Vilniaus universitetas Fizikos fakultetas Lazerinių tyrimų centras

Mindaugas Šarpis

### SUPLOKŠTINTOSIOS VIRŠŪNĖS GAUSO PLUOŠTŲ SKLIDIMO MODELIAVIMAS

Magistrantūros studijų baigiamasis darbas

Lazerių fizikos ir optinių technologijų studijų programa

Studentas	Mindaugas Šarpis
Darbo vadovas	Dr. Rytis Butkus
Leista ginti	$2019 \ 05 \ 23$
Recenzentas	Dr. Vygandas Jarutis
L.e.p. LTC direktorius	Dr. Rytis Butkus

# Turinys

1	Įvadas		2
2	Teorini	s įvadas	3
	2.1	Gauso pluoštai	3
	2.2	Kompleksinis pluošto parametras $q$	7
	2.3	ABCD dėsnis	8
	2.4	Tenzorinis pluoštų aprašymas	9
	2.5	Elipsiniai Gauso pluoštai	10
	2.6	Astigmatizmas	12
	2.7	Suplokštintosios viršūnės Gauso pluoštai	13
	2.8	Elipsiniai suplokštintosios viršūnės Gauso pluoštai	19
3	Modeli	avimo Rezultatai	20
	3.1	Trimatis įvairių pluoštų atvaizdavimas	20
	3.2	Pluoštų diametro kitimo integruotas vaizdas	23
	3.3	Sistemos astigmatizmo įvertinimas	24
	3.4	Teleskopo astigmatizmo kompensavimas	28
	3.5	Plokščiųjų pluoštų astigmatizmo kompensavimas	29
4	Pagrine	diniai rezultatai ir išvados	30
Lit	Literatūros sąrašas		

### 1 Įvadas

Jau nuo senų laikų žmonės bandė suprasti ir paaiškinti gamtą, aprašyti joje vykstančius procesus, skirtingas medžiagas. Buvo bandoma išsiaiškinti įvairių reiškinių priežastis. Ką dabar vadiname modeliavimu vyko jau daugybę metų. Net mintyse kilusi idėja apie tai, kaip veikia vienas ar kitas mechanizmas, procesas ar kaip vyksta tam tikras gamtos reiškinys, jau yra modelis. Sukūrę tam tikrą modelį, galime simuliuoti procesą ir bandyti vis tiksliau atkartoti gamtoje vykstančius reiškinius.

Pastebėta, kad fizikinius reiškinius galime aprašyti matematiškai. Kiekvienam fizikos dėsniui galime rasti analitines, matematines išraiškas, aprašančias sistemos dinamiką, esant tam tikriems valdantiesiems parametrams. Žinoma, šie modeliai ne visiškai tiksliai aprašo gamtos reiškinius, todėl svarbu žinoti, kokie apribojimai galioja konkrečiam taikomam modeliui, kokio tikslumo skaičiavimai dar turi prasmę.

Šiame magistrantūros studijų baigiamajame darbe nagrinėsime analitinius modelius, aprašančius tam tikro tipo lazerinių pluoštų sklidimą. Kompiuterinis analitinis modeliavimas yra lengvai paralelizuojamas ir vienu metu leidžia greitai įvertinti daug skirtingų sistemų konfigūracijų. Kurį laiką prie analitinio lazerinių pluoštų modeliavimo dirbo tik kelios nedidelės grupelės mokslininkų, bet didėjant kompiuterių pajėgumui vis daugiau dėmesio skiriama būtent tokiems metodams. Pagrindinis šio darbo tikslas buvo apžvelgti įvairias analitines elektrinio lauko išraiškas, sukurti programinius įrankius, leidžiančius šiuos modelius kuo greičiau ir efektyviau taikyti. Siekta nagrinėti ne tik vienmačius ar simetriškus atvejus, bet ir astigmatinius pluoštu, optines sistemas, nepasižymičias cilindrine simetrija. Daug dėmesio skirta plokščiųjų pluoštų atvaizdavimui ir parametrų įvertinimui. Atliktas skaitmeninis eksperimentas veidrodinio teleskopo astigmatizmo kompensavimo tyrimui. Taip pat palyginti plokščiųjų pluoštų ir  $TEM_{00}$ modos Gauso pluoštų sklidimo astigmatine sistema astigmatizmo laipsniai ir kompensavimo galimybės.

### 2 Teorinis įvadas

### 2.1. Gauso pluoštai

Lazerinė spinduliuotė yra vienas iš elektromagnetinio lauko pavyzdžių. Kalbėdami apie lazerio generuojamus šviesos pluoštus ir nagrinėdami įvairius šios spinduliuotės parametrus dažniausiai omenyje turime elektrinį lauką nes, kiek žinoma, jo įtaka sąveikoje su medžiagomis bei terpėmis yra gerokai didesnė už magnetinio lauko. Lazerinės generacijos metu stiprinamas elektrinis laukas yra gerai lokalizuotas erdvėje. Be to, jis daug kartų sparčiau kinta ašyje, statmenoje sklidimo krypčiai. Tai svarbi savybė, leisianti analitiniuose modeliuose taikyti tam tikras aproksimacijas.

Elektromagnetinės sąveikos nešėjams - fotonams, kaip ir visoms elementariosioms dalelėms, būdingas bangos ir dalelės dualumas. Kai kuriais atvejais pasireiškia fotonų kaip dalelių savybės, kitais - banginės. Ši sąlyga leidžia lazerinių sistemų modeliavime naudoti banginį šviesos aprašymą. Paprasčiausia tokio aprašymo matematinė išraiška yra vienmatė bangų lygtis:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \tag{1}$$

Čia E yra bangos amplitudė, o lygtis aprašo amplitudės kitimą erdvėje ir laike. Vienas iš šios lygties sprendinių yra ploščioji banga, kuri vienmačiu atveju yra aprašoma taip:

$$E(z,t) = Aexp(i(kz - \omega t)), \qquad (2)$$

kur narys  $kz - \omega t$  yra bangos fazė, o A - bangos amplitudė. Galime atskirti kompleksinės amplitudės fazinę ir amplitudinę dalis. Realioji dalis šioje išraiškoje nusako amplitudės kitimą bangos sklidimo metu, o menamoji - bangos fronto deformacijas [1].

$$A(x,y,z,t) = a(x,y,z,t)exp[i\phi(x,y,z,t)]$$
(3)

Nagrinėsime tik erdvinę lazerinių pluoštų elektrinio lauko charakteristiką. Matysime, kad realiais atvejais elektrinio lauko amplitudė mažėja pluoštui sklindant terpėmis arba laisvąja erdve, o fazinė dalis keičiasi pereinant terpių sandūrą arba optinius elementus, o nuo jos kitimo priklauso pluošto forma. Kaip minėta anskčiau, lazerinės spinduliuotės elektrinis laukas yra gerai lokalizuotas erdvėje. Plokščiosioms bangoms sklisti reikėtų begalinės energijos. Kad galėtumėme nagrinėti realius elektrinio lauko atvejus turime apriboti elektrinį lauką erdvėje. Tai galima padaryti plokščiąją bangą moduliuojant tam tikra funkcija. Pats paprasčiausias ir dažniausiai sutinkamas tokio lauko atvejis - Gauso pluoštas. Tokiems pluoštams yra būdinga mažiausia skėstis, jie vadinami difrakciškai ribotais pluoštais [2].

Iš erdvinio Gauso pluošto intensyvumo pasiskirstymo išraiškos galime matyti, kad tolstant nuo optinės ašies, tokio pluošto intensyvumas turėtų eksponentiškai artėti į 0:

$$I(r) = I_0 exp\left(-\frac{2r^2}{W^2}\right) \tag{4}$$

Čia r - atstumas nuo optinės ašies, o W pluošto spindulys.



1 pav. Gausinis intensyvumo skirstinys.

Elektrinio lauko skirstinys Gauso pluošto atveju gali būti išreikštas taip [3]:

$$E(r) = E_0 \frac{W_0}{W(z)} exp\left[-\frac{\rho^2}{W(z)^2}\right] exp\left[-ikz - ik\frac{\rho^2}{2R(z)} + i\Phi(z)\right],\tag{5}$$

čia:

$$W(z) = W_0 \left[ 1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2 \right]^{1/2} \tag{6}$$

$$R(z) = z \left[ 1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2 \right] \tag{7}$$

$$W_0 = \left(\frac{\lambda z_R}{\pi}\right)^{1/2} \tag{8}$$

$$\Phi(z) = tan^{-1} \frac{z}{z_R},\tag{9}$$

čia, W(z) - pluošto spindulys, R(z) - fazinio fronto kreivumo spindulys,  $W_0$  - pluošto sąsmaukos spindulys,  $\Phi(z)$  - Guoy fazės priedas.



 $\mathbf 2$  pav. Gauso pluošto sąsmauka ir ją charakterizuojantys parametrai.



3 pav. 3D vaizdas gautas Gauso profilį atvaizdavus polinėje koordinačių sistemoje, simetriškai optinei ašiai.

Dažnai modeliuojant lazerinius pluoštus ar nagrinėjant jų parametrus laikoma, kad galioja cilindrinė simetrija. Tokiu atveju užtenka nagrinėti aukščiau pateiktą vienmatį atvejį, o realus pluoštas gali būti formuojamas pluošto profilį apsukant optinės ašies atžvilgiu (3 pav.). Šiame darbe nagrinėsime sudėtingesnius atvejus, kai cilindrinė simetrija nebegalioja arba pluoštas, sklisdamas per optinę sistemą, iš simetriško tampa nesimetrišku.

### 2.2. Kompleksinis pluošto parametras q

Nagrinėjant Gauso pluoštų sklidimą įvairiomis terpėmis, patogu pluoštą apibūdinti vienu parametru, turinčiu informaciją apie pluošto diametrą bei bangos fronto kreivumą. Išskiriant realiąją ir menamąją dalį šis kompleksinis parametras gali būti užrašomas taip [4]:

$$q(z) = z + i z_R \tag{10}$$

Čia  $z_R$  - Reilėjaus atstumas. Tokiu atstumu nuo Gauso pluošto sąsmaukos jo diametras yra  $\sqrt{2}$  kartų didesnis už pradinį diametrą sąsmaukoje  $W_0$ , o intensyvumas ant ašies yra dvigubai mažesnis. Taip pat laikoma, kad tokiu atstumu Gauso pluošto sklidimo dinamika pereina nuo parabolinės prie kūginės geometrijos.

$$z_R = \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda} \tag{11}$$

Atvirkštinis dydis 1/q(z) yra patogus tuo, kad atskyrus realią ir menamąją jo dalį, vienas narys aprašo bangos fronto kreivumą, o kitas - pluošto diametro evoliuciją [5]. Ši savybė bus naudojama modeliuojant ir atvaizduojant Gauso pluošto sklidimą.

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{z + iz_R} = \frac{z}{z^2 + z_R^2} - i\frac{z^2}{z^2 + z_R^2} = \frac{1}{R(z)} - i\frac{\lambda}{\pi W^2(z)}$$
(12)

R(z) - bangos fronto kreivumo spindulys. Jis didžiausias, kai  $z = z_R$ . Matematiškai šis dydis aprašomas 7 lygtimi.

Šis kompleksinis kreivumo spindulys yra svarbus matematinis pluošto parametras, leisiantis aprašyti ne tik simetriškų fundamentaliosios modos Gauso pluoštų sklidimą, bet ir elipsinių, kompleksinių, astigmatinių bei aukštesniųjų eilių pluoštų charakteristikas.

### 2.3. ABCD dėsnis

Pluoštui sklindant laisvąja erdve arba optinėmis sistemomis kinta ir kompleksinio parametro q vertė. Svarbu yra tai, kad tarp bet kurių dviejų parametrų ties skirtingomis optinio kelio vietomis priklausomybė išlieka racionali. Vadinasi, žinant pradinę ar bet kurią tarpinę q parametro vertę ir optinės sistemos, per kurią sklinda pluoštas, parametrus, galime gerai nusakyti jo sklidimo charakteristiką.

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} \tag{13}$$

Bet kokiai optinei sistemai galime rasti pluošto transformacijos matricos elementus ABCD. Nagrinėdami sudėtines optines sistemas jas išskaidome į atskiras dalis, kurių perdavimo matricos yra žinomos (pvz. jei keičiasi lūžio rodiklis pereinant iš vienos terpės į kitą, dėl tiesinio sąryšio galime laikyti, kad pluoštas sklinda pirma viena medžiaga, o po to naujas pluoštas su jau kitais parametrais sklinda antrąja medžiaga). Iš tikrųjų, užtenka iš kairės sudauginti visas optinės sistemos spindulių arba pluoštų perdavimo matricas ir gausime vieną ABCD matricą M, visiškai nusakančią optinę sistemą. Tokios metodikos taikymas vadinamas spindulių ir pluoštų ABCD trasavimu, o jį nusakanti matematinė išraiška pateikta žemiau [6]:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ x'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{bmatrix}$$
(14)

$$M_{sist} = M_n \cdot M_{n-1} \dots \cdot M_2 \cdot M_1 = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$
(15)



4 pav. Pluošto sklidimas optine sistema.

### 2.4. Tenzorinis pluoštų aprašymas

Iki šiol aprašyti metodai yra skaliariniai ta prasme, kad elektrinio lauko išraiškoje argumentas yra radialinis atstumas nuo optinės ašies r. Kaip minėta anksčiau, šie atvejai yra vienmačiai ir iš tikrųjų nagrinėjami pluošto intensyvumo pasiskirstymo dvimačiai profiliai. Kad galėtumėme nagrinėti realius pluoštus, kurie nebūtinai pasižymi cilindrine simetrija, o jų sklidimo charakteristikos gali būti skirtingos vertikalioje ir horizontalioje ašyse plokštumoje statmenoje sklidimo krypčiai, turime naudoti kompleksinį kreivumo tenzorių  $\mathbf{Q}$ . Šis parametras yra labai patogus aprašant ir apibendrinant pluoštų sklidimą. Galime nagrinėti daug daugiau lazerinių pluoštų geometrijų, o taip pat ir sudėtingesnes optines sistemas [7].

$$\mathbf{Q}^{-1} = \begin{bmatrix} q_{xx}^{-1} & q_{xy}^{-1} \\ q_{yx}^{-1} & q_{yy}^{-1} \end{bmatrix}$$
(16)

Kaip matome, šio tenzoriaus elementai - kompleksiniai pluošto parametrai q. Skirtingi šių elementų indeksai reiškia, kad bendruoju atveju elementai gali skirtis vertikalioje ir horizontalioje ašyse, o taip pat gali egzistuoti kryžminiai nariai, nusakantys papildomas pluošto charakteristikas.

Šis tenzorius gali būti supaprastintas iki cilindrinės simetrijos atvejo, jei kryžminius narius  $q_{xy}$  bei  $q_{yx}$  prilyginsime 0 ir laikysime, kad kryžminiai nariai  $q_{xx}$  ir  $q_{yy}$  yra lygūs. Tokiu atveju, tenzorius įgyja šią formą [8]:

$$\mathbf{Q}^{-1} = \begin{bmatrix} q^{-1} & 0\\ 0 & q^{-1} \end{bmatrix} \tag{17}$$

#### 2.5. Elipsiniai Gauso pluoštai

Taikydami ankstesniame skyrelyje pateiktą matematinį aprašymą, galime modeliuoti elipsinius Gauso pluoštus ir jų sklidimą optinėmis sistemomis. Elipsinių pluoštų aibę charakterizuoja kompleksinio kreivumo tenzoriai  $\mathbf{Q}$ , kurių diagonalūs nariai nebūtinai yra lygūs.

$$\mathbf{Q}^{-1} = \begin{bmatrix} q_{xx}^{-1} & 0\\ 0 & q_{yy}^{-1} \end{bmatrix}$$
(18)

Cilindrinės simetrijos Gauso pluoštas - tik vienas specifinis elipsinių pluoštų atvejis. Bendruoju atveju, elipsinio Gauso pluošto elektrinio lauko skirstinys ties z = 0 tenzoriškai yra aprašomas taip [9]:

$$E(\mathbf{r}) = E_0 exp\left(-\frac{ik}{2}\mathbf{r}^T \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{r}\right)$$
(19)

Čia  $\mathbf{r}$  - jau ne radialinis atstumas, o padėties vektorius plokštumoje, statmenoje optinei ašiai. Matematiškai tenzorius  $\mathbf{Q}$  veikia kiekvieną vektorių  $\mathbf{r}$  minėtoje plokštumoje, transformuodamas šiuos vektorius priklausomai nuo to, kokia optine sistema sklinda pluoštas. Nors ir galime atskirai nagrinėti kompleksinio kreivumo tenzoriaus elementų kitimą erdvėje, egzistuoja ir bendroji tenzoriaus transformacijos išraiška. Taip formuojamas vadinamasis tenzorinis ABCD dėsnis [10]:

$$\mathbf{Q}_{2}^{-1} = (\mathbf{C} + n\mathbf{D}\mathbf{Q}_{1}^{-1})(\mathbf{A} + n\mathbf{B}\mathbf{Q}_{1}^{-1})^{-1}$$
(20)

Čia elementai **ABCD** jau yra ne skaliariniai  $2x^2$  matricos elementai, o atskiros matricos, kurios kiekviena turi po 4 elementus.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}$$



**5 pav.** Elipsinis Gauso pluoštas,  $q_{xx} = -0.32i$ ,  $q_{yy} = -0.08i$ .

Pluoštui sklindant optine sistema arba dėl lazerio rezonatoriaus geometrijos, jo skersinis erdvinis intensyvumo pasiskirstymas gali būti ar tapti elipsiškas. Tokių pluoštų įvertinimui reikia žinoti pradines sąlygas x ir y ašyse. 5 pav. pavaizduotas elipsinis pluoštas sąsmaukoje. Kaip matome, pluošto matmenys dvejose ašyse skiriasi. Taip pat skiriasi ir kompleksinis pluošto parametras q. Dėl šios priežasties tokiam pluoštui sklindant tiek laisvąja erdve, tiek optinėmis sistemomis skirtingose ašyse pluošto sklidimo dinamika nebus vienoda.

### 2.6. Astigmatizmas

Trečiosios eilės aberacija, dėl kurios lazerio pluoštas skirtingose ašyse turi skirtingas sklidimo charakteristikas, yra vadinama astigmatizmu. Yra išskiriami du astigmatizmo tipai paprastasis (ortogonalusis) astigmatizmas ir bendrasis astigmatizmas. Dažniausiai astigmatizmo stengiamasi išvengti, nes dėl šios aberacijos prastėja pluošto kokybė, fokusavimo galimybės. Kiekvienas lazeris generuoja šiek tiek astigmatinį pluoštą. Paprastai dėl mažo astigmatizmo laipsnio skaičiavimuose ir eksperimentuose jo nepaisome. Efektai, atsirandantys dėl astigmatizmo, yra mažesni už matavimo įrangos paklaidas. Tačiau kai dirbama su sudėtingesnėmis optinėmis sistemomis arba reikia pluoštą tiksliai fokusuoti į labai mažą dėmę, astigmatizmą reiktų kompensuoti. Sistemoje astigmatizmas gali atsirasti, kai pluoštas į optinį elementą krenta kampu arba nepataiko tiksliai į jo centrą. Jei visi kritimo kampai yra vienoje plokštumoje, gauname ortogonaliai astigmatinį pluoštą [11].

Išskirsime tris pluošto atvejus, priklausomai nuo sistemos astigmatizmo [12]:

- 1. Stigmatinis pluoštas
  - (a) skritulio formos apšviesta zona;
  - (b) sferinis arba plokščias bangos frontas.
- 2. Paprastai (ortogonaliai) astigmatinis pluoštas
  - (a) elipsės formos apšviesta zona;
  - (b) elipsinis bangos frontas;
  - (c) vienodo intensyvumo ir vienodos fazės elipsės viena su kita nesudaro kampo.
- 3. Bendrai astigmatinis pluoštas
  - (a) elipsės formos apšviesta zona;
  - (b) elipsinis bangos frontas;
  - (c) vienodo intensyvumo ir vienodos fazės elipsės orientuotos kampu, šis kampas gali keistis sklidimo metu (gali būti kompleksinis).

Anksčiau pristatytas tenzorinis ABCD dėsnis galioja tiek ortogonaliojo, tiek bendrojo astigmatizmo atvejais. Priklausomai nuo pluošto arba sistemos kompleksinio kreivumo, tenzorius  $\mathbf{Q}$  gali turėti kryžminius elementus. Šiuose elementuose bendrojo astigmatizmo atveju bus įtrauktas ir kompleksinis koordinačių sistemos sukimo kampas  $\theta$  [13].

### 2.7. Suplokštintosios viršūnės Gauso pluoštai

Priklausomai nuo taikymo srities, rezonatoriaus parametrų arba optinės sistemos komponentų lazerio pluoštas gali būti generuojamas arba transformuojamas taip, kad jo skresinis erdvinis intensyvumo pasiskirstymas turėtų beveik vienodo intensyvumo zoną ties optine ašimi, o tolstant nuo optinės ašies ties tam tikru atsumu greitai pradėtų artėti prie 0. Dažniausiai kai kalbama apie tokius pluoštus, jų aprašymui lazerio išėjime galime taikyti supergauso funkciją, o tokie pluoštai vadinami supergauso pluoštais [14].

Matematinė supergauso funkcija nuo Gauso skiriasi tuo, kad eksponentės argumentas dar yra keliamas laipsniu. Nuo šio laipsnio, vadinamo supergauso eile, priklauso intensyvumo skirstinio plokščiosios dalies plotas bei kraštų statumas. Deja, kol kas nepavyko gauti analitinės išraiškos, leidžiančios tokia funkcija aprašomo pluošto intensyvumo skirstinį apskaičiuoti bet kokiu atstumu nuo lazerio išėjimo. Taigi - analitinės supergauso sklidimo išraiškos neegzistuoja.

$$I(r) = I_p \exp\left[-2\left(\frac{r}{W}\right)^n\right]$$
(21)



6 pav. Skirtingų pluošto profilių palyginimas

Dėl šios priežąsties kompiuterinis pluoštų su plokščia viršūne modeliavimas yra sudėtingas. Dažnai naudojamos integralinės išraiškos, žingsniniai arba Furje metodai. Prieš tai kai buvo pradėtos nagrinėti analitinės plokščiųjų pluoštų sklidimo išraiškos dažniausiai tokie pluoštai buvo modeliuojami naudojant Kolinso difrakcijos integralą [15]:

$$E_N(x_N, y_N) = -\frac{ik}{2\pi} (C_x C_y - G_x G_y)^{-\frac{1}{2}} exp(ikL_0)$$
  
 
$$\times \int \int E_N(x_0, y_0) exp(ikL_1(x_0, y_0; x_N, y_N)) dx_0 dy_0$$
(22)

1994m. F. Gori pristatė suplokštintosios viršūnės Gauso pluoštų (angl. Flattened Gaussian Beams -FGB) aibę [16]. Tokie pluoštai matematiškai konstruojami superpozicijos principu, sudedant baigtinį skaičių Lagero-Gauso modų taip, kad jų minimumai ir maksimumai kompensuotų vieni kitus tam tikro ploto srityje ties optine ašimi, o tolstant nuo optinės ašies, funkcijos greitai artėtų į 0. Panašiai kaip ir supergauso funkcijoje, priklausomai nuo sudedamų modų skaičiaus (arba Suplokštintosios viršūnės Gauso eilės N) keičiasi plokščiosios srities plotas bei kraštų statumas. Žemiau pateikta pagrindinė suplokštintosios viršūnės Gauso pluoštų sklidimo lygtis. Šių pluoštų aibei galioja cilindrinė simetrija. Tam tikrais svertiniais koeficientais c, kurie priklauso nuo pluošto eilės, yra moduliuojamos skirtingos Lagero-Gauso modos. Elektrinio lauko pasiskirstymo išraiškoje funkcijos argumentas r - radialinis atstumas nuo optinės ašies. Taigi, šios išraiškos skaliarinės ir mums leidžia apskaičiuoti simetriško pluošto profilio dinamiką atstumu z nuo lazerio išėjimo.

$$U_{N}(r,z) = A \frac{W_{0N}}{W_{N}(z)} \exp\{\{i[kz - \Phi_{N}(z)]\}\}$$

$$\times \exp\left\{\left[\left(\frac{ik}{2R_{N}(z)} - \frac{1}{W_{N}^{2}(z)}\right)r^{2}\right]\right\}$$

$$\times \sum_{n=0}^{N} c_{n}L_{n}\left(\frac{2r^{2}}{W_{N}^{2}(z)}\right) \exp\{[-2in\Phi_{N}(z)]\}$$
(23)

Suplokštintosios viršūnės Gauso pluošto profilis, didėjant eilei N, kinta panašiai kaip ir supergauso funkcija. Kai  $N \to \infty$  abi funkcijos artėja prie *rect* funkcijos, kuri pavaizduota 6 pav. Pluoštai su labai stačiais kraštais ir labai lygia viršūne gali būti gaunami Gauso pluoštą optiniame kelyje, apribojant kietąja apertūra. Taigi, aukštos eilės Suplokštintosios viršūnės Gauso pluoštų sklidimas yra panašus į pluošto difrakciją, kai naudojama apertūra [17].



7 pav. Perskaičiuoti FG profiliai, ties skirtingomis N vertėmis.



8 pav. FGB Pluošto profilio kitimas sklindant laisvaja erdve, N = 25.



9 pav. FGB Pluošto intensyvumo skirstinys suintegruotas erdvėje, N = 25.

Iki F. Gori pristatant suplokštintosios viršūnės Gauso pluoštų aibę, prie plokščiųjų pluoštų analitinio modeliavimo dirbo tik kelios atskiros grupelės mokslininkų, bet atsiradus patogioms matematinėms išraiškoms, kurias galima taikyti nagrinėjant realius laboratorijose generuojamus pluoštus, dėmesys analitiniam sudėtingų pluoštų modeliavimui vis didėjo. Šiems pluoštams buvo pradėtas taikyti skaliarinis, o vėliau ir tenzorinis ABCD dėsnis [18][19].



10 pav. FGB Pluošto fokusavimas lęšiu.

10 pav. pavaizduota, kaip N = 5,  $W_0 = 1mm$  pluoštas yra fokusuojamas 0.5m židinio nuotolio lęšiu. Integruotame vaizde matyti, kad prieš lęšio židinį pluoštas jau yra pakeitęs formą ir yra intensyviausias ties kraštais.



11 pav. FGB Pluošto sklidimas 4F sistema

11 pav. pavaizduota, kaip N = 5,  $W_0 = 1mm$  pluoštas yra atvaizduojamas 4F sistema, kur kiekvieno lęšio židinio nuotolis yra 1m. Integruoto vaizdo iškirptoje zonoje yra iš 2 lęšių sudarytas teleskopas. Plokščiųjų pluoštų atvaizdavimas yra svarbus, kai norime juos kanalizuoti į tam tikrą ekraną ar taikinį ir išlaikyti plokščią intensyvumo sritį ties optine ašimi. Tokie pluoštai gali būti naudojami atomų šaldymui, nano dalelių įkalinimui ir manipuliacijai, dėl to svarbu žinoti, kaip keisis jų intensyvumo skirstinys sklindant optinėmis sistemomis.

#### 2.8. Elipsiniai suplokštintosios viršūnės Gauso pluoštai

Kaip ir Gauso pluoštai, suplokštintosios viršūnės pluoštai, sklisdami per optinę sistemą, gali būti iškraipomi dėl įvairių optinių aberacijų. Šiame darbe nagrinėsime, kaip sklinda elipsiniai suplokštintosios viršūnės pluoštai laisvąja erdve bei optinėmis sistemomis, bei kaip jie gali tapti astigmatiniais.

Elipsiniai suplokštintosios viršūnės pluoštai matematiškai formuojami, sujungus anksčiau minėtus modų superpozicijos ir tenzorinio pluoštų aprašymo principus. Naudodami kompleksinio kreivumo tenzorių  $\mathbf{Q}$  galime aprašyti, kaip skiriasi pluošto forma XY plokštumoje, jei pluoštas nėra simetrinis. Taip pat, pluoštui sklindant, dėl sistemos neortogonalumo ar pradinių pluošto savybių sklidimo dinamika gali būti kitokia skirtingose ašyse [20].

Elipsinio suplokštintosios viršūnės Gauso pluošto elektrinio lauko skirstinys lazerio išėjime (z = 0) yra aprašomas taip:

$$E_N(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n-1}}{N} \binom{N}{n} exp\left(-i\frac{nk}{2}\mathbf{r}^T \mathbf{Q}_1^{-1}\mathbf{r}\right)$$
(24)

Kaip matome, šios funkcijos argumentas jau yra padėties vektorius **r**. Ši išraiška, nors ir neatrodo daug sudėtingesnė už prieš tai nagrinėtas skaliarines išraiškas, mums jau leidžia apskaičiuoti ir atvaizduoti trimatį pluošto intensyvumo skirstinį.

Šiems pluoštams pritaikę tenzorinį ABCD dėsnį gauname jų sklidimo optinėmis sistemomis bendrąją išraišką:

$$E_N(\mathbf{r_2}) = \sum_{n=1}^{N} \frac{(-1)^{n-1}}{N} {N \choose n} [det(\mathbf{A} + n\mathbf{B}\mathbf{Q}_1^{-1})]^{-\frac{1}{2}}$$

$$exp\left(-i\frac{k}{2}\mathbf{r}^T\mathbf{Q}_2^{-1}\mathbf{r}\right) exp(-ikl_0)$$
(25)

### 3 Modeliavimo Rezultatai

### 3.1. Trimatis įvairių pluoštų atvaizdavimas

Analitinės išraiškos yra patogios tuo, kad jų apskaičiavimas kompiuteriu gali būti lengvai paralelizuojamas, o apskaičiavimo sparta yra daug didesnė už integralinių išraiškų. Tai leidžia įvairius pluošto parametrus arba jų bendrą vaizdą gauti labai greitai. Magistrinio darbo metu apskaičiavimo ir atvaizdavimo algoritmai buvo optimizuoti, atsižvelgta į kompiuterių moksle aprašomus vektorizavimo ir optimizavimo metodus, pritaikytos rekursinės formulės ir tiesinės algebros metodai leido skaičiavimą pagreitinti nuo kelių arba keliolikos valandų iki kelių minučių ar sekundžių. Tokios spartos analitinį algoritmą galima naudoti su vidutinio galingumo kompiuteriu laboratorijoje tiksliam ir realaus laiko lazerio pluošto parametrų įvertinimui.

Pasirinkus norimus optinius elementus ir jų parametrus ABCD matricos paskaičiuojamos automatiškai. Galime modeliuoti sistemas su daug įvairių optinių elementų. Skirtingai nei dauguma rinkoje esančių programų ar pateikiamų algoritmų, galime modeliuoti nesimetriškus pluoštus, nesimetriškas optines sistemas, suplokštintosios viršūnės pluoštus.

Galima laisvai keisti šiuos parametrus:

- 1. Lazerio bangos ilg<br/>į $\lambda$
- 2. Pradinį pluošto spindulį X ir Y ašyse atskirai
- 3. Atvaizdavimo raišką XY plokštumoje
- 4. Atvaizdavimo lango dydį XY plokštumoje
- 5. Ašinę raišką z sklidimo metu
- 6. Sklidimo atstumą
- 7. Suplokštintosios viršūnės pluošto eilęN
- 8. Kampinę raišką astigmatizmo įvertinimui

Pasirinkę atitinkamą raišką XY ašyje bei norimą atstumą nuo optinės sistemos z ašyje galime gauti mums aktualų vaizdą. 12 pav. pavaizduotas N = 40 eilės plokščiojo astigmatinio pluošto intensyvumo skirstinys lęšio židinyje. Matome, kad pluošto intensyvumo skirstinys nėra simetriškas optinės ašies atžvilgiu. Tokiam pluoštui sklindant, jo dinamika x ir y ašyse taip pat skirsis. Plokščiojo astigmatinio pluošto sklidimo laisvąja erdve pavyzdys iliustruotas 13 paveiksle.



12 pav. Astigmatinio plokščiojo pluošto intensyvumo skirstinys lęšio židinyje.



**13b pav.** Z = 1m.







5.0

**13c pav.** Z = 2m.

**13d pav.** Z = 3m.



**13e pav.** Z = 4m.



### 3.2. Pluoštų diametro kitimo integruotas vaizdas

Anksčiau demonstruotas pluoštų sklidimo algoritmas gali būti naudojamas ne tik intensyvumo skirstinio vizualizavimui, bet ir įvairių pluošto parametrų atgaminimui, nes kiekviename taške suskaičiuojama ne gaubtinės (intensyvumo), o elektrinio lauko vertė. Galime sekti ir registruoti, kaip kinta kompleksinis kreivumo tenzorius  $\mathbf{Q}$ , o iš jo atskirų elementų atgaminti pluošto spindulį W bei fronto kreivumo spindulį R.

Iš kompleksinio kreivumo tenzoriaus apskaičiavę pluošto spindulį W kiekviename žingsnyje ant optinės ašies, galime gauti erdvėje integruotą pluošto diametro kitimo vaizdą. 14 pav. parodyta, kaip galime atvaizduoti ir palyginti kelis skirtingus pluoštus. Matome astigmatinio pluošto sagitalinį ir tangentinį židinius. Raudona spalva pavaizduotas stigmatinis Gauso pluoštas, kurio diametras sąsmaukoje yra mažesnis už astigmatinio.



14 pav. Astigmatinio ir stigmatinio Gauso pluošto palyginimas integruotame vaizde.

#### 3.3. Sistemos astigmatizmo įvertinimas

Šiame darbe nagrinėjame optinę sistemą, dažnai naudojamą darbui su didelės galios lazerine spinduliuote - achromatinį teleskopą, kitaip vadinamą reflektyviniu pluošto išplėtikliu. Dažnai modeliuojant pluoštų sklidimą atsižvelgiama tik į simetrinę jų sklidimo dinamiką, skaičiuojama kiek sumažintas ar padidintas pluoštas. Tokiu atveju laikoma, kad visi optiniai elementai yra ant optinės ašies, o pluošto kritimo kampas visada yra 0°. Žinoma, tokia sistema nėra reali. Veidrodžiai turi būti nukreipti vienas į kitą, o pluoštas į juos kris kampu. Dėl šios priežasties skirtingose plokštumose veidrodžio paviršiaus atžvilgiu efektyvusis veidrodžio kreivumo spindulys skirsis, taigi, pluošto fokusavimo ar išplėtimo dinamika skirsis priklausomai nuo ašies.



15 pav. Nagrinėjamos optinės sistemos schema.

Norime rasti optimalią sistemos konfigūraciją, kurioje sistemos įnešamo astigmatizmo laipsnis būtų mažiausias. Kad tai pasiektume, antrąjį veidrodį turime orientuoti tokiu kampu, kad kompensuotumėme pirmojo veidrodžio įneštą astigmatizmą. Šis uždavinys nėra trivialus. Priklausomai nuo atstumo tarp veidrodžiu, jų kreivumo, bei darbo lauko lankstumo ir galimybių nebūtinai galėsime veidrodžius orientuoti mažais kampais ( $2^{\circ}$ ), kur įnešamas astigmatizmas dar yra nedidelis. Dėl to sukūrėme algoritmą, leidžiantį iš karto nagrinėti visas sistemos konfigūracijas. Iš trimatės pluošto sklidimo matricos atgaminame du pjūvius, įvertiname pluošto spindulių (pusašių elipsinio pluošto atveju)  $W_x$  ir  $W_y$  santykį kiekviename pjūvyje. Gavę šiuos parametrus, apskaičiuojame skirtumą tarp jų. Taip žinosime, kiek stipriai keičiasi pluoštas skirtingose ašyse ties tuo pačiu mažu žingsniu ant optinės ašies. Stigmatinio Gauso pluošto atveju šis parametras bus lygus 0, didėjant pluošto elipsiškumui (dėl sistemos įnešamo astigmatizmo) šio parametro vertė didės. Astigmatizmo įvertį gauname su visomis sistemos konfigūracijomis, keisdami  $\theta_1$  ir  $\theta_2$  - veidrodžių kampus ir juos, kartu su intensyvumo kitimo parametrais išsaugodami penkiamačiame masyve.



16 pav. Pluošto vienodo intensyvumo elipsė.

Astigmatizmo laipsnį įvertiname nagrinėdami, kaip greitai kinta vienodo intensyvumo elipsoidas, pluoštui sklindant už optinės sistemos. Priklausomai nuo sistemos įnešto astigmatizmo greičiau ar lėčiau keisis pluošto matmenys x ir y ašyse. Stigmatiniam Gauso pluoštui šie matmenys visada keisis vienodai - jų santykis išliks tas pats. Išvesime parametrą, nusakantį astigmatizmo laipsnį:

Santykį tarp  $W_x$  ir  $W_y$  pasižymėkime  $\sigma$ . Šį dydį apskaičiuosime su skirtingais veidrodžių orientacijos kampais  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  ir prie skirtingų atstumų ant optinės ašies z.

$$\sigma(\theta_1, \theta_2, z) = \frac{W_x(\theta_1, \theta_2, z)}{W_x(\theta_1, \theta_2, z)}$$
(26)

Randame  $\sigma_{min}$  ir  $\sigma_{max}$ . Kadangi žingsnių skaičius ant optinės ašies yra išlaikomas, šie dydžiai skirsis priklausomai nuo pluošto astigmatizmo. Stigmatinio Gauso pluošto atveju tiek minimali, tiek maksimali vertė visada bus 1.

Astigmatizmo laipsnį apibrėžiame kaip skirtumą tarp  $\sigma_{max}$  ir  $\sigma_{min}$ . Stigmatinio Gauso pluošto atveju šis parametras bus lygus 0 ir didės priklausomai nuo pluošto astigmatizmo - elipsiškumo skirtingose ašyse.

$$A.L. = \sigma_{max} - \sigma_{min} \tag{27}$$

Šio dydžio absoliutinė vertė priklauso nuo optinės sistemos parametrų, pradinio pluošto diametro bei bangos ilgio. Gerai kolimuojančiame teleskope šis dydis gali būti  $10^{-3}$ ,  $10^{-4}$  eilės, kai  $\theta_1$  ir  $\theta_2 < 10^{\circ}$ . Jei teleskopas yra išderintas, elipsiškumas ir astigmatizmo laipsnis gali būti didesnis. Siekiame įvertinti sritį kampų erdvėje, kur astigmatizmas yra mažiausias, dėl to dydį visada normuojame į 1. Taip matome, kuri sistemos konfigūracija yra optimaliausia su pasirinktais parametrais.

Atvaizdavę visų sistemos konfigūracijų parametrų erdvę, matome, koks kampas yra optimaliausias kiekvienu atveju. Kiekvienas taškas šioje parametrų erdvėje atitinka specifinio didinimo/mažinimo teleskopą su tam tikra veidrodžių orientacija bei atstumu tarp jų.



17 pav. Sistemų konfigūracijų erdvė.  $\theta_1$  ir  $\theta_2$  (laipsniais) - kritimo kampai į pirmąjį ir antrąjį teleskopo veidrodžius.

Keisdami veidrodžių kreivumo spindulius, keičiame teleskopo didinimą (mažinimą). Pastebėjome, kad ties skirtingais didinimais optimalus kampų santykis kinta. 18 pav. pateiktas astigmatizmo laipsnio kampų erdvėje įvertinimas esant skirtingiems teleskopo didinimams (M).



**18e pav.** M = 5.

**18f pav.** M = 6.

### 3.4. Teleskopo astigmatizmo kompensavimas

Darbo metu, literatūroje buvo rasta antrojo teleskopo veidrodžio optimalaus kampo apskaičiavimo išraiška, išvesta taikant mažųjų kampų aproksimaciją ABCD dėsnyje. [21] Kampą  $\theta_2$  galime apskaičiuoti žinodami veidrodžių židinio nuotolius, atstumą tarp jų bei pirmojo veidrodžio kampą.

$$\theta_2 = \sqrt{-\frac{f_2}{f_1}} \frac{\theta_1}{\left|1 - \frac{d}{f_1}\right|} \tag{28}$$

Gauti modeliavimo rezultatai patvirtina šią išraišką bei išplečia žinias apie astigmatizmo kompensavimą, kai kampai nėra optimalūs. Veidrodžių orientacijos optimalių kampų santykį užregistravę su skirtingomis teleskopo veidrodžių kreivumo vertėmis gauname minimalaus astigmatizmo laipsnio sistemų parametrų priklausomybę nuo pirmojo veidrodžio kreivumo (teleskopo didinimo). Žemiau pavaizduotame grafike matome, kad išmatuotas optimalus kampų santykis atitinka teoriją.



**19 pav.** Optimalaus kampų santykio priklausomybė nuo teleskopo pirmojo veidrodžio kreivumo spindulio, metrais.

### 3.5. Plokščiųjų pluoštų astigmatizmo kompensavimas

Siekiant įvertinti plokščiojo pluošto astigmatizmo kompensavimą veidrodiniu teleskopu pluošto diametro iš kompleksinio kreivumo tenzoriaus atgaminti neišeina, nes pluoštas yra kelių skirtingų Gauso modų superpozicijos pasekmė. Šiuo atveju turime tam tikru atstumu z nuo optinės sistemos atlikti intensyvumo skirstinio pjūvius x ir y ašyse. Pagal šiuos duomenis skaitmeniškai išmatuojame pluošto diametrą. Šiam procesui reikalinga gerokai didesnė skersinė ir ašinė skyra, apskaičiavimas lėtesnis. Taip pat pastebime, kad paklaidos šiek tiek didesnės, o optimaliųjų kampų sritis nėra taip gerai išreikšta. Visgi iš rezultatų matyti, kad plokščiojo pluošto astigmatizmą galima kompensuoti taip pat, kaip fundamentaliosios Gauso modos pluošto. Optimalūs kampai nepriklauso nuo pluošto eilės N. Kiek mums žinoma, duomenų apie plokščiųjų pluoštų astigmatizmo kompensavimą teleskopu duomenų nebuvo. Tai ypatingai svarbu atvaizduojant šiuos pluoštus optinėse sistemose.



## 4 Pagrindiniai rezultatai ir išvados

- Sukurtas programinių įrankių paketas, kuriuo galima didele raiška ir greitai įvertinti stigmatinių ir astigmatinių pluoštų sklidimo laisvąja erdve ir optinėmis sistemomis ypatybes. Algoritmas taip pat leidžia modeliuoti ne tik Gauso, bet ir suplokštintosios viršūnės pluoštų sklidimą.
- 2. Modeliuojant skirtingas veidrodinio teleskopo konfigūracijas buvo rasti optimalūs parametrai astigmatizmo kompensavimui. Šiame darbe atliktame skaitmeniniame eksperimente galima matyti visą parametrų erdvę ir įvertinti, kaip greitai ir ties kokiais kampais pluošto astigmatizmas artėja prie minimumo.
- 3. Nagrinėjant plokščiųjų pluoštų astigmatizmą nerasta skirtumų tarp  $TEM_{00}$  modos ir įvairių eilių plokščiųjų pluoštų astigmatizmo kompensavimo. Kiek yra žinoma, plokščiųjų pluoštų astigmatizmo kompensavimo įvertinimas atliktas pirmą kartą.

### Literatūros sąrašas

- [1] G. Valiulis and A.P. Stabinis. *Ultratrumpųjų šviesos impulsų netiesinė optika*. Vilniaus Universitetas, 2008.
- [2] M. Csele. Fundamentals of Light Sources and Lasers. Wiley Interscience, 2004.
- [3] B.E.A. Saleh and M.C. Teich. Fundamentals of Photonics. Wiley Interscience, 1991.
- [4] A. E. Siegman. *Lasers*. University Science Books, 1986.
- [5] A. Yariv. Quantum Electronics. Wiley, 1987.
- [6] J. Alda. Laser and gaussian beam propagation and transformation. 2003.
- [7] J. Alda L. Qiang, W. Shaomin and E. Bernabeu. Transformation of nonsymmetric gaussian beam into symmetric one by means of tensor abcd law. *Optik*, 85:67–72, 1990.
- [8] S. Wang J. Alda and E. Bernabeu. Analytical expression for the complex radius of curvature tensor q for generalized gaussian beams. *Opt. Commun.*, 80(5):350 352, 1991.
- [9] C. Yangjian and L. Qiang. Decentered elliptical gaussian beam. Appl. Opt., 41(21):4336– 4340, 2002.
- [10] C. Yangjian and Z. Lei. Propagation of a decentered elliptical gaussian beam through apertured aligned and misaligned paraxial optical systems. *Appl. Opt.*, 45(22):5758–5766, 2006.
- [11] J.A. Arnaud. Vi hamiltonian theory of beam mode propagation. volume 11 of *Progress in Optics*, pages 247 304. Elsevier, 1973.
- [12] J. A. Arnaud and H. Kogelnik. Gaussian light beams with general astigmatism. Appl. Opt., 8(8):1687–1693, 1969.
- [13] D. Schmelzer M. Tröbs E. Kochkina, G. Wanner and Gerhard Heinzel. Modeling of the general astigmatic gaussian beam and its propagation through 3d optical systems. *Appl. Opt.*, 52(24):6030–6040, 2013.
- [14] M.J. Piotrowicz K. Gillen-Christandl, G.D Gillen and M. Saffman. Comparison of gaussian and super gaussian laser beams for addressing atomic qubits. *Appl. Phys. B*, 122(5):131, 2016.
- [15] S.A. Collins. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics. J. Opt. Soc. Am., 60(9):1168–1177, 1970.

- [16] F. Gori. Flattened gaussian beams. Opt. Commun., 107(5):335 341, 1994.
- [17] F. Gori A. M. Pacileo V. Bagini, R. Borghi and M. Santarsiero. Propagation of axially symmetric flattened gaussian beams. J. Opt. Soc. Am., 1996.
- [18] Yangjian Cai, Xiang Lü, Halil T. Eyyuboğlu, and Yahya Baykal. Paraxial propagation of a partially coherent flattened gaussian beam through apertured abcd optical systems. *Optics Communications*, 281(12):3221 – 3229, 2008.
- [19] L. Xiang and C. Yangjian. Analytical formulas for a circular or non-circular flat-topped beam propagating through an apertured paraxial optical system. Optics Communications, 269(1):39 – 46, 2007.
- [20] C. Yangjian and L. Qiang. Light beams with elliptical flat-topped profiles. J. of Opt. A: Pure and Applied Optics, 6(4):390–395, 2004.
- [21] P. Hello and C.N. Man. Design of a low-loss off-axis beam expander. Appl. Opt., 35(15):2534–2536, 1996.

#### Santrauka

Analitinės išraiškos yra patogios tuo, kad joms apskaičiuoti reikia gerokai mažesnių kompiuterinių resursų. Šiomis išraiškomis paremti algoritmai yra lengvai paralelizuojami. Dėl šių priežasčių analitinio kompiuterinio modeliavimo metu galima pakankamai greitai apskaičiuoti daug skirtingų sistemų konfigūracijų vienu metu, atvaizduoti lazerio pluošto sklidimą didele raiška.

Šiame darbe apžvelgiama analitiniam lazerinių pluoštų modeliavimui svarbi teorija - banginė lygtis, Gauso pluoštai, analitinės elektrinio lauko išraiškos. Nagrinėsime tenzorinį elektrinio lauko aprašymą. Tai bus svarbu elipsinių Gauso pluoštų modeliavimui bei atvaizdavimui, jų sklidimo aprašymui, taip pat suplokštintosios viršūnės Gauso pluoštų analizei. Bus pristatyti modeliai, gauti naudojant sukurtą programų paketą. Bus aptariami nauji rezultatai, gauti modeliuojant visą realią sistemą, siekiant kompensuoti teleskopo, sudaryto iš dviejų veidrodžių, pasuktų kampu, įnešamą astigmatizmą.

Darbo metu sukurtas programinių įrankių paketas leidžia greitai didele raiška atvaizduoti ir įvertinti pluošto sklidimą. Modeliuojant daug sistemų konfigūracijų ir dominančius parametrus atvaizduojant trimatėje erdvėje gauti  $TEM_{00}$  modos Gauso ir plokščiųjų pluoštų astigmatizmo įverčiai sutinka su teorija bei praplečia literatūroje pateiktas empirines astigmatizmo įvertinimo galimybes. Pastebėta, kad plokštiesiems pluoštams galima taikyti tą pačią metodiką kaip ir paprastiems Gauso pluoštams. Tai svarbu, nes plokščiuosius pluoštus dažnai tenka atvaizduoti teleskopais, sudarytais iš veidrodžių, ar 4F sistemomis dėl to, kad jie nėra laisvosios erdvės modos ir jų intensyvumo skirstinio geometrija keičiasi sklidimo metu.

#### Summary

Analytical expressions are convenient because their numerical calculations demand considerably lower computing resources. The algorithms based on these expressions are highly adaptable for parallel computing. For these reasons analytical computed modeling can be used to evaluate a number of different systems at once. Laser beam propagation can also be visualized in high definition.

In this thesis theory essential to analytical modeling of LASER beams will be introduced namely, Wave equation, Gaussian beams, analytical expressions for Electric field. Calculations will be based on tensor method for describing the Electric field distribution. This will be important in modeling and visualizing of elliptical Gaussian beams, calculating their propagation as well as analysis of Flattened Gaussian Beams. Models acquired using the software package created will be introduced. New results from modeling a real entire optical system will be discussed. Modeling was done with the goal to compensate astigmatism introduced by a reflective beam expander.

Computational toolkit developed during this Masters project allows the user to evaluate and visualize beam propagation. While evaluating a number of different systems at once and plotting the parameters of interest in 3D space the astigmatism values obtained for  $TEM_{00}$  mode Gaussian and Flattened Gaussian beams agree with the theory and expand upon the empirical methods of evaluating astigmatism. It has been noticed, that astigmatism can be compensated for Flattened Gaussian beams in the same manner as for the fundamental Gaussian beams. This is important, because Flattened Beams need to be channeled using reflective telescopes or 4F systems as they are not modes of free space and their intensity distribution changes shape under free space propagation.