos nauda yra daugiau nei atsverta įvertinimo klaida (angl. estimation error). Autoriai taip pat teigia, kad tiriant JAV akcijų rinkos duomenis, analitiniai rezultatai ir simuliacijos rodo, kad imties pagrindu (angl. sample-based) paremtos vidurkio-variacijos (angl. mean-variance) strategijos ir jos plėtiniai, norintys pranokti „1/n“ rodiklį, reikalauja apie 3000 mėnesių laikotarpio portfelium turinčiam 25 aktyvus, ir apie 6000 mėnesių laikotarpio portfelium turinčiam 50 aktyvų. O tai parodo, kad reikia daug laiko, kol optimalių portfelium pelnas galėtų būti realizuotas ne imties pagrindu (angl. out of sample).

Hwang ir kt. (2018) antrina DeMiguel V. (2009), teigdami, kad portfelio optimizavimo srityje gerai žinoma, kad naivi diversifikacija pranoksta optimalią vidurkio-variacijos (angl. mean-variance) diversifikaciją, nes pastaroji yra linkusi į rimtas įvertinimo klaidas (angl. estimation error). Autoriai taip pat savo tyrime teigia, kad naudojant portfelius, sudarytus iš atskirų akcijų, portfelium turinčių santykinai mažą akcijų skaičių naivios diversifikacijos strategija pranoksta optimalią vidurkio-variacijos (angl. mean-variance) diversifikaciją ir yra mažiau pažeidžiama uodegos rizikai (angl. tail risk). O esant didesniai akcijų skaičiui portfelyje, naivi diversifikacija išlaiko savo didesnę veiksmingumą, tačiau didina uodegos riziką (angl. tail risk) ir lemia platesnes portfelio grąžų kontrakcijas (angl. concave portfolio returns). Šie rezultatai parodo, kad naivios diversifikacijos veiksmingumo pranašumas yra kompensacija uodegos rizikos ir kontrakcinės formos didėjimui (angl. tail risk and concavity).

Disch (2018) savo tyrime atliko ne imties pagrindo (angl. out-of-sample) analizę tarp

naivos diversifikacijos ir 15 optimizuotų portfelių strategijų, apimančių 4 JAV ir 2 Europos akcijų duomenų rinkinius. Išvados – nepastebima, kad bent viena optimizuota strategija nuosekliai pranoktų naivos diversifikacijos rodiklį statistiškai reikšmingu būdu pagal šešis bendrus veiksmingumo vertinimo kriterijus. Tačiau neapribotos strategijos imties pagrindu (angl. sample-based), paremtos vidurkio-variacijos (angl. mean-variance) ir minimalios-variacijos (angl. minimum-variance) strategijomis, pasižymi geresniu veiksmingumu dviejuose JAV duomenų rinkiniuose. Veiksmingumas atrodo priklausantis nuo duomenų rinkinių pasirinkimo, tačiau nepriklausantis nuo veiksmingumo vertinimo kriterijų. O duomenų rinkiniai, turintys didesnę stebėjimų skaičių, linkę pagerinti optimizuotų strategijų veiksmingumą. Na bet galiausiai autorius teigia, kad šie rezultatai automatiškai nereiškia, kad optimizuoti portfeliai negali lenkti „1/n“.

Esposito (2016) savo tyrimu siekė įvertinti „1/n“ lygių svorių portfelių strategijos veikimą ir palyginti su keliais plačiai naudojamais portfelių formavimo principais Brazilijos akcijų rinkoje. O iš gautų rezultatų konstatavo, kad empirinių duomenų analizės rezultatai rodo, jog tarp optimizuotų ir neoptimizuotų portfelių nėra aiškių nugalėtojų. O dviejuose nagrinėtuose duomenų rinkiniuose „1/n“ strategija lenkia vidurkio-variacijos (angl. mean-variance) optimizavimą, kas parodo, kad tam tikrais atvejais investuotojui būtų geriau visai nieko nevertinti, o tiesiog sverti kiekvieną turtą lygiomis dalimis. Tačiau strategijos, kurių dėmesys sutelktas tik į riziką, tokiomis kaip minimalios-variacijos (angl. minimum-variance), supaprastintos rizikos pariteto taisyklės (angl. simplified risk parity rule), atrodo pagerina veiksmingumą lyginant ir su „1/n“ ir su vidurkio-variacijos (angl. mean-variance) strategijom. Ir nors naivi diversifikacija gali atrodyti kaip labai paprasta strategija, šio tyrimo rezultatai, anot autorių, taip pat pagrindžia, kad naivi diversifikacija yra galingas įrankis.

Platanakis ir kt. (2018) investicinių portfelių optimizavimo naudą lygino su neoptimaliais, lygių svorių portfeliais kriptovaliutų rinkoje. Buvo tirtos keturios pagrindinės, labiausiai likvidžios ir rinkos ilgaamžės kriptovaliutos. Tyrime tirti neoptimalūs, lygių svorių portfeliai ir optimalūs, pagal investicinę grąžą, „Sharpe“ ir „Omega“ rodiklius. Na o tyrimo išvados – skirtumas tarp tokių portfelių labai mažas ir statistiškai nereikšmingas, kas parodo, kad yra labai nedidelė paskata rinktis tarp naivių ir optimalių portfelių. Ir autoriai reziuumuoja, kad neoptimizuotas lygių svorių portfelis yra toks pat naudingas, jeigu ne naudingesnis, už optimizuotus portfelius.

Tjetland ir Wehus (2020) vertindami DeMiguel ir kt. (2009) straipsnio sukeltos diskusijos pasėkmes apžvelgia įvairių autorių nuomones. Autoriai išskyrė ginančius ir tvirtinančius apie

optimizavimo teikiamą naudą ir optimizuotų strategijų tvarumą – (Kritzman ir kt. (2010), Tu & Zhou (2011), Kirby & Ostdiek (2012) ir Banerjee & Hung (2013)). Tačiau White (2000), pasak autorių, parodė, kad rastas didesnis optimalių portfelių veiksmingumas gali nekilti iš realaus tokių portfelių veiksmingumo, o iš atsitiktinumo, neatsitiktinio tyrimo duomenų pasirinkimo. Be to, Zakamulin (2017) kritikuoja Sharpe rodiklio, kaip vienintelio veiksmingumo vertinimo rodiklio, naudojimą. Kadangi optimizuotų strategijų veiksmingumo rezultatai nebūtinai gali būti dėl didesnio veiksmingumo, o ir dėl vienos ar daugiau veiksmingumo anomalijų. O du naujesni straipsniai, parašyti Hsu ir kt. (2018) ir Yang ir kt. (2018), bandantys įvertinti duomenų tyrinėjimo iškraipymą, nustato, kad yra mažai įrodymų, kad bet kokia optimizuota strategija pranoksta naivia diversifikaciją.

Yuan ir Zhou (2022) savame tyrime detalai apžvelgė „1/n“ portfelių veiksmingumą, teigia, kad dar daug darbo turi būti įdėta ateities tyrimuose parodyti papildomą gaunamą vertę kuriant sofistikuotus, optimizuotus ar kitokius portfelius, įrodančius statistiškai reikšmingai geresnius rezultatus už naivia diversifikaciją.

Na o De Giorgi ir Mahmoud (2016) pabrėžia, kad praktikoje optimizavimo pasirinkimo būdai susiduria su techniniais sunkumais. Ekonominiai subjektai realiame gyvenime sistemingai pažeidžia tradicinę diversifikacijos prielaidą renkantis iš rizikingų aktyvų, dėl to portfelio sudarymo užduotis daugumai gali būti per sudėtinga. Dėl to investuotojai praktikoje yra linkę naudoti įvairias paprastesnes diversifikacijos formas. O netgi yra dokumentuota, pažymi De Giorgi ir Mahmoud (2016), remdamiesi Gigerenzer (2010), kad ir pats Harry Markowitz savo pensijos investicijoms naudojo paprastą „1/n“ heuristiką. O šį savo pasirinkimą grindė psichologiniais aspektais: „Mano tikslas buvo sumažinti būsimą gailėjimąsi. Todėl savo indėlius padalinau lygiomis dalimis tarp obligacijų ir akcijų“.

Tad peržvelgus šių autorių mokslinius darbus, straipsnius, tyrimus ir mintis, galima konstatuoti, kad investicinių portfelių optimizavimo naudingumo samprata akademinėje erdvėje nėra absoliuti, neginčijama ir vienareikšmė. Priklausomai nuo tiriamų duomenų, nuo naudojamų naudingumo vertinimo rodiklių ar kitų pamatuojamų ar nepamatuojamų veiksnių, ne tik kad ne visada optimizuoti investiciniai portfeliai yra pranašesni už neoptimizuotus, o kartais yra netgi prastesni.

Na o apibendrinant teorinėje dalyje išdėstytą informaciją paminėtina, kad nors ir apie investicinių portfelių diversifikavimo svarbą buvo žinoma jau labai seniai, šios žinios tebuvo



neformalios. Formalaus, matematinio požiūrio į šią portfelio diversifikaciją, arba optimizaciją, pradžia siejama su Markowitz 1952 m. publikuota teorija – moderniąja portfelio teorija. Ši teorija nebuvo apribota tik moksliniais portfelių optimizavimo svarbos ir naudos argumentais, bet ir šių teorijų praktiniu pritaikymu ir reikiamų įrankių pagrindimu tokius portfelius pamatuoti ir sukurti. Tai atvėrė naujas duris naujoms, patobulintoms portfelio optimizavimo teorijoms vystytis. Ko pasekoje atsirado įvairūs alternatyvūs, modifikuoti ar kitaip geriau optimizavimo naudą siekiantys realizuoti investicinių portfelių optimizavimo modeliai ir teorijos. Tokie kaip – post-modernioji portfelio teorija, kapitalo įkainojimo modelis, Fama-French trijų faktorių modelis, vėliau ir keturių, penkių faktorių modeliai, na ir daugybė kitų. Tačiau nors ir teorinėje erdvėje optimizavimo svarba ir nauda yra plačiai žinoma, ne visi mokslininkai vienareikšmiškai sutinka su neiginčijama ir nekvestionuojama optimizavimo nauda praktikoje. Vienas iš tokių šalininkų – DeMiguel ir kt. 2009 m., publikuotame savo straipsnyje pateikęs tyrimo išvadas apie neoptimalių, naivių, lygių svorių portfelių lygiavertiškumą optimaliems portfeliams. Keldamas klausimą, ar tikrai šis sudėtingas, sofistikuotas portfelių optimizavimo procesas yra būtinas, norint turėti gerai diversifikuotą, o svarbiausia ne mažesnės investicinės gražos ar ne didesnės investicinės rizikos portfelį. Pasekoje to, akademinėje erdvėje atsirado vis daugiau tiek pagrindžiančių šią, tiek ir ginančių nusistovėjusią optimizavimo naudos teorijos pusę, straipsnių ir tyrimų. Nors tai ir nėra didžiulis mokslinis atradimas ar proveržis, tačiau tai tapo savotiška paskata akademikams labiau kvestionuoti nusistovėjusias teorijas ir automatiškai neatmesti paprastesnių investicinių portfelių diversifikavimo būdų, kaip alternatyvos sudėtingiems optimizavimo procesams.

## 2. INVESTICINIŲ PORTFELIŲ OPTIMIZAVIMO METODIKA

Iš teorinėje dalyje apžvelgtų mokslininkų akademinų darbų ir identifikuotų investicinių portfelių optimizavimo naudingumo vertinimo problemų, suformuota šio tyrimo problema – ištirti investicinių portfelių optimizavimo naudingumą iš mažmeninio investuotojo (angl. retail investor's) perspektyvos, tyrime naudojant mažmeniniam investuotojui aktualią atrinktą duomenų bazę, praplėčiant investicinei rizikai matuoti naudojamų rizikos matavimo vienetų skaičių, optimizuotų investicinių portfelių kūrimui naudojant tris skirtingus optimizavimo būdus skirtingiems potencialių investuotojų tipams aprėpti, na ir optimizuotų investicinių portfelių naudingumo vertinimui naudojant dvejus skirtingus neoptimizuotų portfelių tipus.

Tad tyrimui iškeltos šios hipotezės:

### 1 lentelė

#### *Hipotezių iškėlimas*

Hipotezės	
$H_0$ :	Optimizuoti investiciniai portfeliai neatneša statistiškai skirtingų (geresnių arba blogesnių) rezultatų lyginant su neoptimaliais portfeliais.*
$H_a$ :	Optimizuoti investiciniai portfeliai atneša statistiškai skirtingus (geresnius arba blogesnius) rezultatus lyginant su neoptimaliais portfeliais.**

*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

\*  $H_0$ : – Iš viso 48 skirtingi hipotezių teiginiai.

\*\*  $H_a$ : – Iš viso 48 skirtingi hipotezių teiginiai.

Dėl didelio darbe keliamų hipotezių kiekio, 1 lentelėje pateikiami tik bendriniai hipotezių teiginiai. Pilna hipotezių vertinimo (priėmimo ar atmetimo) lentelė pateikta šio darbo pabaigoje (žr. 14 lentelę). O hipotezių teiginių skirtumus lemia:

- 2 skirtingi neoptimalių investicinių portfelių variantai - „1/n” ir „rinkos”.
- 3 skirtingi investicinių portfelių optimizavimo būdai – „maksimizuoto gražos ir rizikos santykio”, „maksimizuotos gražos fiksuota rizika”, „minimizuotos rizikos fiksuota graža”.
- 8 skirtingi rizikos matavimo vienetai - „STDEV“, „Semi-STDEV“, „AVEDEV“, „Semi-AVEDEV“, „VAR95”, „VAR99”, „CVAR95”, „CVAR99”.

Tyrimo tikslas – remiantis praeities duomenimis sukurti optimizuotus portfelius ir patestuoti ar šie portfeliai būtų atnešę statistiškai reikšmingai skirtingus rezultatus (investicinė grąža, rizika, grąžos ir rizikos santykis) lyginant su neoptimaliais – lygių svorių (toliau „1/n”) ir investicinių fondų valdomo turto (toliau „rinkos“) portfeliais:

- „1/n” portfelis – tai portfelis, kurio sudėtyje visi esantys turto aktyvai sudaro vienodą procentinę portfolio dalį, dar vadinamas naiviu arba lygių svorių portfelium.
- „Rinkos“ portfelis – tai portfelis, kurio sudėtyje esančių turto aktyvų procentinė dalis portfelyje priklauso nuo kiekvieno aktyvo investicinio fondo valdomo turto (angl. assets under management).

Tiriamasis laikotarpis – nuo 2010-01-01 iki 2022-01-01, t.y. 12 metų laikotarpis, kuris tyrimo tikslais yra skeliamas į 2 skirtingus, vienodo dydžio laiko tarpus, po 6 metus:

- 1) Duomenų apdirbimo laikotarpis – nuo 2010-01-01 iki 2016-01-01. Šio laikotarpio statistiniai aktyvų duomenys yra skirti kurti optimizuotus portfelius.
- 2) Duomenų testavimo laikotarpis – nuo 2016-01-01 iki 2022-01-01. Šio laikotarpio statistiniai aktyvų duomenys yra skirti testuoti optimizuotų portfelių rezultatus.

Investicinių portfelių investicinės rizikos ir grąžos ir rizikos santykio vertinimui naudojami šie rizikos matavimo vienetai:

- 1) „STDEV” – standartinis nuokrypis (angl. standard deviation)
- 2) „Semi-STDEV” – žemutinis standartinis nuokrypis (angl. downside deviation)
- 3) „AVEDEV” – absoliutusias nuokrypis (angl. mean absolute deviation)
- 4) „Semi-AVEDEV” – žemutinis absoliutusias nuokrypis (angl. downside mean absolute deviation)
- 5) „VAR95” – vertės pokyčio rizika (95 procentų) (angl. value at risk)
- 6) „VAR99” – vertės pokyčio rizika (99 procentų) (angl. value at risk)
- 7) „CVAR95” – sąlyginė vertės pokyčio rizika (95 procentų) (angl. conditional value at risk)
- 8) „CVAR99” – sąlyginė vertės pokyčio rizika (99 procentų) (angl. conditional value at risk)

Pateikiamos šių, viršuje išvardintų aštuonių rizikos matavimo vienetų bei kitų šiame tyrime naudotų rodiklių formulės:

- Portfelio grąža:

$$R_p = \sum_{i=1}^n w_i r_i, \quad (6)$$

kur  $w$  – aktyvo svoris (procentinė dalis),  $r$  – aktyvo investicinė grąža,  $n$  – aktyvų skaičius

- Standartinis nuokrypis (angl. standard deviation):

$$\sigma_p = \sqrt{w_A^2 \sigma^2(k_A) + w_B^2 \sigma^2(k_B) + 2w_A w_B R(k_A, k_B) \sigma(k_A) \sigma(k_B)}, \quad (7)$$

kur  $\sigma_p$  – portfelio standartinis nuokrypis,  $w$  – aktyvo (A,B) svoriai,  $k$  – aktyvo (A,B) standartiniai nuokrypiai,  $R$  – Koreliacijos koeficientas

- Absoliutusias nuokrypis (angl. MAD - mean absolute deviation):

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}, \quad (8)$$

kur  $\sum$  – suma,  $n$  – populiacijos dydis,  $x_i$  – kiekviena populiacijos reikšmė,  $\bar{x}$  – vidutinė populiacijos reikšmė,  $\mu$  – Populiacijos vidurkis;

- Vertės pokyčio rizika (angl. VAR - value at risk):

$$VaR = \left( R_p - (z * \sigma_p) \right) * V_p, \quad (9)$$

kur  $R_p$  – portfelio grąža,  $z$  –  $z$  reikšmė ( $z$  – score of the confidence interval),  $\sigma_p$  – portfelio standartinis nuokrypis,  $V_p$  – portfelio vertė

- Sąlyginė vertės pokyčio rizika (angl. CVAR - Conditional Value At Risk):

$$CVaR = \frac{1}{1-c} \int_{-1}^{VaR} x p(x) dx, \quad (10)$$

asd

kur  $p(x)dx$  – Tikimybės tankis gauti rezultata su reikšme  $x$  (angl. (angl.the probability density

of getting a return with value "x"),  $c$  – atskirties taškas skirsinyje, kuriame pasiekama  $VaR$  nustatyta reikšmė (angl. the cut-off point on the distribution where the analyst sets the  $VaR$  breakpoint)  $VaR$  – vertės pokyčio rizikos reikšmė.

Investicinių portfelių optimizavimui ir šių portfelių lyginamajam tyrimui su neoptimizuotais investiciniais portfeliais atlikti iš teorinėje dalyje pateiktų ir apžvelgtų investicinių portfelių optimizavimo modelių buvo pasirinktas H. M. Markowitz modelis, dėl sekančių priežasčių:

- 1) Patikrintas laiko – tai yra etalonas portfelių optimizavime, pirmasis optimizavimo modelis;
- 2) Plačiai naudojamas – ir šiuo metu tai yra plačiai naudojamas modelis daugelyje finansų sričių;
- 3) Paprastas – nereikalaujantis papildomos informacijos, t.y. dirbama tik su aktyvų praeities duomenimis, be papildomų mikro ar makroekonominių elementų, be subjektyvių - laukiamų, tikėtinų, prognozuojamų rodiklių ar pan.

Tyrimo portfelių optimizavimo skaičiavimams naudota – Microsoft Excel „Solver“ funkcija.

Remiantis autorių Ghasemi A. ir Zahediasl S. (2012) straipsniu, statistinės klaidos yra dažnos mokslinėje literatūroje, net apie 50% publikuotų straipsnių turi bent vieną tokią klaidą. Daugelis statistinių procedūrų (koreliacija, regresija, dispersijos analizė, t-testas ir pan.), yra atliekami darant prielaidą, jog tiriami duomenys priklauso normaliajam skirstiniui, arba Gauso (angl. Gaussian) skirstiniui. Normalumo ir kitos prielaidos turi būti vertinamos rimtai, nes tai lemia patikimų išvadų apie realybę tikslumą.

Ši teorema yra vadinama Centrine Ribinė Teorema (angl. Central Limit Theorem), kurios susisteminti pagrindiniai teiginiai:

- 1) Jei imties duomenys (angl. sample data) yra apitiksliai normalūs, tai ir imties pasiskirstymas (angl. sampling distribution) bus normalus;
- 2) Didelėms imtims (30 ir daugiau), imties pasiskirstymas (angl. sampling distribution) linkęs būti normalus, nepriklausomai nuo duomenų formos (angl. shape of the data). Tai reiškia, kad galime naudoti parametrinius metodus net tuomet, kai duomenys nėra priklausantys normaliajam skirstiniui.

3) Bet kurios pasiskirstymo atsitiktinės imties vidurkiai patys savaime turės normalų pasiskirstymą.

Dėl šių priežasčių pasirinkta tyrimo imtis -  $N=30$ . Tai reiškia, kad tyrimui atlikti bus naudota 30 atsitiktine tvarka atrinktų investicinių portfelių. Iš kiekvienos (iš 8 skirtingų) turto klasės, atrenkama po vieną (iš 4 skirtingų kiekvienoje turto klasėje) aktyvą vienam investiciniam portfeliui kurti. Tokių, atsitiktine tvarka sudarytų portfelių kuriama – 30 vnt. Šių portfelių aktyvų atsitiktinės tvarkos lentelė pateikiama paskutiniame priede (žr. 9 priedą).

Na o optimizuotų portfelių rezultatų įvertinimui naudojamas nevienodų (skirtingų) variacijų T-testas.

Nevienodų variacijų T-Teste lyginami 2-jų skirtingų duomenų rinkiniai. Nulinė hipotezė ( $H_0$ ) – kad šių 2-jų duomenų rinkinių, nevienodomis populiacijų variacijomis, populiacijų vidurkiai yra vienodi. Kitaip tariant, tarp šių rinkinių populiacijų vidurkių – skirtumų nėra atrasta. Tuo tarpu, alternatyvioji hipotezė ( $H_a$ ) - kad šių 2-jų duomenų rinkinių, nevienodomis populiacijų variacijomis, populiacijų vidurkiai yra skirtingi. Kitaip tariant, tarp šių rinkinių populiacijų vidurkių – skirtumai yra atrasti. Šio testo rezultatas parodo pasitikėjimo intervalą (angl. confidence interval) tarp 2-jų duomenų rinkinių populiacijų vidurkių. (Ruxton, 2006)

Dviejų imčių (angl. samples) T-testas ne vienodomis variacijomis gali būti atliekamas, kai:

- 1) Imtys (angl. samples) priklauso normaliajam skirstiniui arba imčių dydis (angl. sample size) yra pakankamai didelis - 30 ar daugiau;
- 2) Standartiniai nuokrypiai abiejų populiacijų yra nežinomi ir numanoma, kad jie yra nevienodi; (Ruxton, 2006)

Dviejų kintamųjų nevienodomis variacijomis T-Testas:

$$t = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n_x} + \frac{s_y^2}{n_y}}}, \quad (11)$$

kur  $\bar{x}$  – 1-ojo kintamojo imties vidurkis,  $\bar{y}$  – 2-ojo kintamojo imties vidurkis,  $\mu_x$  – 1-ojo kintamojo populiacijos vidurkis,  $\mu_y$  – 2-ojo kintamojo populiacijos vidurkis,  $s_x$  – 1-ojo kintamojo imties

standartinis nuokrypis,  $s_y$  – 2-ojo kintamojo imties standartinis nuokrypis,  $n_x$  – 1-ojo kintamojo kintamųjų skaičius,  $n_y$  – 2-ojo kintamojo kintamųjų skaičius

Pasirinktas statistinio pasitikėjimo lygis (angl. confidence level) – 0.95 arba 95%.

Dėl to statistinis kritinis lygis (angl. critical level) – 0.05 arba 5%.

Naudojamas abipusis, 2-jų uodegų (angl. 2-tail), T-testas, todėl statistinio reikšmingumo testavimo kritiniai intervalai (angl. critical area) – nuo 0 iki 0.025 ir nuo 0.975 iki 1.

T-testo skaičiavimui naudota Excel funkcija „=T.TEST“

Dėl patogesnio grafinio hipotezių rezultatų atvaizdavimo - sukurtas išvestinis rodiklis, pavadintas „pp“ rodikliu (žr. X formulę). Kurio tikslas - T-testo rezultato intervalus – nuo 0 iki 1, kur kritiniai intervalai – nuo 0 iki 0.025 ir nuo 0.975 iki 1, pakeisti į T-testo rezultato intervalus – nuo -1 iki 1, kur kritiniai intervalai – nuo -1 iki -0.95 ir nuo 0.95 iki 1.

Išvestinis rodiklis supaprastintam grafinio hipotezių rezultatų atvaizdavimui („pp“ rodiklis) atvaizdavimui:

$$„pp“ = \left(\frac{p}{0.5}\right) - 1, \quad (12)$$

kur  $p$  – nevienodų variacijų T-testo gauta statistinio reikšmingumo reikšmė

Tai T-testo rezultatai, viršijantys 0.95 „pp“ - reikš optimizuotų investicinių portfelių geresnius rezultatus lyginant su neoptimizuotais „1/n“ ir „rinkos“ portfeliais, tuo tarpu rezultatai, neviršijantys -0.95 „pp“ reikšmės – reikš optimizuotų investicinių portfelių blogesnius rezultatus lyginant su neoptimizuotais „1/n“ ir „rinkos“ portfeliais.

Tyrime naudoti aktyvai - biržose prekiaujami fondai (angl. ETF - *exchange traded funds*). Šiaulių Bankas (2023, gruodžio 8 d.) ir Swedbank (2023, gruodžio 8 d.) susistemintas šių fondų apibrėžimas - tai tokie investiciniai fondai, kurių vienetais prekiaujama vertybinių popierių biržose. Dėl šios priežasties jie paprastai nėra aktyviai valdomi, ko pasekoje paprastai taikomi mažesni valdymo mokesčiai (lyginant su atviro tipo investiciniais fondais), o ir likvidumas paprastai yra didesnis. Šių fondų vertė dažnai susiejama su tam tikru indeksu, todėl kintant indeksui atitinkamai kinta ir fondo vienetų kaina. Na o tokių fondų kaina gali keistis bet kuriuo prekybos dienos momentu - tai pagrindinis skirtumas nuo investicinių fondų (angl. mutual funds), kuriais prekiaujama ne biržoje ir tik kartą per dieną po rinkų užsidarymo.

Aktyvų atrinkimo metodika – iš 8-ių skirtingų biržose prekiaujamų fondų aktyvų klasių kategorijų atrenkama po 4-is didžiausius tose aktyvų klasėse biržose prekiaujamus fondus pagal tų fondų valdomą turtą (angl. AUM - assets under management) (žr. 2 lentelę), kurie tenkina šiuos kriterijus:

1. Buvo prekiaujami bent 12 metų (nuo 2010-01-01 iki 2022-01-01);
2. Siekia atkartoti („seka“) skirtingus indeksus.

## 2 lentelė

*Biržose prekiaujamų fondų turto klasių apžvalga*

<i>Aktyvų klasės</i>	<i>Fondų valdomas turtas (mln).</i>	<i>Fondų skaičius</i>
Akcijos	\$5,420,269	2269
Obligacijos	\$1,379,637	620
Žaliavos	\$129,620	98
Nekilnojamasis turtas	\$58,603	45
Mišrūs aktyvai	\$29,259	154
Privilegiuotosios akcijos	\$28,222	17
Alternatyvios investavimo priemonės	\$5,904	47
Valiutos	\$3,225	28

*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

O aktyvų istoriniai duomenys - iš „Yahoofinance“ duomenų bazės. Naudoti dieniniai, dienos pabaigoje perskaičiuoti kainų duomenys (angl. adjusted close). Duomenys tikrinti: 2023-12-01.

Tyrimo limitacijos:

- Skaičiavimuose neįtraukta aktyvų pardavimo (angl. short-selling) galimybė.
- Skaičiavimuose neįtraukti tarpininkavimo (brokerio) mokesčiai.
- Skaičiavimuose neįtraukti likvidumo (angl. slippage) mokesčiai.
- Portfelių optimizavimo procesui negalima (angl. short-selling) opcija.
- Skaičiuotas aritmetinis, o ne geometrinis vidurkis (dėl optimizavimo programos limitacijų)

Apibendrinant, šio tyrimo tikslas – ištirti ir įvertinti investicinių portfelių optimizavimo



naudingumą, lyginant su neoptimaliais – lygių svorių „1/n” ir fondų valdomo turto „rinkos“ portfeliais. Tai yra, įvertinti ar investicinių portfelių optimizavimas būtų atnešęs realios investicinės naudos žvelgiant į praeities duomenis. Šiam vertinimui tiriamasis laikotarpis, kuris yra 12 metų, skeliamas į dvi lygias dalis, kurių viena skirta portfelių duomenų apdirbimui ir kūrimui, o kita – portfelių rezultatų vertinimui. Portfelių optimizavimui pasirinktas Markowitz modelis, dėl savo ilgaamžiškumo, paprastumo ir pripažinimo. O dėl rizikos vertinimo subjektyvios natūros, rizikos vertinimui naudojamas ne tik standartinis nuokrypis, o ir kiti rizikos matavimo vienetai, iš viso aštuoni. Portfeliams optimizuoti pasirinkti trys skirtingi optimizavimo būdai – maksimizuotas grąžos ir rizikos santykis, maksimizuota investicinė grąža fiksuota rizika ir minimizuota investicinė rizika fiksuota grąža. Šių skirtingų optimizavimo būdų tikslas įvertinti skirtingus potencialių investuotojų tipus ir jų portfelių aktyvų struktūras. Tyrime naudojami lengvai mažmeniniams investuotojams pasiekiami biržose prekiaujami fondai. Iš aštuonių skirtingų turto klasių atrenkama po keturis didžiausius pagal fondų valdomą turtą aktyvus, ir portfelių kūrimui atsitiktine tvarka pasirenkama po vieną aktyvą iš kiekvienos turto klasės. Iš viso kuriama trisdešimt tokių, atsitiktine tvarka sudarytų portfelių, leidžiančių patenkinti normalumo prielaidos sąlygas ir atlikti portfelių palyginimo testus. O hipotezių testavimui naudojamas T-testas, lyginantis optimizuotus portfelius su neoptimizuotais portfeliais nevienodų variacijų t-teste, parodančiame ar šie portfeliai priklauso skirtingai ar tai pačiai populiacijai, kitaip tariant ar randamas statistiškas reikšmingumas, kad vieni ar kiti portfeliai yra geresni ar blogesni vieni už kitus pagal tiriamus rodiklius.

Sekančiame skyriuje (3.1.) pateikiama detalesnė kiekvienos aktyvų klasės apžvalga, su atrinktais jose biržose prekiaujamais fondais, jų investiciniais rodikliais - investicinės grąžos, investicinės rizikos, grąžos ir rizikos santykio vertinimais.

### 3. OPTIMIZUOTŲ INVESTICINIŲ PORTFELIŲ NAUDINGUMO VERTINIMAS

#### 3.1. Biržose prekiaujamų fondų aktyvų klasių apžvalga

##### 3.1.1. Akcijomis biržose prekiaujami fondai

Akcijomis biržose prekiaujami fondai – tai fondai investuojantys į nuosavybės vertybinius popierius - akcijas, suteikiančius teisę į įmonės dalį. Tokie fondai dažniausiai, bet nebūtinai, siekia atkartoti akcijų indekso rezultatus. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.).

Pagal investicinių fondų atrankos kriterijus, tyrimui buvo atrinkti šie akcijomis biržose prekiaujami fondai (pilna lentelė – žr. 1 priedą):

#### 3 lentelė

*Akcijomis biržose prekiaujamų fondų apžvalga*

Nr.	Simbolis	Fondo valdomas turtas (mln.)	Fondo mokestis (metinis)
1.	„SPY”	\$168,400	0.09%
2.	„VTI”	\$393,700	0.03%
3.	„QQQ”	\$42,507	0.20%
4.	„VTV”	\$36,962	0.04%

*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

„SPY“ – tai fondas, siekiantis atkartoti „S&P 500” indekso kainos pokyčių dinamiką, sudarytą iš 500 didžiausių JAV akcijų rinkoje listinguojamų kompanijų. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.).

„VTI“ – tai fondas, siekiantis atkartoti „CRSP US Total Market Index“ indekso kainos pokyčių dinamiką, kuris siekia aprėpti visą JAV akcijų biržą, sudarytą iš daugiau nei 3500 kompanijų. (Marketwatch, 2023, gruodžio 1 d.).

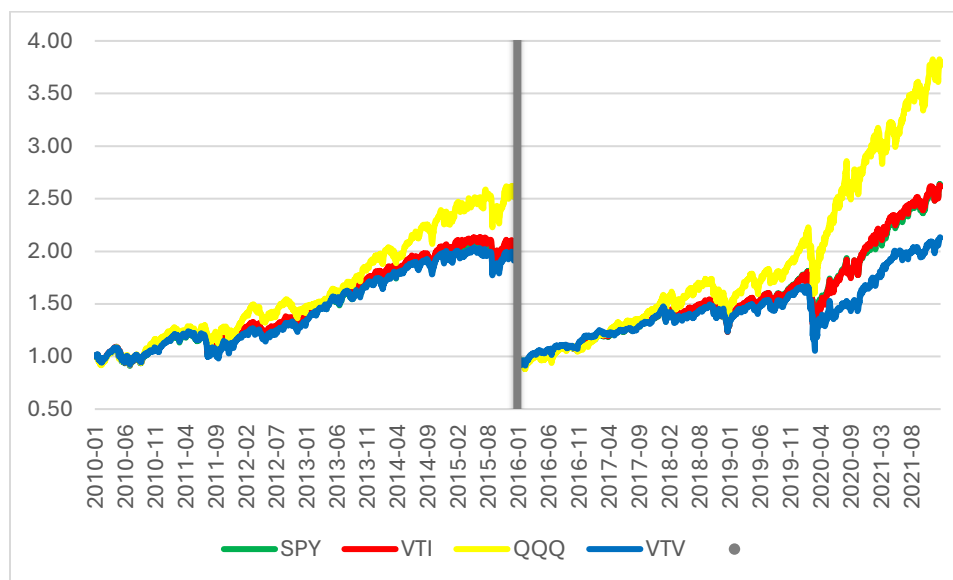
„QQQ“ – tai fondas, siekiantis atkartoti „Nasdaq” indekso kainos pokyčių dinamiką, sudarytą iš 100 didžiausių JAV akcijų rinkoje listinguojamų technologijų sektoriaus kompanijų. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.).

„VTV“ – tai fondas, siekiantis atkartoti „CRSP US Large Cap Value Index“ indekso kainos pokyčių dinamiką, kuris yra sudarytas iš didelės kapitalizacijos (angl. large-cap) vertės akcijų (angl. value stocks), aprėpiančių apie 85% didžiausių visos biržos akcijų. (Marketwatch, 2023, gruodžio 1 d.).

Toliau bus apžvelgti šių fondų rezultatai grafiškai (žr. 5 paveikslą). Grafikas skeltas į 2 laikotarpius – duomenų apdirbimo (nuo 2010 m. iki 2016 m.) ir duomenų testavimo (nuo 2016 m. iki 2022 m.). Kiekvieno laikotarpio pradinis, atskaitos, taškas – 1.

## 5 paveikslas

*Akcijomis biržose prekiaujamų fondų kainų pokyčių dinamika duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais*



*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis.

Duomenų apdirbimo laikotarpiu visi tiriami akcijomis biržose prekiaujami fondai parodė teigiamus rezultatus. Didžiausią investicinę grąžą sugeneravo „QQQ“ fondas, kurio rezultatai laikotarpio pabaigoje siekė 2,55 punkto. „VTI“ ir „SPY“ fondų tiek rezultatai, tiek kainų pokyčių dinamika kone identiška, pastebima didžiulė koreliacija, metų gale investicinė grąža atitinkamai siekė 2,04 ir 2,02 punkto. „VTV“ fondas rodė šiek tiek prastesnius, bet taip pat labai panašius rezultatus į prieš tai minėtus fondus, taip pat pastebima didelė koreliacija su jais, o rezultatai laikotarpio pabaigoje siekė 1,95 punkto. Panašios tarpusavio ryšio tendencijos pastebimos ir duomenų testavimo laikotarpiu, geriausi rezultatai – „QQQ“ fondo (3,76 punkto), prasčiausi

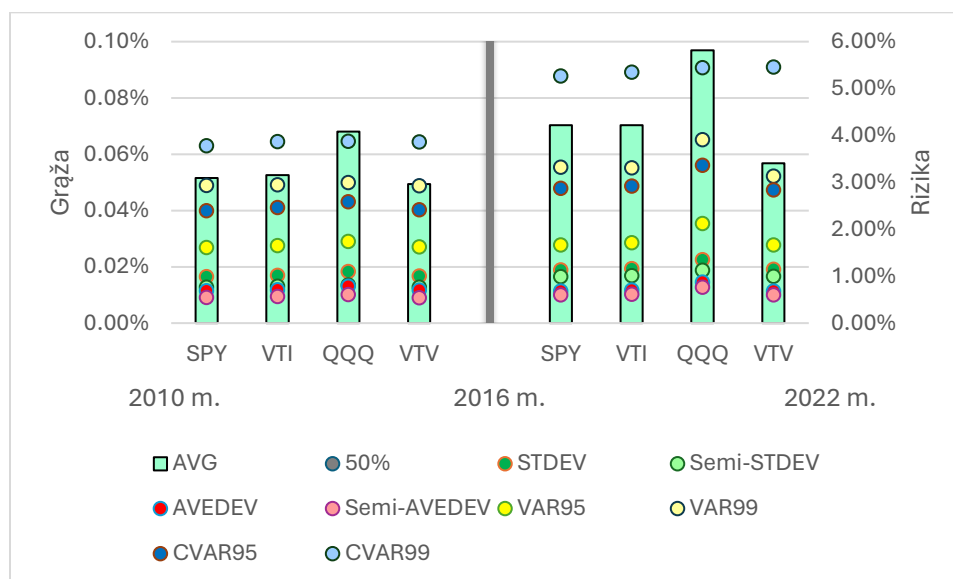
„VTV” fondo (2,13 punkto), o „SPY” (2,62 punkto) ir „VTI” (2,61 punkto) fondų rezultatai, kaip ir tarpusavio koreliacija – vėlgi kone identiški.

Pastebima tai, kad abejais periodais visų fondų rezultatai kone visą laikotarpį buvo teigiami, nekrito žemiau pradinės ribos. Taip pat pastebima, jog rezultatų testavimo laikotarpio pabaigoje visi fondai pasiekė geresnius rezultatus lyginant su rezultatų apdirbimo laikotarpiu. Akivaizdūs ir didesni kainų svyravimai, mažesnis stabilumas, bet ir didesnė investicinė grąža laikotarpio gale. „Covid“ pandemijos laikotarpiu nuosmukis didžiausias, tačiau ir atsistatymas labai greitas, o galiausiai pasiektos ir aukščiausios aukštumos.

Toliau bus apžvelgta fondų rezultatų diagrama (žr. 6 paveikslą) – investicinės grąžos ir skirtingų rizikos matavimo vienetų rezultatai.

## 6 paveikslas

*Akcijomis biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos rodiklių rezultatai duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais*



*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis.

Žvelgiant į investicinės rizikos ir investicinės grąžos rezultatus, pastebima, kad duomenų apdirbimo laikotarpiu visų šių akcijomis biržose prekiaujamų fondų investicinės rizikos rodiklių rezultatai kone identiški. Ko pasekoje galima teigti, jog „QQQ” fondo rezultatai investuotojui patraukliausi – su tokia pat ar panašia rizika gaunama didžiausia investicinė grąža. „SPY” ir „VTI”

fondų rodikliai kone identiški, na o prasčiausias grąžos ir rizikos santykis, nors ir nežymiai, pastebimas „VTV” fondo. Duomenų testavimo laikotarpiu vaizdas nesikeičia – akivaizdžiai patraukliausias grąžos ir rizikos santykiu – „QQQ” fondas, „SPY” ir „VTI” fondai rode šiek tiek prastesnius, na o prasčiausius, nors ir nežymiai – „VTV” fondas.

### 3.1.2. Obligacijomis biržose prekiaujami fondai

Obligacijomis biržose prekiaujantys fondai - tai fondai, suteikiantys galimybę investuoti į įvairių rūšių skolos vertybinius popierius - obligacijas, tokius kaip: fiksuotų ir kintančių palūkanų korporacijų ar valstybės vertybinius popierius, tarptautinius valstybinius išdus ir k.t. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.).

Pagal investicinių fondų atrankos kriterijus, tyrimui buvo atrinkti šie obligacijomis biržose prekiaujami fondai (pilna lentelė – žr. 2 priedą):

#### 4 lentelė

*Obligacijomis biržose prekiaujamų fondų apžvalga*

Nr.	Symbolis	Fondo valdomas turtas (mln.)	Fondo mokestis (metinis)
1.	„BND”	\$27,323	0.03%
2.	„VCSH”	\$6,240	0.04%
3.	„VCIT”	\$10,980	0.04%
4.	„BSV”	\$17,395	0.04%

*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

„BND” – tai fondas, siekiantis atkartoti „Bloomberg U.S. Aggregate Float Adjusted Index” indekso kainos pokyčių dinamiką. (Marketwatch, 2023, gruodžio 1 d.).

„VCIT” - tai fondas, siekiantis atkartoti „Barclays Capital U.S. 5-10 Year Corporate Bond Index” indekso kainos pokyčių dinamiką. (Marketwatch, 2023, gruodžio 1 d.).

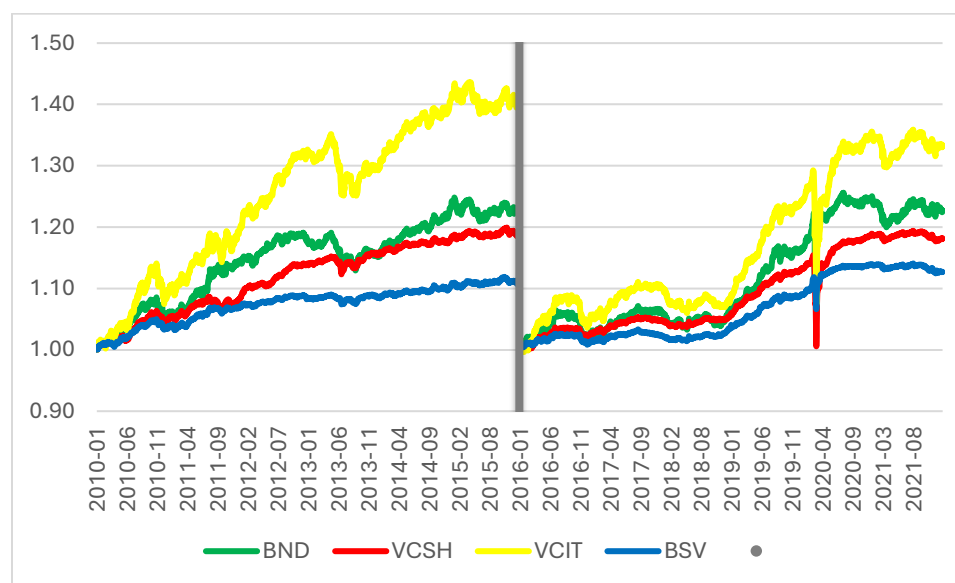
„VCSH” - tai fondas, siekiantis atkartoti „Barclays Capital U.S. 1-5 Year Corporate Bond Index” indekso kainos pokyčių dinamiką. (Marketwatch, 2023, gruodžio 1 d.).

„BSV” – tai fondas, siekiantis atkartoti „Bloomberg U.S. 1-5 Year Government/Credit Float Adjusted Index” indekso kainos pokyčių dinamiką. (Marketwatch, 2023, gruodžio 1 d.).

Toliau bus apžvelgti šių fondų rezultatai grafiškai (žr. 7 paveikslą). Grafikas skeltas į 2 laikotarpius – duomenų apdirbimo (nuo 2010 m. iki 2016 m.) ir duomenų testavimo (nuo 2016 m. iki 2022 m.). Kiekvieno laikotarpio pradinis, atskaitos taškas – 1.

## 7 paveikslas

*Obligacijomis biržose prekiaujamų fondų kainų pokyčių dinamika duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais*



*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis.

Duomenų apdirbimo laikotarpiu visi tiriami obligacijomis biržose prekiaujami fondai parodė teigiamus rezultatus. Išsiskyrė „VCIT“ fondas, kurio rezultatai geriausi, laikotarpio pabaigoje siekė 1,40 punkto. Prastesnius, tačiau tarpusavyje panašius rezultatus – „BND“ (1,23 punkto) ir „VCSH“ (1,19 punkto) fondai, na o prasčiausiai „BSV“ fondas, sugeneravęs 1,11 punkto investicinę grąžą. Duomenų testavimo laikotarpiu fondų rezultatų eiliškumas nepakito, geriausi rezultatai „VCIT“ fondo – fiksuotas 1,33 punkto augimas, „BND“ fondas – antras, sugeneravęs 1,23 punkto augimą, sekantis „VCSH“ fondas, su 1,18 punkto augimo rezultatu, na o prasčiausias iš šių – „BSV“ fondas, augęs iki 1,13 punkto.

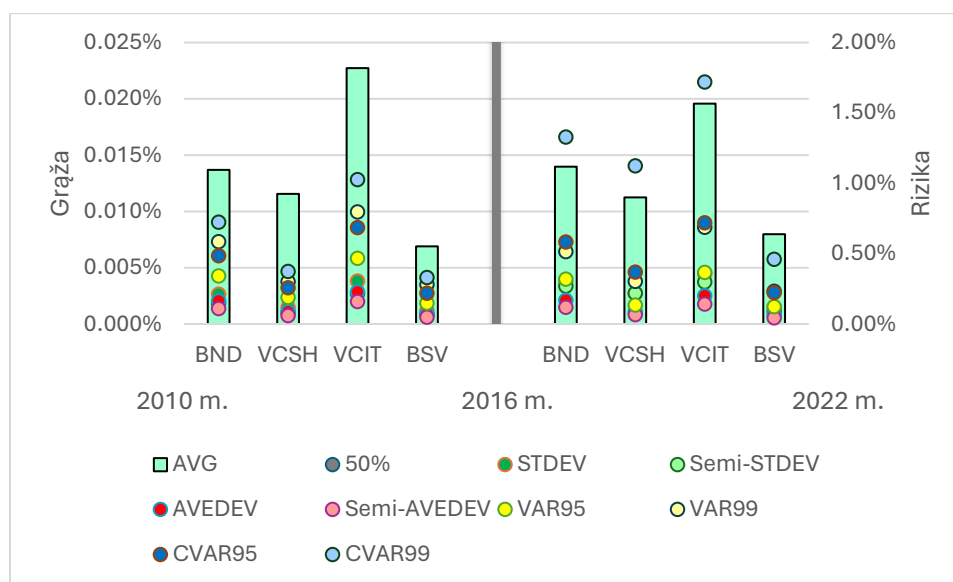
Pastebima tai, kad abejais tiriamais periodais ir visu turiamu laikotarpiu visų fondų rezultatai buvo teigiami, nenukrito žemiau pradinės ribos. Taip pat pastebima, jog rezultatų testavimo laikotarpiu fondų rezultatai panašesni tarpusavyje, ne toks didelis tarpusavio atotrūkis,

fondai yra siauriam diapozone. Taip pat didžiausią grąžą generavęs „VCIT“ fondas duomenų testavimo laikotarpiu nusmuko, na o mažiausią grąžą „BSV“ fondas – pakilo, sumažindami investicinės grąžos skirtumus tarp šių fondų.

Toliau bus apžvelgta fondų rezultatų diagrama (žr. 8 paveikslą) – investicinės grąžos ir skirtingų rizikos matavimo vienetų rezultatai.

## 8 paveikslas

*Obligacijomis biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos rodiklių rezultatai duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais*



*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis.

Žvelgiant į investicinės rizikos ir investicinės grąžos rezultatus, pastebima, kad duomenų apdirbimo laikotarpiu visų šių obligacijomis biržose prekiaujamų fondų investicinės rizikos rodiklių grąžos ir rizikos santykiai gana panašūs – didėjant grąžai, proporcingai didėjanti ir rizika. Išsiskiria „VCIT“ fondo išskirtinai didelė grąža, „BND“ fondo sąlyginai didelė rizika grąžos atžvilgiu, „BSV“ fondo proporciškai panaši rizika grąžos atžvilgiu, bet gerokai mažesne investicine grąža už „BND“ fondą, na ir „VCSH“ fondo tikriausiai patraukliausi grąžos ir rizikos santykių rezultatai, tiesa ne pačia didžiausia investicine grąža. Duomenų testavimo laikotarpiu rezultatai ženkliai nepakitę. Didžiausias išskirtinumas „BSV“ fondo – nors ir mažiausia investicine grąža, tačiau rizika yra akivaizdžiai mažiausia. „VCIT“ fondo patrauklumą išlaiko

didžiausia investicinė grąža, na o „VCSH” nors ir šiek tiek mažesnė grąža, tačiau ir rizikos santykis mažesnis lyginant su „BND” fondu.

### 3.1.3. Žaliavomis biržose prekiaujami fondai

Žaliavomis biržose prekiaujantys fondai - tai fondai, investuojantys į konkrečias žaliavas ar daugiau nei vienos žaliavos mišrius rinkinius. Pavyzdžiui: auksas, sidabras, nafta, taurieji metalai, gyvulininkystės prekės, kavos, cukraus prekės ir pan. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.).

Pagal investicinių fondų atrankos kriterijus, tyrimui buvo atrinkti šie žaliavomis biržose prekiaujami fondai (pilna lentelė – žr. 3 priedą):

#### 5 lentelė

##### Žaliavomis biržose prekiaujamų fondų apžvalga

Nr.	Simbolis	Fondo valdomas turtas (mln.)	Fondo mokestis (metinis)
1.	„GLD”	\$24,257	0.40%
2.	„DBC”	\$2,178	0.87%
3.	„SLV”	\$4,413	0.50%
4.	„USO”	\$2,122	0.81%

Šaltinis: sudaryta autoriaus, remiantis (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

„GLD” – fondas, siekiantis atkartoti aukso buliono (angl. gold bullion) kainos dinamiką. (Marketwatch, 2023, gruodžio 1 d.).

„DBC” – fondas, siekiantis atkartoti „DBIQ Optimum Yield Diversified Commodity Index Excess Return” indeksą, sudarytą iš 14 labiausiai prekiaujamų ir svarbiausių fizinių žaliavų pasaulyje. (Marketwatch, 2023, gruodžio 1 d.).

„SLV“ – fondas, siekiantis atkartoti sidarbo kainos dinamiką. (Marketwatch, 2023, gruodžio 1 d.).

„USO“ – fondas, siekiantis atkartoti „West Texas Intermediate“ naftos (angl. crude oil) kainos (angl. spot) pokyčių dinamiką, investuodamas į naftos ateities kontraktus (angl. futures contracts) ir kitus naftos interesus (angl. interests) (Marketwatch, 2023, gruodžio 1 d.).

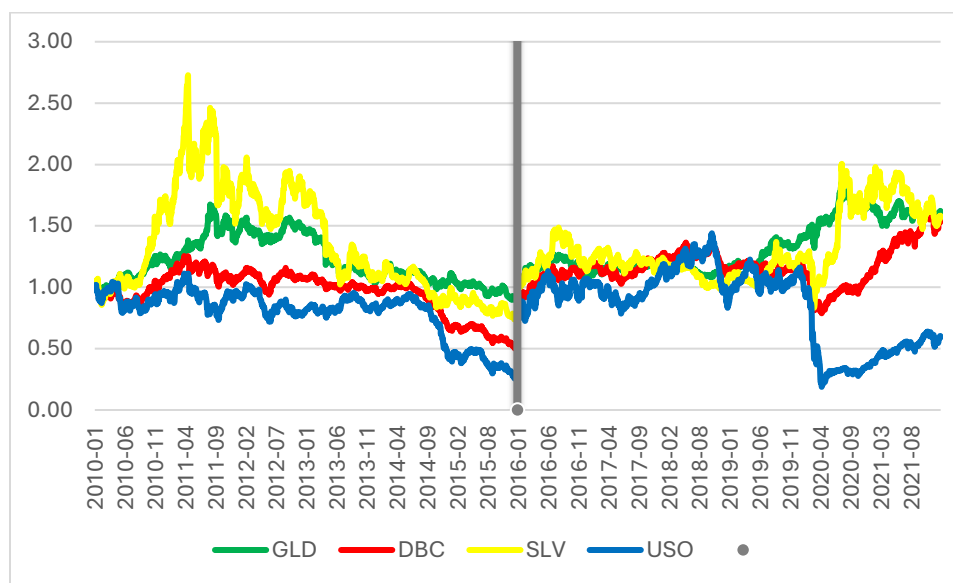
Toliau bus apžvelgti šių fondų rezultatai grafiškai (žr. 9 paveikslą). Grafikas skeltas į 2



laikotarpius – duomenų apdirbimo (nuo 2010 m. iki 2016 m.) ir duomenų testavimo (nuo 2016 m. iki 2022 m.). Kiekvieno laikotarpio pradinis, atskaitos taškas – 1.

## 9 paveikslas

*Žaliavomis biržose prekiaujamų fondų kainų pokyčių dinamika duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais*



*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis.

Žaliavomis biržose prekiaujamų fondų rezultatai duomenų apdirbimo laikotarpiu buvo labai skirtingi. Visų šių fondų rezultatai laikotarpio pabaigoje nukrito į neigiamą pusę. Geriausiai pasirodė „GLD“ fondas, laikotarpio pabaigą užbaigęs sugeneravęs 0,90 punkto rezultatą, šiek tiek prasčiau – „SLV“ fondas, sugeneravęs 0,74 punkto investicinę grąžą. Lygiai pusę investuoto kapitalo prarado „DBC“ fondas, laikotarpį pabaigęs fiksavęs 0,50 punkto rezultatą, na o ypatingai prastai, vos 0,26 punkto rezultatą fiksavo „USO“ fondas. Duomenų apdirbimo laikotarpiu rezultatai reikšmingai skyrėsi. Trys iš keturių fondų laikotarpį užbaigė teigiamai. Fiksuoti labai panašūs rezultatai – „GLD“, surinkęs 1,62 punkto, „SLV“ fondas, surinkęs 1,58 punkto bei „DBC“ fondas fiksavęs 1,53 punkto augimą. Tuo tarpu prasčiausias, tačiau ne tiek stiprų nuosmukį parodė „USO“ fondas, laikotarpio pabaigoje siekęs 0,59 punkto rezultatą.

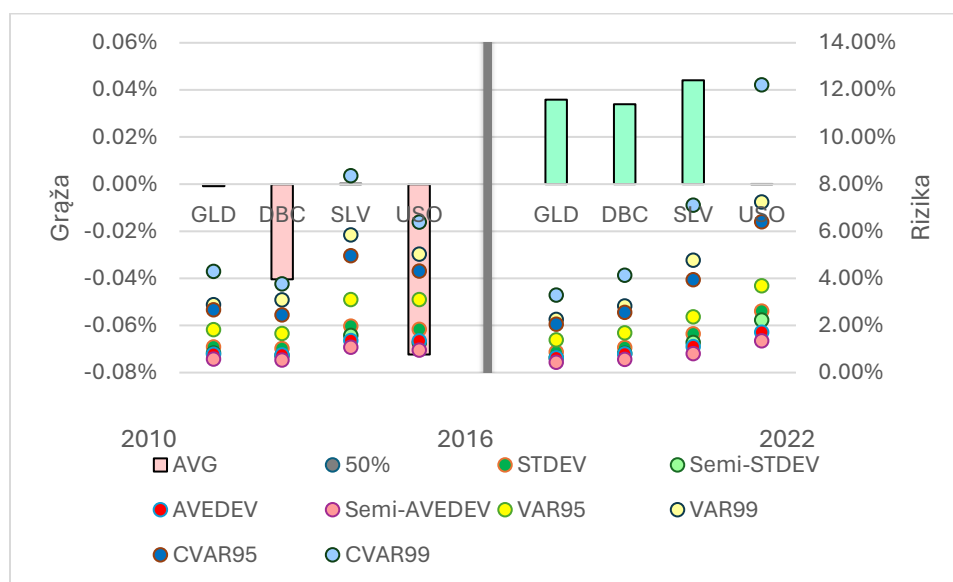
Pastebimi didžiuliai kainų pokyčių svyravimai, ypatingai duomenų apdirbimo laikotarpio pirmoje pusėje bei duomenų testavimo laikotarpio antroje. „Covid“ pandemijos laikotarpio metu

išsiskiria dideli skirtumai – „GLD“ fondas netgi kilo į viršų, „DBC“ ir „SLV“ fondai šiek tiek krito, tačiau pastebimas ganėtinai greitas atšokimas, na o „USO“ smuko stipriai žemyn, pasiekęs žemiausias žemumas.

Toliau bus apžvelgta fondų rezultatų diagrama (žr. 10 paveikslą) – investicinės grąžos ir skirtingų rizikos matavimo vienetų rezultatai.

## 10 paveikslas

*Žaliavomis biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos rodiklių rezultatai duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais*



*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis.

Žvelgiant į žaliavomis biržose prekiaujamų fondų grąžos ir rizikos rezultatus duomenų apdirbimo laikotarpiu išsiskiria „USO“ fondas, kuris ne tik, kad generavo didžiulę neigiamą investicinę grąžą, tačiau ir rizikos matavimo vienetų rezultatai kone didžiausi. Didesni jie tik „SLV“ fondo, tačiau jo grąža nebuvo tiek neigiama. „DBC“ fondas fiksavo mažiausią riziką, tačiau ir investicinė grąža - neigiama. „GLD“ fondo rezultatai – neigiama grąža, tačiau ir rizika santykinai nedidelė, tad galima teigti, kad šis fondas – patraukliausias investuotojui iš šių. Duomenų testavimo laikotarpiu vėl gi išsiskiria „USO“ fondas – šiuo atveju dėl išskirtinai didelės rizikos, o tuo pačiu ir neteigiamos investicinės grąžos. „SLV“ fondas vėl buvo rizikingas, tačiau ir investicinė grąža buvo didžiausia. Na o patraukliausias, kaip ir duomenų apdirbimo laikotarpiu –

„GLD“ fondas – mažiausia rizika, ir antroje vietoje pagal dydį investicinė grąža, nedaug nusileidusi „SLV“ fondui.

### 3.1.4. Nekilnojamu turtu biržose prekiaujami fondai

Nekilnojamu Turtu biržose prekiaujantys fondai – tai fondai, suteikiantys galimybę investuoti į nekilnojamą turtą neperkant fizinės turto nuosavybės. Šie fondai leidžia investuoti į nekilnojamo turto investment trusts, gyvenamosios ar industrinės plėtros objektus, ofisus, biurus ar kitus pastatus ar statinius. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.).

Pagal investicinių fondų atrankos kriterijus, tyrimui buvo atrinkti šie nekilnojamu turtu biržose prekiaujami fondai (pilna lentelė – žr. 4 priedą):

#### 6 lentelė

*Nekilnojamu turtu biržose prekiaujamų fondų apžvalga*

<i>Nr.</i>	<i>Simbolis</i>	<i>Fondo valdomas turtas (mln.)</i>	<i>Fondo mokestis (metinis)</i>
1.	„VNQ“	\$49,153	0.12%
2.	„IYR“	\$6,028	0.39%
3.	„ICF“	\$52,591	0.32%
4.	„USRT“	\$78,000	0.08%

*Šaltinis:* Sudaryta autoriaus, remiantis Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

„VNQ“ – tai fondas, siekiantis atkartoti „MSCI US Investable Market Real Estate 25/50 Index“ indekso kainos pokyčių dinamiką. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.)

„IYR“ - tai fondas, siekiantis atkartoti „Dow Jones U.S. Real Estate Index“ indekso kainos pokyčių dinamiką. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.)

„ICF“ - tai fondas, siekiantis atkartoti „S&P Cohen & Steers US Realty Majors Portfolio Index“ indekso kainos pokyčių dinamiką. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.)

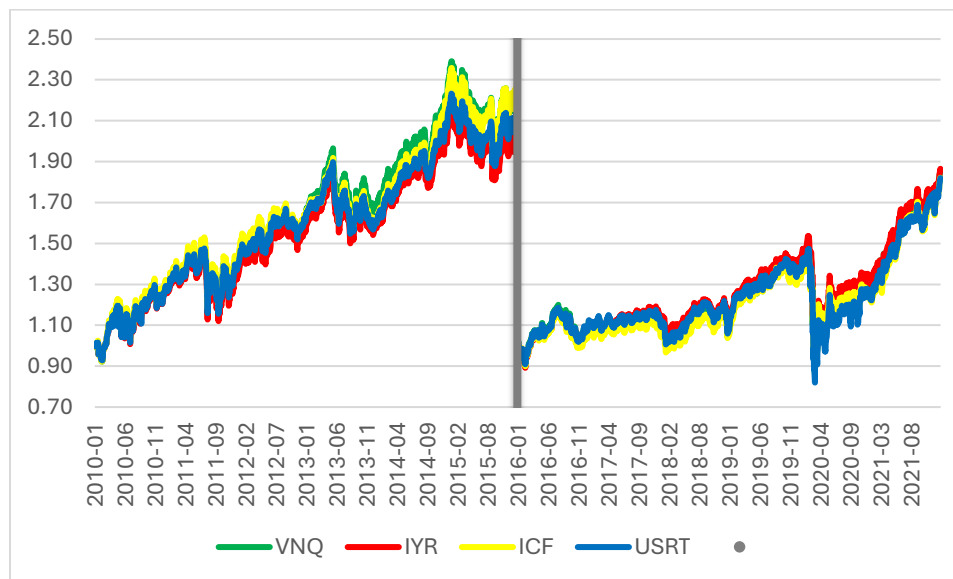
„USRT“ - tai fondas, siekiantis atkartoti „FTSE Nareit / Equity REITs - INV“ indekso kainos pokyčių dinamiką. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.)

Toliau bus apžvelgti šių fondų rezultatai grafiškai (žr. 11 paveikslą). Grafikas skeltas į 2 laikotarpius – duomenų apdirbimo (nuo 2010 m. iki 2016 m.) ir duomenų testavimo (nuo 2016 m.

iki 2022 m.). Kiekvieno laikotarpio pradinis, atskaitos taškas – 1.

## 11 paveikslas

*Nekilnojamu turtu biržose prekiaujamų fondų kainų pokyčių dinamika duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais*



*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis.

Nekilnojamu turtu biržose prekiaujantys fondai duomenų apdirbimo laikotarpiu rodė teigiamus rezultatus. Visų fondų investicinė grąža daugiau nei padvigubėjo. „ICF“ fondas augo iki 2,26 punkto, „VNQ“ iki 2,24 punkto, „USRT“ šiek tiek mažiau – iki 2,14 punkto, na o „IYR“ fondas parodė 2,01 punkto augimą. Taip pat pastebima didžiulė visų fondų tarpusavio koreliacija. Duomenų testavimo laikotarpiu nors ir augimas fiksuotas mažesnis, vaizdas ganėtinai panašus – visi fondai augo tolygiai, didžiulė tarpusavio koreliacija – „VNQ“ ir „IYR“ fondai laikotarpio pabaigoje fiksavo 1,86 punkto augimus, o „ICF“ ir „USRT“ fondai – 1,82 punkto augimus.

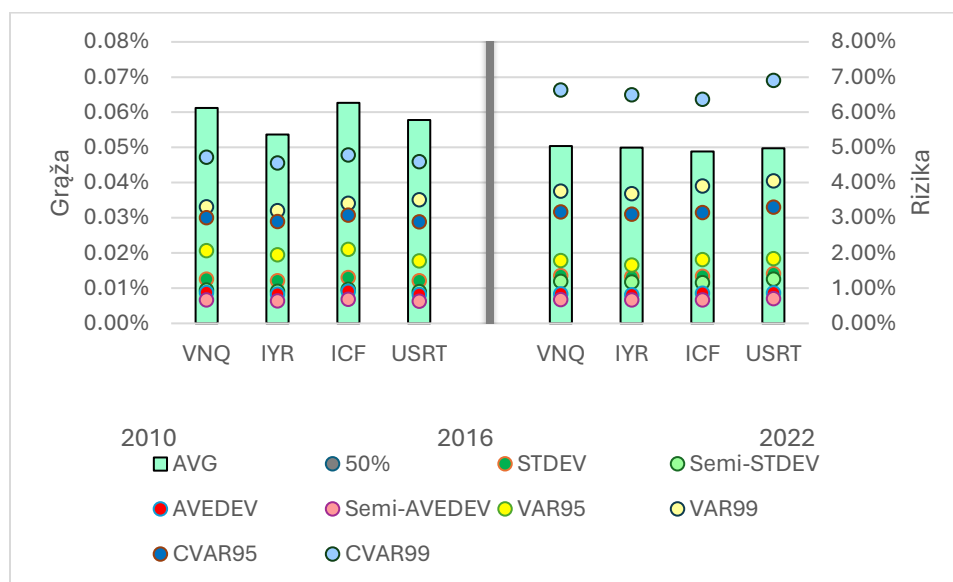
Pastebima, kad išskyrus “Covid” pandemijos laikotarpį, augimas labai stabilus, be didelių svyravimų, tarpusavyje kone tobula koreliacija abejais laikotarpiais. Taip pat pastebima, kad “Covid” metu fondai pasiekė žemiausias žemumas ir investicinė grąža tapo neigiama, tačiau pastebimas ir greitas atsistatymas, pasiektos aukščiausios laikotarpio aukštumos, nors ir žemesnės lyginant su duomenų apdirbimo laikotarpiu.

Toliau bus apžvelgta fondų rezultatų diagrama (žr. 12 paveikslą) – investicinės grąžos ir

skirtingų rizikos matavimo vienetų rezultatai.

## 12 paveikslas

*Nekilnojamu Turtu biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos rodiklių rezultatai duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais*



*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis.

Žvelgiant į nekilnojamu turtu biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos matavimo vienetų duomenis duomenų apdirbimo laikotarpiu didelių skirtumų neižvelgiama. Didžiausias pastebėjimas, jog „VNQ“ ir „ICF“ fondų investicinė grąža didžiausia, kaip ir rizikos santykiai, nors ir labai neženkliai, kas leidžia teigti, kad šie fondai – patraukliausi investuotojams, nors ir labai neženkliai. Duomenų testavimo laikotarpiu investicinių grąžų rezultatai dar labiau supanašėję, tačiau šiek tiek didesnis rizikos matavimo vienetų rezultatų skirtumas. Didžiausia rizika fiksuota „USRT“ fondo, na o patraukliausi grąžos ir rizikos santykiu – „IYR“ fondas ir „ICF“ fondas, priklausomai nuo rizikos matavimo vieneto – nors ir labai neženkliai, rodė geriausias grąžos ir rizikos santykio rezultatus.

### 3.1.5. Mišriais aktyvais biržose prekiaujami fondai

Mišriais aktyvais biržose prekiaujantys fondai – tai fondai, suteikiantys galimybę

investuoti į miksuotą, skirtingų aktyvų sudarytą, portfelį. Pavyzdžiui iš: akcijų, obligacijų, valiutų ir t.t. Tokių tipų fondai dažnai skirstomi pagal jų pobūdį: agresyvūs, konservatyvūs ir t.t. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.).

Pagal investicinių fondų atrankos kriterijus, tyrimui buvo atrinkti šie mišriais aktyvais biržose prekiaujami fondai (pilna lentelė – žr. 5 priedą):

## 7 lentelė

*Mišriais aktyvais biržose prekiaujamų fondų apžvalga*

<i>Nr.</i>	<i>Symbolis</i>	<i>Fondo valdomas turtas (mln.)</i>	<i>Fondo mokestis (metinis)</i>
1.	„AOR“	\$987	0.15%
2.	„AOA“	\$515	0.15%
3.	„AOM“	\$607	0.15%
4.	„AOK“	\$261	0.15%

*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

„AOR“ – tai fondas, siekiantis atkartoti „S&P Target Risk Growth Index“ indekso kainos pokyčių dinamiką. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.)

„AOA“ – tai fondas, siekiantis atkartoti „S&P Target Risk Aggressive Index“ indekso kainos pokyčių dinamiką. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.)

„AOM“ – tai fondas, siekiantis atkartoti „S&P Target Risk Moderate“ indekso kainos pokyčių dinamiką. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.)

„AOK“ - tai fondas, siekiantis atkartoti „S&P Target Risk Conservative“ indekso kainos pokyčių dinamiką. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.)

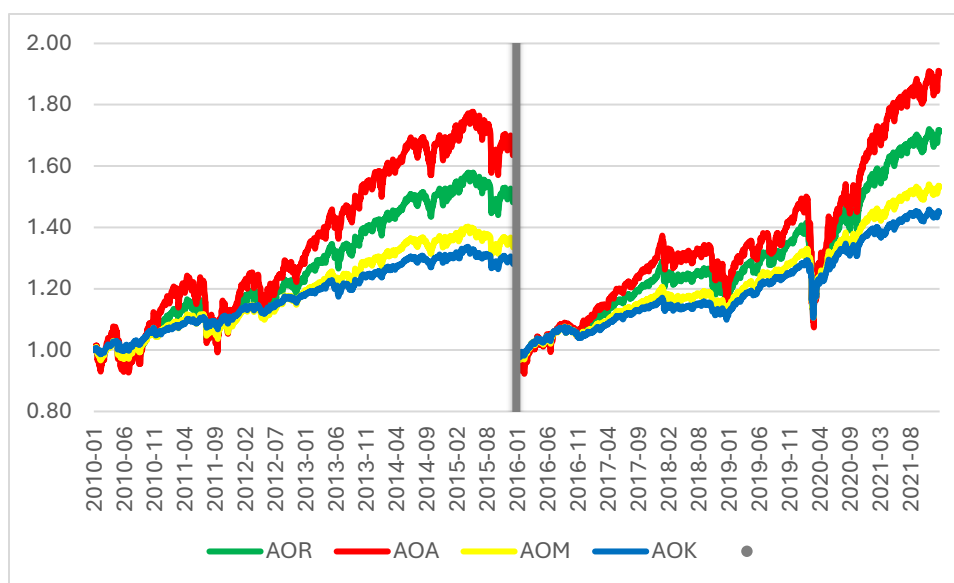
Toliau bus apžvelgti šių fondų rezultatai grafiškai (žr. 13 paveikslą). Grafikas skeltas į 2 laikotarpius – duomenų apdirbimo (nuo 2010 m. iki 2016 m.) ir duomenų testavimo (nuo 2016 m. iki 2022 m.). Kiekvieno laikotarpio pradinis, atskaitos taškas – 1.

Mišriais aktyvais biržose prekiaujami fondai duomenų apdirbimo laikotarpiu (žr. 13 paveikslą) visi fiksavo teigiamus rezultatus. Geriausią investicinę grąžą laikotarpio pabaigoje parodė „AOA“ fondas, kilęs iki 1,65 punkto, „AOR“ fondas liko antras, parodęs 1,49 punkto augimą, na o prasčiausiai iš šių fondų pasirodė „AOM“ ir „AOK“ fondai, atitinkamai augę iki 1,34 ir 1,28 punkto. Duomenų testavimo laikotarpiu tiek ir patys rezultatai, tiek ir kainų pokyčių

dinamika, panaši kaip ir duomenų apdirbimo laikotarpiu. Rezultatų eiliškumas – nepakitęs. „AOA“ fondas augo iki 1,90 punkto, „AOR“ iki 1,71, „AOM“ iki 1,53, na o prasčiausius rezultatus – „AOK“ fondas, augęs iki 1,45 punkto.

### 13 paveikslas

*Mišriais aktyvais biržose prekiaujamų fondų kainų pokyčių dinamika duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais*



*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Pastebima, kad fondų tarpusavio koreliacija gana didelė. Išryškėja „AOA“ fondo išskirtinai dideli kainų svyravimai, ir taip pat maži „AOM“ ir „AOK“ fondų svyravimai. Taip pat pastebima, kad duomenų testavimo laikotarpiu visų fondo rezultatai geresni nei duomenų apdirbimo laikotarpiu. Tam nesuktrukdė ir „Covid“ pandemijos laikotarpis, kurio metu nors ir visi fondai smuko, tačiau neitin stipriai, o taip pat visi išliko teigiami, greitai atsistatė ir visi jie pasiekė aukščiausias aukštumas.

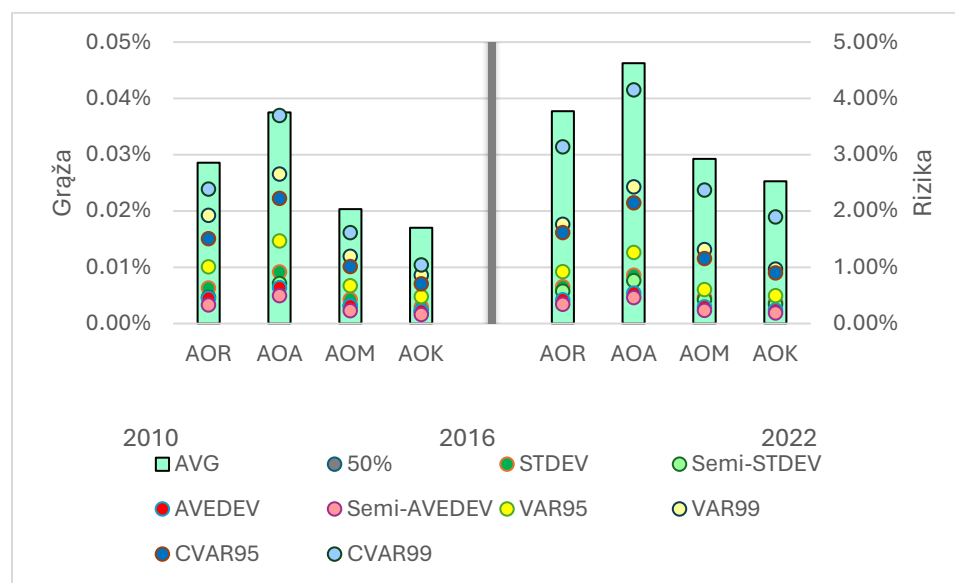
Toliau bus apžvelgta fondų rezultatų diagrama (žr. 14 paveikslą) – investicinės grąžos ir skirtingų rizikos matavimo vienetų rezultatai.

Žvelgiant į investicinės grąžos ir rizikos santykių rezultatus, mišriais aktyvais biržose prekiaujami fondų, geriausi šie rezultatai „AOK“ fondo, grąžos ir rizikos santykis pastebimai mažesnis už kitų fondų, tiesa mažiausia ir investicinė grąža. „AOA“ fondas nors ir generavo

didžiausią investicinę grąžą, jo ir rizikos santykis su grąža buvo didžiausias. Na o „AOR“ ir „AOM“ rodikliai panašūs, didesni skirtumai pastebimi tik grąžoje, kurioje „AOR“ grąža – didesnė.

## 14 paveikslas

*Mišriais aktyvais biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos rodiklių rezultatai duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais*



*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Duomenų testavimo laikotarpiu grąžos ir rizikos santykių rezultatai apsilgino. Nepastebimi dideli jų skirtumai tarp fondų. Didesnė investicinė grąža buvo gauta didesnės rizikos sąskaita. Tik investicinė grąža leidžia išskirti „AOA“ ir „AOR“ fondus, na o „AOM“ ir „AOK“ fondai šiuo atžvilgiu atsiliko.

### 3.1.6. Privilegiuotomis akcijomis biržose prekiaujami fondai

Privilegiuotomis akcijomis biržose prekiaujantys fondai – tai fondai investuojantys į akcijas, garantuojančias dividendus, bet nesuteikiančias balsavimo teisės – privilegiuotąsias akcijas. Tokių akcijų dividendai išmokami anksčiau už paprastųjų akcijų, o jų išmokėjimas, kartu su nominalia verte nustatomi išleidimo į rinką metu. Tokios akcijos taip pat dar yra laikomos hibridiniu, tarp nuosavybės ir skolos, investavimo instrumentu. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.).



Pagal investicinių fondų atrankos kriterijus, tyrimui buvo atrinkti šie privilegijuotomis akcijomis biržose prekiaujami fondai (pilna lentelė – žr. 6 priedą):

### 8 lentelė

*Privilegijuotomis akcijomis biržose prekiaujamų fondų apžvalga*

<i>Nr.</i>	<i>Simbolis</i>	<i>Fondo valdomas turtas (mln.)</i>	<i>Fondo mokestis (metinis)</i>
1.	„PFF”	\$13,086	0.45%
2.	„PGX”	\$3,288	0.51%
3.	„PGF”	\$1,654	0.55%
4.	„PSK”	\$348	0.45%

*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

„PFF“ – tai fondas, siekiantis atkartoti „ICE Exchange-Listed Preferred & Hybrid Securities Transition Index“ indekso kainos pokyčių dinamiką. (Marketwatch, 2023, gruodžio 1 d.).

„PGX“ – tai fondas, siekiantis atkartoti „ML Preferred Index“ indekso kainos pokyčių dinamiką. (Marketwatch, 2023, gruodžio 1 d.).

„PGF“ – tai fondas, siekiantis atkartoti „ICE Bofa Exchange-Listed Fixed Rate Financial Preferred Securities“ indekso kainos pokyčių dinamiką. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.).

„PSK“ - tai fondas, siekiantis atkartoti „ICE Exchange Listed Fixed & Adjustable Rate Preferred Securities Index“ indekso kainos pokyčių dinamiką. (Marketwatch, 2023, gruodžio 1 d.).

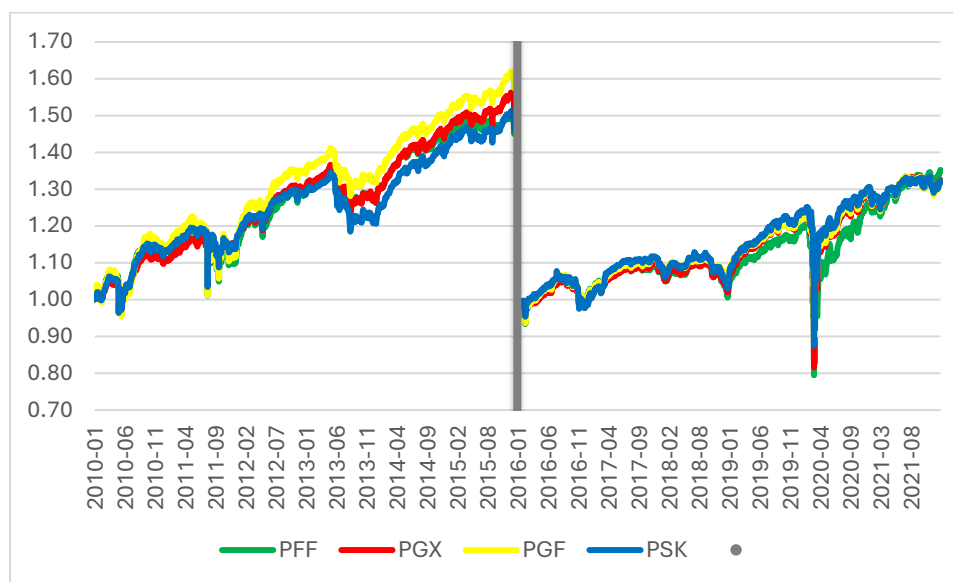
Toliau bus apžvelgti šių fondų rezultatai grafiškai (žr. 15 paveikslą). Grafikas skeltas į 2 laikotarpius – duomenų apdirbimo (nuo 2010 m. iki 2016 m.) ir duomenų testavimo (nuo 2016 m. iki 2022 m.). Kiekvieno laikotarpio pradinis, atskaitos taškas – 1.

Privilegijuotomis akcijomis biržose prekiaujamų fondų duomenų apdirbimo laikotarpiu visi tiriami fondai rodė teigiamus rezultatus. Pastebima didžiulė visų tarpusavio koreliacija. Didžiausią investicinę grąžą fiksavo „PGF“ fondas, augęs iki 1,63 punkto, „PFX” fondas augo iki 1,57, „PSK” iki 1,52, o „PFF” iki 1,50 punkto. Duomenų testavimo laikotarpiu vėlgi visi fondai buvo teigiami. Koreliacija tarp visų fondų dar labiau padidėjo. Rezultatai dar labiau suvienodėjo. Geriausiai rezultatus šiuo laikotarpiu rodė „PFF“ fondas, augęs iki 1,35 punkto, o kiti trys fondai

rodė identiškus – 1,32 punkto augimo rezultatus.

## 15 paveikslas

*Privilegiuotomis Akcijomis biržose prekiaujamų fondų kainų pokyčių dinamika duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais*



*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Pastebima, kad duomenų apdirbimo laikotarpiu visų fondų augimas didesnis nei duomenų testavimo laikotarpiu. “Covid” laikotarpiu pastebimas didelis visų fondų nuosmūkis, visi fondai pasiekė savo žemiausias žemumas, tačiau gan greitai atšoko, ir tęsė savo stabilų augimą, pasiekę laikotarpiu aukščiausias aukštumas, tiesa žemesnes nei duomenų apdirbimo laikotarpiu.

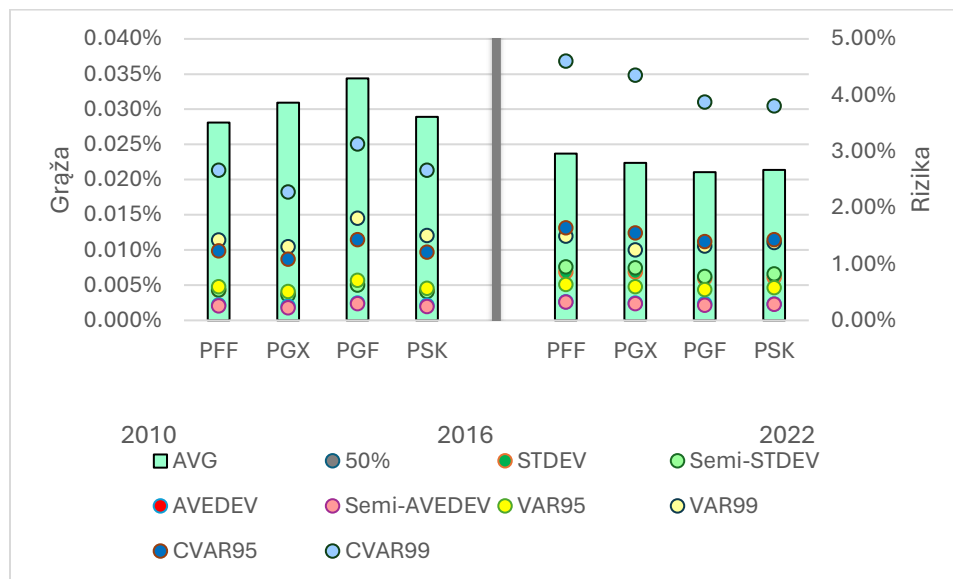
Toliau bus apžvelgta fondų rezultatų diagrama (žr. 16 paveikslą) – investicinės grąžos ir skirtingų rizikos matavimo vienetų rezultatai.

Privilegiuotomis akcijomis biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos matavimo vienetų rezultatai grąžos ir rizikos santykiu tarp fondų gana panašūs. Neženkliai išsiskiria „PGX“ fondas, pastebimais mažiausiais grąžos ir rizikos santykio rodikliais, taip pat išsiskyrė „PGF“ fondas, santykinai mažu grąžos ir rizikos santykiu lyginant su kitais fondais, bet ir didžiausia investicine grąža. Duomenų testavimo laikotarpiu grąžos ir rizikos santykio rezultatai gana panašūs. Didesnę grąžą generavę fondai turėjo ir ganėtinai proporcingai didesnę riziką. Labiau išsiskiria „PGF“ ir „PSK“ fondai, nors ir turėję mažiausią investicinę grąžą, tiesa labai

neženkliai, jų rizikos rodikliai santykinai buvo mažesni lyginant su gauta investicine grąža.

## 16 paveikslas

*Privilegiuotomis akcijomis biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos rodiklių rezultatai duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais*



Šaltinis: sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

### 3.1.7. Alternatyvios investavimo priemonėmis biržose prekiaujami fondai

Alternatyviomis investavimo priemonėmis biržose prekiaujantys fondai – tai fondai, suteikiantys galimybę investuoti į turto klases, nepriklausančias įprastoms, standartinėms turto klasėms - akcijoms, obligacijoms, grynųjų pinigų (angl. cash) ir pan. Alternatyvioms priskiriama: apribotos rizikos fondai (angl. hedge funds), „ilgos ir trumpos“ (angl. „long and short“) pozicijos, valdomi ateities sandoriai (angl. futures contracts) ir kt. Tokios investicijos paprastai yra sudėtingesnės suprasti, turi subtilias mokesčių struktūras, yra mažiau likvidžios ir paprastai laikomos „rizikingesnėmis“ ne profesionalų akimis. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.).

Pagal investicinių fondų atrankos kriterijus, tyrimui buvo atrinkti šie alternatyviomis investavimo priemonėmis biržose prekiaujami fondai (pilna lentelė – žr. 7 priedą):

„QAI“ – tai fondas, siekiantis atkartoti „IQ Hedge Multi-Strategy Tracker ETF“ indekso kainos pokyčių dinamiką. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.).

„MNA“ – tai fondas, siekiantis atkartoti „IQ Merger Arbitrage ETF“ indekso kainos pokyčių dinamiką. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.).

„CPI“ – tai fondas, siekiantis atkartoti „Bloomberg IQ Multi-Asset Inflation Index – Benchmark TR Gross“ indekso kainos pokyčių dinamiką. Šiuo metu – likviduotas. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.).

„MCRO“ – tai fondas, siekiantis atkartoti „IQ Hedge Macro Index“ indekso kainos pokyčių dinamiką. Šiuo metu – likviduotas. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.).

## 9 lentelė

*Alternatyviomis investavimo priemonėmis biržose prekiaujamų fondų apžvalga*

<i>Nr.</i>	<i>Simbolis</i>	<i>Fondo valdomas turtas (mln.)</i>	<i>Fondo mokestis (metinis)</i>
1.	„QAI“	\$1,130	0.79%
2.	„MNA“	\$113	0.77%
3.	„CPI“	\$26	0.27%
4.	„MCRO“	\$15	0.67%

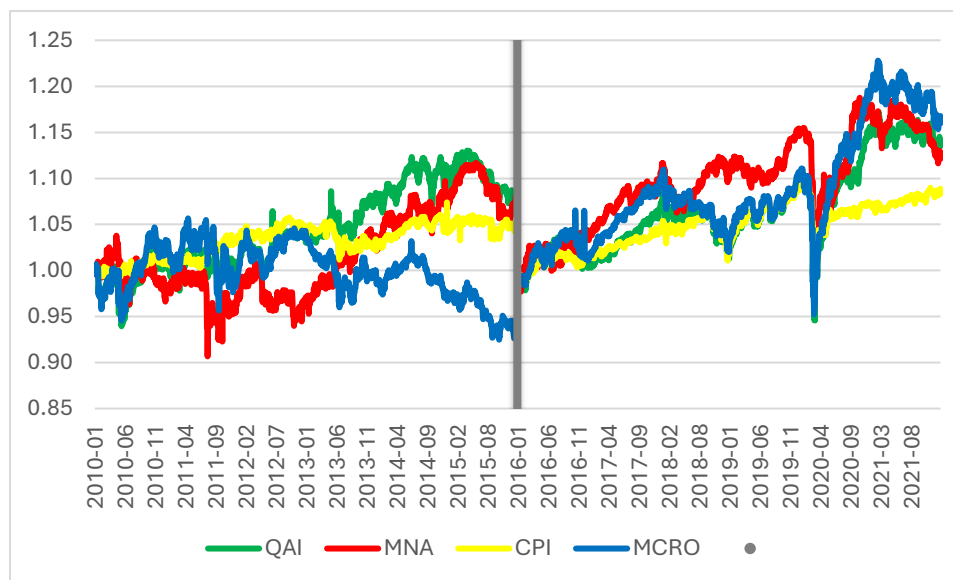
*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Toliau bus apžvelgti šių fondų rezultatai grafiškai (žr. 17 paveikslą). Grafikas skeltas į 2 laikotarpius – duomenų apdirbimo (nuo 2010 m. iki 2016 m.) ir duomenų testavimo (nuo 2016 m. iki 2022 m.). Kiekvieno laikotarpio pradinis, atskaitos taškas – 1.

Alternatyviomis investavimo priemonėmis biržose prekiaujantys fondai duomenų apdirbimo laikotarpiu rodė skirtingus rezultatus. Nepastebima didelė koreliacija. Trys iš keturių fondų laikotarpio pabaigoje sugeneravo teigiamą grąžą. „MNA“ fondas pasiekė 1,08 punkto rezultata, „QAI“ – 1,06 punkto, na o viena šimtąja mažiau – „CPI“ fondas, siekęs 1,05 punkto laikotarpio pabaigoje. Prasčiausias – „MCRO“ fondas, kuris laikotarpio pabaigoje krito į neigiamą pusę, kurioje ir baigė šio laikotarpio rezultata – 0,93 punkto. Duomenų testavimo laikotarpiu pastebima didesnė koreliacija, fondų rezultatai panašesni tarpusavyje, visi keturi fondai laikotarpio pabaigoje buvo teigiami. „MCRO“ fondas sugebėjo parodyti geriausius rezultatus iš visų šių fondų, sugeneravęs 1,16 punkto augimą, „QAI“ ir „MNA“ fondai labai panašiai – atitinkamai po 1,13 ir 1,12 punkto augimas, na o prasčiausiai – „CPI“ fondas – 1,08 punkto augimas.

## 17 paveikslas

*Alternatyviomis finansinėmis priemonėmis biržose prekiaujamų fondų kainų pokyčių dinamika duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais*



*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Pastebima, kad duomenų testavimo laikotarpiu visi fondai buvo teigiami ir visi fondai rodė geresnius rezultatus nei duomenų apdirbimo laikotarpiu. „Covid“ pandemijos laikotarpiu pastebimas nuosmukis, „MCRO“ fondas krito į neigiamą pusę, buvo blogiausias iš šių fondų, tačiau pastebimas ir greitas, staigus atsistatymas, ko pasekoje tiek „MCRO“ fondas, tiek ir visi kiti pasiekė aukščiausias aukštumas.

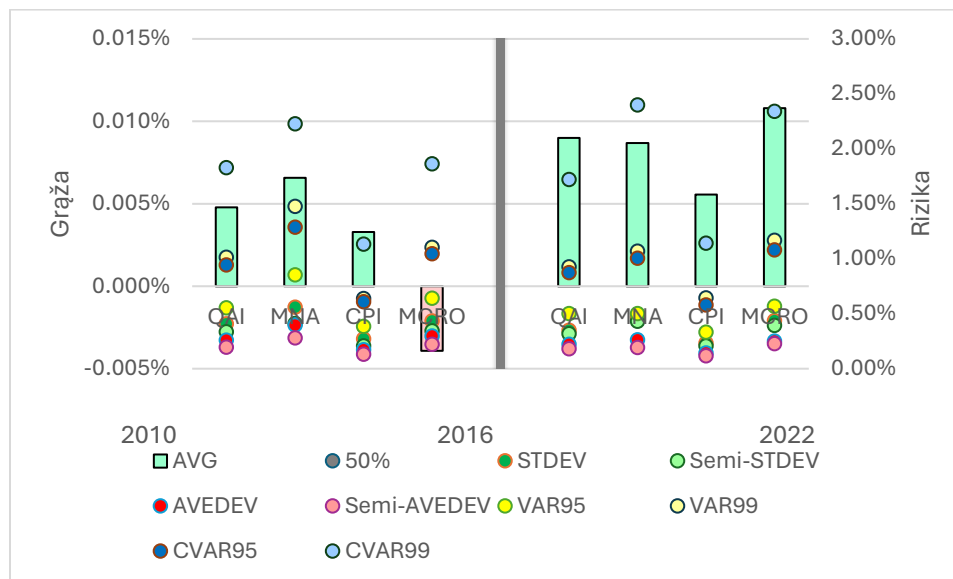
Toliau bus apžvelgta fondų rezultatų diagrama (žr. 18 paveikslą) – investicinės grąžos ir skirtingų rizikos matavimo vienetų rezultatai.

Žvengiant į alternatyviomis finansinėmis priemonėmis biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos matavimo vienetų rodiklių rezultatus duomenų apdirbimo laikotarpiu grąžos ir rizikos santykiu išsiskiria „CPI“ fondas, nors ir nepasiekęs didžiausios investicinės grąžos, tačiau rizika santykinai mažiausia su grąža. „MNA“ fondas nors ir rodės didžiausią grąžą, turėjo ir proporciškai didžiausią riziką, na o „MCRO“ fondas, tiek buvo neigiamas, tiek ir rizika antra po „MNA“ fondo. Duomenų testavimo laikotarpiu grąžos ir rizikos santykiu geriausias „CPI“ fondas. „QAI“ fondas atsiliko neženkliai, rodė taip pat gerus rezultatus. „MNA“ fondo rizika neproporcingai didelė lyginant su kitais fondais, tad šis fondas matomas kaip prasčiausias pagal šį

rodiklį, na o „MCRO“ fondas turėjo didelę riziką, tačiau ir investicinė grąža ženkliai didesnė.

## 18 paveikslas

*Alternatyviomis finansinėmis priemonėmis biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos rodiklių rezultatai duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais*



*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

### 3.1.8. Valiutomis biržose prekiaujami fondai

Valiutomis biržose prekiaujantys fondai – tai fondai, suteikiantys galimybę investuoti į įvairias valiutas, ar valiutų krepšelius, tokias kaip Doleris, Euras, Svaras ir k.t. Šie fondai sudaryti iš valiutos ateities sandorių kontraktų (angl. futures contracts). (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.).

Pagal investicinių fondų atrankos kriterijus, tyrimui buvo atrinkti šie valiutomis biržose prekiaujami fondai (pilna lentelė – žr. 8 priedą):

„UUP“ – fondas, siekiantis atkartoti JAV dolerio valiutos kurso kainos pokyčių dinamiką. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.).

„FXE“ – fondas, siekiantis atkartoti Euro valiutos kurso kainos pokyčių dinamiką. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.).

„FXF“ – fondas, siekiantis atkartoti Šveicarijos franko valiutos kurso kainos pokyčių dinamiką. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.).

„FXY“ – fondas, siekiantis atkartoti Japonijos jenos valiutos kurso kainos pokyčių dinamiką. (Etfdb, 2023, gruodžio 1 d.).

## 10 lentelė

*Valiutomis biržose prekiaujamų fondų apžvalga*

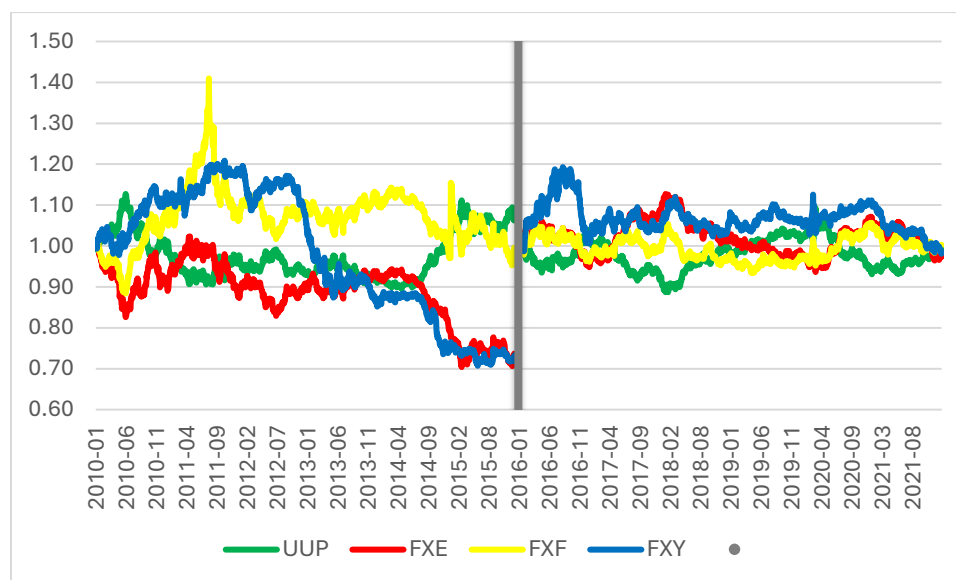
Nr.	Symbolis	Fondo valdomas turtas (mln.)	Fondo mokestis (metinis)
1.	„UUP“	\$1,134	0.78%
2.	„FXE“	\$266	0.40%
3.	„FXF“	\$173	0.40%
4.	„FXY“	\$120	0.40%

Šaltinis: sudaryta autoriaus, remiantis Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Toliau bus apžvelgti šių fondų rezultatai grafiškai (žr. 19 paveikslą). Grafikas skeltas į 2 laikotarpius – duomenų apdirbimo (nuo 2010 m. iki 2016 m.) ir duomenų testavimo (nuo 2016 m. iki 2022 m.). Kiekvieno laikotarpio pradinis, atskaitos taškas – 1.

## 19 paveikslas

*Valiutomis biržose prekiaujamų fondų kainų pokyčių dinamika duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais*



Šaltinis: sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

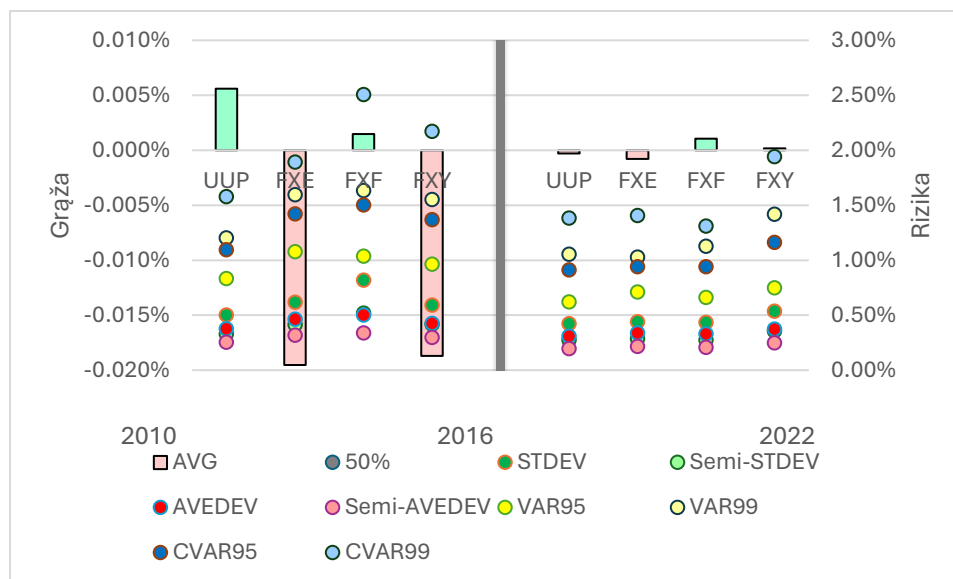
Valiutomis biržose prekiaujamų fondų duomenų apdirbimo laikotarpiu rezultatai labai skirtingi. Nepastebima didelė koreliacija. Tik vienas iš keturių fondų laikotarpio pabaigoje buvo teigiamas – „UUP“ fondas, augęs iki 1,07 punkto. „FXF“ fondas buvo šiek tiek žemiau pradinės ribos – kritęs iki 0,97 punkto. Na o prasčiausiai pasirodė „FXE“ ir „FXF“ fondai, atitinkamai kritę iki 0,73 ir 0,72 punkto. Duomenų apdirbimo laikotarpiu visų fondų rezultatai supanašėja. Didesnė ir koreliacija, mažesni kainų pokyčių nuokrypiai. Tačiau tik vienas iš šių – „FXF“ fondas laikotarpį baigė ne neigiamai, išlikęs su 1,00 punkto rezultatu. „UUP“ ir „FXE“ fondai buvo šiek tiek žemiau ribos – abu surinkę po 0,98 punkto rezultatus, na o prasčiausiai, tačiau labai panašiai – „FXE“ fondas, kritęs iki 0,97 punkto.

Pastebima, kad duomenų apdirbimo laikotarpiu svyravimai ir tarpusavio koreliacija žymiai mažesnė, tuo tarpu duomenų testavimo laikotarpiu tiek kainų dinamika, tiek koreliacija, tiek rezultatai labai supanašėjo. Taip pat pastebima, kad „Covid“ pandemijos laikotarpis neturėjo jokios pastebimos įtakos šiem fondam.

Toliau bus apžvelgta fondų rezultatų diagrama (žr. 20 paveikslą) – investicinės grąžos ir skirtingų rizikos matavimo vienetų rezultatai.

## 20 paveikslas

*Valiutomis biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos rodiklių rezultatai duomenų apdirbimo ir testavimo laikotarpiais*



*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis



Žvelgiant į valiutomis biržose prekiaujamų fondų investicinės grąžos ir rizikos matavimo vienetų rezultatus duomenų apdirbimo laikotarpiu pastebima, kad vienareikšmiškai geriausius rezultatus rodė „UUP“ fondas, ne tik turėjęs teigiamą investicinę grąžą, bet ir rizikos matavimo vienetų rezultatai buvo mažiausi, t.y. rizika mažiausia. Prasčiausi „FXE“ ir „FXY“ fondai, ne tik su neigiama investicine grąža, tačiau ir su didele investicine rizika. Duomenų testavimo laikotarpiu vienareikšmiškai geriausius rezultatus parodė „FXF“ fondas, kuris ne tik neturėjo neigiamos investicinės grąžos, tačiau ir rizikos matavimo vienetų rezultatai – kone mažiausi. „UUP“ ir „FXE“ fondų rizika santykinai mažesnė, tačiau ir investicinė grąža – neigiama.

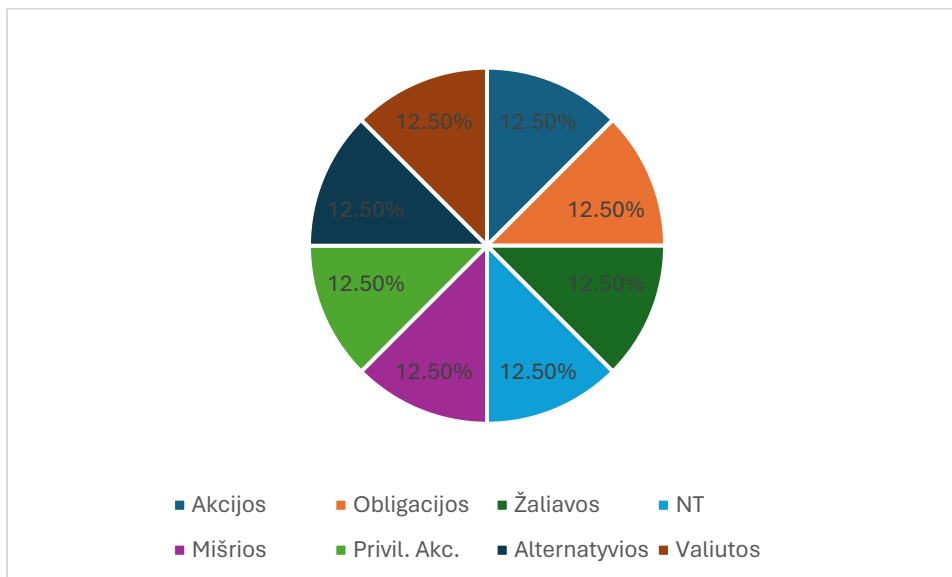
Apibendrinant visų aštuonių tirtų biržose prekiaujamų fondų aktyvų klasių duomenis, tiek duomenų testavimo, tiek duomenų apdirbimo laikotarpiu, pastebima, kad jų rezultatai yra labai skirtingi. Tiek investicinė grąža, tiek investicinė rizika, grąžos ir rizikos santykiai, kainos pokyčių dinamika, svyravimai - labai įvairūs. Pradedant nuo didžiausią investicinę grąžą, tačiau su didesne investicine rizika – akcijomis biržose prekiaujamų fondų. Mažesne, tačiau taip pat didele investicine grąža, bet su geresniu grąžos ir rizikos santykio profiliu – nekilnojamu turtu ir mišriais aktyvais biržose prekiaujamais fondais. Stabilumą, nedidelę riziką ir gerą grąžos ir rizikos santykį parodžiusiais – obligacijomis ir privilegijuotomis akcijomis prekiaujamais fondams. Na ir baigiant, didžiausius kainų svyravimus, investicinę riziką, o ir ne visais atvejais teigiamus investicinės grąžos rezultatus pademonstravusiais žaliavomis biržose prekiaujančiais fondais. Bei mažos investicinės grąžos, mažos investicinės rizikos, tačiau labai neprognozuojamus ir taip pat ne visais atvejais atnešusius teigiamus investicinės grąžos rezultatus – alternatyviomis investavimo priemonėmis ir valiutomis prekiaujančiais fondais.

### **3.2. Neoptimalių portfelių apžvalga**

Optimizuotų investicinių portfelių naudingumui vertinti jų rezultatai bus lyginami su neoptimizuotais „1/n“ (žr. 21 paveikslą) ir „rinkos“ (žr. 22 paveikslą) portfeliais. Šiame poskyryje apžvelgiama šių, neoptimizuotų portfelių, struktūra ir palyginama tarpusavyje.

## 21 paveikslas

„1/n” portfelio svorių paskirstymas aktyvų klasėms

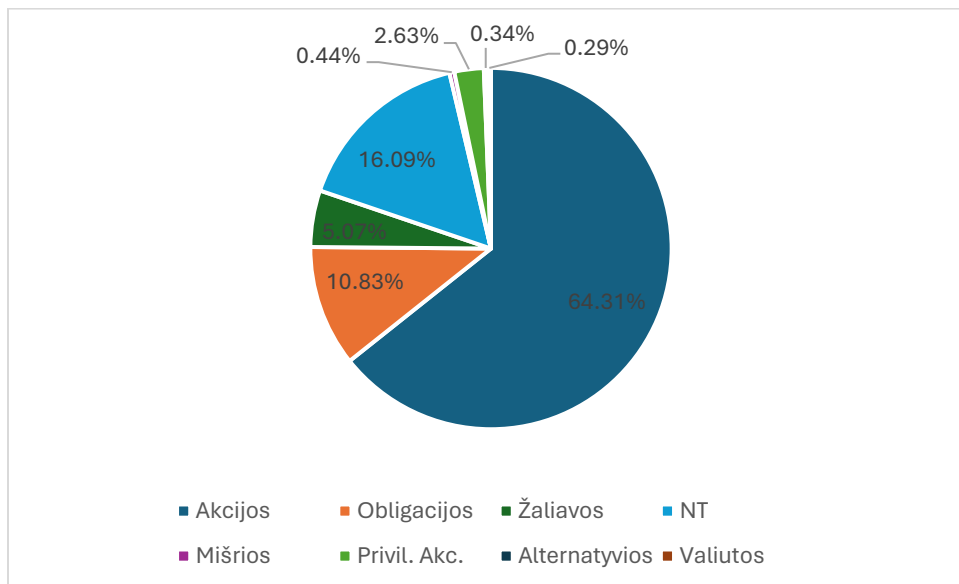


Šaltinis: sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

„1/n” lygių svorių investicinių portfelių sudarymui naudojami vienodi, lygūs svoriai portfelyje visiems tyrime naudotiems aktyvams (žr. 21 paveikslą), tai reiškia, kad nepriklausomai nuo aktyvo rezultatų ar kitų kriterijų, kiekvienam aktyvui yra skiriama viena aštuntoji, 12,5%, investicinio portfelio dalies aktyvų paskirstymo sudėties. Sekančiame (3.3.) ir kituose (3.4. ir 3.5) skyriuose šie neoptimalūs „1/n” ir „rinkos“ investiciniai portfeliai bus lyginami su optimizuotais.

## 22 paveikslas

„Rinkos“ portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms vidurkiai



Šaltinis: sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Na o „rinkos“ investicinių portfelių didžiąją dalį (žr. 22 paveikslą), beveik du trečdalius, sudarė akcijomis biržose prekiaujami fondai – 64.31%, apie keturis kartus mažiau – nekilnojamu turtu prekiaujami fondai – 16.09%, šiek tiek mažiau – 10.83% sudarė obligacijomis prekiaujami fondai, 5.07% sudarė žaliavomis prekiaujami fondai, nepilnus tris procentus – 2.63% - privilegijuotomis akcijomis prekiaujami fondai, na o mažiau nei po procentą – mišriais aktyvais, alternatyviomis investicinėmis priemonėmis bei valiutomis prekiaujami fondai, atitinkamai – 0.44%, 0.34% ir 0.29% portfelio dalies.

Pastebime, kad tarp neoptimizuotų investicinių portfelių, su kuriais tyrimo metu bus lyginami optimizuoti portfeliai, skirtumai labai ženkliūs – „1/n“ portfeliai yra maksimaliai diversifikuoti tarp visų aštuonių aktyvų klasių, tuo tarpu „rinkos“ portfeliai pagrinde sudaryti tik iš keturių aktyvų klasių kategorijų, o viena iš jų, sudaro net beveik du trečdalius tokių portfelių.

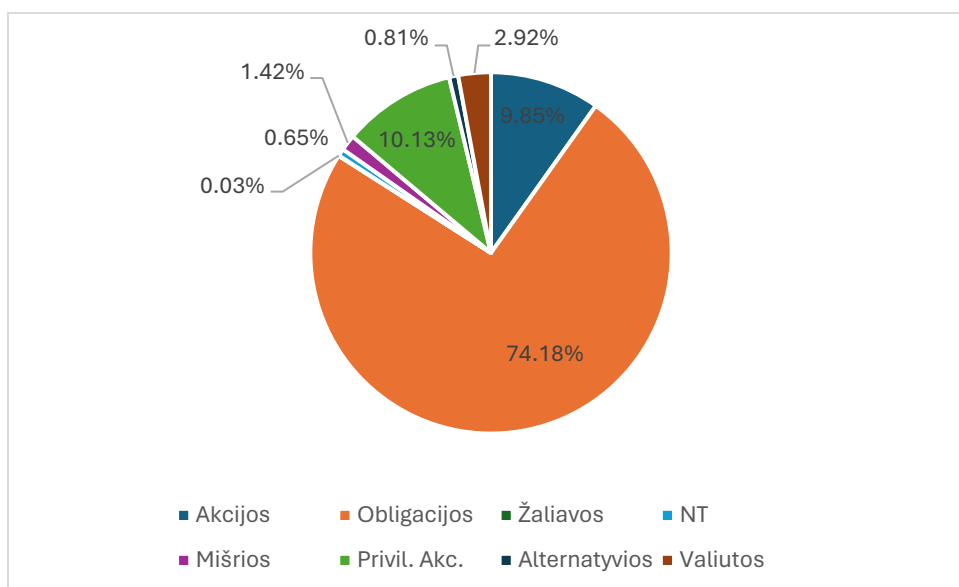
### 3.3. Maksimizuotos grąžos ir rizikos santykio optimizuoti portfeliai

Maksimizuotos grąžos ir rizikos santykio optimizuoti portfeliai – tai portfeliai, kurių optimizavimui parinkti kriterijai ir apribojimai:

- 1) Maksimaliai padidintas grąžos ir rizikos santykis.
- 2) Portfelio aktyvų svorių suma lygi 1.

### 23 paveikslas

*Optimizuoto (maksimizuoto grąžos/rizikos santykio) portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms vidurkiai*



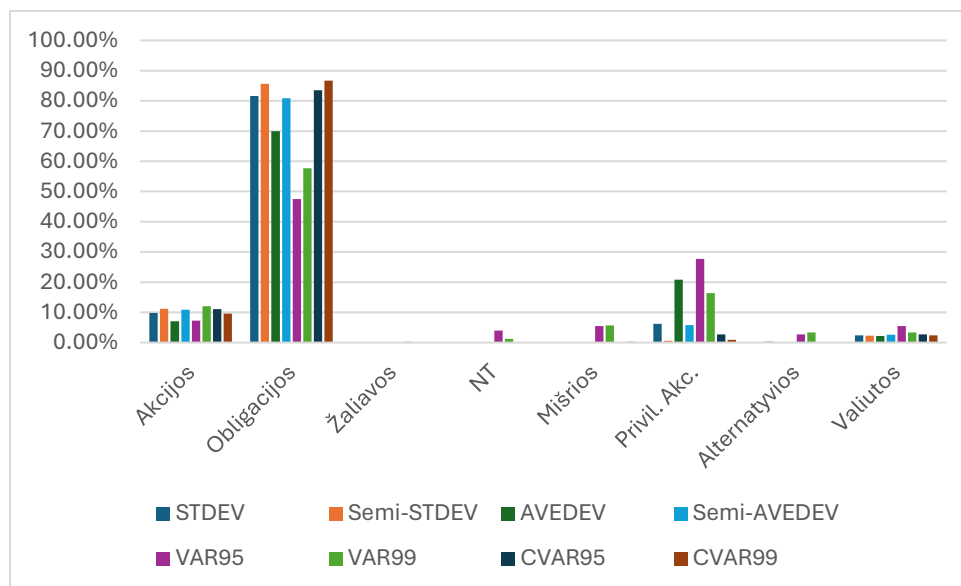
*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Optimizuotų maksimizuotos grąžos ir rizikos santykio investicinių portfelio aktyvų svorių paskirstymo vidurkių paveiksle (žr. 23 paveikslą) pastebima, kad beveik du trečdalius tokių portfelio sudarė obligacijos - 74,18%, apie dešimt procentų sudarė privilegijuotosios akcijos ir akcijos, atitinkamai surinkusios 10,13% ir 9,85% portfelio dalies, mažą dalį - valiutomis prekiaujami fondai, sudarę 2,92%, mišrių aktyvų fondai – 1,42%, na o labai mažas dalis, mažiau nei po procentą – alternatyvios investavimo priemonės – 0,81%, nekilnojamo turto fondai – 0,65%, o žaliavomis prekiaujantiems fondams optimizavimas teskyrė 0,03% portfelio dalies.

Akivaizdžiai didinant grąžos ir riziko santykį optimizavimas skiria mažai rizikingiems aktyvams – obligacijoms. Taip pat ir privilegijuotoms akcijoms. Na o akcijos – tai aktyvas, didele investicine grąža, skirtas palaikyti portfelio didesnę investicinę grąžą.

## 24 paveikslas

*Optimizuoto (maksimizuoto grąžos/rizikos santykio) portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms pagal rizikos matavimo vienetus vidurčiai*

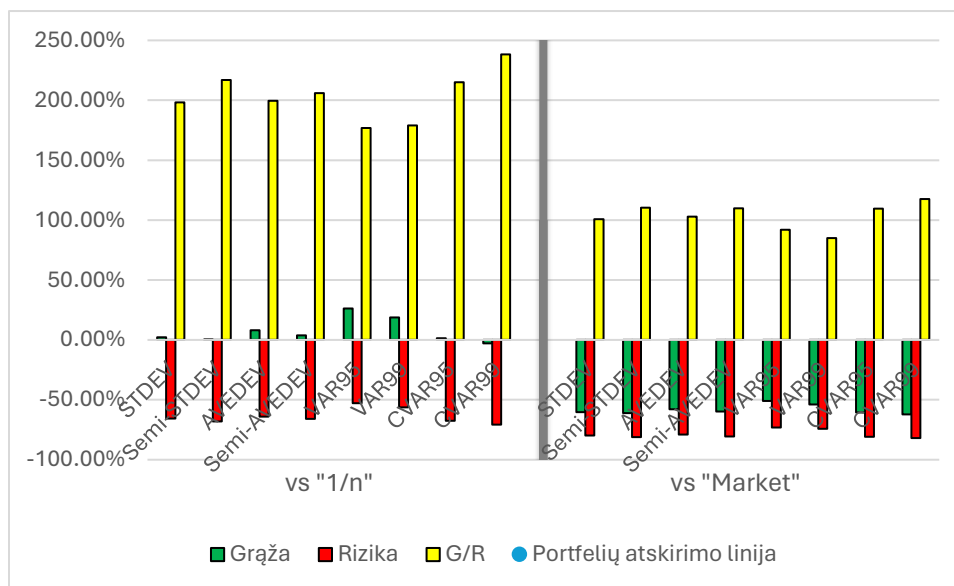


*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Na o žvelgiant į optimizuotų maksimizuotos grąžos ir rizikos santykių investicinių portfelių aktyvų svorių portfeliuose paskirstymą skirtingais rizikos matavimo vienetais (žr. 24 paveikslą), akcijomis biržose prekiaujamų fondų aktyvų svoriai portfeliuose gana panašūs – visiems rizikos matavimo vienetais optimizuoti skiriama nuo 7,21% iki 12,05% portfelių dalies. Panašios tendencijos pastebimos ir valiutomis biržose prekiaujamų fondų aktyvų paskirstyme. Visiems rizikos matavimo vienetais skirta nuo 2,18% iki 5,46% portfolio dalies. Išskirtinumas pastebimas „VAR95“ ir „VAR99“ rizikos matavimo vienetų pasirinkime, kur vieninteliams optimizavimas teikė reikšmę optimizuojant nekilnojamo turto, mišrių aktyvų ir alternatyvių investavimo priemonių biržose prekiaujamų fondų optimizuotų portfelių svorius. Na o obligacijomis biržose prekiaujamiems fondams, kuriems apskritai yra skiriama didžiausia procentinė portfolio dalis – čia „VAR95“ ir „VAR99“ rizikos matavimo vienetais skiriama mažiausia dalis. Visiems kitiems rizikos matavimo vienetais - 70-87 % rėmuose.

## 25 paveikslas

*Optimizuoto (maksimizuoto grąžos/rizikos santykio) portfelio rodiklių pokyčiai, lyginant su „1/n” ir „rinkos” portfeliais duomenų apdirbimo laikotarpiu*

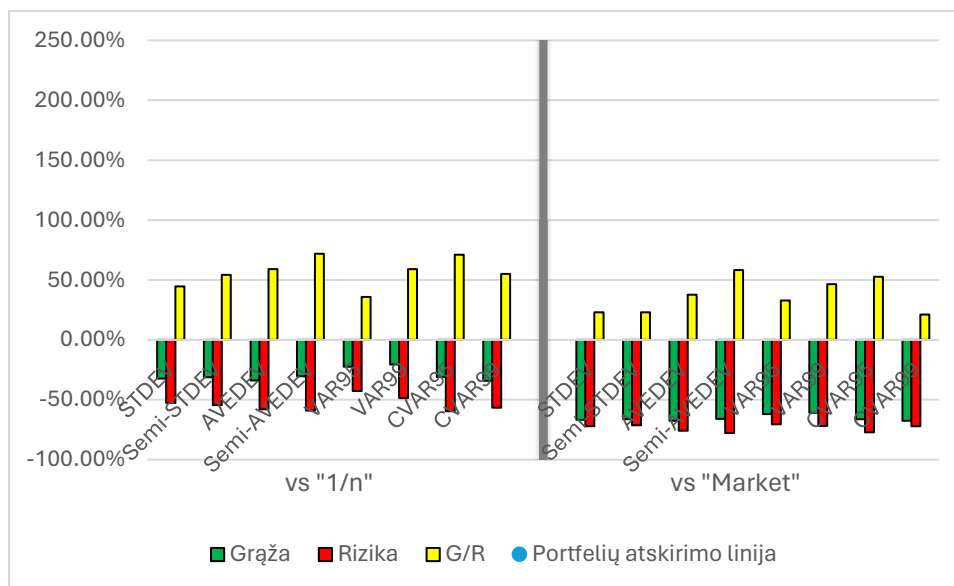


*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Atlikus portfelio optimizavimą maksimizuojant grąžos ir rizikos santykį (žr. 25 paveikslą) - pastebima, kad optimizavimas lėmė, jog optimizuoti portfeliai duomenų apdirbimo laikotarpiu leido ženkliai padidinti grąžos ir rizikos santykius lyginant tiek su „1/n” lygių svorių, tiek su „rinkos“ portfeliais. Lyginant su „1/n” portfeliais, optimizuoti portfeliai pagal visus rizikos matavimo vienetus grąžos ir rizikos santykį sugebėjo padidinti daugiau nei 176,96%. Keturiuose iš aštuonių rizikos matavimo vienetų padidėjimas pastebimas daugiau nei 200% - didžiausias iš jų siekiantis 238,26%. Nors ir ne toks didelis, tačiau grąžos ir rizikos santykio prieaugis pastebimas ir optimizuotus portfelius lyginant su „rinkos“ portfeliais – čia taip pat matomas augimas visuose rizikos matavimo vienetuose, svyruojantis nuo 85% iki 117,47%, o šešiuose iš aštuonių iš jų - viršijantis 100% augimą.

## 26 paveikslas

*Optimizuoto (maksimizuoto grąžos/rizikos santykio) portfelio rodiklių pokyčiai, lyginant su „1/n” ir „rinkos portfeliais duomenų testavimo laikotarpiu*

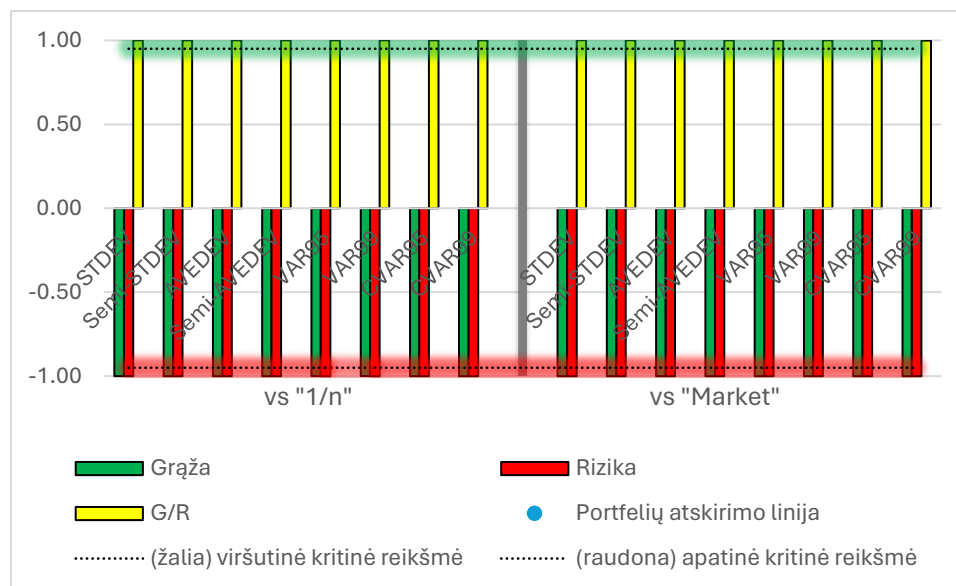


*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Atlikus šių optimizuotų portfelių rezultatų patikrinimą duomenų testavimo laikotarpiu (žr. 26 paveikslą) ir palyginus su „1/n” ir „rinkos portfeliais, pastebima, kad realūs rezultatai buvo gerokai prastesni nei duomenų apdirbimo laikotarpiu, tačiau taip pat teigiami. Lyginant su „1/n” lygių svorių portfeliais, optimizuoti portfeliai grąžos ir rizikos santykiu augo visais tiriamais rizikos matavimo vienetais, augimas svyruojantis tarp 35,91% ir 71,89%. Taip pat pastebima, kad padidėjusį grąžos ir rizikos santykį visais rizikos matavimo vienetais lėmė labiau sumažinta investicinė rizika lyginant su investicine grąža. Lyginant su „rinkos” portfeliais, optimizuoti portfeliai grąžos ir rizikos santykiu taip pat augo visais tiriamais rizikos matavimo vienetais, tačiau augimas pastebimas mažesnis, svyruojantis tarp 21,27% ir 58,33%. Taip pat pastebima, kad padidėjusį grąžos ir rizikos santykį visais rizikos matavimo vienetais lėmė labiau sumažinta investicinė rizika lyginant su investicine grąža.

## 27 paveikslas

*Optimizuoto (maksimizuoto grąžos/rizikos santykio) portfelio rodiklių statistinis reikšmingumas, lyginant su „1/n“ ir „rinkos“ portfeliais*



*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis.

Įvertinus optimizuotų investicinių portfelių rezultatų statistinį reikšmingumą (žr. 27 paveikslą) pastebima, kad optimizuoti investiciniai portfeliai visais tiriamais rizikos matavimo vienetais viršijo viršutinę statistinę kritinę reikšmę (+0,95), t.y. optimizuoti investiciniai portfeliai visais tiriamais rizikos matavimo vienetais rodė statistiškai reikšmingai geresnius grąžos ir rizikos santykio rezultatus lyginant tiek su „1/n“ tiek su „rinkos“ portfeliais. Taip pat pastebima, kad visais tiriamais rizikos matavimo vienetais tiek investicinė grąža tiek investicinė rizika krito žemiau žemutinės statistinės kritinės reikšmės (-0,95), t.y. optimizuoti investiciniai portfeliai rodė statistiškai reikšmingai prastesnius investicinės grąžos ir investicinės rizikos rezultatus lyginant tiek su „1/n“ tiek su „rinkos“ portfeliais. Ir tai reiškia, kad padidėjusius grąžos ir rizikos santykius lėmė santykinai labiau sumažėjusi investicinė rizika lyginant su investicine grąža.

Apibendrinant pastebima, kad optimizuojant investicinius portfelius maksimizuojant investicinės grąžos ir rizikos santykį, optimizuoti portfeliai tiek lyginant su neoptimaliais „1/n“, tiek ir lyginant su neoptimaliais „rinkos“ portfeliais, visais aštuoniais tirtais rizikos matavimo vienetais pasiekė statistiškai reikšmingai geresnius grąžos ir rizikos santykio rezultatus, kitaip tariant optimizavimas atnešė realios investicinės naudos pagal šį, grąžos ir rizikos santykio, rodiklį.



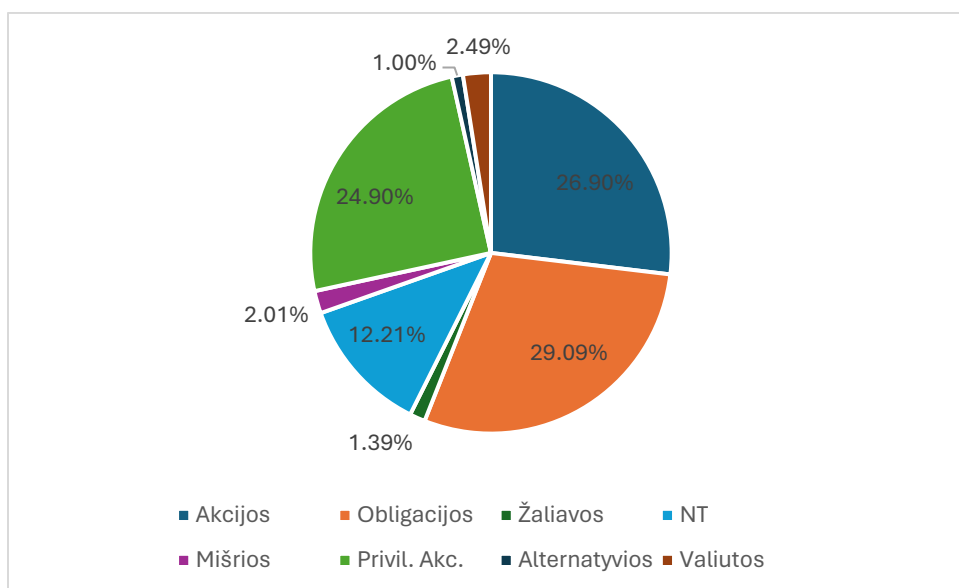
Sekančiame poskyryje (3.4) apžvelgtas kitas investicinių portfelių optimizavimo būdas – maksimizuotos investicinės grąžos fiksuota investicine rizika.

### 3.4. Maksimizuotos grąžos fiksuota rizika portfelių optimizavimas

Maksimizuotos grąžos fiksuota rizika portfeliai – tai tokie portfeliai, kuriais siekiama maksimaliai padidinti portfelio investicinę grąžą, su sąlyga, kad portfelio investicinė rizika išlieka nepakitusi. Kitaip tariant, potencialus investuotojas – norintis optimaliai perskirstyti portfelio aktyvų svorius taip, kad gautų kuo didesnę investicinę grąžą lyginant su neoptimaliais („1/n ir „rinkos“) portfeliais, tačiau siekdamas tokios pat investicinės rizikos kaip neoptimizuotuose („1/n“ ir „rinkos) portfeluose.

#### 28 paveikslas

*Optimizuoto (maksimizuotos grąžos fiksuota rizika) portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms vidurkiai (lyginant su „1/n“ portfeliais)*



*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Optimizuotų maksimizuotos grąžos fiksuota rizika investicinių portfelių lyginant su „1/n“ lygių svorių portfeliais aktyvų svorių paskirstymas (žr. 28 paveikslą) lėmė, kad išsiskiria trys dominuojančios aktyvų kategorijos – didžiausia procentinė dalis skiriama obligacijomis

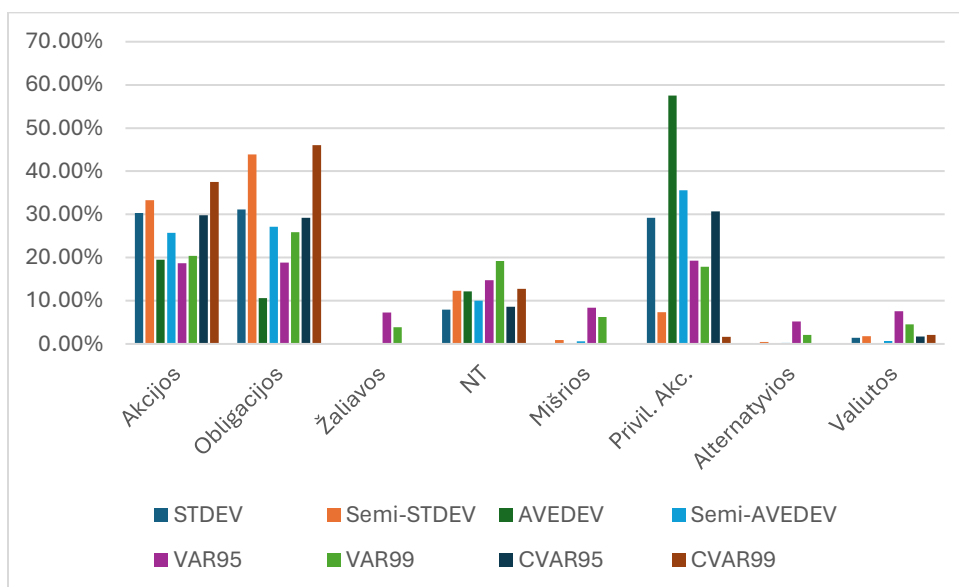
prekiaujamiems fondams – 29,09%, akcijomis prekiaujamiems fondams skirta 26,90%, privilegijuotomis akcijomis – 24,90%. Nekilnojamu turto prekiaujantiems fondams optimizavimas skyrė 12,21% investicinių portfolio dalies, na o likusioms aktyvų kategorijoms vieną ar kelis procentus – valiutomis prekiaujamiems fondams – 2,49%, šiek tiek mažiau - 2,01% fondams, prekiaujantiems mišriomis investicinėmis priemonėmis, 1,39% - žaliavomis, na o lygiai 1% - alternatyviomis investavimo priemonėmis prekiaujantiems fondams.

Matome, kad optimizavimas siekdamas didinti investicinę grąžą renkasi akcijas, na o valdydamas akcijų didinamas rizikas – taip pat didina investavimą į mažai rizikingas, arba saugias investavimo priemones kaip obligacijas ir privilegijuotuosias akcijas. Taip pat didelės investicinės grąžos aktyvai nekilnojamo turto išlieka nepatikę, turbūt dėl neitin parankios koreliacijos, kovariacijos su mažos rizikos aktyvais (obligacijomis, privilegijuotomis akcijomis), lyginant su akcijomis.

Toliau bus apžvelgtas tokių portfelių svorių perskirstymas pagal rizikos matavimo vienetus ir palyginta.

## 29 paveikslas

*Optimizuoto (maksimizuotos grąžos fiksuota rizika) portfolio svorių paskirstymų aktyvų klasėms pagal rizikos matavimo vienetus vidurkiai (lyginant su „1/n“ portfeliais)*

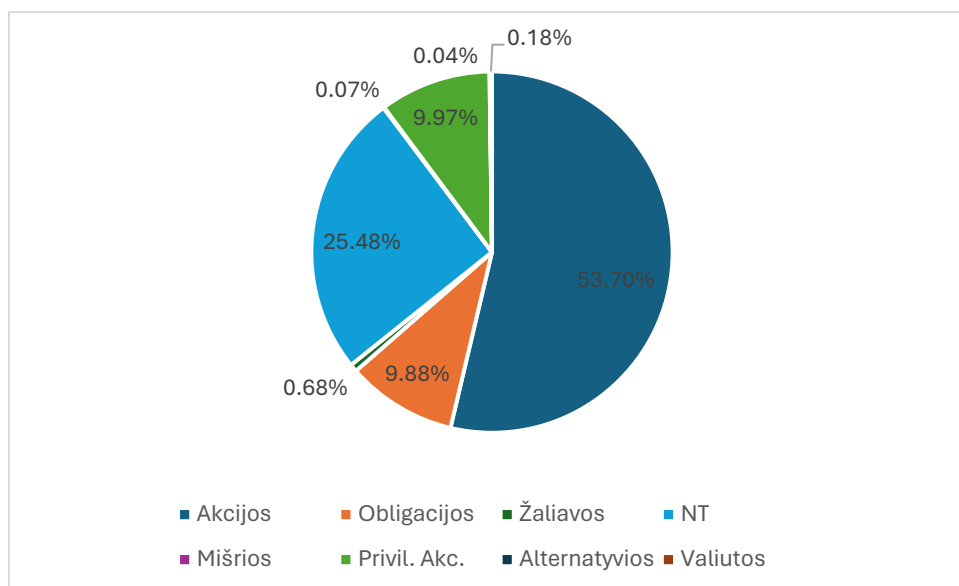


*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis.

Žvelgiant į aktyvų svorių portfeliuose paskirstymą skirtingais rizikos matavimo vienetais (žr. 29 paveikslą) išsiskiria svorių paskirstymas privilegijuotų akcijų aktyvų fondams, kur pastebimi dideli svorių paskirstymo skirtumai skirtingiems rizikos matavimo vienetais. Nuo 1.62% skiriamų optimizuojant „CVAR99“, iki 57,55% „AVEDEV“. Optimizuojant „VAR95“ ir „VAR99“ rizikos matavimo vienetais išsiskiria jų paskirstymas žaliavomis, mišriais aktyvais, alternatyviomis investavimo priemonėmis, kiti rizikos matavimo vienetai šiom aktyvų grupėm skiria arba labai mažai, arba visai neskiria procentinės dalies portfeliuose. Akcijų ir obligacijų svorių paskirstymas pagal rizikos matavimo vienetus gana mišrus, akcijų pastebimi mažesni skirtumai – nuo apie 19% iki apie 38%, tuo tarpu obligacijų nuo apie 11% iki apie 46%.

### 30 paveikslas

*Optimizuoto (maksimizuotos gražos fiksuota rizika) portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms vidurkiai (lyginant su „rinkos“ portfeliais)*



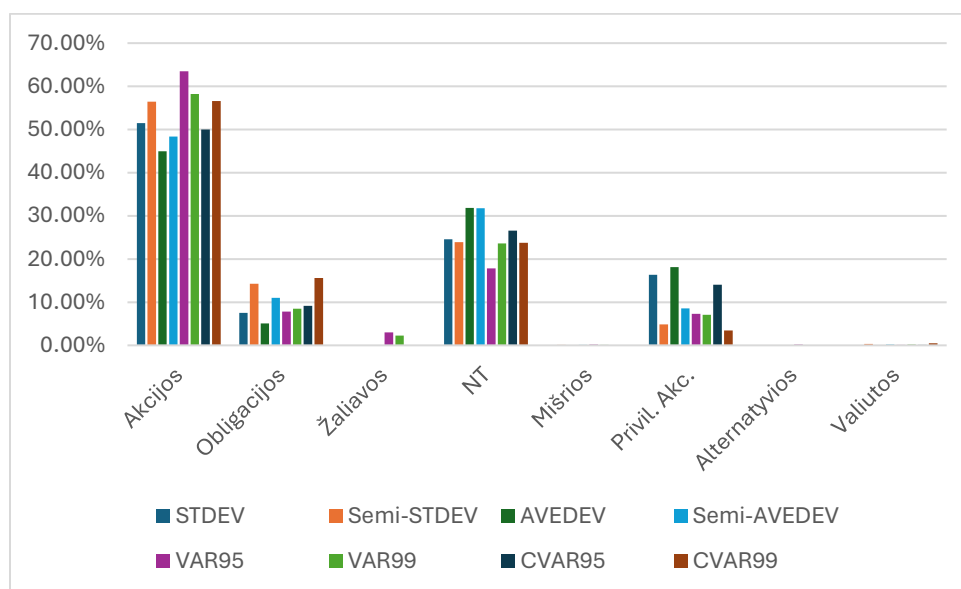
*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis.

Optimizuotų maksimizuotos gražos fiksuota rizika investicinių portfelių lyginant su „rinkos“ portfeliais (žr. 30 paveikslą) aktyvų svorių paskirstymas lėmė, kad didžiąją dalį – šiek tiek daugiau nei pusę tokių portfelių sudarė akcijomis biržose prekiaujami fondai – 53,70%, nekilnojamo turto aktyvais biržose prekiaujami fondai sudarė 25,48% portfelių dalies, privilegijuotomis akcijomis ir obligacijomis biržose prekiaujami fondai atitinkamai 9,97% ir

9,88%, na o sekančių aktyvų – mažiau nei po procentą, atitinkamai 0,68%, 0,18%, 0,07% ir 0,04% teko žaliavomis, valiutomis, mišriais aktyvais ir alternatyviomis investavimo priemonėmis biržose prekiaujamiems fondams.

### 31 paveikslas

*Optimizuoto (maksimizuotos grąžos fiksuota rizika) portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms pagal rizikos matavimo vienetus vidurkiai (lyginant su „rinkos“ portfeliais)*

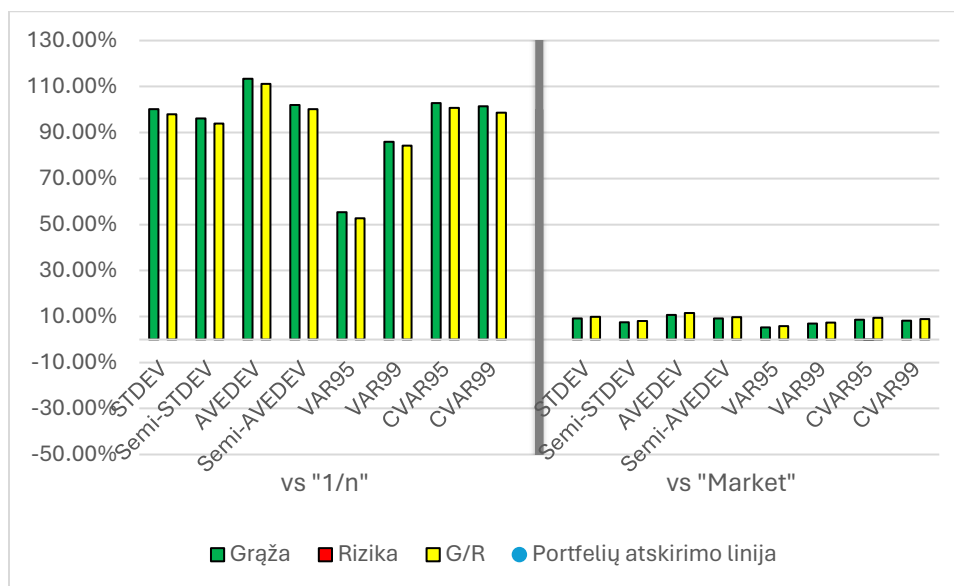


*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis.

Žvelgiant detaliau į šių optimizuotų investicinių portfelių aktyvų svorių paskirstymą skirtingais rizikos matavimo vienetais (žr. 31 paveikslą) dideli skirtumai nepastebimi. Akcijomis biržose prekiaujamų fondų svoriai portfeliuose pagal skirtingus rizikos matavimo vienetus patenka į rėmus nuo 44,94% iki 63,52%, obligacijomis – nuo 5,05% iki 15,63%, nekilnojamu turtu – nuo 17,84% iki 31,86%, privilegijuotomis akcijomis – nuo 3,42% iki 18,11%, žaliavomis prekiaujantiems fondams dalį portfeliuose skirta tik optimizuojant „VAR95“ ir „VAR99“ rizikos matavimo vienetais, valiutomis – tik „CVAR99“, na o mišriais aktyvais ir alternatyviomis investavimo priemonėmis prekiaujantiems fondams beveik neskirta iš viso.

### 32 paveikslas

*Optimizuoto (maksimizuotos grąžos fiksuota rizika) portfelio rodiklių pokyčiai, lyginant su „1/n“ ir „rinkos“ portfeliais duomenų apdirbimo laikotarpiu*

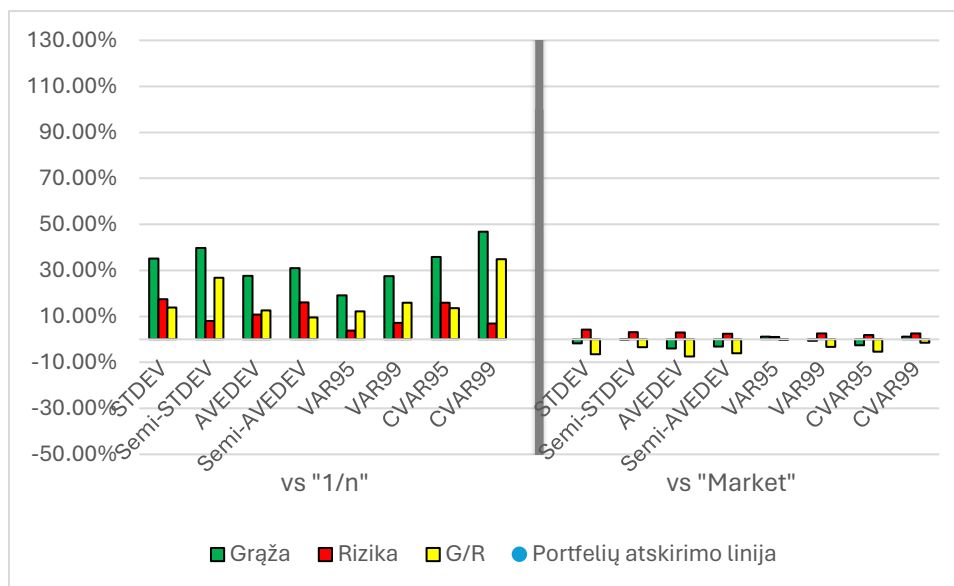


*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Atlikus portfelių optimizavimą maksimizuojant investicinę grąžą fiksuota investicine rizika (žr. 32 paveikslą) - pastebima, kad optimizavimas lėmė, jog optimizuoti portfeliai duomenų apdirbimo laikotarpiu leido padidinti investicinę grąžą išlaikant nepakitusią investicinę riziką tiek lyginant su „1/n“ tiek ir su „rinkos“ portfeliais. Lyginant su „1/n“ portfeliais, optimizuoti portfeliai investicinę grąžą sugebėjo padidinti pagal visus rizikos matavimo vienetus – svyruojančią nuo 55,37% iki 113,38%, ir tuo pačiu padidinti grąžos ir rizikos santykius, svyruojančius nuo 52,68% iki 111,14%. Ženkliai mažesnis, tačiau taip pat investicinės grąžos padidėjimas pastebimas ir optimizuotus portfelius lyginant su „rinkos“ portfeliais – čia investicinės grąžos padidėjimas svyruojantis tarp 5,25% ir 10,69%, o grąžos ir rizikos santykio padidėjimas tarp 5,79% ir 11,60%.

### 33 paveikslas

*Optimizuoto (maksimizuotos gražos fiksuota rizika) portfelio rodiklių pokyčiai, lyginant su „1/n” ir „rinkos” portfeliais duomenų testavimo laikotarpiu*

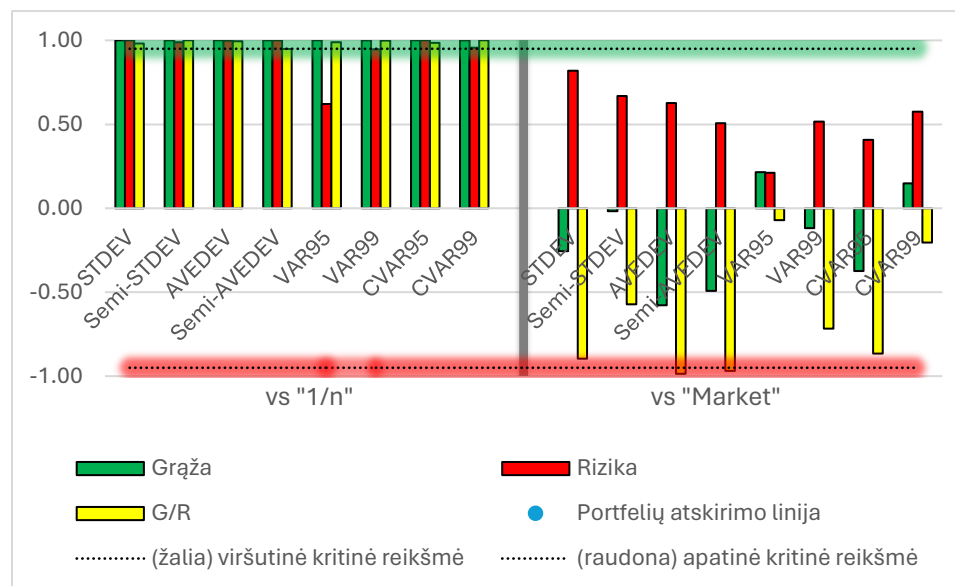


*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis.

Atlikus šių optimizuotų portfelių rezultatų patikrinimą duomenų testavimo laikotarpiu ir palyginus su „1/n” ir „rinkos portfeliais (žr. 33 paveikslą), pastebima, kad realūs rezultatai buvo gerokai prastesni nei duomenų apdirbimo laikotarpiu. Lyginant su „1/n” lygių svorių portfeliais, optimizuotų portfelių investicinė grąža augo visais tiriamais rizikos matavimo vienetais, augimas svyruojantis tarp 19,06% ir 46,85%. Tačiau taip pat visais rizikos matavimo vienetais padidėjo ir investicinė rizika. Dėl to portfelių rezultatų vertinimui analizuojamas ir grąžos ir rizikos santykis, kuris augo visais tiriamais rizikos matavimo vienetais, svyruojantis nuo 9,52% iki 34,86%. Lyginant su „rinkos” portfeliais, optimizuotų portfelių investicinė grąža augo tik dvejuose iš aštuonių tiriamų rizikos matavimo vienetų, ir labai neženkliai, abėjuose fiksuotas 1,14% augimas. Tačiau visais tiriamais rizikos matavimo vienetais investicinė rizika – padidėjusi, svyruojanti tarp 1,02% ir 4,17%. Dėl to portfelių rezultatų vertinimui analizuojamas ir grąžos ir rizikos santykis, kuris smuko visais tiriamais rizikos matavimo vienetais, svyruojantis tarp -0,22% ir -7,49%.

### 34 paveikslas

*Optimizuoto (maksimizuotos grąžos fiksuota rizika) portfelio rodiklių statistinis reikšmingumas, lyginant su „1/n“ ir „rinkos“ portfeliais*



*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis.

Įvertinus optimizuotų investicinių portfelių rezultatų statistinį reikšmingumą (žr. 34 paveikslą) pastebima, kad lyginant su „1/n“ lygių svorių portfeliais, optimizuotų investicinių portfelių investicinė grąža visais tiriamais rizikos matavimo vienetais viršijo viršutinę statistinę kritinę reikšmę (+0,95), t.y. optimizuoti investiciniai portfeliai visais tiriamais rizikos matavimo vienetais rodė statistiškai reikšmingai geresnius investicinės grąžos rezultatus lyginant su „1/n“ portfeliais. Tačiau statistiškai reikšmingai augo ir investicinė rizika šešiuose iš aštuonių rizikos matavimo vienetų. Todėl galutiniam šių optimizuotų portfelių rezultatų vertinimui analizuojama ir grąžos ir rizikos santykis, kuris visais rizikos matavimo vienetais buvo teigiamais, t.y. investicinė grąža padidėjo daugiau nei investicinė rizika. O taip pat grąžos ir rizikos santykis statistiškai reikšmingai padidėjo septyniuose iš aštuonių tiriamų rizikos matavimo vienetų, išskyrus „Semi-AVEDEV“, kurio statistinė reikšmė labai arti statistinio reikšmingumo - 0,9498.

Lyginant optimizuotus investicinius portfelius su „rinkos“ portfeliais, pastebima, kad optimizuotų investicinių portfelių investicinė grąža visais rizikos matavimo vienetais nebuvo statistiškai reikšmingai pakitusi lyginant su „rinkos“ portfeliais. Tačiau dvejuose iš aštuonių rizikos matavimo vienetų optimizuotų investicinių portfelių grąžos ir rizikos santykis buvo

statistiškai reikšmingai mažesnis už „rinkos“ portfelių, o taip pat ir jų investicinės grąžos buvo neigiamos, kas parodo, kad optimizuoti investiciniai portfeliai rodė statistiškai reikšmingai blogesnius rezultatus.

Apibendrinant pastebima, kad optimizuojant investicinius portfelius maksimizuojant investicinę grąžą fiksuota rizika, optimizuoti portfeliai lyginant su neoptimaliais „1/n“ portfeliais, visais aštuoniais tirtais rizikos matavimo vienetais pasiekė statistiškai reikšmingai geresnius investicinės grąžos rodiklius, ir tuo pačiu šis investicinės grąžos padidėjimas užfiksuotas nesumažinus grąžos ir rizikio santykio, kitaip tariant optimizavimas lyginant su neoptimaliais „1/n“ portfeliais atnešė realios investicinės naudos pagal šiuos, investicinės grąžos ir grąžos ir rizikos santykio, rodiklius. Tačiau, optimizuoti portfeliai lyginant su neoptimaliais „rinkos“ portfeliais, visais aštuoniais tirtais rizikos matavimo vienetais nebuvo statistiškai reikšmingai pakitę vertinant investicinę grąžą, o tuo pačiu dvejais iš aštuonių rizikos matavimo vienetų pasiekė statistiškai reikšmingai blogesnius grąžos ir rizikos santykio rezultatus, kitaip tariant optimizavimas lyginant su neoptimaliais „rinkos“ portfeliais šešiais iš aštuonių rizikos matavimo vienetų atvejais neatnešė realios investicinės naudos, o dvejais iš aštuonių rizikos matavimo vienetų atvejais atnešė investicinius nuostolius, pagal šiuos, investicinės grąžos ir grąžos ir rizikos santykio, rodiklius. Sekančiame poskyryje (3.5) apžvelgtas dar vienas investicinių portfelių optimizavimo būdas – minimizuotos investicinės rizikos fiksuota investicine grąža.

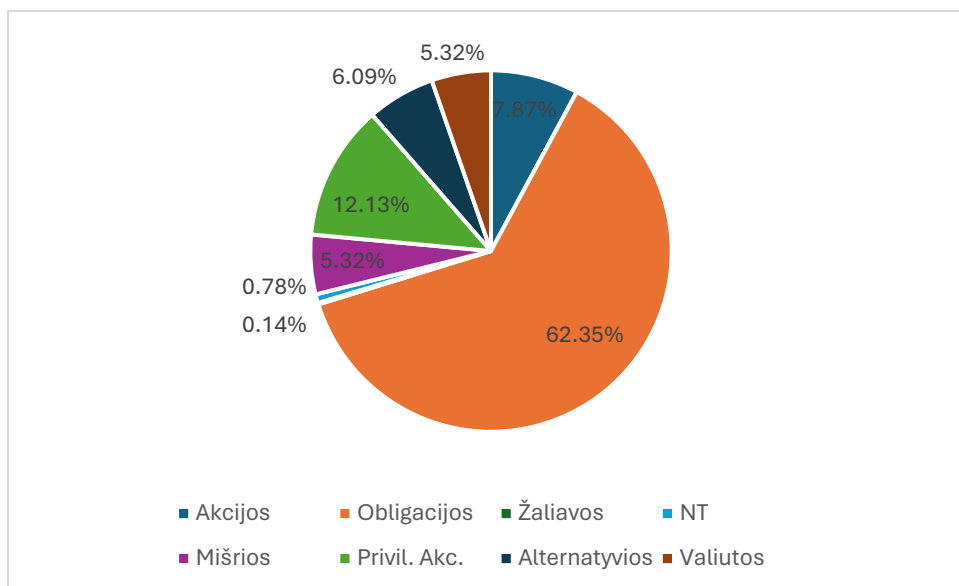
### **3.5. Minimizuotos rizikos fiksuota grąža optimalūs portfeliai**

Minimizuotos rizikos fiksuota grąža portfeliai – tai tokie portfeliai, kuriais siekiama minimaliai sumažinti portfelio investicinę riziką, su sąlyga, kad portfelio investicinė grąža išlieka nepakitusi. Kitaip tariant, potencialus investuotojas – norintis optimaliai perskirstyti portfelio aktyvų svorius taip, kad gautų kuo mažesnę investicinę riziką lyginant su neoptimaliais („1/n ir „rinkos“) portfeliais, tačiau siekdamas tokios pat investicinės grąžos kaip neoptimizuotuose („1/n ir „rinkos“) portfeliuose.



### 35 paveikslas

*Optimizuoto (minimizuotos rizikos fiksuota grąža) portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms vidurkiai (lyginant su „1/n“ portfeliais)*

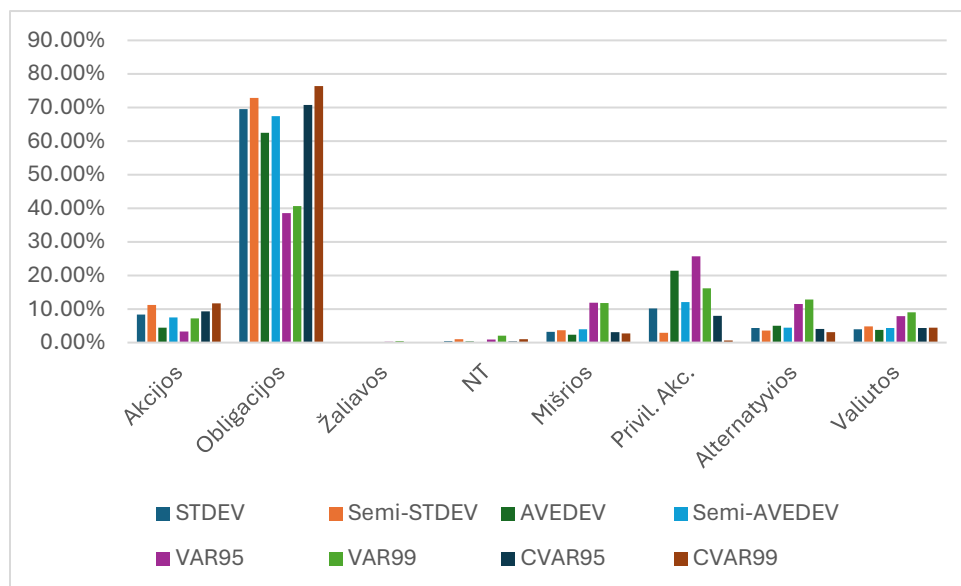


*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis.

Optimizuotų minimizuotos rizikos fiksuota grąža investicinių portfelių lyginant su „1/n“ lygių svorių portfeliais aktyvų svorių paskirstymas (žr. 35 paveikslą) lėmė, kad didžiąją dalį – šiek tiek mažiau nei du trečdalius tokių portfelių sudarė obligacijomis biržose prekiaujami fondai – 62,35%, privilegijuotomis akcijomis biržose prekiaujami fondai sudarė 12,13% portfelių dalies, akcijoms ir alternatyvioms investavimo priemonėms prekiaujamiems fondams portfelių optimizavimas atitinkamai skyrė 7,87% ir 6,09%, mišriais aktyvais ir valiutomis prekiaujamiems fondams skirta vienodai – po 5,32%, na o mažiau po procentą – nekilnojamu turtu bei žaliavomis prekiaujantiems fondams, atitinkamai po 0,78% ir 0,14% investicinių portfelių dalies.

### 36 paveikslas

*Optimizuoto (minimizuotos rizikos fiksuota grąža) portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms pagal rizikos matavimo vienetus vidurčiai (lyginant su „1/n“ portfeliais)*

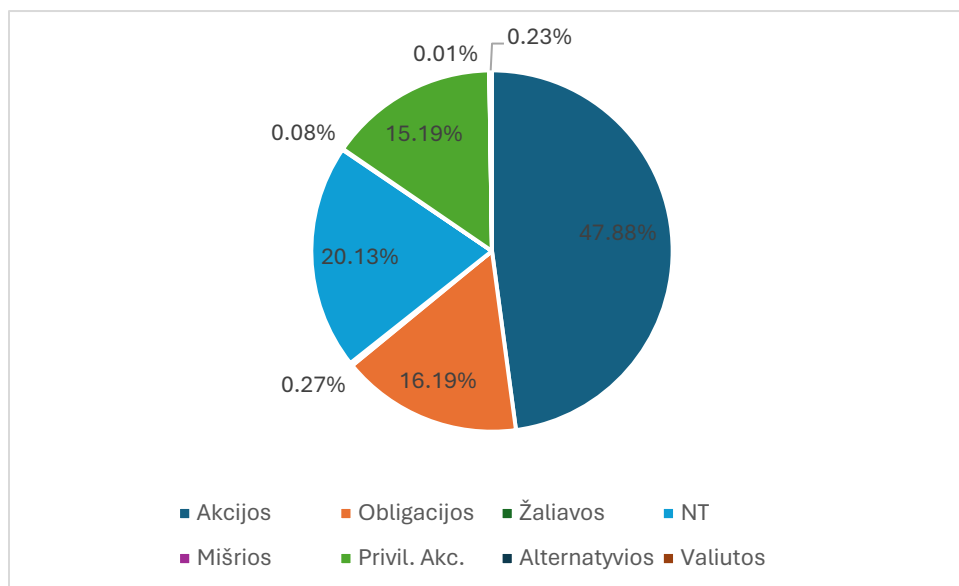


*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Žvelgiant detaliau į šių optimizuotų investicinių portfelių aktyvų svorių paskirstymą skirtingais rizikos matavimo vienetais (žr. 36 paveikslą) „STDEV“ ir „Semi-STDEV“ rizikos matavimo vienetai labiausiai dominuoja akcijomis ir obligacijomis biržose prekiaujamų fondų portfeliuose, tuo tarpu kituose aktyvuose sąlyginai nedaug. „AVEDEV“ ir „Semi-AVEDEV“ rizikos matavimo vienetų akcijomis ir obligacijomis prekiaujamų fondų – pastebimas sumažėjimas, nors ir nedidelis, jų dalį daugiausiai optimizavimas skyrė privilegijuotomis akcijomis biržose prekiaujamiems fondams. „VAR95“ ir „CVAR95“ dar didesnis sumažėjimas akcijomis ir obligacijomis prekiaujamuose fonduose, jų dalis skirta mišriais aktyvais, privilegijuotomis akcijomis, alternatyviomis investavimo priemonėmis ir valiutomis prekiaujamiems fondams. Na o „CVAR95“ ir „CVAR99“ didžiausia santykinė dalis akcijomis ir obligacijomis prekiaujamiems fondams, kituose aktyvuose – nedaug.

### 37 paveikslas

*Optimizuoto (minimizuotos rizikos fiksuota grąža) portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms vidurkiai (lyginant su „rinkos“ portfeliais)*

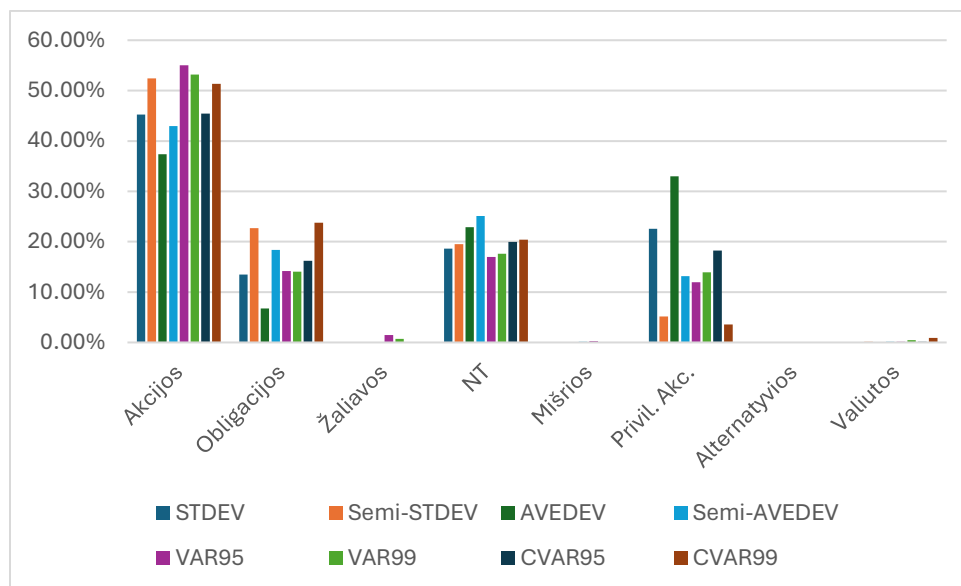


*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Optimizuotų minimizuotos rizikos fiksuota grąža investicinių portfelių lyginant su „rinkos“ portfeliais aktyvų svorių paskirstymas (žr. 37 paveikslą) lėmė, kad didžiąją dalį – šiek tiek mažiau nei pusę tokių portfelių sudarė akcijomis biržose prekiaujami fondai – 47,88%, nekilnojamo turto aktyvais biržose prekiaujami fondai sudarė 20,13% portfelių dalies, obligacijomis ir privilegijuotomis akcijomis biržose prekiaujami fondai atitinkamai 16,19% ir 15,19%, na o sekančių aktyvų – mažiau nei po procentą, atitinkamai 0,27%, 0,23%, 0,08% ir 0,01% teko žaliavomis, valiutomis, mišriais aktyvais ir alternatyviomis investavimo priemonėmis biržose prekiaujamiems fondams.

### 38 paveikslas

*Optimizuoto (minimizuotos rizikos fiksuota grąža) portfelio svorių paskirstymų aktyvų klasėms pagal rizikos matavimo vienetus vidurkiai (lyginant su „rinkos“ portfeliais)*

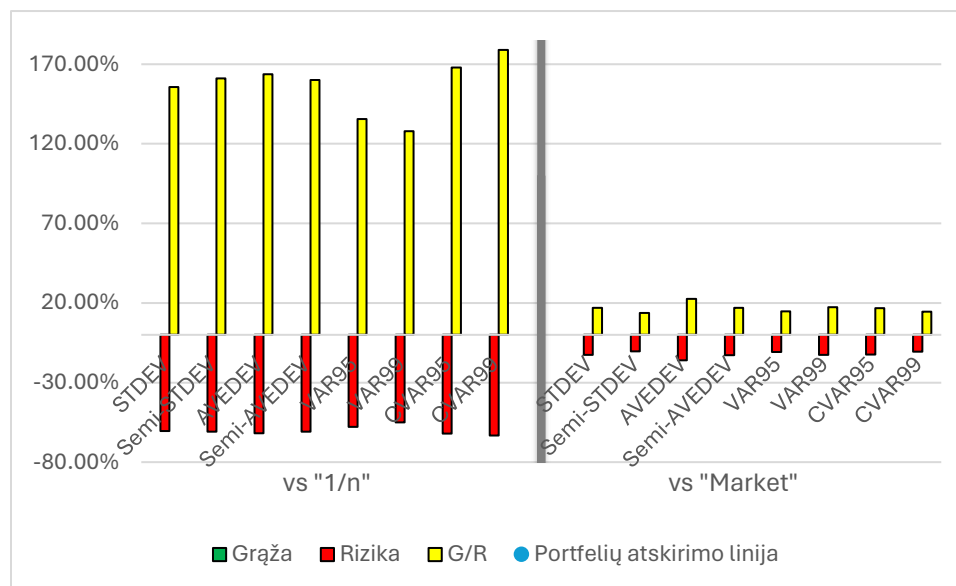


*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Žvelgiant detaliau į šių optimizuotų investicinių portfelių aktyvų svorių paskirstymą skirtingais rizikos matavimo vienetais (žr. 38 paveikslą), „STDEV“ ir „Semi-STDEV“ rizikos matavimo vienetai, lyginant su kitais rizikos matavimo vienetais, didelis išskirtinumas nepastebimas. Optimizuojant „AVEDEV“ ir „Semi-AVEDEV“ rizikos matavimo vienetais, išsiskiria didesnis, lyginant su kitais rizikos matavimo vienetais, svorių paskirstymas nekilnojamo turto bei privilegijuotų akcijų biržose prekiaujantiems fondams, tuo tarpu mažesnis akcijomis ir obligacijomis biržose prekiaujantiems fondams. „VAR95“ ir „CVAR95“ rizikos matavimo vienetų svorių paskirstyme lyginant su kitais rizikos matavimo vienetais išsiskiria didesnė preferencija akcijomis biržose prekiaujantiems fondams, mažesnė - obligacijomis, nekilnojamo turto, privilegijuotų akcijų biržose prekiaujantiems fondams. „CVAR95“ didesni išskirtinimai nepastebimi, o „CVAR99“ - didžiausia, lyginant su kitais rizikos matavimo vienetais, obligacijomis, na o mažiausia – privilegijuotomis akcijomis biržose prekiaujantiems fondams. Taip pat pastebima, kad žaliavomis, nors ir nedaug, tačiau portfelių optimizavimas skyrė „VAR95“ ir „VAR99“, na o valiutomis, taip pat labai mažas dalis, tačiau skyrė „VAR99“ ir „CVAR99“.

### 39 paveikslas

*Optimizuoto (minimizuotos rizikos fiksuota grąža) portfelio rodiklių pokyčiai, lyginant su „1/n“ ir „rinkos“ portfeliais duomenų apdirbimo laikotarpiu*

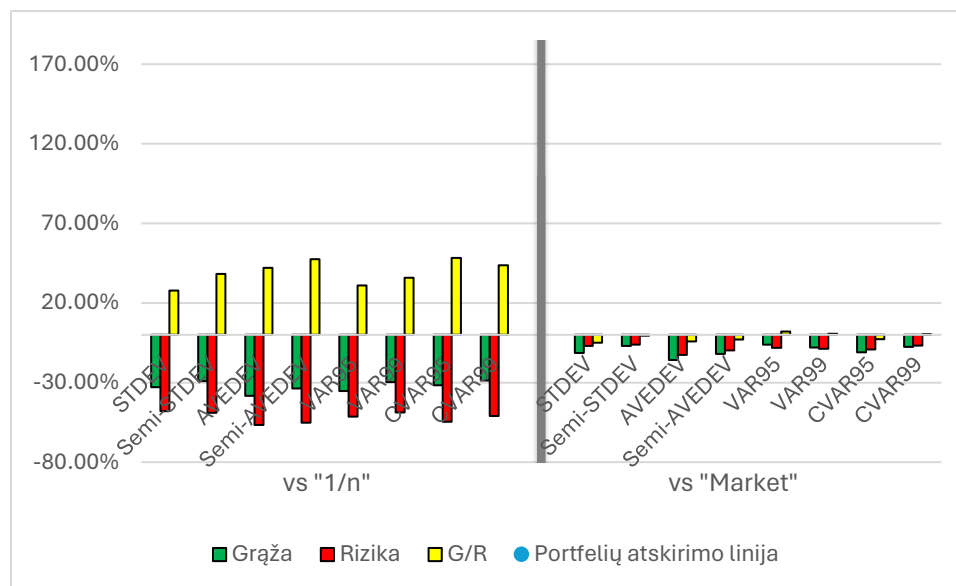


*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Atlikus portfelijų optimizavimą minimizuojant investicinę riziką fiksuota investicine grąža (žr. 39 paveikslą) - pastebima, kad optimizavimas lėmė, jog optimizuoti portfeliai duomenų apdirbimo laikotarpiu leido sumažinti investicinę riziką išlaikant nepakitusią investicinę grąžą tiek lyginant su „1/n“ tiek ir su „rinkos“ portfeliais. Lyginant su „1/n“ portfeliais, optimizuoti portfeliai investicinę riziką sugebėjo sumažinti pagal visus rizikos matavimo vienetus – svyruojančią nuo -55,12% iki 63,21%, ir tuo pačiu padidinti grąžos ir rizikos santykius, svyruojančius nuo 127,90% iki 178,98%. Ženkliai mažesnis, tačiau taip pat investicinės rizikos sumažėjimas pastebimas ir optimizuotus portfelius lyginant su „rinkos“ portfeliais – čia investicinės rizikos sumažėjimas svyruojantis tarp -10,33% ir -15,96%, o grąžos ir rizikos santykio padidėjimas tarp 13,74% ir 22,59%.

#### 40 paveikslas

*Optimizuoto (minimizuotos rizikos fiksuota grąža) portfelio rodiklių pokyčiai, lyginant su „1/n“ ir „rinkos“ portfeliais duomenų testavimo laikotarpiu*

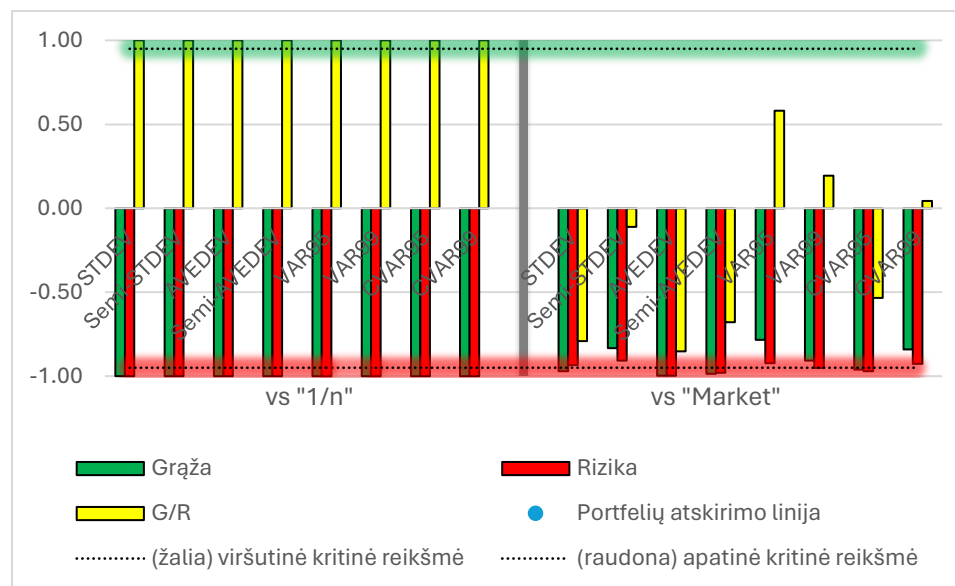


*Šaltinis:* sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis.

Atlikus šių optimizuotų portfelijų rezultatų patikrinimą duomenų testavimo laikotarpiu ir palyginus su „1/n“ ir „rinkos portfeliais (žr. 40 paveikslą), pastebima, kad realūs rezultatai buvo gerokai prastesti nei duomenų apdirbimo laikotarpiu. Lyginant su „1/n“ lygių svorių portfeliais, optimizuotų portfelijų investicinė rizika sumažėjo visais tiriamais rizikos matavimo vienetais, kritimas svyruojantis tarp -47,98% ir -56,60%. Tačiau taip pat visais rizikos matavimo vienetais sumažėjo ir investicinė grąža. Dėl to portfelijų rezultatų vertinimui analizuojamas ir grąžos ir rizikos santykis, kuris augo visais tiriamais rizikos matavimo vienetais, svyruojantis nuo 27,84% iki 48,24%. Lyginant su „rinkos“ portfeliais, optimizuotų portfelijų investicinė rizika sumažėjo visuose tiriamuose rizikos matavimo vienetuose, kritimas fiksuotas nuo -6,26% iki -12,66%. Tačiau visais tiriamais rizikos matavimo vienetais sumažėjo ir investicinė grąža, svyruojanti tarp -6,08% ir -15,86%. Dėl to portfelijų rezultatų vertinimui analizuojamas ir grąžos ir rizikos santykis, kuris augo tik trejuose iš aštuonių tiriamų rizikos matavimo vienetų, ir tai labai neženkliai, svyruojantis nuo 0,33% iki 2,02% augimo.

#### 41 paveikslas

Optimizuoto (minimizuotos rizikos fiksuota grąža) portfelio rodiklių statistinis reikšmingumas, lyginant su „1/n“ ir „rinkos“ portfeliais



Šaltinis: sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis.

Įvertinus optimizuotų minimizuotos investicinės rizikos fiksuota investicine grąža investicinių portfelių rezultatų statistinį reikšmingumą (žr. 41 paveikslą) pastebima, kad lyginant su „1/n“ lygių svorių portfeliais, optimizuotų investicinių portfelių investicinė rizika visais tiriamais rizikos matavimo vienetais krito žemiau žemutinės statistinės kritinės reikšmės (-0,95), t.y. optimizuoti investiciniai portfeliai visais tiriamais rizikos matavimo vienetais rodė statistiškai reikšmingai geresnius investicinės rizikos rezultatus lyginant su „1/n“ portfeliais. Tačiau statistiškai reikšmingai sumažėjo ir investicinė grąža visuose tiriamuose rizikos matavimo vienetuose. Todėl šių portfelių rezultatų vertinamui analizuojamas ir grąžos ir rizikos santykis, kuris statistiškai reikšmingai padidėjo visuose tiriamuose rizikos matavimo vienetuose.

Lyginant optimizuotus investicinius portfelius su „rinkos“ portfeliais, pastebima, kad optimizuotų investicinių portfelių investicinė rizika keturiuose iš aštuonių rizikos matavimo vienetų buvo statistiškai reikšmingai mažesnė lyginant su „rinkos“ portfeliais. Tačiau ir investicinė grąža šiuose keturiuose rizikos matavimo vienetuose buvo statistiškai reikšmingai mažesnė. Todėl šių portfelių rezultatų vertinimui analizuojamas ir grąžos ir rizikos santykis, kuris tik viename iš šių keturių rizikos matavimo vienetu turėjo teigiamą grąžos ir rizikos santykį, t.y. investicinė rizika

buvo sumažinta santykinai nesumažinant investicinės grąžos. O grąžos ir rizikos santykio statistinis reikšmingumas – nepasiektas nė vienu rizikos matavimo vienetu.

Apibendrinant pastebima, kad optimizuojant investicinius portfelius minimizuojant investicinę riziką fiksuota grąža, optimizuoti portfeliai lyginant su neoptimaliais „1/n” portfeliais, visais aštuoniais tirtais rizikos matavimo vienetais pasiekė statistiškai reikšmingai geresnius investicinės rizikos rodiklius, ir tuo pačiu šis investicinės rizikos sumažėjimas užfiksuotas nesumažinus grąžos ir rizikio santykio, kitaip tariant optimizavimas lyginant su neoptimaliais „1/n” portfeliais atnešė realios investicinės naudos pagal šiuos, investicinės rizikos ir grąžos ir rizikos santykio, rodiklius. Na o optimizuoti portfeliai lyginant su neoptimaliais „rinkos“ portfeliais, keturiais iš aštuonių rizikos matavimo vienetais pasiekė statistiškai reikšmingai geresnius investicinės rizikos rodiklius, tačiau tik viename iš jų šis rizikos sumažėjimas pasiektas tuo pačiu nesumažinus grąžos ir rizikos santykio, kitaip tariant optimizavimas lyginant su neoptimaliais „rinkos“ portfeliais vienu iš aštuonių rizikos matavimo vienetų atveju atnešė realią investicinę naudą, o septyniais iš aštuonių rizikos matavimo vienetų atvejų neatnešė realios investicinės naudos, pagal šiuos, investicinės rizikos ir grąžos ir rizikos santykio, rodiklius. Sekančiame poskyryje (3.6.) pateikiami susisteminti šio tyrimo rezultatai.

### **3.6. Optimizuotų investicinių portfelių tyrimo rezultatų apibendrinimas**

Apžvelgiant atlikto tyrimo rezultatus pateikiamos dvi apibendrinamosios rezultatų lentelės – viena, lyginanti optimizuotų investicinių portfelių rezultatus su „1/n” portfeliais (žr. 11 lentelę), kita, optimizuotų investicinių portfelių rezultatus lyginanti su „rinkos” (žr. 12 lentelę) portfeliais. Išskiriami trys portfelių rodiklių vertinimo stulpeliai – grąža, rizika ir grąžos ir rizikos santykis („G/R santykis“). Kiekviename iš jų, aštuonių tirtų rizikos matavimo vienetų rezultatai atskirai – „STDEV“, „Semi-STDEV“, „AVEDEV“, „Semi-AVEDEV“, „VAR95“, „VAR99“, „CVAR95” ir „CVAR99”. Ir taip pat trijų tirtų skirtingų optimizavimo metodų rezultatų atskirai – maksimizuoto grąžos ir rizikos santykio, maksimizuotos grąžos fiksuota rizika ir minimizuotos rizikos fiksuota grąža.

Rezultatų ženklavimo lentelėse paaiškinimai:

„+” (pliusas) – optimizuoti investiciniai portfeliai parodė padidėjusius, tačiau ne statistiškai reikšmingai padidėjusius rezultatus lyginant su „1/n” arba „rinkos” portfeliais.



„+” (pliusas geltonam fone) – optimizuoti investiciniai portfeliai parodė statistiškai reikšmingai padidėjusius rezultatus lyginant su „1/n” arba „rinkos” portfeliais.

„-” (minusas) – optimizuoti investiciniai portfeliai parodė sumažėjusius, tačiau ne statistiškai reikšmingai sumažėjusius rezultatus lyginant su „1/n” arba „rinkos” portfeliais.

„-” (minusas mėlynam fone) – optimizuoti investiciniai portfeliai parodė statistiškai reikšmingai sumažėjusius rezultatus lyginant su „1/n” arba „rinkos” portfeliais.

Toliau bus pateikti optimizuotų investicinių portfeliai rodiklių rezultatai lyginant su neoptimizuotais „1/n” investiciniais portfeliais. (žr. 11 lentelę).

### 11 lentelė

*Optimizuotų investicinių portfelių statistinio reikšmingumo rezultatų, lyginant su „1/n” portfeliais, suvestinė*

Grąža								Rizika								G/R santykis							
„STDEV“	„Semi-STDEV“	„AVEDEV“	„Semi-AVEDEV“	„VAR95“	„VAR99“	„CAVR95“	„CVAR99“	„STDEV“	„Semi-STDEV“	„AVEDEV“	„Semi-AVEDEV“	„VAR95“	„VAR99“	„CAVR95“	„CVAR99“	„STDEV“	„Semi-STDEV“	„AVEDEV“	„Semi-AVEDEV“	„VAR95“	„VAR99“	„CAVR95“	„CVAR99“
Maksimizuoto grąžos ir rizikos santykio portfeliai																							
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	+	
Maksimizuotos grąžos fiksuota rizika portfeliai																							
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
Minimizuotos rizikos fiksuota grąža portfeliai																							
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	+	

Šaltinis: sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) ir Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Iš lentelės apibendrintų tyrimo rezultatų, vertinant optimizuotų investicinių portfelių rezultatus su neoptimizuotais „1/n” portfeliais, pastebima, kad maksimizuojant grąžos ir rizikos santykį, optimizavimo tikslas pasiektas - šis rodiklis visais aštuoniais tirtais rizikos matavimo

vienetais rodė statistiškai reikšmingai geresnius optimizuotų portfelių rezultatus. Taip pat ir maksimizuojant grąžą fiksuota rizika, optimizavimo tikslas pasiektas - visais aštuoniais tirtais rizikos matavimo vienetais statistiškai reikšmingai padidinta investicinė grąža ir tuo pačiu nesumažintas grąžos ir rizikos santykis. Na ir taip pat minimizuojant riziką fiksuota grąža, optimizavimo tikslas pasiektas – visais aštuoniais tirtais rizikos matavimo vienetais statistiškai reikšmingai sumažinta investicinė rizika ir tuo pačiu nesumažintas grąžos ir rizikos santykis.

Tad apibendrinant galima teigti, kad investicinių portfelių optimizavimas lyginant su neoptimizuotais „1/n” portfeliais buvo sėkmingas, geresni optimizuotų portfelių rezultatai pasiekti visais tirtais atvejais – tiek ir visais trimis skirtingais optimizavimo būdais, tiek ir visais aštuoniais skirtingais rizikos matavimo vienetais.

Toliau bus pateikti optimizuotų investicinių portfelių rodiklių rezultatai lyginant su neoptimizuotais „rinkos“ investiciniais portfeliais. (žr. 12 lentelę).

## 12 lentelė

*Optimizuotų investicinių portfelių statistinio reikšmingumo rezultatų, lyginant su „rinkos“ portfeliais, suvestinė*

Grąža								Rizika								G/R santykis							
„STDEV“	„Semi-STDEV“	„AVEDEV“	„Semi-AVEDEV“	„VAR95“	„VAR99“	„CAVR95“	„CVAR99“	„STDEV“	„Semi-STDEV“	„AVEDEV“	„Semi-AVEDEV“	„VAR95“	„VAR99“	„CAVR95“	„CVAR99“	„STDEV“	„Semi-STDEV“	„AVEDEV“	„Semi-AVEDEV“	„VAR95“	„VAR99“	„CAVR95“	„CVAR99“
Maksimizuoto grąžos ir rizikos santykio portfeliai																							
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	+	+
Maksimizuotos grąžos fiksuota rizika portfeliai																							
-	-	-	-	+	-	-	+	+	+	+	+	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-
Minimizuotos rizikos fiksuota grąža portfeliai																							
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+	-	+

Šaltinis: sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) ir Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Iš lentelės apibendrintų tyrimo rezultatų, vertinant optimizuotų investicinių portfelių rezultatus su neoptimizuotais „rinkos“ portfeliais, pastebima, kad maksimizuojant grąžos ir rizikos santykį, optimizavimo tikslas pasiektas - šis rodiklis visais aštuoniais tirtais rizikos matavimo vienetais rodė statistiškai reikšmingai geresnius optimizuotų portfelių rezultatus. Tačiau maksimizuojant grąžą fiksuota rizika, optimizavimo tikslas nepasiektas – ne tik kad visais aštuoniais tirtais rizikos matavimo vienetais investicinės grąžos rodiklis statistiškai reikšmingai nepakito, tačiau ir dvejuose iš aštuonių rizikos matavimo vienetų optimizuotų portfelių grąžos ir rizikos santykis buvo statistiškai reikšmingai blogesnis, o tuo pačiu ir investicinė grąža juose mažesnė, nors ir ne statistiškai reikšmingai, už „rinkos“ portfelių. Na o minimizuojant riziką fiksuota grąža, optimizavimo tikslas pasiektas tik iš dalies – nors ir keturiuose iš aštuonių rizikos matavimo vienetų užfiksuotas investicinės rizikos statistiškai reikšmingas sumažėjimas, tačiau tik viename iš jų ši rizika sumažinta tuo pačiu padidinus ir grąžos ir rizikos santykį.

Tad apibendrinant galima teigti, kad investicinių portfelių optimizavimas lyginant su neoptimizuotais „rinkos“ portfeliais buvo dvejopas. Jeigu geresni optimizuotų portfelių rezultatai pasiekti visais aštuoniais rizikos matavimo vienetais portfelius optimizuojant maksimizuojant grąžos ir rizikos santykį, tai tik vienu iš aštuonių rizikos matavimo vienetų geresni optimizuotų portfelių rezultatai pasiekti minimizuojant riziką fiksuota grąža, na o dvejais iš aštuonių rizikos matavimo vienetų optimizuotų portfelių rezultatai buvo blogesni, kai maksimizuota grąža fiksuota rizika.

Na o iškeltų hipotezių priėmimui ar atmetimui pavaizduoti pateikiama lentelė (žr. 13 lentelę), kurioje išskiriami lyginamųjų neoptimalių portfelių stulpeliai, tirti rizikos matavimo vienetai bei naudoti optimizavimo būdai.

Rezultatų ženklavimo lentelėse paaiškinimai:

„tuščias langelis“ – hipotezė neatmetama, tarp optimizuotų ir neoptimalių portfelių nerasti reikšmingi skirtumai.

„netuščias langelis“ – hipotezė atmetama, tarp optimizuotų ir neoptimalių portfelių rasti reikšmingi skirtumai, kur:

- „✓“ (varnelė žaliai fone) – hipotezės atmetimas lemtas geresnių optimizuotų portfelių rezultatų už neoptimalių.
- „✗“ (kryžiukas raudonam fone) – hipotezės atmetimas lemtas blogesnių optimizuotų portfelių rezultatų už neoptimalių.

## 13 lentelė

## Hipotezių vertinimas

Lyginant su „1/n“ portfeliais								Lyginant su „rinkos“ portfeliais							
„STDEV“	„Semi-STDEV“	„AVEDEV“	„Semi-AVEDEV“	„VAR95“	„VAR99“	„CAVR95“	„CVAR99“	„STDEV“	„Semi-STDEV“	„AVEDEV“	„Semi-AVEDEV“	„VAR95“	„VAR99“	„CAVR95“	„CVAR99“
Maksimizuoto grąžos ir rizikos santykio portfeliai															
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Maksimizuotos grąžos fiksuota rizika portfeliai															
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓			✗	✗				
Minimizuotos rizikos fiksuota grąža portfeliai															
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓						✓		

Šaltinis: sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) ir Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

Iš 13 lentelės pateiktų hipotezių vertinimo duomenų pastebima, kad optimizuotus investicinius portfelius lyginant su neoptimaliais „1/n“ portfeliais, visais tirtais atvejais  $H_0$  - atmetama, t.y. buvo rasti skirtumai tarp šių portfelių, o šiuos skirtumus lėmė optimizuotų portfelių pranašesni rezultatai už „1/n“ portfelius. Tuo tarpu optimizuotus investicinius portfelius lyginant su neoptimaliais „rinkos“ portfeliais,  $H_0$  – atmetama ir yra lemta pranašesnių optimizuotųjų portfelių rezultatų (už „rinkos“ portfelius) visais tirtais rizikos matavimo vienetais kai portfeliai optimizuoti maksimizuojant grąžos santykį,  $H_0$  – atmetama, tačiau yra lemta blogesnių optimizuotųjų portfelių rezultatų (už „rinkos“ portfelius) dvejais rizikos matavimo vienetais – „AVEDEV“ ir „Semi-AVEDEV“ kai portfeliai optimizuoti maksimizuojant grąžą fiksuota rizika, tuo tarpu likusiais šešiais rizikos matavimo vienetais reikšmini skirtumai nerasti,  $H_0$  – neatmetama. Na ir minimizuotos rizikos fiksuota grąža optimizavimo metodu  $H_0$  - atmetama vienu rizikos matavimo vienetu – „VAR99“, čia optimizuoti portfeliai buvo pranašesni už „rinkos“, o likusiais septyniais rizikos matavimo vienetais – skirtumų nerasta,  $H_0$  – neatmetama.

Apibendrinant atlikto tyrimo rezultatus pastebima, kad investicinių portfelių optimizavimas vienareikšmių rezultatų neparodė. Negalima teigti, kad visais atvejais optimizuoti investicinius portfelius yra naudinga. Tačiau žvelgiant detaliau, matome, kad renkantis tarp neoptimalaus „1/n“ lygių svorių portfelio ir optimizuoto, tiek ir potencialaus investuotojo tipui, siekiančiam didesnio grąžos ir rizikos santykio, tiek ir siekiančiam kuo didesnės grąžos su fiksuota rizika, tiek ir siekiančiam kuo mažesnės rizikos su fiksuota rizika – optimizavimas visais šiais atvejais yra naudingesnis už „1/n“. Kitaip tariant geriau yra optimizuoti nei neoptimizuoti, jeigu renkama tarp optimizuoto ir „1/n“ lygių svorių portfolio. Na o renkantis tarp optimizuoto arba „rinkos“ portfelio, investuotojas, siekiantis maksimalaus grąžos ir rizikos santykio, turėtų rinktis optimizuotąjį, čia jis pranašesnis visais tirtais rizikos matavimo vienetais. Tačiau siekiant kuo didesnės grąžos fiksuota rizika, optimizuoti portfeliai yra prastesni už „rinkos“, kai rizika išreiškiama absoliučiuoju nuokrypiu arba žemutiniu absoliučiuoju nuokrypiu, na o likusiais rizikos matavimo vienetais šie portfeliai savo rezultatu yra lygūs. Na ir siekiant minimizuoti portfelio riziką išlaikant investicinę grąžą nepakitusia, 99 procentų vertės pokyčio rizikos matavimo vienetu tai padaryti pavyko, tačiau likusiais septyniais rizikos matavimo vienetais optimizuoti ir „rinkos“ portfeliai yra lygiavertiški.

## IŠVADOS IR PASIŪLYMAI

Išvados:

Visų pirma paminėtina, kad visi šiame darbe gauti tyrimų rezultatai nėra prognozuojamojo pobūdžio. Ir šie tyrimų rezultatai taikytini tik tyrime naudotoms duomenų bazėms.

1. Investicinių portfelių optimizavimo praktinis naudingumas akademinėje erdvėje nėra vienareikšmis ir neginčytinas. Mokslininkų tarpe yra kvestionuojančių optimizuotas bei neatmetančių neoptimizuotų portfelių strategijų kaip naudingų geram portfelių diversifikavimui ir rezultatams.
2. Optimizuojant investicinius portfelius trimis skirtingais optimizavimo būdais ir juos lyginant su dvejais neoptimaliais investiciniais portfeliais, visais tirtais atvejais optimizavimo naudingumas ženkliai sumažėjo duomenų testavimo laikotarpiu, lyginant su duomenų apdirbimo laikotarpiu.
3. Investicinių portfelių optimizavimo naudingumas lyginant su neoptimaliais portfeliais negali būti įvertintas vienareikšmiškai. Hipotezių atmetimas arba priėmimas priklauso nuo detalesnių veiksnių: neoptimalaus portfelio rūšies, optimizavimo būdo bei pasirinkto rizikos matavimo vieneto.
4. Investicinių portfelių optimizavimas maksimizuojant grąžos ir rizikos santykį, visais aštuoniais tirtais rizikos matavimo vienetais parodė statistiškai reikšmingai geresnius (padidėjusius) grąžos ir rizikos santykio rezultatus lyginant su „1/n” portfeliais.
5. Investicinių portfelių optimizavimas maksimizuojant grąžos ir rizikos santykį, visais aštuoniais tirtais rizikos matavimo vienetais parodė statistiškai reikšmingai geresnius (padidėjusius) grąžos ir rizikos santykio rezultatus lyginant su „rinkos” portfeliais.
6. Investicinių portfelių optimizavimas maksimizuojant grąžą fiksuota rizika, visais aštuoniais tirtais rizikos matavimo vienetais parodė statistiškai reikšmingai geresnius (padidėjusius) grąžos rezultatus lyginant su „1/n” portfeliais. O grąžos ir rizikos santykis pagal visus aštuonis rizikos matavimo vienetus buvo teigiamas (padidėjęs) (ir septyniais iš aštuonių rizikos matavimo vienetų - statistiškai reikšmingai geresnis), t.y. grąža padidinta santykinai nepadidinus rizikos.
7. Investicinių portfelių optimizavimas maksimizuojant grąžą fiksuota rizika, visais aštuoniais tirtais rizikos matavimo vienetais neparodė statistiškai reikšmingų grąžos

skirtumų lyginant su „rinkos“ portfeliais. Tačiau grąžos ir rizikos santykis dvejuose iš aštuonių rizikos matavimo vienetų buvo statistiškai reikšmingai blogesnis (sumažėjęs), o ir investicinės grąžos juose – blogesni (sumažėję), t.y. investicinė grąža sumažėjusi santykinai padidinus investicinę riziką.

8. Investicinių portfelių optimizavimas minimizuojant riziką fiksuota grąža, visais aštuoniais tirtais rizikos matavimo vienetais parodė statistiškai reikšmingai geresnius (sumažėjusius) rizikos rezultatus lyginant su „1/n“ portfeliais. O grąžos ir rizikos santykis pagal visus aštuonis rizikos matavimo vienetus buvo teigiamas (padidėjęs) (ir visais rizikos matavimo vienetais - statistiškai reikšmingai geresnis), t.y. investicinė rizika sumažinta santykinai nesumažinus investicinės grąžos.
9. Investicinių portfelių optimizavimas minimizuojant riziką fiksuota grąža, keturiais iš aštuonių tirtų rizikos matavimo vienetų parodė statistiškai reikšmingai geresnius (sumažėjusius) investicinės rizikos rezultatus lyginant su „rinkos“ portfeliais. Tačiau grąžos ir rizikos santykis tik viename iš šių keturių rizikos matavimo vienetų buvo teigiamas (padidėjęs), t.y. investicinė rizika sumažinta nesumažinus investicinės grąžos.
10. Investicinių portfelių optimizavimas lyginant su neoptimizuotais „1/n“ portfeliais tiek ir visais trimis optimizavimo būdais, tiek ir visais aštuoniais rizikos matavimo vienetais atnešė statistiškai reikšmingai geresnius rezultatus.
11. Investicinių portfelių optimizavimas lyginant su neoptimizuotais „rinkos“ portfeliais statistiškai reikšmingai geresnius rezultatus visais aštuoniais rizikos matavimo vienetais pasiekė optimizuojant maksimizuojant grąžos ir rizikos santykį. Vienu iš aštuonių rizikos matavimo vienetu statistiškai reikšmingai geresnius rezultatus pasiekė minimizuojant riziką fiksuota grąža. O dvejais iš aštuonių rizikos matavimo vienetų statistiškai reikšmingai blogesnius rezultatus pasiekė optimizuojant maksimizuojant grąžą fiksuota rizika.

#### Pasiūlymai:

1. Išsamesniems tyrimo rezultatams gauti, naudoti platesnę statistinių duomenų bazę, didesniu kiekiu tiriamųjų turto klasių, aktyvų skaičiumi.
2. Išsamesniems tyrimo rezultatams gauti, analizuoti skirtingos trukmės ir skirtingų laikotarpių tiriamuosius laikotarpius.
3. Tiksliesniems tyrimo rezultatams gauti ir tikslesnėms statistinės populiacijos tendencijoms nustatyti, tirti didesnę nei 30-ties atsitiktine tvarka atrinktų portfelių skaičių.

4. Tikslesniems tyrimo rezultatams gauti, į aktyvų kainų pokyčius įtraukti neįtrauktus mokesčius, tokius kaip (angl. slippage) ir tarpininko mokesčiai.
5. Išsamesniems tyrimo rezultatams gauti, investicinių portfelių optimizavimo naudingumo vertinimo lyginimui naudoti ne tik neoptimalias „1/n” ir „rinkos“ strategijas, o ir kitokias, papildomas neoptimizuotų portfelių strategijas.
6. Išsamesniems tyrimo rezultatams gauti, investicinių portfelių optimizavimo naudingumo vertinimui naudoti ir kitokius, papildomus išvestinius rodiklius, ne tik gražos ir rizikos santykį.
7. Išsamesniems tyrimo rezultatams gauti, investicinių portfelių kūrimo ir optimizavimo procese naudoti įvairesnius aktyvų kiekius portfeliuose, ne tik 8-ių aktyvų portfelius.
8. Įvairiapusiškesniam investicinių portfelių optimizavimui į optimizavimo procesą įtraukti pardavimo (angl. short-selling) galimybę.



## LITERATŪROS IR ŠALTINIŲ SĄRAŠAS

1. Brukštaitienė, D., Eiva, S. (1999). *Verslo vertinimo principai*. ISSN: 1392-1258. <https://www.journals.vu.lt/ekonomika/article/download/16600/15736/27487>
2. Cibulskienė, D., Brazauskas M. (2014). *Plačios diversifikacijos investavimo strategijos testavimas*. Journal of Management. Nr. 1(24). <https://journals.indexcopernicus.com/api/file/viewByFileId/485132>
3. Cibulskienė, D., Grigaliūnienė, Ž. (2007). *Modernios portfelio teorijos genezė ir vystymasis*. *Ekonomika ir vadyba: aktualijos ir perspektyvos*. 1(8), 52-61. Šiaulių Universitetas. <https://etalpykla.lituanistika.lt/object/LT-LDB-0001:J.04~2007~1367160442201/J.04~2007~1367160442201.pdf>
4. Cornuejols, G., Tutuncu, R. (2006). *Optimization Methods in Finance*. [http://web.math.ku.dk/~rolf/CT\\_FinOpt.pdf](http://web.math.ku.dk/~rolf/CT_FinOpt.pdf)
5. De Giorgi, E. G., Mahmoud, O. (2016). *Naive Diversification Preferences and their Representation*. Department of Economics, School of Economics and Political Science, University of St. Gallen. <https://arxiv.org/pdf/1611.01285.pdf>
6. DeMiguel, V., Garlappi, L., Uppal, R. (2009). *Optimal Versus Naive Diversification: How Inefficient is the 1/N Portfolio Strategy?* <http://faculty.london.edu/avmiguel/DeMiguel-Garlappi-Uppal-RFS.pdf>
7. Disch, V. (2018). *Can Optimized Portfolios Beat 1/N?* <https://www.nottingham.ac.uk/economics/documents/research-first/valerius-disch.pdf>
8. Džikevičius, A., Žilinskij, G. (2008). *Markowitz'o teorijos plėtra siekiant adekvatesnio portfelio sudarymo ir valdymo*. <http://www.manoinvesticijos.lt/pics/file/Markowitz%202008.pdf/>
9. Elton, E. J., Gruber, M. J. (1997). *Modern portfolio theory, 1950 to date*. *Journal of Banking & Finance* 21. 1743-1759. <https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=df60337a0806aea8bc0e5011d9d938ae8912eba>
10. Erdas, M. L. (2020). *Developing a portfolio optimization model based on linear programming under certain constraints: an application on Borsa Istanbul 30 Index*. *Turkish Journal of TESAM Academy*. 7(1), 115-141.

- <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/987333>
11. Esposito, V. (2016). *Does Naive Not Mean Optimal? The Case for the 1/N Strategy in Brazilian Equities*. GV Invest Short Studies Series. Sao Paulo School of Economics. [https://eesp.fgv.br/sites/eesp.fgv.br/files/gvinvest\\_short\\_studies\\_series\\_05.pdf](https://eesp.fgv.br/sites/eesp.fgv.br/files/gvinvest_short_studies_series_05.pdf)
  12. Etfdb. (2023, gruodžio 1 d.). <https://etfdb.com/>
  13. Fama, E. F., French, E. F. (2004) *The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence*. Journal of Economic Perspectives vol.18, no.3. Prieiga internetu: <https://public.websites.umich.edu/~kathrynd/JEP.FamaandFrench.pdf>
  14. Galloppo, G. (2010). *A comparison of pre and post modern portfolio theory using resampling*. Global Journal of Business Research, vol. 4, no. 1. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.915.3949&rep=rep1&type=pdf> /
  15. Gavrilo, I. (2011). *Lietuvos investicinių fondų veiklos vertinimas, atsižvelgiant į riziką ir savalaikiškumą*. Mokslas – Lietuvos ateitis. Vilniaus Gedimino Technikos Universitetas. 3(4), 5-12. doi:10.3846/mla.2011.063
  16. Ghasemi, A., Zahediasl, S. (2012). *Normality Tests for Statistical Analysis: A Guide for Non-Statisticians*. <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3693611/>
  17. Hwang, I., Xu, S., In, F. (2018). *Naive versus optimal diversification: Tail risk and performance*. European Journal of Operational Research. Volume 265, Issue 1, Pages 372-388. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.07.066>
  18. Javed, A, Y. (2000). *Alternative Capital Asset Pricing Models: A Review of Theory and Evidence*. PIDE – working papers. <http://www.pide.org.pk/Research/Report179.pdf/>
  19. Jones, C. P., Jensen, G. (2013). *Investments Analysis and Management*. ISBN 978-1-118-36329-4. [https://www.academia.edu/36597100/investments\\_-\\_analysis\\_and\\_management\\_12th\\_ed\\_by\\_jones.pdf/](https://www.academia.edu/36597100/investments_-_analysis_and_management_12th_ed_by_jones.pdf/)
  20. Jurkonytė-Dumbliauskienė, E., Paužuolis, V. (2012). *Moderniosios, Post-moderniosios portfolio teorijų ir Black-Litterman modelio palyginimas*. Kauno Technologijos universitetas. <http://ojs.kaunokolegija.lt/index.php/mttlk/article/download/16/22>
  21. Lhabitant, F.S. (2017). *Portfolio Diversification*. ISBN: 978-1-78548-191-8. <https://books.google.lt/books?id=gVufDAAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=lt#v=onepage&q&f=false/>

22. Lileikienė, A., Daugintytė D. (2009). *Investicinio portfelio valdymas: investicinės grąžos ir rizikos subalansavimas*. Journal of Management. Vol 14, No. 1. Šiaulių universitetas. <https://journals.indexcopernicus.com/api/file/viewByFileId/473511.pdf>
23. Marchev, A., Marchev, A. Jr. (2013). *Investment portfolio management from cybernetic point of view*. AIP Publishing; doi: 10.1063/1.4854796. University of national and world economy, Sofia, Bulgaria, Department of Management. [https://www.researchgate.net/publication/271516464\\_Investment\\_portfolio\\_management\\_from\\_cybernetic\\_point\\_of\\_view](https://www.researchgate.net/publication/271516464_Investment_portfolio_management_from_cybernetic_point_of_view)
24. Marcišauskienė, J., Balinskienė V., Vilimė, M. (2015). *Investicinio portfelio formavimo modelių tyrimo apžvalga ir taikymo galimybės*. Ekonomika ir vadyba: aktualijos ir perspektyvos. 2015 2 (37). 64-72. <https://etalpykla.lituanistika.lt/object/LT-LDB-0001:J.04~2015~1474010460780/J.04~2015~1474010460780.pdf>
25. Marketwatch. (2023, gruodžio 1 d.). <https://www.marketwatch.com/>
26. Markowitz, H. M. (1999). *The Early History of Portfolio Theory: 1600-1960 Author(s)*. Financial Analysts Journal, Vol. 55, No. 4, pp. 5-16. <http://www.jstor.org/stable/4480178/>
27. Markowitz, H. M. (1997). *Portfolio Selection*. The Journal of Finance, Vol. 7, No. 1, pp. 77-91. <https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=df60337a0806aea8bc0e5011d9d938ae8912eba>
28. Martinkutė, R. (2006). *Investavimo strategijų portfelio parinkimo valdymas*. [Daktaro disertacija. Vilniaus Gedimino Technikos Universitetas]. <https://vb.vgtu.lt/object/elaba:1847002/1847002.pdf/>
29. Nguyen, T., Nguyen M. (2017). *Portfolio Theory and Investment Analysis: A practical approach on HOSE*. [https://www.academia.edu/33205833/Portfolio\\_Theory\\_and\\_Investment\\_Analysis\\_A\\_practical\\_approach\\_on\\_HOSE](https://www.academia.edu/33205833/Portfolio_Theory_and_Investment_Analysis_A_practical_approach_on_HOSE)
30. Oxford Dictionary of English. (2010). ISBN: 978-0-19-957112-3. <https://books.google.lt/books?id=anecAQAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=lt#v=onepage&q&f=false>
31. Pedersen, K. G. (2014). *Modern Portfolio Theory – a way to bridge the gap between strategy and risk?* <https://research->

- api.cbs.dk/ws/portalfiles/portal/58449287/kasper\_gehrke\_pedersen.pdf
32. Pfaff, B. (2013). *Financial Risk Modelling and Portfolio Optimization with R*. ISBN: 978-0-470-97870-2. <https://books.google.lt/books?id=0Ug7n4C-7toC&printsec=frontcover&hl=lt#v=onepage&q&f=false/>
  33. Platanakis, E., Sutcliffe, C., Urquhart, A. (2018). *Optimal vs naïve diversification in cryptocurrencies*. *Economics Letters*. Volume 171. Pages 93-96. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.07.020>
  34. Rasiah, D. (2012) *Post-modern portfolio theory supports diversification in an investment portfolio to measure investment's performance*, *Journal of Finance and Investment Analysis*, ISSN 2241-0996, International Scientific Press, Vol. 1, Iss. 1, pp. 69-91. <https://www.econstor.eu/bitstream/10419/58003/1/688930476.pdf>
  35. Reamer N., Downing J. (2017). *Investment: A History*. Columbia Business School Publishing. <https://investmentahistory.com/>
  36. Richard J. Torz. (1998). *A Real Production Critique Of Capital Asset Pricing*. New York. <http://copejournal.com/wp-content/uploads/2015/12/Torz-A-Real-Production-Critique-Of-Capital-Asset-Pricing-1998.pdf/>
  37. Ruxton, G. D. (2006). *The unequal variance t-test is an underused alternative to Student's t-test and the Mann–Whitney U test*. <https://www.math.kth.se/matstat/gru/sf2930/papers/unequal.pdf>
  38. Šiaulių Bankas. (2023, gruodžio 8 d.) *Biržose prekiajami fondai*. <https://www.sb.lt/lt/privatiems/investavimas/vertybiniu-popieriu-prekyba/birzoje-prekiaujami-fondai>
  39. Swedbank. (2023, gruodžio 8 d.) *ETF (Biržoje prekiaujami fondai)*. <https://blog.swedbank.lt/zodynelis/etf-birzoje-prekiaujami-fondai>
  40. Tjetland, S. G., Wehus, A. H. (2020). *Does optimized portfolios outperform the naive diversification: Implications from joint tests*. University of Adger. Faculty of Business and Law. Department of Economics and Finance. <https://uia.brage.unit.no/uia-xmlui/bitstream/handle/11250/2680504/Sindre%20Guin%20Tjetland.pdf?sequence=1>
  41. Vainienė, R. (2005). *Ekonomikos terminų žodynas*. ISBN: 9789986164180. 328 psl. <http://zodynas.vz.lt/>
  42. Yahoofinance. (2023, gruodžio 1 d.). <https://finance.yahoo.com/>

43. Yuan M., Zhou G. (2022). *Why Naive 1/N Diversification Is Not So Naive, and How to Beat It?* <https://ssrn.com/abstract=4281138>
44. Zakamulin, V. (2017). *Superiority of optimized portfolios to naive diversification: fact or fiction?* Finance Research Letters. Volume 22. Pages 122-128. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2016.12.007>
45. Žilinskij, G. (2012). *Investicijų portfelio sprendimai*. Daktaro disertacija. VGTU leidyklos Technika. 2078-M mokslo literatūros knyga. ISBN: 978-9955-28-. <https://vb.vgtu.lt/object/elaba:1863082/1863082.pdf/>

## PRIEDAI

1 priedas

### Lentelė

*Akcijomis biržose prekiaujamų fondų apžvalga (pilna lentelė)*

<i>Nr.</i>	<i>Simbolis</i>	<i>Pavadinimas</i>	<i>Sekamas indeksas</i>	<i>Fondo mokestis (metinis)</i>	<i>Fondo valdomas turtas (mln.)</i>
1.	„SPY“	SPDR S&P 500 ETF Trust	S&P 500 Index	0.09%	\$168,400
2.	„VTI“	Vanguard Total Stock Market ETF	CRSP US Total Market Index	0.03%	\$393,700
3.	„QQQ“	Invesco QQQ Trust Series I	NASDAQ-100 Index	0.20%	\$42,507
4.	„VTV“	Vanguard Value ETF	CRSP U.S. Large Cap Value Index	0.04%	\$36,962

*Šaltinis:* Sudaryta autoriaus, remiantis Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

## 2 priedas

**Lentelė***Obligacijomis biržose prekiaujamų fondų apžvalga (pilna lentelė)*

<i>Nr.</i>	<i>Symbolis</i>	<i>Pavadinimas</i>	<i>Sekamas indeksas</i>	<i>Fondo mokestis (metinis)</i>	<i>Fondo valdomas turtas (mln.)</i>
1.	„BND“	Vanguard Total Bond Market ETF	Bloomberg US Aggregate – Float Adjusted	0.03%	\$27,323
2.	„VCIT“	Vanguard Intermediate-Term Corporate Bond ETF	Bloomberg US Aggregate Credit – Corporate (5-10 Y)	0.04%	\$10,980
3.	„VCSH“	Vanguard Short-Term Corporate Bond ETF	Bloomberg US Corporate (1-5 Y)	0.04%	\$6,240
4.	„BSV“	Vanguard Short-Term Bond ETF	Bloomberg US Government/Credit – Float Adjusted (1-5 Y)	0.04%	\$17,395

*Šaltinis:* Sudaryta autoriaus, remiantis Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

## 3 priedas

**Lentelė**

*Žaliavomis biržose prekiaujamų fondų apžvalga (pilna lentelė)*

<i>Nr.</i>	<i>Simbolis</i>	<i>Pavadinimas</i>	<i>Sekamas indeksas</i>	<i>Fondo mokestis (metinis)</i>	<i>Fondo valdomas turtas (mln.)</i>
1.	„GLD“	SPDR Gold Shares	LBMA Gold Price PM (\$/ozt)	0.40%	\$24,257
2.	„DBC“	Invesco DB Commodity Index Tracking Fund	DBIQ Optimum Yield Diversified Commodity Index Excess Return	0.87%	\$2,178
3.	„SLV“	iShares Silver Trust	LBMA Silver Price (\$/ozt)	0.50%	\$4,413
4.	„USO“	United States Oil Fund LP	Front Month Light Sweet Crude Oil	0.81%	\$2,122

*Šaltinis:* Sudaryta autoriaus, remiantis Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis



## 4 priedas

**Lentelė**

*Nekilnojamo Turto biržose prekiaujamų fondų apžvalga (pilna lentelė)*

<i>Nr.</i>	<i>Simbolis</i>	<i>Pavadinimas</i>	<i>Sekamas indeksas</i>	<i>Fondo mokestis (metinis)</i>	<i>Fondo valdomas turtas (mln.)</i>
1.	„VNQ“	Vanguard Real Estate ETF	MSCI US Investable Market Real Estate 25/50 Index	0.12%	\$49,153
2.	„IYR“	iShares U.S. Real Estate ETF	Dow Jones U.S. Real Estate Index	0.39%	\$6,028
3.	„ICF“	iShares Cohen & Steers REIT ETF	S&P Cohen & Steers US Realty Majors Portfolio	0.32%	\$52,591
4.	„USRT“	iShares Core U.S. REIT ETF	FTSE Nareit / Equity REITs – INV	0.08%	\$78

*Šaltinis:* Sudaryta autoriaus, remiantis Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

## 5 priedas

**Lentelė**

*Mišrių aktyvų biržose prekiaujamų fondų apžvalga (pilna lentelė)*

<i>Nr.</i>	<i>Simbolis</i>	<i>Pavadinimas</i>	<i>Sekamas indeksas</i>	<i>Fondo mokestis (metinis)</i>	<i>Fondo valdomas turtas (mln.)</i>
1.	„AOR“	iShares Core Growth Allocation ETF	S&P Target Risk Growth Index	0.15%	\$987
2.	„AOA“	iShares Core Aggressive Allocation ETF	S&P Target Risk Aggressive Index	0.15%	\$515
3.	„AOM“	iShares Core Moderate Allocation ETF	S&P Target Risk Moderate	0.15%	\$607
4.	„AOK“	iShares Core Conservative Allocation ETF	S&P Target Risk Conservative	0.15%	\$261

*Šaltinis:* Sudaryta autoriaus, remiantis Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis

## 6 priedas

**Lentelė***Privilegiuotų akcijų biržose prekiaujamų fondų apžvalga (pilna lentelė)*

<i>Nr.</i>	<i>Simbolis</i>	<i>Pavadinimas</i>	<i>Sekamas indeksas</i>	<i>Fondo mokestis (metinis)</i>	<i>Fondo valdomas turtas (mln.)</i>
1.	„PFF“	iShares Preferred & Income Securities ETF	ICE Exchange-Listed Preferred & Hybrid Securities Index	0.45%	\$13,086
2.	„PGX“	Invesco Preferred ETF	ICE BofA Core Plus Fixed Rate Preferred Securities	0.51%	\$3,288
3.	„PGF“	Invesco Financial Preferred ETF	ICE Exchange-Listed Fixed Rate Financial Preferred Securities Index – Benchmark TR Gross	0.55%	\$1,654
4.	„PSK“	SPDR ICE Preferred Securities ETF	ICE Exchange-Listed Fixed & Adjustable Rate Preferred Securities Index	0.45%	\$348

*Šaltinis: Sudaryta autoriaus, remiantis Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis*

## 7 priedas

**Lentelė**

*\*Alternatyviomis investavimo priemonėmis biržose prekiaujamų fondų apžvalga (pilna lentelė)*

<i>Nr.</i>	<i>Simbolis</i>	<i>Pavadinimas</i>	<i>Sekamas indeksas</i>	<i>Fondo mokestis (metinis)</i>	<i>Fondo valdomas turtas (mln.)</i>
1.	„QAI“	IQ Hedge Multi-Strategy Tracker ETF	IQ Hedge Multi-Strategy Index	0.79%	\$1,130
2.	„MNA“*	IQ Merger Arbitrage ETF	IQ Merger Arbitrage Index	0.77%	\$113
3.	„CPI“	IQ Real Return ETF	Bloomberg IQ Multi-Asset Inflation Index – Benchmark TR Gross	0.27%	\$26
4.	„MCRO“	IQ Hedge Macro Tracker	IQ Hedge Macro Index	0.67%	\$15

*Šaltinis: Sudaryta autoriaus, remiantis Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis*

8 priedas.

**Lentelė***\*Valiutomis biržose prekiaujamų fondų apžvalga (pilna lentelė)*

<i>Nr.</i>	<i>Simbolis</i>	<i>Pavadinimas</i>	<i>Sekamas indeksas</i>	<i>Fondo mokestis (metinis)</i>	<i>Fondo valdomas turtas (mln.)</i>
1.	„UUP“	Invesco DB US Dollar Index Bullish Fund	Deutsche Bank Long US Dollar Index (USDX) Futures Index	0.78%	\$1,134
2.	„FXE“	Invesco CurrencyShares Euro Trust	Euro	0.40%	\$266
3.	„FXF“	Invesco CurrencyShares Swiss Franc Trust	Swiss Franc	0.40%	\$173
4.	„FXY“	Invesco Currencyshares Japanese Yen Trust	Japanese Yen	0.40%	\$120

*Šaltinis: Sudaryta autoriaus, remiantis Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis*

## 9 priedas

**Lentelė***Atsitiktinio aktyvų atrinkimo optimizuotų portfelių formavimui lentelė*

<i>Portfeli o Numeris</i>	<i>Akcijo s</i>	<i>Obligaci j os</i>	<i>Žaliavo s</i>	<i>Nekilnoj a mas Turtas</i>	<i>Mišrio s</i>	<i>Privileg i juotos Akcijos</i>	<i>Valiuto s</i>	<i>Alternat y vios</i>
1.	4	1	3	4	2	2	4	3
2.	3	3	1	2	2	4	3	3
3.	3	3	3	1	4	3	1	1
4.	2	2	1	2	3	2	1	4
5.	2	1	1	3	3	2	4	4
6.	2	2	3	2	4	4	4	1
7.	3	4	3	3	4	2	4	1
8.	4	3	2	2	4	1	2	3
9.	4	1	3	1	3	4	4	2
10.	2	3	3	2	3	2	1	3
11.	1	4	3	4	2	4	2	4
12.	4	2	2	4	4	2	1	4
13.	4	4	1	2	1	4	4	4
14.	1	3	4	2	1	3	4	4
15.	1	1	1	3	3	4	3	4
16.	1	2	1	4	1	3	4	3
17.	2	2	2	3	3	2	2	3
18.	3	1	2	1	1	1	1	4
19.	3	1	4	2	2	4	3	1
20.	4	3	2	4	3	4	1	2
21.	3	4	4	3	1	1	3	2
22.	1	2	4	1	4	4	2	4
23.	1	4	4	3	4	1	3	3

24.	2	4	4	3	3	1	3	1
25.	4	4	2	1	2	2	2	2
26.	2	2	4	1	3	2	3	2
27.	1	2	4	1	4	3	1	2
28.	4	3	2	4	2	4	1	2
29.	3	3	4	1	1	2	4	1
30.	1	4	1	1	3	3	4	2

*Šaltinis:* Sudaryta autoriaus, remiantis Yahoofinance (2023, gruodžio 1 d.) ir Etfdb (2023, gruodžio 1 d.) duomenimis