

ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS  
TECHNOLOGIJOS FAKULTETAS  
MECHANIKOS INŽINERIJOS KATEDRA

Algis Paulauskas

**SKRITULINIO SKERSPJŪVIO STRYPO  
TAMPRIAI PLASTINIO GRYNOJO LENKIMO  
TYRIMAS**

Magistro darbas

**Vadovas**

doc. dr. S. Rimovskis

ŠIAULIAI, 2008

ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS  
TECHNOLOGIJOS FAKULTETAS  
MECHANIKOS INŽINERIJOS KATEDRA

**TVIRTINU**

Katedros vedėjas

Z. Ramonas

2008 06

**SKRITULINIO SKERSPJŪVIO STRYPO  
TAMPRIAI PLASTINIO GRYNOJO LENKIMO  
TYRIMAS**

Magistro darbas

**Vadovas**

doc. dr. S. Rimovskis

2008 06

**Atliko**

MM6 gr. stud.

A. Paulauskas

**Recenzentas**

Kauno Technologijos Universitetas

2008 06 04

Gamybos sistemų

katedros

prof. habil. dr. A. Bargelis

2008 06

ŠIAULIAI, 2008

**Paulauskas A.** Research of circular cross-section power hardening elements under pure bending: Master thesis of mechanical research advisor dr. S. Rimovskis; Šiauliai University, Technological Faculty, Mechanical Engineering Department. – Šiauliai 2008. – 43 p.

## **SUMMARY**

In real condition a great majority of machines and structure elements are subjected to bending. Occasionally, such an element can be overloaded and its stress strain state exceeds the proportional limit. That's why the study of elastic-plastic bending has a wide engineering science background and a very broad field of application.

This work presents analytical research of circular cross-section element under pure bending. The simple power relation of stress and strain response in the region of plastic deformation is used. The relationships describing non-dimensional deviation of the stress neutral axis from symmetry axis of an element and non-dimensional monotonic bending moment are presented. Results of theoretical analysis are compared with experimental data. Derived relationships can be also fitted to analysis of circular cross-section element loaded by low cycle pure bending.

**TURINYS**

<b>ĮVADAS</b> .....	<b>6</b>
<b>1. TAMPRIAI PLASTINIO TEMPIMO IR GNIUŽDYMO DIAGRAMŲ</b>	
<b>APROKSIMAVIMAS</b> .....	<b>8</b>
<b>1.1. Pagrindinės tempimo diagramos charakteristikos</b> .....	<b>8</b>
<b>1.2. Tampriai plastinio deformavimo diagramos</b> .....	<b>10</b>
<b>2. SKRITULINIO SKERSPJŪVIO STRYPO TAMPRIAI PLASTINIO GRYNOJO</b>	
<b>LENKIMO ANALITINIS TYRIMAS</b> .....	<b>16</b>
<b>3. TAMPRIAI PLASTINIŲ GRYNUOJŲ LENKIMU APKRAUTO SKRITULINIO</b>	
<b>SKERSPJŪVIO STRYPO ANALITINIŲ IR EKSPERIMENTINIŲ TYRIMŲ</b>	
<b>REZULTATŲ PALYGINIMAS</b> .....	<b>31</b>
<b>3.1. Plieno 45 statinio tempimo charakteristikų nustatymas</b> .....	<b>31</b>
<b>3.2. Grynojo lenkimo eksperimentinių tyrimų metodika ir analitinių bei eksperimentinių</b>	
<b>duomenų palyginimas</b> .....	<b>32</b>
<b>IŠVADOS</b> .....	<b>35</b>
<b>LITERATŪRA</b> .....	<b>36</b>
<b>PRIEDAI</b> .....	<b>37</b>

**LENTELIŲ SĄRAŠAS**

3.1 Plieno 45 mechaninės charakteristikos.....	32
--	----

## PAVEIKSLĖLIŲ SARAŠAS

1.1.1 pav. Statinio tempimo diagrama.....	9
1.1.2 pav. Liekamoji deformacija.....	10
1.2.1 pav. Įtempių ir deformacijų ryšys.....	11
1.2.2 pav. Tiesinė aproksimacija.....	12
1.2.3 pav. Tiesinės aproksimacijos schema.....	14
1.2.4 pav. Laipsninės aproksimacijos schema.....	15
2.1 pav. Deformacijų pasiskirstymo lenkiamo strypo išilginiame pjūvyje schema.....	17
2.2 pav. Įtempių pasiskirstymo lenkiamo strypo išilginiame pjūvyje schema.....	17
2.3 pav. Tamprių bei plastinių deformacijų zonos skersiniame pjūvyje.....	18
2.4 pav. Įtempių pasiskirstymo lenkiamo strypo išilginiame pjūvyje schema, kai $\bar{\epsilon}_2 < K$ .....	22
2.5 pav. Santykinio atstumo nuo išorinio lenkiamo strypo sluoksnio su įtempių reikšme $+\sigma_1$ iki įtempių neutraliosios linijos priklausomybė nuo deformacijos, kai: $K = 1,0$ .....	25
2.6 pav. Santykinio atstumo nuo išorinio lenkiamo strypo sluoksnio su įtempių reikšme $+\sigma_1$ iki įtempių neutraliosios linijos priklausomybė nuo deformacijos, kai: $K = 1,1$ .....	26
2.7 pav. Santykinio atstumo nuo išorinio lenkiamo strypo sluoksnio su įtempių reikšme $+\sigma_1$ iki įtempių neutraliosios linijos priklausomybė nuo deformacijos, kai: $K = 1,2$ .....	27
2.8 pav. Apvalaus skerspjūvio strypo, apkrauto grynuoju lenkimu, santykinio lenkimo momento priklausomybė nuo deformacijos, kai: $K = 1,0$ .....	28
2.9 pav. Apvalaus skerspjūvio strypo, apkrauto grynuoju lenkimu, santykinio lenkimo momento priklausomybė nuo deformacijos, kai: $K = 1,1$ .....	29
2.10 pav. Apvalaus skerspjūvio strypo, apkrauto grynuoju lenkimu, santykinio lenkimo momento priklausomybė nuo deformacijos, kai: $K = 1,2$ .....	30
3.1.1 pav. Plieno 45 statinio tempimo diagrama.....	31
3.2.1 pav. Bandinio schema.....	33
3.2.2 pav. Grynuoju lenkimu apkrauto apvalaus skerspjūvio bandinio tvirtinimo įtaisas.....	33
3.2.3 pav. Grynuoju lenkimu apkrauto plieno 45 skritulinio skerspjūvio strypo momentų priklausomybės nuo deformacijos eksperimentiniai taškai ir teorinės kreivės: 1 – taikant tiesinę aproksimaciją; 2 – taikant laipsninę aproksimaciją.....	34

## ĮVADAS

Dauguma mašinų ir mechanizmų detalių eksploatacijos metu veikiamos lenkimu. Esant trumpalaikėms perkrovoms, ypatingai įrengimų paleidimo ir stabdymo metu, šiose detalėse gali atsirasti tampriai plastinis įtempių - deformacijų būvis. Kadangi tokios perkrovos dažniausiai periodiškai kartojasi, detalės ar jų atskiri elementai patiria ciklinį tampriai plastinį deformavimą (mažaciklį deformavimą), kuris gali baigtis suirimu. Tačiau mažaciklio deformavimo tyrimas neįmanomas be detalaus statinio tampriai plastinio deformavimo, mūsų atveju – grynojo lenkimo tyrimo. Esant grynajam lenkimui, elemento skerspjūvyje atsiranda normaliniai tempimo ir gniuždymo įtempiai. Didžiausios įtempių reikšmės fiksuojamos lenkiamos detalės paviršiaus taškuose, kurie yra labiausiai nutolę nuo įtempių neutraliojo sluoksnio.

Analitiniuose tampriai plastinio deformavimo skaičiavimuose sudėtinga naudoti kreivalinijines deformavimo diagramos formas. Tokių diagramų matematinės išraiškos yra sudėtingos, todėl statinio tempimo ir gniuždymo diagramų plastinės dalys aproksimuojamos. Dažniausiai taikoma tiesinė arba laipsninė aproksimacija.

Lenkimas už proporcingumo ribų labai išsamiai aprašytas T. X. Yu knygoje [1]. Autorius pateikia daug teorinės medžiagos ir eksperimentų duomenų, tačiau joje plastinis lenkimas daugiau nagrinėjamas lakštinių detalių formavimo aspektu, didelį dėmesį skiriant liekamosioms deformacijoms.

Lenkiamų strypų skaičiavimas, kai tiek tempiamos, tiek gniuždomos kreivės charakteristikos vienodos, yra paprasčiausias. Tačiau beveik kiekvienos medžiagos tiek proporcingumo ribos, tiek ir sustiprėjimas tempimo ir gniuždymo atvejais yra skirtingi. Tai įvertino M. Daunys, atlikdamas teorinius stačiakampio skerspjūvio strypo, apkrauto statiniu ir cikliniu tampriai plastiniu grynuoju lenkimu, tyrimus [2]. Autorius pateikė skaičiavimus, leidžiančius nustatyti įtempių neutralaus sluoksnio poslinkio ir lenkimo momento priklausomybes nuo didžiausios skerspjūvyje atsirandančios deformacijos. Skaičiavimuose taikyta tiesinė deformavimo kreivės plastinės dedamosios aproksimacija. Skritulinio skerspjūvio elemento statinio ir tampriai plastinio grynojo lenkimo skaičiavimai taikant tiesinę aproksimaciją taip pat nagrinėti literatūros šaltiniuose [3-7]. Įtempių - deformacijų kreivės aproksimavimas laipsnine funkcija naudotas [8] literatūros šaltinyje. Juose autoriai tyrė stačiakampio skerspjūvio strypo lenkimą.

**Darbo tikslas.**

Atlikti skritulinio skerspjūvio strypo statinio tampriai plastinio grynojo lenkimo analitinį tyrimą, naudojant laipsninę deformavimo kreivės plastinės dedamosios aproksimaciją.

**Darbo tikslui pasiekti buvo iškelti šie uždaviniai:**

- ◆ išanalizuoti mokslinę literatūrą, nagrinėjančią, statinio tempimo ir gniuždymo diagramų aproksimaciją, bei grynąjį lenkimą;
- ◆ atlikti skritulinio skerspjūvio strypo, apkrauto statiniu tampriai plastiniu grynuoju lenkimu, analitinį skaičiavimą;
- ◆ palyginti eksperimentines lenkimo momentų kreives su analitinių tyrimų rezultatais.

Tampriai plastinio grynojo lenkimo analitiniai ir eksperimentiniai tyrimai gali turėti praktinį pritaikymą projektuojant naujas mechanines sistemas ir nustatant tokiu sistemų patikimumo ir ilgaamžiškumo rezervus.



# 1. TAMPRIAI PLASTINIO TEMPIMO IR GNIUŽDYMO DIAGRAMŲ APROKSIMAVIMAS

## 1.1. Pagrindinės tempimo diagramos charakteristikos

Kiekvienas kietasis kūnas, veikiamas išorinių jėgų (mechaninių, elektrinių ar magnetinių), keičia savo formą, tai yra deformuojasi (lot. *deformatio* – pakitimas, pakeitimas). Kūnui deformuojantis, pakinta nuotoliai tarp jį sudarančių dalelių. Santykinė ilginė deformacija apibrėžiama kaip kūno ilgio pokytis, tenkantis pradinio ilgio vienetui:

$$e = \frac{\Delta l}{l_0}, \quad (1.1.1)$$

čia  $e$  – ilginė deformacija;

$\Delta l$  – ilgio pokytis;

$l_0$  – pradinis ilgis.

Medžiagos gebėjimas atgauti pradinę formą, kai nustoja veikti deformacijos jėgos, vadinamas tampriąja, arba elastine deformacija, priešingu atveju – netampriąja, arba plastine.

Medžiagų įtempio priklausomybė nuo deformacijos pavaizduota 1.1.1 pav.

Didžiausias įtempis, iki kurio medžiaga nenukrypsta nuo Huko dėsnio vadinamas proporcingumo riba ( $\sigma_{pr}$  kreivės  $OA$  atkarpa).

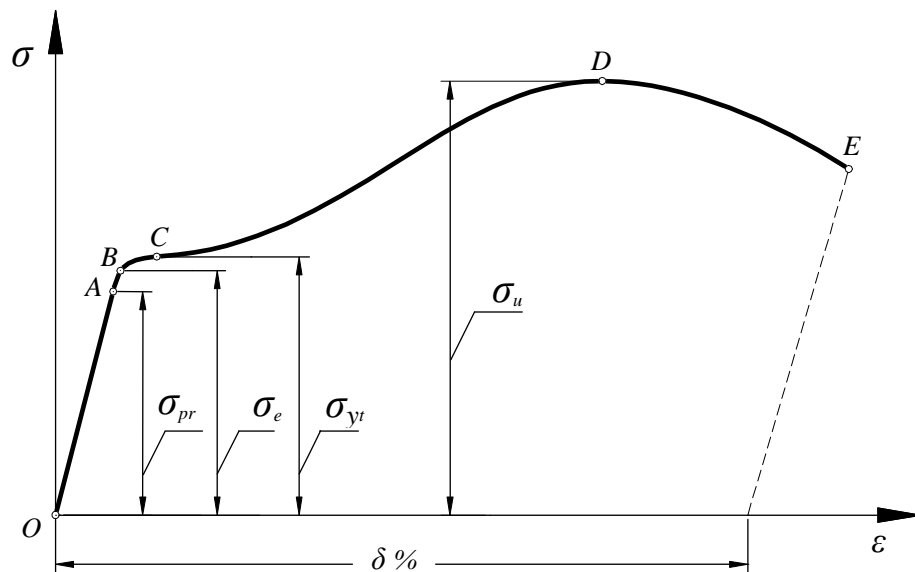
Proporcingumo riba priklauso nuo to tikslumo, kurio pradinę diagramos ruožą galima laikyti tiese. Kreivės  $\sigma = f(e)$  atsilenkimą nuo tiesės  $\sigma = Ee$  nustato kampas, kurį sudaro diagramos liestinė su ašimi  $\sigma$ . Huko dėsnio galiojimo ribose šio kampo tangentas išreiškiamas dydžiu  $\frac{1}{E}$ .

Dažniausiai sutariama laikyti, kad proporcingumo riba būna pasiekta, kai santykis  $\frac{de}{d\sigma}$  pasidaro

50 % didesnis už  $\frac{1}{E}$  [9].

Taigi esant nedidelėms deformacijoms, pašalinus deformuojančią jėgą kūnų vidinis įtempis tuojau pat arba po kurio laiko atsistato į pirminę kūno formą. Medžiaga lieka tampri.

Tamprumo riba ( $\sigma_e$ ) vadinamas toks didžiausias įtempis, iki kurio medžiagoje neatsiranda liekamųjų deformacijų (kreivės  $OB$  atkarpa).



1.1.1 pav. Statinio tempimo diagrama

Dažniausia liekamoji deformacija, atitinkanti tamprumo ribą ir yra lygi  $\varepsilon_{pl} = 0,001 \div 0,005$  %. Pagal tai, kokia liekamoji deformacija pasirinkta, tamprumo riba žymima  $\sigma_{0,001}$  arba  $\sigma_{0,005}$  [9].

Dėl labai mažo skirtumo, tarp proporcingumo ir tamprumo ribos, jas sunku nustatyti, todėl ( $\sigma_e$ ) ir ( $\sigma_{pr}$ ) tarpinės reikšmės neįtraukiamos į medžiagų savybių žinytus.

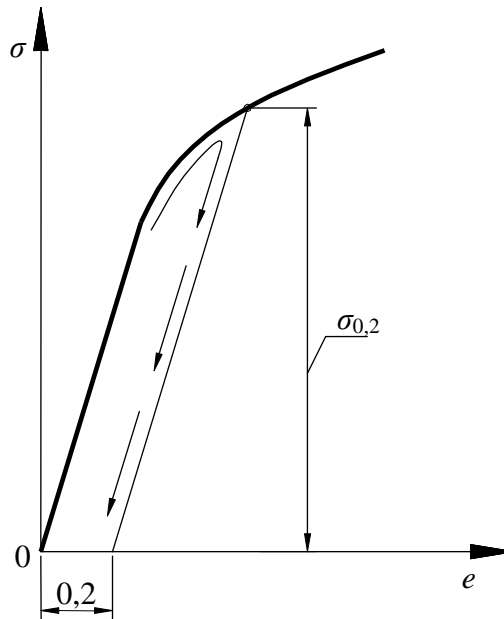
Už tamprumo ribos, kūnas nustoja būti tamprus (pašalinus išorinę jėgą, jis neatgauna pradinės formos bei dydžio). Jo įtempis yra pastovus, bet nustojus veikti išorinėms jėgoms, kūnas įgauna naują formą. Šią sritį vaizduoja kreivės dalis BC medžiagos takumo aikštelė.

Takumo riba ( $\sigma_{yt}$ ) vadinamas įtempis, kurį pasiekus, deformacijos didėja, beveik nedidinant apkrovoms. Kai diagramoje nėra aiškiai išreikštos takumo aikštelės, takumo riba sąlyginai imama lygi įtempiui, kurį pasiekus, liekamoji deformacija pasidaro lygi  $e_{pl} = 0,002$  arba 0,2 % liekamoji deformacija pavaizduota 1.1.2 pav.

Takumo riba nesunkiai nustatoma ir yra viena iš pagrindinių medžiagos mechaninių charakteristikų.

Toliau veikiant deformacijos jėgai sukeliama esminiai medžiagos pokyčiai: nutrūksta molekulių ryšiai ir medžiagos sluoksniai teka vienas virš kito. Toks tekėjimas vadinama plastine deformacija. Šią sritį vaizduoja kreivės dalis CD, kuri vadinama medžiagos sustiprėjimo zona.

Maksimali jėga, kurią gali atlaikyti bandinys, ir jo pradinio skerspjūvio ploto santykis vadinamas stiprumo riba ir žymimas ( $\sigma_u$ ). Pasiekus šią ribą bandinys dar nesuyra. Šioje zonoje pradeda ryškėti būsimo trūkimo vieta – kaklelis (vietinis bandinio suplonėjimas).



1.1.2 pav. Liekamoji deformacija

Taške *D* veikia maksimali jėga ir zonoje *CD* bandinys ilgėja, mažėjant jėgai. Bandinys ilgėja tik kaklelio susidarymo vietoje. Taške *E* bandinys suyra.

Plastiškieji kūnai yra mažai tamprūs, jų tamprumo riba yra daug kartų mažesnė už takumo ribą. Trapiųjų medžiagų (stiklo, kvarco ir kt.) takumo taškas yra mažesnis už tamprumo ribą, todėl jos lieka elastingos iki jų suardymo. Kai kurių elastingųjų medžiagų deformacijos kitimas, didinant įtempį, skiriasi nuo jo kitimo, mažinant įtempį.

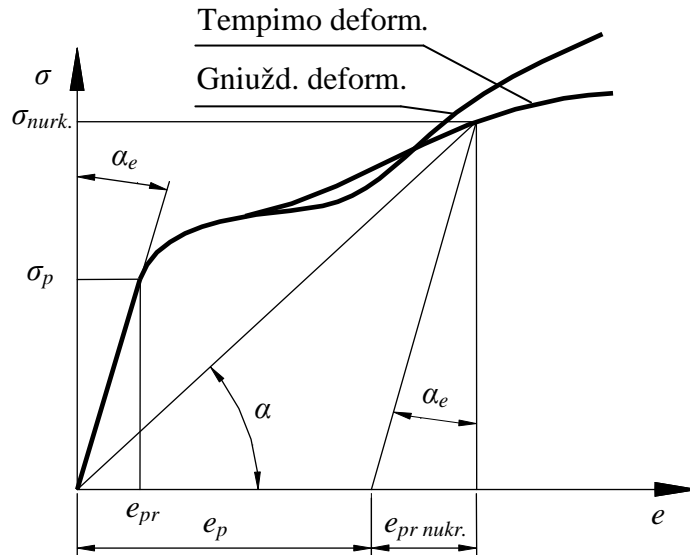
## 1.2. Tampriai plastinio deformavimo diagramos

Realios medžiagos įtempiams, viršijus proporcingumo ribą, prasideda plastinio deformavimo zona. Šis ryšys tarp įtempių ir deformacijų  $\sigma = f(e)$  aprašomas deformavimo (dažniausiai tempimo) diagrama, kuri pavaizduota 1.2.1 paveiksle. Tampriai plastinėje srityje ryšys tarp įtempių ir deformacijų yra netiesinis [10, 11].

Netiesinis ryšys tarp įtempių ir deformacijų yra būdingas kai kurioms medžiagoms, pvz., gumai, esant tampriam deformavimui. Tačiau nukraunant gumą, įtempiai ir deformacijos mažėja pagal tą pačią kreivę kaip apkrovimo atveju.

Nukraunant tampriai plastiškai deformuotus metalus, nukrovimas vyksta pagal tamprios deformacijos dėsnį (žr. 1.2.1 pav.):

$$\sigma_{nukr.} = E \cdot e_{pr.nukr.} \quad (1.2.1)$$



1.2.1 pav. Įtempių ir deformacijų ryšys

Visiškai nukrovus deformuotą bandinį, pakartotinis apkrovimas iki  $\sigma \leq \sigma_{nukr.}$  taip pat vyksta pagal tampriojo deformavimo dėsnį:

$$\sigma_{nukr.max} = \sigma = E \cdot e_{pr.nukr.max} \quad (1.2.2)$$

Todėl bendrąją deformaciją bet kuriame taške galima išreikšti kaip tampriosios ir plastinės deformacijos sumą:

$$e = e_{pr.nukr.} + e_p \quad (1.2.3)$$

čia  $e_{enukr.}$  – tamprioji nukrovimo deformacija;

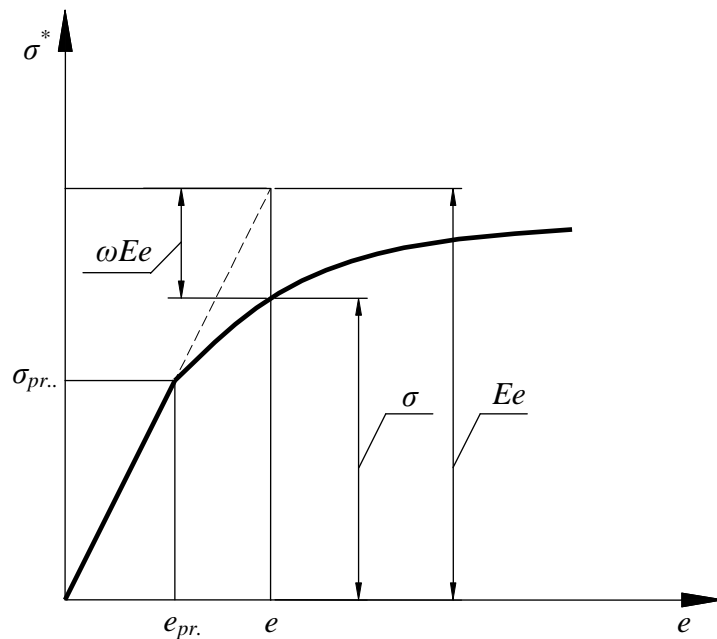
$e_p$  – plastinė deformacija.

Tiesinis ryšys tarp įtempių ir deformacijų nukrovimo galioja tol, kol nepasireiškia Baušingerio efektas (jeigu nukrautą bandinį deformuosime priešinga kryptimi, tai jame plastinė

deformacija prasidės prie įtempių ( $|\sigma| < \sigma_{pr}$ ). Ryšys tarp įtempių ir deformacijų tampriai plastinėje srityje išreiškiamas panaudojant momentinį deformavimo diagramos modelį  $E'$ , kuris mažėja didėjant deformacijai, priklausomai nuo deformavimo diagramos [10]:

$$E' = \frac{\sigma}{e}. \quad (1.2.4)$$

Kai deformacijų pasiskirstymas tampriai plastinėje zonoje yra žinomas, pvz., tempimo atveju, ryšį tarp įtempių ir deformacijų, esant paprastam apkrovimui, galima išreikšti Huko dėsniumi, pakeičiant jame tamprumo modulį  $E$  į  $E'$ , o Poissono koeficientą  $\nu = \nu_e$  į momentinę jo reikšmę  $\nu^* = 0,5 - (0,5 - \nu)E'$ . Sprendžiant tampriai plastinio deformavimo uždavinius priartėjimo metodu, įtampį  $\sigma$  patogiau išreikšti fiktyviais tampriaisiais įtempiais  $\sigma^* = e \cdot E$  panaudojus papildomą deformacijų funkciją  $\omega = f_2(e)$  (žr. 1.2.2 pav.).



1.2.2 pav. Tiesinė aproksimacija

Tuomet:

$$\sigma = \sigma^* - \omega E e = \sigma^* (1 - \omega). \quad (1.2.5)$$

$$E' = E(1 - \omega). \quad (1.2.6)$$

Iš (1.2.6) priklausomybės apskaičiuojama  $\omega$  analitinė išraiška:

$$\omega = 1 - \frac{E'}{E} = 1 - \frac{\sigma}{\sigma^*} = 1 - \frac{f(e)}{Ee}. \quad (1.2.7)$$

Skaičiavimas už proporcingumo ribų tiksliausias kai naudojame tikrąją (neaprosimuotą) tempimo diagramą. Tikroji medžiagos deformavimo diagrama, užrašyta eksperimentinio medžiagos bandymo metu,  $\sigma = f(e)$  yra sudėtingos formos ir sunkiai aprašoma matematiškai. Skaičiavimams palengvinti taikomos aproksimuotos medžiagų deformavimo diagramos. Aproksimuota deformavimo diagrama turi būti kuo artimesnė tikrajai (gautai eksperimento metu). Tikroji deformavimo diagrama yra dažniausiai skaidoma į dvi dalis: tampriąją zoną ir plastinę zoną.

Pirmoje zonoje įtempiai apskaičiuojami pagal Huko dėsnį  $\sigma = Ee$ .

Antroje (plastinėje) zonoje medžiagos sustiprėjimui įvertinti gali būti taikoma tiesinė (žr. 1.2.3 pav.) arba laipsninė (žr. 1.2.4 pav.) aproksimacija [10].

Labai svarbu teisingai pasirinkti aproksimuotos diagramos tamprumo ribą  $\sigma_{pr.a}$ . Aproksimuotos ir tikrosios deformavimo diagramų tamprumo ribos gali nesutapti. Ji nustatoma grafiniu – analitiniu būdu, priartėjimo metodu, iš sąlygų:

- aproksimuota diagrama turi būti kiek galima artimesnė tikrajai;
- plotas, pridėtas prie tikrosios diagramos  $A_1$  ir atskirtas nuo jos aproksimacijos metu  $A_2$  turi būti vienodi.

Aproksimuotos diagramos tamprumo ribos deformacija  $e_{pr.a} = \frac{\sigma_{pr.a}}{E}$ .

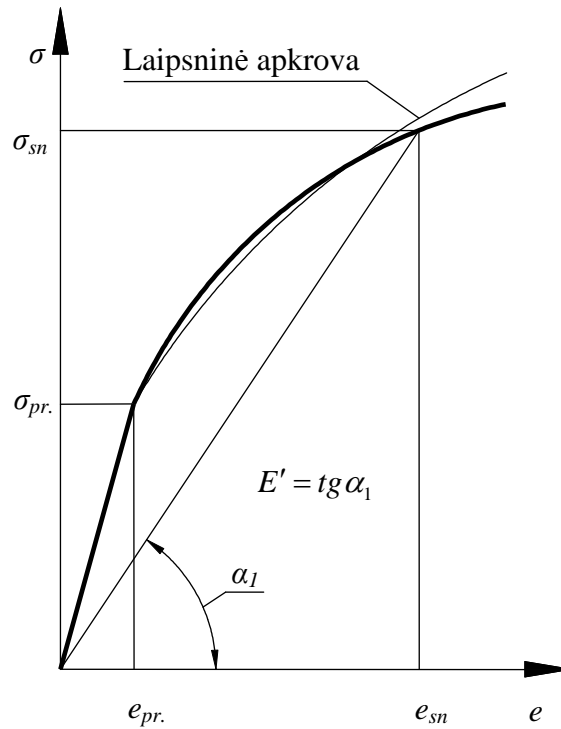
Tampriai plastinėje srityje, kai  $e > e_{pr.a}$  esant laipsninės diagramos aproksimacijai (žr. 1.2.4 pav.):

$$\sigma = \sigma_{pr.a} (\bar{e})^{m_0}; \quad \omega = 1 - (\bar{e})^{m_0-1} \quad \text{arba} \quad E' = \sigma_{pr.a} (\bar{e}^{m_0-1}); \quad (1.2.8)$$

čia  $\bar{e} = \frac{e}{e_{pr.a}}$ .

Laipsnio rodiklis  $m_0$  nustatomas logaritminėse koordinatėse  $\lg \bar{\sigma} - \lg \bar{e}$  atidėjus tampriai plastinės zonos įtempius, per juos išvedus tiesę ir apskaičiavus jos krypties tangentą  $m_0 = tg \beta_1$ .





1.2.4 pav. Laipsninės aproksimacijos schema

Laipsninę aproksimaciją rekomenduotina taikyti kai nėra aiškiai išreikštos takumo aikštelės (pvz., atkaitinto vario, aliuminio). Tuo atveju:

$$\sigma = Ae^m, \quad (1.2.10)$$

čia  $A$  ir  $m$  medžiagos konstantos.

Esant tiesinei aproksimacijai:

$$\sigma = \sigma_{pr} + E_1 \cdot (e - e_{pr}); \quad \omega = \left(1 - \frac{E_1}{E}\right) \left(1 - \frac{1}{e}\right), \quad (1.2.11)$$

$$E_1 = \frac{E(\bar{\sigma}_{sn} - 1)}{(\bar{e}_{sn} - 1)} = \text{tg } \beta. \quad (1.2.12)$$

čia  $E_1$  – medžiagos sustiprėjimo modulis tampriai plastinėje zonoje.



## 2. SKRITULINIO SKERSPJŪVIO STRYPO TAMPRIAI PLASTINIO GRYNJOJO LENKIMO ANALITINIS TYRIMAS

Kaip jau buvo minėta, analitiniuose tampriai plastinio deformavimo skaičiavimuose sudėtinga naudoti kreivalinijines deformavimo diagramos formas. Tokių diagramų matematinės išraiškos yra sudėtingos, todėl statinio tempimo ir gniuždymo diagramų plastinės dalys aproksimuojamos. Dažniausiai taikoma tiesinė arba laipsninė aproksimacija. Toks aproksimavimas leidžia supaprastinti grynojo lenkimo skaičiavimus, gaunant pakankamai gerus eksperimentinių ir analitinių tyrimų rezultatus [1, 8].

Lenkiamų strypų skaičiavimas, kai tiek tempiamos, tiek gniuždomos kreivės charakteristikos vienodos, yra paprasčiausias. Tačiau beveik kiekvienos medžiagos tiek proporcingumo ribos, tiek ir sustiprėjimas tempimo ir gniuždymo atvejais yra skirtingi.

Šiame skyriuje pateikiami skritulinio skerspjūvio strypo statinio grynojo lenkimo analitiniai tyrimai, naudojant laipsninę deformavimo kreivės plastinės dalies aproksimaciją ir įvertinant medžiagos deformavimo tempimu ir gniuždymu kreivių charakteristikų skirtumus.

Kaip rodo bandymai [1, 2], plokščių pjūvių hipotezė lenkiamiems strypams tinka taip pat ir tada, kai įtempių reikšmės žymiai viršija proporcingumo ribą. Todėl deformacijų pasiskirstymo strypo išilginiame pjūvyje vaizdas bus toks, kaip parodyta 2.1 paveiksle. Įtempių pasiskirstymas išilginiame pjūvyje parodytas 2.2 paveiksle, o tamprus ir plastinio deformavimo zonos skersiniame pjūvyje pavaizduotos 2.3 paveiksle. Šiose schemose deformacijos  $e$  ir įtempiai  $\sigma$  išreiškiami santykiniais vienetais ir žymimi brūkšneliu virš simbolio:

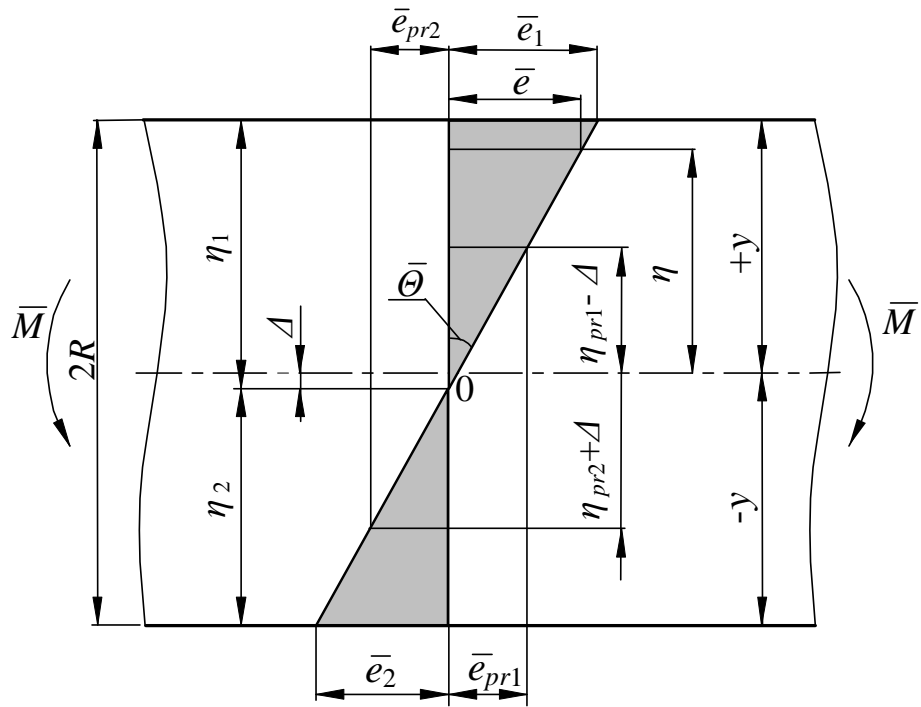
$$\bar{e} = \frac{e}{e_{pr}},$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_{pr}},$$

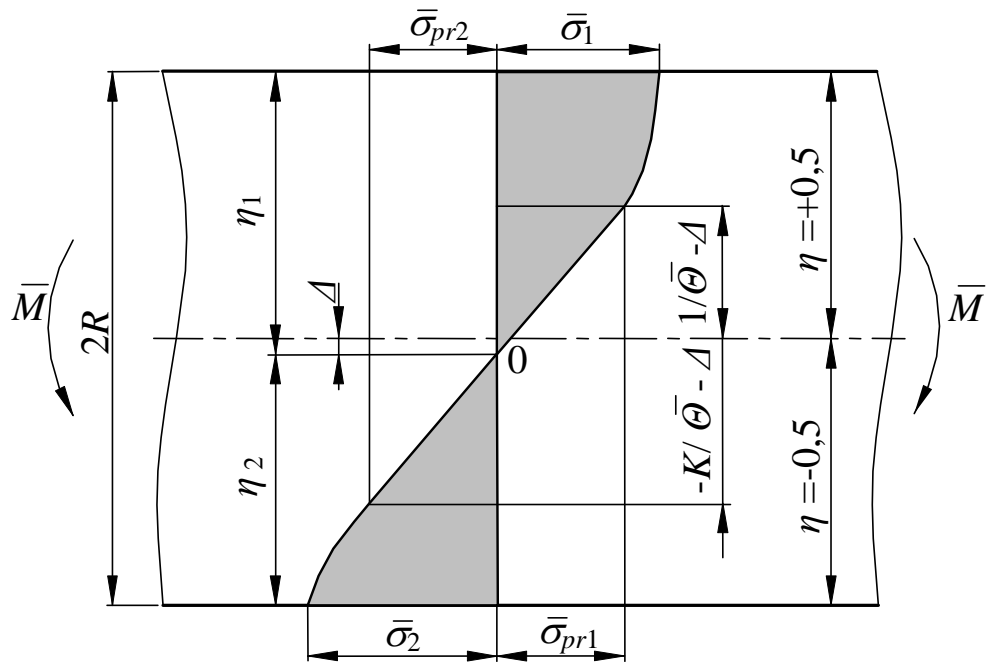
čia  $e_{pr}$  ir  $\sigma_{pr}$  – atitinkamai proporcingumo ribos deformacija ir įtempis.

Indeksu 1 bus žymimos visos apkrovimo tipo charakteristikos (tempimas arba gniuždymas), kurio proporcingumo riba yra mažesnė:

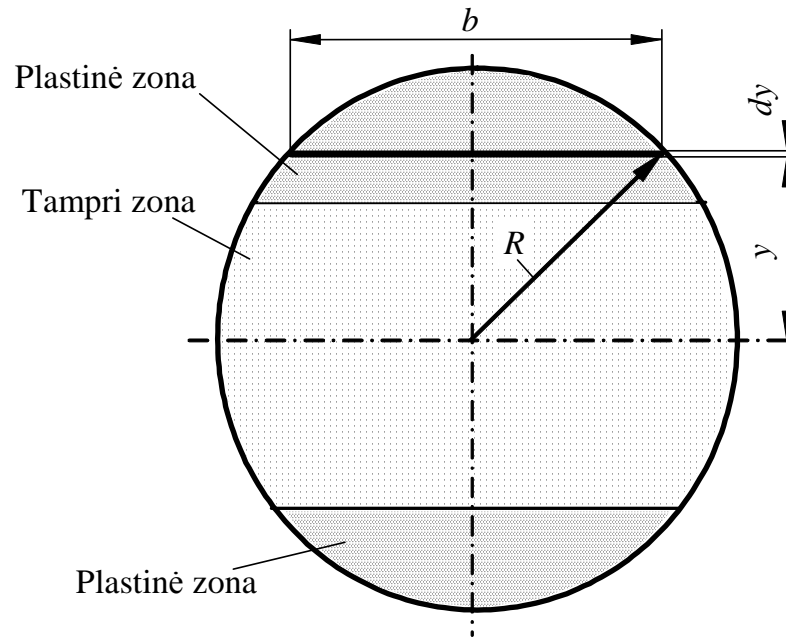
$$e_{pr2} > e_{pr1} \text{ ir } \sigma_{pr2} > \sigma_{pr1}.$$



2.1 pav. Deformacijų pasiskirstymo lenkiamo strypo išilginiame pjūvyje schema



2.2 pav. Įtempių pasiskirstymo lenkiamo strypo išilginiame pjūvyje schema



2.3 pav. Tampiųjų bei plastiųjų deformacijų zonos skersiniame pjūvyje

Tamprumo modulis  $E$  tempimo ir gniuždymo atvejais yra vienodas, o statinio deformavimo kreivių plastišios dalies sustiprėjimą įvertinsime laipsnio rodikliais  $m_1$  ir  $m_2$ .

$E_{T1}$  ir  $E_{T2}$  yra sustiprėjimo moduliai.

$\eta = \frac{y}{2R}$  - santykinis bet kurio sluoksnio atstumas nuo strypo skerspjūvio simetrijos ašies.

$K = \frac{e_{pr2}}{e_{pr1}}$  - medžiagos nevienodo priešinimosi tampriai deformacijai koeficientas.

Iš pusiausvyros sąlygų žinome, kad

$$\sum P = 0, \quad \sum M = M,$$

arba

$$\int_F \sigma dF = 0, \quad (2.1)$$

ir

$$\int_F \sigma y dF = M. \quad (2.2)$$

čia  $y$  – elementaraus plotelio  $dF$  atstumas nuo strypo simetrijos ašies;  
 $P$  – strypo skerspjūvį veikiančios jėgos;  
 $M$  – strypą veikiantis lenkimo momentas.

Nagrinėjant apvalaus skerspjūvio strypo grynąjį lenkimą, elementaraus plotelio  $dF$  atrodo taip:

$$dF = 2\sqrt{R^2 - y^2} dy, \quad (2.3)$$

čia  $R$  – yra strypo skerspjūvio spindulys.

(2.1) ir (2.2) lygybėse atlikus pakeitimus, skritulinio skerspjūvio strypui galime užrašyti tokias priklausomybes:

$$\int_{-y}^{+y} 2\sigma\sqrt{R^2 - y^2} dy = 0, \quad (2.4)$$

ir

$$M = \int_{-y}^{+y} 2\sigma y\sqrt{R^2 - y^2} dy, \quad (2.5)$$

čia  $M$  – lenkimo momentas.

Žinodami, kad  $y = 2R\eta$  ir  $dy = 2Rd\eta$  (žr. 2.1 pav.), (2.4) integralą galime užrašyti taip:

$$\int_{-0,5}^{+0,5} 2\bar{\sigma}\sigma_{pr1} 2R\sqrt{R^2 - 4\eta^2} d\eta = 0, \quad (2.6)$$

arba

$$4\sigma_{pr1}R^2 \int_{-0,5}^{+0,5} \bar{\sigma}\sqrt{1 - 4\eta^2} d\eta = 0. \quad (2.7)$$

Kadangi  $4\sigma_{pr1}R^2 \neq 0$ , tai:

$$\int_{-0,5}^{+0,5} \bar{\sigma} \sqrt{1 - 4\eta^2} d\eta = 0. \quad (2.8)$$

Toliau nustatome analitines įtempių  $\bar{\sigma}$  išraiškas. Kadangi abiejose strypo pusėse yra taikoma laipsninė deformavimo plastinės dalies aproksimacija, tai strypo pusėje su proporcingumo riba  $e_{pr1}$  užrašome lygybę:

$$\sigma_1 = \sigma_{pr} \left( \frac{e}{e_{pr1}} \right)^{m_1}. \quad (2.9)$$

Kaip jau buvo minėta pirmame skyriuje, aproksimuotos ir tikrosios diagramos proporcingumo ribos gali nesutapti (1.2.8 lygybė). Mūsų skaičiavimai gali būti taikomi mažaciklio grynojo lenkimo analitiniuose tyrimuose, kuriuose proporcingumo riba yra labai svarbi medžiagos konstanta. Jos reikšmė turi sutapti su eksperimentine, todėl pasirenkame  $\sigma_{pra} = \sigma_{pr}$ .

Gauta (2.9) priklausomybė atitinka pateiktą plastinę deformavimo kreivės dalį, kuri aprašoma funkcija  $\sigma_1 = f_1(e_1, m_1)$ . Abi (2.9) lygybės puses padalinę iš  $\sigma_{pr1}$ , gauname:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{pr1}} = \frac{\sigma_{pr1}}{\sigma_{pr1}} \left( \frac{e}{e_{pr1}} \right)^{m_1}. \quad (2.10)$$

Kadangi  $\bar{\sigma}_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_{pr1}}$  ir  $\bar{e} = \frac{e}{e_{pr1}}$  tai, gauname:

$$\bar{\sigma}_1 = \bar{e}^{m_1}. \quad (2.11)$$

Strypo pusei su proporcingumo riba  $e_{pr2}$ , įtempius išreiškiame taip:

$$\sigma_2 = \sigma_{pr2} \left( \frac{e}{e_{pr2}} \right)^{m_2}. \quad (2.12)$$

Ši priklausomybė atitinka plastinę deformavimo kreivės dalį  $\sigma_2 = f_2(e_2, m_2)$ , kuri pateikta 1.2.4 paveiksle.

Abi lygybės puses padalijame  $\sigma_{pr1}$  ir įvertinę tai, kad  $\frac{\sigma_2}{\sigma_{pr1}} = \bar{\sigma}_2$ ,  $\frac{\sigma_{pr2}}{\sigma_{pr1}} = K$  ir  $\frac{e}{e_{pr2}} = \frac{\bar{e}}{K}$ ,

gauname:

$$\bar{\sigma}_2 = K \left( \frac{\bar{e}}{K} \right)^{m_2}. \quad (2.13)$$

Tuo atveju, kai tiek gniuždomai, tiek tempiamai lenkiamo strypo pusei taikome vienodą deformavimo diagramą, t.y., kai  $K = 1$  ir  $m_1 = m_2$ , įtempių neutralusis sluoksnis sutaps su strypo skerspjūvio simetrijos ašimi. Jei  $K \neq 1$  ir (arba)  $m_1 \neq m_2$  įtempių neutraliojo sluoksnio padėtis pasislinks strypo skerspjūvio simetrijos ašies atžvilgiu dydžiu  $\Delta$ . Tokiu atveju, įvertinus poslinkį  $\Delta_e$  (2.11) ir (2.13) lygybes galime užrašyti taip:

$$\sigma_1 = (\bar{e} + \Delta_e)^{m_1}, \quad (2.14)$$

$$\bar{\sigma}_2 = K \left( \frac{\bar{e} + \Delta_e}{K} \right)^{m_2}. \quad (2.15)$$

2.2 paveikslo schemoje deformacijų pasiskirstymas pavaizduotas  $\bar{e} - \eta$  koordinatėse. Pagal šią schemą  $\bar{e} = \bar{\Theta} \eta$  ir  $\Delta_e = \Theta \Delta$ , kur  $\Delta$  yra įtempių neutraliojo sluoksnio poslinkis nuo neutralios ašies koordinatėse  $\bar{e} - \eta$ . Todėl, (2.14) ir (2.15) lygybėse atliekame pakeitimus:

$$\bar{\sigma}_1 = (\bar{\Theta}(\eta + \Delta))^{m_1}. \quad (2.16)$$

čia  $\bar{\Theta}$  – santykinis strypo skerspjūvių pokrypių kampas ( $\bar{\Theta} = \frac{\bar{e}}{\eta}$ ).

Stipresnei strypo pusei su proporcingumo riba  $e_{pr2}$  galima užrašyti:

$$\bar{\sigma}_2 = K \left( \frac{\bar{\Theta}}{K} (\eta + \Delta) \right)^{m_2}. \quad (2.17)$$

čia  $K$  – nevienodo priešinimosi tampriai deformacijai koeficientas.

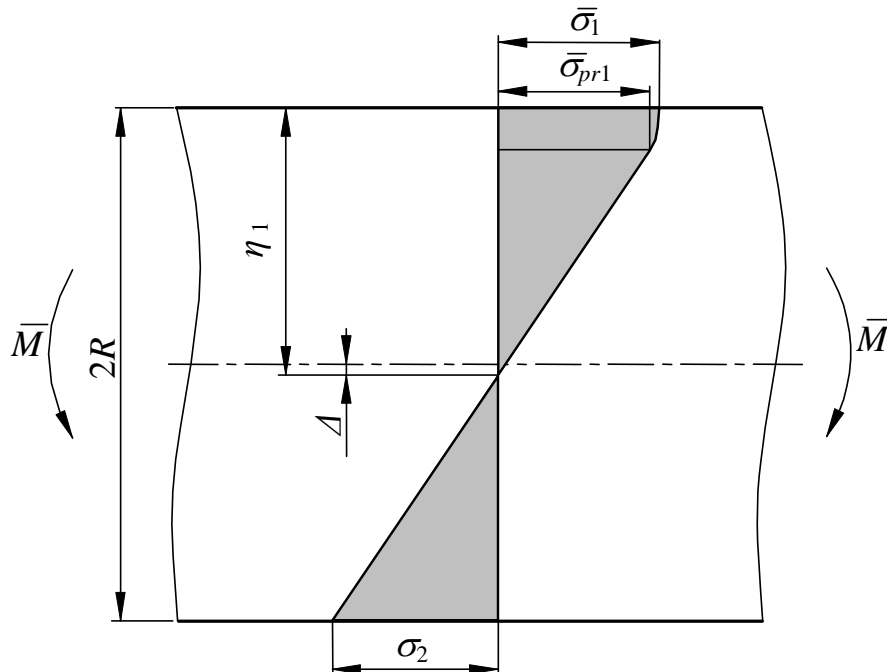
Stryo sluoksniams, kurie deformuojami tampriai, galioja lygybė:

$$\bar{\sigma} = \bar{\Theta}(\eta + \Delta). \quad (2.18)$$

Bendru atveju naudojant (2.16) - (2.18) lygybes, (2.16) integralą užrašomas kaip trejų integralų suma:

$$\begin{aligned} & \int_{\frac{1}{\bar{\Theta}} - \Delta}^{0.5} (\bar{\Theta}(\eta + \Delta))^{m_1} \sqrt{1 - 4\eta^2} d\eta + \int_{\frac{K}{\bar{\Theta}} - \Delta}^{\frac{1}{\bar{\Theta}} - \Delta} \bar{\Theta}(\eta + \Delta) \sqrt{1 - 4\eta^2} d\eta - \\ & - \int_{\frac{K}{\bar{\Theta}} + \Delta}^{0.5} K \left( \frac{\bar{\Theta}}{K} (\eta - \Delta) \right)^{m_2} \sqrt{1 - 4\eta^2} d\eta = 0. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Atskirai panagrinėsime atvejį, kai silpnesnėje strypo pusėje deformacijos viršija  $e_{pr1}$ , o priešingoje pusėje visi strypo sluoksniai deformuojami tik tampriai 2.4 paveikslas. Tai vyksta iki  $\bar{e}_2 < K$ .



2.4 pav. Įtempių pasiskirstymo lenkiamo strypo išilginiame pjūvyje schema, kai  $\bar{e}_2 < K$

Toks deformavimas gali būti išreiškiamas integralu:

$$\int_{\frac{1}{\Theta} - \Delta}^{0,5} (\bar{\Theta}(\eta + \Delta))^{m_1} \sqrt{1 - 4\eta^2} d\eta + \int_{-0,5}^{\frac{1}{\Theta} - \Delta} \bar{\Theta}(\eta + \Delta) \sqrt{1 - 4\eta^2} d\eta = 0. \quad (2.20)$$

Iš 2.1 pav. ir 2.4 pav. matome, kad santykinis atstumas nuo išorinio strypo sluoksnio su įtempių reikšme  $+\sigma_1$  iki įtempių neutraliosios linijos gali būti apskaičiuojamas lygybe:

$$\eta_1 = 0,5 - \Delta. \quad (2.21)$$

Taikant (2.19), (2.20) ir (2.21), galima nustatyti priklausomybę  $\eta_1 = f(\Theta)$ , o žinant, kad  $\bar{\Theta} = 2\bar{\epsilon}_1$ , gausime priklausomybę  $\eta_1 = f(\bar{\epsilon}_1)$ .

Toliau nagrinėsime strypą veikiantį lenkimo momentą  $M$ . (2.5) lygybėje atliekame pakeitimus, žinodami, kad  $\sigma = \sigma_{pr1} \bar{\sigma}$ ,  $y = 2R\eta$  ir  $dy = 2Rd\eta$ :

$$M = \int_{-0,5}^{0,5} 2\bar{\sigma} \sigma_{pr1} 2R \sqrt{R^2 - 4R^2\eta^2} d\eta. \quad (2.22)$$

arba

$$M = \frac{\sigma_{pr1} (2R)^3 32\pi}{32\pi} \int_{-0,5}^{0,5} \bar{\sigma} \eta \sqrt{1 - 4\eta^2} d\eta. \quad (2.23)$$

Proporcingumo ribą atitinkantis grynuoju lenkimu apkrauto apvalaus skerspjūvio strypo momentas yra:

$$M_{pr1} = \sigma_{pr1} W = \frac{\sigma_{pr1} (2R)^3 \pi}{32}. \quad (2.24)$$

Naudojant (2.23) ir (2.24), lygtis galima užrašyti santykinę lenkimo momento išraišką:



$$\bar{M} = \frac{M}{M_{pr1}} = \frac{32}{\pi} \int_{-0,5}^{0,5} \bar{\sigma} \eta \sqrt{1-4\eta^2} d\eta. \quad (2.25)$$

Šiame integrale įrašę  $\bar{\sigma}$  reikšmes iš (2.16) - (2.18) lygybių, gauname:

$$\bar{M} = \frac{32}{\pi} \left\{ \int_{\frac{1}{\bar{\theta}}-\Delta}^{0,5} (\bar{\theta}(\eta+\Delta))^{m_1} \sqrt{1-4\eta^2} \eta d\eta + \int_{\frac{K}{\bar{\theta}}-\Delta}^{\frac{1}{\bar{\theta}}-\Delta} \bar{\theta}(\eta+\Delta) \sqrt{1-4\eta^2} \eta d\eta + \right. \\ \left. + \int_{\frac{K}{\bar{\theta}}+\Delta}^{0,5} K \left( \frac{\bar{\theta}}{K}(\eta-\Delta) \right)^{m_2} \sqrt{1-4\eta^2} \eta d\eta \right\}. \quad (2.26)$$

Jei  $\bar{e}_2 < K$ , (2.26) integralas užrašomas paprasčiau:

$$\bar{M} = \frac{32}{\pi} \left\{ \int_{\frac{1}{\bar{\theta}}-\Delta}^{0,5} (\bar{\theta}(\eta+\Delta))^{m_1} \sqrt{1-4\eta^2} \eta d\eta + \int_{-0,5}^{\frac{1}{\bar{\theta}}-\Delta} \bar{\theta}(\eta+\Delta) \sqrt{1-4\eta^2} \eta d\eta \right\}. \quad (2.27)$$

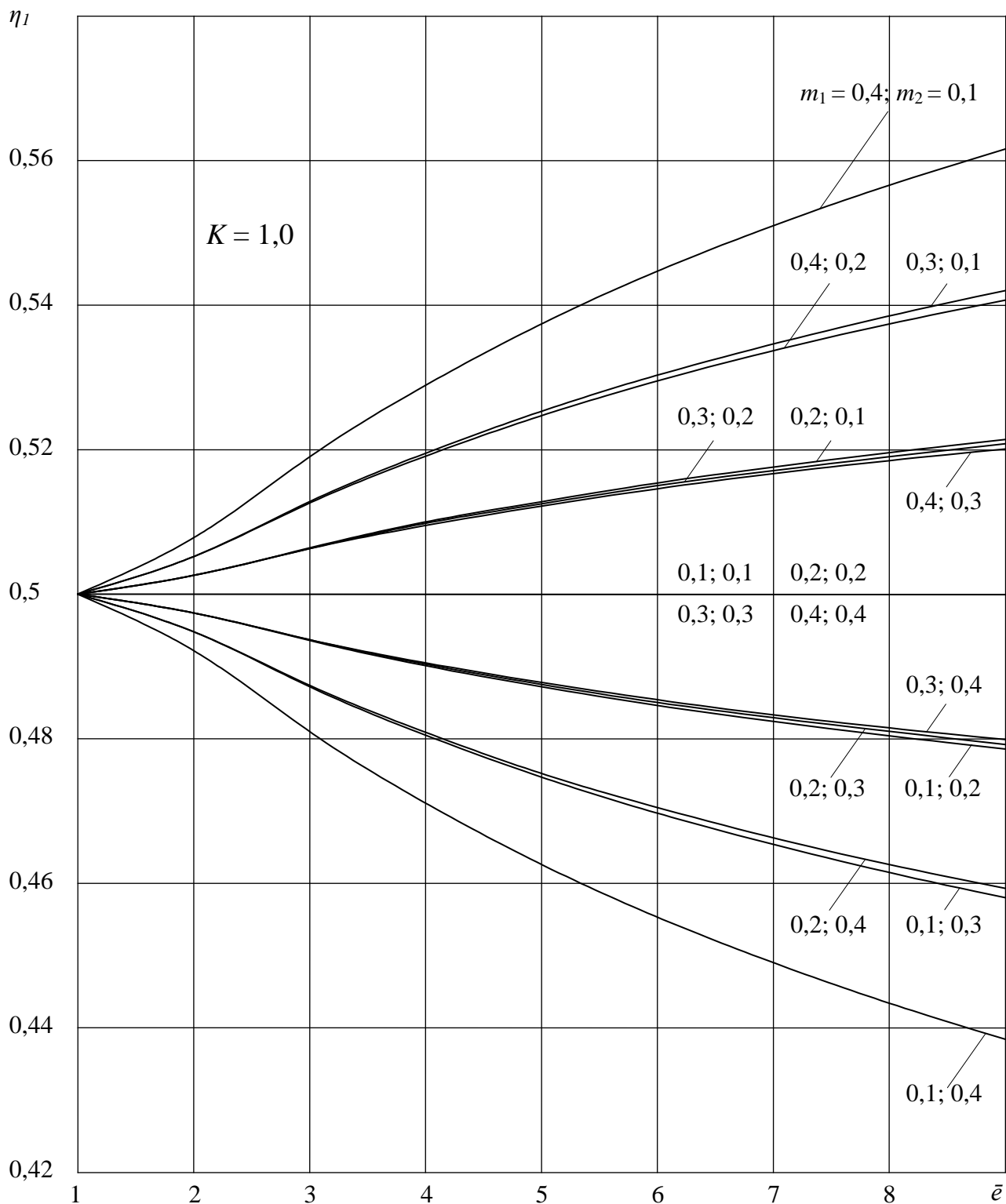
Gautais integralais galima apskaičiuoti apvalaus skerspjūvio strypo, apkrauto tampriai plastiniu grynuoju lenkimu, santykinio momento  $\bar{M}$  reikšmę, pagal kampą  $\bar{\theta}$ , arba ją atitinkančią deformaciją  $\bar{e}_1$ . Prieš tai (2.19) ir (2.21) priklausomybėmis reikia įvertinti šią deformaciją atitinkantį atstumą  $\Delta$ .

Grafikuose (2.5 – 2.10 pav.) pateiktos teorinės  $\eta_1 = f(\bar{e})$  ir  $\bar{M} = f(\bar{e})$  kreivės iki  $\bar{e} = 9$ , esant tokioms  $K$  ir  $m$  reikšmėms:  $K = 1,0$ ;  $K = 1,1$ ;  $m = 0,1$ ;  $m = 0,2$ ;  $m = 0,3$ ;  $m = 0,4$ . Skaičiavimo rezultatai pateikti 1- 6 prieduose.

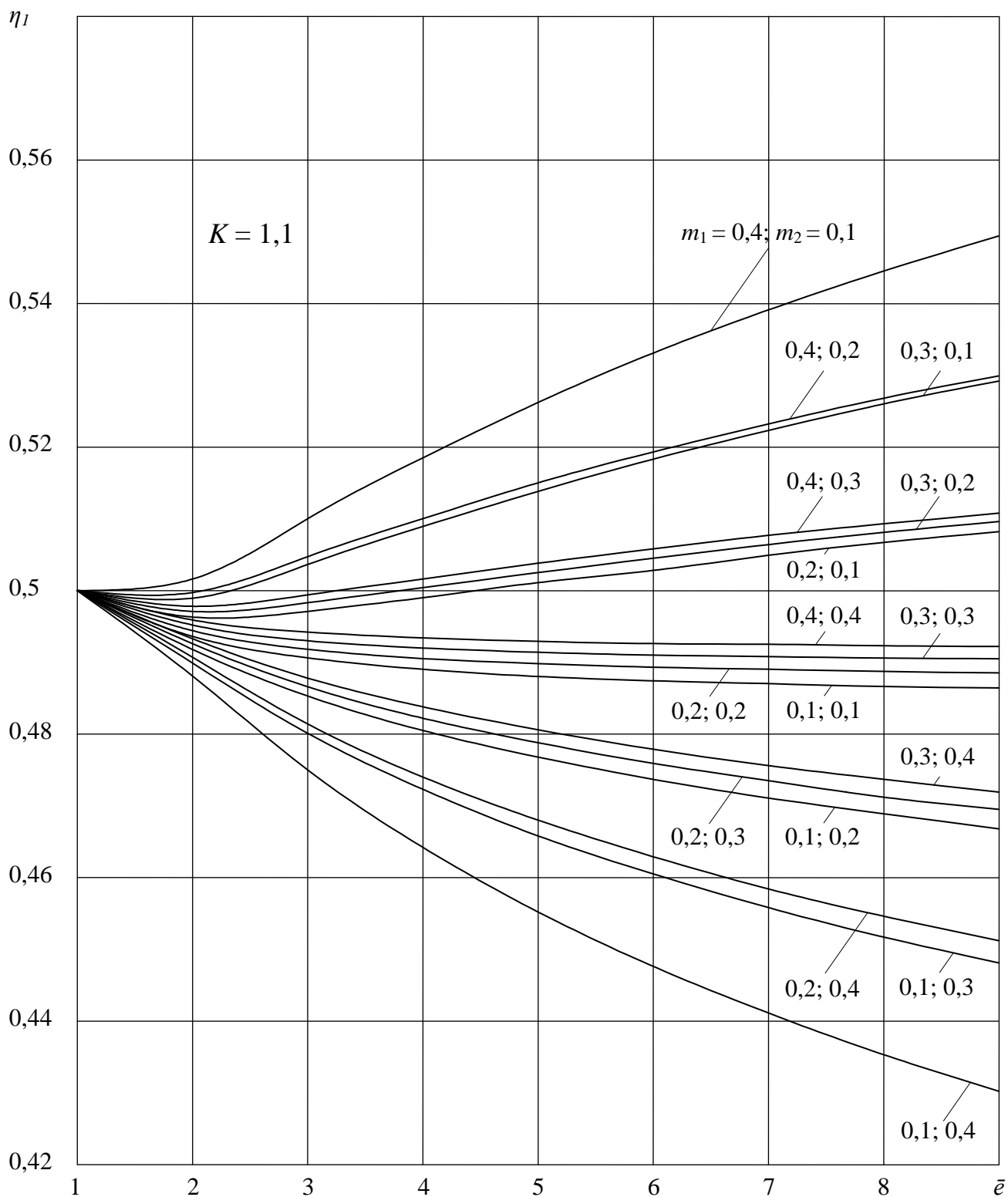
Pasirenkant laipsnio rodiklius  $m_1 = 0$  ir  $m_2 = 0$ , gauname analogišką tiesinės aproksimacijos atvejį, kai  $G_{T_{1,2}} = 0$  [3, 4], todėl skaičiavimuose jo nenagrinėjame.

Taigi, žinant medžiagos tempimo ir gniuždymo konstantas  $m_1$ ,  $m_2$  ir  $K$ , pagal 2.5 – 2.10 paveikslą pateiktas diagramas galima nustatyti apvalaus skerspjūvio strypą veikiančius santykinius lenkimo momentus  $\bar{M}$  iki deformacijos reikšmės iki  $\bar{e} = 9$ .

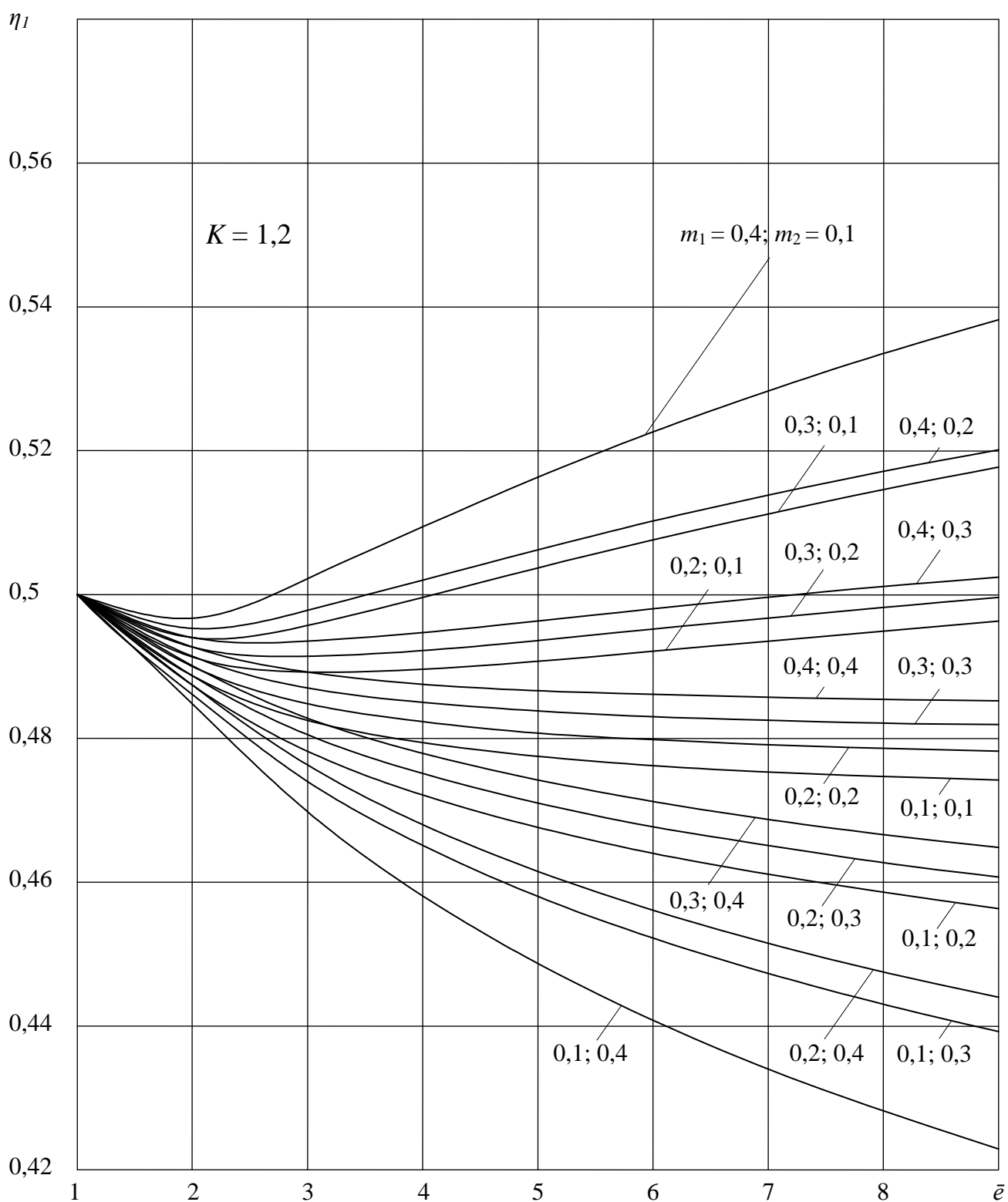
Pateiktos priklausomybės gali būti pritaikytos ir cikliniam tampriai plastinio grynojo lenkimo analitiniam tyrimui. Šiuo atveju, visose lygybėse deformacijos  $\bar{e}$  ir įtempiai  $\bar{\sigma}$  turi būti pakeisti santykinėmis ciklinėmis deformacijomis  $\bar{\varepsilon}$  įtempiais  $\bar{S}$ , kaip tai rekomenduojama [4].



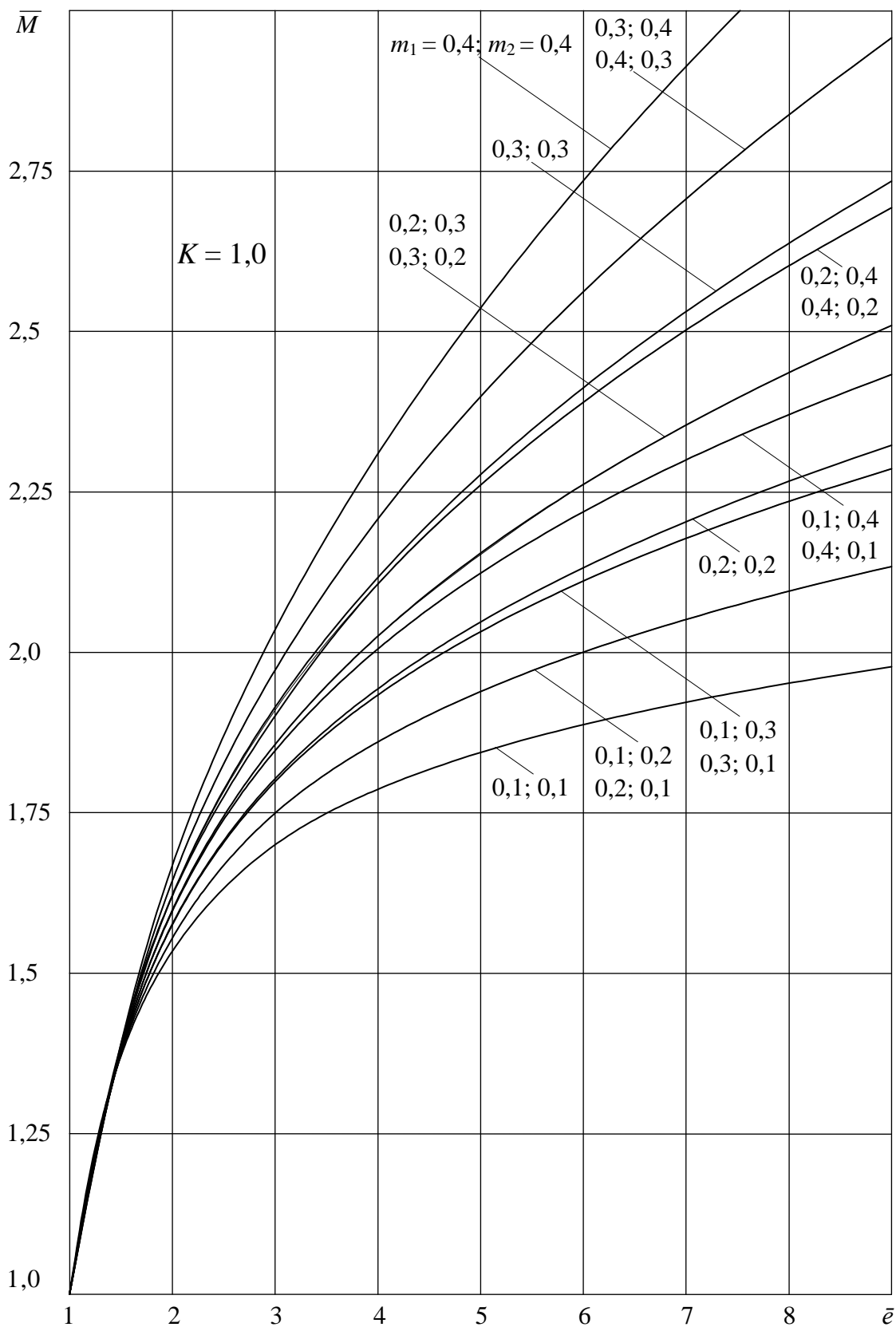
2.5 pav. Santykinio atstumo nuo išorinio lenkiamo strypo sluoksnio su įtampių reikšme  $+\sigma_1$  iki įtampių neutraliosios linijos priklausomybė nuo deformacijos, kai:  $K = 1,0$



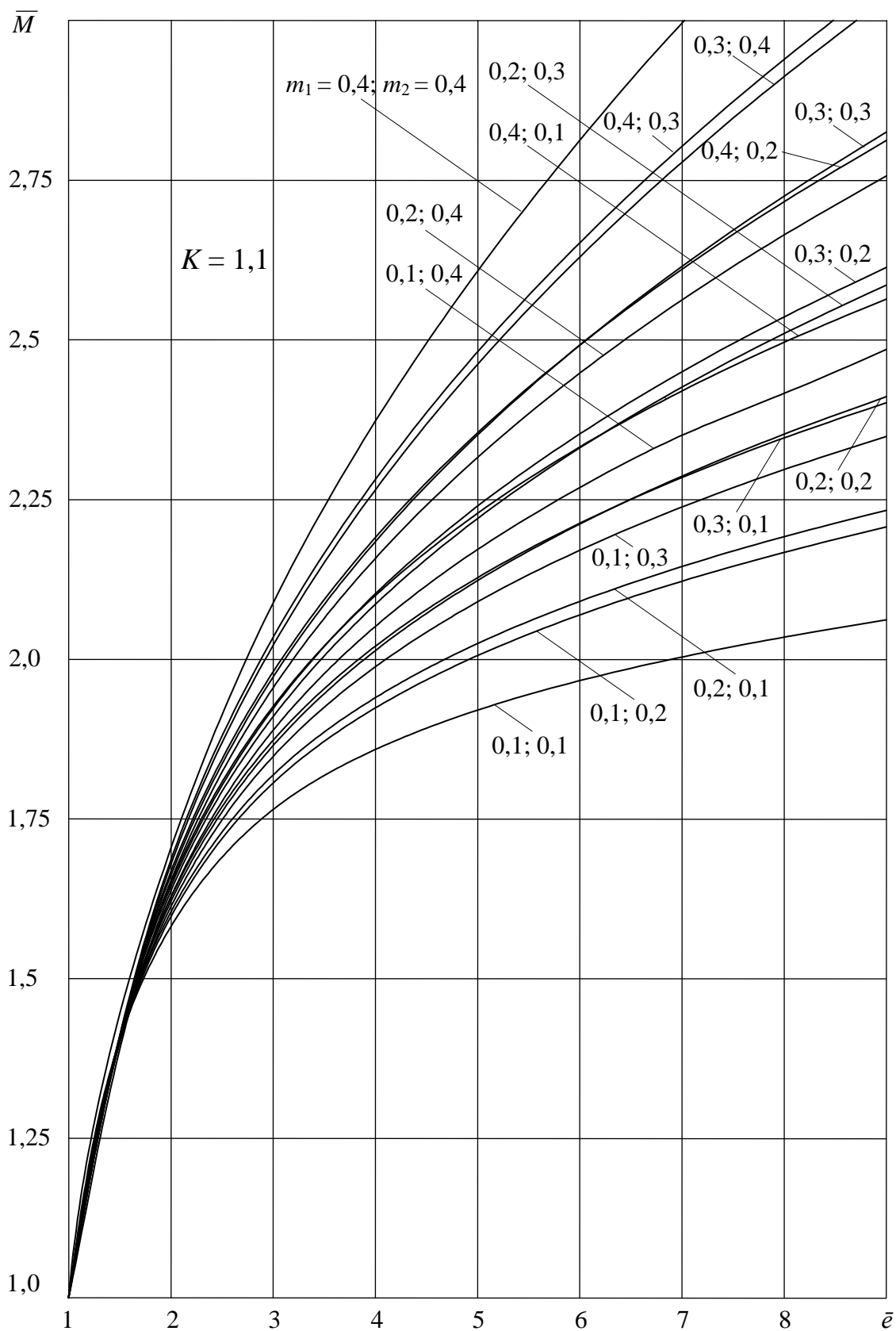
2.6 pav. Santykinio atstumo nuo išorinio lenkiamo strypo sluoksniu su įtempių reikšme  $+\sigma_1$  iki įtempių neutraliosios linijos priklausomybė nuo deformacijos, kai:  $K = 1,1$



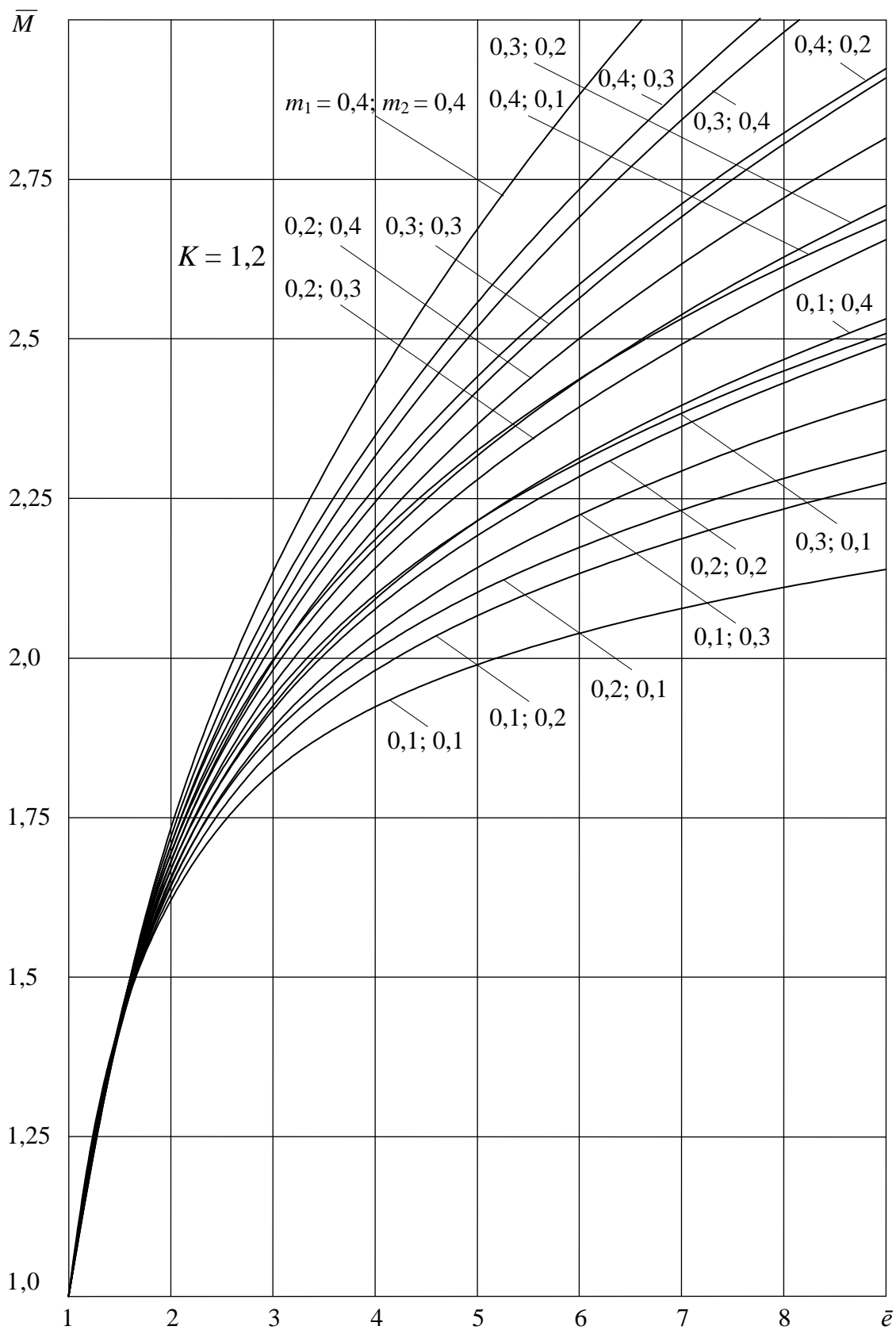
2.7 pav. Santykinio atstumo nuo išorinio lenkiamo strypo sluoksnio su įtampių reikšme  $+\sigma_1$  iki įtampių neutraliosios linijos priklausomybė nuo deformacijos, kai:  $K = 1,2$



2.8 pav. Apvalaus skerspjūvio strypo, apkrauto grynuoju lenkimu, santykinio lenkimo momento priklausomybė nuo deformacijos, kai:  $K = 1,0$



2.9 pav. Apvalaus skerspjūvio strypo, apkrauto grynuoju lenkimu, santykinio lenkimo momento priklausomybė nuo deformacijos, kai:  $K = 1,1$



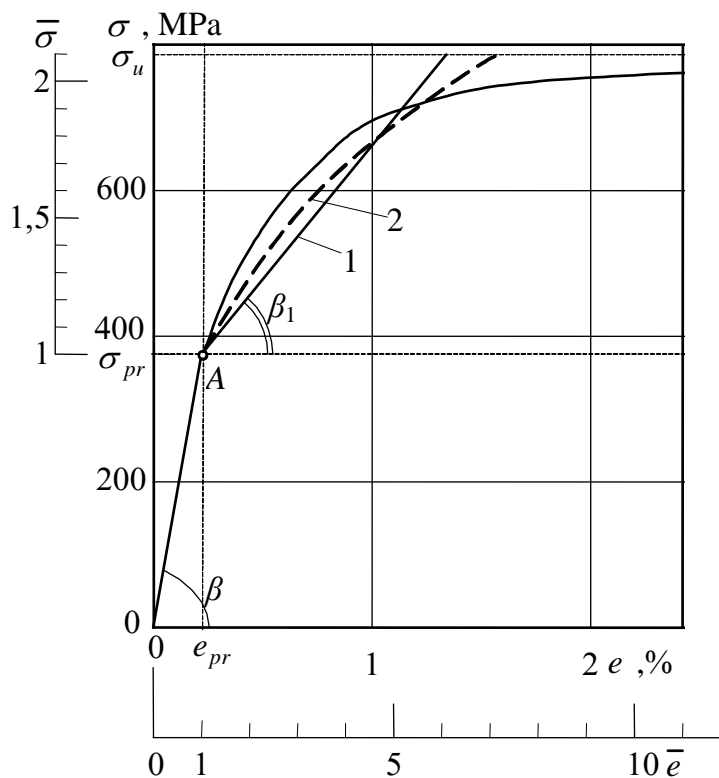
2.10 pav. Apvalaus skerspjūvio strypo, apkrauto grynuoju lenkimu, santykinio lenkimo momento priklausomybė nuo deformacijos, kai:  $K = 1,2$

### 3. TAMPRIAI PLASTINIŲ GRYNŲOJU LENKIMU APKRAUTO SKRITULINIO SKERSPJŪVIO STRYPO ANALITINIŲ IR EKSPERIMENTINIŲ TYRIMŲ REZULTATŲ PALYGINIMAS

#### 3.1. Plieno 45 statinio tempimo charakteristikų nustatymas

Ekspirimentams buvo pasirinktas detalių gamyboje plačiai naudojamas vidutinio anglingumo plienas 45. Bandymų mašina [12] atlikus šio plieno penkis statinio tempimo bandymus ir apskaičiavus gautų rezultatų aritmetinį vidurkį, buvo nubraižyta įtempių - deformacijų diagrama tikrose ir santykinėse koordinatėse (iki  $\bar{e} = 10$ ), kuri pateikta 3.1.1 pav. [3], bei nustatytos pagrindinės mechaninės medžiagos charakteristikos, nurodytos 3.1. lentelėje.

Plieno 45 statinio tempimo diagramoje, taip pat pateiktas ir plastinės deformavimo dedamosios (iki  $\bar{e} \approx 8$ ) aproksimavimas tiese (1) ir laipsnine funkcija (kreivė 2). Nustatytas santykinis plieno 45 sustiprėjimo modulis  $G_{T1} = 0,176$  ir laipsnio rodiklis  $m = 0,33$ . Lenkimo skaičiavimuose [3-7], tiek tempiamiems, tiek ir gniuždomiems strypo sluoksniams buvo naudojama ta pati sustiprėjimo modulio reikšmė  $G_{T1} = G_{T2}$ . Taikant laipsninį aproksimavimą, taip pat laikysime, kad  $m_1 = m_2$ .



3.1.1 pav. Plieno 45 statinio tempimo diagrama



**Plieno 45 mechaninės charakteristikos**

<b>Įtempiai</b>	$\sigma_{pr}$ , MPa	$\sigma_{0,2}$ , MPa	$\sigma_u$ , MPa	$S_f$ , MPa
	375	544	786,5	882,5
<b>Deformacijos</b>	$e_{pr}$ , %	$e_{0,2}$ , %	$e_u$ , %	$\psi$ , %
	0,22	0,42	29,3	64,8

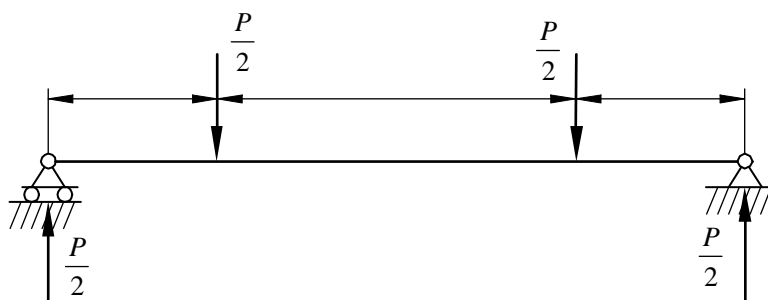
**3.2. Grynojo lenkimo eksperimentinių tyrimų metodika ir analitinių bei eksperimentinių duomenų palyginimas**

Skritulinio skerspjūvio strypų ciklinio grynojo lenkimo eksperimentinių tyrimų metodika detalai aprašyta darbe [5]. Šiame darbe pateiktos apkrovimo įrenginio ir deformacijų matavimo įtaisų schemas bei veikimas, bandinių brėžiniai, eksperimentų atlikimo sąlygos.

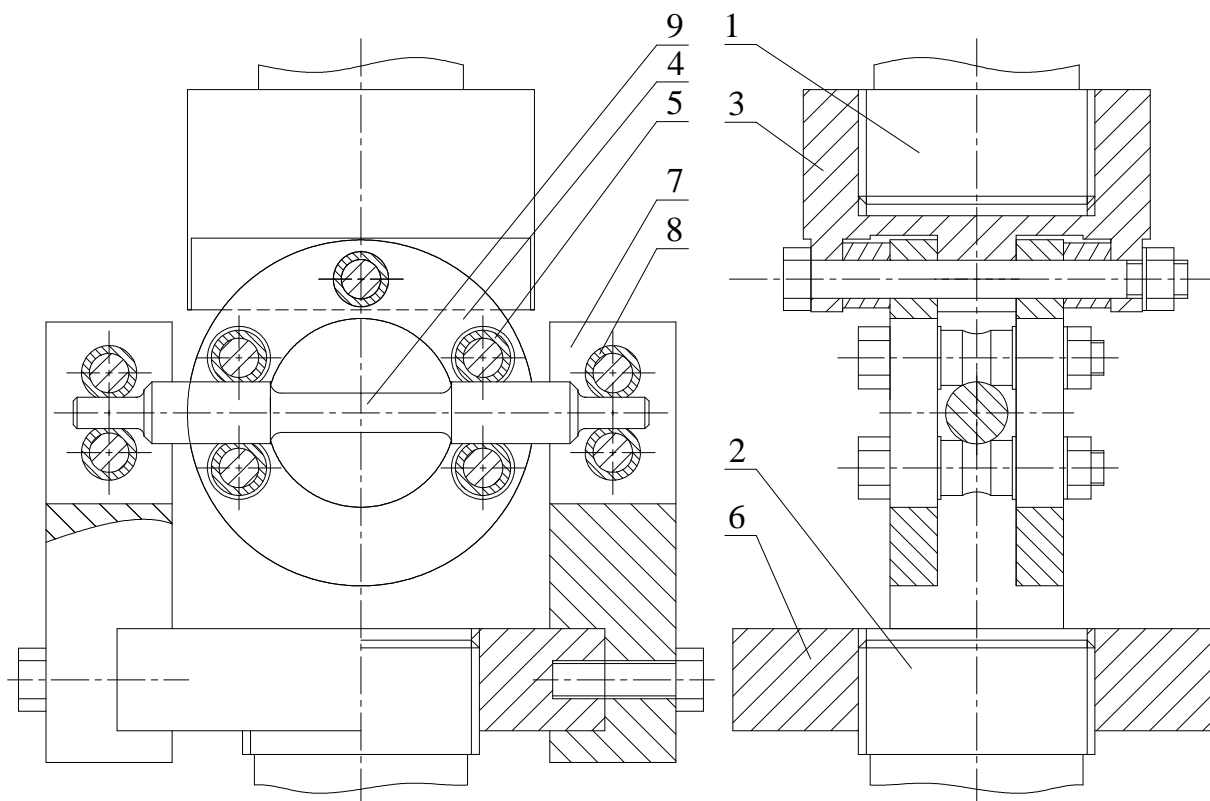
Grynojo lenkimo bandymai buvo atlikti tempimo gniuždymo bandymų mašina – jų griebtuvuose sumontuojant papildomą lenkiamo bandinio tvirtinimui skirtą įtaisą. Bandinio apkrovimo schema pateikta 3.2.1 pav.. Tvirtinimo įtaiso bendro vaizdo brėžinys pateiktas 3.2.2 pav. Šiuo įtaisu bandinio darbinėje dalyje sukuriama pastovus lenkimo momentas  $M$ .

Mašinos viršutiniame standžiai įtvirtintame griebtuve 1 užsukama veržlė 3, kurioje tvirtinami du žiedai 4 su dviem atraminių ritinėlių 5 poromis. Apatiniame slankiojančiame mašinos griebtuve 2 fiksuojamas pagrindas 6 su dviem laikikliais 7. Laikikliuose 7 sumontuotos kitos dvi atraminių ritinėlių 8 poros. Bandinys 9 įstatomas tarp ritinėlių 5 ir 8. slankiojant apatiniam griebtuvui, jo sukuriama jėga  $P$  perduodama ritinėliams, kurie veikia bandinį apkrovomis  $\frac{P}{2}$  ir darbinėje jo dalyje sukuria momentą  $M = \left(\frac{P}{2}\right)a$ .

Ritinėliai 5 turi bandinio atraminį paviršių atitinkantį radialinį griovelį, kuris šiame paviršiuje padidina kontakto plotą ir sumažina įtempių koncentraciją. Ritinėliai 8 remiasi į bandinio galuose esančius plokščius paviršius ir eksperimento metu bandinį apsaugo nuo pasukimo jo ašies atžvilgiu. Tarp ritinėlių porų 5 ir 8 turi būti toks atstumas, kad tarp jų ir įstatyto bandinio atraminių paviršių būtų pakankamas tarpas, didelių deformacijų metu neleidžiantis bandiniui užstrigti. Eksperimentais nustatyta kad, šio tarpo matmuo negali būti mažesnis nei 0,8 mm. Be to, visi ritinėliai ir pats žiedas 4 turi lengvai sukinėtis savo ašyse, taip užtikrindami bandinio darbinėje dalyje sukuriama grynąjį lenkimą.



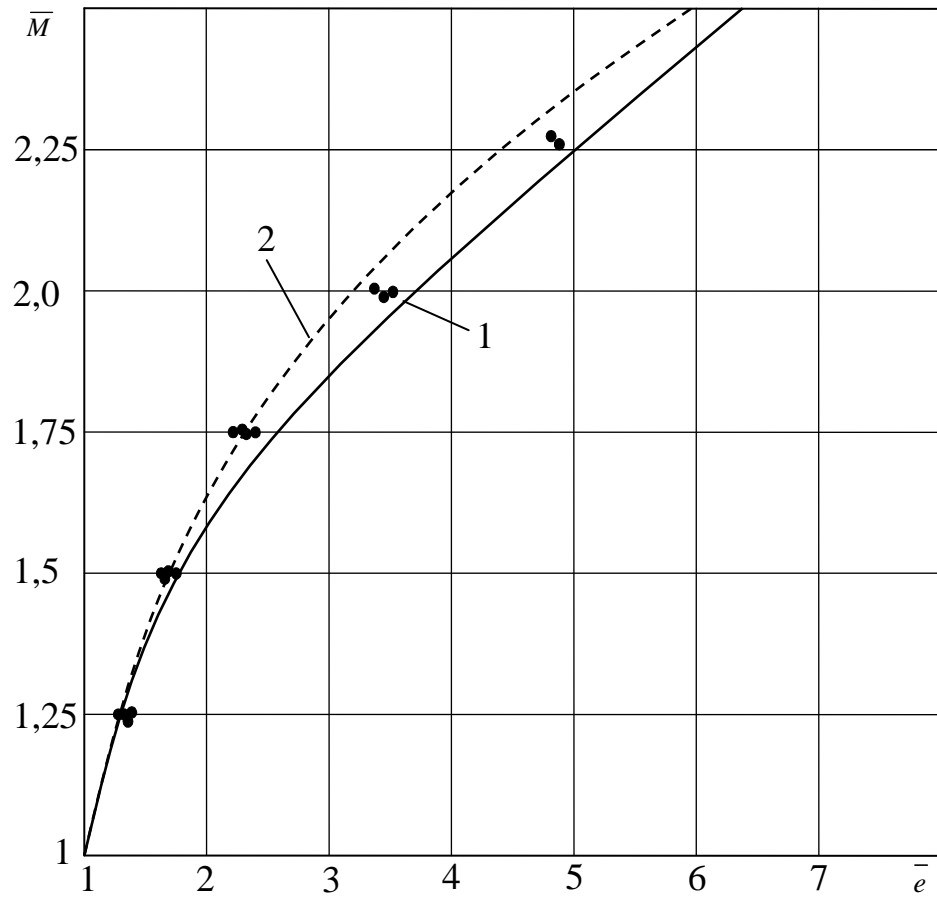
3.2.1 pav. Bandinio apkrovimo schema



3.2.2 pav. Grynuoju lenkimu apkrauto apvalaus skerspjūvio bandinio tvirtinimo įtaisas

Eksperimentiniai skritulinio skerspjūvio bandinio statinio grynojo lenkimo momentų-deformacijų taškai (0-nio pusciklio duomenys [4]) ir analitiškai apskaičiuotos kreivės, gautos taikant tiesinę ir laipsninę aproksimaciją, pateiktos 3.2.3 paveiksle.

Kaip matome, deformacijų ribose  $\bar{\epsilon} < 8$  ir tiesinio ir laipsninio aproksimavimo atveju gauti geri teorinių kreivių ir eksperimentinių taškų sutapimai. Gauta didžiausia eksperimentinių ir teorinių skaičiavimų rezultatų paklaida neviršija 5 %. Gauti rezultatai parodo, kad nurodytų deformacijų intervale tiek tiesinė, tiek ir laipsninė deformavimo diagramos plastinės dedamosios aproksimacija yra tinkama grynojo lenkimo analitiniams tyrimams.



3.2.3 pav. Grynuoju lenkimu apkrauto plieno 45 skritulinio skerspjūvio strypo momentų priklausomybės nuo deformacijos eksperimentiniai taškai ir teorinės kreivės: 1 – taikant tiesinę aproksimaciją; 2 – taikant laipsninę aproksimaciją

## IŠVADOS

1. Darbe pateikta statiniu tampriai plastiniu grynuoju lenkimu apkrauto skritulinio skerspjūvio strypo analitinių tyrimų metodika, naudojant laipsninę deformavimo kreivės plastinės dedamosios aproksimaciją.
2. Metodika įvertina mechaninių medžiagos charakteristikų skirtumus tempimo ir gniuždymo atveju ir gali būti naudojama apskaičiuojant įtempių neutraliojo sluoksnio padėties pokyčiams deformavimo metu bei nustatant lenkimo momento ir didžiausios strypo deformacijos priklausomybę.
3. Sudaryti įtempių neutralaus sluoksnio padėties ir santykinų lenkimo momentų priklausomybių nuo deformacijos grafikai, esant skirtingoms medžiagos konstantoms  $m_1$ ,  $m_2$  ir  $K$ .
4. Gautas pakankamai geras grynojo lenkimo analitinių ir eksperimentinių duomenų sutapimas. Paklaida neviršija 5 %.
5. Pateikti skaičiavimai ir gauti jų rezultatai gali būti pritaikyti ir naudojami lenkiamų detalių ir konstrukcijų skaičiavimuose, kai jas veikia statinės ir ciklinės proporcingumo ribas viršijančios apkrovos.

**LITERATŪRA**

1. Yu T. X. And Zhang, L. C. Plastic Bending: Theory and Applications. World Scientific Publ. Singapore, 1996. 572p.
2. Daunys M. Stačiakampių strypų skaičiavimas lenkimui už proporcingumo ribų. Lietuvos TSR aukštųjų mokyklų mokslo darbai. Elektrotechnika ir mechanika, 1964. t. III. 61-69p.
3. Daunys M., Rimovskis S. Analysis of circular cross-section bar, loaded by static and cyclic elasto-plastic pure bending. Mechanika - 2002. Kaunas, 2002. Nr. 1 (33), 5-10p. ISSN 1392-1207.
4. Daunys M., Rimovskis S. Analysis of low-cycle loading characteristics at pure bending. Mechanika - 2002. Kaunas, 2002. Nr. 5 (37), 5-9p. ISSN 1392-1207.
5. Daunys M., Rimovskis S. Mažaciklis apvalaus elementų lenkimas Mechanika – 2001: tarptautinės konferencijos. pranešimų medžiaga. Kaunas, 2001. 21-26p.
6. Daunys. M., Rimovskis S. Analysis of Low-cycle Strength and Durability of steel 45 at Pure Bending. Mechanika - 2003. Kaunas, 2003. Nr.1 (39), 5-10p. ISSN 1392–1207
7. Rimovskis S. Reseach of low cycles strength and durability under pure bending. Summary of doctoral dissertation. Kaunas, 2003. 26p.
8. Uzėla S., Rimovskis S. Theoretical Analysis of Rectangular Cross-Section Power-Hardening Element under Pure Bending. Journal of Young Scientists. Šiauliai, 2(6), 2005. 119-123p.
9. Feodosjevas V., Medžiagų atsparumas. Vadovėlis, Vilnius, 1977. 44-56, 326-335p.
10. Bražėnas A. Tamprumo ir plastiškumo teorijų pagrindai. vadovėlis. Šiauliai, 2003. 155-161p. ISBN 9986-38-433-8.
11. Žiliukas A. Medžiagų mechanika. Kaunas, 2004. 140-143p.; 497-502p. ISBN 9955-09-729-9
12. Daunys M. Ciklinis konstrukcijų stiprumas ir ilgaamžiškumas. Kaunas, 2005. 286p.

## PRIEDAI

## 1 PRIEDAS

ATSTUMO  $\eta_1$  KITIMO PRIKLAUSOMYBĖ NUO MEDŽIAGOS KONSTANTŲ $m_1, m_2$  IR  $\bar{e}$   $K = 1,0$ 

Nr.	$m_1$	$m_2$	$\bar{e}$							
			2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,1	0,1	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
2	0,2	0,2	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
3	0,3	0,3	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
4	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
5	0,1	0,2	0,4974	0,4936	0,4901	0,4872	0,4846	0,4824	0,4804	0,4786
6	0,1	0,3	0,4948	0,4872	0,4805	0,4747	0,4697	0,4654	0,4615	0,4580
7	0,1	0,4	0,4922	0,4810	0,4711	0,4626	0,4553	0,4490	0,4434	0,4384
8	0,2	0,1	0,5026	0,5064	0,510	0,5128	0,5154	0,5176	0,5196	0,5214
9	0,2	0,3	0,4974	0,4937	0,4903	0,4875	0,4850	0,4829	0,4810	0,4792
10	0,2	0,4	0,4948	0,4874	0,4809	0,4752	0,4705	0,4663	0,4626	0,4593
11	0,3	0,1	0,5052	0,5128	0,5195	0,5253	0,5303	0,5346	0,5385	0,5420
12	0,3	0,2	0,5026	0,5063	0,5098	0,5125	0,5150	0,5171	0,5190	0,5208
13	0,3	0,4	0,4974	0,4937	0,4905	0,4878	0,4854	0,4833	0,4815	0,4799
14	0,4	0,1	0,5078	0,519	0,5289	0,5374	0,5447	0,5510	0,5566	0,5616
15	0,4	0,2	0,5052	0,5126	0,5191	0,5247	0,5295	0,5337	0,5374	0,5407
16	0,4	0,3	0,5026	0,5063	0,5095	0,5122	0,5146	0,5167	0,5185	0,5201

ATSTUMO  $\eta_1$  KITIMO PRIKLAUSOMYBĖ NUO MEDŽIAGOS KONSTANTŲ $m_1, m_2$  IR  $\bar{e}$   $K = 1,1$ 

Nr.	$m_1$	$m_2$	$\bar{e}$							
			2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,1	0,1	0,4936	0,4906	0,4890	0,4880	0,4874	0,4870	0,4866	0,4864
2	0,2	0,2	0,4944	0,4918	0,4905	0,4898	0,4893	0,4890	0,4887	0,4885
3	0,3	0,3	0,4952	0,4930	0,4920	0,4914	0,4910	0,4908	0,4906	0,4905
4	0,4	0,4	0,4959	0,4942	0,4934	0,4929	0,4926	0,4925	0,4923	0,4922
5	0,1	0,2	0,4918	0,4853	0,4805	0,4768	0,4737	0,4711	0,4689	0,4668
6	0,1	0,3	0,4899	0,4801	0,4723	0,4658	0,4605	0,4558	0,4517	0,4481
7	0,1	0,4	0,4881	0,4750	0,4642	0,4552	0,4476	0,4411	0,4353	0,4302
8	0,2	0,1	0,4963	0,4971	0,4990	0,5011	0,5038	0,5049	0,5067	0,5082
9	0,2	0,3	0,4926	0,4866	0,4822	0,4788	0,4759	0,4735	0,4712	0,4695
10	0,2	0,4	0,4907	0,4514	0,4740	0,4680	0,4629	0,4584	0,4546	0,4512
11	0,3	0,1	0,4989	0,5036	0,5089	0,5138	0,5183	0,5223	0,5260	0,5292
12	0,3	0,2	0,4971	0,4983	0,5004	0,5025	0,5045	0,5064	0,5081	0,5096
13	0,3	0,4	0,4933	0,4878	0,4838	0,4806	0,4779	0,4756	0,4737	0,4719
14	0,4	0,1	0,5016	0,5100	0,5185	0,5262	0,5331	0,5391	0,5445	0,5494
15	0,4	0,2	0,4997	0,5047	0,5100	0,5150	0,5193	0,5232	0,5268	0,5299
16	0,4	0,3	0,4978	0,4994	0,5016	0,5038	0,5058	0,5077	0,5093	0,5108

ATSTUMO  $\eta_1$  KITIMO PRIKLAUSOMYBĖ NUO MEDŽIAGOS KONSTANTŲ $m_1, m_2$  IR  $\bar{e}$   $K = 1,2$ 

Nr.	$m_1$	$m_2$	$\bar{e}$							
			2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,1	0,1	0,4887	0,4825	0,4794	0,4775	0,4762	0,4753	0,4747	0,4742
2	0,2	0,2	0,4900	0,4848	0,4823	0,4807	0,4798	0,4791	0,4786	0,4782
3	0,3	0,3	0,4914	0,4870	0,4850	0,4838	0,4830	0,4825	0,4821	0,4819
4	0,4	0,4	0,4927	0,4892	0,4875	0,4866	0,4861	0,4857	0,4854	0,4852
5	0,1	0,2	0,4874	0,4782	0,4721	0,4676	0,4640	0,4611	0,4586	0,4563
6	0,1	0,3	0,4861	0,4740	0,4651	0,4580	0,4522	0,4473	0,4430	0,4392
7	0,1	0,4	0,4848	0,4698	0,4581	0,4487	0,4408	0,4340	0,4282	0,4229
8	0,2	0,1	0,4913	0,4892	0,4896	0,4907	0,4921	0,4935	0,4949	0,4963
9	0,2	0,3	0,4887	0,4805	0,4751	0,4710	0,4677	0,4651	0,4627	0,4607
10	0,2	0,4	0,4874	0,4763	0,4680	0,4615	0,4561	0,4515	0,4475	0,4440
11	0,3	0,1	0,4940	0,4957	0,4996	0,5037	0,5076	0,5112	0,5146	0,5177
12	0,3	0,2	0,4927	0,4914	0,4922	0,4936	0,4952	0,4967	0,4982	0,4996
13	0,3	0,4	0,4901	0,4828	0,4779	0,4742	0,4712	0,4687	0,4666	0,4648
14	0,4	0,1	0,4967	0,5022	0,5094	0,5163	0,5226	0,5283	0,5335	0,5382
15	0,4	0,2	0,4953	0,4978	0,5020	0,5062	0,5102	0,5138	0,5171	0,5201
16	0,4	0,3	0,4940	0,4935	0,4947	0,4963	0,4980	0,4996	0,5011	0,5024



SANTYKINIO LENKIMO MOMENTO PRIKLAUSOMYBĖS NUO DEFORMACIJOS IR  
MEDŽIAGOS KONSTANTŲ  $m_1$ ,  $m_2$  KAI  $K = 1,0$

Nr.	$m_1$	$m_2$	$\bar{e}$							
			2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,1	0,1	1,5344	1,7003	1,7867	1,8441	1,8874	1,9223	1,9519	1,9775
2	0,2	0,2	1,5770	1,8034	1,9434	2,0475	2,1319	2,2037	2,2667	2,3229
3	0,3	0,3	1,6217	1,9149	2,1169	2,2772	2,4126	2,5312	2,6376	2,7344
4	0,4	0,4	1,6684	2,0354	2,3093	2,5368	2,7351	2,9129	3,0752	3,2252
5	0,1	0,2	1,5552	1,7497	1,8607	1,9391	2,0006	2,0515	2,0954	2,1340
6	0,1	0,3	1,5759	1,7987	1,9337	2,0324	2,1114	2,1778	2,2353	2,2864
7	0,1	0,4	1,5967	1,8470	2,0054	2,1236	2,2192	2,3001	2,3705	2,4331
8	0,2	0,1	1,5552	1,7497	1,8607	1,9391	2,0006	2,0515	2,0954	2,1340
9	0,2	0,3	1,5988	1,8568	2,0254	2,1549	2,2619	2,3543	2,4361	2,5098
10	0,2	0,4	1,6206	1,910	2,1065	2,2607	2,3898	2,5021	2,6021	2,6927
11	0,3	0,1	1,5760	1,7987	1,9337	2,0324	2,1114	2,1777	2,2353	2,2864
12	0,3	0,2	1,5988	1,8568	2,0254	2,1525	2,2620	2,3543	2,4361	2,5098
13	0,3	0,4	1,6445	1,9726	2,2080	2,3986	2,5622	2,7070	2,8378	2,9578
14	0,4	0,1	1,5967	1,8470	2,0054	2,1236	2,2192	2,3001	2,3705	2,4331
15	0,4	0,2	1,6206	1,9098	2,1065	2,2607	2,3898	2,5021	2,6021	2,6927
16	0,4	0,3	1,6445	1,9726	2,2079	2,3986	2,5622	2,7070	2,8378	2,9577

SANTYKINIO LENKIMO MOMENTO PRIKLAUSOMYBĖS NUO DEFORMACIJOS IR  
MEDŽIAGOS KONSTANTŲ  $m_1$ ,  $m_2$  KAI  $K = 1,1$

Nr.	$m_1$	$m_2$	$\bar{e}$							
			2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,1	0,1	1,5813	1,7646	1,8585	1,9203	1,9664	2,0035	2,0346	2,0616
2	0,2	0,2	1,6204	1,8645	2,0133	2,1230	2,2115	2,2866	2,3523	2,4110
3	0,3	0,3	1,6611	1,9720	2,1839	2,3509	2,4917	2,6148	2,7250	2,8253
4	0,4	0,4	1,7035	2,0879	2,3722	2,6074	2,8121	2,9955	3,1627	3,3172
5	0,1	0,2	1,5968	1,8063	1,9238	2,0058	2,0696	2,1224	2,1676	2,2074
6	0,1	0,3	1,6122	1,8476	1,9880	2,0897	2,1705	2,2382	2,2969	2,3488
7	0,1	0,4	1,6276	1,8885	2,0511	2,1716	2,2686	2,3504	2,4160	2,4848
8	0,2	0,1	1,6041	1,8189	1,9399	2,0247	2,0907	2,1453	2,1922	2,2334
9	0,2	0,3	1,6366	1,9099	2,0859	2,2202	2,3308	2,4260	2,5101	2,5859
10	0,2	0,4	1,6528	1,9549	2,1577	2,3158	2,4478	2,5624	2,6643	2,7565
11	0,3	0,1	1,6268	1,8728	2,0203	2,1276	2,2129	2,2845	2,3466	2,4015
12	0,3	0,2	1,6439	1,9225	2,1023	2,2395	2,3526	2,4499	2,5359	2,6134
13	0,3	0,4	1,6782	2,0213	2,2649	2,4614	2,6295	2,7781	2,9122	3,0351
14	0,4	0,1	1,6495	1,9262	2,0996	2,2285	2,3324	2,4201	2,4964	2,5642
15	0,4	0,2	1,6675	1,9801	2,1905	2,3546	2,4917	2,6107	2,7166	2,8124
16	0,4	0,3	1,6855	2,0341	2,2815	2,4812	2,6520	2,8030	2,9393	3,0643

SANTYKINIO LENKIMO MOMENTO PRIKLAUSOMYBĖS NUO DEFORMACIJOS IR  
MEDŽIAGOS KONSTANTŲ  $m_1$ ,  $m_2$  KAI  $K = 1,2$

Nr.	$m_1$	$m_2$	$\bar{e}$							
			2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,1	0,1	1,6199	1,8214	1,9232	1,9893	2,0384	2,0775	2,1103	2,1387
2	0,2	0,2	1,6561	1,9186	2,0764	2,1970	2,2843	2,3626	2,4310	2,4919
3	0,3	0,3	1,6936	2,0228	2,2445	2,4182	2,5641	2,6914	2,8053	2,9089
4	0,4	0,4	1,7326	2,1346	2,4292	2,6719	2,8827	3,0712	3,2431	3,4019
5	0,1	0,2	1,6309	1,8563	1,9804	2,0662	2,1324	2,1869	2,2335	2,2744
6	0,1	0,3	1,6420	1,8909	2,0368	2,1415	2,2242	2,2932	2,3529	2,4056
7	0,1	0,4	1,6530	1,9252	2,0922	2,2150	2,3133	2,3961	2,4680	2,5317
8	0,2	0,1	1,6443	1,8802	2,0115	2,1027	2,1733	2,2315	2,2813	2,3251
9	0,2	0,3	1,6678	1,9568	2,1405	2,2795	2,3935	2,4914	2,5778	2,6555
10	0,2	0,4	1,6795	1,9947	2,2038	2,3658	2,5006	2,6173	2,7210	2,8148
11	0,3	0,1	1,6689	1,9387	2,0991	2,2148	2,3066	2,3833	2,4497	2,5084
12	0,3	0,2	1,6812	1,9809	2,1720	2,3169	2,4358	2,5379	2,6280	2,7091
13	0,3	0,4	1,7060	2,0646	2,3164	2,5184	2,6909	2,8430	2,9803	3,1060
14	0,4	0,1	1,6934	1,9969	2,1857	2,325	2,4373	2,5317	2,6138	2,6867
15	0,4	0,2	1,7064	2,0429	2,2671	2,4409	2,5857	2,7112	2,8227	2,9235
16	0,4	0,3	1,7195	2,0888	2,3483	2,5567	2,7345	2,8914	3,0330	3,1627