

VILNIAUS UNIVERSITETAS  
EKONOMIKOS IR VERSLO ADMINISTRAVIMO FAKULTETAS  
KIEKYBINIŲ METODŲ IR MODELIAVIMO KATEDRA

Povilas Kvedaras  
Ekonominės analizės programa

LIETUVOS 2018 M. KRITINIO DARBO UŽMOKESČIO DYDŽIO NUSTATYMAS  
MODIFIKUOTO MCCALLO DARBO PAIEŠKOS MODELIO PAGRINDU

EVALUATION OF LITHUANIAN RESERVATION WAGE FOR 2018 YEAR BASED  
ON THE MODIFIED MCCALL'S JOB SEARCH MODEL BASIS

Leidžiama ginti \_\_\_\_\_  
(parašas)  
Katedros vedėjas doc. Algirdas **Bartkus**

Magistrantas \_\_\_\_\_  
(parašas)  
Darbo vadovas \_\_\_\_\_  
(parašas)  
Prof.dr. Teodoras **Medaiskis**

Darbo įeikimo data \_\_\_\_\_  
Registracijos Nr. \_\_\_\_\_

Vilnius, 2019

## PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

1 pav. Bellmano lygties grafinis atvaizdavimas .....	11
2 pav. Bellmano su atleidimo iš darbo tikimybe lygties grafinis atvaizdavimas.....	15
3 pav. Darbo užmokesčio skirstinio grafinis atvaizdavimas .....	19
4 pav. Bellmano lygties grafikas pavaizduojantis programinio kodo veikimo principą.....	20
5 pav. Kritinio darbo užmokesčio dydžio kitimas priklausomai nuo nedarbo išmokos ir diskonto daugiklio.....	21
6 pav. Nedarbo išmokos išmokėjimo grafikas, jei vidutinis mėnesio bruto atlyginimas per paskutinius 30 mėnesių siekė 830 EUR.....	25
7 pav. 2018 m. mėnesinių darbo pajamų palyginimas kiekviename pajamų režyje.....	27
8 pav. 2018 m. Darbo užmokesčio sukauptųjų santykinių dažnių skirstinys .....	29
9 pav. Trečiojo laipsnio polinomo statistinis patikimumo raportas .....	30
10 pav. Šeštojo laipsnio polinomo pagalba sudarytos funkcijos grafikas, sugretintas su tikrais stebėjimais .....	31
11 pav. Tikrieji darbo užmokesčio skirstinio stebėjimai sugretinti su jų suvidurkintais taškais .....	31
12 pav. Šeštojo laipsnio polinomo pagalba sudarytos funkcijos grafikas, sugretintas su tikrais stebėjimais .....	32
13 pav. Kritinio darbo užmokesčio įverčiai su kintamu nedarbo išmokos arba socialinės pašalpos dydžiu) .....	36
14 pav. Darbinė lentelė skirta progaminiui kodui iteruoti.....	37
15 pav. Kritinio darbo užmokesčio jautrumo grafikas atleidimo iš darbo alfa tikimybės atžvilgiu .....	38
16 pav. Kritinio darbo užmokesčio jautrumo grafikas nedarbo išmokos c atžvilgiu.....	39
17 pav. Kritinio darbo užmokesčio jautrumo grafikas diskonto normos i atžvilgiu.....	40
18 pav. Kritinio darbo užmokesčio ir vidutinio darbo užmokesčio sugretinimas .....	42
19 pav. Kirtinio darbo užmokesčio ir vidutinio darbo užmokesčio Lietuvoje augimo tempai .....	43

20 pav. Vidutinio darbo užmokesčio ir nedarbo lygio dinamika nuo 1999 II ketv. iki 2019 II ketv. ....	43
21 pav. Kryžminė autokolegrama tarp nedarbo lygio ir vidutinio darbo užmokesčio .....	44
22 pav. Modelio paklaidų kvadratų (viršuje) ir paklaidų apačioje autokolegrama.....	45
23 pav. Vidutinio darbo užmokesčio Lietuvoje kitimo skalė per vienerių metų ketvirtį nedarbo lygiui agant vienu procentu .....	46
24 pav. 2018 m. vidutinis vieno mėnesio darbo užmokesčio ir sukauptų santykinų dažnių skirstinių palyginimas tarp skirtingos grupės amžiaus ir lyties atstovų.....	49
25 pav. 2015-2018 m. vidutinis vieno mėnesio darbo užmokesčio ir sukauptų santykinų dažnių skirstinių palyginimas .....	50
26 pav. 2015-2018 m. darbo užmokesčio sukauptų santykinų dažnių skirstinių palyginimas suskirsčius į tris lygias grupes pagal apdraustųjų skaičių .....	52
27 pav. 2018 m. kritinis darbo užmokesti tarp skirtingo amžiaus grupių ir lyčių .....	53

## TURINYS

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS.....	2
TURINYS.....	4
ĮVADAS .....	5
1. MCCALLO TARPLAIKINĖS DARBO PAIEŠKOS MODELIS .....	9
1.1. Pagrindinė modelio esmė ir idėja.....	9
1.2. Kritinio darbo užmokesčio dydžio nustatymas be atleidimo iš darbo galimybės.....	10
1.3. Kritinio darbo užmokesčio nustatymas su atleidimo iš darbo galimybe.....	13
1.4. Eksperimentinis McCallo tarplaikinės darbo paieškos modelio pritaikymas nustatant kritinį darbo užmokestį be atleidimo iš darbo galimybės .....	16
2. LIETUVOS DARBO RINKOS KRITINIO DARBO UŽMOKESČIO NUSTATYMO PRIELAIDOS, METODOLOGIJOS PAGRINDIMAS, TESTAVIMAS IR DETALUS APRAŠYMAS.....	23
2.1. McCall tarplaikinio paieškos modelio trūkumai ir prielaidos .....	23
2.2. Tiriamojo darbo prielaidos, skirtos atlikti tyrimą.....	23
2.3. Darbo užmokesčio duomenų apdorojimas ir tikimybių skirstinio sudarymo metodika..	26
3. TARPLAIKINIO DARBO UŽMOKESČIO SKAIČIAVIMAI, ANALIZĖ IR INTERPRETAVIMAS .....	35
3.1. Lietuvos 2018 metų kritinio darbo užmokesčio dydžio skaičiavimas .....	35
3.2. Lietuvos 2018 metų kritinio darbo užmokesčio dydžio jautrumo analizės metodikos sudarymas ir gautų rezultatų interpretavimas.....	36
3.3. Šalies kritinio darbo užmokesčio dydžio jautrumo analizės kritika.....	41
4. TOLIMESNIO TYRIMO POTENCIALIOS KRYPTIES NUSTATYMAS IR PAGRINDIMAS.....	47
IŠVADOS IR SIŪLYMAI.....	55
LITERATŪROS SĄRAŠAS .....	58
SANTRAUKA.....	60
SUMMARY .....	61
PRIEDAI .....	62

## IVADAS

Kritinis darbo užmokestis, arba kitaip – rezervacinis darbo užmokestis – yra apibūdinamas kaip mažiausia atlygio suma, su kuria darbuotojas sutiktų dirbti tam tikrą darbą. Ši suma gali priklausyti nuo labai daug faktorių: ekonominės situacijos šalyje; individo gerovės pokyčių; šeimyninės padėties; laiko, praleisto neturint darbo, darbingumo laipsnio, išsilavinimo, darbo patirties ir panašių aplinkybių. Esminis bruožas yra tas, kad darbdavys visuomet stengsis minimizuoti savo kaštus, tačiau darbuotojas stengsis savo pajamas maksimizuoti. Kadangi abi šalys bandys didinti savo ekonominį naudingumą, tai savaime suvokiama, kad nuo šių šalių bendro susitarimo bent iš dalies priklausys ir bendra sėkminga ekonomikos plėtra. Darbo rinkai yra būdingas neapibrėžtumumas (tam tikra tikimybė netekti darbo) bei informacijos kaina, kurią netiesiogiai turi sumokėti darbdaviai ir darbo ieškantys individai, todėl darbo paieškos procesui yra labai svarbus darbo rinkos efektyvumas. Kuo efektyviau atliekamas darbo paieškos procesas, tuo greičiau vyksta „prisiaikymas“ ir tuo efektyviau veikia darbo rinka. Dėl šių aukščiau minimų priežasčių buvo pradėti kurti įvairūs darbo paieškos modeliai. Tačiau, prieš pradėdant detaliau gilintis į darbo paieškos modelius, verta atkreipti dėmesį į tai, kad darbo rinkos efektyvumo sąvoka ekonomistų yra suprantama labai plačiai ir gana skirtingai, be to, pati šalių darbo rinka yra itin daug dėmesio sulaukianti sritis. Kadangi darbo paieškos modeliai įtraukia darbo rinkos kintamuosius tokius kaip: šalies nedarbo lygis, nedarbo išmokos dydis, diskonto norma, atleidimo iš darbo tikimybė ir kitų rodiklių (kurie gali būti sietini su šalies darbo rinka ir gali turėti jai poveikį), tai savaime sukelia nemažai klausimų ekonomistams, pavyzdžiui, kaip į šių rodiklių pokyčius sureagoja darbo rinka, bei kokių veiksmų turėtų imtis šalies politikai, kad šią rinką tinkamai sureguliuotų ir taip prisidėtų prie šalies bendro ekonomikos lygio augimo.

Apžvelgiant tik labiausiai paplitusias ekonomistų nuostatas, galima įvardinti neoklasikų ir postkeinsistų ekonomikos mokyklų požiūrių į darbo rinką skirtumus ir jų argumentų implikacijas. Šią temą nagrinėjo daugelis ekonomikos mokslo tyrinėtojų, tačiau toliau pateikiamas ekonominės minties takoskyros aprašymas yra iš dalies paremtas prof. R. Kuodžio pranešimu (Kuodis, 2015 m.). Neoklasikų krypties ekonomistų tarpe yra pripažįstama nuomonė, kad šalyje visuomet egzistuoja natūralus nedarbo lygis (NAIRU) ir yra manoma, kad jei nedarbas taps mažesnis nei šis lygis, tai gali sukelti neigiamų ekonominių pasekmių (t.y. turėtų būti taikomas ekonominio „perkaitimo“ susireguliuojimas per kainas). Taip pat pripažįstama, kad didžiausia įtaka šalių nedarbo lygiui, sukuriama bendram produktui ir darbo produktyvumui yra ekonomikos pasiūlos pusėje (Solow augimo modeliai ir pan.). Struktūriniai disbalansai darbo rinkoje atsiranda nepriklausomai nuo ekonominio ciklo, tad nepriklauso nuo bendrojo vartojimo lygio. Šių pažiūrų ekonomistų manymu,

šalies vyriausybės politika gali padaryti labai nedaug, kad sumažintų nedarbo lygį, kai šis iš tiesų yra sukeliamas ekonominių struktūrinių lūžių. Dėl šios priežasties reikia taikyti ekonomikos pasiūlos skatinimo politiką, kuri apimtų darbo rinkos deregularizaciją (darbo vietos išsaugojimo protekcijų naikinimas), minimalaus darbo užmokesčio ir nedarbo išmokų mažinimą bei darbo sąjungų galių silpninimą. Tuo tarpu postkeinsitai nesutinka, kad egzistuoja „natūralus“ nedarbo lygis ir teigia, kad nedarbas bei sukuriamas bendras produktas labai stipriai priklauso ir nuo paklausos lygio. Kaštų paradoksas (angl. „Paradox of costs“) (Kalecki, 1939; Rowthorn, 1981) teigia – jeigu išaugęs realus darbo užmokestis generuoja didesnę bendrąją vartojimą ir stimuliuoja didesnę darbo pajėgumų panaudojimą bei dėl to lemia didesnes investicijų išlaidas, tai bendras pelno kiekis taip pat turės išaugti. Struktūriniai darbo rinkos disbalansai labai jautriai reaguoja į ekonominį ciklą – ekonomikos pasiūlos pusė nėra nepriklausoma nuo paklausos pusės ir pasiūlos disbalansų (pvz., darbo jėgos įgūdžių nepritaikymo) ir gana greitai pranyksta, kai BVP atotrūkis (angl. „Output gap“) yra minimalus. Kitais žodžiais, valstybės fiskalinė politika yra efektyvus būdas ne tik sumažinti nedarbą, bet tą darant kartu ir padidinti darbo jėgos efektyvumą (per didesnę darbo jėgos įsitraukimą, mokantis dirbti darbą dirbant ir pan.). Kalecki (1971, 44 p.) suskirsto darbo pajėgumus į tiesioginius ir netiesioginius. Tiesioginiai darbo pajėgumai yra proporcingi gamybai (pagaminamai produkcijai), o netiesioginiai darbo pajėgumai yra proporcingi potencialiai gamybos apimčiai. Privalumas juos atskiriant yra tas, kad Okuno dėsnis (angl. „Okun's law“) tuomet atsiranda kaip savaime suprantamas dalykas ir nebelieka poreikio tokiems išsireiškimams kaip darbo rinkos nepaslankumai (angl. “labor hoarding”). Okuno dėsnis sako, kad nedarbo lygio nukritimas 1% pakelia sukuriamo produkto kiekį 2%. Šitaip postkeinsitai teigia, kad neoklasikų siūloma ekonominė politika, skirta sureguliuoti ciklinius ekonomikos svyramus, t.y. nesikišti (dar geriau – panaikinti barjerus) į rinkos dėsnius ir leisti jai susireguliuoti pačiai, gali sukelti struktūrinius darbo rinkos disbalansus, kurie gali atsirasti gana greitai, tačiau jų pasišalinimas užtruks daug ilgiau. Iliustruojantis pavyzdys gali būti pastarosios finansinės krizės laikotarpiu iki didelių aukštumų greitai išaugęs Lietuvos nedarbo lygis, kuriam vėl nukristi prireikė gerokai daugiau laiko. Postkeinsistų manymu, tai sukelia ekonomikos histerezę. Histerezė (terminas pasiskolintas iš fizikinių mokslų srities) ekonominiu požiūriu reiškia, kad kuo ilgiau trunka ekonominė recesija (gamybos spraga yra didelė ir tampa aiškiai identifikuojama), tuo labiau ši sukels neigiamas ilgalaikes pasekmes. Kažkuriuo momentu potencialus šalies produktyvumo lygis pradeda kristi (pasiūlos pusė) iki jau sumažėjusio paklausos lygio, todėl gamybos spraga susitraukia su gerokai mažesniu ekonomikos aktyvumo lygiu. Per daug nesiplečiant, bet tik apibendrintai paminint, kad ekonominės histerezės sukeltos pasekmės yra išaugęs ilgalaikis nedarbas ir su tuo susijusios ilgalaikės pasekmės šalies namų ūkiams. Postkeinsistų teorija netiesiogiai sako, kad darbo paieškos modeliai ir šių mokslinis tyrinėjimas bei praktinis pritaikymas gali prisidėti

prie šalies ekonomikos augimo potencialo gerinimo ar bent jau padėti atsakyti į aukščiau iškeltus klausimus.

Paminėtina, kad Lietuvoje McCall kritinio darbo užmokesčio dydžio nustatymo modelis buvo taikomas (Davidovič, 2015) apskaičiuoti 2014 metų kritinį darbo užmokestį šalyje. Šis magistro darbas yra netiesioginis tęsinys. Tačiau minimo darbo matematiniam modelyje buvo priimta prielaida, kad atleidimo iš darbo galimybės nėra. Šiame darbe bus bandoma panaudoti jau sukurtą metodiką, šią toliau išplėtoti bei praplėsti naudojamą matematinį modelį (įtraukiant atleidimo iš darbo galimybę) ir atlikti kritinio darbo užmokesčio skaičiavimus pasitelkiant 2018 metų Lietuvos darbo rinkos duomenis bei ieškoti, kokį poveikį šiam dydžiui gali turėti kiti šalies rodikliai.

*Darbo objektas* – kritinio darbo užmokesčio dydžio (rezervavimo algos) su atleidimo iš darbo galimybe nustatymo metodikos sukūrimas ir praktinis pritaikymas apskaičiuojant faktinius dydžius šalyje.

*Darbo tikslas* – apskaičiuoti Lietuvos 2018 metų kritinį darbo užmokestį praplėsto modifikuoto McCallo darbo paieškos modelio pagrindu.

*Darbo uždaviniai:*

1. Teoriškai išanalizuoti McCallo tarplaikinės darbo paieškos modelį su atleidimo iš darbo galimybe.
2. Sukurti loginį algoritmą, kurio pagrindu McCallo modelį būtų galima patalpinti į programinį kodą bei ištirti, ar gaunami rezultatai neprieštarauja ekonominei logikai.
3. Apibrėžti kritinio darbo užmokesčio skaičiavimo pirmines ir antrines prielaidas bei įvardinti pagrindinius modelio trūkumus.
4. Parengti kritinio darbo užmokesčio skaičiavimo metodiką, skirtą kritinio darbo užmokesčio dydžio Lietuvoje praktiniam skaičiavimui atlikti.
5. Pateikti skaičiavimus su gautų duomenų ir rezultatų ekonominę analizę.
6. Atlikti žvalgomąją analizę, skirtą nustatyti potencialiai galimą tolimesnę tyrimo plėtotę.

*Darbo struktūra.* Darbas sudarytas iš keturių dalių:

1. *Modelio teorijos dalis.* Šioje dalyje pristatomas McCall tarplaikinės darbo paieškos modelis, atskleidžiama jo esmė ir matematinė išraiška kritiniam darbo užmokesčiui skaičiuoti su atleidimo iš darbo galimybe. Taip pat atliekama teorinio modelio analizė, kurios tikslas geriau iliustruoti patį modelio veikimo principą bei pagrįsti, kad šis neprieštarauja ekonominei logikai.
2. *Prielaidų ir modelio metodologijos aprašymo dalis.* McCallo tarplaikinės darbo paieškos modelio pagrindinių trūkumų apibendrinimas. Lietuvos darbo rinkos duomenis tirti skirtų pirminių prielaidų sudarymas ir aprašymas. Sudarymas antrinių prielaidų, skirtų apskaičiuoti darbo užmokesčio skirstinį bei šio suformavimas.

3. *Kritinio darbo užmokesčio skaičiavimas ir rezultatų analizės dalis.* Nustatomas kritinis šalies darbo užmokestis 2018 metams. Gautas rezultatas palyginimas su 2017 metų kritinio darbo užmokesčio dydžiu. Palyginama, ar skaičiavimų metodika neprieštarauja 2015 metais rašyto magistrinio darbo gautiems rezultatams. Atliekama šalies kritinio darbo užmokesčio jautrumo analizė bei pateikiama tokios analizės kritika.
4. *Potencialaus tolimesnio mokslinio tyrimo žvalgomoji analizė.* Lietuvos darbo rinkos duomenų platesnis nagrinėjimas. Pagrindimas alternatyvios metodologijos, skirtos nustatyti galimą svarbą kritinio darbo užmokesčio dydžio skaičiavimams Lietuvos darbo rinkai, šią suskirstant į klasterius arba pagal skirtingas socialines grupes.



# 1. MCCALLO TARPLAIKINĖS DARBO PAIEŠKOS MODELIS

## 1.1. Pagrindinė modelio esmė ir idėja

Teorinė šio darbo dalis aprašoma remiantis *L. Ljungvist* ir *T. J. Sargent* „*Recursive Macroeconomic Theory*“ (2004) knyga, kurioje yra pristatomas McCall tarplaikinės darbo paieškos modelis (ang. „McCall’s model of interporal job search“). McCall (1970) nagrinėja bedarbį žmogų, kuris ieško darbo ir kuris privalo apsispręsti – priimti ar atmesti darbo pasiūlymą. Pasak Robert E. Lucas (1987), McCall (modelio) darbuotojo apklausa yra tas pats lyg pokalbis su draugu, kuris šiuo metu neturi darbo: „Gal tu keli per aukštus reikalavimus?“ arba „Kodėl išėjai iš praėjusio darbo, kai neturėjai susiradęs naujo?“ Tai yra socialinis mokslas, mėginantis sumodeliuoti ir suprasti individų elgseną vizualizuojant situacijas, kuriose atsiduria žmonės, bei galimybes, kurios jiems atsiveria, ir su tuo susijusias teigiamas ir neigiamas pasekmes. McCall suskirstė sprendimo priėmimo problemą į kelias pagrindines sub-problemas: a) Dabartinis ir tikėtinas darbo užmokesčio dydis, b) Nekantrumas; c) Nedarbo išmokos dydis, d) Atleidimo iš darbo tikimybė. Nagrinėdamas šią sprendimo priėmimo problemą jis pasitelkė dinaminį programavimą. Kartu yra laikomasi tam tikrų sąlygų, kurios sako, kad ieškantis darbo žmogus kiekvienu atskiru periodu gauna po vieną darbo pasiūlymą iš darbo užmokesčio skirstinio  $w_t$ . Su kiekvienu  $w_t$  d.u. dydžiu egzistuoja tam tikra nepriklausoma tikimybė  $p$ , kuri nusako, kaip tikėtina, kad šis dydis gali būti pasiūlytas. Visas šias  $p$  tikimybes nusako nuo laiko nepriklausoma atsitiktinio dydžio skirstininio funkcija  $F_w(w)$  (toliau žymima be  $w$  indekso).

Kiekvienu  $t$  laikotarpiu darbuotojas turi du pasirinkimus: 1) priimti darbo pasiūlymą ir dirbti neterminuotai su  $w_t$  darbo užmokesčiu už kiekvieną paskesnįjį periodą arba 2) atsisakyti darbo pasiūlymo ir gauti bedarbio išmoką  $c$ , bei laukti būsimo periodo darbo užmokesčio pasiūlymo. Pažymėtina, kad pradžioje bus nagrinėjamas atvejis, kur atleidimo ir išėjimo iš darbo galimybės nėra – ji bus nagrinėjama 1.3. skyrelyje. Taip pat laikytina, kad darbuotojas renkasi būsimą darbo užmokestį iš pastovaus algų pasiskirstymo skirstinio, taip kad  $F(w_t) = \text{prob}\{w_t \leq w\}$  kur  $F(m) = 0$ ,  $F(M) = 1$ , o  $M < \infty$ .  $F(0) = 0$  parodo, kad darbuotojas gali pasirinkti bedarbio išmoką  $c$ , o  $F(M) = 1$  parodo, kad jis gali pasirinkti kažkokį  $M$  dydžio maksimalų atlyginimą. Pažymime  $y_t$  darbuotojo darbo užmokestį  $t$  periodu. Gauname  $y_t = c$ , jei darbuotojas yra su bedarbio statusu ir  $y_t = w_t$ , jei darbuotojas priėmė darbo pasiūlymą dirbti už darbo užmokestį  $w_t$ . Žmogus, ieškantis darbo, naudoja strategiją, kur jis maksimizuoja  $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t y_t$ , kur  $\beta$  (0, 1) yra diskonto norma. Kuo mažesnė  $\beta$  diskonto reikšmė, tuo labiau darbuotojas nuvertina būsimą darbo užmokesčio teiktiną naudą. Atkreiptinas dėmesys, kad ši išraiška  $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t y_t$  (kur  $\max t = \infty$ ) bei ankstensnė nuoroda, kuri nusakė, kad darbuotojas, priėmęs kokį nors darbo pasiūlymą, dirbs neterminuotą laiką, netiesiogiai nurodo, kad

šis darbo paieškos modelis yra begalinio laiko. Iš pirmo žvilgsnio gali pasirodyti, kad tai nereali prielaida, bet kaip bus matyti tolimesniame aiškinime, ši prielaida nenuskurdina modelio skaičiavimo rezultato, tačiau supaprastina modelio matematinės algebros aparatą.

## 1.2. Kritinio darbo užmokesčio dydžio nustatymas be atleidimo iš darbo galimybės

Tam, kad teisingai įvertintume dabartinį ir būsimą gautiną naudingumą, reikia galvoti apie du aspektus: 1) dabartinę naudą, kurią gausime iš skirtingų sprendimų, bei 2) skirtingas būsenas, kurias šie sprendimai gali suteikti ateinančiais laikotarpiais (šiuo atveju darbą arba nedarbą). Pasveriant šiuos aspektus šioje sprendimo problemoje, reikia priskirti *reikšmes* toms būsenoms. Šiam tikslui teigtina, kad  $\omega(w)$  yra darbo ieškančiojo asmens (toliau supaprastintai be kreipinio į kurią nors žmogaus lytį – agento) pilna viso gyvenimo kaupama vertė, kai agentas būsimu laikotarpiu dar neturi darbo, bet jau gavo darbo pasiūlymą  $w$ . Tiksliau sakant,  $\omega(w)$  yra lauktinos vertės  $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t y_t$  funkcija. Žinoma,  $\omega(w)$  nėra trivialus apskaičiavimui, nes mes nežinome, kurie sprendimai-būsenos yra optimalios, o kurios ne. Bet galima galvoti apie  $\omega$  funkciją, kaip apie funkciją, kuri priskiria kiekvienam galimam  $w$  maksimalią gyvenimo trukmės sumą, kuri gali būti gauta priimant tam tikrą darbo užmokesčio pasiūlymą. Kertinis pastebėjimas yra tas, kad funkcija  $\omega$  yra rekursinė (kiekvienam  $w_1, \dots, w_n$ ). Tai galima išreikšti žemiau pateikta Bellmano (angl. „Bellman equation“) lygties pagalba.

$$\omega(w) = \max \left\{ \frac{w}{1-\beta}, c + \beta \int_m^M \omega(z) F'(z) dz \right\} \quad (1)$$

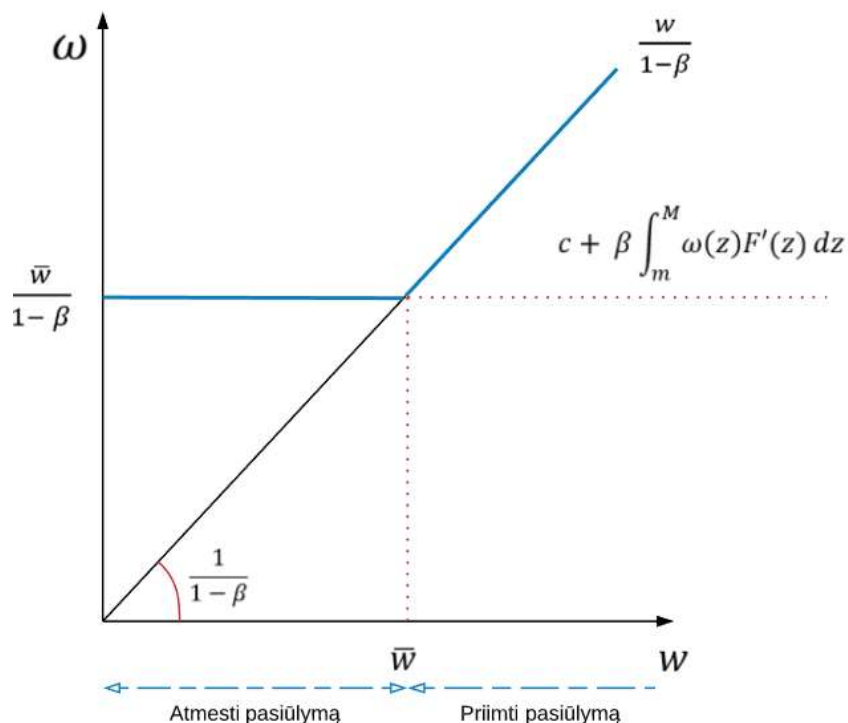
Po šia lygtimi slypi tokia informacija:

- Pirmoji išraiška  $\frac{w}{1-\beta}$  lygtyje yra maksimali būsimų pinigų srautų dabartinė vertė per visą likusį gyvenimą, jei agentas pasirinktų priimti darbo pasiūlymą ir dirbtų už  $w$  darbo užmokestį visą likusį gyvenimą. Šios lygties išraiška yra naudojama žinant, kad  $\frac{w}{1-\beta} = w + \beta w + \beta^2 w + \dots$  yra begalinės eilės nykstamosios progresijos sumos formulė, kai  $\beta < 1$ . Nykstamosios progresijos sumos formulės praktinė ekonominė reikšmė yra paprasta ir tiesiog nusako, kad gautinų pinigų vertė ateityje mažės, t.y. kad dabar gautas vienas euras yra vertingesnis nei tas pats vienas euras, kuris bus gautas po vienerių metų.
- Antroje išraiškoje  $c$  yra nedarbo išmoka, kurią agentas gautų, jei atsisakytų teikiamo darbo pasiūlymo, o narys  $\beta \int \omega(z) dF(z)$  parodo vidutines lauktinas pajamas, jei agentas elgsis

optimaliai ateityje, bet vėl padauginant iš  $\beta$  ( $\beta < 1$ ) diskonto normos, nes šios pajamos bus gautinos jau ateityje.  $z$  yra kažkoks galimas dydis iš  $F(w)$ .

Šios lygties pagalba galima daryti tokią išvadą: individas rinksis tą alternatyvą, kuri atneš pinigų srautą su didžiausia dabartine nauda.

Šią funkciją galima pavaizduoti grafiškai (žr.1 pav.).



1 pav. **Bellmano lygties (1) grafinis atvaizdavimas**

(sudaryta autoriaus remiantis L.Ljungqvist ir T.J. Sargent „Recursive Macroeconomic Theory“)

Šiame grafike paryškinta mėlyna linija yra agento  $\omega(w)$  lygties sprendinys. Lygiagrečiai abscisių ašiai tiesė yra  $c + \beta \int \omega(z)dF(z)$ , kuri parodo grafike atvejį, jei individas nepasirinktų darbo pasiūlymo  $w$ . Tuo tarpu viskas, kas yra aukščiau tiesės  $\frac{\bar{w}}{1-\beta}$  (su nuolydžiu  $\frac{1}{1-\beta}$ ) parodo lauktinas darbuotojo pajamas, jei agentas renkasi darbo pasiūlymus  $w$  didesnius už  $\bar{w}$ . Vieta, kur  $\frac{\bar{w}}{1-\beta}$  ir  $\frac{w}{1-\beta}$  tiesės susijungia (ir viena kitos atžvilgiu keičia kryptį) ir bus mus dominantis kritinio darbo užmokesčio dydis  $\bar{w}$ . Matoma, kad kritinio darbo užmokesčio dydis abscisių ašyje yra skirties taškas tarp pasirinkimų priimti arba atmesti darbo pasiūlymą.

Jau ankščiau pateiktų samprotavimų dėka *Bellmano* lygtį (1) galima transformuoti:

$$\omega(w) = \begin{cases} c + \beta \int_m^B \omega(z)F'(z) dz & \text{jei } w \leq \bar{w} \\ \frac{w}{1-\beta} & \text{jei } w \geq \bar{w} \end{cases} \quad (2)$$

Naudojant (2) lygtį galima nesunkiai konvertuoti funkcinę lygtį (1) į paprastą rezervavimo algos lygtį. Turime:

$$\frac{\bar{w}}{1-\beta} = c + \beta \int_m^M \omega(z)F'(z) dz \quad (3)$$

arba

$$\frac{\bar{w}}{1-\beta} = c + \beta \left( \int_m^{\bar{w}} \frac{\bar{w}}{1-\beta} F'(z) dz + \int_{\bar{w}}^M \frac{z}{1-\beta} F'(z) dz \right) \quad (4)$$

Kur  $\int_m^M \omega(z)F'(z) dz = \int_m^{\bar{w}} \omega(z)F'(z) dz + \int_{\bar{w}}^M \omega(z)F'(z) dz$ , nes  $m < \bar{w} < M$ .

Aiškumo dėlei,  $\omega(z)$  po integralu esantį reiškinių pakeisti į  $\frac{\bar{w}}{1-\beta}$  ir į  $\frac{z}{1-\beta}$  yra matematiškai leistina, nes kaip iš 1 pav. buvo matyti,  $\frac{\bar{w}}{1-\beta}$  tai galimai leistinos įgyti reikšmės iš grafiko kairės, o  $\frac{z}{1-\beta}$  reikšmės iš dešinės (įstrižai auganti  $w$  tiesė).

Padauginus abi puses iš  $(1 - \beta)$  ir pastebėjus, kad

$\int_m^{\bar{w}} F'(z) dz = F(\bar{w}) - F(0) = F(\bar{w})$ , (4) reiškinys dar labiau supaprastėja:

$$\bar{w} = c(1 - \beta) + \beta \bar{w} F(\bar{w}) + \beta \int_{\bar{w}}^M z F'(z) dz \quad (5)$$

Remiantis statistikos teorija ir žinant, kad vidutinis darbo užmokestis, kurį žymėsime  $\bar{x}$  gali būti išreikštas  $E(w) = \bar{x} = \int_m^M z F'(z) dz = \int_{\bar{w}}^M \dots + \int_m^{\bar{w}} \dots$ , (5) lygtį galima perrašyti:

$$\bar{w} = c(1 - \beta) + \beta \bar{w} F(\bar{w}) + \beta (\bar{x} - \int_m^{\bar{w}} z F'(z) dz) \quad (6)$$

Pritaikant taisyklę  $\int u dc = uv - \int v'u$  galima išreikšti:

$$\int_m^{\bar{w}} F(z) dz = \bar{w}F(\bar{w}) - mF(m) - \int_m^{\bar{w}} zF'(z) dz, \text{ kur } mF(m) = 0 \quad (7)$$

Tad reiškinį  $\int_m^{\bar{w}} zF'(z) dz$  išreiškus per pastarąją taisyklę (6) reiškinys taps:

$$\bar{w} = c(1 - \beta) + \beta\bar{w}F(\bar{w}) + \beta\bar{x} + \beta \int_m^{\bar{w}} F(z) dz - \beta\bar{w}F(\bar{w}) \quad (8)$$

Kur  $\beta\bar{w}F(\bar{w})$  susiprastins ir analizuojama lygtis supaprastės iki:

$$\bar{w} = c(1 - \beta) + \beta\bar{x} + \beta \int_m^{\bar{w}} F(z) dz \quad (9)$$

Gauta (9) lygtis yra dažnai naudojama kritiniam darbo užmokesčiui apskaičiuoti. Ši išraiška nurodo agentui nusistatyti tokį rezervavimo algos  $\bar{w}$  dydį, kad kaina toliau tęsiant paiešką dar vieną kartą būtų lygi teikiamai naudai priimant teikiamą pasiūlymą.

### 1.3. Kritinio darbo užmokesčio nustatymas su atleidimo iš darbo galimybe

Praėjusiame skyrelyje buvo apipavidalintas kritinio darbo užmokesčio dydžio nustatymo modelis, kuris padėjo suprasti darbuotojo elgseną ieškant darbo pasiūlymo, bet jame buvo priimta viena labai nerealistiška prielaida, kad kiekvienas priimtas darbo pasiūlymas yra neterminuotas (t.y. atleidimo iš darbo galimybė neegzistuoja). Dabar bus mėginama šį modelį patobulinti ir įvesti prielaidą, kad atleidimo iš darbo galimybė visgi egzistuoja. Nuo tada, kai atsiranda galimybė išsiskirti su darbu, agentas susiduria su: a) praradimu darbo kaip kapitalo šaltinio, b) ir nedarbo, kaip investicijos ieškant priimtino darbo pasiūlymo. Toliau tęsiant galima teigti, kad kiekvieną periodą agentui dirbant egzistuoja tikimybė prarasti darbą. Šią tikimybę galima apibrėžti kaip  $\alpha$ , kur ši gali įgyti reikšmes iš  $\alpha$  (0, 1) apibrėžimo srities. Atkreiptinas dėmesys, kad pagal nagrinėjamą modelį, yra priimama prielaida, kad šią tikimybę darbuotojas žino, arba numano. Taip pat reikia atkreipti dėmesį, kad šiame modelyje atsiranda ne viena, bet jau dvi rekurentinės funkcijos. Viena iš jų tai būsima lauktinioji nauda  $v(w)$  iš tam tikro  $w$  darbo užmokesčio dydžio (gaunamo be galo ilgai), bet kur jau yra tikimybė, kad darbuotojas gali būti atleistas. Antroji,  $\omega(z)$  tai praėjusiame skyrelyje aprašyta visų galimai įmanomų darbo užmokesčių dydžių funkcija, kur  $z$  – kažkoks naujo darbo užmokesčio pasiūlymo dydis. Su kiekvienu  $z$  d.u. dydžiu egzistuoja tam tikra nepriklausoma tikimybė  $p$ , kuri

nusako, kaip tikėtina, kad šis dydis gali būti pasiūlytas. Visas šias  $p$  tikimybes nusako nuo laiko nepriklausoma atsitiktinio dydžio (tankio) funkcija  $F(z)$ . Kartu paėmus aukščiau išvardintas išraiškas po integralo ir daugybos ženklu, mes gauname tolydžiojo atsitiktinio dydžio  $z$  (įgaunančio reikšmes intervale  $[m, M]$ ) matematinį vidurkį  $E(w) = \int_m^M \omega(z) F'(z) dz$ . Primenant, kad jei pastarąją išraišką padauginsime iš diskonto normos  $\beta$ , tai gausime  $\beta \int_m^M v(z) F'(z) dz$  reiškinių, kuris McCall matematiniam modelyje netiesiogiai atlieka naudingumo funkcijos vaidmenį (būsimoji lauktina nauda). Ji padeda įvertinti, ar siūlomas  $z$  d.u. dydis yra vertas priimti darbo pasiūlymą, ar ne. Kitaip sakant, tai parodo vidutiniškai tikėtiną darbo užmokesčio dydį. Jei siūloma suma yra žemesnė, darbuotojui neverta priimti šio pasiūlymo, nes jis žino, kad vidutiniškai galėtų gauti daugiau.

Taigi, šias dvi rekurentines funkcijas užrašant kartu, gaunamas šis reiškinys:

$$v(w) = (1 - \alpha)(w + \beta v(w)) + \alpha(c + \beta \int_m^M \omega(z) F'(z) dz) \quad (10)$$

Reiškinys esantis po  $(1 - \alpha)$  daugiklio parodo rekurentinę būsimą diskontuotą pinigų naudą, kuri bus teiktina tol, kol agentas nėra atleistas iš darbo. Šis reiškinys pakeičia pirminėje (be atleidimo iš darbo galimybės) formoje buvusią  $\frac{w}{1-\beta}$  išraišką. Tačiau reiškinys, esantis po  $\alpha$  daugiklio, jau parodo kas įvyktų, jei darbuotojas būtų atleistas iš darbo. Tuomet agentas įvertins gautiną nedarbo išmokos  $c$  naudingumo nominalią vertę ir nustatys, kokia yra labiausiai tikėtina diskontuota darbo užmokesčio suma, kurią jis gali gauti ateinančiais laikotarpiais.

Toliau siekiant supaprastinti šį (10) reiškinį, yra perkeliama visi  $v(w)$  reiškiniai į kairę lygties pusę bei pervadinama  $\int_m^M \omega(z) F'(z) dz$  kaip  $I$ :

$$v(w) = \frac{1}{1 - \beta + \alpha\beta} [(1 - \alpha)w + \alpha(c + \beta I)] \quad (11)$$

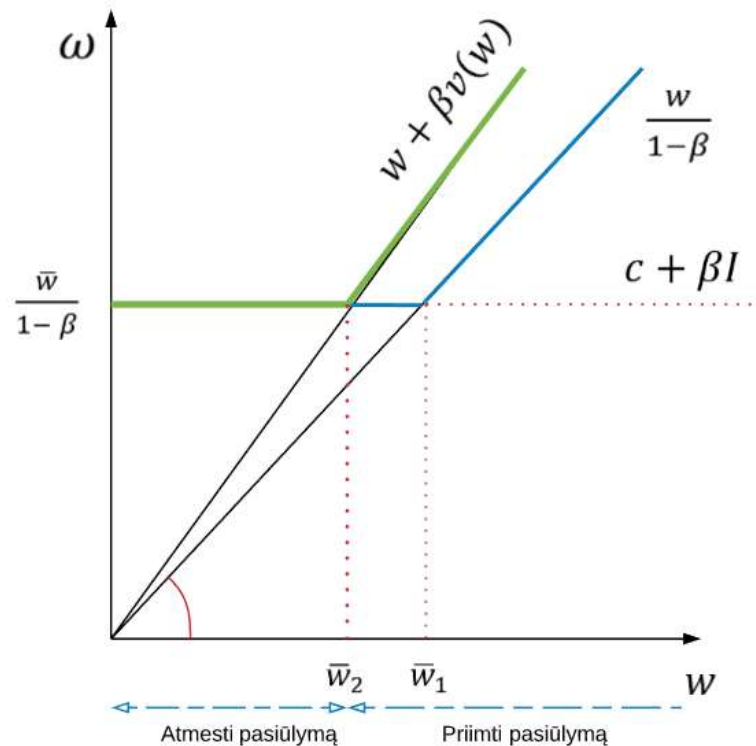
Dabar bandomė apskaičiuoti  $\omega(z)$  lygties maksimumą:

$$\omega(w) = \max\{w + \beta v(w); c + \beta I\} \quad (12)$$

Išstatome  $v(w)$  į  $\omega(z)$  ir sutraukiame visus panašius narius:

$$\omega(w) = \max \left\{ \frac{w}{1 - \beta + \alpha\beta} + \frac{\alpha\beta}{1 - \beta + \alpha\beta} (c + \beta I); c + \beta I \right\} \quad (13)$$

Dėl aiškumo šiek tiek pakartojant 1.2 skyrelio turinį, (13) lygties vizualinį atvaizdą galima pateikti žemiau esančiu paveikslu. Žalia linija, keičianti kryptį ties  $\bar{w}_2$  reikšme, yra ne kas kita kaip galimos Bellmano lygties pusiausvyros būsenos. Dešinioji lygties pusė – tai tiesiškai didėjanti tiesės dalis (grafike), kuri nusako, kokia būtų teikiama nominali nauda, jei būtų priimamas kažkoks darbo užmokestis. O kairioji lygties pusė – tai minimali suma, kurią agentas galėtų įvertinti kaip dar patenkinamą. Žalios tiesės lūžio taškas – tai ir yra mus dominantis  $\bar{w}$  dydis. Kaip matoma paveiksle,  $\bar{w}_2 < \bar{w}_1$ , o tai reiškia, kad įtraukus atleidimo iš darbo tikimybę, kritinis darbo užmokestis pasislenka į kairę  $w$  ašies pusę (t.y. kritinio darbo užmokesčio dydis turi sumažėti lyginant šį su pirminiu).



2 pav. **Bellmano su atleidimo iš darbo tikimybe lygties (4) grafinis atvaizdavimas** (sudaryta autoriaus remiantis L.Ljungqvist ir T.J. Sargent „Recursive Macroeconomic Theory“)

Toliau norint surasti kritinį darbo užmokestį  $\bar{w}$ , tiesiog prilyginama laužtiniuose skliaustuose esančios rekurentinės matematinės formulės viena kitai ir gaunama žemiau pateikta lygybė (kur  $z$  tiesiog pervadinta į  $\bar{w}$ ):

$$\frac{\bar{w}}{1 - \beta + \alpha\beta} + \frac{\alpha\beta}{1 - \beta + \alpha\beta} (c + \beta I) = c + \beta I \quad (14)$$

Atlikus algebrinius veiksmus ir suprastinant (14) reiškinį gaunama tokia lygtis:

$$\frac{\bar{w}}{1 - \beta} = c + \beta I \quad (15)$$

Į reiškinį  $I = \int_m^M \omega(z) F'(z) dz$  įrašome jau apskaičiuotą  $\omega(w)$  išraišką:

$$I = \int_m^M \omega(z) F(z) dz = \int_m^{\bar{w}} (c + \beta I) + \int_{\bar{w}}^M \left( \frac{\bar{w}}{1 - \beta + \alpha\beta} + \frac{\alpha\beta}{1 - \beta + \alpha\beta} (c + \beta I) \right) \quad (16)$$

Atlikę algebrinius veiksmus su integralais, šis (16) reiškinys susiprastina iki ( $\bar{x}$  vidutinis darbo užmokestis):

$$(1 + \alpha\beta)\bar{w} = c(1 - \beta + \alpha\beta) + \beta\bar{x} + \beta \int_m^{\bar{w}} F(z) dz \quad (17)$$

Ši (16) matematinė formulė, įstačius visus egzogeninius kintamuosius, gali būti lengvai panaudota kritinio darbo užmokesčio  $\bar{w}$  su atleidimo iš darbo galimybe apskaičiavimui. Atkreiptinas dėmesys, kad jei į pastarąją formulę įstatysime  $\alpha = 0$ , tai gausime 1.2 skyrelyje „Kritinio darbo užmokesčio dydžio nustatymas be atleidimo iš darbo galimybės“ esančią (9) formulę, kuri buvo skirta apskaičiuoti kritinio darbo užmokesčio dydį, jei atleidimo iš darbo tikimybės nėra. Tai parodo, kad pastaroji išraiška neprieštaruja pirmajai, todėl galima daryti netiesioginę prielaidą, kad ji yra tinkamai išvesta.

#### **1.4. Eksperimentinis McCallo tarplaikinės darbo paieškos modelio pritaikymas nustatant kritinį darbo užmokestį be atleidimo iš darbo galimybės**

Paminėtina, kad programinis McCall modelio praktinis pritaikymas buvo atliktas remiantis „QuantEcon“ mokymosi aplinkoje pateiktais programinio kodo pavyzdžiais, juos pritaikant šio darbo rėmuose reikalingiems poreikiams (Perla J., J. Sargent T., Stachurski J., 2019). Šis teorinis praplėtimas leidžia alternatyviu būdu eksperimentiškai apskaičiuoti kritinį darbo užmokestį ir patikrinti, ar šio modelio teorija neprieštaruja ekonominei logikai ir dar giliau iliustruoti pačio modelio veikimo principą. Tolimesnė McCall tarplaikinio darbo paieškos modelio analizė šiame darbe šią skaičiavimo metodiką plėtos toliau.



Tarkime, kad mes galime išspręsti (1) lygties nežinomą funkciją  $\omega(w)$ . Toliau, kad lengviau atskirtume ankstesniame skyrelyje ir šiame skyrelyje atliktus matematinius veiksmus, funkcijos  $\omega(w)$  žymėjimas bus pakeistas į  $\sigma(w)$ . Kai turima ši funkcija, tada galime elgtis optimaliai, t.y. priimti teisingus sprendimus ir žinoti, ar verta priimti arba atmesti darbo pasiūlymus. Viskas, ko reikia, tai visada pasirinkti dešinėje lygties (1) pusėje esančią maksimalią reikšmę. Šis optimalus pasirinkimas gali būti įvardintas kaip pasirinkimo politika arba tam tikras žemėlapis, susidedantis iš būsenų iki pasirinkimo. Nagrinėjamu atveju, būseną – tai gautas darbo užmokesčio pasiūlymas  $w$  kažkokiu turimu periodu  $t$ . Gaunant bet kokį  $w$ , galime nustatyti geriausią sprendimą (t.y. priimti ar atmesti) tiesiog pasirenkant maksimalią reikšmę iš (1) lygties dešinėsios pusės. Taigi, mes gauname žemėlapi  $\mathbb{R}\{0,1\}$ , kur 0 reiškia atmesti, o 1 priimti darbo pasiūlymą. Šią pasirinkimo politiką galima užrašyti modifikuojant (1) lygties išraišką:

$$\sigma(w) := \max \left\{ \frac{w}{1-\beta} \geq c + \beta \sum_{i=1}^n \sigma(w_i) p_i \right\} \quad (18)$$

kur  $1\{P\} = 1$ , jeigu  $P$  išraiška yra patenkinama, ir 0, jei ne. Taip pat šią išraišką galime išreikti taip:

$$\sigma(w) := 1\{w \geq \bar{w}\} \quad (19)$$

kur

$$\bar{w} := (1-\beta) \left\{ c + \beta \sum_{i=1}^n \sigma(w_i) p_i \right\} \quad (20)$$

Čia  $\bar{w}$  (rezervavimo darbo užmokestis) yra konstanta, kuri priklauso nuo  $\beta$ ,  $c$  ir darbo užmokesčio atsitiktinio dydžio skirstinio funkcijos  $F$ . Agentas turi priimti sprendimą tada ir tik tada, kai darbo pasiūlymas viršija rezervavimo darbo užmokesčio dydį. Jau žinoma, kad galima apskaičiuoti  $\bar{w}$ , tad neturėtų kilti abejonų, kad galima apskaičiuoti ir funkciją  $\sigma(w)$ .

Įgyvendinant aukščiau aprašytą idėją, reiktų apskaičiuoti funkcijos  $\sigma(w)$  visas galimas reikšmes  $w_1, \dots, w_n$ . Tai atliekant galima visas funkcijos gautas reikšmes  $w_i$  įrašyti į vektorių, pvz  $\sigma_i := \sigma(w_i)$ . Šis vektorius patenkina tas pačias (17) lygties sąlygas ir gali būti išreikštas:

$$\sigma_i = \max \left\{ \frac{w_i}{1-\beta}, c + \beta \sum_{i=1}^n \sigma_i p_i \right\} \text{ kur } i = 1, \dots, n \quad (21)$$

Galima sukonstruoti algoritmą ir apskaičiuoti šio vektoriaus reikšmes. *Tai atlikti galima vadovaujantis tokia logika, susidedančia iš penkių žingsnių:*

- 1) Spėjama ir paimama atsitiktinė pirminė  $\sigma \in \mathbb{R}^n$  reikšmė;
- 2) Suskaičiuojamas naujas vektorius  $\sigma' \in \mathbb{R}^n$  naudojant aukščiau pateiktą išraišką (20);
- 3) Suskaičiuojamas skirtumas (atstumas) tarp  $\sigma$  ir  $\sigma'$ , pvz  $\max_i |\sigma_i - \sigma'_i|$ ;
- 4) Jeigu skirtumas yra didesnis negu nustatytas tam tikras tolerancijos laipsnis, tai grįžtama į 2) žingsnį;
- 5) Jei 4) sąlyga yra patenkinama, tai gražinama reikšmė  $\sigma$ .

Šis algoritmas gražina sąlyginai gerą  $\sigma$  reikšmės aproksimaciją. Sąlyginai reiškia, kad jei tolerancijos laipsnis, nustatytas 4) žingsnyje, artėja prie nulio, tai  $\sigma$  reikšmė po to truputį konverguoja iki savo tikrosios reikšmės.

Šio algoritmo logika yra paremta fiksuoto taško teorema. Ši Banach–Caccioppoli fiksuoto taško teorema teigia (V. Filipe Martins-da-Rocha ir Yiannis Vailakis, 2010), kad egzistuoja kažkokia funkcija  $Z$ , kuri turės bent vieną fiksuotą tašką (kažkokį  $x$ , kuriame funkcija  $Z(x) = x$ ), su tam tikromis sąlygomis, kurios gali būti apibrėžtos bendriniais terminais.

Pirma identifikuojamas žemėlapis  $T$  iš  $\mathbb{R}^n$  naudojant žemiau pateiktą (17) lygties modifikaciją:

$$T\sigma_i = \max \left\{ \frac{w_i}{1-\beta}, c + \beta \sum_{i=1}^n \sigma_i p_i \right\}, \text{ kur } i = 1, \dots, n \quad (22)$$

Naujas  $T\sigma$  vektorius yra gaunamas iš duoto  $\sigma$  vektoriaus paskaičiuojant dešinėsios lygties pusės reikšmę kiekviename  $i$  taške. Vadovaujantis Banach teorema ir iteruojant tą patį algoritmą (su kažkokiu  $\sigma$  pirminiu spėjimu) neapibrėžtą kiekį kartų, gaunamas reikšmių  $T$  žemėlapis, kurio reikšmių seka artėja prie kažkokio fiksuoto taško. Šis fiksuotas taškas ir bus pageidautina rezervavimo algos reikšmė.

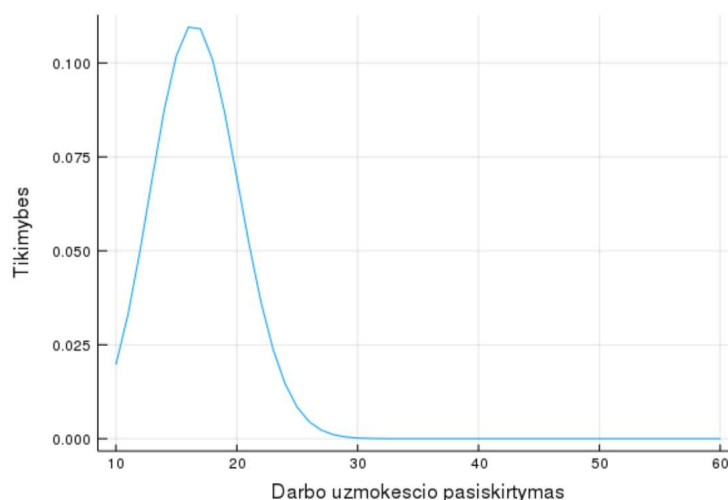
Šiam aukščiau aprašyto algoritmo praktiniam pritaikymui galima pasitelkti dinaminį programavimą, kurio pagalba galima išskaičiuoti  $\sigma$  funkcijos reikšmes atliekant kažkokį  $n$  skaičių iteracijų ir taip sukaupti  $T$  vektoriaus reikšmes, o šių pagalba nustatyti rezervavimo algos vertę  $\bar{w}$ . Tam tikslui bus pasitelkiamas Julia (angl. „Julia“) programavimo kalba rašomas programinis kodas.

Prieš pradėdant rašyti programinį kodą, reikia susikurti kažkokią dirbtinę darbo užmokesčio pasiskirstymo funkciją. Ji turi būti panaši savo savybėmis į tikrąją, bet kartu turi išlikti paprastai paaiškinama ir greitai interpretuojama programinio kodo, nes tokiu būdu bus galima lengviau testuoti pastarojo veikimo patikimumą ir pateikti rezultatus. Taigi šiam programiniam kodui kurti bus

pasitelkiamas Betabinominis statistinis skirstinys:

$$Beta(\alpha, \beta) = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)} \text{ kur } B(\alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)} \text{ ir } \alpha, \beta > 0 \quad (23)$$

Šis skirstinys yra pasirenkamas dėl to, kad jei  $\alpha, \beta \geq 2$ , ir  $\alpha \neq \beta$ , tai galima gauti skirstinį, kuris turi tik vieną viršūnę ir asimetrijos koeficientas yra teigiamas (t.y. turi uodegą iš dešinės). Tokiam skirstiniui konstruoti bus pasitelkiamas programinis kodas (žr. 1 priedą). Geresnei grafinei iliustracijai šis skirstinys yra pavaizduojamas grafiškai (žr. 3 pav.) paveiksle.



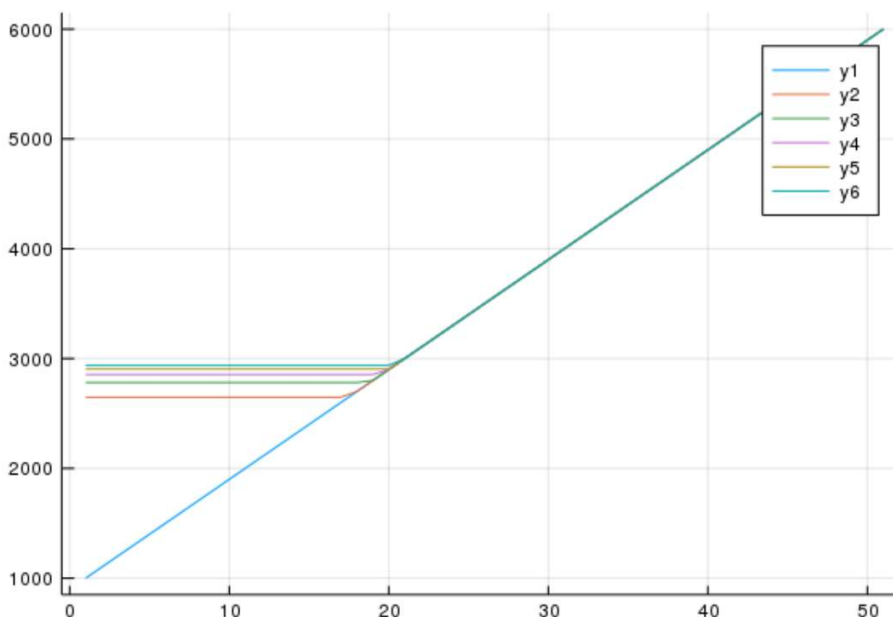
3 pav. **Darbo užmokesčio skirstinio grafinis atvaizdavimas**  
(sudaryta autoriaus su 1 priedo programinio kodo pagalba)

Tam, kad modelis atliktų skaičiavimus per pakankamai trumpą laiką, naudojamas skirstinys, kuris yra sudarytas iš 50 nepriklausomų bandymų (stebėjimų), jo  $\alpha = 100$ , o  $\beta = 200$ . Taip pat, dėl didesnio tikrovės skirstinys yra apkarpytas ir yra paimamas duomenų režis, kurio minimumas lygus 10, o maksimumas 60. Šis režis yra iliustracinis nagrinėjamo darbo užmokesčio fondas, kurio minimali alga negali būti mažesnė nei 10 vienetų, ir jo viršūnę (kur pasiskirstymo dažnis yra didžiausias) yra kažkur ties 18 vienetų reikšme, tai tarsi parodo, kad vidutinis darbo užmokestis yra pasiskirstęs ties šiuo tašku, o toliau esantys taškai yra didesnė retenybė (t.y. tikimybė gauti šį atlygį yra mažėjanti). Taigi, šis iliustracinis skirstinys pasižymi labai panašiomis savybėmis (bet tik ne savo piniginių masto proporcijomis), kurios būdingos ir Lietuvos darbo užmokesčio skirstiniui, ir jis bus naudojamas šio darbo programinio kodo kūrimui.

Toliau tęsiant šiame skyrelyje išdėstyta mintis, pateikiama pirmojo kodo koncepcija (žr. 2 priedą). Šio pateikto programinio kodo veikimas yra ganėtinai paprastas. Nors jis dar ne iki galo atlieka visus išvardintus penkis programinio algoritmo žingsnius, bet yra daugiau koncepcinio

pobūdžio, nes jo veikimo principas dar yra labai nepraktiškas ir programiškai neoptimalus. Šiuo kodu bandoma pagrįsti, kad algoritmo loginė eiga yra teisinga ir kad jį galima plėtoti toliau. Kodo veikimo principas ir eiga:

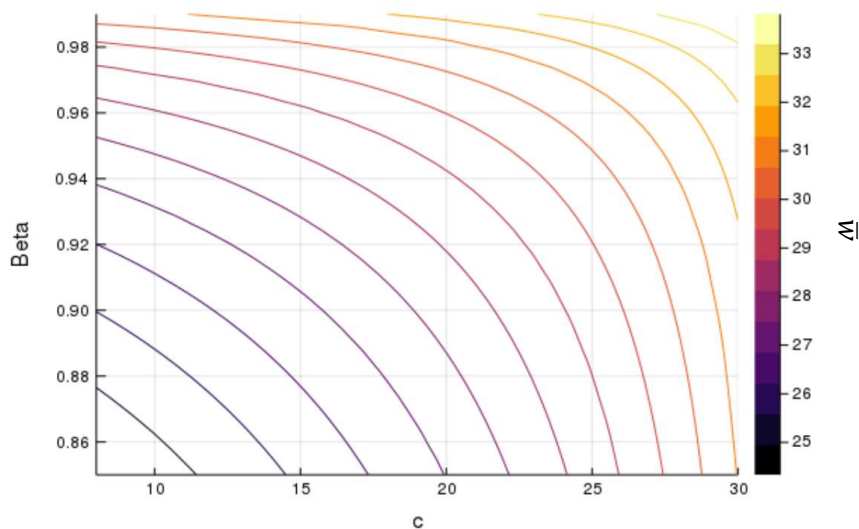
1. Pateikiami nedarbo išmokos, diskonto daugiklio ir darbo užmokesčio fondo parametrai skaičiavimui;
2. Pateikiama Bellmano lygties išraiška, bet jau programinio kodo pavidalu;
3. Duodamas pirminis spėjimas apie tai, koks darbo užmokestis gali būti pasiūlytas, ir nuo šios reikšmės užpildomas vektorius (matrica) įrašant į atmintį iteracijos reikšmes iš Bellmano lygties;
4. Turint įrašytą į atmintį vektorių, jį iteruojame ir paimame tik paskutines geriausiais šešias reikšmes (nuo galo) ir jas atvaizduojame grafiškai (žr. 4 pav.).



4 pav. Bellmano lygties grafikas, pavaizduojantis programinio kodo veikimo principą (sudaryta autoriaus remiantis 2 priede pateiktu programiniu kodu)

Kaip matoma pateiktame paveiksle, tai ne kas kita, bet tas pats antrame paveiksle jau kartą pavaizduotas ir paaiškintas Bellmano lygties grafikas, bet su mažomis modifikacijomis. Abscisių ašyje yra atvaizduotas vieno periodo darbo užmokestis, o ordinačių – Bellmano lygties  $T(\sigma)$  sprendinių reikšmės. Šešių  $y$  ( $y_1, \dots, y_6$ ) atvaizduotų tiesių lygiagrečioji grafiko dalis parodo lauktinas visų pinigų srautų pajamas nepasirinkus darbo užmokesčio pasiūlymo, o įstrižoje – jį pasirinkus. Reikšmės, kur šios tiesės keičia kryptį, ir bus mus dominantys kritinio darbo užmokesčio sumos  $\bar{w}$  įverčiai. Šešių  $y$  tiesių ( $y_1, \dots, y_6$ ) lygiagrečių tiesių dalyje yra skirtingi  $\frac{\bar{w}}{1-\beta}$  lauktinų pinigų

srautų įverčiai, kurie artėja aukštyrui prie vieno taško  $y_6$ , kuris yra paskutinis ir geriausias (1) lygties sprendinys (t.y. galutinis kritinis  $\bar{w}$  darbo užmokesčio dydis), kuris buvo sukauptas – įrašytas į vektorių ir pavaizduotas grafiškai. Todėl galima argumentuotai teigti, kad programinis kodas geba apskaičiuoti kritinį darbo užmokesčio dydį. Toliau šis programinis kodas yra patobulinamas (žr. 3 priedą) ir įgyvendinami visi penki algoritmo žingsniai. Kodo veikimo principas yra šiek tiek pakeičiamas ir pati McCallo lygtis yra patalpinama jau į atskirą funkciją pavadinimu “Skaiciuoti\_rezervavimo\_DU”. Programinės funkcijos funkcionalumas leidžia modeliui pateikti skirtingus parametrus ( $w$ ,  $\beta$  ir darbo užmokesčio skirstinį) neribotą kartą skaičių, nustatyti maksimalų leidžiamą modelio iteracijų skaičių, minimalią paklaidos tolerancijos ribą bei pirminį  $w$  spėjimą, nemodifikuojant pačio programinio kodo ir taip minimizuojant žmogiškos klaidos faktorių, ir suteikiant daugiau lankstumo iteruojant tą patį modelį daug kartų su skirtingais darbo užmokesčio skirstiniais ar pan. Kodo veikimo logika yra papildyta, kad apimtų visus penkis algoritmo žingsnius, nors pats veikimo principas, jau aprašytas aukščiau, išlieka tas pats. Šios “Skaiciuoti\_rezervavimo\_DU” funkcijos pagalba galima suformuoti kiek informatyvesnę grafiką (žr. 5 pav.) ir taip dar labiau pagrįsti šio algoritmo veikimo principą.



5 pav. **Kritinio darbo užmokesčio dydžio kitimas priklausomai nuo nedarbo išmokos ir diskonto daugiklio** (dešinėje grafiko pusėje  $\bar{w}$  įverčiai)  
(sudaryta autoriaus su 3 priede pateikto programinio kodo pagalba)

Šis aukščiau pateiktas paveikslas buvo sukonstruotas pasitelkiant papildomą programinį kodą (žr. 4 priedą), kuris pasirinkdamas atsitiktines  $c$  ir  $\beta$  reikšmes, apibrėžtas tam tikruose režiuose (matomus grafike), iteruodavo jas ir pateikdavo apskaičiuoti “Skaiciuoti\_rezervavimo\_DU” programiniam modeliui, o visi jo skaičiavimai ir buvo patalpinti paveiksle. Šis paveikslas suteikia galimybę pamatyti visą žemėlapi galimų  $c$  ir  $\beta$  reikšmių bei parodo, koks būtų kritinis darbo

užmokestis  $\bar{w}$  su visomis galimomis šiomis reikšmėmis. Iš aukščiau pateikto grafiko galima matyti, kad didėjant nedarbo išmokai, rezervavimo darbo užmokestis didėja. Tas pats vyksta didėjant ir diskonto normai. Tai neprieštarauja ekonominei logikai, todėl galima teigti, kad programinis kodas veikia tinkamai. Toliau šį programinį kodą būtų galima dar labiau praplėsti, kad šis įtrauktų ir atleidimo iš darbo tikimybę. Tačiau šiame darbe to toliau nebus daroma, nes kaip buvo minėta skyrelio pradžioje, tikslas yra alternatyviu būdu atskleisti, kaip matematinės formulės, išvestos 1.1. skyrelyje, veikia praktiškai ir giliau paaiškinti modelio veikimo logiką.

## 2. LIETUVOS DARBO RINKOS KRITINIO DARBO UŽMOKESČIO NUSTATYMO PRIELAIDOS, METODOLOGIJOS PAGRINDIMAS, TESTAVIMAS IR DETALUS APRAŠYMAS

### 2.1. McCall tarplaikinio paieškos modelio trūkumai ir prielaidos

Kaip ir bet kuriame ekonominiame modelyje, kuriame yra bandoma pavaizduoti realaus pasaulio veiksnius ir nustatyti tam tikras jų būsenas ar pusiausvyras, yra visuomet priimamas tam tikras prielaidų kiekis. Šios prielaidos realaus pasaulio veiksnius supaprastina, tačiau tai leidžia juos lengviau modeliuoti. Šie supaprastintos realybės modeliai padeda susidaryti bent iš dalies teisingą vaizdą apie realybėje vykstančius ekonominius dėsnius, pamatyti dėsningumus ir daryti tolimesnes išvadas. Ne išimtis ir McCall tarplaikinės darbo paieškos modelis. Viena iš jo esminių prielaidų yra ta, kad vidutinis darbo ieškantis individas yra valrasiškai racionalus, gebantis visuomet pasverti jam teikiamą naudingumą, kai priima vieną ar kitą sprendimą (*a*). Kita modelio prielaida yra ta, kad darbuotojas negali išeiti iš darbo (*b*). Išsilavinimas arba darbuotojų kvalifikacija yra homogeniška (*c*), darbo užmokesčio pakitimas priėmus darbo pasiūlymą negalimas (*d*). Nėra galimybės įvertinti to faktoriaus, kad paprastai darbo užmokestis yra lipnus (t.y. jis paprastai yra keliamas kartu su infliacija ir produktyvumo išaugimu kasmet), tačiau ekonominio nuosmukio metu yra daug didesnė tikimybė, kad darbuotojas nepriims susitarimo susimąžinti darbo užmokestį (dėl atvirkštinių makroekonominių veiksnių), ir dėl to gali išaugti tikimybė būti atleistas (*e*). Taip pat šiuolaikiniai elgsenos ekonominiai tyrimai rodo, kad žmonės priima ir vertina sprendimus daug labiau euristiniais pagrindais (t.y. yra linkę vadovautis emocijomis, grupiniu mąstymu ir kt.). Kitaip formuluojant: individas, atliekantis sprendimą priimti ar atmesti darbo pasiūlymą, nebūtinai įvertins, kokia šiuo metu yra investicijų diskonto norma ir kokia tikimybė, kad jis šiame darbe neužsilaikys. Tačiau šis gali vadovautis: kokios yra socialinės garantijos; kokia socialinė aplinka; kokia tikimybė, kad galės tobulėti ir augti karjeros srityje ir t.t. Visos šios išvardintos (*a-e*) prielaidos yra gana esminės ir į jas privaloma atsižvelgti vertinant šio tyrimo gautus rezultatus. Egzistuoja ekonominės literatūros ir straipsnių, kur yra bandoma pašalinti prielaidas *b*, *c* bei *d*, tačiau šiame darbe to atlikti nebus bandoma.

### 2.2. Tiriamojo darbo prielaidos, skirtos atlikti tyrimą

*1 prielaida.* Su tikslu supaprastinti duomenų analizę, tarsime, kad individas vertina darbo užmokesčio pasiūlymą pagal bruto darbo užmokestį. Todėl visi kritinio darbo užmokesčio įverčiai bus atvaizduoti

būtent kaip bruto dydžiai.

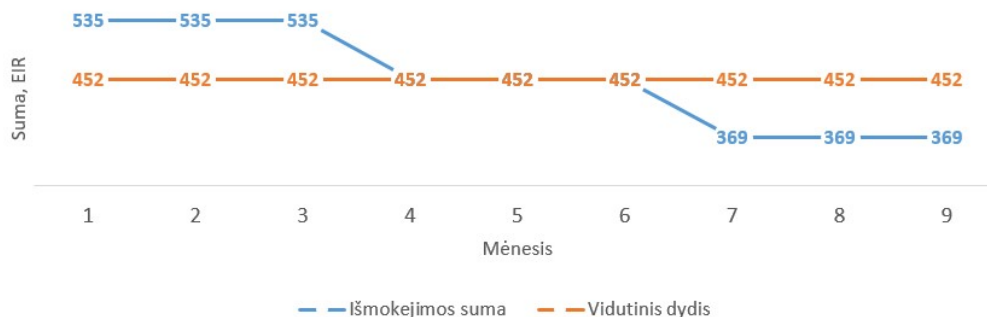
*2 prielaida.* Diskonto daugikliui  $\beta$  nustatyti yra paimama diskonto norma  $i = 3,5\%$  iš Europos Sąjungos kaštų ir naudos gairių, skirtų investiciniams projektams vertinti (European Union Cost Benefit Analysis Standards, 2015–2020). Naudojantis (24) formule gauname, kad  $\beta = 0,966$ .

$$\beta = \frac{1}{1 + i} \quad (24)$$

*3 prielaida.* Tikimybei būti atleistam iš darbo  $\alpha$  bus prilyginamas Lietuvos statistikos departamento skelbiamas vidutinis mėnesinis (ir nusezonintas) nedarbo lygio rodiklis. Pagal Statistikos departamento nustatytą metodiką: bedarbis yra įvardijamas kaip nedirbantis 15-64 metų amžiaus asmuo, kuris aktyviai ieško darbo (per paskutines keturias savaites) ir per apibrėžtą laikotarpį (dvi savaites) gali pradėti dirbti (Lietuvos statistikos departamento užimtumo tyrimo metodika, 2013). Šis rodiklis neapima neaktyvių darbo rinkoje asmenų, todėl šiai prielaidai yra pakankamai patikimas rodiklis. Taip pat, pagal Valstybinio socialinio draudimo įstatymą (Lietuvos Respublikos nedarbo socialinio draudimo įstatymas, 2016), asmuo, kuris nori gauti nedarbo išmoką  $c$ , privalo būti užsiregistravęs Užimtumo tarnyboje prie Lietuvos Respublikos socialinės apsaugos ir darbo ministerijos, o tai netiesiogiai lemia tai, kad šis asmuo bus įtraukiamas į nedarbo lygio rodiklio skaičiavimo imtį. Skaičiavimui atleidimo iš darbo galimybė  $\alpha$  bus prilyginta Statistikos departamento skelbiamai 2018 metų, bendrai tiek vyrų, tiek moterų, 15-64 metų amžiaus nedarbo lygiui 6,1%. Duomenys apie nedarbo lygį skirtingoms grupėms yra pateikti prentkame priede. Pagrindinis minusas naudojant šį rodiklį yra tas, kad jis turėtų bent iš dalies parodyti jau sukauptą kelių mėnesių atleidimo iš darbo galimybės dydį. Todėl jis savo dydžiu teoriškai turėtų būti didesnis nei tikroji atleidimo iš darbo galimybė. Kadangi šis dydis yra didesnis, todėl atliekant skaičiavimus jis turėtų rodyti konservatyvesnius kritinio darbo užmokesčio dydžio įverčius.

*4 prielaida.* Nedarbo išmoka  $c$ , pagal Lietuvos įstatymus, turi pastovią ir kintamąsias dalis (priklausančias nuo draudžiamųjų pajamų ir kitų išimčių). Todėl bus priimama prielaida, kad išmoka bus mokama nuo darbo užmokesčio pajamų skirstinio vidurkio, arba, jei bus imamas šio skirstinio tam tikras režis, tai nuo to režio vidurkio. Pagal galiojančius įstatymus, nedarbo išmokos mokėjimo maksimalus periodas yra 9 mėn. Per šį periodą išmokama suma kas ketvirtį kinta, tačiau per visą periodą ši negali viršyti nustatyto vidurkio ribos. Iliustruojant sakykime, kad jei vidutinis bruto vieno mėnesio darbo užmokestis per paskutinius 30 mėnesių siekė 830 EUR, tai nedarbo išmokos mokėjimo grafikas atrodytų kaip žemiau pateiktame paveiksle.





6 pav. Nedarbo išmokos išmokėjimo grafikas, jei vidutinis mėnesio bruto atlyginimas per paskutinius 30 mėnesių siekė 830 EUR (sudaryta autoriaus remiantis Sodros nedarbo išmokos kaičiuokle)

Kaip matome, suma kinta, tačiau per visą mokėjimo periodą vidutiniškai suma siekia 452 eurus. Todėl kaip prielaida, skaičiuojant kritinį darbo užmokestį, šis dydis bus naudojamas kaip *c*. Taip pat bus laikomasi prielaidos, kad visi ieškantys darbo galės tai atlikti per 9 mėn. laikotarpį.

Užtikrinant didesnę tikslumą ir palyginimą, kritinio darbo užmokesčio dydis bus papildomai skaičiuojamas ir atsisakius aukščiau pateiktos prielaidos. Bus teigtina, kad netekęs darbo agentas pirmus tris mėnesius gaus 535 EUR, sekančius tris mėnesius 452 EUR ir paskutiniuosius tris mėnesius 369 EUR. Jei po devynių mėnesių agentas nesusiranda darbo, tai jis gali gauti maksimalų socialinės pašalpos dydį 122 EUR (pagal Lietuvos Respublikos piniginės socialinės paramos nepasiturintiems gyventojams įstatymo nuostatas). Tad bus apskaičiuoti kritiniai darbo užmokesčio dydžiai laikantis nuostatos, kad šis gali kisti pirklausemai nuo to, kiek laiko agentas yra neįsidarbinęs.

Pagal šio skyrelio pirmąją prielaidą, kritinio darbo užmokesčio įverčiai yra skaičiuojami kaip bruto dydžiai (t.y. darbo užmokesčio skirstinys, minimalus darbo užmokestis yra pateikiami kaip bruto darbo užmokesčio sumos). Tačiau nedarbo išmokos ir socialinės pašalpos dydžiai jau pateikiami kaip neto sumos. Kad būtų išvengta matavimo vienetų neteisingo panaudojimo klaidos, šie *c* išmokos dydžiai skaičiavimuose bus perskaičiuoti kaip bruto įverčiai. Supaprastinant ir nevertinant tokio faktoriaus kaip *neapmokestinamojo pajamų dydžio* poveikio bei laikantis nuostatos, kad *gyventojų pajamų mokeskis* (GPM) yra 15%, *privalomojo sveikatos draudimo* (PSD) ir *pensijų ir socialinio draudimo* įmoka 9%, galima nesunkiai suskaičiuoti, kad koeficientas, iš kurio reikia padauginti neto dydžius (norint konvertuoti į bruto), yra lygus **1,31**. Šis koeficientas bus dauginamas iš aukščiau pateiktų *c* išmokų dydžių ir šie įverčiai bus panaudoti kritinio darbo užmokesčio skaičiavimuose.

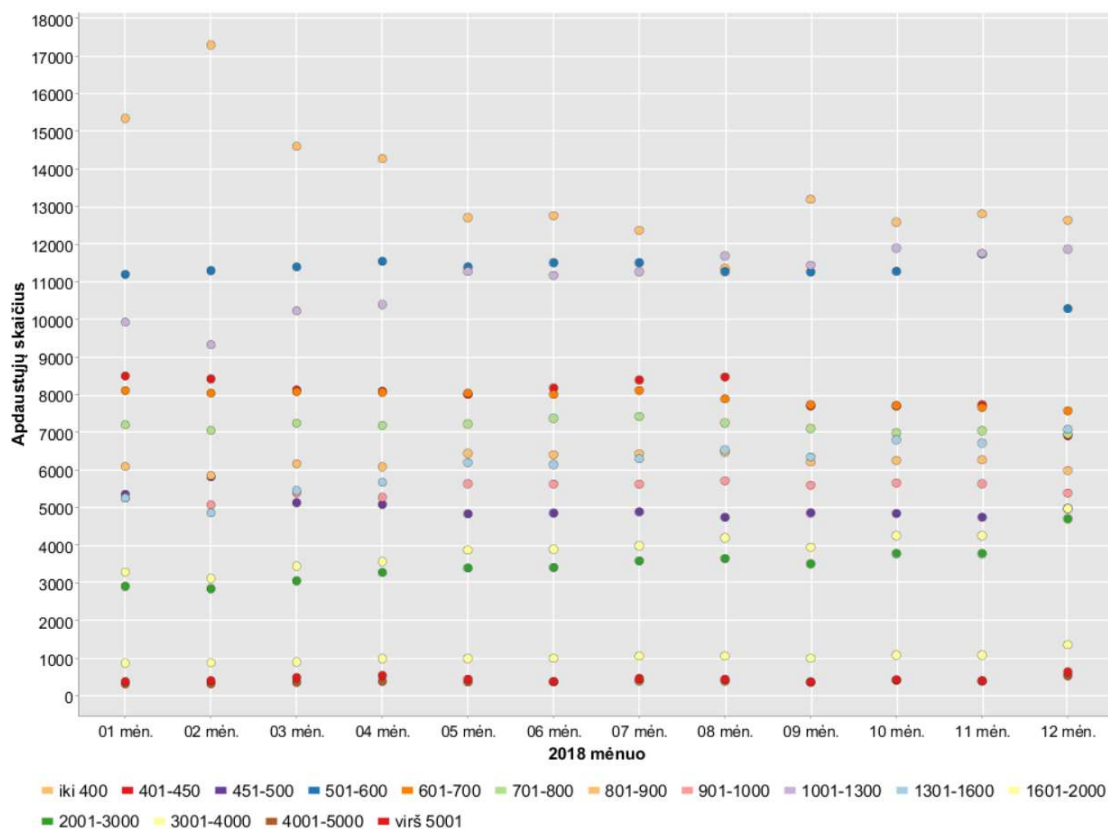
*5 prielaida.* Oficialiai teikiama minimalaus darbo užmokesčio bruto suma (nuo 2018 m. sausio) yra 400 EUR, tad šis dydis bus naudojamas atliekant skaičiavimus. Tai yra prielaida, nes šis dydis yra mokamas tik už visą darbo dieną dirbamą darbą, tačiau į analizuojamą darbo užmokesčio skirstinį

patenka visi socialiniu draudimu drausti asmenys (tiek visą, tiek ne visą darbo dieną dirbantys asmenys). Šiame darbe laikomasi prielaidos, kad ne visą darbo dieną dirbančiųjų skaičius analizuojamoje apimtyje yra nedidelis ir šis pernelyg neiškraipys gaunamų rezultatų, todėl šis faktorius bus ignoruojamas.

### **2.3. Darbo užmokesčio duomenų apdorojimas ir tikimybių skirstinio sudarymo metodika**

Darbo užmokesčio pajamų duomenų šaltinis yra Valstybinio socialinio draudimo fondo valdyba prie Socialinės apsaugos ir darbo ministerijos (toliau Sodra). Sodra teikia informaciją apie visomis socialinio draudimo rūšimis apsidraudusius asmenis, kurie yra dirbantys pagal darbo sutartis taip pat valstybės politikai, teisėjai, valstybės pareigūnai (gaunantys darbo užmokestį) ir kiti VSD įstatymo 4 str. 1 dalyje įvardinti asmenys. Į duomenų masyvą patenka pajamos dirbusiųjų, kurie dirbo ne mažiau kaip dvidešimt darbo dienų per mėnesį. Šie duomenys (2018 metais) yra skelbiami jau sugrupuoti į penkiolika pajamų rėžių, atskirti pagal individo lytį bei sugrupuoti pagal šešias amžiaus grupes. Atvaizdavimo valiuta yra eurai (toliau EUR) ir dydžiai pateikiami bruto forma. Pateikiami duomenys yra mėnesiniai ir praeinami nuo 2010 iki 2018 m. (tačiau suskirstyti į skirtingus rėžius).

Norint apdoroti šiuos duomenis, reikia priimti kelias antrines prielaidas. Pirmoji prielaida skirta suskaičiuoti vidutinį visų metų mokamą darbo užmokestį (tame rėžyje). Šiam rezultatui gauti, visi tų metų 12 mėnesių duomenys suvidurkinami (naudojant matematinę svertinę vidurkį), bet paliekant jau sugrupuotus pajamų rėžius. Taip pat laikomasi prielaidos, kad sezoniškumo įtaka yra maža ir tai neturi poveikio pasirenkant darbo užmokestį. Šią prielaidą patvirtina žemiau pateiktas grafikas, kuriame matoma, kad radikalių kas mėnesinių svyravimų nėra (bent jau aukščiausiose pajamų rėžiuose). Kiek didesni svyravimai yra matomi iki 400 EUR rėžyje. Tai gali paaiškinti ne pilnas etato apmokėjimas už darbą ir pan.



7 pav. 2018 m. mėnesinių darbo pajamų palyginimas kiekviename pajamų rėžyje (sudaryta autoriaus remiantis Sodros duomenimis)

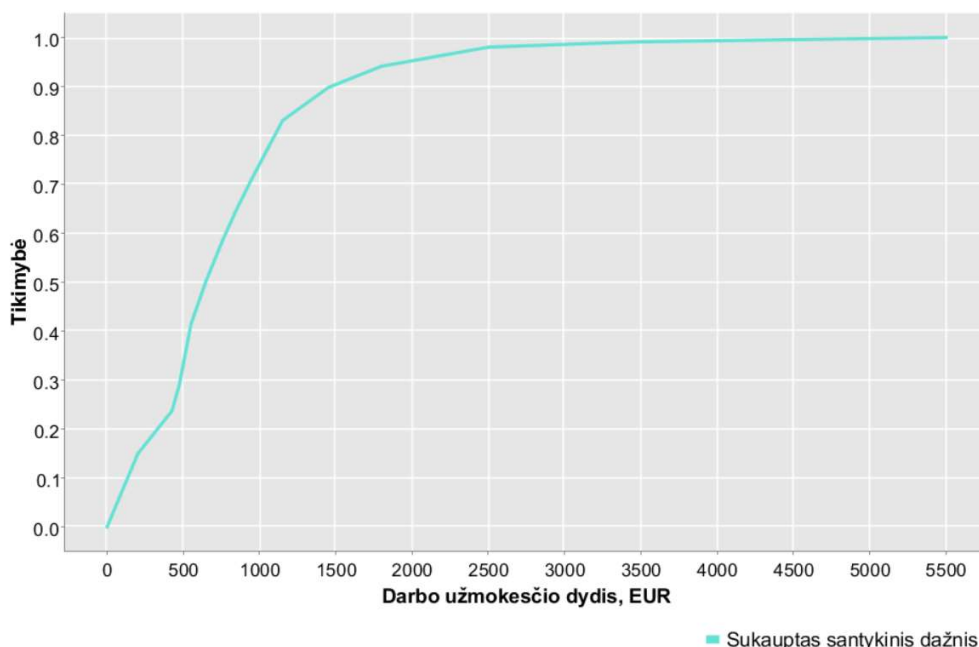
Antra ir ne ką mažiau svarbi antrinė prielaida yra skirta sudaryti darbo užmokesčio pasiskirstymo funkciją. Prieinami darbo užmokesčio duomenys jau yra pateikti sugrupuoti į penkiolika skirtingų pajamų rėžių, tad šie duomenys tampa netinkami anksčiau išvestai McCall modelio (17) lygčiai, nes šie yra diskretūs, o tuo tarpu išvestai lygčiai duomenys turi būti pateikti tolydžia forma (t.y. funkciniu pavidalu) (S. Martišius, „Statistika 2“, 63 psl.). Todėl yra susiduriama su ekonometrine problema, kurios tikslas iš diskrečios empirinės duomenų eilutės kaip įmanoma tiksliau išgauti tolydžiąją empirinę skirstinio funkciją, kuri kaip įmanoma geriau vizualiai „apglėbtų“ savo pavidalu darbo užmokesčių duomenų eilutės išsidėstymą. Šiai užduočiai išspręsti reikia Sodros pateiktus darbo užmokesčio duomenis transformuoti į variacinę eilutę, kuri galėtų parodyti nagrinėjamo požymio empirinį dėsnį. Kertinis dominantis atributas yra akumuliacinė eilutė, sudaryta pagal sukauptus dažnius. Kad tai atliktume, tariame, kad į vieną rėžį papuolę duomenys daugiaž tolygiai pasiskirsto kiekvieno intervalo ribose ir dėl to intervalų centrai tiksliausiai apibūdina dominančią grupę. Žemiau pateikiama darbinės lentelės ištrauka.

*1 lentelė. 2018 m. kritinio darbo užmokesčio dydžio skaičiavimo darbinė lentelė*

Eil. Nr.	Mėnesio pajamų dydžiai 2018 m, EUR	Apdraustųjų skaičius. $f_i$	Apatinis intervalo rėžis, EUR. $x_{ap}$	Viršutinis intervalo rėžis, EUR. $x_{vir}$	Intervalų centrai, EUR. $x_i$	Sukauptas santykinis dažnis $F_i$	Santykinis dažnis
1	iki 400	161 893	-	400	200	0,1483	0,1483
2	401-450	96 220	401	450	426	0,2364	0,0881
3	451-500	60 123	451	500	476	0,2915	0,0551
4	501-600	135 671	501	600	551	0,4157	0,1243
5	601-700	95 023	601	700	651	0,5028	0,0870
6	701-800	86 034	701	800	751	0,5816	0,0788
7	801-900	74 653	801	900	851	0,6500	0,0684
8	901-1000	65 836	901	1 000	951	0,7103	0,0603
9	1001-1300	132 227	1 001	1 300	1 151	0,8314	0,1211
10	1301-1600	73 368	1 301	1 600	1 451	0,8986	0,0672
11	1601-2000	46 809	1 601	2 000	1 801	0,9414	0,0429
12	2001-3000	41 884	2 001	3 000	2 501	0,9798	0,0384
13	3001-4000	12 276	3 001	4 000	3 501	0,9910	0,0112
14	4001-5000	4 576	4 001	5 000	4 501	0,9952	0,0042
15	virš 5001	5 207	5 001	6 000	5 501	1,0000	0,0048

Autoriaus skaičiavimai pagal Atvira Sodra viešai skelbiamus nuomenis.

Šios darbinės lentelės pagrindu galima nubraižyti žemiau pateiktą darbo užmokesčio skirstinį. Matoma, kad 90% visų dirbančiųjų darbo užmokesčio yra pasiskirstę tarp 0 ir 1500 EUR rėžių, o likusiųjų 10% uždirbtos darbo pajamos yra pasiskirstę tarp 1500 ir 5500 EUR. Kartu iš pateikto paveikslo matyti, kad dominanti duomenų eilutė yra visuomet didėjanti ir neturės ekstremumo taškų. Tai yra geras ženklas, nes tokie duomenys lengvai pritaikomi tiesinės regresijos ekonometriniais modeliams estimuoti.

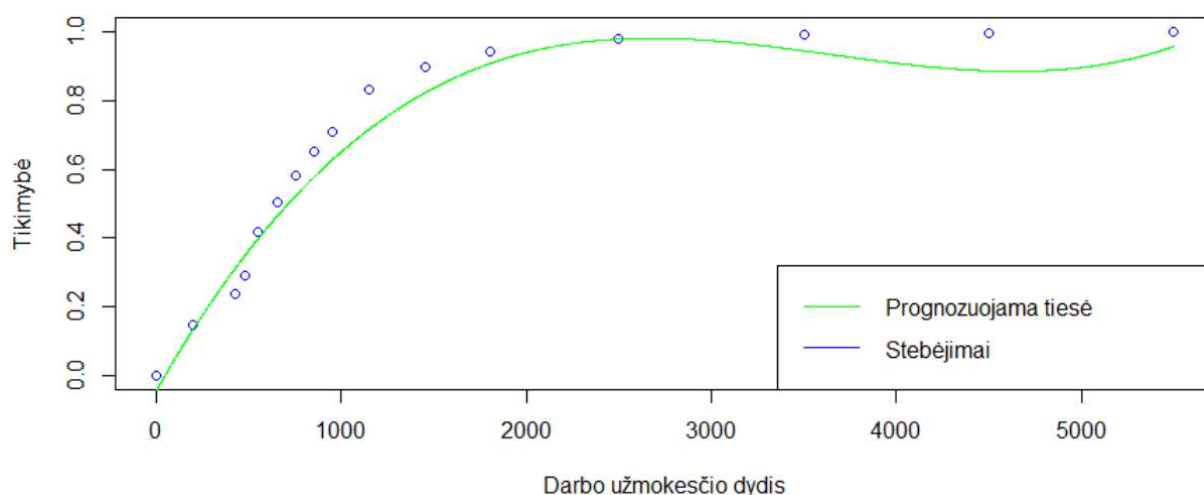


8 pav. **2018 m. darbo užmokesčio sukaupųjų santykinų dažnių skirstinys**  
(sudaryta autoriaus pagal Atvira Sodra viešai skelbiamus duomenis)

Labiausiai (šio modelio atveju) dominantis ekonometrinis modelis neturi nuspėti duomenų kitimo priežastingumo (empirinio proceso), tačiau šis turi gebėti labai gerai prognozuoti duomenų kitimo funkciją (tam tikroje apibrėžimo srityje), kuri kaip įmanoma tiksliau vizualiai atvaizduotų dominantį tikrąjį darbo užmokesčio skirstinį. Tokiu būdu užtikrinama, kad ši funkcija maksimaliai gerai reprezentuoja tikruosius darbo užmokesčio pasiskirstymo duomenis. Todėl tokie aspektai kaip regresijos patikimumo kriterijus, laisvės laipsniai, ar paklaidų koeficientai yra antraeiliai matmenys ir į juos kreipiama mažiau dėmesio. Kadangi modelis neturi nuspėti priežastingumo ir multikolinearumas nėra aktualus, todėl yra pritaikomas polinominės regresijos tiesinis modelis. Šie modeliai labai patogūs, nes pasižymi lengva forma diferencijavimui arba integravimui atlikti. Šiam tikslui pasitelktas R programinis kodas, su komanda „*lm(y~poly(x,3))*“. Pritaikomi ne ortogonalūs, bet paprasti polinomialai, skirti darbo užmokesčio skirstiniui sudaryti. Eksperimentiškai buvo pastebėta, kad iš paprastų polinomų gauti koeficientai leidžia patikimiau sudaryti darbo užmokesčio skirstinį. „*y*“ yra mūsų priklausomas kintamasis, šiuo atveju – darbo užmokesčio dydžio tikimybė. „*x*“ – nepriklausomas darbo užmokesčio dydžio kintamasis. „*poly*“ tai regresinio modelio tipas. Po to sekantis skaičius (šiuo atveju 3) yra mūsų polinomo laipsnis. Šiuo konkrečiu atveju prognozuojama funkcija yra trečiojo laipsnio. Šis modelis grąžina žemiau grafike pateiktą statistiką.

$$y = -4,563 * 10^{-2} + 1,010 * 10^{-3} * x - 2,978 * 10^{-7} * x^2 + 2,716 * 10^{-11} * x^3 \quad (25)$$

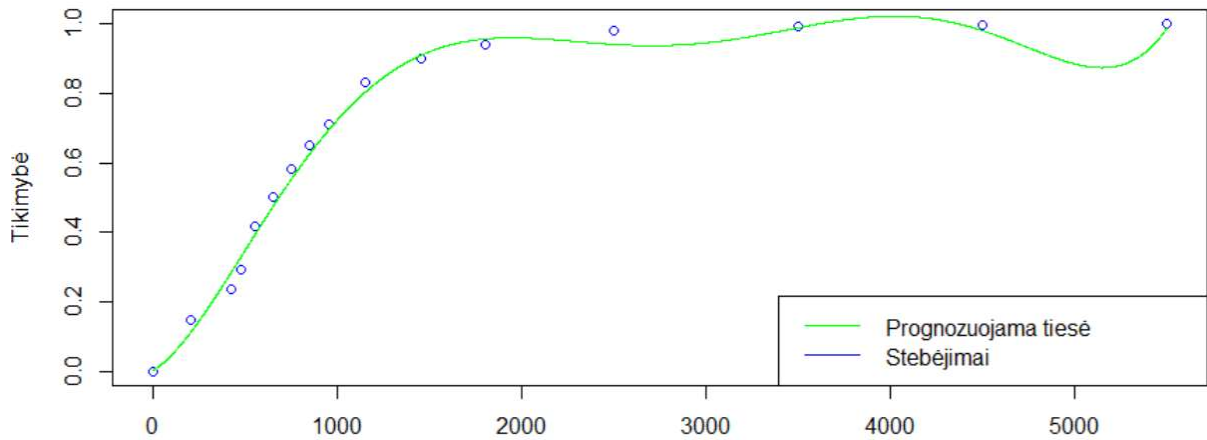
Dėl vaizdavimo pagrindų, koeficientai yra suapvalinti iki trijų skaičių po kablelio, tačiau matematiname modelyje naudojama daug detalesnė informacija (22 skaitmenys po kablelio). Šio modelio  $R^2 = 0.9799$ , o tai pasako, kad net trečios eilės polinomas ganėtinai tiksliai (98%) geba atvaizduoti stebimus duomenis. Geltonas langelis (paveikslas pateikiamas šeštame priede) parodo, kaip modelio prognozuojami koeficientai yra svarbūs atvaizduojant patį empirinį procesą, šiuo atveju statistinio patikimumo grafikas rodo, kad koeficientai tai daro su beveik 100% patikimumu. Tačiau, kaip buvo minėta anksčiau, pagrindinis kriterijus, į kurį svarbiausia koncentruotis, tai gauta funkcinė išraiška, kuri galėtų kaip įmanoma tiksliau atvaizduoti empirinį procesą mus dominančioje apibrėžimo srityje. Iš modelio išeksportavus visus koeficientus ir programos pagalba nubraižant darbo užmokesčio skirtinį bei šį sugretinus su tikraisiais stebėjimais, gauname žemiau pateiktą grafiką.



9 pav. Trečiojo laipsnio polinomo pagalba sudarytos funkcijos grafikas, sugretintas su tikrais stebėjimais

(sudaryta autoriaus pasitelkiant R programinį kodą)

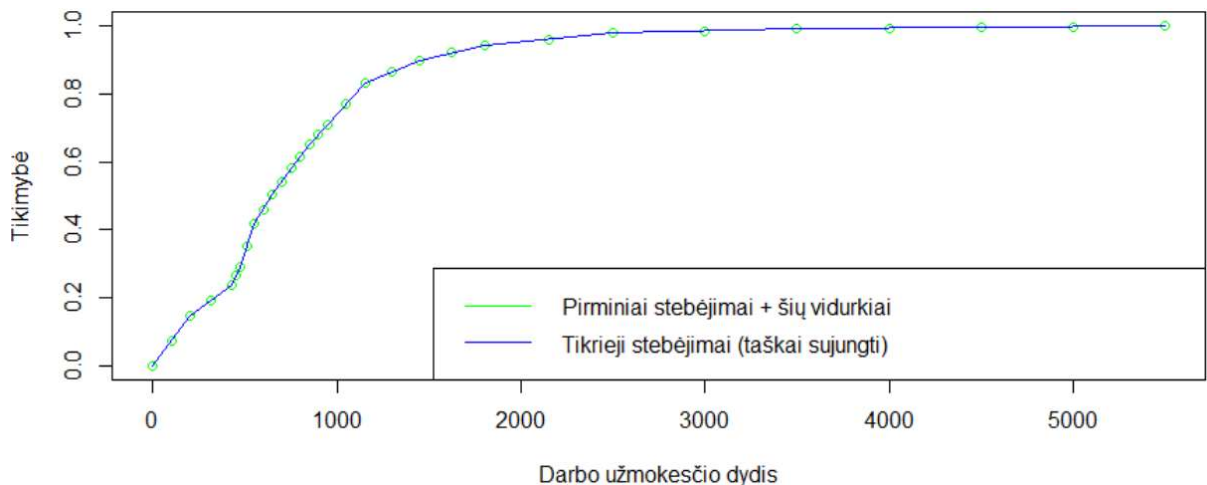
Kaip matyti iš grafiko, funkcija gana neblogai geba „apglėbti“ tikruosius stebėjimus, tačiau tą daro su paklaida, nes tam tikri stebėjimai lieka už funkcijos tiesės ribų. Todėl verta mažinti šias paklaidas ir ieškoti aukštesnio laipsnio polinomo. Žemiau pateiktas grafikas rodo šeštojo laipsnio polinomo gebėjimą atvaizduoti tikruosius stebėjimus. Iš paveikslo matyti, kad rezultatas yra geresnis nei trečiojo polinomo, tačiau yra stebimos gana didelės inovacijos tarp stebėjimo taškų, ypač tarp kelių paskutinių stebėjimų. Šios inovacijos nėra pageidautinas reiškinys, nes mes žinome, kad Sodros teiktini duomenys neturėtų svyruoti tarp rėžių arba bent jau turėtų svyruoti apie savo vidurkį.



10 pav. Šeštojo laipsnio polinomo pagalba sudarytos funkcijos grafikas, sugretintas su tikrais stebėjimais

(sudaryta autoriaus pasitelkiant R programinį kodą)

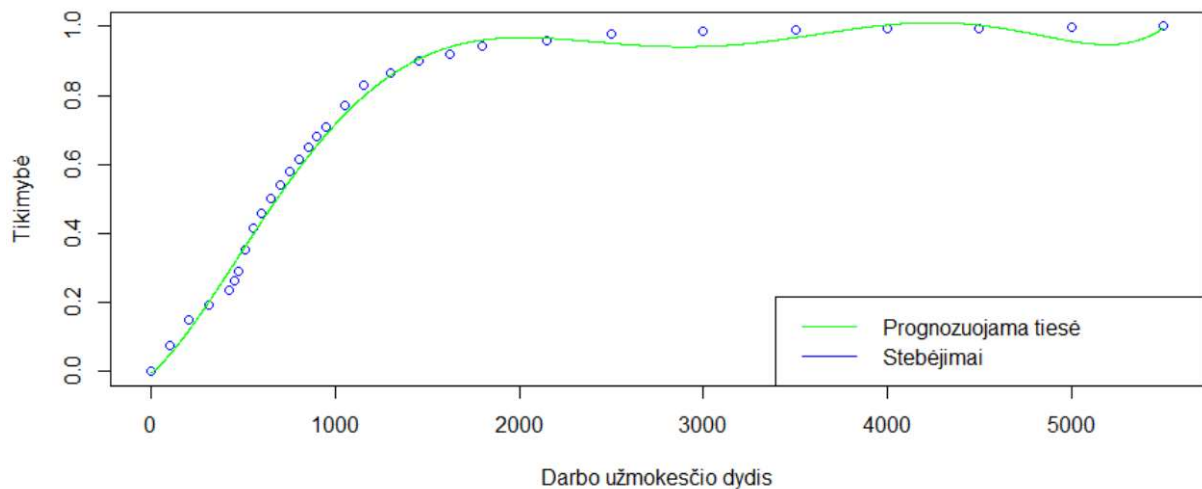
Norėdami panaikinti inovacijas, šiek tiek pakoreguojame kritinio darbo užmokesčio dydžio skaičiavimo darbinę lentelę ir kiekvienai porai stebėjimų suskaičiuojame šių (svertinių) vidurkį. Tokiu būdu pirminiai penkiolika stebėjimų pavirsta į trisdešimt. Žemiau pateiktas grafikas parodo, kad šie naujai sukurti taškai neiškraipo pirminių stebėjimų ir eina per pirminių stebėjimų tiesę.



11 pav. Tikrieji darbo užmokesčio skirstinio stebėjimai, sugretinti su jų suvidurkintais taškais

(sudaryta autoriaus pasitelkiant R programinį kodą)

Žemiau pateiktame grafike kartojama 6-tojo polinomo regresijos procedūra, bet jau su papildomai suvidurkintais pirminių stebėjimų taškais. Kaip matyti iš žalios funkcijos tiesės – inovacijų yra kur kas mažiau ir beveik visi stebėjimų taškai liečia funkcijos tiesę.



12 pav. Šeštojo laipsnio polinomo pagalba sudarytos funkcijos grafikas, sugretintas su tikrais stebėjimais (sudaryta autoriaus pasitelkiant R programinį kodą)

Išgavus dominančią tikimybių skirstinio funkciją, reikia nepamiršti, kad šią diferencijavus, ji tampa atsitiktinio dydžio tankio funkcija, o tankio funkcijos plotas (t.y. jos integralas f-jos apibrėžimo srityje) privalo būti lygus vienetui. Iššaukus R komandą:

$$D(expression(z0 + z1*z^1 + z2*z^2 + z3*z^3 + z4*z^4 + z5*z^5 + z6*z^6), 'z') \quad (25)$$

kur „D“ diferencijavimo komanda, o *expression()* R kodo komanda talpinanti savyje funkcinį pavidalą, kuriai norime gauti išvestinę. „z“ ir po to sekantys kintamieji (z1, z2 ir t.t.) talpina polinomo koeficientų tikslias reikšmes. Šiuo konkrečiu pavyzdžiu yra atvaizduojamas jau 6-to laipsnio polinomas. Taigi įrašius šią komandą, ji sugrąžina šios funkcijos išvestinės išraišką:

$$z1 + z2 * (2 * z) + z3 * (3 * z^2) + z4 * (4 * z^3) + z5 * (5 * z^4) + z6 * (6 * z^5) \quad (26)$$

Integravimui pasitelkiama komanda „*integrate*“, šiai pateikiame funkcijos išraišką (26) ir nurodome integravimo apatinį ir viršutinius režius (0; 5500,5). R komanda grąžina 1,012425 reikšmę. Ji nėra toli nuo vieneto, kas parodo, kad gauta funkcinė išraiška yra ganėtinai tiksli, tačiau ją reikia pakoreguoti tokiu koeficientu, kad ji taptų lygi 1. Todėl sudarome labai paprastą pagalbinę lygtį:

$$1,012425k = 1 \quad (27)$$

Čia  $k = 0,9877275$ . Jei iš  $k$  padauginsime (25) funkciją ir dar kartą skaičiuosime reiškinių



integralą, galima įsitikinti, kad šios integralas taps lygus 1. Todėl (27) išraišką padauginus iš  $k$  koeficiento gauname mus dominančią darbo užmokesčio pasiskirstymo funkciją. Atkreiptinas dėmesys, kad funkcijos koeficientus padauginus iš  $k$ , tiek funkcijos koeficientai, tiek šios grafikas pakinta. Šiuo konkrečiu atveju funkcijos grafikas nepasikeitė, nes gauta  $k$  reikšmė yra nedidelė. Tačiau dėl šios papildomos procedūros nebuvo pasitelkti ortogonalieji polinomialai, nes buvo pastebėta, kad gautas šių polinomų regresijos lygties išvestinės integralo įvertis gana stipriai skyrėsi nuo vieneto (sieki apie 1,06 ir daugiau), o tai gana stipriai pakeitė funkciją, kuri buvo skirta darbo užmokesčio skirstiniui atvaizduoti ir dėl to tapo nelabai patikima. Tikslūs regresijos gauti koeficientai yra pateikiami septintame priede.

Norint apskaičiuoti kritinį darbo užmokesčių naudojantis (17) lygties išraiška, dar reikia gauti vidutinio darbo užmokesčio  $\bar{x}$  reikšmę. Tai padaryti yra nesudėtinga, jei naudosime tolydžio dydžio matematinio vidurkio (vilties) skaičiavimo formulę:

$$\bar{x} = E(x) = \int_a^b x f(x) dx \quad (28)$$

Kur  $[a, b]$  mus dominantis darbo užmokesčio intervalas ir  $f(x) = F'(x)$  atsitiktinio dydžio skirstinio funkcija. Į šią (28) formulę įstačius (26) darbo užmokesčio atsitiktinio dydžio skirstinio funkciją, gauname, kad  $\bar{x} = 833,93$  EUR. Pasižiūrėjus į 9 paveikslą matosi, kad ši suma ir yra kažkur pasiskirsčiusi ties 50% tikimybės riba. Tačiau šis dydis buvo apskaičiuotas jau iš transformuotų intervalinės darbo užmokesčio duomenų eilutės, todėl būtų įdomu patikrinti, kokią  $\bar{x}$  dydi gautume, jei skaičiuotume su žemiau pateikta intervalo vidurkį skaičiuoti skirta formule, bet jau iš darbo užmokesčio skirstinio darbinės lentelės (dar neatlikus funkcinės transformacijos):

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f}{\sum f_i} \quad (29)$$

Suskaičiavus atsakymą su darbo užmokesčio statistinio skirstinio darbine lentele (žr. lentelė nr. 1) gauname, kad  $\bar{x} = 887,98$  EUR. Šis atsakymas skiriasi 6% nuo pirmojo. Sodra taip pat skelbia 2018 metų vidutinį darbo užmokesčio dydį, jis siekia 807,4 EUR ir šis nuo mūsų gauto dydžio skiriasi vos 3%. Laikomasi prielaidos, kad Sodra vadovaujasi turimais tikslesniais duomenimis, todėl 3% paklaidą galima vertinti kaip labai tikslų įvertį. Tad vizualiai įsitikinus, kad gauta polinominės regresijos funkcija geba gerai "apglėbti" darbo užmokesčio skirtinį bei patvirtinus, kad apskaičiuotas vidutinis dydis nesiskiria nuo oficialiai skelbiamų duomenų, galima apibendrintai teigti, kad sukurtos ekonometrinės procedūros pakanka patikimai funkciniai formai išgauti.

Turint egzogeninių McCall modelio dydžių  $\bar{x}, \alpha, \beta, c, m$  reikšmes bei darbo užmokesčio pasiskirstymo funkciją  $F(z)$ , galima alikti kritinio darbo užmokesčio dydžio  $\bar{w}$  eksperimentinį skaičiavimą. Skaičiavimui galima pasitelkti Microsoft Excel aplikacijos Solver paketą. Solver yra patogus, nes jis skaičiavimus atlieka iteraciniu programavimo principu, t.y. keičia vieno ar daugiau kintamųjų reikšmes ir sprendžia optimizavimo uždavinį ieškant sprendinio, kuris tenkintų sąlygą su kaip galima mažesne paklaida. Šiuo atveju ieškoma maksimaliai lygtį tenkinanti reikšmė su  $1 * 10^{-6}$  paklaida. Patogumui, šiek tiek pakoreguojama (17) McCall kritinio darbo užmokesčio skaičiavimo lygtis, kur visi reiškiniai yra perkelti į dešinę pusę, o kairėje paliekamas tik nulis.

$$0 = c(1 - \beta + \alpha\beta) + \beta\bar{x} + \beta \int_m^{\bar{w}} F(w)dz - (1 + \alpha\beta)\bar{w} \quad (30)$$

Excel aplikacijoje užrašoma (30) lygties išraiška su nežinomuoju  $\bar{w}$ . Ieškomas toks  $\bar{w}$  sprendinys, kad lygties kairioji pusė (su pateikta paklaida) būtų kaip galima arčiau lygi nuliui. Išsprendus uždavinį, gaunamas atsakymas  $\bar{w}$ . Šis skaičiavimo rezultatas bei jo teikiama ekonominė informacija bus atskleidžiama sekančiame skyrelyje.

### 3. TARPLAIKINIO DARBO UŽMOKESČIO SKAIČIAVIMAI, ANALIZĖ IR INTERPRETAVIMAS

#### 3.1. Lietuvos 2018 metų kritinio darbo užmokesčio dydžio skaičiavimas

Apibrėžus matematinę išraišką (30) bei prielaidų skyrelyje pasitvirtinus metodiką, skirtą sudaryti darbo užmokesčio skirstinį ir nutarus, kokios kintamųjų reikšmės bus naudojamos apskaičiuoti Lietuvos kritinį darbo užmokesčių, galima atlikti bandomąjį skaičiavimą. Kadangi panašus tyrimas su Lietuvos darbo užmokesčio duomenimis jau buvo atliktas anksčiau (Davidovič 2015), pravartu patikrinti, ar praėjusiame skyrelyje aprašyta metodika geba atkartoti pastarojo tyrimo rezultatus. Tą galima labai lengvai atlikti, kadangi į (30) lygties formą įstačius atleidimo iš darbo tikimybę lygią 0%, ši turi pradėti rodyti skaičiavimo rezultatus, kurie laikytųsi prielaidos, kad atleidimo iš darbo tikimybės nėra. Šiems skaičiavimams atlikti bus naudojami tie patys (nedarbo išmokos, diskonto normos, minimalaus darbo užmokesčio) kintamieji, tačiau darbo užmokesčio skirstinys bus sudaromas naudojant jau patvirtintą praėjusio skyrelio metodiką (6-laipsnio polinomą). Septintame priede yra pateikiama lentelė su darbo užmokesčio skirstinio koeficientais bei kintamaisiais, kurie buvo panaudoti žemiau esančiuose šio skyrelio skaičiavimuose. Pastarojo tyrimo apskaičiuota 2014 metų Lietuvos kritinio darbo užmokesčio suma buvo lygi 3 669,40 LTL, tai prilygtų 1 062,73 EUR. Šio darbo metodika apskaičiuotas tų pačių metų kritinis darbo užmokeskis yra lygus 1 126,93 EUR. Tai visumoje sudaro 6% paklaidą. Turint omenyje, kad šiuo metu Sodra viešai pateikia 2014 metų darbo užmokesčio duomenis jau suskirsčius juos į 22 režius (nuo 0 iki virš 3 475,44 eurų) ir žinant, kad palyginamojo darbo autorius naudojo Sodros duomenis, kurie buvo pateikti (nuasmeninti) visa apimtimi, kur pastarasis turėjo laisvę savarankiškai pasirinkti, kokio pločio ir režijų skaičių sudaryti (pasirinko 20), taip pat kartu žinant, kad autorius statistinę regresiją atlikinėjo savo nuožiūra, galima teigti, kad gauta paklaida yra pakankamai nedidelė bei patvirtina, kad sudaryta metodika yra tinkama. Šią paklaidą būtų, ko gero, įmanoma dar labiau sumažinti, jei kaip ir 2018 metų duomenimis, regresijai skaičiuoti būtų skiriama daugiau dėmesio (t.y. pritaikant tinkamiau prognozuojamą polinomo laipsnį ir pan.).

Jau įtraukus ir atleidimo iš darbo tikimybę, 2018 metų kritinio darbo užmokesčio įvertis šio McCall modelio pagrindu yra lygus **1 338,02 EUR**. 2017 metų yra lygus 1 170,07 EUR arba 88% pastarųjų metų dydžio. Šie skaičiavimai taikomi laikantis 2.2. skyrelio 4 prielaidos, kuri teigia, kad agentas gauna vienodą nedarbo išmoką per visa laiką, kol yra bedarbis. Kadangi šio magistro darbo pagrindinis tikslas yra rasti 2018 metų kritinio darbo užmokesčio dydį, tikslumui žemiau pateiktame paveiksle yra pateikiami kritinio darbo užmokesčio įverčiai, jei nedarbo išmokos suma, priklausomai

nuo praleisto laiko be darbo, kistų.

<i>Mėnesiai be darbo</i>	<b>Nedarbo išmokos arba socialinės pašalpos dydžiai <i>c</i>, EUR</b>	<b>Kritinio D.U., EUR</b>	<b>Kritinio D.U. pokytis palyginus su pastoviu <i>c</i></b>
<i>1-3 mėn</i>	700,85	1 386,21	4%
<i>4-6 mėn</i>	592,12	1 338,02	0%
<i>7-9 mėn</i>	483,39	1 293,06	-3%
<i>9-n mėn</i>	159,82	1 175,15	-12%

13 pav. **Kritinio darbo užmokesčio įverčiai su kintamu nedarbo išmokos arba socialinės pašalpos dydžiu (bruto dydžiai)** (sudaryta autoriaus)

Iš penkiolikto paveikslo matyti, kad *c* (nedarbo išmokos ir socialinės pašalpos) dydžio pokyčiai turi gana žymų poveikį kritinio darbo užmokesčio įverčiui ir šis, ilgėjant laikotarpiui be darbo, kinta apie šešiolika procentų. Paėmus kelių metų skaičiavimus, matoma, kad kritinis darbo užmokestis taip pat kinta. Tačiau šie dydžiai be ekonominio konteksto savaime beveik nesuteikia jokios prasmės. Todėl sekančiuose skyreliuose yra mėginama atlikti gilesnę pastarųjų analizę.

### **3.2. Lietuvos 2018 metų kritinio darbo užmokesčio dydžio jautrumo analizės metodikos sudarymas ir gautų rezultatų interpretavimas**

Atlikus pastarajame skyrelyje 2018 metų Lietuvos kritinio darbo užmokesčio skaičiavimą, buvo gautas vienas kritinio darbo užmokesčio dydis. Tačiau liko neaišku, kokio didumo poveikį šiam dydžiui turi tokie parametrai kaip nedarbo išmokos dydis, atleidimo iš darbo tikimybė, diskonto norma. Tam sužinoti nebūtina atlikti (17) išraiškos diferencijavimo dominančių kintamųjų atžvilgiu, o užtenka panaudoti jau turimą išraišką su įstatyta bandomojo skaičiavimo metu gauta tikimybių skirstinio funkcija, atleidimo iš darbo tikimybė, nedarbo išmoka ir diskonto norma. Keičiant tik vieną parametą (pvz. atleidimo iš darbo tikimybę) ir kaskart kartojant kritinio darbo užmokesčio dydžio skaičiavimą (atliekamą MS Excel Solver pagalba), galima nustatyti, kaip šis reaguoja į vieno iš parametų pasikeitimą. Geriausiai tai galima pamatyti, jei šie duomenys yra atvaizduojamai grafiškai. Tačiau šiam pasikeitimo jautrumo paveikslui sudaryti reikia atlikti ne vieną stebėjimą, o geriau net keliasdešimt. Todėl šiam tikslui galima papildomai pasitelkti *MS Visual Basic* programinį kodą ir sukurti algoritmą, kuris galėtų atlikti kelias dešimtis tokių skaičiavimų automatiškai ir tokiu būdu labai tiksliai parodyti parametų kitimo poveikį vienas kitam. Šio kodo veikimo principas labai paprastas ir loginė seka tokia:

1. Sudaroma dar viena darbinė lentelė (MS Excel aplikacijoje), kur išvardinamos visos reikšmės kintamojo, kurio pokyčio įtaką yra norima įvertinti. Žemiau pateiktame paveiksle ir yra pateikiamas pavyzdys, kur deklaruojamos šios reikšmės, tačiau atleidimo iš darbo tikimybės *alfa* (paryškintas stulpelis) reikšmės yra tiesiškai keičiamos (nuo 0% iki 24%);

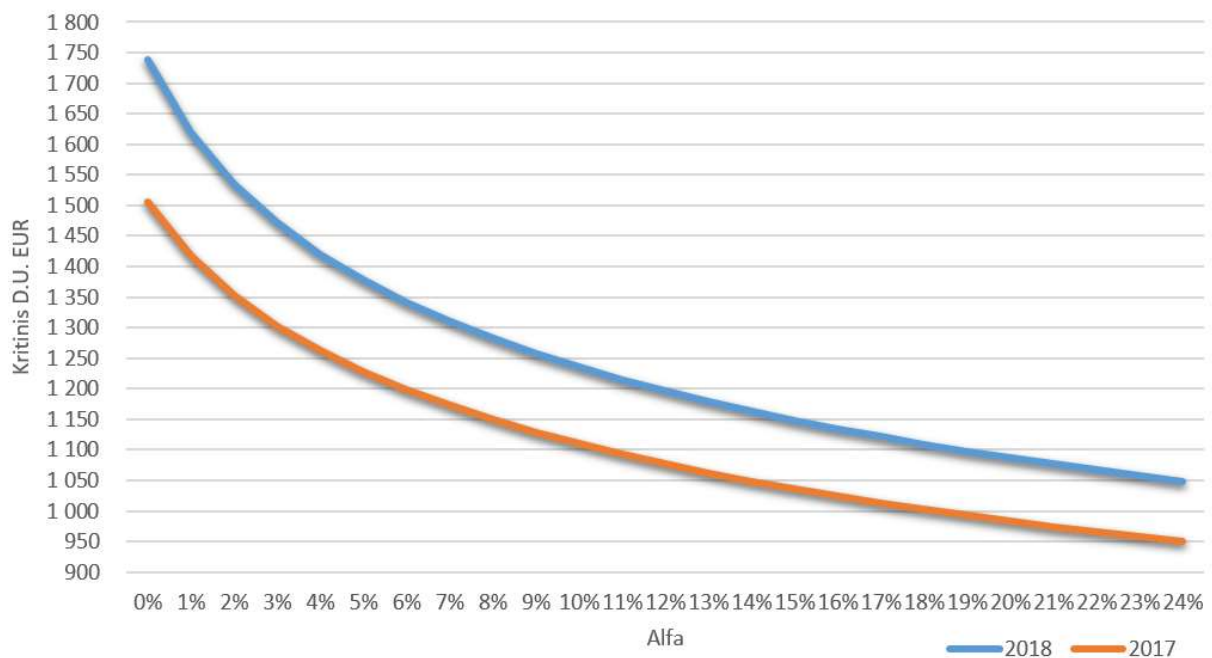
k D.U. 2018	k D.U. 2017	Alfa	2018 error	2017 error
1 668	1 458	0%	- 0,0000	- 0,0000
1 552	1 370	1%	- 0,0000	- 0,0000
...	...	...	...	...
975	895	23%	0,0000	0,0000
966	886	24%	0,0000	0,0000

14 pav. Darbinė lentelė skirta programiniui kodui iteruoti (sudaryta autoriaus)

2. Sudaromas labai paprastas programinis kodas (žr. į 8 priedą), kuris automatiškai iteruotų kiekvieną iš eilės eilutę ir kintamųjų reikšmes pateiktų MS Solver programiniam priedeliui apskaičiuoti;
3. Šis programinis kodas MS Solver gautą atsakymą kiekvienos iteracijos metu grąžina į šalia esantį stulpelį (8-to paveikslo paryškintame stulpelyje dešinėje).

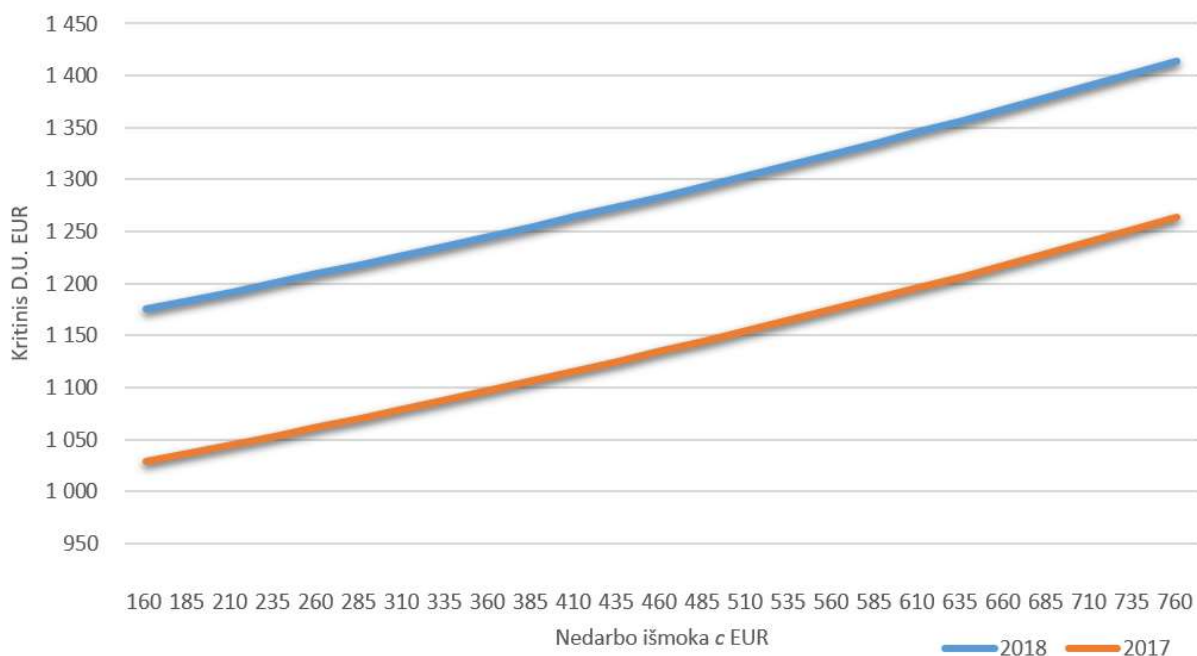
Turint visas norimas kintamojo reikšmes bei kritinio darbo užmokesčio dydžio atsaką į šį/šias, galima gautus atsakymus pavaizduoti grafiškai.

Naudojant pastarąjį programinį kodą ir tiesiškai keičiant tik atleidimo iš darbo tikimybę  $\alpha$  (alfa), gaunamas žemiau pateiktas paveikslas. Matomas laipsninis kitimas. Jei atleidimo iš darbo tikimybė pakistų nuo 4% iki 18%, tai šis turi beveik -311 EUR neigiamą atoveiksmį kritinio darbo užmokesčio dydžiui (nuo 4% iki 18% režiai lyginami, nes tokiuose režiuose istoriškai svyravo šalies nedarbo lygis). Pokytis sudaro apie -29% kritimą (palyginus su 1 338 EUR pradine verte su 6% nedarbu). Palyginimui pateikiami ir 2017 metų kritinio d.u. pokyčiai, aiškiai matoma, kad šiam būdingas labai panašus ryšys. Apibendrintai vertinant, atleidimo iš darbo tikimybės įtraukimas į modelio skaičiavimus turi stiprų poveikį šio galutiniam dydžiui. Iš grafiko vizualiai matyti, kad neigimas poveikis -397 EUR (-30%) 2018 m kritiniam d.u. ir -308 EUR (-25%) 2017 m. kritiniam d.u., jei laikytumėmės prielaidos, kad atleidimo iš darbo tikimybė abiem laikotarpiams yra lygi 6%, o pradant skaičiuoti nuo 0%.



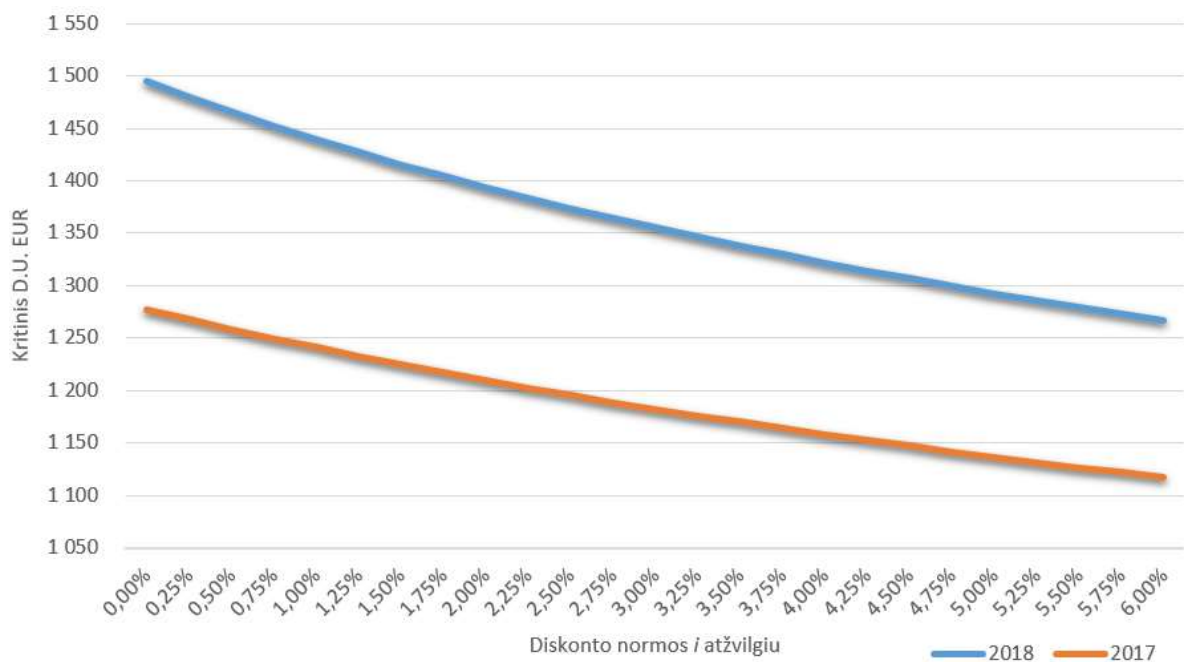
15 pav. **Kritinio darbo užmokesčio jautrumo grafikas atleidimo iš darbo *alfa* tikimybės atžvilgiu** (sudaryta autoriaus panaudojant 2 skyrelio darbo užmokesčio skirstinio funkciją, bandomo skaičiavimo nedarbo išmoką ir diskonto normą)

Panašus poveikis stebimas ir sekančiame (šešioliktame) paveiksle. Čia yra keičiamas nedarbo išmokos dydis ( $c$ ). Tačiau iš paveikslo matyti, kad atsakas į pokytį yra visiškai tiesinis. Nedarbo išmokai pakitus nuo 122 iki 535 eurų (arba nuo 160 iki 700 eurų, nes vertinama bruto dydžiais), šis 2018 m. kritiniam darbo užmokesčiui turi apie 240 eurų siekiantį teigiamą poveikį. Tai sudaro apie 17% teigiamą prieaugį. Identiškas poveikis stebimas ir 2017 m. kritinio darbo užmokesčio pokyčio eilutėje.



16 pav. **Kritinio darbo užmokesčio jautrumo grafikas nedarbo išmokos c atžvilgiu (bruto dydžiai)** (sudaryta autoriaus panaudojant 2 skyrelio darbo užmokesčio skirstinio funkciją, bandomo skaičiavimo atleidimo iš darbo tikimybę ir diskonto normą)

Kaip ir ankstesniame pavyzdyje, aukščiau pateiktame paveiksle išlieka taip pat labai panašus vaizdas. Šiuo atveju yra keičiama diskonto norma. Vėlgi, poveikis išlieka beveik tiesiškas. Diskonto normai pakitus nuo 0% iki 6%, ši turi -229 eurų neigiamą poveikį kritinio darbo užmokesčio dydžiui 2018 metų kritiniam darbo užmokesčiui. O tai sudaro apie -18% neigiamą poveikį kritinio darbo užmokesčio dydžiui. Beveik identiškas smukimas stebimas ir su 2017 metų duomenimis apskaičiuotu kritiniu darbo užmokesčiu.



17 pav. **Kritinio darbo užmokesčio jautrumo grafikas diskonto normos *i* atžvilgiu** (sudaryta autoriaus panaudojant 2 skyrelio darbo užmokesčio skirstinio funkciją, bandomo skaičiavimo atleidimo iš darbo tikimybę ir nedarbo išmoką)

Taigi iš 15, 16 ir 17 paveikslų pastebima, kad jautrumo analizės atlikimas gali būti labai informatyvus, nes gali pasakyti kokį, neigiamą-teigiamą atoveiksmį skirtingai pajamų, ar visuomenės grupei, šie pakeitimai gali turėti. Pastebėtina, kad tiek jautrumo analizės atlikimas su 2018 m., tiek su 2017 m. duomenimis davė labai panašius rezultatus, tad galima daryti prielaidą, kad ir su kitų metų duomenimis kritinio darbo užmokesčio pokytis į egzogeninių kintamųjų poveikį gali išlikti panašus.

Tokiu būdu tai gali būti papildomas įrankis, leidžiantis lengviau priimti makroekonominis sprendimus. Kaip pavyzdys: iš grafiko matyti, kad tiek nedarbo išmoka, tiek atleidimo iš darbo tikimybė gali turėti vienas kitą atsveriantį efektą. Todėl pakilus nedarbui ir norint išlaikyti nepakitusį gyventojų pajamų lygį (iš darbo pajamų), yra verta nemažinti nedarbo išmokos dydžio, tačiau jį verčiau didinti proporcingai, kad pakeičiamumo efektas išliktų vienas kitą atsveriantis. Taip pat pažymėtina, kad ši aukščiau atlikta jautrumo analizė buvo pritaikyta visam šalies darbo užmokesčio fondui. Kaip jau buvo minėta tarplaikinio darbo užmokesčio nustatymo modelio prielaidų skyrelyje (2.1), tokie dalykai kaip lytis, išsilavinimas, socialinė padėtis, gyvenamoji vieta ir pan., gali turėti labai didelės įtakos kritinio darbo užmokesčio dydžiui. Todėl yra svarbu panašius jautrumo analizės skaičiavimus atlikti ne visai populiacijai imtinai, bet pažiūrėti, kaip skirtingai kiekviena iš socialinių grupių jautriai reaguoja į analizuojamų egzogeninių kintamųjų poveikį atskirai.



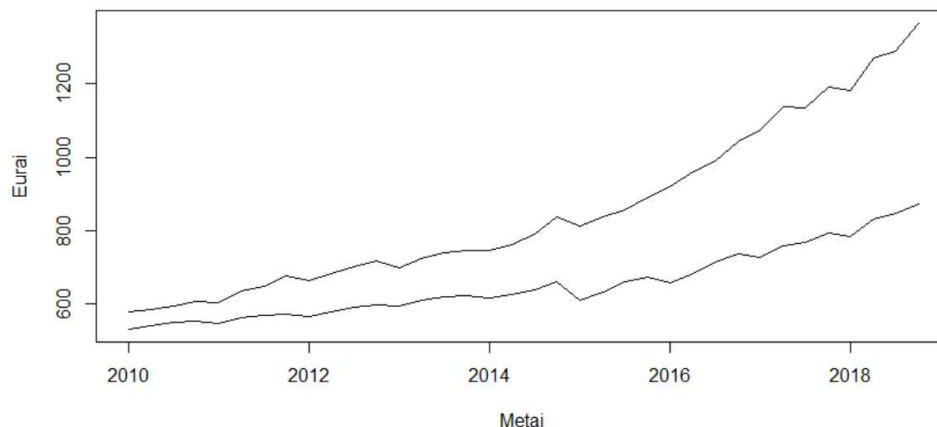
### 3.3. Šalies kritinio darbo užmokesčio dydžio jautrumo analizės kritika

Iš atliktos modelio jautrumo analizės galima susidaryti klaidinantį įspūdį, kad tarp tokių kintamųjų kaip nedarbo lygio (atleidimo iš darbo tikimybės) ir kritinio darbo užmokesčio dydžio egzistuoja kažkoks tiesinis ryšys. Šis ryšys gal ir egzistuoja, bet ši analizė neatsako į klausimą (a), kaip greitai dėl vieno iš egzogeninių kintamųjų poveikio (pvz 1% šoko) sureaguotų ir kritinio darbo užmokesčio dydis bei ar (b) šis sureaguotų vienodu mastu, jei pavyzdžiui pokytis įvyksta, kai atleidimo iš darbo tikimybė jau yra lygi ne 5%, o jau kokiems 15%. Kitais žodžiais tariant, modelis yra statiškas, nes parodo tik vienerių metų (12 mėnesių suvidurkintą) dinamiką bei pateikia jau fiksuotą darbo užmokesčio skirstinį, kuris priklausomai nuo ekonominės situacijos šalyje metai iš metų gali kisti. Norint panaikinti šį statiškumą, reikia žiūrėti į kur kas platesnio laikotarpio horizontą bei analizuoti bent jau ketvirtinius stebėjimus. Mūsų turimu atveju, gilesnė analizė priklausomai nuo gebėjimo gauti kaip galima tikslesnius ir ilgesnio stebimo laikotarpio duomenis iš Sodros teikiamos duomenų bazės. Tačiau kaip jau yra žinoma, šie duomenys yra viešai publikuojami tik už 2010 metų ir vėlesnį laikotarpį. Tai nėra labai gerai, nes tokie laikotarpiai kaip 1999–2001, ar 2008–2012, per kuriuos vyko dideli šalies ekonominio ciklo svyravimai, parodytų gerokai išsamesnį vaizdą. Kaip žinia, nuo 2010 m. iki 2018 m. vyko Lietuvos ekonomikos atsigavimas, todėl analizė, apimanti tik šį laikotarpį, gali parodyti kritinio darbo užmokesčio jautrumą, kai šalies makroekonominis klimatas yra gana teigiamas.

Pasitelkiant praėjusiuose skyreliuose kritinio darbo užmokesčio nustatymo metodiką ir apdorojant visą viešai skelbiamą Sodros duomenų bazės apimtį, bet šį kartą sudarant darbo užmokesčio skirstinį ne pilniems metams, bet ketvirčiams, galima apskaičiuoti iš viso 36 skirtingus kritinio darbo užmokesčio stebėjimus (devintame priede pateikiami apskaičiuoti koeficientai bei panaudotos kintamųjų reikšmės). Pastebėtina, kad buvo pasitelkiamas tas pat šešto laipsnio polinomas. Dėl to, kad buvo daromas didelis kiekis individualių skaičiavimų, buvo leistina šiek tiek didesnė paklaidos norma (t.y. didesnis nežymus atotrūkis tarp darbo užmokesčio skirstinio stebėjimų ir šios funkcinės išraiškos, gautos atliekant pačią regresiją). Toliau buvo imama tiems metams būdinga atleidimo iš darbo tikimybė (nedarbo lygis), vidutinis darbo užmokestis (apskaičiuotas iš sudaryto darbo užmokesčio skirstinio), minimalus darbo užmokestis ir pan. Pastebėtina, kad buvo ganėtinai sunku gauti nedarbo išmokos dydžius 2010 ir 2013 laikotarpiams, todėl paprastumo dėlei, buvo laikytasi prielaidos, kad šis kito tiesiškai lyginant su 2014 ir 2018 laikotarpiais. Šių skaičiavimų tikslas buvo gauti ne kaip galima tikslesnius kritinio darbo užmokesčio įverčius, bet šių artimas aproksimacijas, nes tikslas yra palyginti, kaip šis dydis koreliuoja su vidutiniu šalies darbo užmokesčiu. Tai yra daroma dėl to, kad jei būtų aptikta labai stipri tiesinė koreliacija tarp šių dydžių,

būtų galima daryti prielaidą, kad šių kitimo tempai laike yra panašūs. Tol, kol nebus fokusuojamasi į absoliutines išraiškas (t.y. išraiškas eurai), o tiesiog į augimo tempus (procentais), tol nebus labai didelio skirtumo, kurį iš kintamųjų analizuosime (t.y. ar kritinio d.u., ar vidutinio d.u. kitimo tempus). Tokio ryšio atradimas leistų praplėsti analizę, nes vidutinio darbo užmokesčio įvertį galima gauti už gerokai ilgesnį periodą.

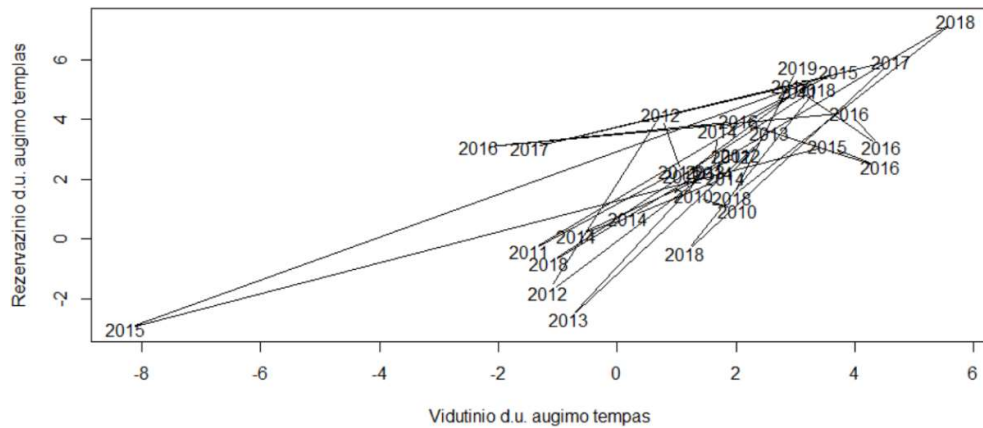
Žemiau pateiktas grafikas sugretina kritinio darbo užmokesčio ir vidutinio darbo užmokesčio stebėjimus. Iš pateikties matyti, kad šie dydžiai yra linkę svyruoti ir augti ganėtinai panašiais tempais.



18 pav. **Kritinio darbo užmokesčio (tiesė aukščiau) ir vidutinio darbo užmokesčio (tiesė žemiau) sugretinimas (ketvirtiniai metų duomenys)**  
(sudaryta autoriaus)

Jeigu šiuos abu dydžius išreikštume augimo tempais (t.y. atsisakytume absoliutinių dydžių išraiškos) ir žiūrėtume į šių pokyčių tiesinę priklausomybę, pamatytume, kad tarp jų yra gana stipri teigiama tiesinė priklausomybė (žr. pav. 19). Skirtumas yra tik tas, kad kitimo mastas (skalė) tarp šių kintamųjų yra šiek tiek besiskirianti, todėl nors ir jie kinta vienoda kryptimi, bet linkę po truputį tolti vienas nuo kito. Šiuo konkrečiu atveju yra pastebima, kad kritinis darbo užmokestis auga šiek tiek sparčiau nei vidutinis darbo užmokestis. Kadangi nuo 2010 metų Lietuva išgyvena ekonominio ciklo pakilimą, galima spėti, kad ekonominio ciklo nuosmukio metu, ko gero, būtų galima stebėti kritinio darbo užmokesčio ir vidutinio darbo užmokesčio priartėjimą.

19

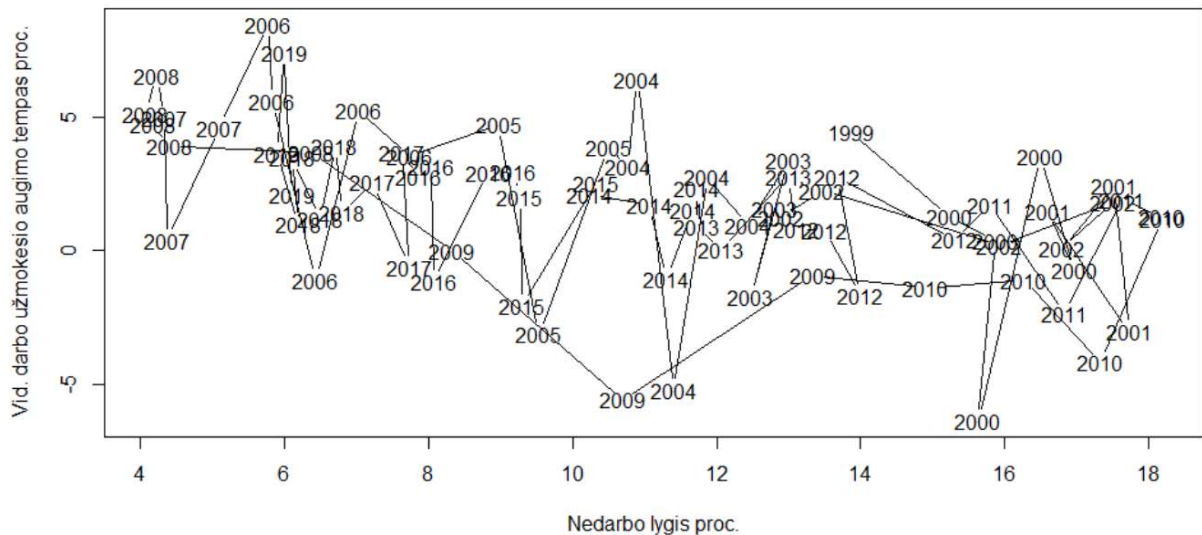


pav.

**Kritinio darbo užmokesčio ir vidutinio darbo užmokesčio Lietuvoje augimo tempai**  
(sudaryta autoriaus, duomenys pateikti priede devintame priede)

Todėl šios analizės pagrindu toliau bus analizuojamas vidutinio darbo užmokesčio augimo tempas ir šalies nedarbo lygis.

Dar kartą primenant, kad toliau pateikiamos iliustracijos tikslas yra labiau atkreipti dėmesį į galimą problematiką, bet nepateikti tikslius skaičiavimus, galima supaprastintai, bet argumentuotai atlikti praėjusiam skyrelyje pateiktos jautrumo analizės kritiką. Žemiau esančiame grafike yra pateikiama Lietuvos vidutinio darbo užmokesčio augimo tempo dinamika, sugretinta su nedarbo lygiu.



**20 pav. Vidutinio darbo užmokesčio ir nedarbo lygio dinamika nuo 1999 II ketv. iki 2019 II ketv.** (atvaizduota ketvirčiais, sudaryta autoriaus panaudojant Lietuvos statistikos departamento viešai skelbiamus duomenis)

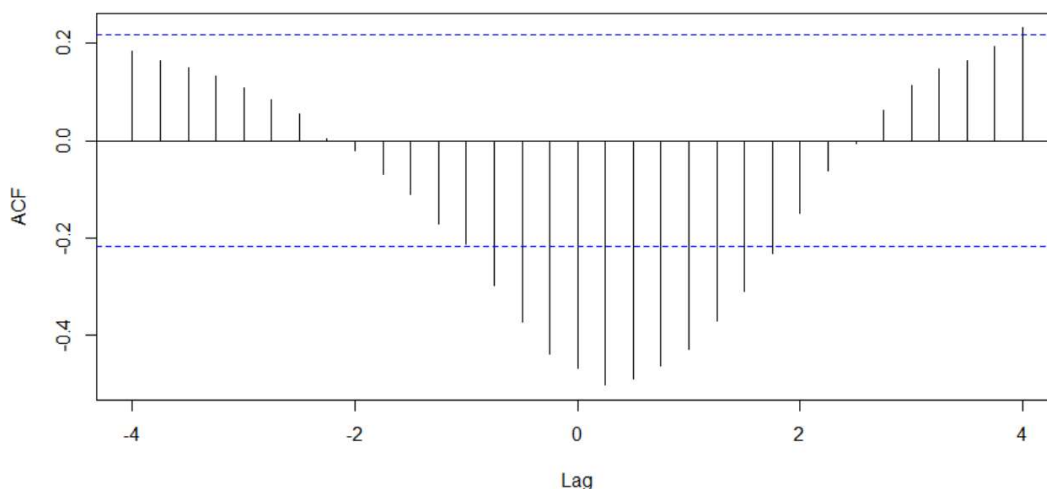
Iš pateikto paveikslo vizualiai matyti, kad Lietuvos vidutiniam darbo užmokesčiui ir nedarbo lygiui yra būdingos tam tikros tarpusavio sąveikos:

1. Nedarbo lygis per stebimą laikotarpį stipriai svyravo, tačiau nebuvo žemesnis nei 4% bei

netapo aukštesnis, nei 18%;

2. Esant žemesniam nedarbo lygiui, darbo užmokestis auga sparčiau bei atvirkščiai;
3. Nedarbo lygiui didėjat, šis kinta gana sparčiais šuoliais, tačiau jei jis mažėja, tai teigiamas pokytis įvyksta kur kas lėčiau.

Tačiau iš pateikto paveikslo sunku vizualiai tiksliai atsakyti į klausimą, ar visuomet vidutinis darbo užmokestis mažėja, jei nedarbo lygis didėja bei ar įvyks atvirkštinis poveikis, jei šis krinta. Taip pat iš paveikslo matyti, kad stebėjimai yra tarsi pasiskirstę „U“ raidės forma. Tai suponuoja, kad tarp šių duomenų gali būti ne tiesinis, o kažkoks kvadratinis ryšys. Tarpusavio sąryšio klausimui atsakyti galima sudaryti kryžminę autokolegramą (paveikslas 21). Iš šio grafiko matyti, kad  $t$  periodo vėlavimai (ketvirtiniai stebėjimai) statistiškai stipriai koreliuoja su  $t-1$ ,  $t-2$ ,  $t-3$  ir net tolimesnių periodų vėlavimais. Be to, koreliacija su skirtingais vėlavimais ir be jokių lūžių tarsi nubrėžia sinusoidės kreivę.

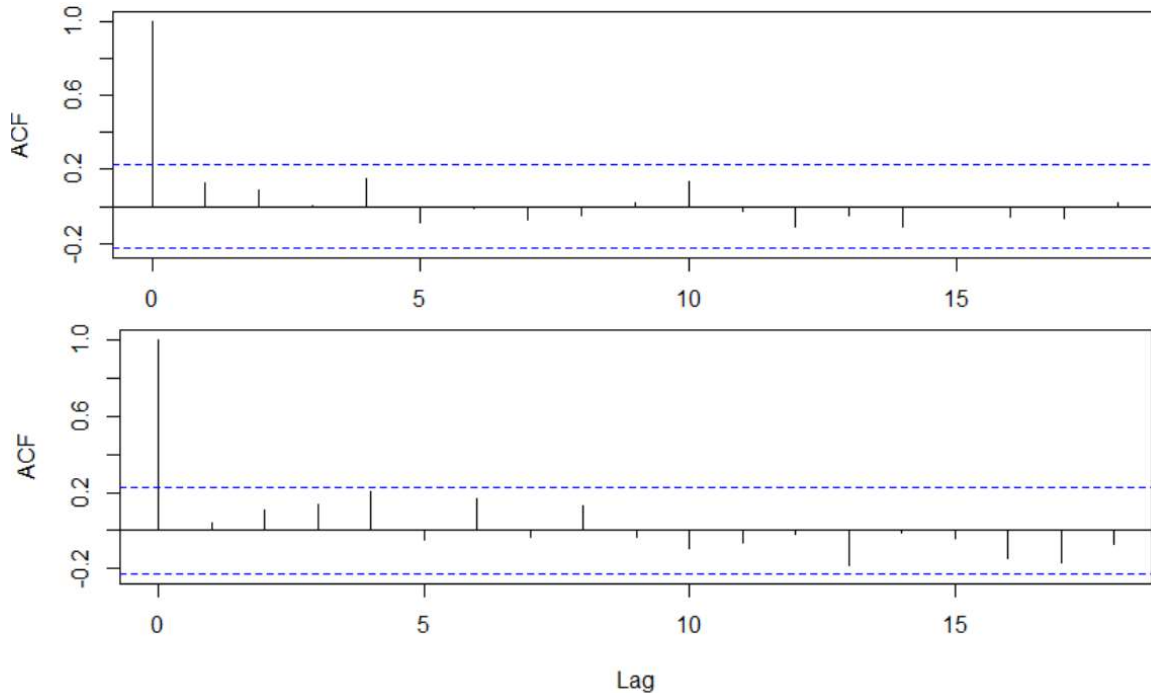


21 pav. **Kryžminė autokolegrama tarp nedarbo lygio ir vidutinio darbo užmokesčio** (atvaizduota ketvirčiais, sudaryta autoriaus panaudojant Lietuvos statistikos departamento viešai skelbiamus duomenis)

“U” raidės formos duomenų išsidėstymas (21 paveiksle) ir sisteminga koreliacija tarp kintamųjų leidžia daryti prielaidą, kad šiems duomenims galimai būdinga pakankamai stipri tarpusavio sąveika, todėl galima pamėginti sudaryti ekonometrinį modelį, kuris leistų nustatyti laiko eilutės lygtį, skirtą apibūdinti šiuos stebėjimus. Po eksperimentavimo su skirtingais laiko eilučių modeliais, buvo gauta GAR-X (autoregresinio modelio su egzogeniniais kintamaisiais atmainos) modelio žemiau pateikta specifikacija:

$$w_t = \delta + a_1 U_{t-1} + a_{11} U_{t-1}^2 + \alpha_3 w_{t-3} + \alpha_4 w_{t-4} + \alpha_6 w_{t-6} \quad (31)$$

Kur:  $\delta = 9,46618$ ;  $a_1 = -1,15151$ ;  $a_{11} = 0,03675$ ;  $\alpha_3 = -0,34443$ ;  $\alpha_4 = 0,46142$ ;  $\alpha_6 = -0,32027$ . Šios regresijos visi kintamieji yra statistiškai reikšmingi (su t statistikos kintamajam reikšmingumo riba 0,1%) bei sugeneruotos modelio paklaidos ir šių paklaidų kvadratai nekoreliuoja (pagal pav. 22).



22 pav. **Modelio paklaidų kvadratų (viršuje) ir paklaidų (apačioje) autokoreliagramos** (sudaryta autoriaus R kodo pagalba)

Atkreiptinas dėmesys, kad paklaidų kvadratų koreliacija, nors ir nerodo reikšmingos autokoreliacijos, tačiau ketvirtasis vėlavimas yra ties reikšmingumo riba. Dėl šios priežasties gauti modelio gaviniai gali rodyti ne iki galo tikslius rezultatus.

Skyrelio pradžioje buvo užsiminta, kad iš pateikto 20 paveikslo yra ganėtinai sunku nustatyti taisyklę, kaip pakis darbo užmokesčio augimas, jei nedarbo lygis padidės ir, jei tai įvyks, tai kokių tempų vidutiniškai įvyks pokytis. Gauta statistinio modelio lygties (31) specifikacija ir jos koeficientai gali padėti atskleisti būtent šį ekonominį turinį. Jeigu iš šios  $Y_t$  lygties būtų išvesta išvestinė  $U_t$  nedarbo lygio atžvilgiu, būtų gautas atsakymas, kaip sureaguos darbo užmokesčio augimo tempas į 1% darbo užmokesčio pakitimą. Šios  $w_t$  modelio lygties išvestinė  $U_t$  atžvilgiu atrodytų taip:

$$\frac{w_t}{U_t} = a_1 + 2a_{11}U_{t-1} \quad (32)$$

Jeigu vietoje  $U_t$  įstatytume darbo užmokesčio kitimą nuo 4 iki 18 procentų, gautume štai tokį rezultatą, pateiktą žemiau esančiame paveiksle.

<b>U</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>
<b>w</b>	-0,86%	-0,78%	-0,71%	-0,64%	-0,56%	-0,49%	-0,42%	-0,34%
<b>U</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	
<b>w</b>	-0,27%	-0,20%	-0,12%	-0,05%	0,02%	0,10%	0,17%	

23 pav. Vidutinio darbo užmokesčio Lietuvoje kitimo skalė per vienerių metų ketvirtį nedarbo lygiui augant vienu procentu (parengta autoriaus)

Iš šios lentelės matyti, kad šalyje kylant nedarbo lygiui, darbo užmokesčio augimo tempas krenta tik iki tam tikro lygio. Šis kitimas yra lėtėjantis, o pasiekus tam tikrą ribą, įvyksta lūžis ir šis, nors ir kylant nedarbo lygiui, bet nežymiai didėja. Šis gautas ekonometrinio modelio rezultatas, nors ir neatsako į visus galimai rūpimus klausimus apie darbo užmokesčio ir nedarbo lygio kitimo dinamiką šalyje, tačiau leidžia susidaryti netiesioginę išvadą, kad yra galimai daug gilesnės sąveikos, kurioms nėra būdingas tiesiškas susireguliuavimas darbo rinkoje. Todėl atliktą Lietuvos darbo rinkai specifikuotą McCall modelio jautrumo analizę ir jos rezultatus reikėtų vertinti ganėtinai skeptiškai arba bent turėti omenyje, kad paklaidos turėtų stipriai išaugti, jeigu vieno iš egzogeninių kintamųjų pokytis yra žymus. Kadangi jautrumo analizė buvo atliekama ir su diskonto norma, ir nedarbo išmokos dydžiu, verta paminėti, kad, ko gero, atliekant ilgo laikotarpio stebėjimus ir stebint šių egzogeninių kintamųjų pokyčius laike, taip pat galimai būtų rastas kažkoks juos siejantis ryšys, kuris ne iki galo sutaptų su pastaruoju, pateiktu pirminėje kritinio darbo užmokesčio jautrumo analizėje. Todėl galima apibendrintai teigti, kad atlikta kritinio darbo užmokesčio jautrumo analizė yra tik iliustracinio pobūdžio ir ja vadovautis ilguoju laikotarpiu (daugiau nei vienerių metų periodu) negalima.

## 4. TOLIMESNIO TYRIMO POTENCIALIOS KRYPTIES NUSTATYMAS IR PAGRINDIMAS

Antrame skyrelyje atskleista metodika ir apskaičiuotas kritinis darbo užmokestis nuo visos dirbančiųjų asmenų imties nesuteikia ekonominės informacijos arba suteikia panašiai tiek, kiek ir vidutinio darbo užmokesčio dydžio šalyje žinojimas, nes šis neturi socialinės struktūros vaizdo ir nėra labai aišku, kur šią informaciją galima pritaikyti praktiškai. Viena iš paprastų priežasčių – amorfinis požiūris į duomenų imtį, netiesiogiai laikantis nuostatos, kad tokie dalykai kaip lytis, išsilavinimas, amžius, gyvenamoji vieta, šeimyninė padėtis neturi didelės reikšmės. Todėl pasakymas „socialinė struktūra“ yra daugiareikšmis. Dažniausiai šiuo pasakymu vadinama visuomenės socialinės *nelygybės struktūra* – susiskirstymas į tokias socialines kategorijas, grupes, sluoksnius, priklausomybę kuriems reiškia socialinę nelygybę (V. Morkevičius (2012), straipsnis 77 p.). Terminas „socialinė nelygybė“ sufleruoja, kad tai – socialinio mokslo sritis, tad vien ekonominiu požiūriu šį aspektą tyrinėti ganėtinai sudėtinga. Lietuvos sociologai (V. Morkevičius (2012), straipsnis 148 p.) siūlo naudoti „Eriksono-Goldthorpe-Portocarero“ klasių teoriją, kuri sukonkretina ir išplėtoja darbo rinkos klasių idėją, pateikia išsamią profesijų klasifikaciją. Šios metodikos pagrindu, autoriai išskiria bazinį 11 skirtingų klasių modelį, kuris priklausomai nuo modelio pritaikymo tikslų ir turimų duomenų gali būti redukuotas į 7, 5 ar 3 klasių modelius. Šie modeliai išskiria klases tokias kaip: „Baltosios apykaklės“ (suprantama kaip žmonės, dirbantieji darbą, kuris nėra fizinio pobūdžio), smulkioji buržuazija, kvalifikuoti darbininkai, nekvalifikuoti darbininkai, žemdirbiai ir t.t. Atkreiptinas dėmesys, kad tokių klasių suskirtymo modelių yra ir daugiau, o čia pateikiamas tik pavyzdys. Taip pat, ekonominiu požiūriu, būtų ne ką mažiau aktualu analizuoti ne tik socialines grupes ar klases, bet ir šių jautrumą į ekonominių dydžių, tokių kaip nedarbo išmokos, atleidimo iš darbo tikimybės, pasikeitimą laike.

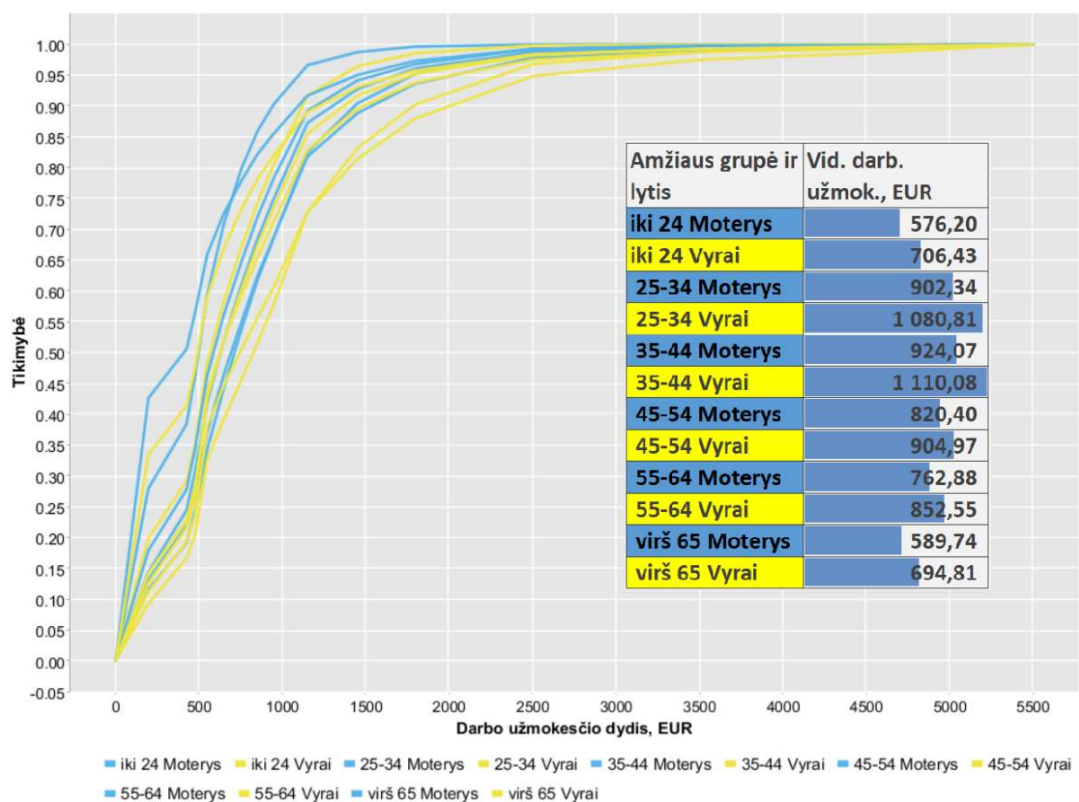
Dėl pastaroje pastraipoje išvardintų priežasčių atliekant kritinio darbo užmokesčio skaičiavimus ir šiems norint suteikti daugiau ekonominės prasmės arba palyginamumo, būtų naudinga juos atlikti su skirtingomis socialinėmis grupėmis. Tokiu būdu, lyginant skirtumus tarp profesijos, priklausymo tam tikrai socialiniai grupei ar išsilavinimo, būtų galima pasakyti, už kokį darbo užmokestį yra tikėtina, kad ši grupė atsisakys dirbti ir mieliau pasirinks nesavanorišką nedarbą arba kaip sureaguos, jei pasikeis kokie nors ekonominiai veiksniai. Tokia informacija gali pasitarnauti ne tik sociologams ar socialinės politikos kūrėjams, bet ir darbuotojams, ir darbdaviams. Žinant tokią informaciją darbdaviai gali daug geriau susidaryti vaizdą, už kokį atlygį darbuotojas pas juos norės dirbti ir kiek ta darbo vieta potencialiai jiems kainuos, o darbuotojas gali lengviau nustatyti, ko gali tikėtis iš darbdavio. Taigi pritaikomumo galimybių yra ganėtinai daug. Todėl esminiai klausimai būtų,

ar galima tokiais pjūviais atlikti analizę ir ar yra tokiu detalumu pasiekiami duomenys.

Sodra savo viešojoje duomenų bazėje pateikia gana išsamius mėnesinius skirtingo darbo užmokesčio dydžius rėžio ribose, šešiose amžiaus grupėse ir skirtingos lyties darbo užmokesčio duomenis. Tačiau šie duomenys apie skirtingos profesijos atstovus pateikiami tik suvidurkinti (pateikiami jų vidutiniai darbo užmokesčio dydžiai). Todėl šio darbo rėmuose atlikti gilesnės analizės skirtingų profesijų atstovų darbuotojams kritinio darbo užmokesčio nustatymo aspektu bus negalima.

Duomenų palyginimui ta pačia metodika kaip ir 2.3 skyrelyje sudaromos darbinės lentelės, iš kurių bus braižomas darbo užmokesčio pasiskirstymo tikimybių skirstinys. Taip pat pasinaudojant (17) formule bus paskaičiuojamas vidutinis darbo užmokesčio dydis. Tad iš žemiau pateikto 12-to paveikslo matyti, kad palyginus tik 2018 m. darbo užmokesčio dydžio tikimybes tarp skirtingo amžiaus ir lyties individų, šie ganėtinai stipriai išsiskiria. Kai kuriais atvejais tarp to paties dydžio tikimybės, tačiau tarp skirtingų grupių individų, darbo užmokestis gali skirtis vidutiniškai 1 tūkst. EUR. Esminiai bruožai, kurie krenta į akis, yra netolygus darbo užmokesčio pasiskirstymas tarp vyrų ir moterų, kur aiškumui vyrai paryškinti geltonai, o moterys mėlynai. Šis reiškinys yra pastebimas visose amžiaus grupėse.





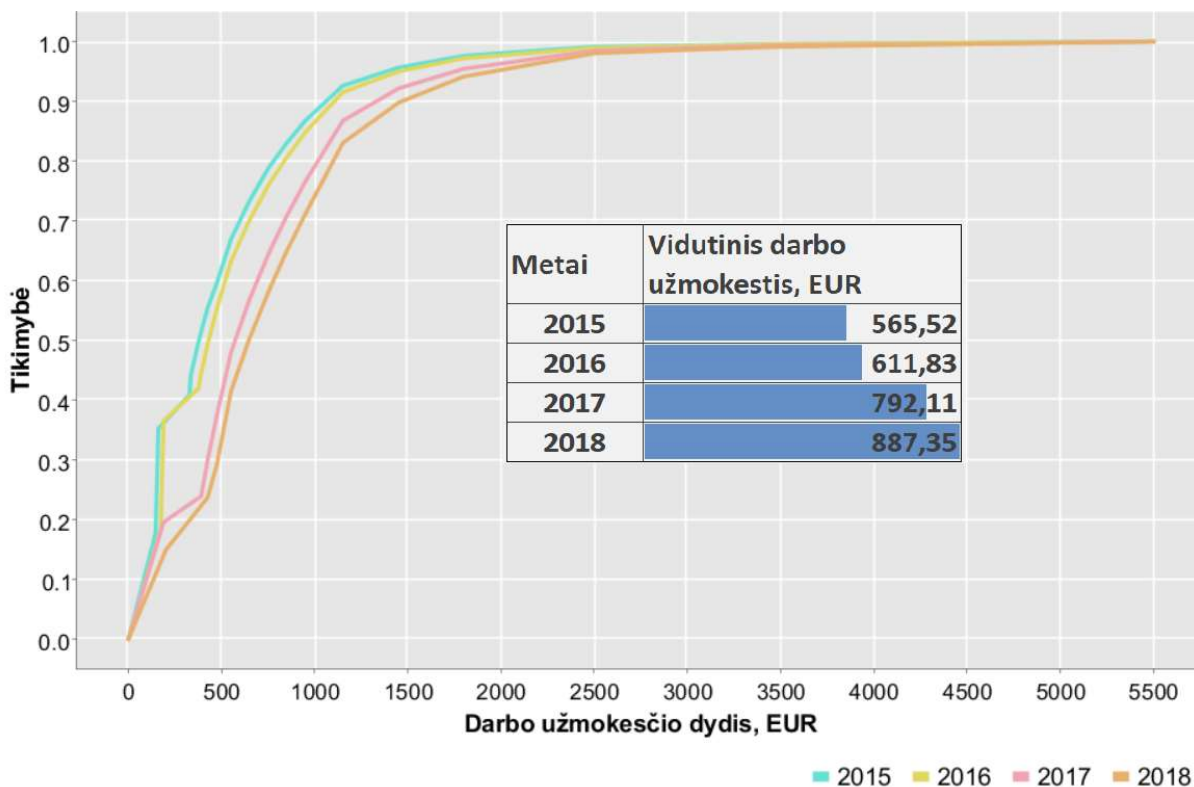
24 pav. 2018 m. vidutinis vieno mėnesio darbo užmokesčio ir sukauptų santykinų dažnių skirstinių palyginimas tarp skirtingos grupės amžiaus ir lyties atstovų (sudaryta autoriaus remiantis 2018 m. Sodros skelbiamais duomenimis)

Ne ką mažiau esminis požymis yra vidutinio darbo užmokesčio pasiskirstymas skirtingose amžiaus grupėse. Atkreiptinas dėmesys, kad darbo užmokestis yra žemiausias jauniausioje visuomenės dalyje, o aukščiausias yra vidutinio amžiaus grupėje. Šie išskirtinimai matomi tiek vidutiniuose darbo užmokesčio dydžiuose, tiek ir skirtingose tikimybės ribose.

Sodra viešai teikia darbo užmokesčio duomenis nuo 2010 iki 2018 metų laikotarpio imtinai. Kaip buvo minėta, visa darbo užmokesčio informacija yra pateikiama jau sugrupuota į skirtingus pajamų režius. Iš pateiktų duomenų matyti, kad grupavimo metodika kasmet šiek tiek keičiasi, todėl detaliam palyginimui skirtingus pajamų režius tarp identifikuojamų amžiaus ir lyties grupių, 2010 ir 2018 metams be priimanų didesnių prielaidų gali būti sudėtinga. Tačiau galima pastebėti, kad duomenų palyginimas tarp 2015 iki 2018 metų laikotarpių yra galimas, nes pajamų grupavimas yra atliekamas beveik identiškame pajamų režių skaičiuje bei jų plotyje. Palyginimui pateikiamas režių skaičius, pritaikytas skirtingų metų duomenims:

- 2015 metai – 19 pajamų režių,
- 2016 metai – 18 pajamų režių,
- 2017 metai – 16 pajamų režių,
- 2018 metai – 15 pajamų režių.

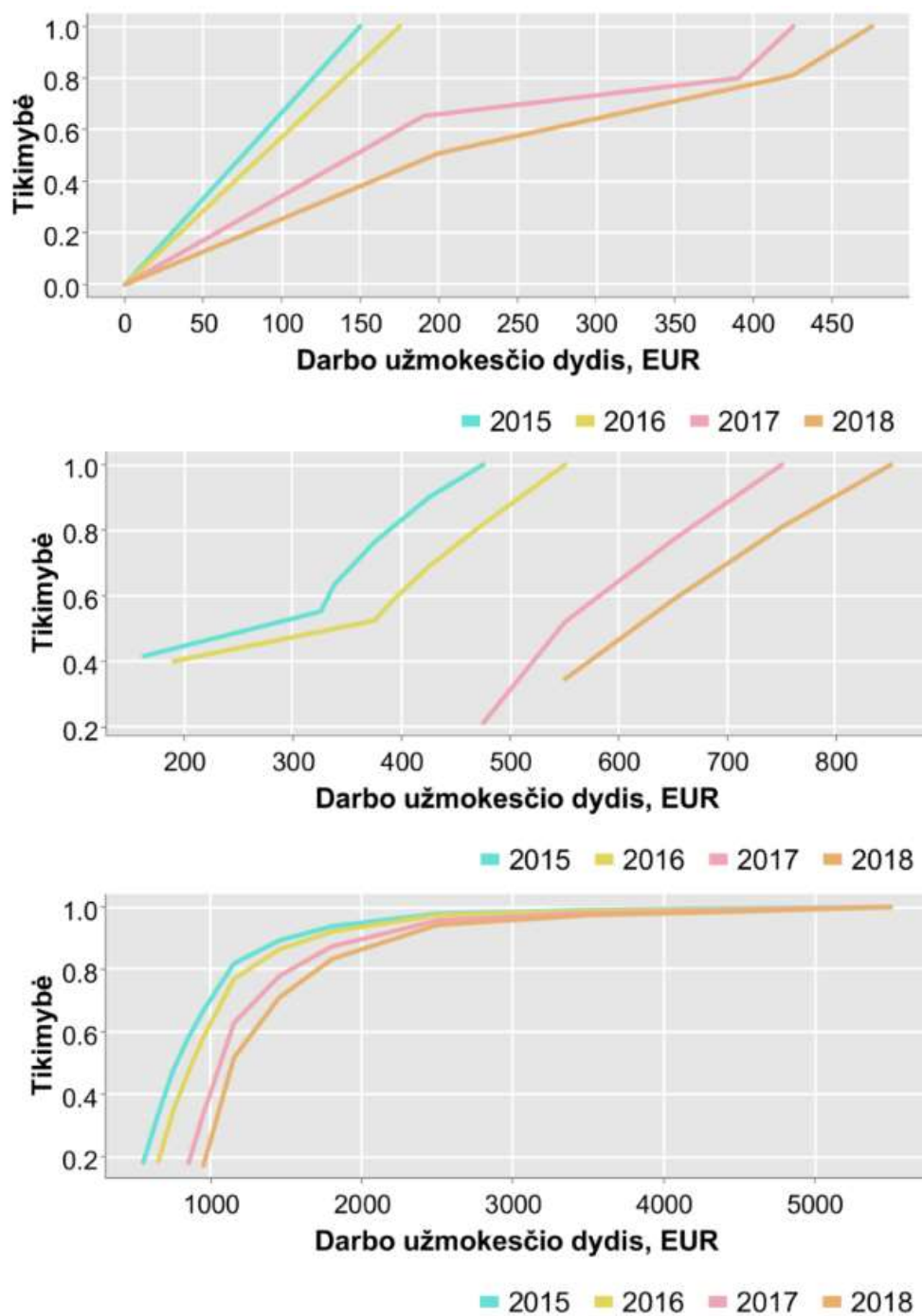
Žemiau esančiame paveiksle šių periodų darbo užmokesčio duomenys yra atvaizduojami grafiškai. Atkreiptinas dėmesys, kad skirtingų metų darbo užmokesčio duomenys nebuvo perskaičiuoti to meto kainomis (t.y. infliacija arba perkamosios galios veiksniai neįvertinti), tad duomenys yra pateikti nominalia išraiška. Iš paveikslo matyti, kad tiek tikimybė gauti didesnę darbo užmokestį, tiek vidutinė alga per visą stebimą laikotarpį kilo. Per šį laikotarpį buvo įstatymiškai keičiamas minimalus darbo užmokesčio dydis, tad galima pastebėti, kad šie pakeitimai taip pat turėjo įtakos darbo užmokesčio tikimybių dydžiams.



25 pav. 2015–2018 m. vidutinis vieno mėnesio darbo užmokesčio ir sukauptų santykinų dažnių skirstinių palyginimas (sudaryta autoriaus remiantis 2015, 2016 ir 2018 m. Sodros skelbiamais duomenimis ir neatlikus perskaičiavimo su to meto kainomis)

Jau iš aukščiau atliktos analizės duomenų yra matyti, kad tokie veiksniai kaip lytis, amžius turi įtakos darbo užmokesčio tikimybių pasiskirstymui. Tačiau analizuojant šiuos skirtingus duomenų klasterius yra laikomasi prielaidos, kad ir su labai maža tikimybe, bet visi darbo užmokesčio dydžiai yra įmanomi. Tačiau tai ganėtinai didelė prielaida, žinant, kad darbuotojai vienas nuo kito gali labai stipriai skirtis. Todėl tokiais atvejais yra pravartu žiūrėti į darbo užmokesčio kvantilius ar panašius suskirstymus. Toks pjūvis gali leisti suskirstyti darbo užmokesčio skirstinį į lygias (pvz. keturias) grupes, kur visi darbuotojai yra išdėstyti didėjančio ar mažėjančio darbo užmokesčio didumo eile. Tai suteiktų galimybę atsakyti į klausimą apie kritinio darbo užmokesčio dydį, jei jį bandytume palyginti žemiausių pajamų, vidutinių ir aukštų pajamų režiuose. Tai suteiktų daugiau tikslumo, nes

skirtinguose pajamų režiuose nedarbo išmoka gali stipriai skirtis, todėl tai gali turėti skirtingą poveikį paskatoms greičiau susirasti kitą darbą. Žemiau pateiktame paveiksle bandoma 2015–2018 m. darbo užmokesčio duomenis suskirstyti į lygias tris dalis (pradedant nuo žemų, vidutinių ir aukštų pajamų grupių) pagal apdraustųjų skaičių (visus duomenis išlygiuotus didėjančia tvarka). Kadangi duomenys Sodros pateikiami jau sugrupuoti, tai kai kuriems režiams sudaryti teko netolygus stebėjimų skaičius. Iš grafikų matyti, kad per stebimą periodą žemų ir vidutinių darbo pajamų darbuotojams augimas yra labai žymus. 2018 metų žemiausiame pajamų režyje su 60% tikimybe darbuotojas gali tikėtis uždirbti (250 – 100 =) 150 eurų daugiau, jei šią tikimybę palygintume su 2015 metais. O tai yra labai didelis (maždaug 30%) pokytis nuo maksimalios pajamų režio vertės (450 eurų). Vidutinių pajamų klasteryje skirtumas su ta pačia tikimybių riba yra beveik 300 eurų, kur maksimalus darbo užmokestis 2018 m. siekė 850 eurų, kur tai sudaro apie 35% prieaugį. Aukštų pajamų klasteryje vizualiai tokio žymaus skirtumo jau nėra matyti, tačiau šis šiose ribose pakito maždaug 700 eurų, kur procentinis pokytis nuo maksimalios ribos siekė maždaug 14%. Tad galima daryti išvadą, kad darbo užmokestis procentine išraiška stebimu laikotarpiu labiausiai augo žemų ir vidutinių pajamų klasterių atstovams, taip po truputį mažinant atskirtį tarp aukščiausios pajamų grupės. Tačiau atkreiptinas dėmesys, kad perkamosios galios atskirtis tarp šių grupių nemažėjo, bet kaip tik išaugo.



26 pav. 2015–2018 m. darbo užmokesčio sukauptų santykinų dažnių skirstinių palyginimas suskirsčius į tris lygias grupes pagal apdraustųjų skaičių (sudaryta autoriaus remiantis 2015, 2016 ir 2018 m. Sodros skelbiamais duomenimis ir neatlikus perskaičiavimo su to meto kainomis)

Iš sudarytų grafikų taip pat matyti, kad suskirsčius visus gyventojus į lygias tris dalis, Sodros pajamų režiai šiuose nėra pasiskirstę proporcingai. Tam tikrais atvejais (pvz. žemų pajamų klasteryje) 2015 ir 2016 metams tenka tik po du pajamų režius. Tai gerokai per mažai duomenų, jei norima pakankamai patikimai atlikti kritinio darbo užmokesčio skaičiavimus.

Atlikus Sodros viešai skelbiamų duomenų analizę, galima apibendrintai teigti, kad su turimais duomenimis negalima atlikti gilesnės analizės apie socialines grupes jų profesijos ar darbo veiklos atžvilgiu. Todėl bent šio apžvalginio tyrimo rėmuose nebuvo galima pritaikyti Lietuvos sociologų apibrėžtų bent vienos iš keliolikos socialinių grupių grupavimo metodikos. Taip pat dėl duomenų kiekio trūkumo nepavyktų labai patikimai atlikti klasterinės duomenų analizės. Dėl šios priežasties nėra galimybės ištiri žemų, vidutinių ir aukštų pajamų darbo užmokesčio skirstinio duomenų. Tačiau duomenų pakanka su šiame tyrime sukurta kritinio darbo užmokesčio apskaičiavimo metodika apskaičiuoti kritinio darbo užmokesčio dydžius 2018 metų vyrų, moterų grupėms bendrai bei šių individų skirtingose amžiaus grupėse, taip pat šiuos gautus dydžius palyginti su bendru šalies įvertintu dydžiu. Kiekviena grupė turės savo individualų vidutinį darbo užmokesčių bei nedarbo išmoką ir bus laikomasi nuostatos, kad visi likusieji išliks vienodi (diskonto norma, atleidimo iš darbo galimybė). Su tikslu panaudoti (30) išraišką kiekvienu kartu kintantys dydžiai bus apskaičiuoti individualiai kiekvienai grupei. Su tikslu kaip galima labiau palengvinti skaičiavimus, bus laikomasi prielaidos, kad nedarbo išmoka bus skaičiuojama nuo tiriamos grupės darbo užmokesčio vidurkio bei kartu laikantis nuostatos, kad galioja 2.2. skyrelio 4 prielaida (t.y. maksimalus nedarbo periodas 9 mėn. ir imamas nedarbo išmokos 9 mėn. mėnesinis vidurkis). Iš žemiau pateikto paveikslo matyti, kad vyrų ir moterų kritiniai darbo užmokesčiai (kartu sudėjus visas amžiaus grupes) skiriasi 23 procentais. Nuo bendro šalies kritinio darbo užmokesčio dydžio labiau atsilieka moterys (-13 proc.), kai tuo tarpu vyrai šį šiek tiek kilsteli (+7 proc.). Labiausiai moterų ir vyrų kritinis darbo užmokesčiai išsiskiria “25-34” ir “35-44” amžiaus grupėse. Didžiausi bendri vyrų ir moterų atotrūkių nuo bendro šalies kritinio darbo užmokesčio yra „iki 24” ir “55-64” amžiaus grupėse. Tačiau šiose amžiaus grupėse atotrūkis tarp vyrų ir moterų yra sąlyginai mažiausias.

Amžiaus grupė, metai	Kritinis D.U., EUR		Skirtumas tarp vyrų ir moterų, proc.	Skirtumas su bendru šalies kritinio D.U. dydžiu (1338,02 EUR), proc.	
	Moterys	Vyrai		Moterys	Vyrai
<i>iki 24</i>	701,23	949,67	35%	-48%	-29%
<i>25-34</i>	1 328,26	1 595,06	20%	-1%	19%
<i>35-44</i>	1 383,81	1 705,52	23%	3%	27%
<i>45-54</i>	1 161,36	1 323,61	14%	-13%	-1%
<i>55-64</i>	1 051,87	1 243,43	18%	-21%	-7%
<i>55-64</i>	698,73	972,18	39%	-48%	-27%
<i>Visos amžiaus grupės</i>	1 169,55	1 437,59	23%	-13%	7%

27 pav. 2018 m. kritinis darbo užmokesčiai tarp skirtingo amžiaus grupių ir lyčių (sudaryta autoriaus panaudojant šiame tyrime sukurta metodiką, dešimame priede pateikti polinomo koeficientai bei pritaikytų kintamųjų reikšmės skirtos skaičiavimams atlikti)

Apibendrintai galima teigti, kad didžiausi kritinio darbo užmokesčio atotrūkiai tarp vyrų ir moterų yra stebimi jaunų ir labiausiai darbingų asmenų amžiaus grupėse (25-44 metai). Mažiausi atotrūkiai tarp lyčių yra matomi labai jaunų ir senyvo amžiaus grupėse. Didžiausias teigiamas atotrūkis nuo bendro šalies kritinio darbo užmokesčio dydžio yra stebimas “35-44” vyrų amžiaus grupėje (+27 proc.), o didžiausias neigiamas „iki 24” ir “55-64” grupės moterų (po –48 proc.). Kadangi kritinio darbo užmokesčio apskaičiuoti pagal skirtingas socialines grupes šio darbo rėmuose nepavyko, todėl galima teigti, kad tolimesnio tyrimo vienas iš pagrindinių tikslų galėtų būti gauti tikslesnius duomenis. Pageidautini pjūviai: a) nuasmenintas pilnas darbo užmokesčio skirstinys (susidedantis iš visų darbuotojų stebėjimų, jų negrupuojant į grupes); b) duomenų atributas pagal profesiją; c) lytį; d) amžiaus grupę, e) bent kelių metų istorija.

## IŠVADOS IR SIŪLYMAI

Šio darbo objektas ir tikslas buvo teoriniu aspektu išanalizuoti McCall tarplaikinės darbo paieškos modelį su atleidimo iš darbo galimybe bei šį, su visomis aprašytais prielaidomis ir metodika, pritaikyti kritinio darbo užmokesčio apskaičiavimui su Lietuvos darbo rinkos darbo užmokesčio 2018 metų duomenimis. To pasekoje buvo prieita prie tokių išvadų:

1. Teoriniu aspektu buvo išanalizuotas modifikuotas tarplaikinio darbo paieškos modelis, kuris įtraukia ir atleidimo iš darbo tikimybę. Buvo atskleistos modelio esminės teikiamos prielaidos, kurios teigia, kad: (I) darbuotojas, priėmęs darbo pasiūlymą savo noru, negali išeiti iš darbo; (II) darbo užmokesčio pakitimas, priėmus darbo pasiūlymą, nebegalimas. Taip pat buvo išvestos dvi matematinės lygtys, kurios leistų rasti kritinį darbo užmokesčio dydį be ir su atleidimo iš darbo tikimybėmis. Šios dvi išraiškos leido įsitikinti, kad jos neprieštarauja viena kitai.

2. Teorinėje dalyje buvo sukurtas programinis algoritmas, kuris padėjo iliustruotai paaiškinti McCall kritinio darbo užmokesčio paieškos matematinio modelio veikimo principą. Kartu šis leido argumentuotai pagrįsti, kad teorinio modelio gaunami rezultatai neprieštarauja ekonominei logikai. Nekintant šalies darbo užmokesčiui, bet tik išaugus nedarbo išmokai arba mažėjant diskonto normai, kritinio darbo užmokesčio suma kyla ir atvirkščiai.

3. Be neišvengiamų (pačio) McCall tarplaikinės paieškos modelio prielaidų, buvo priimtos papildomos (pirminės ir antrinės), skirtos tirti Lietuvos darbo rinką. Esminės iš jų: a) diskonto normai panaudota Europos Sąjungos kaštų ir naudos gairių, skirtų investiciniams projektams vertinti rekomenduotinas dydis; b) Tikimybei būti atleistam iš darbo buvo prilygintas Lietuvos vidutinis mėnesinis ir nusezonintas nedarbo lygio rodiklis, laikantis prielaidos, kad šis nėra iki galo tikslus, bet parodantis konservatyvesnę kritinio darbo užmokesčio dydžio įvertį; c) Kadangi nedarbo išmokos dydis susideda iš kintamosios ir pastovios dalies bei negali viršyti 9 mėn. mokėjimo trukmės, buvo priimta prielaida, kad šis bus nustatomas nuo darbo užmokesčio skirstinio vidurkio ir mokamas neterminuotai kaip visų 9 mėn. vieno mėnesio išmokos vidurkis. Kadangi ši prielaida palengvino skaičiavimus, buvo papildomai atlikti skaičiavimai ir įvertintas kritinis šalies darbo užmokeskis laikantis nuostatos, kad nedarbo išmokos dydis arba, šiam periodui pasibaigus, socialinės pašalpos suma gali periodiškai kisti; d) Vienų metų darbo užmokesčio skirstiniui sudaryti visi dvylikos mėnesių stebėjimų duomenys suvidurkinami; e) Laikoma, kad darbuotojas vertina ne neto, bet bruto darbo užmokesčio dydį. Nedarbo išmoka arba socialinės pašalpos išmokos sumos dėl vienodų parametrų panaudojimo skaičiavimuose taip pat buvo konvertuotos į bruto dydžius.

4. Atliekant Lietuvos darbo užmokesčio skirstinio analizę nustatyta, kad užtenka šeštojo laipsnio polinomo, kad būtų gauta darbo užmokesčio duomenų skirstinio funkcija, kuri savo vizualiu

pavidalu geba beveik idealiai atkartoti stebimus darbo užmokesčio duomenis. Turtint darbo užmokesčio skirstinio funkciją ir visus reikiamus egzogeninius kintamuosius bei pritaikius (30) lygties išraišką ir pasitelkus MS Excel Solver bei VBA programinius paketus sukurta metodika, kuri leido automatinio būdu skaičiuoti kritinį darbo užmokestį.

5. Įgyvendintas pagrindinis tyrimo tikslas ir suskaičiuotas 2018 metų šalies kritinis darbo užmokesčio dydis, kuris yra lygus 1 338,02 EUR. 2017 metais šis siekė 1 170,07 EUR ir sudarė 88 proc. 2018 metų dydžio. Taip pat buvo atlikti papildomi skaičiavimai ir įvertintas 2018 metų laikotarpio kritinio darbo užmokesčio dydis, jei nedarbo išmoka ilgėjant periodui be darbo kistų. Lyginant su pirminiu 2018 metų šalies kritinio darbo užmokesčio skaičiavimu ir žinant, kad nedarbo išmoka 1-3 mėn. periodu yra pati didžiausia, kritinio darbo užmokesčio dydis būtų 4 proc. didesnis nuo pastarojo, likusiais 4-6 mėn. šis būtų lygus pirminiam, o 7-9 mėn. taptų -3 proc. mažesnis, nuo 9 mėnesio ir toliau šis taptų -12 proc. žemesnis.

6. Pritaikyta tyrimo metodika, leido atlikti detalią kritinio darbo užmokesčio 2018 ir 2017 m. jautrumo analizę. Gauti rezultatai parodė, kad į modelį įtraukus 6% atleidimo iš darbo tikimybę, 2018 m. kritiniam darbo užmokesčiui tai turėjo -397 EUR (-30%) neigiamą poveikį, o 2017 m. dydžiui -308 EUR (-25%). Didžiausias neigiamas šuolis stebimas tarp 0 ir 4%, po to neigiamas poveikis švelnėja. Diskonto ir nedarbo išmokos dydžiai taip pat turi labai panašų, bet kiek silpnesnį poveikį. Pastebėta, kad tiek nedarbo išmoka, tiek atleidimo iš darbo tikimybė gali turėti vienas kitą atsveriantį pakeičiamumo efektą. 2018 ir 2017 m. kritinio darbo užmokesčio jautrumo analizė parodė, kad pakilus nedarbui ir norint išlaikyti nepakitusių gyventojų pajamų lygį (iš darbo pajamų), galima didinti nedarbo išmoką proporcingai, kad efektas išliktų vienas kitą atsveriantis. Tačiau atliktus ilgesnio periodo Lietuvos darbo užmokesčio ekonometrines analizes, bet paremtą šiek tiek didesnėmis prielaidomis (dėl viešai prieinamų duomenų trūkumo), buvo gautas kiek sudėtingesnis ryšys, kuris parodė, kad šalyje kylant nedarbo lygiui, darbo užmokesčio augimo tempas krenta tik iki tam tikro lygio. Šis kitimas yra lėtėjantis, o pasiekus tam tikrą ribą, įvyksta lūžis ir šis, nors ir kylant nedarbo lygiui, bet nežymiai didėja. Šis gautas ekonometrinio modelio rezultatas leidžia susidaryti netiesioginę išvadą, kad yra galimai daug gilesnės sąveikos, kurioms nėra būdingas tiesiškas susiregulavimas darbo rinkoje. Dėl šios priežasties gautais kritinio darbo užmokesčio jautrumo analizės rezultatais reikėtų vadovautis konservatyviai.

7. Atlikus žvalgomąją Lietuvos darbo užmokesčio analizę buvo nustatyta, kad dėl viešai skelbiamų duomenų trūkumo negalima atlikti kritinio darbo užmokesčio skaičiavimų pagal skirtingas šalies socialines grupes, profesijas bei aukštų, vidutinių ir žemų pajamų režius. Tačiau yra pakankamai duomenų apskaičiuoti šalies kritinį darbo užmokestį pagal lytį ir amžiaus grupes, nes buvo pastebėta, kad tarp šių grupių yra aiškiai stebimi išskirtinimai. Nustatyta, kad didžiausi kritinio



darbo užmokesčio atotrūkiui tarp vyrų ir moterų yra aptinkami jaunų ir vidutinio amžiaus asmenų grupėse (25-44 metai). Mažiausi atotrūkiui tarp lyčių yra matomi labai jaunų ir senovo amžiaus žmonių grupėse. Didžiausias teigiamas atotrūkis nuo bendro šalies kritinio darbo užmokesčio dydžio yra stebimas “35-44” vyrų amžiaus grupėje (+27%), o didžiausias neigiamas „iki 24” ir “55-64” grupės moterų (po -48%).

## LITERATŪROS SĄRAŠAS

1. J. Sargent T., L. Ljungvist (2004). *Recursive Macroeconomic Theory*. ISBN-13: 978-0262122740
- Perla J., J. Sargent T., Stachurski J. (2019). *Quantitative Economics with Julia*, „Job Search I: The McCall Search Model“ (mokymosi aplinka). Prieiga per internetą: [https://julia.quantecon.org/dynamic\\_programming/mccall\\_model.html](https://julia.quantecon.org/dynamic_programming/mccall_model.html)
2. J. J. McCall (1970). *Economics of Information and Job Search*. The Quarterly Oxford Journal of Economics, vol. 84 No 1 (FEB, 1970) 113-126 p.
3. V. Filipe Martins-da-Rocha and Yiannis Vailakis (2010). Existence and Uniqueness of a Fixed Point for Local Contractions. *Econometrica* (MAY 2010, Volume 78, Issue 3), 1127–1141 p.
4. Robert E Lucas, Jr. (1987). *Models of business cycles*. Oxford, OX, UK ; Cambridge, Mass., USA: B. Blackwell. 57 p.
5. Kalecki M. (1971). *Class Struggle and The Distribution Of National Income*. 44 p.  
doi.org/10.1111/j.1467-6435.1971.tb00148.x
6. Kuodis R. (2015). *Wages in and the low growth environment*. Mokslinis pranešimas. Prieiga per internetą: [http://www.ekonomika.org/Econlib/rk\\_wages\\_2015.pdf](http://www.ekonomika.org/Econlib/rk_wages_2015.pdf)
7. Davidovič A. (2015). *Kritinio darbo užmokesčio dydžio nustatymas darbo paieškos modelio pagrindu* (magistras). Vilnius: Vilniaus universiteto Ekonomikos fakultetas.

### Tarptautiniai standartai:

8. European Commission Guide to Cost-Benefit Analysis of Investment Projects (Economic appraisal tool for Cohesion Policy 2014-2020 year). Prieiga per internetą: [https://ec.europa.eu/regional\\_policy/sources/docgener/studies/pdf/cba\\_guide.pdf](https://ec.europa.eu/regional_policy/sources/docgener/studies/pdf/cba_guide.pdf)

### Statistinės informacijos šaltiniai:

9. *Sodra nedarbo išmokos skaičiuoklė*. Prieiga per internetą: [https://www.sodra.lt/lt/skaiciuokles/nedarbo\\_ismokos\\_skaiciuokle](https://www.sodra.lt/lt/skaiciuokles/nedarbo_ismokos_skaiciuokle)
10. Atvira Sodra. *Statistiniai duomenis apie socialiniu draudimu apdraustus asmenis*. Prieiga per internetą: <http://atvira.sodra.lt/lt-eur/>
11. Lietuvos statistikos departamentas. *Statistiniai duomenis apie šalies nedarbą*. Prieiga per internetą: <https://osp.stat.gov.lt/statistiniu-rodikliu-analize#/>

### Įstatymai:

12. Lietuvos Respublikos nedarbo socialinio draudimo įstatymas. Prieiga per internetą: <https://e-seimas.lrs.lt/portal/legalAct/lt/TAD/1bf496a23de811e68f278e2f1841c088>
13. Lietuvos Respublikos piniginės socialinės paramos nepasiturintiems gyventojams įstatymas. Prieiga per internetą: [58](https://e-</a></li></ol></div><div data-bbox=)

[seimas.lrs.lt/portal/legalAct/lt/TAD/1dfce8627dd511e89188e16a6495e98c](https://seimas.lrs.lt/portal/legalAct/lt/TAD/1dfce8627dd511e89188e16a6495e98c)

## SANTRAUKA

### LIETUVOS 2018 M. KRITINIO DARBO UŽMOKESČIO DYDŽIO NUSTATYMAS MODIFIKUOTO MCCALLO DARBO PAIEŠKOS MODELIO PAGRINDU

**Povilas KVEDARAS**

**Magistro darbas**

**Ekonominės analizės programa**

Vilniaus universitetas, Ekonomikos ir verslo administravimo fakultetas, Kiekybinių metodų  
ir modeliavimo katedra

Darbo vadovas: prof. Teodoras Medaiskis

Vilnius, 2019

59 puslapiai, 1 lentelė, 27 paveikslų, 13 šaltinių.

Darbo paieškos teorijoje analizuojama, koks turėtų būti mažiausias darbo užmokesčio dydis – kritinio darbo užmokesčio suma (arba dar vadinama rezervacinė alga), už kurią darbuotojas dar sutiktų dirbti. Todėl pagrindinis šio darbo tikslas – darbo paieškos modelio pagrindu (modifikuotu McCallo tarplaikinės darbo paieškos modeliu) apskaičiuoti rezervavimo algą Lietuvoje 2018 metams. Teorinėje apžvalgoje pateikiama pagrindinė McCallo tarplaikinės darbo paieškos modelio idėja ir esmė bei išvedama matematinė išraiška kritiniam darbo užmokesčiui su atleidimo iš darbo tikimybe apskaičiuoti. Analitinėje-metodinėje dalyje McCallo tarplaikinės darbo paieškos modelis pritaikomas praktiniam naudojimui su tikslu apskaičiuoti 2018 metų Lietuvos kritinį darbo užmokestį. Gautas dydis palyginimas su 2017 metų Lietuvos kritiniu darbo užmokesčiu. Atliekama jautrumo analizė, kurios tikslas nustatyti, kokį poveikį turi vieno iš kintamųjų (nedarbo išmokos, atleidimo iš darbo tikimybės ir diskonto normos) poveikis šalies kritinio darbo užmokesčio dydžiui. Pateikiama gautų rezultatų kritika. Atlikta šalies 2018 metų kritinio darbo užmokesčio analizė pagal lytį bei skirtingas amžiaus grupes. Kadangi McCallo tarplaikinės darbo paieškos modelis remiasi tam tikru kiekiu prielaidų, tai tyrimo tikslams pasiekti yra priimamos reikšmingos prielaidos apie Lietuvos bruto darbo užmokesčio pasiskirstymą, diskonto daugiklį, atleidimo iš darbo tikimybę, nedarbo išmoką ir kitus dydžius, kurie yra aprašyti šiame darbe. Dėl šios priežasties visi gauti tyrimo rezultatai turi būti vertinami į tai atsižvelgiant.

**Raktiniai žodžiai:** *kritinis darbo užmokestis, rezervacinis darbo užmokestis, McCall tarplaikinės darbo paieškos modelis.*

## SUMMARY

### EVALUATION OF LITHUANIAN RESERVATION WAGE FOR 2018 YEAR BASED ON THE MODIFIED MCCALL'S JOB SEARCH MODEL BASIS

**Povilas KVEDARAS**

**Paper for the Master's degree**

**Economic Analysis Program**

Vilnius University, Faculty of Economics and Business Administration

Quantitative Methods and Modeling Department

Supervisor – prof. Teodoras Medaiskis

Vilnius, 2019

59 pages, 1 chart, 27 pictures, 13 references.

In job search theory it is analyzed what should be the least minimum salary, or reservation wage amount, for which employee would still accept the job offer. Therefore, the main purpose of this research is to apply the Job Search model (modified McCall Search Model) and to calculate what would be a reservation wage for 2018 year in Lithuania. The theoretical review chapter explains and analyses the main McCall interporal job search model basis and principles. There is also a derived mathematical expression which would let calculate the reservation wage. This derived expression additionally assumes that there exists a certain risk to be separated with the job (i.e. probability to be fired). In analytical-methodological chapter the McCall's Interporal Job Search model is adapted for practical use with the purpose to calculate a 2018-year reservation wage in Lithuania. The model's calculated result is compared to the reservation wage for 2017-year. There is also analysis conducted how 2018-year reservation wage would be affected if one of McCall's Job Search model measurement (i.e. unemployment compensation, risk of separation and discount factor) would be changed. Assessment of the results obtained is provided. Additionally, 2018-year working population reservation wage analysis is performed according to separate genders and different age groups. Because McCall's Interporal Job Search model assumes a certain amount of different assumptions, therefore, to achieve this research objectives a significant amount of complementary assumptions was created (i.e. about Lithuania gross salary distribution, discount factor, risk of separation, unemployment compensation, etc.). Therefore, when evaluating the results provided by research, a previously explained assumption aspect must be taken into consideration.

**Keywords:** *Reservation Wage, The McCall Interporal Job search model*

## PRIEDAI

1. priedas. **Testavimui skirto darbo užmokesčio skirstinio programinis kodas** (sudaryta autoriaus naudonat Betabinominį skirstinį)

```
n = 50 #Bandyimų skaičius skirtas sudaryti darbo užmokesčio fondo skirstiniui
dist = BetaBinomial(n, 100, 200) #Tikimybės skistinis, kur Alfa = 100 ir Beta = 200
w = range(10.0, 60.0, length = n+1) #Tiesiškai pasiskirstęs darbo užmokestis
plt = plot(w, dist, xlabel = "Darbo uzmokescio pasiskirtymas",
          ylabel = "Tikimybes", legend = false)
```

2. priedas. **Kritinio darbo užmokesčio kodo koncepcijos patikrinimas** (sudaryta autoriaus su Julia kalbos programiniu kodu (toliau minima tiesiog sudaryta autoriaus))

```
#-----
#Nustatomi parametrai
c = 8 #Nedarbo išmoka
β = 0.99 #Diskonto daugiklis
num_plots = 6 #Skaičius iteracijos reikšmių kurias atvaizduosime grafiškai
E = expectation(dist) # tikimybiu operatoriu
#-----

#Pateikiama Bellmano Lygtis, kuri atliks operatoriaus vaidmenį
T(v) = max.(w/(1 - β), c + β * E*v) # iteruoja visas w reikšmes ir fiksuoja v reikšmes

#Užpildome n x 6 matricę su gautais Bellmano Lygtis rezultatais
vs = zeros(n + 1, 6) # Užpildoma matrica
vs[:, 1] .= w / (1-β) # Pirminis spėjimas, kuris priima bet koki darbo užmokestį

#Iteruojame vs matricos reikšmes ir paime tik paskutines šešias reikšmes
for col in 2:num_plots
    v_last = vs[:, col - 1]
    vs[:, col] .= T(v_last) # Surenkame Bellmano Lygtis įverčius su paskutinėmis reikšmėmis
end

plot(vs) #Atvaizduojame gautus rezultatus grafiškai
```

3. priedas. **Kritinio darbo užmokesčio dydžio nustatymo programinė funkcija** (sudaryta autoriaus)

```
function Skaiciuoti_rezervavimo_DU(parametrai; v_iv = collect(w ./(1-β)), maks_iter = 500,
    tol = 1e-6)

    @unpack c, β, w = parametrai #Išpakuoja pateiktus parametrus

    #Vėl pateikiama Bellmano lygtis, kuri atliks operatoriaus vaidmenį
    T(v) = max.(w/(1 - β), c + β * E*v) #Iteruoja visas w reikšmes ir fiksuoja v f-jos reikšmes

    v = copy(v_iv) #Starto pozicija su pirmine reikšme (iš funkcijos parametru)
    v_next = similar(v) #Sukuria v matricę su įrašyta pirmine reikšme

    i = 0 #Nustatoma pirminė iteracijos reikšmė (lygi nuliui)

    error = Inf #Apsauga: jei logaritme įsiveltų klaida, tai iteracija yra sustabdoma

    while i < maks_iter && error > tol #Pradedama iteracija iki kol bus patenkintos sąlygos
        error = norm(v_next - v) #Skaičiuojamas atstumas kiekvienoje iteracijoje
        i += 1 #po kiekvienos iteracijos prie i pridamas vienetą
        v .= v_next #kopijuojamas atsakymas į v matricę
    end

    #Atlikus visas iteracijas ir turint geriausią v reikšmę, paskaičiuojame rezervavimo DU
    return (1 - β) * (c + β * E*v) #Grąžinamas funkcijos atsakymas
end
```

4. priedas. „**Skaiciuoti\_rezervavimo\_DU**“ funkcijos iteravimas **Beta** ir **c** apribojimo režiuose (sudaryta autoriaus su 1 ir 3 prieduose pateiktu programinio kodo pagalba)

```
tinklelio_didis = 35
R = rand(tinklelio_didis, tinklelio_didis)
E = expectation(dist) # tikimybių operatorius

c_reiksmes = range(8.0, 30.0, length = tinklelio_didis)
β_reiksmes = range(0.85, 0.99, length = tinklelio_didis)

for (i, c) in enumerate(c_reiksmes)
    for (j, β) in enumerate(β_reiksmes)
        R[i, j] = Skaiciuoti_rezervavimo_DU(mcm(c=c, β=β))
    end
end
```

5. priedas. **Nedarbas lygis pagal bedarbių amžiaus grupes ir lytį** (pagal Lietuvos statistikos departamento skelbiamus duomenis)

		Nedarbo lygis   proc.				
		Miestas ir kaimas				
		2014	2015	2016	2017	2018
Vyrai ir moterys	Iš viso pagal amžiaus grupes	10,7	9,1	7,9	7,1	6,1
	15–24	19,3	16,3	14,5	13,3	11,1
	15–29	14,7	12,7	10,4	8,6	7,5
	15–64	10,9	9,3	8,1	7,3	6,3
	15–74	10,7	9,1	7,9	7,1	6,2
	20–64	10,8	9,2	8	7,2	6,3
	25–54	9,9	8,6	7,4	6,6	5,6
	55–64	10,7	8,7	7,7	7,3	7,2

6. priedas. **Trečiojo laipsnio polinomo statistinis patikimumo raportas** (sudaryta autoriaus pasitelkiant R programinį kodą)

```

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.095854 -0.020524  0.006795  0.036898  0.067855

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  -4.564e-02  3.582e-02  -1.274   0.227
poly(x, 3, raw = TRUE)1  1.010e-03  6.933e-05  14.565 5.44e-09 ***
poly(x, 3, raw = TRUE)2  -2.978e-07  3.184e-08  -9.351 7.36e-07 ***
poly(x, 3, raw = TRUE)3  2.716e-11  3.934e-12   6.904 1.64e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.05337 on 12 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9799, Adjusted R-squared: 0.9749
F-statistic: 195.1 on 3 and 12 DF, p-value: 1.91e-10

```

7. priedas. **2018, 2017 ir 2014 metų šeštojo laipsnio polinomo regresijos koeficientai ir kritinio darbo užmokesčio skaičiavimui atlikti panaudoti kintamieji** (sudaryta autoriaus pasitelkiant R programinį kodą ir kt.)

Koeficientas	2018 m.	2017 m.	2014 m.
<b>z0</b>	-4,33629455057785E-03	-3,17135763866470E-03	-3,46450182662053E-02
<b>z1</b>	4,63425559332302E-04	6,61202755874946E-04	6,20941348062796E-04
<b>z2</b>	8,94415437382959E-07	6,59197187051113E-07	2,09738233308321E-06
<b>z3</b>	-9,16837305413194E-10	-8,11658206101763E-10	-3,19306194070918E-09
<b>z4</b>	3,29906936892886E-13	3,08082859843159E-13	1,74133550947284E-12
<b>z5</b>	-5,22862844332720E-17	-5,02315962959819E-17	-4,19880604446297E-16
<b>z6</b>	3,07785318346537E-21	3,01130356775362E-21	3,76494895437955E-20
<b>X</b> (Vidutinis D.U.)	833,93	761,64	635,37
<b>m</b> (Minimalus D.U. bruto)	400,00	400,00	300,00
<b>Alfa</b> (Atleidimo tikimybė)	0,06	0,07	0,11
<b>i</b> (Diskonto norma)	0,04	0,04	0,05
<b>c</b> (Nedarbo išmoka bruto)	592,12	547,58	246,61

8. priedas. **Programinis Visual Basic kodas skirtas dideliame kritinio darbo užmokesčio dydžio skaičiavimams atlikti** (sudaryta autoriaus)



```

Sub Loop_Values()

'Kodo deklaracijos
Dim wb As Workbook: Set wb = ThisWorkbook
Dim fromSH As Worksheet, toSH As Worksheet
Set fromSH = wb.Sheets("parametrai")
Set toSH = wb.Sheets("Skaiciavimas")

'Pradedama iteracija 99 kartų iš eilės
For x = 2 To 100

'Paimame iteracijos reikšmes (egzogeninių kintamųjų reikšmės)
i = fromSH.Cells(x, 1).Value
c = fromSH.Cells(x, 2).Value
'Beta = fromSH.Cells(x, 3).Value
Alfa = fromSH.Cells(x, 4).Value

'Perkeliamės reikšmes į MS Solver
toSH.Cells(1, 3).Value = i
toSH.Cells(2, 3).Value = c
'toSH.Cells(3, 3).Value = Beta
toSH.Cells(4, 3).Value = Alfa

'iškviečiama MS Solver funkcija (žemiau)
Solver_test2

'Surenka MS solver atsakymo rezultatus į atmintį
w = toSH.Cells(8, 11).Value
Myerror = toSH.Cells(10, 11).Value

'Grąžina paskaičiuotą kritinio darbo užmokesčio dydžio rezultatą
'ir parašo su kokia paklaida tai buvo atlikta
fromSH.Cells(x, 6).Value = w
fromSH.Cells(x, 7).Value = Myerror

Next x 'toks pats kodas kartojimas 99 kartus

End Sub

'Funkcija skirta iškviešti MS Solver
Function Solver_test2()

SolverOk SetCell:="$K$10", MaxMinVal:=3, ValueOf:=0, ByChange:="$K$8", Engine:= _
1, EngineDesc:="GRG Nonlinear"
SolverSolve True

End Function

```

---

9. priedas. Nuo 2010 I ketv. Iki 2018 IV ketv. ketvirtiniai šeštojo laipsnio polinomo regresijos koeficientai ir kritinio darbo užmokesčio skaičiavimui atlikti panaudoti kintamieji (sudaryta autoriaus pasitelkiant R programinį kodą ir kt.)

Koeficientas- Kintamasis	$z_0$	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$	$z_6$	$X$ (Vidutinis D.U.)	$m$ (Minimalus D.U. bruto)	$Alfa$ (Atleidimo tikimybė)	$i$ (Diskonto norma)	$c$ (Nedarbo išmoka bruto)
2010K1	-5,10E-02	1,27E-03	7,19E-07	-2,02E-09	1,25E-12	-3,19E-16	2,95E-20	530	232	0,17	0,05	70
2010K2	-4,93E-02	1,18E-03	9,29E-07	-2,22E-09	1,34E-12	-3,38E-16	3,12E-20	541	232	0,18	0,05	70
2010K3	-4,74E-02	1,13E-03	1,02E-06	-2,29E-09	1,37E-12	-3,43E-16	3,15E-20	548	232	0,18	0,05	70
2010K4	-4,71E-02	1,15E-03	9,16E-07	-2,15E-09	1,29E-12	-3,26E-16	3,00E-20	554	232	0,18	0,05	70
2011K1	-4,79E-02	1,19E-03	8,73E-07	-2,14E-09	1,29E-12	-3,28E-16	3,02E-20	545	232	0,17	0,05	70
2011K2	-4,51E-02	1,07E-03	1,11E-06	-2,33E-09	1,37E-12	-3,43E-16	3,14E-20	562	232	0,16	0,05	70
2011K3	-4,26E-02	1,03E-03	1,19E-06	-2,38E-09	1,39E-12	-3,45E-16	3,15E-20	568	232	0,15	0,05	70
2011K4	-4,15E-02	1,07E-03	1,05E-06	-2,22E-09	1,30E-12	-3,25E-16	2,97E-20	573	232	0,14	0,05	70
2012K1	-4,20E-02	1,07E-03	1,10E-06	-2,31E-09	1,36E-12	-3,39E-16	3,11E-20	566	232	0,14	0,05	70
2012K2	-4,13E-02	9,93E-04	1,26E-06	-2,45E-09	1,42E-12	-3,51E-16	3,20E-20	577	232	0,14	0,05	70
2012K3	-3,88E-02	8,83E-04	1,56E-06	-2,75E-09	1,56E-12	-3,84E-16	3,49E-20	589	241	0,13	0,05	72
2012K4	-3,78E-02	8,74E-04	1,56E-06	-2,75E-09	1,56E-12	-3,84E-16	3,49E-20	598	246	0,13	0,05	74
2013K1	-4,45E-02	8,55E-04	1,69E-06	-2,92E-09	1,66E-12	-4,07E-16	3,70E-20	593	290	0,12	0,05	87
2013K2	-4,13E-02	7,37E-04	1,94E-06	-3,12E-09	1,74E-12	-4,23E-16	3,82E-20	608	290	0,12	0,05	87
2013K3	-3,89E-02	6,72E-04	2,04E-06	-3,18E-09	1,75E-12	-4,23E-16	3,80E-20	619	290	0,12	0,05	87
2013K4	-4,00E-02	7,29E-04	1,87E-06	-3,01E-09	1,67E-12	-4,06E-16	3,66E-20	621	290	0,12	0,05	87
2014K1	-3,95E-02	7,33E-04	1,90E-06	-3,06E-09	1,70E-12	-4,13E-16	3,73E-20	616	290	0,11	0,05	87
2014K2	-3,64E-02	6,79E-04	1,96E-06	-3,07E-09	1,68E-12	-4,07E-16	3,66E-20	626	290	0,11	0,05	87
2014K3	-3,41E-02	6,12E-04	2,08E-06	-3,14E-09	1,70E-12	-4,10E-16	3,67E-20	637	290	0,10	0,05	87
2014K4	-2,86E-02	4,63E-04	2,45E-06	-3,51E-09	1,88E-12	-4,49E-16	4,01E-20	661	290	0,10	0,05	87
2015K1	-1,50E-03	1,28E-03	-3,42E-07	-1,87E-10	1,22E-13	-2,35E-17	1,54E-21	609	300	0,09	0,05	188
2015K2	-5,87E-03	1,17E-03	-1,63E-07	-3,03E-10	1,57E-13	-2,87E-17	1,83E-21	631	300	0,09	0,05	188
2015K3	-7,28E-03	1,04E-03	8,54E-08	-4,70E-10	2,10E-13	-3,66E-17	2,28E-21	659	325	0,09	0,05	188
2015K4	-4,23E-03	1,01E-03	1,07E-07	-4,76E-10	2,10E-13	-3,64E-17	2,26E-21	673	325	0,09	0,05	188
2016K1	3,83E-03	1,06E-03	1,99E-08	-4,19E-10	1,92E-13	-3,38E-17	2,11E-21	657	350	0,08	0,05	329

<b>2016K2</b>	3,46E-04	9,53E-04	1,96E-07	-5,27E-10	2,24E-13	-3,82E-17	2,35E-21	683	350	0,08	0,05	342
<b>2016K3</b>	1,69E-03	7,98E-04	4,71E-07	-7,10E-10	2,81E-13	-4,67E-17	2,83E-21	714	380	0,08	0,05	357
<b>2016K4</b>	5,37E-03	7,48E-04	5,21E-07	-7,26E-10	2,82E-13	-4,65E-17	2,80E-21	736	380	0,08	0,05	368
<b>2017K1</b>	3,07E-03	7,95E-04	4,62E-07	-6,98E-10	2,76E-13	-4,59E-17	2,78E-21	725	380	0,08	0,04	403
<b>2017K2</b>	1,23E-03	6,58E-04	6,73E-07	-8,24E-10	3,13E-13	-5,10E-17	3,05E-21	759	380	0,07	0,04	403
<b>2017K3</b>	-9,59E-03	6,22E-04	7,30E-07	-8,59E-10	3,23E-13	-5,24E-17	3,14E-21	768	380	0,07	0,04	403
<b>2017K4</b>	-7,09E-03	5,75E-04	7,66E-07	-8,62E-10	3,20E-13	-5,15E-17	3,07E-21	794	380	0,07	0,04	403
<b>2018K1</b>	-5,17E-03	6,18E-04	6,87E-07	-8,08E-10	3,02E-13	-4,88E-17	2,91E-21	785	400	0,07	0,04	452
<b>2018K2</b>	-5,51E-03	4,55E-04	9,24E-07	-9,43E-10	3,40E-13	-5,39E-17	3,17E-21	831	400	0,06	0,04	452
<b>2018K3</b>	-5,45E-03	4,01E-04	9,94E-07	-9,77E-10	3,47E-13	-5,47E-17	3,21E-21	847	400	0,06	0,04	452
<b>2018K4</b>	-1,23E-03	3,82E-04	9,71E-07	-9,38E-10	3,30E-13	-5,17E-17	3,02E-21	873	400	0,06	0,04	452

10. priedas. Grupių pagal lytį ir amžiaus grupes šeštojo laipsnio polinomo regresijos koeficientai ir kritinio darbo užmokesčio skaičiavimui atlikti panaudoti kintamieji (sudaryta autoriaus pasitelkiant R programinį kodą ir kt.)

Koeficientas-Kintamasis	iki 24- Moterys	iki 24- Vyrai	25-34- Moterys	25-34- Vyrai	35-44- Moterys	35-44- Vyrai	45-54- Moterys	45-54- Vyrai	55-64- Moterys	55-64- Vyrai	virš 65- Moterys	virš 65- Vyrai	Moterys	Vyrai
$z_0$	-8,41E-03	-1,43E-03	3,36E-03	2,96E-03	-1,35E-04	-1,04E-02	-8,07E-03	-1,79E-02	-6,36E-03	-9,60E-03	4,60E-02	2,23E-02	-1,89E-03	-6,95E-03
$z_1$	1,19E-03	6,52E-04	1,48E-04	1,46E-04	3,23E-04	4,09E-04	4,54E-04	4,70E-04	6,28E-04	4,37E-04	1,70E-03	1,32E-03	5,06E-04	4,18E-04
$z_2$	-1,45E-08	7,87E-07	1,43E-06	1,15E-06	1,10E-06	7,31E-07	1,02E-06	9,15E-07	7,65E-07	1,03E-06	-1,21E-06	-5,32E-07	9,02E-07	8,87E-07
$z_3$	-4,72E-10	-9,30E-10	-1,26E-09	-9,54E-10	-1,03E-09	-7,17E-10	-1,05E-09	-9,50E-10	-8,94E-10	-1,04E-09	4,55E-10	-9,72E-12	-9,52E-10	-8,80E-10
$z_4$	2,24E-13	3,50E-13	4,31E-13	3,15E-13	3,61E-13	2,51E-13	3,79E-13	3,45E-13	3,36E-13	3,76E-13	-9,42E-14	5,50E-14	3,46E-13	3,12E-13
$z_5$	-4,00E-17	-5,69E-17	-6,66E-17	-4,72E-17	-5,63E-17	-3,91E-17	-6,03E-17	-5,51E-17	-5,44E-17	-6,00E-17	1,02E-17	-1,24E-17	-5,53E-17	-4,91E-17
$z_6$	2,53E-21	3,40E-21	3,86E-21	2,68E-21	3,29E-21	2,28E-21	3,57E-21	3,26E-21	3,25E-21	3,54E-21	-4,49E-22	8,58E-22	3,27E-21	2,88E-21
$X$ (Vidutinis D.U.)	556	686	866	997	871	1008	783	846	729	811	526	639	780	892
$m$ (Minimalus D.U. bruto)	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400
$\alpha$ (Atleidimo tikimybė)	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
$i$ (Diskonto norma)	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
$c$ (Nedarbo išmoka bruto)	395	448	521	574	523	579	487	513	465	499	383	429	486	532