Vilniaus universiteto

Filologijos fakulteto

Klasikinės filologijos katedra

Vasarė Butkutė

Aristotelio matematikos filosofija „Metafizikos“ M–N knygose

Klasikinių studijų magistrantūros studijų programa

Magistro darbas

Darbo vadovas: dr. Vilius Bartninkas

Vilnius

2023

Turinys

Įvadas

Darbo problema. Aristotelis, kaip ir Platonas, matematinių objektų egzistavimo klausimu yra realistas – jam tai nėra žmonių išgalvotos fikcijos (*Met.* M.1, 1076a32–37). Tačiau platoniškame fone Aristoteliui iššūkiu tampa tiksliai apibrėžti jų egzistencijos modusą; savo ruožtu mokslininkams iššūkis yra paaiškinti jo siūlomą alternatyvą, kuri turėtų sieti matematinius objektus su empiriniu pasauliu aplinkui. Skaitant *Metafizikos* M ir N knygas, kuriose koncentruotai vystoma diskusija matematiniais klausimais, negatyvi Aristotelio pozicija nekelia abejonių: matematiniai objektai negali būti atskiri, savarankiški esiniai nuo juslinių, kokius postuluoja platonikai ir pitagorikai. Jo teigimu, matematikai svarsto juslinius objektus, tačiau ne *kaip* juslinius (M.3, 1077b17–22). Šios mįslingos frazės aiškinimas tampa dar labiau komplikuotas, nes jį reikia pritaikyti dviejų tuo metu Antikoje vyravusių matematinių disciplinų – geometrijos ir aritmetikos – kontekste. Tenka pastebėti, kad nors apskritai Aristotelio matematikos filosofijos ištirtumas, lyginant su kitomis jo filosofijos temomis, yra gana menkas, tai ypatingai galioja aritmetikos filosofijai. Literatūros kiekis, aptariantis geometrijos filosofiją, kur kas gausesnis, greičiausiai dėl gerokai dažniau pasitaikančių geometrinių pavyzdžių, kurie leidžia pažvelgti į Aristotelio teorijos praktinį taikymą, ir per tai geriau suprasti konceptualinį jo mąstymą. Negana to, teigiama, kad aristotelinė skaičiaus teorija yra mažiau sėkminga (Annas 1976, 31; Lear 1982, 183), nes, viena vertus, dalį prielaidų yra paneigusi šiuolaikinė matematikos filosofija, kita vertus, pati teorija yra nekoherentiška, kadangi bandant teiginius apie matematinių objektų ontologinį statusą pritaikyti skaičiui, susiduriama su neišsprendžiamais nenuoseklumais. Žinoma, problemas bandoma spręsti, tačiau konsensusas, kaip reikėtų suprasti aristotelinę skaičiaus būtį, vis dar nėra nusistovėjęs.

Darbo aktualumas. Paprastai skambantį klausimą „kas yra skaičius?“ komplikuoja tai, kad aristotelinėje metafizikoje mąstymas apie skaičius pasirodo kaip dvipakopis, ir problemiška yra ne vien pati kiekvienos pakopos samprata, o ir jų sąsaja. Pirmiausiai skaičiai suvokiami kaip kiekį nusakantys atributai, tačiau nėra tiksliai aišku, kaip jie, kaip išreiškiantys daugį, gali priklausyti individualioms juslinėms substancijoms. Antra, matematikas visgi svarsto skaičius ne kaip su jusliniais objektais susijusius predikatus, nes, pretenduodamas į universalumą – esminę matematikos ypatybę, – jis turi operuoti kažkuo, kas abstraktu. Tačiau konsensuso, kas yra šios abstrakcijos – universalizuoti atributai, substancijos, fikcijos ar kas kita – vėlgi nėra. Galiausiai, jei Aristotelis nenori postuluoti ontologiškai nepriklausomų skaičių, reikia paaiškinti būdą, kaip nuo vieno skaičiaus lygmens pereinama prie kito, tačiau to neįmanoma padaryti neapsibrėžus, kaip skaičiai funkcionuoja. Taigi, kalbant apie Aristotelio aritmetikos filosofiją, savaime aktualus tebėra ne vien izoliuotas keleto problemų, į kurias kol kas nepateikta neginčytinų interpretacijų, aptarimas – siekiant pateikti nuoseklią Aristotelio skaičiaus teoriją, reikalinga būtent sisteminė šių problemų, kaip susijusių tarpusavyje, analizė.

Darbo naujumas. Kaip galima suprasti, Aristotelio aritmetikos filosofijos problemiškumas yra keliasluoksnis, ir būtent tai itin apsunkina galimą pilnavertę rekonstrukciją. Dėl to tyrimai, kurių ir taip nėra daug, esti gana fragmentiški, apsiribojantys kuriuo nors vienu iš klausimų, netampantys platesniu užmoju vykdyti tolesnį tyrimą ir galiausiai savitus klausimų sprendimus apjungti į nuoseklią aritmetikos teoriją. Tokią padėtį galima laikyti suprantama, turint omenyje, kad net atskirais klausimais paradigminės interpretacijos nėra susiklosčiusios. Taigi, šiame Aristotelio aritmetikos tyrimų kontekste iš esmės bet kuri iniciatyva, siekianti permąstyti kurį nors iš Aristotelio teorijos keblumų, turėtų būti laikytina kaip įnešanti naujumą į nedidelį ir fragmentuotą lauką. Tačiau šito darbo projektas numato minimą gerokai sudėtingesnį uždavinį – sistemišką rekonstrukciją, kurios spraga taip stipriai jaučiama ligšioliniame diskurse.

Tyrimo metodika. Kaip taikliai pastebi Hussey (1991, 113), kiekviena Aristotelio matematikos filosofijos interpretacija turi prasidėti nuo fundamentalaus suvokimo, kad M–N knygose randama informacija yra nepakankama – manantys kitaip anksčiau ar vėliau susidurs su šių knygų viduje neišsprendžiamais klausimais. Dėl šios priežasties rekonstrukcija turės išeiti ne vien už M–N knygų, tačiau ir apskritai už *Metafizikos* ribų – siekiant sistemiško aiškinimo, neišvengiamai reikia apjungti keletą Aristotelio metafizikos, epistemologijos ir fizikos temų, sąvokų ir problemų bei paaiškinti jų sąsajas su matematikos teorija; tokiai užduočiai ypatingai svarbūs veikalai yra *Fizika, Apie sielą, Kategorijos*, taip pat, žinoma, ir likusi *Metafizika*. Taigi, šių darbų rėmuose bus atliekama hermeneutinė interpretacija, kartu taikant atidų skaitymą relevantiškų ištraukų atžvilgiu.

Literatūros apžvalga. Nuoseklesnio susidomėjimo Aristotelio matematikos filosofija atskaitos tašku galima laikyti Annas (1976) parengtą M–N knygų vertimą, komentarus ir įvadą. Sulig šiuo darbu galima fiksuoti ir įsivyravusį Aristotelio gretinimą su Frege, kuris, bent kelių mokslininkų manymu, paneigė skaičių kaip objektams priklausančių predikatų supratimą. Annas (1976) ir Lear (1982) teigimu, dėl to Aristotelio teorija yra iš esmės defektyvi; Mignucci (1987) visgi bando pateikti Aristotelį kaip anticipuojantį fregiškas mintis, ir mano, kad jis skaičius laiko rūšims pritaikomais universaliais predikatais. Savo ruožtu Pappas (2018) ir Katz (2022) argumentuoja tiek prieš fregišką poziciją, tiek prieš jos sugretinimą su aristoteline. Savo darbu Mignucci pradeda plėtoti ir vieną iš Aristotelio aritmetikos filosofijos interpretacijų, anot kurios skaičiai yra universalizuoti atributai – analogijos būdu lyginant skirtingas to paties skaičiaus skaitines grupes išgaunamos jų rūšys. Su nežymiomis variacijomis tokiai pozicijai atstovauja Halper (1989), Distelzweig (2013) ir Katz (2022). Kita interpretacinė atšaka, kuriai pamatus padėjo Gaukroger (1980; 1982) skaičius laiko hilomorfinėmis kvazi–substancijomis – taip mano Bostock (1994), Cleary (1995), Galluzzo (2018).

Įdomesnis atvejis yra Pappas (2018) disertacija, kurioje pirmiausiai skaičiai pasirodo kaip universalizuoti atributai, tačiau svarstant jų vientisumo klausimą – kaip hilomorfiniai; galiausiai išvadose pats Pappas ir teigia esant šias dvi sampratas, kurias neaišku, kaip suderinti. Kadangi šiame darbe bus plėtojama anti–fregiška, substancinė skaičių interpretacija, nemažai remiamasi Gaukroger, Galluzzo darbais; su Katz (2017; 2021; 2022) daugiau polemizuojama, tačiau kai kurie jos pastebėjimai pasirodo kaip itin vertingi. Panašiai ir su Pappas – savo vystomą metafizinio matematinių objektų statuso teoriją jis galiausiai pritaiko vien geometrijai, tačiau šiame darbe ji tikslingai atsiskleidžia ir aritmetikos kontekste. Lietuvoje kaip vienintelį darbą, kiek prisiliečiantį prie Aristotelio matematikos filosofijos, galima paminėti Petuškos (2020) disertaciją – šiame Platono filosofijos problemų tyrime šiek tiek dėmesio skiriama aptarti ir Aristotelio kritiką platoniškam matematikos objektų suvokimui.

Darbo tikslas ir tezė. Šiuo magistro darbu siekiama lokalizuoti skaičiaus būvį aristotelinėje ontologinėje sąrangoje. Ginama tezė, kad *skaičiai yra mentalinės substancijos, tikrovėje egzistuojančios tik potencialiai.* Tikslo bus siekiama įgyvendinant šiuos išsikeltus uždavinius: 1) įrodant, kad, *contra* Frege, skaičiai gali būti suprantami kaip predikatai, pritaikomi būtent objektų atžvilgiu, ir šitokios pozicijos laikosi taip pat ir Aristotelis, kadangi objektai yra vienetai, kurie yra skaičiuojami; 2) apibrėžiant, kad Aristotelio siūlymas skaičius kaip predikatus svarstyti tarsi „atskirus“ nurodo į substancinio statuso postulavimą; 3) paaiškinant, kaip šis postulavimas vyksta, kuomet skaičiai iš potencialios būties tikrovėje prote aktualiai pasirodo kaip įmaterintos, skaičių kaip tokį steigiančios formos.

1. Pirmoji skaičiaus reikšmė: skaičius kaip tai, kas skaičiuojama ir skaičiuotina

1.1 Fregiško diskurso nepagrįstumas

Galima pastebėti, kad ilgą diskusija apie Aristotelio aritmetikos filosofiją buvo paveikta G. Fregės teorijos. Įdomu, kad jo teorijai apie skaičiaus prigimtį mokslininkai pritardavo nekvestionuodami ir priimdavo tarsi savaimę suprantamą, naudodami kaip savotišką rėmą interpretuojant aristotelinę skaičiaus sampratą, teigdami, kad arba Fregės teorija pralenkia aristotelinę, arba kaip tik bandydami pastarąją pateikti kaip numatančią fregiškąją.[1] Pamatinė Fregės idėja numato, kad skaičių kaip predikatų funkcionavimas yra toks nepanašus į kitų atributų, kurie pripažįstami objektų savybėmis, kad skaičius negali būti objekto atributu. Esminiai skirtumai tarp skaičiaus ir, pavyzdžiui, spalvinio atributo yra du. Pirma, skiriasi predikato priskyrimas: apibūdinimai „medis turi 1000 lapų“ ir „medis turi žalius lapus“ yra skirtingi, nes žalia spalva gali būti priskirta kiekvienam lapui, tačiau skaičius 1000 – ne, jis taikomas visumai. Antra, priskyrimas yra arbitralus: medžio lapai yra žali nepriklausomai nuo kieno nors pasirinkimo, tačiau *Iliada* gali būti mąstoma kaip 1 poema, 24 knygos arba 15,693 eilutės (Frege 1980, 27–29). Kadangi priskyrimo loginė forma skiriasi, Fregės daro išvadą, kad teiginio apie skaičių turinys yra sprendinys ne apie objektą, bet apie konceptą – skaičiai yra antro lygio predikatai. Tai aiškiausia kalbant apie 0. Jei būtų sakoma, kad „Venera turi 0 palydovų“, juk tai reikštų, kad neegzistuoja joks palydovas ar grupė palydovų, kad būtų galima apie juos ką nors teigti; tačiau jeigu 0 kaip savybė priskiriama konceptui „Veneros palydovas“, tuomet tai reiškia, kad po šiuo konceptu nieko nėra. Kitas pavyzdys – jei sakoma, kad „Karaliaus karieta traukiama keturių žirgų“, tai reiškia, kad skaičius 4 priskiriamas konceptui „žirgas, traukiantis karaliaus karietą“ (*ibid*., 59). Prieš klausiant, kuriai stovyklai – fregiškai ar anti–fregiškai – priklauso Aristotelio aritmetikos filosofija, ir jei pastarajai – ar jo poziciją galima laikyti įtikinančia, reikėtų išsiaiškinti, ar šių dviejų filosofų gretinimas apskritai yra prasmingas siekiant geriau suprasti Aristotelio teoriją: jei Fregės argumentus prieš skaičius kaip objektų predikatus įmanoma atremti, tuomet sunku pagrįsti jos postulavimą kaip objektyvaus mato.

Pirmasis aprašytas skirtumas tarp skaičių ir kitų predikatų atsiremia į esminę Fregės mąstymo prielaidą, kad joks pasakymas negali nurodyti daugiau nei į vieną dalyką vienu metu. Dėl šios

[1] Annas (1976, 31–33; 37–38; 40–41) teigimu, Aristotelio teorija niekaip negali atremti Fregės kritikos; Lear (1982, 183) savo straipsnyje apibendrina, kad nors Aristotelio geometrijos filosofija yra tikėtina, pagrindinė kliūtis, užkertanti kelią jam pateikti ir sėkmingą skaičiaus teoriją – klaidingas (anti–fregiškas) manymas, kad skaičius yra objekto savybė. Mignucci samprotavimas įdomus tuo, kad pradinė fragmentų analizė jį atveda prie išvados, jog Aristoteliui skaičius turėtų būti objektų predikatas (1987, 187–88), tačiau, anot Mignucci, po Fregės sunku mąstyti apie tokią galimybę. Dėl to tolesniais straipsnio argumentais jis sukonstruoja teiginį, kad skaičiai – tai rūšinių konceptų predikatai (*ibid*., 193).

priežasties Fregė perkonstruoja objekto, į kurį nurodo daugį žymintys kolektyviniai predikatai, sampratą[2] (Oliver, Smiley 2013, 20–22; 71–71). Kadangi distribucinių predikatų tipas yra susietas su kiekvienu objektų grupės individu, todėl ir galima sakyti, kad tai yra objektų predikatai – fundamentaliai jie nurodo į atskirus vienetus, tiesiog šie vienetai duotuoju atveju yra visumą steigiančioje konjunkcijoje. Savo ruožtu kolektyviniai predikatai galioja tik nedalomai visumai – į nuo visumos atskirtus objektus jie nenurodo. Todėl Fregė perkonstruoja tokių predikatų objektą: pasak jo, jie nurodo ne į objektų visumą, o į šią visumą žymintį konceptą (*ibid.*). Kodėl šiuo atveju skaičiai negali būti objektų visumos savybės? Tokios pozicijos, kad skaičiai žymi objektų aglomeracijas (sudėtines visumas, kurias galima išskaidyti į dalis), laikėsi J. S. Millis, kurį savo veikale cituoja ir Fregė (1980, 28–30). Fregė jam atsako minėta antra pastaba ir *Iliados* pavyzdžiu: skaičiai visumą, kurią sudaro dalys, apibūdina ne vienu būdu, nes aglomeracijos gali būti išskaidytos įvairiais būdais. Tačiau skirtingi tos pačios rūšies predikatai negali galioti tam pačiam objektui – negali būti, kad koks nors vienas objektas yra ir žalias, ir raudonas tuo pačiu metu, o jeigu toks teiginys įmanomas, tai reiškia, kad objektas nurodytas ne iki galo teisingai (*ibid.*). Taigi, jeigu laikoma, kad *Iliada* yra 24 knygos, tuomet ji negali būti ir 15,693 eilutės. Tačiau, jeigu fregiškai skaičius 24 būtų priskirtas konceptui „*Iliados* knygos“, klaidos nebūtų, nes tai yra atskiras konceptas nuo „*Iliados* eilutės“, o kiekvienas konceptas objektyviai apibrėžia sau priklausantį skaičių.

Gindamas idėją, kad visgi pats objektas apibrėžia reikalaujamą skaičių, ir šis negali būti priskirtas arbitraliai, McDaniel atkrepia dėmesį, kad Fregė ištrina skirtį tarp objekto sudedamųjų dalių ir jo tapatybės (2013, 217–18). *Iliada* kaip tokia yra vienas objektas, ir joks kitas skaičius jai negali būti pritaikytas. Taip, tiesa ir tai, kad ji sudaryta iš atitinkamo kiekio knygų ir eilučių, tačiau niekas nepasakytų, kad jei *Iliada* suskirstyta į 24 knygas, tuomet ji pati yra 24. O net jei laikytumėmės teorijos, kad kompozicija ir steigia tapatybę, tai nereiškia, kad objektas kaip vienis ir daugis negali būti tapatu – skaičių kaip predikatų specifinė ypatybė yra ta, kad jie neturi priešybių.[3] Tokiu atveju gali būti, kad konceptai bus pasitelkti vardan aiškumo, tačiau iš to neplaukia, kad skaičius bus sprendinys apie konceptą. Pavyzdžiui, paklaustas, kiek esamoje kortų malkoje yra *jų*, žmogus greičiausiai atsakys 54, galvodamas apie kortas. Tačiau pasakius, kad tai – neteisingas atsakymas, jis greičiausiai sutriks, ir reikės patikslinti, ką tiksliai klausime reiškė „jų“ (tarkime, galbūt tai nurodė į kortų rūšis – tuomet atsakymas būtų 4) (*ibid.*). Be abejo, ši diskusija, ar skaičiai kaip kolektyviniai

[2] Distribuciniu predikatu vadinamas toks predikatas, kuris galioja objektų grupei tik tokiu atveju, jei galioja kiekvienam iš jų individualiai. Pavyzdžiui, teiginyje „medžio lapai yra žali“ – predikatas yra distribucinis, nes kiekvienas medžio lapas yra žalias. Kolektyviniai predikatai kaip tik galioja objektų visumai, tačiau ne individualiai – pavyzdžiui, taip yra teiginyje „Kastoras ir Polideukas buvo dvyniai“.

[3] Į tai dėmesį atkreipia ir Aristotelis (*Cat.* 5, 3b25–33; 6, 5b12–14).

predikatai yra pirmo ar antro lygio, yra besitęsianti[4], tad šiuokart nepretenduojama daryti galutinės išvados, kad Fregės teorija – visiškai neteisinga. Tačiau svarbu parodyti, kad ji tikrai nėra nekvestionuotina. Tiesa, gretinimas ar lyginimas nėra neprasmingas, nes ši teorija kelia aktualius klausimus – tačiau nėra pagrindo jos laikyti objektyviu matu. Net jei Aristotelio skaičiaus teorija yra fregiška, šitai savaime nesuponuoja teisingumo, ir dėl to nesvarbu, Aristotelis skaičius laikė objektų ar konceptų predikatais, o galbūt apskritai ne predikatais – bet kurios pozicijos įtikimumą reikia nepriklausomai pagrįsti.

1.2 Skaičius kaip objektų grupių predikatas

Fizikoje, kalbėdamas apie laiką, Aristotelis išryškina dvi skaičiaus reikšmes:

Tačiau, kadangi skaičius turi dvejopą reikšmę (mat vadiname skaičiumi tiek tai, kas skaičiuojama ir skaičiuotina, tiek tai, kuo skaičiuojame), laikas yra tai, kas skaičiuojama, o ne tai, kuo skaičiuojame. Juk skirtingi dalykai yra tai, kuo skaičiuojame, ir kas skaičiuojama.[5] (*Phys.* Δ.11, 219b6–8)

Netrukus jis pateikia patikslinantį pavyzdį:

Išties, šimto žirgų ir šimto žmonių skaičius yra vienas ir tas pats, tačiau tai, kieno skaičius yra, yra skirtinga – žirgai skiriasi nuo žmonių.[6] (Δ.12, 220b11–12)

Kaip pažymi Pappas (2018, 141), pirmoji reikšmė atspindi tuometinį skaičiaus (ἀριθμός) suvokimą kaip vienetų daugį. Atlikęs sąvokos ἀριθμός vartojimo analizę tiek poetų, tiek filosofų veikaluose nuo Homero iki Euklido, Pritchard apibendrina, kad skaičius nurodė į tai, kas gali būti suskaičiuota: ἀριθμός reikia suprasti kaip daugybę (kažko), kaip komplektą arba rinkinį – ryšys tarp skaičiaus ir jo vienetų yra toks pat kaip tarp krūvos smėlio ir toje krūvoje esančių smilčių (1995, 25–31). Tokį apibrėžimą pateikia ir Aristotelis, įvardindamas skaičių kaip „vienetų daugį“ (πλῆθος μονάδων, *Met.* I.1, 1053a30) arba „daugį to, kas nedaloma“ (πλῆθος ἀδιαιρέτων, M.9, 1085b22).

[4] Daugiau apie tai žr. McDaniel 2013, 218.

[5] ἐπεὶ δ᾽ ἀριθμός ἐστι διχῶς (καὶ γὰρ τὸ ἀριθμούμενον καὶ τὸ ἀριθμητὸν ἀριθμὸν λέγομεν, καὶ ᾧ ἀριθμοῦμεν), ὁ δὲ (dė) χρόνος ἐστὶ τὸ ἀριθμούμενον καὶ οὐχ ᾧ ἀριθμοῦμεν. ἔστι δ᾽ ἕτερον ᾧ ἀριθμοῦμεν καὶ τὸ ἀριθμούμενον. Čia ir toliau, visi vertimai atlikti darbo autorės.

[6] ἔστι δὲ ὁ ἀριθμὸς εἷς μὲν καὶ ὁ αὐτὸς ὁ τῶν ἑκατὸν ἵππων καὶ ὁ τῶν ἑκατὸν ἀνθρώπων, ὧν δ᾽ ἀριθμὸς ἕτερα, οἱ ἵπποι τῶν ἀνθρώπων.

Tokią graikišką sampratą svarbu atskirti nuo po–renesansinės, kuri yra gerokai abstraktesnė ir numato nebe vienetų kiekį (*quantum*), bet kiekį kaip tokį (*quantitas*). Iš esmės tai reiškia, kad skaičius iš koncepto, išreiškiančio empirinėje realybėje aptinkamų vienetų rinkinių tipus, tampa tam tikra prasme „savarankiška“ simboline konstrukcija, nurodančia dydžio skaitines savybes *per se,* nepriklausančias nuo patyrimo; nekalbant apie tai, kad į tokių skaičių sampratą įeina ne vien natūralieji, tačiau ir realieji, neigiamieji ir kt. skaičiai. Tai vainikuoja algebrinis mąstymas – jame naudojami simboliai net nebesusiję su konkrečiomis galimomis dydžių skaitinėmis savybėmis, tačiau žymi skaitines savybes, galiojančias visiems skaičiams, kaip tokias, tarsi tai būtų dar abstraktesnės savarankiškos esatys (Pritchard 1995, 41–42). Jei šios skirties tarp ἀριθμός ir šiuolaikinio skaičiaus sampratų nepaisoma, anachronistiniais argumentais Aristotelį lengva neteisingai apkaltinti nenuoseklumu. Tačiau abstraktaus skaičiaus suvokimo graikai paprasčiausiai neturėjo – skaičius jiems visuomet buvo *kažko* skaičius, kažkokio vienetų rinkinio. Tai pabrėžia ir pats Aristotelis: „Skaičius, kas jis bebūtų, visuomet yra kieno nors – ar ugnies, ar žemės, ar vienetų.“[7] (*Met.* N.5, 1092b19–20)

Verta aiškiau apsibrėžti ir „daugio“ (πλῆθος) bei „vieneto“ (μόνας) sąvokas. Castelli (2018, 97) pastebi, kad πλῆθος apima ne vien aktualiai esančius diskrečius dydžius, tačiau ir tai, kas potencialiai gali būti į juos padalinta. Vadinasi, dėl savo dalumo ypatybės daugiu gali būti ir tolydūs dydžiai (*Met.* Δ.13, 1020a10–11; I.3, 1054a22–23). Žinoma, *savaime* tokie dydžiai nėra skaičiavimo objektai – tačiau jie gali jais tapti, jei imami traktuoti kaip diskretus daugis pritaikant matą, ir taip tolydų dydį suskaldant. Tarkime, tolydus dydis yra vanduo. Tačiau, jei išmatavus jį litrais paaiškėja, kad turime 10 litrų, vanduo tampa suskaidytas į 10 diskrečių vienetų. Aristotelis pažymi, kad daugis (kaip diskretūs vienetai) yra būtent tai, kas konstituoja skaičiaus giminę (*APo.* I.22, 84a17; *Met.* I.6, 1057a2–3). Ir kadangi vienetą jis įvardija kaip matą (*Met.* I.1, 1052b32–33; I.6, 1057a3–4), dėl to „skaičius išreiškia išmatuotą daugį ir matų daugį“[8] (N.1, 1088a5–6) Kitaip tariant, vienetas kaip matas tampa pamatiniu skaičiaus principu – neturint mato nebūtų įmanoma gauti skaičiaus. Praktinį tokios idėjos taikymą Aristotelis pateikia *Metafizikos N* knygoje:

Matas visiems turi būti pritaikomas visuomet koks nors vienas: tarkime, jei yra žirgai – matas yra žirgas, jei žmonės – žmogus. Jei yra žmogus, žirgas ir dievas, tuomet matas galbūt bus gyva būtybė, ir jų skaičius – gyvų būtybių skaičius. Jei yra žmogus, baltas ir vaikštantis, tai vargiai turės

[7] ἀεὶ ὁ ἀριθμὸς ὅς ἂν ᾖ τινῶν ἐστιν, ἢ πύρινος ἢ γήϊνος ἢ μοναδικός.
[8] ὁ ἀριθμὸς ὅτι πλῆθος μεμετρημένον καὶ πλῆθος μέτρων.

skaičių, nes kiekvienas priklauso tam pačiam ir skaitiškai vienam dalykui; nepaisant to, jų skaičius bus giminių skaičius, ar kokio nors kito skirstymo kaip šis.[9] (N.1, 1088a8–14)

Pirmiems dviem objektų rinkiniams kaip matą nesunku pasirinkti aristotelinę kategoriją: jei turime daug žirgų kaip atskirų vienetų, tuomet galima juos suskaičiuoti kaip vienos rūšies atstovus; jei turime žmogų, žirgą ir dievą, tuomet galima pritaikyti giminės kategoriją. Trečias rinkinys (žmogus, baltas ir vaikštantis) sudėtingesnis, nes jame esantys vienetai priklauso skirtingoms kategorijoms, nors Aristotelio siūlymu galbūt tuomet bendras matas ir galėtų būti kategorija kaip tokia. Iš šios ištraukos aišku, kad skaičiavimas suponuoja bendrą susitarimą, kokį konceptą žymės skaičiavimo vienetas. Tačiau tai nebūtinai reiškia, kad skaičius yra konceptų predikatas. Anot Pappas (2018, 144), Aristotelis savo mato idėja nori pabrėžti skaičiaus reikšmę kaip to, *kas* yra skaičiuojama – dėl to greičiau būtų galima sakyti, kad tai konceptas pritaikomas skaičiui, o ne atvirkščiai. Tarkime, esamų žirgų skaičių galima detalizuoti arba išvardijant juos vieną po kito, *arba* identifikuojant, kad esamas visuminis skaičius yra ne kieno kito, tačiau žirgų koncepto atvejis. Taigi, Aristoteliui skaitinis sprendinys kaip predikatas priskiriamas objektams, tiksliau – objektų grupėms. Tai dera su klasifikacija *Kategorijose* – skaičius patenka į atributinę kiekybės kategoriją (*Cat.* 6).

1.3 Dviguba skaičiaus būtis

Visgi skaičiaus objektų laikymas atributu susiduria su taip pat ir Fregės keliama problema, į kurią dėmesį atkreipia Halper (1989, 249–50): Aristotelio sistemoje atributai priklauso pirminėms substancijoms (t. y. paskiroms substancijoms kaip formos ir materijos junginiams). Kaip rašoma *Kategorijose*, viskas, išskyrus pačią substanciją, yra arba teigiama apie ją, arba yra joje. Teiginiai apie substanciją nurodo jos esmę, ir todėl kaip predikatus išreiškia antrines substancijas – individo rūšį ir giminę; kita teiginių grupė išreiškia atributus, žyminčius atsitiktines pirminės substancijos savybes (5, 2a12–b6). Aristotelis nevengia pakartotinai pabrėžti, kad šie predikatai visuomet susiję su konkrečia, skaitine prasme viena (ἓν ἀριθμῷ, 5, 4a10) substancija. Kaip minėta, tokia mąstymo prielaida, kad joks teiginys negali nurodyti daugiau nei į vieną dalyką vienu metu, rėmėsi ir Fregė. Tačiau, žinoma, grupė individualių substancijų yra daugis – kaip tuomet skaičius gali būti daugio predikatu?

[9] δεῖ δὲ ἀεὶ τὸ αὐτό τι ὑπάρχειν πᾶσι τὸ μέτρον, οἷον εἰ ἵπποι, τὸ μέτρον ἵππος, καὶ εἰ ἄνθρωποι, ἄνθρωπος. εἰ δ’ ἄνθρωπος καὶ ἵππος καὶ θεός, ζῷον ἴσως, καὶ ὁ ἀριθμὸς αὐτῶν ἔσται ζῷα. εἰ δ’ ἄνθρωπος καὶ λευκὸν καὶ βαδίζον, ἥκιστα μὲν ἀριθμὸς τούτων διὰ τὸ ταὐτῷ πάντα ὑπάρχειν καὶ ἑνὶ κατὰ ἀριθμόν, ὅμως δὲ γενῶν ἔσται ὁ ἀριθμὸς ὁ τούτων, ἤ τινος ἄλλης τοιαύτης προσηγορίας.

Sunku būtų suabejoti, kad Aristotelis šios problemos nereflektavo. Čia vėl iškyla klausimas dėl distribucinių ir kolektyvinių predikatų objektų skirties, o šios skirties geba suklaidinti buvo žinoma mažų mažiausiai nuo Platono laikų – apie ją Platonas kalba dialoge *Hipijas didysis*. Vykstančiame pokalbyje su Sokratu sofistas Hipijas teigia esant tik vienos rūšies predikatus – distribucinius. Įvardindamas daug pavyzdžių – jei jie su Sokratu abu būtų teisingi arba neteisingi, sveiki ar sužeisti, auksiniai ar sidabriniai ir t. t. – jis apibendrina, kad tai, kas galioja jiems abiem, taip pat galioja kiekvienam atskirai, ir tai, kas galioja kiekvienam, galioja abiem kartu (300e8–301b1; 302b1–3). Tačiau tuomet Sokratas priverčia Hipiją suglumti, pateikdamas pavyzdį su skaičiais: „Tačiau dabar jau teisingiau buvome tavęs išmokyti, kad jei abu esame du, tuomet ir kiekvienas iš mūsų būtinai yra du, o jei kiekvienas yra vienas, tai ir abu būtinai esame vienas.“[10] (301d9–e3) Įdomu, kad *Politikoje* Aristotelis atkreipia dėmesį į paties Platono dviprasmišką predikato „visi“, kuris yra skaitinis, ir gali būti suvokiamas tiek distributiškai, tiek kolektyviai, vartojimą: referuojama į vietą *Valstybėje*, kur, Sokrato teigimu, valstybės vienovę liudija tai, kad visi piliečiai apie tuos pačius dalykus sako „mano“ arba „ne mano“ (462c3–9). Panašu, kad Aristotelis daro nuolaidžią prielaidą, jog Platonas predikatą „visi“ vartoja distribuciškai – kiekvieno žmogaus manymas, kad viskas priklauso jam tiek pat, kiek ir visiems kitiems, t. y., kad viskas yra bendra, išties sustiprintų Sokrato kuriamą valstybę. Tačiau *Politikoje* pažymima, kad yra ir antra šio žodžio reikšmė – kolektyvi, – ir jos vartojimas reikštų, kad visi dalykai valstybėje yra bendri visų, tačiau iš esmės nei vieno, o tai niekaip neliudytų valstybės vienovės (II.1, 1261b16–34).

Atrodo, kad skaičius suteikia atskiriems vienetams tam tikrą kolektyvinę tapatybę, kurios kaip atskiri jie neturi – daugis tampa kažkuo vienu. Skaičiaus kaip vienijančio predikato hipotezę leidžia svarstyti Aristotelio pasikartojantis tvirtinimas, kad skaičius turi turėti kažką, dėl ko yra vientisas, kitaip jis būtų „tarsi krūva“ (οἶον σωρός, *Met*. H.3, 1044a3-5), t. y. jokios struktūros neturinčiu dariniu. Halper (1989, 256) pažymi, kad terminą „σωρός“ Aristotelis taiko jokio ontologinio statuso neturintiems dariniams – negatyviai apsibrėžiant, būti kažkuo reiškia nebūti σωρός. Tačiau tai formuoja problemą. Būdamas santykyje su konkrečiomis objektų grupėmis, skaičius yra kiekybinis atributas, o tai nurodo jo kaip atsitiktinio predikato statusą. Vadinasi, atsižvelgiant į aristotelinės metafizikos prielaidas, skaičius negali steigti esinių. Visgi prieš aptariant skaičiaus ontologines ypatybes, verta labiau detalizuoti jo būties modusą. Tai Aristotelis vėlgi išplečia kalbėdamas apie laiką, kadangi suskaičiuotas laikas tampa savotišku skaičiumi – jis yra sudarytas iš „dabarties“ momentų (τὸ νῦν), ir Aristotelis ne kartą pamini, kad laiko ir dabarties momentų santykis yra toks pat, kaip skaičiaus ir jo vienetų (Δ.11, 220a4; Δ.12, 221a13–15):

[10] νῦν δὲ παρὰ σοῦ ἤδη ἀνεδιδάχθημεν ὅτι εἰ μὲν δύο ἀμφότεροί ἐσμεν, δύο καὶ ἑκάτερον ἡμῶν ἀνάγκη εἶναι, εἰ δὲ εἷς ἑκάτερος, ἕνα καὶ ἀμφοτέρους ἀνάγκη.

Kyla klausimas, ar laikas egzistuotų, ar ne, jei nebūtų sielos; nes jei būtų neįmanoma, kad egzistuotų esinys, kuris skaičiuotų, taip pat būtų neįmanoma, kad egzistuotų kažkas, kas galėtų būti suskaičiuota – akivaizdu, kad tuomet nebūtų ir skaičiaus, nes skaičius yra arba tai, kas suskaičiuota, arba tai, kas gali būti suskaičiuota. O jei niekas kitas negali skaičiuoti kaip tik siela – siela kaip protas – neįmanoma, kad egzistuotų laikas neegzistuojant sąmonei, nebent kaip toks dalykas, kurio būtis yra tai, kas laikas yra, kaip kad jei būtų įmanoma kismui egzistuoti be sąmonės. Nes tai, kas yra prieš, ir kas yra po, susiję su kismu, ir šitai kaip tai, kas suskaičiuota, yra laikas.[11] (*Phys.* Δ.14, 223a22–29)

Mignucci (1987, 184–86) atkreipia dėmesį į svarbų niuansą: Aristotelis neteigia, kad jei nebūtų skaičiuojančiojo, *neegzistuotų* ir skaičiuotini dalykai – jis teigia, kad jei būtų neįmanoma, kad kažkas skaičiuotų, tuomet būtų ir neįmanoma, kad egzistuotų dalykai, kurie būtų *skaičiuotini*. Kitaip tariant, žmogaus protas nesteigia dalykų kaip tokių ontologinio būvio – tačiau jis įgalina jų ypatybę būti skaičiuojamais. Vadinasi, santykyje su protu skaičiai – kaip įvairūs dalykai, kurie *gali* būti, tačiau dar nėra suskaičiuoti – turi potencialią būtį. Tačiau tik jau kuriems nors dalykams esant suskaičiuotiems, galima kalbėti apie skaičiaus aktualią būtį prote to, kuris skaičiuoja. Taigi, tam tikra prasme skaičiai yra atsitiktiniai atributai, kadangi tikrovėje gali susidaryti įvairios kiekybinės grupės. Skaičiavimas nėra jų ontologinę būtį steigiantis, o greičiau epistemologinis aktas, kuomet pasirinktai jau susidariusiai grupei prote priskiriamas skaičius, ir taip tikrovėje egzistuojanti grupė kaip daugianarė tampa suvokiama kaip vienas skaitinis esinys; šis suvokimas skaičiaus būtį aktualizuoja. Taigi, grįžtant prie iškeltos vientisumo problemos, galima klausimą patikslinti: kaip skaitinis atributas atlieka vienijančią savybę ne kaip egzistuojantis aktualiai tikrovėje, o būtent suvokiamas mąstymu?

[11] Πότερον δὲ μὴ οὔσης ψυχῆς εἴη ἂν ὁ χρόνος ἢ οὔ, ἀπορήσειεν ἄν τις· ἀδυνάτου γὰρ ὄντος εἶναι τοῦ ἀριθμήσοντος ἀδύνατον καὶ ἀριθμητόν τι εἶναι, ὥστε δῆλον ὅτι οὐδ᾽ ἀριθμός· ἀριθμὸς γὰρ ἢ τὸ ἠριθμημένον ἢ τὸ ἀριθμητόν. εἰ δὲ μηδὲν ἄλλο πέφυκεν ἀριθμεῖν ἢ ψυχὴ καὶ ψυχῆς νοῦς, ἀδύνατον εἶναι χρόνον ψυχῆς μὴ οὔσης, ἀλλ᾽ ἢ τοῦτο ὅ ποτε ὂν ἐστιν ὁ χρόνος, οἷον εἰ ἐνδέχεται κίνησιν εἶναι ἄνευ ψυχῆς. τὸ δὲ πρότερον καὶ ὕστερον ἐν κινήσει ἐστίν· χρόνος δὲ ταῦτ᾽ ἐστὶν ᾗ ἀριθμητά ἐστιν.

2. Skaičiaus samprata kaip mentaliai atskirtino nuo kismo

2.1 Mentalinio skaičiaus ontologinio statuso problema

Kadangi Aristoteliui skaičius visuomet yra kažko skaičius, o taip pat jis, kaip kol kas atrodo, turi vientisumo elementą, dalies mokslininkų teigimu skaičius yra hilomorfinis junginys – vienetai kaip materija yra struktūruojami skaitinės formos.[12] Kol kas paliekant nuošalyje klausimą, kaip iš atributo skaičius prote galėtų virsti forma, reikia patikrinti, ar tokia interpretacija yra įmanoma, nes nors konsensusas dėl bendro jos galiojimo vyravo ilgą laiką, visgi patyrė rimtą kritiką Katz (2021) publikuotame straipsnyje, kuriame hilomorfizmo galimybė neigiama. Taigi, prieš gilinantis į minimos teorijos niuansus, reikėtų įsitikinti, sekant Katz kontrargumentu, ar apskritai neverta jos atmesti. Mokslininkai, priskiriantys Aristoteliui skaičiaus sampratą kaip kažko vientiso, iš esmės remiasi jo kritika kitiems filosofams – šių teorijas Aristotelis laiko ydingomis, nes jos nesugeba paaiškinti skaičiaus vientisumo. *Met.* A.9, kur užduodamas ne vienas skaičius kaip platoniškas Idėjas kritikuojantis klausimas, užklausiama ir „Be to, kodėl skaičius[13], paimtas sykiu, yra viena?“[14] (992a1–2) K.2, 1060b10–12 pirmtakams keliamas klausimas „Kaip reikėtų 2, ir kiekvieną iš kitų sudėtinių skaičių, suprasti kaip viena? Šito nei jie paaiškina, nei tai yra lengva paaiškinti.“[15] Toliau, Λ.10, 1075b34–36, Aristotelis vėlgi komentuoja, kad jokie mąstytojai nepaaiškina įvairių dalykų, tarp jų ir skaičiaus, vientisumo, o, galiausiai, H.3, 1044a3–5, galbūt labiausiai kategoriškai teigia, kad „Skaičius turi būti kažkas, dėl ko būtų vienas, – o kiti negali pasakyti, kuo gi vientisas, – jei tik išties jis yra vienas. Nes arba nėra, ir yra kaip krūva, arba, jeigu yra, turi būti paaiškinta, kas iš daugio padaro viena.“[16] Be Halper, taip pat ir Annas (1976, 182) bei Bostock (1994, 267–69) abu apibendrina, kad Aristotelis kelia vientisumo problemą savo pirmtakų atžvilgiu, nes jam pačiam tai yra pamatinė problema, kuri turi būti išspręsta norint pateikti nuoseklią skaičiaus ontologiją. Tačiau Katz nuomone, hilomorfizmas negali būti atsakymu, nes jis nedera su kitu fundamentaliu Aristotelio įsitikinimu – skaičiai negali būti substancijos (2021, 199). Kadangi pagrindinė Aristotelio kritika platonikams yra jų vienoks ar kitoks skaičiaus postulavimas kaip savarankiškos esybės, anot Katz, visose ką tik paminėtose ištraukose, pažvelgus į jose išsakomų teiginių kontekstą, Aristotelio

[12] Gaukroger (1980, 188–89; 1982), Mueller (1970, 167–68; 1987, 251–52), Bostock (1994, 267–270), Cleary (1995, 375), Galuzzo (2018, 297–98), Pappas (2018, 177–193).
[13] T. y. skaičius kaip vienetų daugis.
[14] Ἔτι διὰ τί ἓν ὁ ἀριθμὸς συλλαμβανόμενος;
[15] τὴν γὰρ δυάδα καὶ τῶν λοιπῶν ἕκαστον ἀριθμῶν τῶν συνθέτων πῶς ἓν δεῖ νοῆσαι; περὶ τούτου γὰρ οὔτε λέγουσιν οὐδὲν οὔτε ῥᾴδιον εἰπεῖν.
[16] καὶ τὸν ἀριθμὸν δεῖ εἶναί τι ᾧ εἷς, ὃ νῦν οὐκ ἔχουσι λέγειν τίνι εἷς, εἴπερ ἐστὶν εἷς. ἢ γὰρ οὐκ ἔστιν ἀλλ᾽ οἷον σωρός, ἢ εἴπερ ἐστί, λεκτέον τί τὸ ποιοῦν ἓν ἐκ πολλῶν.

vientisumo reikalavimą reikėtų suprasti kaip sąlyginį. Jis turi būti išpildytas, *jei* skaičius yra substancija, nes substancija būtinai turi būti vientisa (*ibid.*, 200–205). Vadinasi, ne kiekviena ontologija turi atsakyti į skaičiaus vientisumo klausimą, o tik ta, kuri laiko jį kažkuo savarankišku.

Išties, tekstiniai įrodymai verčia gana vienareikšmiškai manyti, kad Aristoteliui skaičius nėra dar vienos, atskiros rūšies substancija. Tokią galimybę, parodydamas įvairius iš jos kylančius nenuoseklumus, jis neigia jau nuo pat *Metafizikos* pradžios (A.9), o ištisą diskusiją tam paskiria M–N knygose; N.5, 1092b16–25 aiškiai sakoma, kad skaičius negali būti objektų substancija (forma). Tuomet kas yra, ir iš kur gaunamas bendras skaičius, kuriuo galima suskaičiuoti įvairias objektų grupes, ir kuriuo operuoja matematikai? Skaičiaus sąsajas su tikrove ir būdą, kaip apie jį svarsto matematikai, Aristotelis gana išsamiai aprašo jau *Fizikoje*:

Taigi, kiekvieną iš šių[17] *nagrinėja ir matematikas, tačiau ne kaip fizinių kūnų ribas; ir ne kaip tokiuose kūnuose pasireiškusias savybes svarsto. Užtat jis atskiria – šie dalykai prote yra atskirtini nuo kismo, ir nei paveikia mąstymo svarumą, nei klaidingos išvados padaromos iš to, kas atskirta. Nepastebi šitai darantys ir Idėjas teigiantieji: jie atskiria fizines savybes, kurios yra atskirtinos menkiau nei tai, kas matematiška.*[18] *Tai pasidarytų akivaizdu, jei kas nors pabandytų abejais atvejais apibrėžti esinius ir jų savybes. Mat tai, kas yra nelyginis, lyginis, kas tiesu ir išlenkta, taip pat ir skaičius, linija bei figūra egzistuos be kismo, o oda, kaulas ir žmogus – ne; šie dalykai apibūdinami kaip kad riesta nosis,*[19] *ne kaip tai, kas išlenkta.*[20] (*Phys.* B.2, 193b32–194a8)

Ištraukoje teigiama, kad matematiniai objektai yra tyrinėjami specifiniu būdu – *kaip* atskiri (χωριστὰ) nuo materijos ar kismo. Čia literatūroje įprasta sugretinti atskyrimo konceptą su Aristotelio abstrahavimo samprata.[21] Galima sakyti, kad konsensusas dėl to, ką šis procesas reiškia ir kaip jis vyksta, yra nusistovėjęs, ir šiame darbe bus aptariamas trečiajame skyriuje, tačiau vis dar nėra aišku,

[17] Paviršius, ilgius, taškus pgl. 193b25–26.
[18] Aristotelio įprasta kritika Idėjų teorijai numato, kad Idėjos negali egzistuoti kaip savarankiški esiniai, nepriklausomi nuo juslinių. Ši kritikos strėlė *Fizikoje* skirta pabrėžti ne vien tai, kad tokių esinių postulavimas išties yra paprasčiausias jų atskyrimas nuo juslinių, tačiau ir papildomą nenuoseklumą, kad daugelio dalykų neįmanoma atskirti nuo materijos (cf. *De An.* 3.7, 431b12–19; *Met.* E.1, 1025b28–1026a6).
[19] Aristotelio mėgstamas pavyzdys iliustruoja, kad neįmanoma apibūdinti riestumo nepaminint specifinės materijos, kuri tik ir gali būti riesta, t. y., nosies.
[20] Περὶ τούτων μὲν οὖν πραγματεύεται καὶ ὁ μαθηματικός, ἀλλ᾽ οὐχ ᾗ φυσικοῦ σώματος πέρας ἕκαστον· οὐδὲ τὰ συμβεβηκότα θεωρεῖ ᾗ τοιούτοις οὖσι συμβέβηκεν. διὸ καὶ χωρίζει· χωριστὰ γὰρ τῇ νοήσει κινήσεώς ἐστι, καὶ οὐδὲν διαφέρει, οὐδὲ γίνεται ψεῦδος χωριζόντων. Λανθάνουσι δὲ τοῦτο ποιοῦντες καὶ οἱ τὰς ἰδέας λέγοντες· τὰ γὰρ φυσικὰ χωρίζουσιν, ἧττον ὄντα χωριστὰ τῶν μαθηματικῶν. γίγνοιτο δ᾽ ἂν τοῦτο δῆλον, εἴ τις ἑκατέρων πειρῷτο λέγειν τοὺς ὅρους, καὶ αὐτῶν καὶ τῶν συμβεβηκότων. τὸ μὲν γὰρ περιττὸν ἔσται καὶ τὸ ἄρτιον καὶ τὸ εὐθὺ καὶ τὸ καμπύλον, ἔτι δὲ ἀριθμὸς καὶ γραμμὴ καὶ σχῆμα, ἄνευ κινήσεως· σὰρξ δὲ καὶ ὀστοῦν καὶ ἄνθρωπος οὐκέτι, ἀλλὰ ταῦτα ὥσπερ ῥὶς σιμὴ ἀλλ᾽ οὐχ ὡς τὸ καμπύλον λέγεται.
[21] Pappas (2018, 13–16).

kaip reikėtų suprasti atskyrimo rezultatus – vadinamąsias abstrakcijas. Ar toks mentalinis atskyrimas yra būdas suvokti kažką, kas vien aktualiai duota, o galbūt tai numato tam tikrą objektų konstravimą? Kadangi vis dar nėra sutarimo dėl gaunamų abstrakcijų prigimties, tikslingiau būtų užduoti gal iš pirmo žvilgsnio paprastesnį, tačiau raktinį klausimą: ką reiškia būti χωριστόν?

2.2 Atskirties sąvokos diferencijavimas

Met. Λ.1, 1069a31–b8 apibendrindamas substancijų rūšis, Aristotelis išskiria tris: juslines suyrančias[22] (žmonės, žirgai etc.), juslines amžinas (dangiški kūnai) ir nekintančias – tai reiškia, kad tokios substancijos neturi materijos ir, aristotelinėmis kategorijomis, yra savarankiškai egzistuojančios, amžinos formos. Pats Aristotelis kaip trečio tipo substanciją pripažįsta tik vadinamąjį „nejudantį judintoją“ (Λ.7, 1073a3–5), tačiau Λ.1 pažymi, kad tokiomis substancijomis kiti laiko Idėjas ir matematinius objektus (Platonas), arba šias dvi klases kaip sujungtas kartu (Ksenokratas), arba tik matematinius objektus (Speusipas). Bent iš dalies prie juslinių „formų“ taip pat galima priskirti ir pitagorikų skaičių bei apskritai mąstymą, kad matematiniai objektai yra visa ko pagrindas (cf. M.1, 1076a17–22): anot tokios teorijos, kūnas yra ontologiškai priklausomas nuo skaičių, linijų etc., kadangi tai įribina kūną, ir šias ribas sunaikinus, niekas nebeegzistuotų (B.5, 1002a5–13; Δ.8, 1017b17–24; Z.2, 1028b16–18). Po įžangos M.1, kurioje Aristotelis pažymi, kad diskusiją apie matematinius objektus pradėsime nuo jų buvimo moduso aptarimo, didžiąją M.2 dalį jis iškart paskiria įrodymui, kad matematiniai objektai negali būti atskiri (κεχωρισμένοι) nuo juslinių objektų (1076b11–1077b11). M.3 skirta paties Aristotelio pozityviai teorijai, o M.4 pradedama sakiniu, kad užduotis apibrėžti matematinių objektų egzistavimo būdą įvykdyta (1078b7–9). Taigi, būtent iš M.2 turėtų būti galima suprasti, ką reiškia (ne)būti atskiru esiniu.

Visi M.2 argumentai kalba apie būtent ontologines tokio atskyrimo pasekmes, ir dėl to galima teigti, kad pirmiausiai aktuali ontologinė sąvokos χωριστόν reikšmė. Tai verta užfiksuoti, nes Aristoteliui kas nors gali būti atskira ne vien ontologine, tačiau ir erdvine, paaiškinimo (λόγος), apibrėžimo (ὁρισμός)[23] ir kt. prasmėmis (Katz 2017, 26; 28). Įprastai sutinkama, kad ontologinė

[22] Formą tam tikra prasme galima laikyti jusline substancija arba būdu, kaip juslinė substancija egzistuoja (H.2, 1043a26–28).

[23] Literatūroje sąvokos „paaiškinimas“ ir „apibrėžimas“ kartais vartojamos sinonimiškai. Tai nėra visai klaidinga, tačiau gali būti painu. Darbe jau minėtas Z.4 Aristotelio pažymimas faktas, kad apibrėžimas, kaip ir tai, kas yra (τί ἐστι), turi ne vieną prasmę (1030a19). Laikantis griežto skirstymo, apibrėžimu galima laikyti tik tokį λόγος, kuris žymi esenciją. Tačiau apibūdinti galima esinius visose kategorijose, tad tam tikra prasme esencijas turės tiek žmogus, tiek savybės „baltumas“ ar „muzikalus“. Visgi pastarosios esencijos bus antrinės, kadangi jų būtis priklauso nuo substancijų. Dėl to Aristotelis apibendrina, kad pirmine ir be išlygų (πρώτως καὶ ἁπλῶς) prasme apibrėžimas ir esencija priklauso substancijoms (1030b5–6). Taigi, siekiant aiškumo, apibrėžimo ir paaiškinimo sąvokas norėtųsi atskirti, pirmosios objektu numatant substancijas, antrosios – visas kitas kategorijas.

atskirtis yra santykis, numatantis ontologinį pirmumą, kurį Aristotelis vadina pirmumu pagal prigimtį arba substanciniu pirmumu (κατὰ φύσιν καὶ οὐσίαν) (*ibid*., 27). *Met.* Δ.11 rašoma, kad tokį pirmumą turi dalykai, kurie gali būti be kitų dalykų (ἐνδέχεται εἶναι ἄνευ ἄλλων), tačiau pastarieji negali būti be pirmųjų (1019a2–4). Kitaip tariant, pirmumą įgalina ontologinės nepriklausomybės arba savarankiškumo turėjimas. Šis savarankiškumas ilgą laiką buvo suvokiama kaip egzistencinis, t. y. kaip esinių gebėjimas egzistuoti nepriklausomai nuo kitų esinių.[24] Tik palyginus neseniai keletas mokslininkų ėmė teikti viena kitą papildančias interpretacijas apie platesnę ontologinės nepriklausomybės (toliau – ON) reikšmę (e. g. Peramatzis 2008, 2011; Katz, 2017). Platesnė samprata reikalinga, nes suvokiant ON vien egzistenciškai, susiduriama substancijos teorijos nenuoseklumais.

Tarp visų kategorijų, substancija Aristoteliui turi absoliutų pirmumą, kadangi visos kitos kategorijos priklauso nuo jos. Tad natūralu, kad substancijos kaip pirminio ontologinio esinio kriterijumi įvardijimas buvimas χωριστόν (*Met.* Z.3, 1029a28–29). Be abejo, įsivaizduoti atskirai egzistuojančius substancinius formos–materijos junginius nėra sunku – žirgų egzistencija nepriklauso nuo žmonių. Tačiau problema kyla, nes buvimas χωριστόν priskiriamas formai kaip „tikrajai“ substancijai arba substanciniam kriterijui. Kaip žinoma, formos Aristoteliui neturi savarankiškos egzistencijos – kitaip jo teorija nesiskirtų nuo Platono. Negana to, tarkime, gyvo organizmo siela (forma) ir kūnas (materija) egzistuoja abipusiškai vienu metu – siela apskritai negali egzistuoti be kūno, o dingus sielai nebėra tokio esinio kaip gyvas organizmas, tik jo pavadinimą turinti materija.[25] Taigi, egzistencinė ON interpretacija yra aiškiai nepakankama norint teigti formos pirmumą. Dėl to įsivyravo interpretacija, kad Aristoteliui kalbant apie formas, χωριστόν nurodo į pirmumą paaiškinimo, apibrėžimo prasmėmis arba į atskyrimą mąstyme, ir forma yra atskira tik šiomis prasmėmis.[26] Tačiau tai nenuoseklu, nes kontekstuose, kuriuose forma apibrėžiama kaip χωριστόν, toks atributas turi aiškias ontologines implikacijas (e. g. *Met.* Δ.8, 1017b23–26; Z.1, 1028a33–34; H.1, 1042a28–31). Tad kokia galėtų būti kita ON reikšmė?

Papildomą sampratą, sekant Peramatzis, galima įvardinti esencine ON – A gali iš esmės būti tuo, kuo ji yra, nepriklausomai nuo B, o taip pat ji sąlygoja B esmę (2008, 189; 2011, 13; 203–10). Aristotelis pats teigia, kad žodis εἶναι turi daug reikšmių (*Met.* M.2, 1077b17); sąsajoje su atskirtimi Peramatzis siūlo jį suprasti predikatyviai (2008, 198–99; 216–19). Tokią interpretaciją remia pirmenybės sampratos aptarimas *Kategorijose*: iš dviejų esinių pirmumą priskiriame tam, kurio buvimas sąlygoja kitą (*Cat.* 12, 14b12–22). Šie esiniai gali egzistuoti tuo pačiu metu, tačiau jei vienas yra priežastis antro, tuomet jis bus pirmesnis pagal prigimtį (πρότερον φύσει). Ši interpretacija tinka

[24] Peramatzis (2008, 187–88 n. 2) pateikia išsamų tokios pozicijos atstovų sąrašą.
[25] Daugiau apie šią skirtį žr. *De An.* 2.1, 412b18–22.
[26] E. g. Kirwan (1993, 149), Wedin (2000, 212).

tiek substancijai kaip hilomorfiniam junginiui, tiek kaip formai – junginys yra ir egzistenciškai, ir esenciškai ON, forma – esenciškai ON. Formos atveju, pirma, materiją galima laikyti būtina formos egzistencijos sąlyga, tačiau ji nėra formos kaip tokios priežastis ir nepaaiškina šios esmės, priešingai – tai forma suteikia esmę materijai ir visam junginiui kaip tokiam; antra, formos esmė priklauso tik nuo jos pačios (pgl. H.8, 1043b2–5). Taigi, esenciškai ON esiniai yra tie, kurių esmė priklauso tik nuo jų pačių, tačiau nuo kurių taip pat gali priklausyti kitų esinių esmė. Tiesa, Katz (2017, 38 n. 35) pažymi subtilų prasminį niuansą tarp formos ir hilomorfinės substancijos kaip priežasčių: forma yra formali, tikslinė ir veikiančioji priežastis, todėl ji *ir* suteikia materijai bei junginiui tapatybę (esmę), *ir* fundamentaliai yra visų kitų predikatų esmių pagrindas. Tuo tarpu juslinė substancija nesteigia tapatybės, tačiau taip pat yra kitų predikatų esmių pagrindas, o buvimą tokiu ontologiniu pagrindu, kaip ką tik minėta, Aristotelis irgi laiko savitu priežastiniu ryšiu. Iš šios pastabos galima daryti išvadą, kad juslinės substancijos irgi yra esenciškai ON, nes a) jų esmės nepriklauso nuo kitų atributų, b) jos yra kitų esmių pagrindas. Tačiau forma yra esenciškai ON *par excellence*, nes ji ne vien a) yra savo pačios esmė bei b) esmių pagrindas, tačiau ir c) pati jas steigia.

2.3 Skaičiai *tarsi* substancijos

Reikia atkreipti dėmesį, kad toks diferencijavimas yra keblus, nes neįmanoma surasti jo ar χωριστόν sąvokos aptarimo paties Aristotelio tekstuose. Tačiau atskirti reikšmes būtina, jei norima sulaikyti Aristotelį nuo vidinių prieštaravimų, o jo filosofijos rėmuose atlikta sąvokos rekonstrukcija diferencijavimą įžvelgti leidžia. Šioje diskusijoje gali kilti natūralus klausimas, kodėl apskritai Aristotelis χωριστόν galėtų vartoti keletu atskirų registrų, tuo labiau esencine ON prasme, ir dar atskira nuo egzistencinės – jau vien žodis „atskirtis“ suponuoja atskirą dalyko egzistenciją. Katz (2017, 57) manymu, Aristotelio laikmečiu galimai χωριστόν prasmės buvo neatsiejamos, ypatingai turint omeny Idėjų teoriją: turėdamos savarankišką egzistenciją, jos taip pat buvo laikomis ir esenciškai ON. Ar, tiksliau, kadangi Idėjos kaip esiniai atsirado iš poreikio postuluoti kažką esenciškai ON, iš to kilo natūrali išvada, kad šie esiniai turi būti nesusiję su jusliniais – egzistenciškai ON. Taigi, gali būti, kad tik su pačiu Aristoteliu atsiranda šių prasmių diferencijavimas kaip nebūtinai nurodančių į viena kitą, nepaisant to, kad žodis abiem reikšmėms pažymėti tebebuvo tas pats. Iš ankstesnio skyriaus rekonstrukcijos galima daryti išvadą, kad paties Aristotelio filosofiniuose teiginiuose atskirties sąvoka vartojama pirmiausiai būtent esencinės ON prasme – į ją, o ne į egzistencinę ON nurodo Δ.11 apibrėžtas pirmumo reikalavimas. Tai reikštų, kad χωριστόν reikšmė išskaidoma – atmetama savaiminė platonikų implikacija, kad tai, kas yra esenciškai ON, turi būti ON ir egzistenciškai. Taigi, tiek savo, tiek kitų filosofų minčių aptarime sąvoka vartojama dviem registrais.

Kaip minėta, Λ.1 klasifikuodamas substancijas, Aristotelis Idėjas, matematinius objektus kaip vadinamuosius tarpinius esinius bei kitus tokio tipo nekintančius esinius taip pat priskiria substancijos kategorijai. Vadinasi, M–N knygose kritikuojant juos kaip atskirus, Aristotelio kritikos taikinys yra ne vien faktas, kad šie esiniai platonikams yra egzistenciškai ON, tačiau kartu nepriimtina ir iš tokios pozicijos neišvengiamai kylanti esencinė ON.[27] Tokie Aristotelio sugretinimai gana natūralūs, kadangi nekintantys esiniai filosofų postuluojami siekiant paaiškinti metafizinę pasaulio sąrangą. Tarkime, M.5 Aristotelis referuoja į *Faidoną*, kuriame Platonas atskirai egzistuojančias Idėjas teigia esant ir juslinių objektų priežastimis (1079b36–1080a4); pitagorikų skaičius kaip visa ko pagrindas taip pat atsiranda iš mąstymo, kad skaičiai yra objektų egzistencijos priežastys, ir pan. N.3 Aristotelis savaiminę koreliaciją pabrėžia visiškai tiesiogiai: *jei* išties toks dalykas kaip platoniškos Idėjos egzistuotų, jos *turėtų* būti juslinių objektų priežastys (1090b13–26). Taigi, kalbant jo paties kategorijomis, Aristotelis tikrina ne vien nekintančių esinių atskiros egzistencijos galimybę, tačiau ir neišvengiamą implikaciją, kad jų egzistencijos atveju tokie esiniai turėtų atlikti formos vaidmenį. Toks, pavadinkime, kritinis projektas numatomas jau nuo *Metafizikos* pradžios. 5–oje B knygos aporijoje Aristotelis klausia, ar gali būti, kad be juslinių substancijų egzistuoja dar tokios kaip Idėjos ar matematiniai objektai (B.2, 997a35–b3), o 12– aporija klausia „ar skaičiai, kūnai, plokštumos ir taškai yra substancijos, ar ne. Mat jei nėra, glumina, kas yra esatis, ir kas yra esinių substancijos.“[28] (B.5, 1001b26–29) Aiškiai galima suprasti, kad čia kalbama apie skaičius kaip substancijas formos prasme: jei skaičiai nėra substancijos, tuomet neaišku, kas yra *esinių* substancijos, t. y. tai, kas matematiška pasirodo kaip galimos substancinės formos, kurios turėtų steigti hilomorfinius esinius.

Aristotelio kritiką konceptualiai įrėmina vėlesnis N.3 skyrelis. Jame išsamiai aptariami du klausimai, kuriuos turi išspręsti nuosekli teorija apie matematinius objektus: pirma, reikia apibrėžti, kas yra tie objektai, kuriems galioja matematinės tiesos, ir antra, suderinti tokį apibrėžimą su faktu, kad musliniai objektai turi matematines savybes. Pats Aristotelis sutinka, kad matematinių teiginių objektas negali būti jusliniai objektai[29] (M.2, 1078a2–4), tačiau, jo galva, platonikai nueina per toli postuluodami atskirus nekintančius objektus, kadangi tai nepaaiškina juslinių objektų matematinių savybių turėjimo (N.3, 1090a29–b5).[30] Kaip matyti, viena sąlyga yra epistemologinė, kita –

[27] Tarkime, Pappas (2018, 25–26) remiasi vien tradiciniu ON suvokimu ir laiko, kad M.2 Aristotelis kritikuoja matematinių objektų vien kaip atskirų nuo juslinių egzistenciškai idėją, (*ibid.,* 26), atskirumo sąvoką vien kaip egzistencinę suvokia ir Cleary (1995, 319), Petuška (2020, 31–32). White (1993, 167) atkreipia dėmesį, kad Aristoteliui svarbu sukritikuoti ir jų substancinį ontologinį statusą (šio darbo terminais – esencinę ON).

[28] πότερον οἱ ἀριθμοὶ καὶ τὰ σώματα καὶ τὰ ἐπίπεδα καὶ αἱ στιγμαὶ οὐσίαι τινές εἰσιν ἢ οὔ. εἰ μὲν γὰρ μή εἰσιν, διαφεύγει τί τὸ ὂν καὶ τίνες αἱ οὐσίαι τῶν ὄντων·

[29] Atsižvelgus į šį faktą, įtampa, keliama dviejų Aristotelio reikalavimų nesuderinamumo, tampa gana akivaizdi, tačiau jo paties atsakymas, kaip bus matyti, ją reflektuoja ir sprendžia.

[30] Aristotelis atkreipia dėmesį, kad užtat šitai gerai pastebi pitagorikai, kurie kalba apie egzistuojančias skaitines savybes muzikoje, dangaus kūnuose ir t. t. (N.3, 1090a20–5). Tačiau jie dėl teisingai pastebėtų sąsajų daro visgi klaidingą išvadą,

metafizinė, atitinkamai viena liečia egzistencinės, kita – esencinės ON galimybę. Taigi, pirmąjį M.2 argumentą prieš matematinių objektų atskirumą Aristotelis skiria pagrįsti neįmanomą jų būtent egzistencinę ON (1076b11–1077a14). Turint omenyje argumento *reductio ad absurdum* pobūdį, dabartinei diskusijai visgi svarbus ne argumento validumo klausimas,[31] o pats faktas, kad Aristotelis kritikuoja matematinių objektų egzistencinę ON, ir dėl to užteks apibrėžti argumento esmę: jei, siekiant paaiškinti juslinių objektų matematines savybes, postuluojami nekintantys matematiniai objektai, tuomet reikės ir naujų objektų siekiant paaiškinti pačių nekintančių objektų savybes. Tarkime, nekintantys matematiniai kūnai turi turėti plokštumas, linijas ir taškus, jei norima jais paaiškinti matematines juslinių objektų savybes. Tačiau toks pat mąstymas tuomet verčia postuluoti ir meta-matematinius objektus arba meta-substancijas: dar vienas nekintančias plokštumas, linijas ir taškus; savo ruožtu plokštumos dar turės savo linijas ir taškus, ir t. t. Tokia logika, nors Aristotelis neišplėtoja jos taip išsamiai kaip su geometriniais objektais, turėtų galioti ir skaičių atveju (1076b36–39). Apibendrinama, kad toks objektų sankaupos rezultatas yra absurdiškas (1076b28). Tačiau svarbu, kad absurdiška ne vien pati sankaupos galimybė, o taip pat ir epistemologinė implikacija: nebeaišku, kurie iš šių objektų turėtų būti matematinio pažinimo objektai (1076b33–36). Vadinasi, prisimenant N.3 sąlygas, egzistenciškai ON objektų teorija ne tik nepaaiškina matematinių savybių sąsajos su realybe, tačiau neišsprendžia net ir epistemologinio klausimo, kuris buvo jų *raison d'etre* iš pat pradžių.

Nekintančių substancijų teorija nėra pilnavertė ir nuosekli taip pat ir dėl metafizinių priežasčių. Tad antruoju argumentu, kurį galima laikyti esencinės ON kritika, teigiama, kad matematiniai objektai negali būti atskiri ir dėl to, nes tokiu atveju jie turėtų pirmenybę prieš juslinius dydžius (1077a14–20). Tačiau, Aristotelio teigimu, iš tiesų jie yra paskesni, nes nors kūno atsiradimo metu (γενέσει) neapibrėžtas dydis yra pirmesnis, substancijos atžvilgiu (τῇ οὐσίᾳ) dydis vėlesnis, t. y. dydis atsiranda tik substancijai galutinai suformulavus. Kitu atveju išeitų, kad tai matematinis dydis steigia juslinį dydį. Tokia mintis pristatoma jau Z.13, 1038b23–29: rašoma, kad yra absurdiška galvoti substanciją esant sudarytą iš atributų – nei apibrėžimo, nei laiko, nei genezės atžvilgiu atributai negali būti pirmesni už substanciją, kitaip jie būtų χωριστά – atributai steigtų substanciją. Apibendrinus, matematinių objektų egzistencinė ON savaime veda ir į esencinės ON postulavimą, tačiau tai nenuoseklu, nes matematiniai esiniai negali steigti kitų esinių – tai matematiniai dydžiai priklauso nuo juslinių substancijų. Palyginus su pirmuoju argumentu, antrasis gali pasirodyti išplėtotas kiek menkiau, tačiau Aristotelis prie jo ne kartą grįžta vėliau, tarkime, M.5 skiria nemažai dėmesio siekdamas pabrėžti, kad daikto

kad jusliniai objektai yra ir sudaryti iš skaičių. Kitaip tariant, šiuo atvejų skaičiai galbūt ir nėra egzistenciškai ON, tačiau yra esenciškai ON, kaip kad formos, o tai irgi nėra pozicija, kuri Aristoteliui nėra neproblemiška.

[31] Detalią šio argumento analizę (taip pat įtikinamai atremiant kontrargumentus) yra atlikusi Katz (2014, 249–67).

substancija (kaip forma) turi būti lokalizuota pačioje juslinėje substancijoje, ir matematiniai objektai šio vaidmens neatlieka (1079b16–1080a8); M.10 vėlgi teigiama, kad siekiant paaiškinti daugybės tokių pačių esinių egzistavimą, nebūtina manyti esant kažką virš jų (1087a4–9).

Dar kartą trumpai paminėjęs, kad nekintančios substancijos neišpildo ir svarbaus vientisumo reikalavimo (1077a20–24), gale M.2 Aristotelis pasako šį tą pozityvaus. Jo teigimu, matematiniai objektai egzistuoja kaip atskiri nebent paaiškinimo prasme, t. y. A turi pirmumą, kai A galima paaiškinti be nuorodos į B: pavyzdžiui, „baltumas“ gali būti paaiškintas be nuorodos į žmogų, tačiau „patelė“ negali be nuorodos į gyvūną. Žinoma, tai nesuponuoja substancinės pirmenybės – kad egzistuotų baltumas, turi būti kažkas balto (1077b1–12). Galiausiai, 1077b12–17, Aristotelis apibendrina ligšiolinės diskusijos rezultatus: objektai, kuriuos tyrinėja matematikai, nėra labiau substancijos nei kūnai, ir nėra atskiri egzistenciškai (tik paaiškinimo prasme), kas taip pat reiškia, kad nėra ir esenciškai ontologiškai pirmesni už juslines substancijas. Tačiau matematiniai esiniai taip pat nėra lokalizuoti juslinėse substancijose.[32] Taigi, Aristotelio teigimu, arba matematiniai objektai neegzistuoja apskritai, arba egzistuoja su išlygomis (ἁπλῶς), mat žodis „egzistuoti“ turi daug prasmių. Šis sąlyginis egzistavimas ir apibrėžiamas jau cituotoje *Fizikos* B.2 ištraukoje, prie kurio, kaip bus matyti, grįžtama M.3: matematiniai objektai tyrinėjami specifiniu būdu *kaip* atskiri nuo kismo. Išsamiai aptarus atskirumo sąvokos reikšmę, galima daryti išvadą, kad Aristotelis siūlo tokius objektus svarstyti arba *kaip* formas, arba *kaip* hilomorfinius junginius, kadangi jo metafizikoje tai yra vieninteliai esiniai, kurie yra ontologiškai χωριστόν. Būtina substancinio kismo sąlyga aristotelinėje (meta)fizikoje yra materija (*Phys.* Δ.2, 226a11–12), tad kol kas dar nėra aišku, ar Aristotelio manymu, materija turėtų būti pašalinta apskritai, ar egzistuoti kažkokiu specifiniu būdu (Cleary 1995, 428). Nepaisant to, abi esinių galimybės suponuoja substancialumą. Taigi, grįžtant prie debatų apie skaičių ontologinį statusą, iš esmės Katz (2021) yra teisi – Aristoteliui supančiame pasaulyje skaičiai negali egzistuoti kaip substancija jokia prasme, ir neigiama bet kokia tokios galimybės versija. Tačiau kartu ji klysta – Aristotelio pozityvus siūlymas yra *svarstyti* juos *tarsi* turinčius substancialumo statusą – tai subtilus, ir galbūt dėl to praleidžiamas, skirtumas tarp to, kaip dalykai iš tiesų egzistuoja metafizinėje pasaulio sąrangoje, ir tam tikros loginės jų egzistencijos galimybės. Be abejo, lieka ne tik nustatyti tikslų matematinių objektų buvimo modusą, bet ir atsakyti į atsakyti į savus iš vienos ar kitos pozicijos kylančius klausimus.

[32] Kadangi tyrime koncentruojamasi į atskyrimo sąvokos klausimą, šios pozicijos aptarimas praleidžiamas, tačiau Aristotelio argumentus prieš tokią poziciją žr. *Met.* B.2, 998a7–19; M.2, 1076a38–b11. Esminę iš tokios pozicijos kylančių paradoksų analizę žr. White 1993, 168–69; Pappas 2017, 37–46.

3. Antroji skaičiaus reikšmė: skaičius kaip tai, kuo skaičiuojama

3.1 Skaičių hilomorfizmas

Jei ligšiolinis svarstymas teisingas, ir matematiniai objektai, Aristotelio manymu, kažkuria prasme yra (tarsi) substancijos, reikia atsakyti, kaip šios matematinės substancijos gaunamos, kadangi kaip tokios jos empirinėje tikrovėje neegzistuoja. Kaip buvo aptarta, objektai pirmiausiai turi matematines savybes. Įvairiose vietose Aristotelis ne kartą pabrėžia, kad įvairūs mokslai būtent ir gali pritaikyti savo teiginius jusliniams objektams, kadangi šie turi atitinkamas relevantiškas savybes. Konkrečiai M.3, 1077b24–35 jis sulygina matematikos pritaikomumą su fizikos: fizikai svarsto objektus *kaip* judančius, nekreipdami dėmesio į jų substancinę prigimtį ar kitas jų savybes, tačiau iš to neplaukia, kad yra kažkas atskiro, kas juda, nuo juslinių substancijų, ar kad jose yra savita judanti prigimtis. Lygiai taip pat bus moksliniai teiginiai, aritmetikos atveju, pritaikomi objektams *kaip* nedalomiems.[33] Iš esmės galima apie tai galvoti kaip apie mentalinę manipuliaciją, kuomet mokslininkas kreipia dėmesį tik į tą dalyko aspektą, kuris jam yra svarbus. Tačiau 1078a3–5 rašoma, kad jei dalykai, kuriuos matematikas svarsto, atsitiktinai yra jusliniai, iš to neseka, kad matematiniai mokslai išties yra apie juslinius dalykus – nors tai vėlgi nereiškia, kad matematikos objektai egzistuoja atskirai nuo šių. 1078a18–29 suformuluojama pozityvi teorija, kad matematikas paima tai, kas neegzistuoja atskirai, ir svarsto tarsi atskira – aritmetiko atveju, jis postuluoja dalykus vien kaip nedalomus, ir žiūri, kas būdinga jiems kaip tokiems. Galima teigti, kad tokie objektai gaunami pasitelkiant abstrahavimo (ἀφαίρεσις) metodą: K.3, 1061a28–b4, Aristotelis rašo, kad matematikas atima visa tai, kas jusliška, pavyzdžiui, svorį, lengvumą, karštį ar šaltį etc., ir, aritmetiko atveju, palieka tik kiekybę ir savybes, kurios jai būdingos. Vadinasi, jeigu turime, tarkime, tris žmones ir atimame visa tai, kas juos konstituoja kaip žmones, gauname abstrakčius vienetus, kurių abstraktumui būdinga tai, kad juos konstituoja skaitinė savybė 3. O matematikas išveda savo teorijas iš to, kas abstrahuota (τὰ ἐξ ἀφαιρέσεως) (*ibid.*). Gaukroger (1980, 189) tai įvardija kaip noetinius

[33] (Ne)dalumo sąvoka gali pasirodyti ne iki galo savaime aiški. Aristotelio pateiktas pavyzdys M.3 yra žmogus kaip nedalomas – tačiau kažin, ar kas prieštarautų, kad žmogų galima išskaidyti į atskiras dalis. Sekant Pappas (2018, 144) ir Galluzzo (2018, 306) interpretacija, Aristotelis siūlymas yra laikyti esinius nedalomus kaip tokius, t. y., dalinant žmogų, neįmanoma gauti daugiau žmonių. Tiesa, Barnes (1985, 114) pateikia probleminį atvejį, kad, pavyzdžiui, iš kubo galima išgauti daugiau kubų. Norisi sutikti su Katz (2021, 211 n. 72) argumentu, kad iš vieneto kaip vieneto visgi nėra reikalaujama, kad šis būtų nedalomas kaip esinys – kad žmogus realiai yra nedalomas į daugiau žmonių, greičiau yra atsitiktinumas. Kadangi vienetas visuomet yra kažkoks matas, Aristotelis kalba apie mato apsibrėžimą priklausomai nuo savo pojūčių (πρὸς τὴν αἴσθησιν) – kas pasirodo kaip nedalomas vienetas (N.1, 1087b37–1088a3). Tad nors teoriškai kubas išties skyla į daugiau kubų, bet aktualiai pojūčiams jis duotas kaip vienas kubas, tad jis ir laikomas tolesnio skaičiavimo atskaitos vienetu.

matematinius objektus, kurie turi formą ir materiją, abu šiuos elementus suvokiant kaip abstrahuotus ir atskirus mintyse nuo juslinių.

Gana nesunku suprasti, kad suredukavus bet kokius objektus vien į jų kiekį, ir skaičių atskyrus kaip objektų savybę, šis pasirodo kaip forma (e. g. *Met.* M.8, 1084b6–7 rašoma, skaičius yra vienetų forma).[34] Tačiau kaip reikėtų suprasti abstrahuotą materiją? Nusistovėjęs konsensusas yra tapatinti ją su noetine arba mąstoma materija (ὕλη νοητή). *Metafizikoje* apie ją kalbama nedaug, tačiau pakankamai aišku, kad šio tipo materiją Aristotelis išties laiko matematinių objektų sudedamąja dalimi. Z.11, 1036a3–12 rašoma, kad kiekvieno individualaus apskritimo materija yra arba juslinė, arba noetinė; noetiniais apskritimais laikomi tie, kuriuos nagrinėja matematika. Ne kartą pakartojama, kad noetinė materija nėra juslinė, ir kad būtent ji sudaro matematinius objektus. 1037a1–6 pažymima, kad materiją turės ir kai kurie dalykai, kurie nėra jusliniai, mat tam tikra prasme materija bus visame, kas nėra atskirai svarstoma forma, o individualus objektas. Aiškiausias noetinės materijos apibrėžimas suformuluojamas 1036a11–12 eilutėse: ši materija yra jusliniuose dalykuose, bet ne *kaip* jusliniuose – pavyzdžiui, matematikos objektuose. Išties, juk kiekvieną matematinį objektą galima suvokti kaip juslinį – nubraižytas apskritimas ant lentos ar jo vaizdinys mintyse[35] yra konkretus daiktas, o ne vien konceptuali jo idėja. Tačiau, Aristotelio teigimu, „matematiniai mokslai yra apie formas; juk jie nėra susieti su konkrečiu substratu. Net jei geometriniai svarstymai remiasi konkrečiu substratu, jie vis vien nėra su juo susieti.“[36] (*APo.* I.13, 79a8–10) Taigi, vadovaujantis Gaukroger (1980, 188) interpretacija, matematiniais tikslais pavaizduotas apskritimas iš esmės gali būti įmaterintas bet kokia materija, tačiau abstrakcijos būdu matematikui tai pasirodys tik kaip abstraktus tįsumas, įribintas geometrinės formos.[37] Toks materinis substratas nebegali būti juslinis, nes iš jo abstrakcijos būdu

---

[34] Dėl to negalioja Mignucci (1987, 196) priekaištas, kad skaičiai, abstrahuoti nuo skirtingų juslinių skaičių – tarkime, nuo 10 avių ir nuo 10 žmonių, yra skirtingi skaičiai.

[35] Veikale *De Memoria et Reminiscentia*, 449b32–450a5 rašoma, kad net neįmanoma mąstyti apie matematinius objektus, mintyse nepostuluojant konkretaus tokio objekto vaizdinio. Faktas, kad kur nors nubraižyto trikampio dydis yra koks nors baigtinis dydis, matematikui nėra reikšmingas, tačiau nepaisant to, jis nubraižo jį kaip turintį konkretų dydį; tad lygiai taip pat, nors matematikas nemąsto apie konkretų dydį, nes tai jam nėra svarbu, mintyse jis trikampį vis vien regi kaip kokį nors konkretų trikampį.

[36] τὰ γὰρ μαθήματα περὶ εἴδη ἐστίν· οὐ γὰρ καθ᾽ ὑποκειμένου τινός· εἰ γὰρ καὶ καθ᾽ ὑποκειμένου τινὸς τὰ γεωμετρικά ἐστιν, ἀλλ᾽ οὐχ ᾗ γε καθ᾽ ὑποκειμένου.

[37] Tokiam noetinės materijos supratimui pradžią davė dar Mueller (1970) – vienaip ar kitaip, visos tolesnės papildančios interpretacijos atsispiria nuo jo ir, nepaisant retos kritikos, alternatyvos kol kas nėra pasiūlyta. Kalbant apie kritiką, Annas (1976, 30) pripažįsta, kad tokia interpretacija yra patraukli ir daro Aristotelio filosofiją nuoseklia, tačiau, ant jos, Mueller pernelyg remiasi vėlesnių Aristotelio komentatorių papildymais. Toks Annas požiūris atrodo kiek per griežtas ir nelabai pagrįstas: tiesa, kad siekdamas sutvirtinti savo poziciją Mueller remiasi ir vėlesniais *Metafizikos* komentarais, tačiau į juos žvelgia pakankamai kritiškai, o pradinę noetinės materijos teoriją konstruoja remdamasis pirminiais *Metafizikos* ir *Analytica Posteriora* tekstais. Pappas (2018, 97) kritika susijusi su preciziškumo problema: geometriniai matematiniai objektai turėtų būti idealūs (apskritimai idealiai apskriti etc.), tačiau atrodo, kad tokių idealių formų neįmanoma išgauti iš tikrovės, kadangi jusliniai objektai tiesiog negali jų įkūnyti idealiai. Visgi šiuokart tokią kritiką galima palikti nuošalyje, nes tyrimas apsiriboja aritmetika, ir skaičių atveju aptariama problema nėra aktuali. Tiesa, tuo pačiu galima atkreipti dėmesį, kad Mueller (1970) interpretacija vėlgi apsiriboja tik sąsajoje su geometrija. Kita vertus, vėlesniame savo straipsnyje jis trumpai pažymi, kad skaičių atveju noetinę materiją greičiausiai galima suprasti kaip abstraktų vienetų

atimamos bet kokios juslinės savybės. Apibendrinant, noetinę materiją galima suvokti kaip būtiną matematinio objekto egzistencijos sąlygą, tačiau kaip nedarančią visiškai jokios įtakos jo svarstymui – turėdamas noetinį objektą, matematikas svarsto tik tokio objekto matematines savybes, kurias jam suteikia matematinė forma.

Gaukroger (1980, 187) teisingai atkreipia dėmesį, kad visi Aristotelio pavyzdžiai yra susiję su geometrija (galbūt todėl ir didžioji dalis literatūros, skirta aptarti noetinę materiją, tai daro vien sąsajoje su geometrija niekaip neliečiant aritmetikos). Nepaisant to, kad Gaukroger pripažįsta, kad Aristotelio nuolatos vartojamas terminas „τὰ μαθηματικὰ“ apima tiek geometrijos, tiek aritmetikos objektus, anot jo, sunku suprasti, kaip abstrakti materija turėtų atrodyti skaičių atveju. Tačiau nėra priežasties, kodėl viso to, kas buvo pasakyta apie geometriją, nebūtų galima pritaikyti ir aritmetikai. Kaip žinoma, formos reikalauja savitos materijos, kad hilomorfinis junginys būtų toks, kokiam jam priklauso būti – žmogaus siela negali būti gyvūno kūne. Vienintelis, tarkime, apskritimo kaip geometrinės figūros reikalavimas materijai yra būti apskritai. Savo ruožtu skaičiams analogiškai galioja ta pati logika – kaip minėta, jie visuomet yra *kažko* skaičiai. Kadangi skaičius yra vienetų daugis, vadinasi, norint turėti skaičių, reikia turėti vienetus – tačiau skaičiaus prigimtis niekaip nediktuoja šių vienetų pobūdžio. Kaip iliustraciją galima prisiminti, kad neretai vaikai mokomi pažinti ir skaičiuoti natūraliuosius skaičius duodant lazdeles. Tačiau tai nereiškia, kad skaičiuojamos lazdelės – prote skaičiuojamas tik abstraktus kiekis, tad sudėta vienokia ar kitokia krūva lazdelių paprasčiausiai kaip reprezentacija leidžia suvokti tam tikrą skaičių kaip konceptą. Pagal Gaukroger (1980, 195) istorinę rekonstrukciją, kaip noetinė materija graikams aritmetikoje galimai tarnavo linijų atkarpos. Neatmetant šio siūlymo, reikėtų tik pažymėti, kad konceptualiai tai nesvarbu. Pagal ligšiolinę interpretaciją, skaičiavimo įrankiu – skaičiaus materine sąlyga – galėtų būti ir atkarpos, ir akmenėliai ar taškai ant popieriaus – matematikui svarbu turėti įkūnytą formos reprezentaciją, tačiau fundamentaliai, mąstydamas protu, jis skaičiuoja tai, ką šios reprezentacijos išreiškia; prote suvokiamas reprezentacijų turinys jau pasirodo kaip abstrahuoti abstraktūs vienetai.[38] Bent iš dalies tokias mintis galima sugretinti ir su šiuolaikinės matematikos procesu: skaičių reikšmės išreiškiamos užrašant skaitmenis, tačiau tai tėra jas pažymintys ženklai – matematikas skaičiuoja skaičių reikšmes, nepaisant to, jos užrašytos arabiškais, romėniškais skaitmenimis ar kokiais nors kitais ženklais.

daugį (1987, 251–52). Anot jo, sudėtinga būti tuo būti tvirtai įsitikinus, tačiau dar sudėtingiau sugalvoti įtikinančią alternatyvą.

[38] *Met.* M.8, 1083b16–17 fiksuojama, kad aritmetinis skaičius yra sudarytas iš abstrakčių vienetų (μοναδικός). Tikėtina, kad tai „aritmetinis“ yra sinonimas to paties matematinio skaičiaus, apie kurį ištisai kalbama M.6–7. M.6, 1080a22–23 ir 1081a19–20 rašoma, kad matematiniame skaičiuje joks vienetas nesiskiria nuo kito; M.7, 1082b5–7 – kad absurdiška galvoti vienetus skaičiuje esant kiekybiškai ar kokybiškai skirtingus, ir tai galioja galvojant apie visų (t. y. juslinių) skaičių vienetus, tačiau ypatingai apie τὸν μοναδικόν.

Tačiau kodėl apskritai reikia mąstyti skaičius kaip hilomorfinius junginius, turinčius materiją? Formos, kad ir turinčios išskirtinę gebą steigti substancijas, atskirtos mintyse pasirodo kaip predikatai – apie formas galima mąstyti kaip apie konceptus, nurodančius skaitinį vienetų kiekį, tačiau trijų vienetų forma dar nėra trys vienetai. Negana to, jei kiekvienas skaičius turi savo formą, tuomet, kad šios pakistų matematinių operacijų metu, reikia materijos – kaip minėta, būtina kismo sąlyga aristotelinėje (meta)fizikoje yra substratas. Taigi, matematikas svarsto skaičius kaip hilomorfines substancijas, kadangi tik su jomis įmanoma atlikti matematines operacijas. Pavyzdžiui, sudedant 3 ir 4, gaunama nauja substancija skaičius 7 – sudėties metu įvyksta substancinis kismas. Tokio kismo metu, kuomet viena substancija suyra, ir kita atsiranda, turi būti kažkas, kas išlieka – tai ir yra materija kaip substratas, kuri po kismo tampa konstituojama naujos formos (*Phys.* A.7, 190a13–191a22).[39] Kad Aristoteliui ši problema buvo svarbi, vėlgi rodo jo kritika platonikų skaičių kaip Idėjų teorijai – *Met.* M.6–8 skyreliuose daugiausiai kalbama apie tai, kad postuluojant tokias Idėjas neįmanoma paaiškinti, kaip atliekami matematiniai skaičiavimai. Kadangi graikams skaičiai buvo vienetų skaičiai, tad ir Aristotelis kalba apie tai, kad skaičiaus Idėja turi būti vienetų rinkinys. M.6, 1080a18–30, jis įvardija tris galimybes, kokie tai vienetai galėtų būti. A) Kadangi skaičių Idėjos skiriasi viena nuo kitos, tuomet ir visi kiekvienos Idėjos vienetai yra skirtingi, t. y., tarkime, skaičius 3 yra sudarytas iš a, b ir c vienetų, 4 – d, e, g, f etc. Tačiau, anot Aristotelio, tokios teorijos visgi niekas nesilaikė (M.7, 1081a35–36). B) Visi skaičiai sudaryti iš vienodų vienetų. Visgi šiuo atveju bet koks skaičius gali būti sudarytas iš bet kurių vienetų, ir kiekvieno skaičiaus Idėja nebėra unikali – lieka tik matematinis skaičius kaip toks, ir tokių skaičių gali būti daug, t. y., jei bet kurie vienetai gali sudaro skaičių 2, tuomet egzistuos daug dvejetų (1081a5–17). C) Tam tikro skaičiaus vienetai yra vienodi, tačiau skiriasi nuo kito skaičiaus vienetų. Tačiau, jei, pavyzdžiui, norima pasakyti, kad skaičius 10 yra sudarytas iš savitų 10 vienetų, ir taip pat gali būti sudarytas iš dviejų penketų, pagal C) teoriją, ne tik kad 5 ir antrojo 5 vienetai bus skirtingi, tačiau net jei jie būtų vienodi, vis tiek nebūtų galima gauti 10, nes jo vienetai skirtųsi savo rūšimi – sudėdami penketus, gautumėme dar kažkokį kitą 10 (1082a1–11; b11–19). M.6 sužinome, kad tik B), tik C) arba šių dviejų teorijų junginio versijų laikėsi Speusipas ir pitagorikai, Platonas ir Ksenokratas (1080b14–21). Pats Aristotelis, jei svarstymas teisingas, panašu, kad tampa B) varianto atstovu, nes jo metafizikos kontekste nėra problemiška postuluoti daug tokių pačių skaičių – visai kaip ir su natūraliomis substancijomis, ta pati forma gali būti įkūnyta daug kartų, o matematikos atveju noetinė materija skaičius suvienodina.

[39] Met. Δ.27, 1024a18–24 pateikiamas įdomus niuansas, kad skaičius negali būti sugadintas (κολοβοῦσθαι), kadangi būti sugadintam reiškia išlikti ta pačia substancija, tik netekus tam tikros dalies (tarkime, žmogus vis vien yra žmogus net ir netekęs rankos). Tuo tarpu bet koks skaičiaus pokytis iškart suponuoja substancinį kismą (cf. H.3, 1043b36–1044a1; *De An*. I.4, 409a7–8).

3.2 Aristotelinės aritmetikos universalumas

Pappas (2018, 75) taikliai atkreipia dėmesį, kaip Aristoteliui, plėtojant savo teoriją apie matematikos mokslus, yra itin svarbu pabrėžti jų ryšius su empirine tikrove aplinkui. Tai natūralus siekis, kadangi Aristotelis būtent ir nori paneigti matematinių objektų kaip visiškai atskirų nuo juslinių egzistavimą – jo manymu, matematiniai objektai turi būti susiję su tikrove, nes kitaip jie negalėtų būti šiai pritaikomi. Kaip išsiaiškinta, abstrakcijos metu matematikas prieina skaitines savybes tarsi formas.[40] Galima laikyti, kad tiesiogiai matematinių objektų buvimo modusas tikrovėje apibūdinamas M.3, 1078a29–31: Aristotelis pažymi, kad būtent dėl to, kad matematikas svarsto matematinius objektus kaip atskirus, jis neklysta, be to, svarsto objektus, kurie iš tiesų egzistuoja, kadangi dalykai egzistuoja dviem būdais – aktualiai arba potencialiai (τὸ μὲν ἐντελεχείᾳ τὸ δ᾽ ὑλικῶς). Minimos dvi sąvokos aristotelinėje metafizikoje gali būti interpretuojamos keletu būdų, tačiau kadangi matematinių objektų egzistencija iš esmės yra įtvirtinama protе, šiuo atveju būtų tikslinga sieti potencijos/aktualizacijos skirtį su tuo, kaip per ją intelektas suvokia objektus aplinkui. *De An.* III.4, 430a5–9, rašoma, kad protu svarstomi objektai dalykuose, kurie turi materiją – hilomorfiniuose junginiuose – egzistuoja tik potencialiai; III.8, 431b20–432a2 pratęsiama, kad kognityvinės sielos dalies objektas yra dalykų formos – sieloje egzistuoja ne akmuo, tačiau akmens forma; o ir dydis bei dydžio esencija yra skirtingi dalykai (III.4, 430b11). *Met.* H.10, 1051a31–2 sužinome, kad mąstymas yra aktualizacija. Visa tai atliepia cituotą *Fizikos* Δ.14, 223a22–29 ištrauką apie laiką kaip skaičių, kuomet buvo apibrėžta, kad skaičiai tikrovėje egzistuoja tik potencialiai, o aktualūs tampa jau prote to, kuris juos suvokia. Mignucci (1987, 183) teigimu, minimų *De Anima* vietų nereikėtų sieti su M.3 vartojamu „ὑλικῶς“ modusu, nes tai teigtų matematinių objektų kaip formų substancinį statusą, kam Aristotelis prieštarauja M.2. Anot Mignucci, aktualizacijos konceptas nurodo formų mąstymo procesą, tačiau ne jų ontologinį statusą. Mąstymas apie šunį nereiškia, kad šuns forma yra jame tik potencialiai, ir tampa aktuali mąstymo metu – forma išties aktualiai yra šunyje. Taigi, jeigu galvosime, kad aktualizacijos procesas pritaikomas ir matematiniams objektams, tai reikš, kad jie kaip formos egzistuoja jusliniuose daiktuose. (*ibid.*; Mignucci pritaria ir Pappas (2018, 98)). Toks mąstymas iš principo yra teisingas. Tačiau, kaip ne kartą akcentuota, Aristotelis siūlo matematinius objektus svarstyti *tarsi* formas, atsiskleidžiančias mąstymui per abstrakciją. Ir kadangi aktualizacija pasirodo kaip epistemologinė procedūra, į lygtį įtraukus abstrahavimo konceptą, nėra priežasties, kodėl jos

[40] Šioje vietoje galima paklausti, kaip iš tikrovės galima išgauti itin didelius skaičius. Tačiau Aristotelis pateikia gana aiškų atsakymą. *Phys.* Γ.6 skyrelyje jis rašo, kad iš bet kokio skaičiaus *n* galima išvesti tolesnį jo įpėdinį (didesnį skaičių) dviem būdais – arba pridedant vienetą, arba, inversiškai, dalijant, ir išgaunant vis tolesnę – didesnę – dalį (cf. *Met.* M.7, 1081b12–17).

negalima pritaikyti matematinių objektų suvokimui. Taigi, matematiniai objektai egzistuoja jusliniuose kaip potencialios – atskiros – formos, konstituojamos noetinės materijos, o prie tokių „substancijų“ prieinama pasitelkiant abstrakciją.

Kaip galima matyti, atskyrimo ir abstrakcijos sąvokos yra sugretinamos – atskyrimas įvyksta per abstrahavimą, o atskirti matematiniai hilomorfiniai junginiai ir yra vadinamosios abstrakcijos. Literatūroje, nors ir ginčijamasi dėl abstrakcijų prigimties, minimam sugretinimui, taip pat ir interpretacijai, kad Aristotelio matematikos filosofija yra abstrakcionistinio pobūdžio, pritaria nemažai mokslininkų.[41] Tačiau keletas jų, pirmiausiai Annas (1976, 32), tai laiko Aristotelio filosofijos kliauda teigdama, kad abstrakcionistinę poziciją yra paneigęs vėlgi Fregė. Lear (1982, 184–86) teisingai pastebi, kad toks kaltinimas netikslingas, nes filosofai remiasi skirtingomis abstrakcijos sampratomis. Fregės kritikos objektas – psichologistinė prieiga, kuomet bandoma įsivaizduoti objektą be tam tikrų savybių. Anot jo, net ir bandant vaizduotėje suvienodinti du skirtingus dalykus suredukuojant juos iki abstraktaus „kažko“, lieka nuojauta, kad jie vis vien kažkuo skiriasi, nors ir sunku pasakyti, kuo. Tačiau Aristoteliui abstrakcija yra loginė predikato atskyrimo procedūra, postuluojant šį ir tik šį predikatą išpildantį objektą.

Visgi toks Fregės ir Aristotelio sugretinimas verčia, pavyzdžiui, Barnes (1985, 110–11) bandyti argumentuoti, kad aptariamos sąvokos nekoreliuoja – jo teigimu, tuomet ir gydytojas turėtų studijuoti kažkokį abstraktų sveikatos objektą. Viena vertus, reikia pažymėti, kad M.3, 1078a21–23, sakydamas, kad geriausia tai, kas nėra atskira, svarstyti kaip atskira, kaip tai darančius Aristotelis įvardija būtent matematikus. Kita vertus, Barnes klausimas yra validus – ar tik apie skaičius galime kalbėti kaip apie formas? Ar tuomet lygiai taip pat ir judėjimas neturi būti fiziko, o sveikata – gydytojo, abstrahuotos savybės svarstomos kaip formos? Atsakymą Aristotelis pateikia tame pačiame *Fizikos* B.2 skyrelyje, kuriame aptariami skirtumai tarp matematiko ir gamtos tyrinėtojo. Išties, pastarajam svarbi dalykų forma. Tačiau kadangi prigimtis (φύσις) yra dvilypė – forma ir materija – gamtos tyrinėtojui svarbu svarstyti ir apie materiją, kadangi svarstomi dalykai paprasčiausiai nėra ir negali būti nuo jos atskiriami – specifinės formos reikalauja specifinės materijos (194a20–27; 194b9–11). Tarkime, gydytojui svarbi sveikata kaip tokia, tačiau neišvengiamai taip pat ir tulžis, ir gleivės, kurios lemia sveikatą (pagal tuometinę medicininę skysčių teoriją). Cf. *Met.* E.1, 1025b24–1026a7 – Aristotelis vėlgi pažymi, kad gamtos mokslai tyrinėja formas *kaip* neatskiriamas nuo materijos, ir išplečia jau anksčiau minėtą pavyzdį apie riestą nosį, teigdamas, kad tas pats galios ir kitiems natūraliems dalykams, kuriuos tiria gamtos mokslininkas: akis, veidas, oda, kaulas ir gyvūnas kaip toks apskritai; lapas, šaknis, žievė ir augalas apskritai – nei vienas šių dalykų nėra atskiriamas nuo

[41] E. g. Mueller (1970, 161), Gaukroger (1980, 188), White (1993, 176), Pappas (2018, 13), Katz (2022, 137).

materijos. Γ.1, 995a15–20 pažymima, kad gamtos moksluose negalima tikėtis matematinio tikslumo, nes jie yra susiję su materija.

Būtent dėl to matematinės formos ir turi ypatingą statusą, dėl to skaičiai yra universaliai, bet kam pritaikomi predikatai – jie kaip formos nereikalauja jokios specifinės materijos. Dėl to Aristotelis kalba apie laisvą mato pasirinkimą skaičiuojant – matą galima suvokti kaip materiją, kuriai forma bus pritaikoma, tad galima skaičiuoti bet ką, nuo gyvūnų ar debesų iki spalvų, skiemenų ar minčių. M.3, 1077b20–21 Aristotelis ir pažymi, kad matematiniai skaičiavimai gali būti pritaikomi jusliniams dydžiams, tačiau ne *kaip* jusliniams, o *kaip* turintiems tam tikras matematines savybes (cf. 1078a2–5; *Phys.* B.2 193b23–25). Barnes (1985, 103; 106) identifikuoja, kad Aristotelis prieveiksmį „kaip" M knygoje (ᾗ; lot. *qua*) vartoja siekdamas apibrėžti įvairių mokslų nagrinėjamą objektą juslinių dalykų atžvilgiu – fizikui svarbus dalykų judėjimo aspektas, gydytojui – sveikatos, o aritmetikui – nedalomumas, – tačiau tai nesuponuoja, kad vien šiuos aspektus turintys dalykai turi savarankišką ontologinį statusą. Taigi, paprasčiausiai susitelkiama į konkretų mokslininkui rūpimą aspektą, o skirtumas tarp matematikos ir kitų mokslų tik tas, kad matematikas gali atlikti savo skaičiavimus nekreipdamas dėmesio į materiją. Šiuo atžvilgiu įdomus atvejis yra antraeilės matematinės disciplinos, pavaldžios (esančios po – ὑπὸ) aritmetikai ir geometrijai – astronomija, optika, harmonija ir mechanika (*Met.* M.3, 1078a13–16; *Phys.* B.2, 194a7–9). Aristotelinėje sistemoje jos apibūdinamos kaip mokslai, turintys tam tikrą juslinį domeną, tačiau tyrinėjantys tą domeną tik kaip pasireiškiantį matematinėmis savybėmis. Pavyzdžiui, geometrija svarsto apie juslines linijas tačiau ne *kaip* juslines, t. y. kaip matematines, o optika, svarstydama apie regos ypatybes, svarsto jas kaip matematines linijas *kaip* juslines (*Phys.* B.2, 194a9–11). *APo*. I, 79a7–8 Aristotelis pažymi, kad tokių mokslų objektai atitinka tam tikras formas – mat matematiniai mokslai yra apie formas (cf. 87a32–36). Tik minėtos keturios disciplinos yra mažiau universalios, kadangi jose matematinės formos turi specifinę materiją, kurios yra ribojamos.[42]

Plėtojama interpretacija ne tik paaiškina matematikos universalumą, bet išpildo ir Aristotelio N.3 keliamus reikalavimus, kad matematinių objektų, kurie nėra jusliniai, egzistencija turi derėti su faktu, jog jusliniai objektai turi matematines savybes – taigi, matematiniai objektai yra išvedami iš šių savybių. Lear (1982, 189–90) teigimu, matematika, siekdama teigti savo tiesas kaip validžias, turi atkurti struktūrines savybes, aptinkamas empirinėje tikrovėje. Negana to, turi egzistuoti „tiltas", per

[42] Daugiau apie matematinių ir jiems pavaldžių mokslų sąsajas žr. Distelzweig (2013) straipsnį. Distelzweig neigia, kad apie matematinius objektus reikėtų svarstyti formos ir materijos kategorijomis (2013, 95), tačiau nepaisant to, jo analizėje „predikuojamų universalių matematinių atributų" pritaikymas savo ypatybėmis atsiskleidžia būtent kaip formų ligšioliniame darbo svarstyme. Tad nors terminija skiriasi, straipsnio analizė yra įtikinanti. Tačiau norisi atkreipti dėmesį, kad konceptualizuoti matematines savybes kaip „universalius atributus" yra miglota išeitis, nepaaiškinanti įvairių šakinių klausimų, pradedant nuo to, ką apskritai tiksliai tai reiškia; kuo matematinių atributų universalizavimas skiriasi nuo kitų atributų, kas yra matematikų postuluojami „gryni" geometriniai ar aritmetiniai esiniai (2013, 89) ir t. t.

kurį būtų pereinama nuo struktūrinių savybių prie matematinių objektų ir vėl atgal – Aristotelio teorija pasiūlo ir tokią matematikos teoriją, ir tokį tiltą. Kaip tikslingai įvardija Graukoger (1982, 312–13), jusliniai skaičiai pasirodo pirmesni egzistenciškai, ir tik po to, kaip abstrakcijos, noetiniai, tačiau pastarieji yra pirmesni logine prasme, kadangi be jų nebūtų įmanoma suskaičiuoti ir juslinių objektų.[43]

3.3 Skaičiaus vientisumo klausimas

Kodėl vientisumo klausimas apskritai yra svarbus? Kaip minėta, jei nėra vientisas, skaičius išties tėra nestruktūruotų vienetų krūva (σωρός), ir nėra aišku, kodėl mes ją turėtumėme svarstyti kaip kurį nors vieną skaičių. O ne kiekviena vienetų kolekcija yra skaičius – tik ta, kurioje vienetai tarpusavyje kažkuo susiję – ne veltui skaičius yra kolektyvinis predikatas, kadangi tokie predikatai steigia visus narius vienijančią tapatybę. Tai ir paties skaičiaus kaip tokio tapatybės klausimas, nes kyla klausimas, kas padaro kurį nors skaičių būtent tuo, o ne kitu, skaičiumi. Tarkime, kodėl tuomet šeši vienetai yra savitas, individualus skaičius 6, o ne padvigubinta trejeto instancija? Kad skaičiai turi savitą būvį, liudija *Met.* Δ.14 skyrelis apie „kokybę“ (τὸ ποιόν). 1020b2–8 rašoma, kad yra kokybės reikšmė, kuri pritaikoma matematiniams objektams; kalbama apie kokybinius „esminius skirtumus“, o ši sąvoka įprastai nurodo į skirtumus tarp skirtingų rūšių ir jų formų. Ir skaičiai, anot Aristotelio, tikrai kažkuo esmingai skiriasi vienas nuo kito ne vien kiekybiškai – tai dar tą kiekybę papildantys aspektai.[44] Jis būtent ir pateikia pavyzdį, kad šeši yra tai, kas yra įsteigta vieną kartą, tai nėra dvi trejeto instancijos ar trys dvejeto, t. y., nors matematiškai sudedant skaičius yra tiesa, kad 2+2+2 ar 3+3, šeštą šešetu padaro ne tokių kombinacijų suma, tad ne vien šešių vienetų suma, bet ir tai, kad šie vienetai yra „paimti sykiu“.[45] Negana to, tie patys dvejetai ir trejetai turės turėti savo tapatybę, kuri dargi gali būti atkartota ne vieną kartą. Taigi, faktorius, steigiantis vientisumą, tuo pačiu neišvengiamai steigia ir tapatybę, ir jis yra kažkas daugiau nei vienetų suma.

Sekant Galluzzo (2018), siekiant paaiškinti skaičiaus vientisumo klausimą, kertine ištrauka norisi laikyti H.3, 1043b34–1044a11, mat ją Aristotelis pradeda efektingu teiginiu apie substancijų ir skaičių ryšį: jei laikome skaičius ne tiesiog vienetų krūvomis (kaip kai kurie kiti), tuomet substancijos tam tikra prasme yra kaip (πως) skaičiai. Pasak Galluzzo (2018, 296), tokia Aristotelio formuluotė suponuoja, kad palyginimas yra teisingas, jei *teisingai* suprantama skaičiaus prigimtis (o ne kaip kad

[43] Prie to paties galima paminėti, kad būtent šitaip Aristotelio mintis interpretuoja ir Antikos komentatoriai – anot jų, matematiniai objektai pasirodo prote kaip abstrahuota forma ir materija nuo juslinių objektų. Daugiau žr. Mueller (1990).
[44] Prie šios minties dar kartą grįžtama prie jau referuotos M.8, 1083a1–17 vietos, kur argumentuojama, kad vienetai nėra nei kokybiškai, nei kiekybiškai skirtingi – tačiau skaičiai, kurie yra sudaryti iš vienetų, skiriasi vienas nuo kito.
[45] Pappas (2018, 174) irgi pastebi, kad ženklą = reikėtų suprasti kaip lygiavertiškumo simbolį, t. y., kad vienetų skaičius yra vienodas. Tačiau vienodas vienetų kiekis nereiškia vienodos skaičiaus tapatybės.

supranta kai kurie kiti, t. y. platonikai ir pitagorikai). Taigi, jei priimama prielaida, kad ir skaičiai, ir substancijos nėra vien iš dalių sudaryti agregatai, o vientisi esiniai, analogijos tikslu galima laikyti siekį paaiškinti šį vientisumo aspektą abiejų esinių atvejais. Ir jei priimame, kad Aristotelis siūlo skaičius svarstyti tarsi substancijas, tuomet tokia prigimties analogija neturėtų stebinti. Toliau pateikiamos keturias paraleles: 1) apibrėžimas yra kaip skaičius, nes jis gali būti padalintas į nedalomas dalis; 2) jei iš kokio nors skaičiaus ką nors atimsime, arba prie jo ką nors pridėsime, kad ir kokia maža dalis bebūtų, po to tai nebebus tas pats skaičius – lygiai taip pat neišliktų, pasikeistų ir apibrėžimas, ir esencija; 3) tiek skaičiams, tiek apibrėžimams yra būtina turėti kažką, dėl ko jie yra vientisi. Nes arba abu yra ne vientisas dalykas, o kaip krūva, arba yra, ir tokiu atveju reikia pateikti paaiškinimą, kaip. O apibrėžimas *yra* vientisas; tačiau žmonės nesugeba to paaiškinti nei skaičiaus, nei apibrėžimo atveju. Aristotelis rašo, kad apibrėžimo buvimas vientisu yra natūrali pasekmė, nes – ir jo paaiškinimas galioja abiem – substancija yra aktualumas ir prigimtis; 4) kaip kad skaičius negali tapti daugiau arba mažiau, taip ir substancija formos prasme – tai gali įvykti tik sąjungoje su materija. Tarp pradinio teiginio ir paralelių ryškus gana didelis šuolis: skaičiai sulyginami su substancijomis, tačiau trijose iš keturių paralelėse jie lyginami su apibrėžimu. Kita vertus, tai atrodo nuoseklu prisiminus, kas yra apibrėžimas – tai ta pati forma, nusakanti daikto esenciją, tik jei formą suvokiame kaip tam tikrą „daiktą“, predikatą, aktualiai esantį tikrovėje arba prote, tai apibrėžimas yra šio daikto konceptas, išreiškiantis turinį (*Met.* Z.4, 1030a6; Z.7, 1032b1; b14). Tai svarbu, nes Galluzzo mano, kad jei manome šias paraleles praskleidžiant skaičių prigimties mįslę, – kad jie nėra tik vienetų agregatai, – panašu, kad tai padaro tik trečioji paralelė, tad analogija kaip tokia nuvilia (2018, 299; 301).

Tačiau ši sąsaja, kad apibrėžimas = forma, leidžia interpretuoti visas paraleles kaip kalbančias apie tą pačią vientisumo temą. Pradedant nuo pirmosios, gali atrodyti neaišku, kaip dalinimo galimybė prisideda prie skaičiaus vientisumo paaiškinimo – juk ir vienetų agregatas gali būti išskaidytas (*ibid.*, 299–300). Visgi apibrėžimą mes galime išskaidyti tik prote – suvokti atskiras išreikšto turinio dalis, iš kurių jis sudarytas, tačiau kaip esinys forma yra vientisa, nesvarbu, kalbame apie jos apraišką realybėje ar prote – tarkime, sielą galime konceptualiai skaidyti į dalis prote, tačiau jos kaip formos suvokimas yra vientisas, kaip tokia ji yra ir realiai. O kad forma, ir dėl to taip pat apibrėžimas, yra vientisa, Aristoteliui yra neginčytina konstanta, kadangi tai yra principas (ἀρχή). Z.17 aptariamas klaidingas manymas, kad tai, kas atsakinga už daikto dalių[46] ar elementų (στοιχεῖα) vientisumą, yra dar vienas elementas,[47] ar iš jų sudarytas, nes tai vestų į begalinį elementų regresą.

[46] E. g. *Phys.* Δ.12, 221a12–15 vienetas yra įvardijamas kaip skaičiaus dalis (μέρος).
[47] Dėl to Aristotelis nemano, kad vientisumo principu gali būti vienetas, ir už tokį požiūrį kritikuoja platonikus Met. M.8, 1084b2, kurie nori vienetą teigti esant ir formaliu, ir materiniu principu. Daugiau žr. Galluzzo 2018, 308.

Dėl to Aristotelis daro išvadą, kad tai nėra elementas, tačiau principas – tai daikto substancija ir jo būties priežastis. Kadangi, kaip sakyta, tai, kas galioja formai, galioja ir skaičiui, plaukia išvada, kad skaičių atveju vientisumą turėtų steigti tas pats faktorius, kuris jį steigia ir visoms kitoms substancijoms – forma. Toliau, panaši į pirmą yra ir antra paralelė: tiek įprasta, tiek skaitinė forma nebegali išlikti ta pati, jei pranyksta ar atsiranda papildomas jos tapatybę sudarantis esminis skirtumas. Iš kitos pusės, šią išvadą galiausiai padaro ir Galluzzo (2018, 310): antra paralelė kalba ne apie materinį vienetų padaugėjimą, tačiau apie kismą kažko, kas nėra vien materija. Tad paskutinę, ketvirtąją paralelę galima matyti tarsi papildymą, kad forma net ir negali šitaip pakisti viena pati, kadangi tai substancinis kismas, savaime reikalaujantis materijos; tai susisieja su jau aptartu klausimu, kaip vyksta matematinės operacijos. Įdomu, kad vedama analogija yra tarp įprastų ir skaitinių *formų*, ne skaičiaus kaip hilomorfinio – galima įžvelgi patvirtinimą, paradigminė skaičiaus būtis yra forma. Trečioji paralelė jau ir visai tiesiogiai įtvirtina skaičiaus prilyginimą formai, tad kartu ir esminei jos savybei – vientisumui. Kartu, kaip matyti, Aristotelis trečiojoje paralelėje apie formą ima kalbėti be didesnio paaiškinimo – tarsi tai būtų natūralus apibrėžimo sinonimas.

Taigi, kadangi skaičiai yra *tarsi* substancijos, jų vientisumą steigia forma.[48] Tokiu atveju verta iškelti klausimą, ar skaičių kaip hilomorfinių junginių vientisumas nėra kiek kitoks nei įprastų substancijų. Kaip minėta, žmogaus kūnas yra sudėtas tam tikru būdu, nes to reikalauja siela; tam tikrą skiemenį galime laikyti būtent kažkokiu skiemeniu, nes jo raidės yra sudėtos specifiniu būdu. Skaičių atžvilgiu galima kritika, kad nelabai įmanoma įsivaizduoti, kokiu būdu turėtų būti „sulipę“ vienetai – jiems nėra aktualus lokalizavimas erdvėje[49] – tad kokia tiksliai turėtų būti vienetų struktūra skaičiuje? Kaip kontrargumentas itin vertinga Scaltsas (1990, 588) pastaba, kad formos nereikėtų suvokti kaip *santykio* tarp dalių. Taip, forma išties turi suvienyti atskiras dalis, tačiau ji tai daro susiedama kiekvienos dalies tapatybę su visumos tapatybe, kai tuo tarpu santykis tarp dalių palieka pačių dalių tapatybę nepaliestą. Tarkime, turime 10 knygų – jei 10 tėra santykis, tuomet kiekvienos knygos tapatybė iš esmės gali būti apibūdinta neatsižvelgiant į kitą knygą. Aiškesnis pavyzdys galėtų būti, tarkime, giminystės: broliai gali turėti juos tam tikra prasme vienijantį giminystės santykį, kuris konstituoja juos kaip brolius, tačiau kaip substancijos – žmonės – kiekvienas yra nepriklausomas nuo kito. Tuo tarpu, jei 10 steigia tapatybę, – o substancijų atveju taip ir yra – tuomet tampa nebeįmanomas pirmasis svarstytas variantas, nes kiekviena knyga turi būti apibūdinta tapatybės

[48] Būtent hilomorfinę išeitį Aristotelis siūlo *Met.* M.8, kritikuodamas platonikus, kad šie negali paaiškinti skaičiaus vientisumo. 1084b5–6 teigiama, kad vienetai yra materija, ir skaičius – jų forma; b9–12 užtvirtinama, kad vienetai kaip materija yra vientiso (τὸ ὅλον) materijos–formos junginio dalis. Katz (2021, 205) tokią teoriją vėlgi mato kaip logišką hipotetinę galimybę, *jei* skaičiai yra substancijos – o taip, anot jos, nėra. Visgi skaičiai yra *tarsi* substancijos, tad Aristotelio siūlymas nėra vien logiška galimybė, tačiau realiai pritaikomas sprendimas.
[49] Daugiau žr. Pappas (2018, 182–85), Katz (2021, 207–208)

santykyje su kita – kiekviena knyga bus tik dalis viso knygų dešimtuko kaip substancinio vieneto; jo dalis sies tarpusavio priklausomybė. Žinoma, gali būti, kad tuo pačiu substancinės dalys struktūruojasi kokiu nors būdu, mat tai reikalinga tapatybės išpildymui. Tačiau galima galvoti, kad tai nėra būtina sąlyga visais atvejais – skaičių atveju vienetams nebūtina būti lokalizuotiems konkrečiu būdu, kad jie konstituotų *kolektyvinę* tapatybę.[50]

Visgi, anot Gaukroger (1980, 195), Pappas (2018, 170), jei priimame ligi šiol formuluotą aristotelinę matematinio skaičiaus sampratą, kad tai iš esmės yra vienetuose įmaterintos formos, kyla fundamentali problema, kad pati Aristotelio aritmetikos samprata antikiniame kontekste pasirodo ribota. Jų teigimu, jei skaičius suprantamas kaip suskaičiuoti vienetai, atrodo, kad Aristotelio aritmetika visgi tėra tik λογιστική (mokslas apie skaičių santykius – skaičiavimo menas), svarstanti kažką apie skaičių santykių rezultatus, o ne apie skaičių kaip tokį; dėl to Platonui ir teko postuluoti skaičių kaip aritmetikos objektą kaip kažką skirtingo – atskiro – nuo vien suskaičiuotos vienetų sumos (Annas 1976, 7). Tačiau vientisumo klausimo analizė rodo, kad ir Aristoteliui skaičius yra daugiau nei vienetų suma. Skaičiavimą galima laikyti mentaliniu aktu, kuomet vienetams priskiriamas predikatas, ir Aristotelio mąstyme toks predikatas yra kažkas, kas vienija vienetus į vieną – tai principas, esantis šis tas daugiau nei vienetų suma. Kitaip tariant, tai, kad skaičių sudaro suskaičiuoti vienetai, nereiškia, kad tai yra viskas, kas skaičius yra. Taigi, tam tikra prasme aritmetika ir svarsto šį principą, tik visuomet įmaterintą – ji skaičius regi kaip konkrečius hilomorfinius junginius, ir tuomet svarsto jų esmines savybes (*Met.* E.1, 1025b4–14). Principų kaip tokių, taip pat ir matematinių, svarstymas jau yra filosofijos domenas (*ibid.*); lygiai kaip ir šiais laikais matematika ir matematikos filosofijos disciplinos yra atskiriamos. Įdomu, kad XXI a. vėl atsigręžta į aristotelinę matematikos filosofiją. Vadinamosios Sidnėjaus aristotelinio realizmo mokyklos manymu, būtent aristotelinė prieiga yra įgali išspręsti problemas, į kurias atsakymų nesugebėjo rasti ilgai dominavusios platonizmo ar nominalizmo (įtraukiant ir formalizmą, logicizmą) mokyklos. Kol kas išsamiausias tam paskirtas šaltinis, Franklin (2014) knyga, ne tik permąsto aristotelines prielaidas, tačiau ir taiko jas siekiant paaiškinti matematines koncepcijas, apie kurias Aristotelis savo laikmečiu paprasčiausiai negalėjo mąstyti.

[50] Vienintelė kol kas pateikta alternatyvi vientisumo interpretacija yra mažai įtikinanti. Jos atstovai (Gaukroger 1982, 317–320; Katz 2021, 212–214) teigia, kad vienijantį vaidmenį atlieka mato konceptas – kuomet pasirenkame matą ir sakome, kad turime 10 avių, nusakydami, *ko* mes turime, suvienijame agregatą jį išmatuodami. Tačiau, pirma, kaip tai, *ko* turime, atsako į klausimą, *kiek* turime – kaip mato padarymas vienetus kokybiškai vienodus steigia vientisą skaičių? Antra, kalbant apie vientisumą, vieneto mato negalima laikyti vienijančiu faktoriumi – toks siūlymas aristotelinėje metafizikoje turėtų skambėti mažų mažiausiai keistai (Halper 1989, 258–59). Matas tėra materiją individualizuojantis aspektas; būtų tas pats sakyti, kad žmogų steigia jo šviesi ar tamsi odos spalva. Taip, tiesa, kad materija sudaro individo tapatybės dalį, tačiau ji šios nesteigia – odos spalva, tad laikykime, kad ir matas analogiškai, yra esminė formoje numatomos hipotetinės žmogiškos materijos savybė (žmogaus oda negali neturėti spalvos), tačiau tai nėra nei esminis principas, nei visas žmogaus tapatybės turinys. Aristotelis ir pats tai aptaria *Met.* M.7, 1082a20–26 kritikoje platonikams: faktas, kad vienetai yra to paties tipo, nėra pakankamas teigti jų vientisumą.

Išvados

Išanalizavus skaičiaus būtį aristotelinėje ontologijoje, nustatyta, kad skaičius Aristotelio filosofijoje turi dvejopą reikšmę, kadangi dvejopa yra jo būtis: potenciali ir aktuali. Potencialiai kaip atsitiktinis atributas jis priklauso visiems dalykams, kurie gali būti suskaičiuoti. Pasirinkus konceptą, kas bus skaičiuojama – pasirinkus matą, – išmatuojamas tos kategorijos vienetų skaičius, ir taip bendras juslinių objektų skaičius aktualizuojamas mąstyme; *contra* Frege, tai konceptas pritaikomas skaičiui, o ne skaičius konceptui. Tačiau aktualizacija įmanoma tik jau prieš tai turint aktualų skaičiaus suvokimą kaip universaliai pritaikomo predikato – postuluojant jį *tarsi* formą. Taigi, potenciali atributinė būtis yra pirmesnė egzistenciškai, nes skaičiai egzistuoja dar iki jų suvokimo. Tačiau aktuali skaičiaus kaip formos būtis pasirodo pirmesnė logine prasme, kadangi tik dėl jos tampa įmanoma individualių skaičių aktualizacija.

Skaitinės formos prote atskiriamos abstrakcijos būdu, mentaliai suredukavus individualias įvairių objektų grupes vien į jų kiekį, ir skaičių atskyrus kaip šį kiekį steigiančią savybę – skaičius pasirodo tarsi atliekantis formos vaidmenį. Atskyrimo sąvoka darbe apibrėžiama kaip priskiriama išskirtinai matematikai, nes tik matematines formas įmanoma išgauti be jokios sąsajos su materija, ir taip pritaikyti bet kokiam daugiui. Tokia skaičių tarsi formų teorija Aristoteliui sukuria metafizinį tiltą, leidžiantį matematiką matyti kaip kylančią iš juslinio pasaulio aplink, ir kartu jam vėl pritaikomą, kuomet tampa įmanoma svarstyti daikto matematines savybes nekreipiant dėmesio į jo materiją. Ši teorija taip pat leidžia paaiškinti skaičiaus buvimą daugio predikatu: skaičiaus laikymas forma įgalina jo gebą steigti kolektyvinę tapatybę, ir dėl to skaičius vienetų daugiui pritaikomas ne distribuciškai, o visiems kartu iškart, tarsi vienam esiniui.

Taigi, nustatyta, kad aktualizuoti jusliniai skaičiai prote mąstomi tarsi substancijos – hilomorfiniai junginiai, kuriuose vienetai kaip materija konstituojami skaitinės formos. Savo ruožtu matematikai svarsto noetinius skaičius, kurie turi konkrečią materiją, tačiau matematikui ši abstrakcijos būdu pasirodo tik kaip abstraktus, svarstymui įtakos nedarantis diskretus daugis. Tad matematikas išties svarsto juslinius objektus, tačiau ne *kaip* juslinius, nes ontologiškai formos yra priklausomos nuo materijos, tačiau matematiko mąstyme jos yra logiškai nepriklausomos. Hilomorfinių junginių teorija reikalinga norint paaiškinti matematinių operacijų metu vykstantį kismą, kuriam reikalinga materija, tad taip nubrėžiama ir skirtis tarp aritmetiko ir aritmetiką tyrinėjančio filosofo – pirmasis svarsto įmaterintas formas, o antrojo tyrinėjimo objektas yra formos kaip tokios. Galiausiai, reikia paminėti, kad tolesnis ir pilnavertis Aristotelio matematikos filosofijos tyrimas numatytų patikrinimą, ar matematinių objektų kaip formų teoriją įmanoma pritaikyti ir geometrijai.

Šaltiniai

1. Aristotle. 1932. *Politics*. H. Rackham, trans. Loeb Classical Library 264. Cambridge, MA: Harvard University Press.
2. Aristotle. 1933. *Metaphysics, Volume I: Books 1–9.* H. Tredennick, trans. Loeb Classical Library 271. Cambridge, MA: Harvard University Press.
3. Aristotle. 1935: Metaphysics, Volume II: Books 10–14. *Metaphysics, Volume II: Books 10–14. Oeconomica. Magna Moralia.* H. Tredennick, G. C. Armstrong, trans. Loeb Classical Library 287. Cambridge, MA: Harvard University Press.
4. Aristotle. 1938: Categories. *Categories. On Interpretation. Prior Analytics*. H. P. Cooke, H. Tredennick, trans. Loeb Classical Library 325. Cambridge, MA: Harvard University Press.
5. Aristotle. 1957. *Physics, Volume I: Books 1–4.* P. H. Wicksteed, F. M. Cornford, trans. Loeb Classical Library 228. Cambridge, MA: Harvard University Press.
6. Aristotle. 1957: On Memory and Recollection. *On the Soul. Parva Naturalia. On Breath*. W. S. Hett, trans. Loeb Classical Library 288. Cambridge, MA: Harvard University Press.
7. Aristotle. 1957: On the Soul. *On the Soul. Parva Naturalia. On Breath*. W. S. Hett, trans. Loeb Classical Library 288. Cambridge, MA: Harvard University Press.
8. Aristotle. 1960: Posterior Analytics. *Posterior Analytics. Topica*. H. Tredennick, E. S. Foster, trans. Loeb Classical Library 391. Cambridge, MA: Harvard University Press.
9. Frege, G. 1960. *The Foundations of Arithmetic*. J. L. Austin, trans. 2nd ed. New York: Harper&Brothers.
10. Plato. 1926: Greater Hippias. *Cratylus. Parmenides. Greater Hippias. Lesser Hippias.* H. N. Fowler, trans. Loeb Classical Library 167. Cambridge, MA: Harvard University Press.
11. Plato. 2013. *Republic, Volume I: Books 1–5*. Ch. Emlyn–Jones, W. Preddy, trans., ed. Loeb Classical Library 237. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Literatūra

1. Annas, J. 1976. *Aristotle's Metaphysics: Books M and N*. Oxford: Clarendon Press.
2. Barnes, J. 1985. Aristotle's Arithmetic. *Revue de Philosophie Ancienne* 3(1), 97–133.
3. Bostock, D. 1994. *Aristotle:* Metaphysics *Books Z and H.* Oxford: Clarendon Press.
4. Castelli, L. M. 2018. *Aristotle:* Metaphysics *Book Iota.* Oxford: Clarendon Press.

5. Cleary, J. J. 1995. *Aristotle and Mathematics: Aporetic Method in Cosmology and Metaphysics*. Leiden: Brill.
6. Distelzweig, P. M. 2013. The Intersection of the Mathematical and Natural Sciences: The Subordinate Sciences in Aristotle. *Apeiron* 46(2), 85–105.
7. Franklin, J. 2018. *An Aristotelian Realist Philosophy of Mathematics: Mathematics as the Science of Quantity and Structure*. New York: Palgrave Macmillan.
8. Galluzo, G. 2018: *Substantiae sunt sicut numeri*: Aristotle on the Structure of Numbers. *Revolutions and Continuity in Greek Mathematics*. M. Sialaros, ed. Berlin: De Gruyter, 295–318.
9. Gaukroger, S. 1980. Aristotle on Intelligible Matter. *Phronesis* 25(2), 187–197.
10. Gaukroger, S. 1982. The One and the Many: Aristotle on the Individuation of Numbers. *The Classical Quarterly* 32(2), 312–322.
11. Halper, E. 1989. Some Problems in Aristotle's Mathematical Ontology. *Proceedings of the Boston Area Colloquium in Ancient Philosophy* 5(1), 247–276.
12. Hussey, E. 1991. Aristotle on Mathematical Objects. *Apeiron* 24(4), 105–133.
13. Katz, E. 2014. An Absurd Accumulation: Metaphysics M.2, 1076b11–36. *Phronesis* 59(4), 343–368.
14. Katz, E. 2017. Ontological Separation in Aristotle's "Metaphysics". *Phronesis* 62(1), 26–68.
15. Katz, E. 2021. What Numbers Could Not Be (for Aristotle). *Journal of the History of Philosophy* 59(2), 193–219.
16. Katz, E. 2022. Does Frege Have Aristotle's Number? *Journal of the American Philosophical Association* 9(1), 135–153.
17. Kirwan, C. 1993. *Aristotle:* Metaphysics *Books Γ, Δ, and E*. 2nd ed. Oxford: Clarendon Press.
18. Lear, J. 1982. Aristotle's Philosophy of Mathematics. *The Philosophical Review* 91(2), 161–192.
19. McDaniel, K. 2013. Existence and Number. *Analytic Philosophy* 54(2), 209–228.
20. Mignucci, M. 1987: Aristotle's Arithmetic. *Mathematics and Metaphysics in Aristotle: Akten des X. Symposium Aristotelicum*. A. Graeser, ed. Bern: Haupt, 175–211.
21. Mueller, I. 1970. Aristotle on Geometrical Objects. *Archiv für Geschichte der Philosophie* 52, 156–71.

22. Mueller, I. 1987: Aristotle’s Approach to the Problem of Principles in *Metaphysics* M and N. *Mathematics and Metaphysics in Aristotle: Akten des X. Symposium Aristotelicum*. A. Graeser, ed. Bern: Haupt, 241–259.
23. Mueller, I. 1990: Aristotle’s Doctrine of Abstraction in the commentators. *Aristotle Transformed: the Ancient Commentators and their Influence*. R. Sorabji, ed. Ithaca: Cornell University Press, 463–479.
24. Oliver, A., Smiley, T. 2013. *Plural logic*. Oxford: Oxford University Press.
25. Pappas, V. 2018. *Aristotle on the metaphysical status of mathematical entities*. PhD thesis. University of Cambridge.
26. Peramatzis, M. 2008. Aristotle's Notion of Priority in Nature and Substance. *Oxford Studies in Ancient Philosophy* 35, 187–247.
27. Peramatzis, M. 2011. *Priority in Aristotle's Metaphysics*. Oxford: Oxford University Press.
28. Petuška, V. 2020. *Atskyrimo (χωρισμός) ir dalyvavimo (μέθεξις) problema vėlyvuosiuose Platono dialoguose („Parmenidas“, „Sofistas“, „Timajas“).* Daktaro disertacija. Vilniaus universitetas.
29. Pritchard, P. 1995. *Plato’s Philosophy of Mathematics*. Sankt Augustin: Academia Verlag.
30. Scaltsas, T. 1990. Is a Whole Identical to its Parts? *Mind* 99(396), 583–598.
31. Wedin, M. 2000. *Aristotle's Theory of Substance: The* Categories *and* Metaphysics *Zeta.* Oxford: Oxford University Press.
32. White, J. W. 1993. The Metaphysical Location of Aristotle’s Μαθηματικά. *Phronesis* 38(2), 166–182.

Vasarė Butkutė. *Aristotelio matematikos filosofija „Metafizikos“ M–N knygose*

Santrauka: Magistro darbe nagrinėjama Aristotelio aritmetikos filosofija ir siekiama nuosekliai apibrėžti skaičiaus ontologinį statusą. Ginama tezė, kad skaičiai yra mentalinės substancijos, tikrovėje egzistuojančios tik potencialiai. Darbe teigiama, kad skaičiaus būtį kaip tokią įgalina juos suvokiantis protas: iki suvokimo jie potencialiai egzistuoja kaip atsitiktiniai objektų grupių predikatai; mąstyme pasirodo kaip hilomorfinės substancijos, vienetus kaip materiją konstituojant skaitinei formai. Juslinių skaičių materija yra konkreti dėl jiems pritaikomo mato, o matematikas svarsto noetinius skaičius, kurių materija irgi yra juslinė, tačiau svarstoma ne *kaip* juslinė – tik kaip abstraktus diskretus daugis. Skaitinės formos prote atskiriamos abstrakcijos būdu, mentaliai suredukavus individualias įvairių objektų grupes vien į jų kiekį, ir skaičių atskyrus kaip šį kiekį steigiančią savybę. Šitaip skaitinis atributas pasirodo tarsi atliekantis formos vaidmenį, steigiantis vienijančią kolektyvinę vienetų tapatybę. Tokia aritmetikos teorija leidžia teigti, kad skaičiai nėra atskiri esiniai nuo juslinio pasaulio, tačiau kaip tik iš jo kyla, ir yra jam pritaikomi.

Raktiniai žodžiai: Aristotelis, matematikos filosofija, skaičiaus ontologija

Vasarė Butkutė. *Aristotle's Philosophy of Mathematics in "Metaphysics" Books M–N*

Summary: This master's thesis examines Aristotle's philosophy of arithmetic and aims to present a consistent definition of the ontological status of the number. Its main thesis is that numbers are mental substances that exist only potentially in reality. It is argued that the existence of numbers as such is enabled by the mind that perceives them: prior to perception, they exist potentially as accidental attributes of groups of objects; in thought they appear as hylomorphic substances, the units as matter being constituted by numerical form. The matter of sensible numbers is specific due to the measure applied to them, and the mathematician considers noetic numbers, the matter of which is sensible as well, yet not considered as sensible – only as an abstract discrete multitude. Numerical forms are separated in the mind by abstraction, after mentally reducing individual groups of various objects to their quantity alone and separating the number as the property constituting this quantity. In this way, the numerical attribute appears as if it plays the role of form, establishing a unifying collective identity of the units. Such a theory of arithmetic allows to state that numbers as entities are not separate from the sensible world, but rather derived from it, and applicable to it.

Keywords: Aristotle, philosophy of mathematics, ontology of number