VILNIAUS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS

Magistro darbas

Svertinių rodiklių agregavimo lygmens parinkimas

Choice of the sectoral aggregation level

Julija Kačkina

VILNIUS 2008

MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
EKONOMETRINĖS ANALIZĖS KATEDRA

Darbo vadovas **................*doc. Virmantas Kvedaras*........................** ____________
(Vadovo pareigos, vardas, pavardė) **(parašas)**

Darbas apgintas __**2008 m. birželio mėn. 5-6 d.**______
Gynimo posėdžio protokolo Nr. _______________
Darbas įvertintas ______________________________

Registravimo Nr. _______________
2008-05-25 __________________

TURINYS

ANOTACIJA / REZIUMĖ

Šiame darbe aš apibendrinau informaciją apie pasirinkimo tarp tiesinio prognozavimo mikro ir makro-modelių problemą. Agregavimas suprantamas kaip sektorinis agregavomas, o modeliai yra iš vienmatės tiesinės regresijos klasės. Aš išvedžiau kriterijų pasirinkimui tarp makro ir mikro-modelių ir idealaus agregavimo testą tiesinio agregavimo su fiksuotais ir atsitiktiniais svoriais atvejais. Paskutiniu atveju idealų agregavimą rekomenduoju tikrinti permutaciniu testu.

Rezultatai iliustruoju ekonominiu pavyzdžiu. Modeliuoju Lietuvos vidutinį darbo užmokestį agreguotu modeliu ir atskirose ekonominės veiklos sektoriuose. Analizės rezultatas parodo, kad modeliai yra ekvivalentūs.

Аннотация

В этой работе обобщена информация о проблеме выбора между микро и макро-моделью линейного прогнозирования. Агрегация происходит, суммируя переменные в пространстве. Подробно оговорены скорректированный Грунфельд-Грилихес критерий прогнозирования для выбора между агрегированным и дизагрегированным уравнениями регрессии и непосредственный тест идеальной агрегации. Критерий и тест распространены на случай линейной агрегации с детерминированными весами. Обсуждается возможность моделировать веса. В этом случае выбор модели зависит также от возможности точно оценить вес. Распределение статистики теста идеальной агрегации становится нетривиальным, обсуждается польза задействования пермутационного теста.

В заключение представлена практическая иллюстрация использования скорректированного критерия Грунфельд-Грилихес для прогнозирования средней заработной платы в Литве. Заработная плата на макро-уровне моделируется используя расширенную кривую Филипса. Дизагрегированная заработная плата моделируется, решая задачу оптимизации производителя, по секторам экономической деятельности. Используются данные с первой четверти 2000 года до четвертой четверти 2007 года, публикуемые Департаментом Статистики Литвы.

ĮVADAS

Priklausomai nuo daromų prielaidų ir hipotezių ekonometinėje literatūroje agregavimo problema analizuojama trim skirtingais teoriniais aspektais:

1. deterministinis,
2. statistinis,
3. prognozavimo aspektas.

Juos išskyrė Pesaran (2003).

Deterministiniu aspektu, tiriama ar egzistuoja agregavimo funkcija identiška individualiai funkcijai, t.y. kokioms sąlygoms esant parametras įvertintas makro-modeliu sutampa su mikro-parametru. Problema: agreguotos lygties parametras būna paslinktas dėl agreguotų duomenų panaudojimo. Kaip pavyzdys galėtų būti agreguota žemės ūkio produkcijos funkcija išgarinėta Salois (2006), kuri praranda savo savybes ir sunkiai interpretuojama agreguotame modelyje. Autorius parodo, kad agreguotų duomenų šiuo atveju naudoti negalima. Arba atsitinka atvirkščiai, kai kintamieji susiję su institucijom veikiančiom nacionaliniu lygmeniu, agreguotas modelis laibiau tinka. Smulkiau atvejai išnagrinėti Nijkamp, Rietveld ir Rima straipsnyje.

Alternatyviai statistiniu aspektu nagrinėjama ar yra ryšis tarp makro ir mikro-modelio specifikacijų, t.y. ar agregavimo funkcija gali būti traktuojama kaip bendras mikro-kintamųjų ir parametrų tikimybinis skirstinys.

Dažniau yra nagrinėjamas Pesarano pasiūlytas prognozavimo aspektas. Užsibrėžiama optimaliai prognozuoti agreguotą kintamąjį turint agreguotą informaciją. Optimalumas suprantamas vidutinės kvadratinės paklaidos minimizavimo prasme.

Kita svarbi sritis skirta empiriniui priėjimui, kuris kelia modelio parinkimo problemą: modelio specifikavimas gali būti atliktas makro arba mikro-lygmenyje, o paskui agreguotas. Būtent šitą metodą narinėsime detaliau.

Jei mikro-duomenys yra dažnai klaidingi palyginus su makro-duomenimis ir mikro-modelis nėra korektiškai specifikuotas, geriau naudoti makro-modelį agreguoto rodiklio prognozavimui. Priešingai, jei mikro-modelis gerai specifikuotas, geriau panaudoti būtent jį.

Pirmi šią agregavimo problemą iškėlė Grunfeld ir Griliches 1960 metais ir suformavo prognozavimo kriterijų (GG) paremtą modelių R^2 palyginimu. 1989 metais Pesaran, Pierce ir Kumar modifikavo GG kriterijų taip, kad jis pagautų vienalaikę koreliaciją tarp mikro-lygčių. Taip pat jie išvystė idealaus agregavimo hipotezės testavimo mechanizmą, atsisakydami Zellerio (1962) naudojamos prielaidos, kad mikro-lygčių koeficientai yra tie patys. Išvystyta metodologija buvo plačiai naudojama tyrimuose, kurių tikslai buvo įvairūs, pvz., palyginti Eurozonos makro-kintamojo prognozę su atskirų šalių atitinkamo kintamojo agregatu. Taip pat GG kriterijus buvo panaudotas Fujiki (2005) straipsnyje pinigų paklausos funkcijai vertinti Japonijoje ir leido išaiškinti nesusipratimą, iškilusį dėl agreguoto ir deagreguoto modelių prieštaringų rezultatų. Tokių rezultatų priežastis yra heterogeniškumo mikro-kintamuosiuose ignoravimas.

Kitas autorius Giacomo Sbrana savo straipsnyje panaudojo Vuong testą modelių ekvivalentiškumui tikrinti. Testo galią matavo naudodamas Monte Carlo simuliacijas. Taip pat specifikavo modelį daugiamačiams makro-kintamiesiems.

Kaip matome, tema nėra nauja, bet nagrinėjama ir aktuali. Mano **darbo tikslas** yra pateikti pasirinkimo kriterijų tarp mikro ir makro-modelio tiesinio agregavimo su deterministiniais ir atsitiktiniais svoriais atvejais, kai makro-modelis specifikuotas kaip vienmatė tiesinė regresija, o mikro-modelis atskirų vienmačių tiesinių regresiju visuma. Pasirinkimo kriterijus tikrina ne tik, kuris modelis yra tikslesnis, bet ir atsako į klausimą, ar mikro-modelis yra korektiškai apibrėžtas. Taikysime apibendrintą GG kriterijų. Modelių prognozių ekvivalentiškumui tikrinti pasiūlau idealaus agregavimo testą, kurį apibrėžiame parametriniu ir neparametriniu būdu.

Taigi, turime sekančius **uždavinius**:

- apžvelgti sektorinio agregavimo literatūrą prognozės tikslumo aspektu,
- pateikti modelio parinkimo kriterijų apibendrinus tiesinį agregavimą su fiksuotais svoriais iki agregavimo su stebimais kintančiais laike svoriais,
- praplėsti kriterijų tiesinio agregavimo su atsitiktiniais svoriais atvejui,
- pritaikyti išvystytą teoriją Lietuvos darbo užmokesčio modeliui parinkti.

Darbą atlikime tokiais **etapais**:

- suformuluokime pagrindines sąvokas ir lygtis, apibrėžkime problemą, modelio parinkimo kriterijų išvedimą pademonstruokime tiesinio agregavimo su vienetiniais svoriais atveju ir pateikime idealaus agregavimo testą (skyrius 1 – literaturos apžvalga),
- modelio parinkimo kriterijų ir idealaus agregavimo testą išveskime tiesinio agregavimo su kintančiais svoriais atveju ,taikydami skirtingas prielaidas apie svorių prigimtį (skyriai 2-3 – mano indelis į modelio parinkimo problemos sprendimą),
- padarytą tyrimą iliustruokime ekonominiu pavyzdžiu (skyrius 4).

1. TIESINIS AGREGAVIMAS SU VIENETINIAIS SVORIAIS

1.1 Modelio lygčių aprašymas. Problemos formulavimas

Norėdami apibrėžti nagrinėjamą problemą konkrečiu pavyzdžiu, tarkime, kad mūsų uždavinys yra prognozuoti šalies bendrą vidaus produktą (BVP). Turime dvi galimybes:

- modeliuoti BVP viena makro-lygtimi,
- prognozuoti BVP atskiruose ekonomikos sektoriuose, o paskui susumuoti prognozes.

Suteikime nagrinėjamai problemai ekonometrinį pavidalą.

Tarkime, stebime n kartų m mikro-vienetų:

$\{y_{it}$, i = 1, 2, …, m; t = 1, 2, …, n$\}$

generuotų proceso

$$y_{it} = \sum_{j=1}^{k} \beta_{ij} x_{i,jt} + u_{it} , \qquad (i = 1, 2, \ldots, m;\ t = 1, 2, \ldots, n)$$

su klasikinėm paklaidom; β_{ij} – laisvas parametras.

Arba matriciniu pavidalu užrašykime taip:

$$H_d : \underset{n\times 1}{\mathbf{y}_i} = \underset{n\times k}{\mathbf{X}_i}\, \underset{k\times 1}{\boldsymbol{\beta}_i} + \underset{n\times 1}{\mathbf{u}_i} , \qquad (i = 1, 2, \ldots, m)$$

kur $\mathbf{u}_i$ – nepriklausomos vienodai pasiskirsčiusios,

E $\mathbf{u}_i = 0$,

E $\mathbf{X}_i\, \mathbf{u}_i = 0$,

E $\mathbf{u}_i\, \mathbf{u}`_i = \sigma_{ii}\, \mathbf{I}_n$,

E $\mathbf{u}`_i \mathbf{u}_j = \sigma_{ij}$,

i, j = 1, 2, …, m.

Agregavimo problema iškyla, kai esame suinteresuoti makro-kintamojo $\mathbf{y}_a = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{y}_i$ elgesiu, kurį galime apibrėžti taip pat ir makro-modeliu:

$$H_a : \underset{n\times 1}{\mathbf{y}_a} = \underset{n\times k}{\mathbf{X}_a}\, \underset{k\times 1}{\mathbf{b}} + \underset{n\times 1}{\mathbf{v}_a} ,$$

kur $\mathbf{X}_a = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{X}_i$,

E $\boldsymbol{\upsilon}_a = 0$,

E $\mathbf{X}_a \boldsymbol{\upsilon}_a = 0$,

E $\boldsymbol{\upsilon}_a \boldsymbol{\upsilon}`_a = \sigma_a^2 \mathbf{I}_n$.

Taigi turime du to paties kintamojo prognozes $\hat{\mathbf{y}}_a$ ir $\sum_{i=1}^{m} \hat{\mathbf{y}}_i$. Kyla natūralus klausimas, ar mes išlošiam deagreguodami, ar gauname tikslesnę prognozę? Šis klausimas yra iškeltas Pesarano, Pierse ir Kumaro, straipsnyje (1989) atvejui $\mathbf{y}_a = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{y}_i$.

Tariama, kad geresnio modelio negu H_d negalima turėti, nes jis panaudoja visą prieinamą informaciją. Bet ar mes sugebam korektiškai įvertinti mikro-lygtis? Mikro-duomenys dažnai yra netikslūs. Tam patikrinti Grunfeld ir Griliches (1960) pasiūlė kriterijų ir testą, o vėliau Pesaran su kolegomis patobulino metodologiją.

Modelio pasirinkimo procedūra susideda iš dviejų dalių:

- tikrinama, kuris modelis turi mažesnes liekanas – tikslumo kriterijus,
- jei mikro-modelis gerai specifikuotas, tikriname, ar modelių prognozės statistiškai skiriasi – idealaus agregavimo testas.

1.2. Tikslumo kriterijus pasirinkimui tarp makro ir mikro-modelio

Šiame poskyryje pademonstruokime, kaip Grungeld ir Griliches, o vėliau Pesaran, Pierse ir Kumar išvedė pasirinkimo tarp makro ir mikro-modelių kriterijų.

Pirmi kriterijų, pagal kurį renkamės modelį, suformulavo Grunfeld ir Griliches (1960). Jis skamba paprastai: „rinkis mažiau klystantį modelį.“

Arba tiksliau, tikrinam ar vudutiniškai $\mathbf{y}_a$ prognozė yra ne geresnė prognoziuojant iš H_a nei prognoziuojant iš H_d:

$$E_d(\mathbf{e}_d`\mathbf{e}_d) \leq E_d(\mathbf{e}_a`\mathbf{e}_a),$$

kur $E_d(\cdot)$ yra vidurkis esant teisingai hipotezei H_d.

$\mathbf{e}_d$ – liekana vertinant $\mathbf{y}_a$ mikro-modelio mažiausių kvadratų (OLS) įverčiu, kai H_d yra teisinga($= \sum_{i=1}^{m} \hat{\mathbf{u}}_i$).

$\mathbf{e}_a$ – liekana vertinant $\mathbf{y}_a$ makro-modelio OLS įverčiu, kai H_a yra teisinga ($= \hat{\mathbf{v}}_a$).

Šis kriterijus buvo pavadintas autorių vardu, trumpai GG prognozės parinkimo kriterijus.

Pesaran parodė, kad $\mathbf{e}_d$ nėra efektyvus paklaidos $\mathbf{u}_d = \mathbf{y}_a - \sum_{i=1}^{m} \mathbf{X}_i \boldsymbol{\beta}_i$ įvertis, kai mikro-paklaidos yra vienalaikiškai koreliuotos, arba kai $\mathbf{X}$ nėra $\mathbf{X}_a$ tiesinė funkcija. Mažose imtyse tai reiškia, kad $E_d(\mathbf{e}_d`\mathbf{e}_d) \leq E_d(\mathbf{e}_a`\mathbf{e}_a)$ gali negalioti, net, kai H_d.yra teisinga, dėl vienalaikių paklaidų koreliacijų. Tai paskatino ieškoti geresnio modifikuoto kriterijaus ir jis buvo išvestas.

1.2.1. Apibendrintas tikslumo kriterijus pasirinkimui tarp mikro ir makro-modelių

Šiame skyrelyje pateikime Pesarano, Pierse ir Kumaro pasiūlytą apibendrintą GG kriterijų, kuris nesukenčia nuo mažos imties problemos.

Pirmiausiai atsisakykime gana stiprios prielaidos, kad kiekvienoje mikro-lygtyje naudojamas toks pat tokių pat kintamųjų kiekis. Praplėskime ekonometrinį modelį, leisdami mikro-lygtis specifikuoti skirtingai, t.y. $\mathbf{X}_a = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{X}_i$ nebegalioja. Tokiu būdu geriau paaiškinsim mus dominantį makro-kintamąjį.

$$\tilde{H}_d : \underset{n\times 1}{\mathbf{y}_i} = \underset{n\times k_i}{\mathbf{X}_i}\, \underset{k_i\times 1}{\boldsymbol{\beta}_i} + \underset{n\times 1}{\mathbf{u}_i}, \qquad (\text{i} = 1, 2, \ldots, \text{m})$$

$$\tilde{H}_a : \underset{n\times 1}{\mathbf{y}_a} = \underset{n\times k_a}{\mathbf{X}_a}\, \underset{k_a\times 1}{\mathbf{b}} + \underset{n\times 1}{\boldsymbol{\nu}_a}$$

Pataisytas kriterijus skamba taip: renkamės $\tilde{H}_d$, jei

$$E\left(s_d^2\right) \le E\left(s_a^2\right),$$

priešingu atveju renkamės $\tilde{H}_a$, kur

$$s_a^2 = \frac{\mathbf{e}_a'\mathbf{e}_a}{n - k_a}$$

yra makro-modelio paklaidų dispersijos įvertis. Tai „klasikinis“ nepaslinktas paklaidų dispersijos įvertis. Jį paliekam be komentarų ir išveskime nepaslinktą paklaidų vertinant y_a mikro-modeliu dispersijos $\sigma_a^2 = Var\left(\sum_{i=1}^{m} \mathbf{u}_i\right)$ įvertį s_d^2.

Teiginys 1.

Nepaslinktas paklaidos vertinant y_a mikro-modelio dispersijos $\sigma_a^2 = Var\left(\sum_{i=1}^{m} \mathbf{u}_i\right)$ įvertis lygus

$$s_d^2 = \sum_{i,j=1}^{m} \hat{\sigma}_{ij},$$

kur

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{\mathbf{e}_i\mathbf{e}_j}{n - k_i - k_j + tr\left(\mathbf{A}_i\mathbf{A}_j\right)}, \qquad \text{i, j} = 1, 2, \ldots, \text{m}.$$

Įrodymas:

Atkreipkime dėmesį, kad $\mathbf{e}_d = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{e}_i$, todėl $Var(\mathbf{e}_d) = \sum_{i,j=1}^{m} E(\mathbf{e}_i' \mathbf{e}_j)$.

Pirmiausia įveskime naudingus pažymėjimus . Apibrėžkime matricas:

$\mathbf{A}_i = \mathbf{X}_i (\mathbf{X}_i' \mathbf{X}_i)^{-1} \mathbf{X}_i'$,

$\mathbf{M}_i = \mathbf{I}_n - \mathbf{A}_i$, i = 1, 2, …, m

kurios yra simetriškos ir idempotenčiosios. Dar galioja tokie sąryšiai:

$\mathbf{A}_i \mathbf{X}_i = \mathbf{X}_i$, $\mathbf{M}_i \mathbf{X}_i = \mathbf{0}$, i = 1, 2, …, m.

Pasinaudokime OLS įverčio apibrėžimu:

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{y}_i - \mathbf{X}_i \hat{\boldsymbol{\beta}}_i = \mathbf{y}_i - \mathbf{X}_i (\mathbf{X}_i' \mathbf{X}_i)^{-1} \mathbf{X}_i' \mathbf{y}_i = (\mathbf{I}_n - \mathbf{A}_i) \mathbf{y}_i = \mathbf{M}_i \mathbf{y}_i, \text{ i = 1, 2, …, m.}$$

Tada liekanų $\mathbf{e}_i$ ir $\mathbf{e}_j$ kovariacijų matrica lygi:

$$E(\mathbf{e}_i \mathbf{e}_j') = E\left(\mathbf{M}_i \mathbf{y}_i (\mathbf{M}_j \mathbf{y}_j)'\right) = \mathbf{M}_i E(\mathbf{y}_i \mathbf{y}_j') \mathbf{M}_j = \sigma_{ij} \mathbf{M}_i \mathbf{M}_j .$$

Pasinaudokime matricos pėdsako savybėm ir lygybe $tr(\mathbf{A}_i) = k_i$, i, j = 1, 2, …, m.

Tada liekanų $\mathbf{e}_i$ ir $\mathbf{e}_j$ kovariacija lygi

$$E(\mathbf{e}'_i \mathbf{e}_j) = tr(E(\mathbf{e}_i \mathbf{e}_j')) = \sigma_{ij} tr(\mathbf{M}_i \mathbf{M}_j) = \sigma_{ij} tr((\mathbf{I} - \mathbf{A}_i)(\mathbf{I} - \mathbf{A}_j)) = \sigma_{ij} tr(\mathbf{I} - \mathbf{A}_i - \mathbf{A}_j + \mathbf{A}_i \mathbf{A}_j) =$$
$$= \sigma_{ij} (n - k_i - k_j + tr(\mathbf{A}_i \mathbf{A}_j).$$

Iš čia

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{\mathbf{e}_i \mathbf{e}_j}{n - k_i - k_j + tr(\mathbf{A}_i \mathbf{A}_j)}, \qquad \text{i, j = 1, 2, …, m.}$$

O mikro-modelio paklaidos dispersijos įvertis yra toks:

$$s_d^2 = \sum_{i,j=1}^{m} \hat{\sigma}_{ij}$$

ir jis reprezentuoja nepaslinktą ir suderintą populiacijos paklaidų vertinant y_a mikro-modeliu dispersijos $\sigma_a^2 = Var\left(\sum_{i=1}^{m} \mathbf{u}_i\right)$ įvertį pagal konstrukciją.

▲

Dabar, esant teisingoms $\tilde{H}_d$ ir $\tilde{H}_a$, galioja:

$$E\left(s_d^2\right) - E\left(s_a^2\right) = -\frac{E\left(\boldsymbol{\xi}'\mathbf{M}_a\boldsymbol{\xi}\right)}{n-k_a} \le 0 ,$$

kur $\boldsymbol{\xi} = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{X}_i \boldsymbol{\beta}_i - \mathbf{X}_a \mathbf{b}$,

t. y., mikro-modelis yra vidutiniškai neblogesnis, nei makro-modelis. Situacijoje, kai gauname $s_a^2 < s_d^2$, mikro-modelis blogai specifikuotas.

Taigi, šiame poskyryje mes apibrėžėm modelio parinkimo kriterijų didelės imties ir mažosios atvejais, išvedėm tam reikalingus įverčius. Dabar mes galime ne tik palyginti dviejų prognozių „kokybę“, bet ir nustatyti, ar mikro-modelis yra korektiškai specifikuotas. Tačiau to dar nepakanka. Naudinga žinoti, ar modelių prognozės tarpusavyje statistikai skiriasi. Juk, jei modelių prognozės statistiškai nesiskiria, paprasčiau yra pasinaudoti tik viena makro-lygtimi.

1.3. Idealaus agregavimo testai

Tarkime mes atlikome skaičiavimus ir gavome, kad $s_d^2 < s_a^2$, bet gali atsitikti taip, kad prognozių skirtumas yra statistiškai nereikšmingas, t. y. dabar mūsų užduotis yra patikrinti ar $E(\xi' M_a \xi) = 0$. O gal egzistuoja tokie modeliai, kuriems $E(\xi' M_a \xi) = 0$ galioja visada esant teisingai H_d?

Taigi, tikriname hipotezę

$H_\xi : \xi = 0$.

Literatūroje pateikiami tiesioginis ir netiesioginiai tikrinimo būdai.

1.3.1. Netiesioginiai idealaus agregavimo testai

Iš pradžių buvo pasiūlyti netiesioginiai būdai idealaus agregavimo hipotezei tikrinti. Esant teisingai H_d Zellner (1962) tikrino mikrohomogeniškumo hipotezę:

$$H_\beta : \boldsymbol{\beta}_1 = \boldsymbol{\beta}_2 = \cdots = \boldsymbol{\beta}_m .$$

Kai galioja mikrohomogeniškumas, galioja ir $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{0}$.

Vėliau Klein, Wold ir kiti (1953) tikrino kompozicijos stabilumo hipotezę:

$$H_x : \mathbf{X}_i = \mathbf{X}_a \mathbf{C}_i , \qquad \text{i, = 1, 2, …, m,}$$

kur $\underset{k\times k}{\mathbf{C}_i}$: $\sum_{i=1}^{m} \mathbf{C}_i = \mathbf{I}_k$.

Ši hipotezė fiksuoja mikro-regresorių kompoziciją laike. Kai galioja H_x, $\mathbf{b}_a = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{C}_i \boldsymbol{\beta}_i$, tada galioja $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{0}$.

Ir galiausiai galima nagrinėti kombinuotą hipotezę:

$$H_{x\beta}:\mathbf{X}_i=\mathbf{X}_a\mathbf{C}_i \qquad \text{i = 1, 2, …, s < m,}$$
$$\boldsymbol{\beta}_{s+1}=\cdots=\boldsymbol{\beta}_m=\mathbf{b}_a$$

kur šiuo atveju $\mathbf{X}_a=\sum_{i=1}^{s}\mathbf{X}_i$, $\sum_{i=1}^{s}\mathbf{C}_i=\mathbf{I}_k$, $\mathbf{b}_a=\sum_{i=1}^{s}\mathbf{C}_i\boldsymbol{\beta}$.

Tai yra trys testai, kurie netiesiogiai tikrina $\boldsymbol{\xi}=\mathbf{0}$, esant teisingai H_d.

Pastebėkime, kad egzistuoja tokie modeliai, kuriems idealus agregavimas galioja pagal konstrukciją. Jei modeliai H_d ir H_a yra specifikuoti taip, kad galioja:

- mikrohomogeniškumas H_β , arba
- kompozicijos stabilumas H_x , arba
- galioja $H_{x\beta}$,

jiems automatiškai galios idealus agregavimas $\boldsymbol{\xi}=\mathbf{0}$. Tokio tipo mikro-modelių prognozavimo tikslais kurti neverta, nes jų specifikacijos pagal jų apibrėžimus neneša daugiau informacijos negu makro-modelis. Gauta abiejų modelių prognozė statistikai nesiskirs, skirsis įdėto darbo kiekis (keliolikos lygčių vertinimas vietoje vienos).

Išvardytos hipotezės, kaip jau minėjau, tikrina $\boldsymbol{\xi}=\mathbf{0}$ netiesiogiai, todėl jų atmetimas nebūtinai reiškia, kad $\boldsymbol{\xi}=\mathbf{0}$ negalioja. Be to, praplėstam modeliui $\tilde{H}_d$ tokių hipotezių taikyti negalima. Atsirado poreikis tikrinti $\boldsymbol{\xi}=\mathbf{0}$ tiesiogiai.

1.3.2. Tiesioginis idealaus agregavimo testas

Patikrinkime H_{ξ} tiesiogiai. $\boldsymbol{\xi} = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{X}_i \boldsymbol{\beta}_i - \mathbf{X}_a \mathbf{b}$ efektyvus įvertis yra $\hat{\boldsymbol{\xi}} = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{X}_i \hat{\boldsymbol{\beta}}_i - \mathbf{X}_a \hat{\mathbf{b}} = \mathbf{e}_a - \mathbf{e}_d$. Patogu jį perrašyti taip:

$$\hat{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{e}_a - \mathbf{e}_d = \sum_{i=1}^{m} (\mathbf{A}_i - \mathbf{A}_a) \mathbf{u}_i = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{H}_i \mathbf{u}_i \ .$$

Nagrinėkime 2 variantus:

- kai $\boldsymbol{\Sigma} = (\sigma_{ij})$ žinoma ir
- kai $\boldsymbol{\Sigma}$ įvertinta iš duomenų.

Kai $\mathbf{u}_i$ yra normaliai pasiskirstę ir Σ žinoma

$$\mathbf{u}_i \sim N(0, \sigma_{ii}), \qquad \text{i, = 1, 2, …, m,}$$

$\mathbf{H}_i\mathbf{u}_i$ yra normaliai pasiskirstę

$$\mathbf{H}_i \mathbf{u}_i \sim N(0, \sigma_{ii} \mathbf{H}_i \mathbf{H}_i), \qquad \text{i, = 1, 2, …, m.}$$

Apskaičiuokime $\hat{\boldsymbol{\xi}}$ skirstinį esant duotiems $\mathbf{X}_i$. $\hat{\boldsymbol{\xi}}$ kovariacijų matrica yra:

$$Cov(\hat{\boldsymbol{\xi}}) = Cov(\sum_{i=1}^{m} \mathbf{H}_i \mathbf{u}_i) = \sum_{i,j=1}^{m} \sigma_{ij} \mathbf{H}_i \mathbf{H}_j =: \mathbf{V} \ .$$

Tada esant duotiems $\mathbf{X}_i$, nepriklausomi $\hat{\boldsymbol{\xi}}$ pasiskirstys pagal normalų dėsnį.:

$$\hat{\boldsymbol{\xi}} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{V}).$$

Iš to išplaukia, kad esant $\tilde{H}_d$ ir H_{ξ}

$$\hat{\boldsymbol{\xi}}' \mathbf{V}^{-1} \hat{\boldsymbol{\xi}} \sim \chi_n^2,$$

kai $\mathbf{V}$ - nesinguliari matrica. Pesarano (1989) parodyta, kad taip yra, kai n ≤ k(m+1), t.y., kai m yra santykinai didelis palyginus su n/k. Šis teiginys galioja esant $\tilde{H}_d$.

Kai priešingai $\boldsymbol{\Sigma}$ nėra žinoma, galima rasti aproksimalų testo statistikos skirstinį keičiant σ_{ij} jos nepaslinktu įverčiu, kurį apskaičiavome anksčiau. Tada

$$\hat{\boldsymbol{\xi}}' \hat{\mathbf{V}}^{-1} \hat{\boldsymbol{\xi}} \sim \chi_n^2, \quad m \to \infty \ .$$

Čia išdėstytas metodas nėra vienintelis idealaus agregavimo hipotezei tikrinti. Sbrana straipsnyje [9] panaudojo tikėtinumo santykio testą vadinama Vuongo testu, kuris tikrina, ar modeliai yra ekvivalentūs. Jis taip pat Monte Carlo simuliacijų metodu patikrino testo galią esant skirtingoms imčių dydžiams.

Šiame poskyryje mes apžvelgėm literatūroje suformuluotas idealaus agregavimo tikrinimo metodikas, išskyrėm modelius, kuriems idealus agregavimas galioja automatiškai.

Dabar galime atsakyti į šio skyriaus pradžioje iškeltą klausimą, kaip prognozuoti BVP. Pirmiausia palyginame mikro ir makro-modelių paklaidų dispersijas pasinaudodami išvestais įverčiais, t.y. naudojame paklaidų dispersiją kaip modelio tikslumo matą. Jei gavome, kad mikro-modelio paklaidos dispersija didesnė, mikro-modelis blogai specifikuotas. Priešingu atveju prieš darydami išvadą vieno ar kito modelio naudai, turime įsitikinti, kad modelių prognozės reikšmingai skiriasi. Tam panaudojame idealaus agregavimo testą. Aš išskyriau mikro-modelius, kuriem idealus agregavimas automatiškai galioja. Tokių modelių specifikuoti neverta, jie nesutaupo darbo, o prognozė sutampa su makro-modelio prognoze.

2. TIESINIS AGREGAVIMAS SU DETERMINISTINIAIS SVORIAIS

Šiame skyriuje atsakykime į klausima, kaip parinkti modelį, kai užsibrėžta prognozuoti svertinį rodiklį, pvz., vidutinį šalies darbo užmokestį. Sektorių svorius nagrinėkime kaip kintančius laike stebimus dydžius $\mathbf{w}_i$, i = 1, 2, …, m. Išveskime tikslumo kriterijų ir idealaus agregavimo testą svertiniams rodikliams.

Nagrinėkime tokias pat hipotezes H_d ir H_a:

$$H_d : \underset{n\times 1}{\mathbf{y}_i} = \underset{n\times k}{\mathbf{X}_i}\,\underset{k\times 1}{\boldsymbol{\beta}_i} + \underset{n\times 1}{\mathbf{u}_i}, \qquad (i = 1, 2, \dots, m)$$

kur $\mathbf{u}_i$ – klasikinė paklaida (aprašyta aukščiau) pasižyminti vienalaike koreliacija tarp milro-lygčių.

$$H_a : \underset{n\times 1}{\mathbf{y}_a} = \underset{n\times k}{\mathbf{X}_a}\,\underset{k\times 1}{b} + \underset{n\times 1}{\nu_a},$$

kur $\mathbf{X}_a = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{w}_i \mathbf{X}_i$.

Agregavimo problema iškyla, kai esame suinteresuoti makro-kintamojo $\mathbf{y}_a = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{w}_i \mathbf{y}_i$ elgesiu,

kur diagonalinė stebimų svorių matrica $\underset{n\times n}{\mathbf{w}_i} = \begin{bmatrix} w_{i1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & w_{it} \end{bmatrix}$: $\sum_{i=1}^{m} \mathbf{w}_i = \mathbf{I}_n$.

2.1. Tikslumo kriterijus pasirinkimui tarp mikro ir makro-modelio

Kaip ir agregavimo su vienetiniais svoriais atveju lyginkime makro ir mikro-modelių paklaidų dispersijas. Tam reikia išvesti mikro-modelio nepaslinktą paklaidų dispersijos įvertį, nes makro-modelio dispersijos įvertis nekinta.

Pirmiausia atsisakykime prielaidos, kad kiekvienoje mikro-lygtyje naudojamas tas pat tokių pat kintamųjų kiekis: nebegalioja $\mathbf{X}_a = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{w}_i \mathbf{X}_i$. Praplėsdami ekonometrinį modelį geriau specifikuosime mikro-lygtis.

$$\tilde{H}_d : \underset{n\times 1}{\mathbf{y}_i} = \underset{n\times k_i}{\mathbf{X}_i}\, \underset{k_i\times 1}{\boldsymbol{\beta}_i} + \underset{n\times 1}{\mathbf{u}_i}, \qquad (i = 1, 2, \ldots, m)$$

$$\tilde{H}_a : \underset{n\times 1}{\mathbf{y}_a} = \underset{n\times k_a}{\mathbf{X}_a}\, \underset{k_a\times 1}{\mathbf{b}} + \underset{n\times 1}{\boldsymbol{\nu}_a}$$

Taikykime pataisytą suderinamumo kriterijų:

$$E\left(s_d^2\right) \le E\left(s_a^2\right),$$

kur dabar

$\mathbf{e}_d$ – liekana vertinant $\mathbf{y}_a$ mikro-modelio OLS įverčiu, kai $\tilde{H}_d$ galioja ($= \sum_{i=1}^{m} \mathbf{w}_i \hat{\mathbf{u}}_i$).

$\mathbf{e}_a$ – liekana vertinant $\mathbf{y}_a$ makro-modelio OLS įverčiu, kai $\tilde{H}_a$ galioja ($= \hat{\boldsymbol{\nu}}_a$).

Paskaičiuokime įverčius s_a^2 ir s_d^2.

Kadangi makro-modelis liko be pokyčių, jo paklaidų dispersijos įvertis lieka, koks buvo:

$$s_a^2 = \frac{\mathbf{e}_a' \mathbf{e}_a}{n - k_a}.$$

Išveskime mikro-modelio paklaidų dispersijos įvertį.

Teiginys 2.

Nepaslinktas mikro-modelio paklaidos dispersijos $\sigma_a^2 = Var\left(\sum_{i=1}^{m} \mathbf{w}_i \mathbf{u}_i\right)$ įvertis lygus

$$s_d^2 = \sum_{i,j=1}^{m} \hat{\sigma}_{ij} tr(\mathbf{w}_i \mathbf{w}_j),$$

kur

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{\mathbf{e}_i \mathbf{e}_j}{n - k_i - k_j + tr\left(\mathbf{A}_i \mathbf{A}_j\right)} \qquad \text{i, j = 1, 2, …, m.}$$

Įrodymas:

$$\sigma_a^2 = Var\left(\sum_{i=1}^{m} \mathbf{w}_i \mathbf{u}_i\right) = \sum_{i,j=1}^{m} E\left[\left(\mathbf{w}_i \mathbf{u}_i\right)' \mathbf{w}_j \mathbf{u}_j\right] = \sum_{i,j=1}^{m} E\left[\sum_{t=1}^{n} \left(w_{it} u_{it} w_{jt} u_{jt}\right)\right] =$$

$$= \sum_{i,j=1}^{m} \sum_{t=1}^{n} \left(w_{it} w_{jt} E\left(u_{it} u_{jt}\right)\right) = \sum_{i,j=1}^{m} \sum_{t=1}^{n} \left(w_{it} w_{jt} \sigma_{ij}\right) = \sum_{i,j=1}^{m} \sigma_{ij} \sum_{t=1}^{n} \left(w_{it} w_{jt}\right) = \sum_{i,j=1}^{m} \sigma_{ij} tr\left(\mathbf{w}_i \mathbf{w}_j\right)$$

Kadangi mikro-regresijos liko be pokyčių, $\hat{\sigma}_{ij} = \frac{\mathbf{e}_i \mathbf{e}_j}{n - k_i - k_j + tr\left(\mathbf{A}_i \mathbf{A}_j\right)}$, i, j = 1, 2, …, m. Tada nepaslinktas ir suderintas mikro-modelio paklaidos dispersijos $\sigma_a^2 = Var\left(\sum_{i=1}^{m} \mathbf{w}_i \mathbf{u}_i\right)$ įvertis yra

$$s_d^2 = \sum_{i,j=1}^{m} \hat{\sigma}_{ij} tr(\mathbf{w}_i \mathbf{w}_j).$$

▲

Pastaba.

Jei $w_{it} = w_i$, t = 1, 2, …, n,

$$s_d^2 = \sum_{i,j=1}^{m} w_i w_j \hat{\sigma}_{ij},$$

kur $\hat{\sigma}_{ij} = \frac{\mathbf{e}_i' \mathbf{e}_j}{n - k_i - k_j + tr\left(\mathbf{A}_i \mathbf{A}_j\right)}$.

Šiame poskyryje įsitikinome, kad svertinių rodiklių makro-modelio paklaidų dispersijos įvertis yra paveiktas svorių. Jame figūruoja persvertos mikro-modelio liekanos. Šis faktas suteikia daugiau reikšmės didelių sektorių modelių tikslumui, nes jų prognozė įeina į makro-rodiklį su dideliu svoriu. Ir atvirkščiai, maži sektoriai gali turėti didesnę paklaidų dispersiją, tačiau tai mažai didins agreguotą dispersiją. Todėl ką tik išvestas makro-modelio paklaidų dispersijos įvertis turi pranašumą prieš ankstesnį, kur agregavimas vyko su vienetiniais svoriais.

Dabar turime kriterijų, pagal kurį lyginame svertinio rodiklio mikro ir makro-modelių prognozės tikslumą. Pateikime testą, tikrinantį, ar prognozės reikšmingai skiriasi.

2.2. Idealaus agregavimo testas

Pažiūrėkime, kokios modifikacijos būtinos idealaus agregavimo testui tiesinio agregavimo su stebimais svoriais atveju.

Taigi tikriname hipotezę:

$$H_{\xi} : \boldsymbol{\xi} = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{w}_i \mathbf{X}_i \boldsymbol{\beta}_i - \mathbf{X}_a \mathbf{b} = \mathbf{0} .$$

Naudojame testo statistiką $\hat{\boldsymbol{\xi}} = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{w}_i \mathbf{X}_i \hat{\boldsymbol{\beta}}_i - \mathbf{X}_a \hat{\mathbf{b}} = \sum_{i=1}^{m} \left(\mathbf{w}_i \mathbf{A}_i - \mathbf{A}_a \mathbf{w}_i \right) \mathbf{u}_i$.

Nagrinėkime 2 atvejus:

- kai $\boldsymbol{\Sigma}$ žinoma ir
- kai $\boldsymbol{\Sigma}$ įvertinta.

Kai $\mathbf{u}_i$ yra normaliai pasiskirstę ir $\boldsymbol{\Sigma}$ žinoma

$$\mathbf{u}_i \sim N\left(\mathbf{0}, \sigma_{ii} \mathbf{I}_n\right),$$

$\left(\mathbf{w}_i \mathbf{A}_i - \mathbf{A}_a \mathbf{w}_i \right) \mathbf{u}_i$ yra normaliai pasiskirstę, i = 1, 2, …, m .

Apskaičiuokime $\hat{\boldsymbol{\xi}}$ skirstinį esant duotiems $\mathbf{X}_i$ ir $\mathbf{w}_i$. Žymėjimų supaprastinimui įveskime kintamąjį $\mathbf{K}_i := \mathbf{w}_i \mathbf{A}_i - \mathbf{A}_a \mathbf{w}_i$.

$\hat{\boldsymbol{\xi}}$ kovariacijų matrica yra:

$$Cov(\hat{\boldsymbol{\xi}}) = Cov\left(\sum_{i=1}^{m} \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i\right) = \sum_{i,j=1}^{m} \sigma_{ij} \mathbf{K}_i \mathbf{K}_j =: \mathbf{V} .$$

Tada esant duotiems $\mathbf{X}_i$, nepriklausomi $\hat{\boldsymbol{\xi}}$ pasiskirstys pagal normalų dėsnį.

$$\hat{\xi} \sim N\left(0, \mathbf{V}\right),$$

iš to išplaukia

$$\hat{\boldsymbol{\xi}}'\mathbf{V}^{-1}\hat{\boldsymbol{\xi}} \sim \chi_n^2,$$

kai $\mathbf{V}$ - nesinguliari matrica, ir galioja H_ξ.

Kai priešingai $\boldsymbol{\Sigma}$ nėra žinoma, galima rasti aproksimalų testą keičiant $\mathbf{V}$ jos nepaslinktu įverčiu. Tada

$$\hat{\boldsymbol{\xi}}'\hat{\mathbf{V}}^{-1}\hat{\boldsymbol{\xi}} \sim \chi_n^2, \quad m \to \infty.$$

Matome, kad agregavimas su svoriais nekeičia testo statistikos skirstinio. Keičiasi tiktai $\hat{\boldsymbol{\xi}}$ kovariacijos matrica dėl svorių įtraukimo. Užrašymas $\hat{\boldsymbol{\xi}} = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{w}_i \mathbf{X}_i \hat{\boldsymbol{\beta}}_i - \mathbf{X}_a \hat{\mathbf{b}} = \hat{\mathbf{v}}_a - \sum_{i=1}^{m} \mathbf{w}_i \hat{\mathbf{u}}_i$ leidžia pastebėti, kad didelių sektorių mikro-regresijos liekanos lemia daugiau nei mažų dėl liekanų persvėrimo.

Šiame skyriuje išvedėm pasirinkimo kriterijui reikalingą mikro-modelio paklaidos dispersijos įvertį ir idealaus agregavimo testo statistiką, pritaikytus svertiniams rodikliams su stebimais svoriais. Gavome, kad svorių dydis lemia atskirų mikro-regresijų svarbą bendrajame mikro-modelyje.

3. TIESINIS AGREGAVIMAS SU ATSITIKTINIAIS SVORIAIS

3.1. Svorių proceso apibrėžimas

Tarkime mes atlikome analizę ir nustatėme, kad mikro-modelis aprašo agreguoto kintamojo elgesį geriau. Jeigu mes norėsime prognozuoti už imties ribų, kaip pasversime mikro-regresijų prognozes? Reikia iškelti klausimą, nuo ko priklauso svoris. Jeigu mes jį pripažinom kaip kintantį laike, jį gali lemti ekonominiai veiksniai. Pavyzdžiui, jei mes vertintumėm vidutines namų ūkio išlaidas agreguodami pagal namų ūkio galvos amžių, pastebėtumėm, kad laikui bėgant vis mažėja jaunų šeimų, ir taip atsitinka dėl to, kad žmonės vėliau pradeda dirbti pastovų darbą, t.y., grupės dydis priklauso nuo asmenų pajamų.

Ypač ekonomikoje galime rasti daug pavyzdžių, kai agregavimo svoriai priklauso nuo ekonominių kintamųjų. Pavyzdžiui, kai mes agreguojame vidutinį darbo užmokestį ekonominės veiklos sektoriuose, užimtųjų procentas sektoriuose nebus fiksuotas, jis priklausys nuo ekonominių veiksnių.

Todėl pabandykime aprašyti svorius w_{it} kaip atsitiktinius dydžius. Galimi 2 atvejai:

a) $w_{it} = g(\mathbf{Z}_{it};\boldsymbol{\alpha}_i) + \delta_{it}$

b) $w_{it} = g(\mathbf{Z}_{it}, \mathbf{X}_{it};\boldsymbol{\gamma}_i) + \varepsilon_{it}$,

kur

$\mathbf{X}_{it}$ apibrėžtas anksčiau,

$\mathbf{Z}_{it}$ nekoreliuoja su $\mathbf{X}_{it}$,

$\boldsymbol{\alpha}_i$ ir $\boldsymbol{\gamma}_i$ – laisvi parametrų vektoriai,

δ_{it} ir ε_{it} pasižymi balto triukšmo savybėmis laike,

i = 1, 2, …, m, t = 1, 2, …,n.

Patogumo sumetimais pažymėkime $g_{it} = g(\bullet_{it};\cdot)$, o paklaidą η_{it}.

Abiems atvejais $\mathbf{w}_i$ turi tenkinti sąlygą $\sum_{i=1}^{m} \mathbf{w}_i = \mathbf{I}_n$. Iš čia

$$\sum_{i=1}^{m} (g_{it} + \eta_{it}) = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - \sum_{i=1}^{m} g_{it} = \sum_{i=1}^{m} \eta_{it} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \forall j = 1,2 \cdots, m$$

$$\eta_{jt} = 1 - \sum_{k=1}^{m} g_{kt} - \sum_{k \neq j}^{m} \eta_{kt}\ , \quad t = 1, 2, \ldots, n.$$

Gavome, kad kiekviena lygties paklaida tiesiškai išsireiškia per deterministinę visų mikro-lygčių dalį g_{it} ir visų kitų lygčių stochastinę dalį η_{it}, ; t = 1, 2, …, n. Todėl

$$E(\eta_{it}\eta_{jt}) = E\left(\left[1 - \sum_{k=1}^{m} g_{kt} - \sum_{k \neq i} \eta_{kt}\right]\eta_{jt}\right) = -\sum_{k \neq i} E(\eta_{kt}\eta_{jt}) \quad \Rightarrow$$

$$\sum_{k=1}^{m} E(\eta_{kt}\eta_{jt}) = 0\text{, i, j = 1, 2, …, m, t = 1, 2, …,n.}$$

Kas reiškia, jog tarp visų sektorių atsiras bent dvi koreliuotos paklaidos.

3.2. Tikslumo kriterijus pasirinkimui tarp mikro ir makro-modelio

Pasirinkimo kriterijui $E\left(s_d^2\right) \le E\left(s_a^2\right)$ reikia dviejų įverčių. Makro-modelis lieka be pokyčių, todėl jo paklaidos dispersijos įvertis nesikeičia:

$$s_a^2 = \frac{\mathbf{e}_a' \mathbf{e}_a}{n - k_a} .$$

Išveskime mikro-modelio paklaidos dispersijos nepaslinktą įvertį.

Nagrinėkime $\mathbf{w}_i = g\left(\mathbf{Z}_i, \mathbf{X}_i; \boldsymbol{\gamma}_i\right) + \boldsymbol{\varepsilon}_i$, kur ε_{it} pasižymi balto triukšmo savybėmis laike, t = 1, 2, ..., n, i = 1, 2, …, m, $\sum_{i=1}^{m} \mathbf{w}_i = \mathbf{I}_n$.

Suraskime $\sigma_a^2 = Var\left(\sum_{i=1}^{m} \mathbf{w}_i \mathbf{u}_i\right)$ nepaslinktą įvertį.

Teiginys 3.

Kai galioja $\tilde{H}_d$, mikro-modelio paklaidos dispersijos nepaslinktas įvertis yra

$$s_d^2 = \sum_{i,j=1}^{m} \hat{\sigma}_{ij} \left(tr\left[g\left(\mathbf{Z}_i, \mathbf{X}_i; \boldsymbol{\gamma}_i\right) g\left(\mathbf{Z}_j, \mathbf{X}_j; \boldsymbol{\gamma}_j\right) \right] + n \varpi_{ij} \right),$$

kur

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{\mathbf{e}_i \mathbf{e}_j}{n - k_i - k_j + tr\left(\mathbf{A}_i \mathbf{A}_j\right)}, \qquad \text{i, j = 1, 2, …, m.}$$

Įrodymas:

$$\sigma_a^2 = Var\left(\sum_{i=1}^{m} \mathbf{w}_i \mathbf{u}_i\right) = \sum_{i,j=1}^{m} E\left[\left(\mathbf{w}_i \mathbf{u}_i\right)' \mathbf{w}_j \mathbf{u}_j\right] = \sum_{i,j=1}^{m} E\left[\sum_{t=1}^{n} \left(w_{it} u_{it} w_{jt} u_{jt}\right)\right] =$$

$$= \sum_{i,j=1}^{m} \sum_{t=1}^{n} \left(E\left(w_{it} w_{jt}\right) E\left(u_{it} u_{jt}\right)\right) = \sum_{i,j=1}^{m} \sigma_{ij} \sum_{t=1}^{n} E\left(w_{it} w_{jt}\right)$$

Čia pasinaudojome mikro-modelio paklaidų ir svorių nepriklausomybe.

$w_{it} = g(\mathbf{Z}_{it}, \mathbf{X}_{it}; \boldsymbol{\gamma}_i) + \varepsilon_{it}$

Tada pasinaudokime tuo, kad esant duotiems $\mathbf{X}_i$, $\mathbf{Z}_i$, $g(\mathbf{Z}_i, \mathbf{X}_i; \boldsymbol{\gamma}_i)$ yra deterministiniai dydžiai, i = 1, 2, …, m

$$E(w_{it} w_{jt}) = E\left[(g(\mathbf{Z}_{it}, \mathbf{X}_{it}; \boldsymbol{\gamma}_i) + \varepsilon_{it})(g(\mathbf{Z}_{jt}, \mathbf{X}_{jt}; \boldsymbol{\gamma}_j) + \varepsilon_{jt})\right] =$$

$$= E\left[g(\mathbf{Z}_{it}, \mathbf{X}_{it}; \boldsymbol{\gamma}_i) g(\mathbf{Z}_{jt}, \mathbf{X}_{jt}; \boldsymbol{\gamma}_j) + (g(\mathbf{Z}_{it}, \mathbf{X}_{it}; \boldsymbol{\gamma}_i) + \varepsilon_{it})\varepsilon_{jt} + \varepsilon_{it} g(\mathbf{Z}_{jt}, \mathbf{X}_{jt}; \boldsymbol{\gamma}_j) + \varepsilon_{it}\varepsilon_{jt}\right] =$$

$$= g(\mathbf{Z}_{it}, \mathbf{X}_{it}; \boldsymbol{\gamma}_i) g(\mathbf{Z}_{jt}, \mathbf{X}_{jt}; \boldsymbol{\gamma}_j) + E(\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt})$$

Pažymėkime $\omega_{ij} := E(\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt})$, i, j = 1, 2, …, m, t = 1, 2, …, n.

Gavome

$$\sigma_a^2 = \sum_{i,j=1}^{m} \sigma_{ij} \sum_{t=1}^{n} E(w_{it} w_{jt}) = \sum_{i,j=1}^{m} \sigma_{ij} \sum_{t=1}^{n} \left[g(\mathbf{Z}_{it}, \mathbf{X}_{it}; \boldsymbol{\gamma}_i) g(\mathbf{Z}_{jt}, \mathbf{X}_{jt}; \boldsymbol{\gamma}_j) + \varpi_{ij}\right] =$$

$$= \sum_{i,j=1}^{m} \sigma_{ij} \left(tr\left[g(\mathbf{Z}_i, \mathbf{X}_i; \boldsymbol{\gamma}_i) g(\mathbf{Z}_j, \mathbf{X}_j; \boldsymbol{\gamma}_j)\right] + n\varpi_{ij}\right)$$

Kadangi atskiros mikro-regresijos lieka be pokyčių, kai agreguojame su atsitiktiniais svoriais, jų paklaidų dispersijos įvertis nesikeičia:

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{\mathbf{e}_i \mathbf{e}_j}{n - k_i - k_j + tr(\mathbf{A}_i \mathbf{A}_j)} \qquad \text{i, j = 1, 2, …, m.}$$

Tada

$$s_d^2 = \sum_{i,j=1}^{m} \hat{\sigma}_{ij} \left(tr\left[g(\mathbf{Z}_i, \mathbf{X}_i; \boldsymbol{\gamma}_i) g(\mathbf{Z}_j, \mathbf{X}_j; \boldsymbol{\gamma}_j)\right] + n\varpi_{ij}\right)$$

▲

Kitaip negu agreguodami su deterministiniais svoriais gavome, kad empirinės kovariacijos tarp dviejų mikro-regresijų yra persveriamos svorių proceso deterministine dalimi kartu su svorių modelio kovariacijomis. Dabar turime stengtis ne tik kuo tiksliau specifikuoti mikro-regresijas, bet ir svorius, nes jų paklaidų kovariacijos įeina į mikro-modelio paklaidos dispersijos įvertį.

Tokiu būdu pasirinkimo kriterijus pagauna ir svorių atsitiktinumą, kuris veikia mikro-modelio paklaidos dispersijos įvertį.

3.3. Idealaus agregavimo testas

Tikriname $H_\xi : \boldsymbol{\xi} = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{w}_i \mathbf{X}_i \boldsymbol{\beta}_i - \mathbf{X}_a \mathbf{b} = \mathbf{0}$, kai $\mathbf{w}_i$ yra atsitiktiniai ir galioja $\tilde{H}_d$, $\tilde{H}_a$. Šio atveju susiduriame su problema.

Pažiūrėkime, kaip keičiasi $\hat{\xi}$ skirstinys, kai svoriai $\mathbf{w}_i$ yra atsitiktiniai.

Turime, $\hat{\xi} = \sum_{i=1}^{m} \left(\mathbf{w}_i A_i - A_a \mathbf{w}_i \right) \mathbf{u}_i$

Neaišku, kaip parinkti statistiką, kurios skirstinys butų žinomas, esant protingom prielaidom apie atsitiktinių dydžių skirstinius.

Todėl testą šiuo atveju tikrinsime neparametriniu būdu.

3.3.1. Permutacinis testas

Pagrindinė permutacinio testo idėja yra sugeneruoti skirstinį perskaičiuojant statistiką iš daugybės duomenų permutacijų.

Hipotezių tikrinimas įtraukia pirmos ir antros rūšies klaidas. Rinkdamiesi reikšmingumo lygmenį mes kontroliuojame pirmos rūšies klaidą. Tačiau kai prielaida apie testo statistikos skirstinį yra klaidinga, pirmos rūšies klaida nesutampa su reikšmingumo lygmeniu, mes jos nebekontroliuojame.

Nagrinėkime dvi nepriklausomas m ir n dydžių imtis iš dviejų populiacijų. Tikriname ar atsitiktiniai dydžiai pasiskirsto vienodai. Permutacinio testo konstravimo mechanizmas yra identiškas randomizacijos testo konstravimo mechanizmui, bet samprotavimas skiriasi.

Jei H_0 yra teisinga, visi N = n + m atsitiktiniai didžiai turi ateiti iš populiacijų su tuo pačiu skirstiniu . Tokiu būdu, imtis kurią mes turime yra viena iš $\binom{N}{n}$ galimų šių atsitiktinių dydžių padalinimų į dvi m ir n dydžio grupes. Kiekvienas iš $\binom{N}{n}$ padalinimų vienodai galimas.

Skaičiuojame pasirinktą testo statistiką T kiekvienam stebimų reikšmių pertvarkymui ir gauname T statistikos permutacinį skirstinį, kurį naudojame p-reikšmei apskaičiuoti.

Permutacinis testas populiacijos modelyje yra sąlyginis testas, nes permutacijų skirstinys generuojamas remiantis stebimom atsitiktinių didžių reikšmėm. Šis testas taip pat yra sąlyginai laisvas nuo skirstinio, nes su sąlyga, kad stebime duomenis, statistikos T permutacinis skirstinys nepriklauso nuo atsitiktinių dydžių skirstinių.

Kaip jau įsitikinome, yra $\binom{N}{n}$ statistikos reikšmių. Šis skaičius paprastai būna labai didelis ir reikalauja specializuotos programinės įrangos. Paprastas ir praktiškas sprendimas yra naudoti Monte Carlo imtis iš permutacinio skirstinio tiksliai p-reikšmei apskaičiuoti. Keleto tūkstančių statistikų iš permutacinio skirstinio praktikoje paprastai pakanka. Jei B statistikų, t = 1, ..., B, yra atsitiktinai atrinktos iš permutacinio skirstinio, vienpusė testo, atmetančio dideles statistikos t reikšmes, Monte Carlo p-reikšmė yra

$$\hat{p} = \frac{1 + \sum_{i=1}^{B} I\left(t_i \geq t^*\right)}{B+1},$$

kur t^* - stebima statistikos reikšmė, I(·) yra indikatorius įgyjanti reikšme 1, jei teiginys teisingas, 0, jei klaidingas.

Jei t^* bus labai didelė, Monte Carlo p-reikšmė bus ne mažesnė už $\frac{1}{B+1}$. Tai derinasi su tikslia p-reikšme, kuri turi būti mažiausiai $\frac{1}{\binom{N}{n}}$. Testas lieka tikslus ir sąlyginai laisvas nuo skirstinio su nežymiu efektyvumo praradimu. Parodyta, kad efektyvumas didėja didėjant B.

Taigi testo panaudojimas labai pravers tikrinant idealų agregavimą. Mes galime naudoti bet kokią statistiką visiškai nesirūpindami dėl jos skirstinio.

Teorinėje darbo dalyje apžvelgėm kitų autorių, taikiusių tiesinį agregavimą su vienetiniais svoriais, rezultatus. Iškėlėm klausimą apie modelio parinkimą tiesiškai agreguojant su skirtingais stebimais svoriais ir pateikėm problemos sprendimui reikalingus kriterijų ir testą. Tiesiškai agreguodami su atsitiktiniais svoriais gauname, kad pasirinkimo kriterijui įtaką daro svorių modeliavimas, o idealaus agregavimo testą sunku tikrinti parametriniu būdu, todėl permutacinis testas čia labai pagelbės.

4. EMPIRINĖ ILIUSTRACIJA

Šiame skyriuje pailiustruokime, kaip vyksta modelio parinkimas, kai norime prognozuoti vidutinį Lietuvos darbo užmokestį 2000 – 2007 metais. Kokiame lygmenyje formuojasi darbo užmokestis šalyje? Atsakymui į šį klausimą turime parinkimo kriterijų tiesinio agregavimo su stebimais svoriais atveju, o idealų agregavimą tikrinsime permutaciniu testu.

4.1. Ekonominio modelio parinkimas

Šis poskyris skirtas ekonominio modelio aprašymui. Makro-modelis remiasi Philips‘o kreive, o mikro-modelį išvedame iš gamintojo uždavinio optimalaus sprendimo.

Apibrėžkime iš pradžių makro-modelį. Remsimės standartine lūkesčiais papildyta darbo užmokesčio Philips‘o kreive.

$$W = \varepsilon(u - u_n) + \pi^e$$

Atlyginimas už darbą W priklauso nuo žmogaus šansų likti bedarbiu (nuo darbdavio pasirinkimo platumo) ir nuo laukiamos infliacijos. Pirmas argumentas visai aiškus, antras paaiškinamas tuo, kad darbuotojas pasirašydamas kontraktą fiksuoja savo užmokesti tam tikram laikui. Pasirašydamas darbo sutartį darbuotojas renkasi ne nominalų, bet realų darbo užmokesti, dalindamas nominalų iš laukiamos infliacijos π^e.

Makroekonominės teorijos neaprašyta darbo užmokesčio kitimo dalis yra šokas. Tai galėtų būti vyriausybės įsikišimas, kuri gali pakelti minimalų darbo atlyginimą. Arba įmonė pati nori paskatinti našumą ir kelia algas savo šauniems darbuotojams. Kai ekonomika yra tokioje būsenoje, kai gamintojai nori gaminti daugiau ir klausia daugiau darbuotojų, darbo užmokestis turi kilti. Tai yra tas atvejis kai BVP atotrūkis yra teigiamas. Darbo užmokesčio pakaitalo kapitalo kaina yra už jį mokama palūkanų norma, kurios didėjimo poveikis darbo užmokesčiui turėtų būti teigiamas.

Todėl galutinį agreguotą realų darbo užmokestį aprašysime taip:

$$W = c_0 + c_1(u - u_n) + c_2B + c_3(Y\text{-}Y^*) + c_4(\pi\text{-}\pi^e) + c_5(Y/L) + c_6\, r$$

W – realus agreguotas darbo užmokestis,
u – nedarbo lygis,
u_n – natūralus nedarbo lygis,
B - minimalus realus darbo užmokestis,
$Y\text{-}Y^*$ - BVP atotrūkis,
π^e – laukiama infliacija,
Y/L – ekonomikos našumas

r – rinkos palūkanų norma.

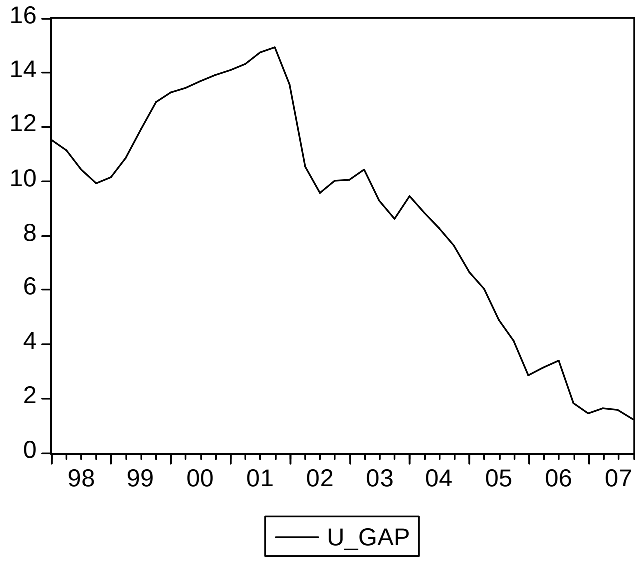
Smulkiau aptarkime prediktorius.

Yra skirtingų pasiūlymų natūraliam nedarbo lygiui įvertinti. Pagal apibrėžimą natūralus nedarbo lygis yra nedarbo lygis suderintas su agreguotu produktu ilgu laikotarpiu. Jo koncepcija išvesta Friedman‘o ir Phelps‘o 1960-siais metais. Tai toks neaktyvumo lygis, kuriam esant infliacija lieka stabili. Todėl natūralų nedarbo lygį vertinsim naudodamiesi lygtimi:

$$\pi - \pi^e = -\beta(u - u_n)$$

kaip tai darė, pavyzdžiui, Franz [3]. Tai ne vienintelis būdas natūraliam nedarbo lygiui vertinti. Kai kurie naudoja aritmetinį nedarbo lygio vidurkį per 10 metų, nes nenori jo fiksuoti ilgesniam laikui. Kiti natūralų nedarbo lygį apskaičiuoja kaip santykį $u_n = \frac{\sigma}{\sigma + \varphi}$, kur σ - darbo praradimo tikimybė, o φ - darbo radimo tikimybė.

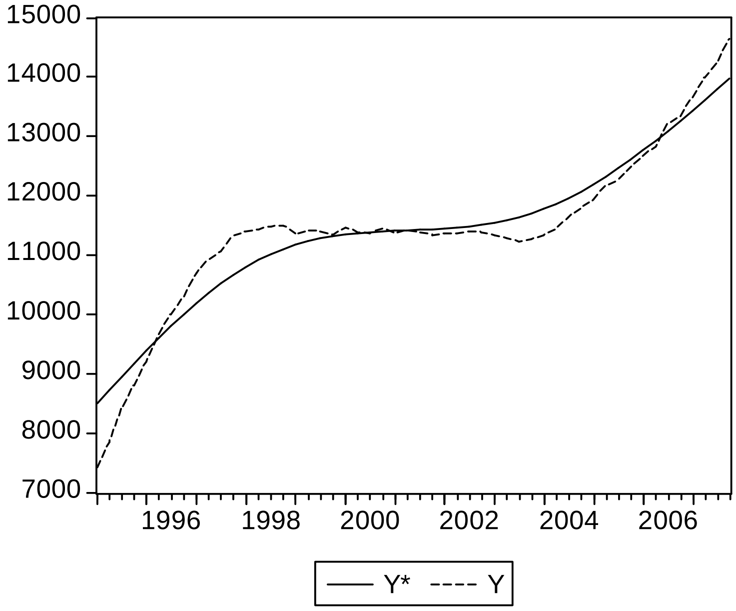
$u_n = \frac{0.0129}{0.005} = 2.83\%$. Šis rezultatas suderintas su ekonomistų nuomone apie natūralų nedarbo lygį 3-5%.



Pav. 4.1.1. Nedarbo lygio atotrūkis nuo natūralaus 1998 – 2007 metais.

Matome, kad Rusijos krizės metais (1998 – 1999) nedarbas didėja, o paskutiniais metais mes sparčiai artėjam prie natūralaus nedarbo lygio, kas savo ruožtu turėtų didinti darbo užmokestį.

Kitas dėmesio vertas kintamasis yra BVP atotrūkis. Jis skaičiuojamas bendro vidaus produkto nuokrypiais nuo potencialaus produkto. Bendro vidaus produkto lygis virš potencialaus yra traktuojamas kaip infliacijos spaudimo šaltinis ir signalas, kad monetarinės politikos vykdytojai, suinteresuoti infliacijos greitėjimo panaikinimu, turi sugriežtinti monetarines sąlygas. Atvirkščiai veikia produktas nusileidęs žemiau potencialaus. BVP atotrūkis gali būti apibrėžtas kaip realus produktas asocijuotas su infliacija. Deja, nėra visuotinai priimtos formulės jam apskaičiuoti. Daroma prielaida, kad BVP atotrūkis yra ciklinė realaus produkto komponentė. Paprastai literatūroje potencialus produktas matuojamas, kaip realaus produkto trendas. Mes, turėdami tai omeny, panaudosime HP filtrą (plačiau žr. P. St-Amant ir S. Van Norden (1997)). Jis išskaido laiko eilutę į dvi komponentes: ciklinę ir augimo, minimizuodamas ciklinės komponentės dispersiją.



Pav. 4.1.2. Realusis BVP (brūkšniuota linija) ir potencialusis (ištisa linija) 1995 – 2007.

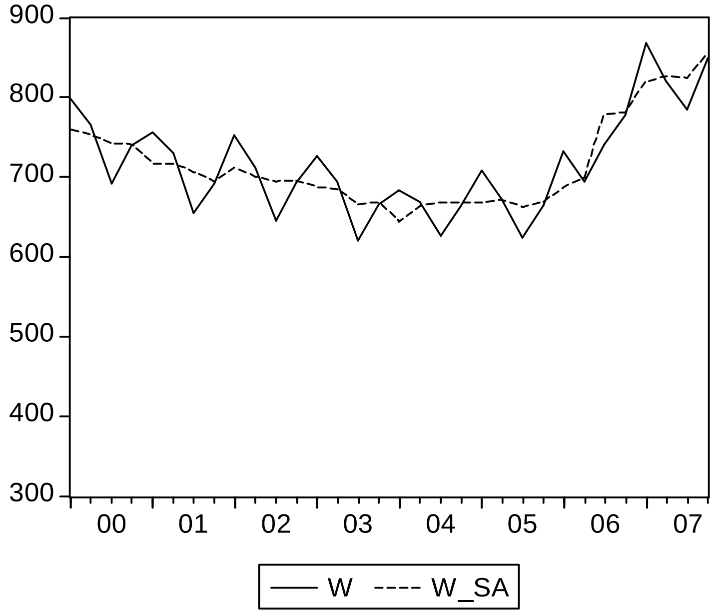
Iš grafiko matome, kad paskutinius trylika metų neigiami ir teigiami BVP atotrūkio režimai keitė vienas kitą.

Paskutinis kintamasis, reikalaujantis smulkesnio paaiškinimo, yra laukiama infliacija. Kadangi namų ūkiai laisvalaikiu paprastai neužsiima būsimos infliacijos modeliavimu, jos laukia vakarykštės, išskyrus tam tikras isterijas susijusias su politiniais sprendimais, tačiau į jas galime neatsižvelgti. Einamojo ketvirčio laukiamą infliaciją apibrėšime kaip praėjusio ketvirčio infliaciją.

Visi duomenys yra paimti iš Lietuvos statistikos departamento duomenų bazės. Dažnis ketvirtinis, laikotarpis: nuo 1995 (kai kuriems rodikliams tik nuo 1998 arba 2000) pirmo ketvirčio iki 2007 ketvirto. Laiko eilutės nusezonintos naudojantis Tramo/Seats procedūra.

Daugelis nagrinėjamų laiko eilučių turi sezoninę komponentę. Jos pašalinimui EViews turi kelias procedūras.

Moving average nėra labai geras metodas dėl prielaidos, kad sezoniniai faktoriai nekinta metų metais. Šį trūkumą pataiso CensusX12 metodas, tačiau jis naudoja iš anksto parinktų slenkamų vidurkių rinkinį kiekvienai laiko eilutei beveik neatsižvelgdamas į jos savybes, be to šis metodas nekoreguoja eilučių su praleistais stebėjimais. Daugelį trūkumų pataiso Tramo/Seats metodas. Visų pirma juo pakoreguotos eilutės būna glodesnės. Šis metodas naudoja Vynerio-Kolmogorovo filtrą, kuris sudaromas atsižvelgiant į individualias eilučių savybes, t.y. sezoninei komponentei randamas ARIMA modelis, pagal kurį konstruojamas filtras. Pagaliau Tramo/Seats turi teorinį pagrindą, o CensusX12 yra grynai empirinis metodas.



Pav. 4.1.3. Realaus darbo užmokesčio ir nusezoninto realaus darbo užmokesčio laiko eilutės (2000Q1-2007Q4)

Išskaidykime visą šalies ekonomiką sektoriais pagal ekonominės veiklos rūšis. Jų nagrinėsime 15[1]:

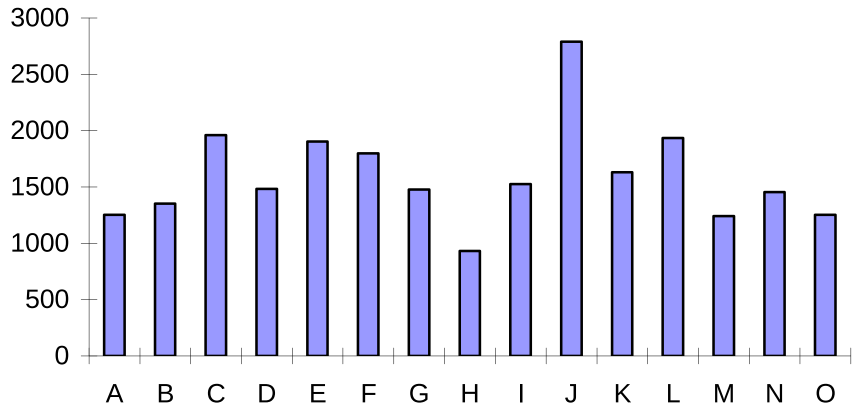
A	Žemės ūkis, medžioklė, miškininkystė
B	Žuvininkystė
C	Kasyba ir karjerų eksploatavimas
D	Apdirbamoji pramonė
E	Elektros, dujų ir vandens tiekimas
F	Statyba
G	Didmeninė ir mažmeninė prekyba; automobilių, motociklų remontas, asmeninių ir buitinių daiktų taisymas
H	Viešbučiai ir restoranai

[1] Į BVP įeina 16 ekonominių veiklų. Paskutinė yra P: privačių namų ūkių veikla, tačiau daugelis rodiklių jai nepateikiami.

I Transportas, sandėliavimas ir ryšiai
J Finansinis tarpininkavimas
K Nekilnojamasis turtas, nuoma ir kita verslo veikla
L Viešasis valdymas ir gynyba; privalomasis socialinis draudimas
M Švietimas
N Sveikatos priežiūra ir socialinis darbas
O Kita komunalinė, socialinė ir asmeninė aptarnavimo veikla

Aptarkime, nuo ko gali priklausyti darbo užmokestis ūkio sektoriuose. Aišku, jis neturi perdaug atitrūkti nuo šalies vidutinio darbo užmokesčio. Jei jis bus daug mažesnės, žmonės tiesiog pakeis darbą į geriau apmokamą kitoje šakoje. Ir atvirkščiai, jei darbo užmokestis bus perdaug aukštas, darbo pasiūla padidės, kas mažins darbo užmokestį.

Tačiau darbo užmokesčių skirtumas egzistuoja ir tam yra tam tikrų priežasčių.



Pav. 4.1.4. Nominalus darbo užmokestis Lietuvoje pagal ekonominės veiklos rūšis 2007 metų IV ketvirtį.

Darbo užmokesčių nevienodumą gali lemti našumo nevienodumas tarp skirtingų ūkio šakų. Savaime aišku, kad jei darbuotojo pagaminto produkto vertė yra maža, jis negali pretenduoti į didelį darbo užmokesti. Taigi darbo užmokestis sektoriuje priklauso nuo našumo. Iš kitos pusės darbo užmokesčio didinimas skatina darbo našumą.

Išveskime milro-lygtį spręsdami gamintojo problemą. Nagrinėkime Cobb-Douglas gamybos funkciją

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha},$$

kur Y – gaminamas produktas naudojant α kapitalo K ir 1- α darbo jėgos L. Gamintojas parenka darbuotojų skaičių maksimizuodamas pelną $\pi = PY - WL - rK$, čia P – kainų lygis, W – darbo užmokestis, kurį gamintojas mokės darbuotojui, r – rinkos palūkanų norma.

Tada iš $\frac{\partial \pi}{\partial L} = 0$ išplaukia, $W = (1-\alpha)P\frac{Y}{L}$.

Kai daugiau investuojame, naudojame daugiau kapitalo ir mažiau darbo jėgos. Reiškia α didėja didėjant investicijoms. Esant tokiai situacijai gamintojui mažiau rūpės darbo jėgos kaina. Taigi, investicijos atvirkščiai proporcingos darbo užmokesčiui. Vietoje kainų lygio, kurio nestebime, naudosime šalies vidutinį darbo užmokestį.

Taip samprotaudami mikro-lygtis ekonominės veiklos sektoriuose specifikuosime sekančiu būdu:

$$W_i = c_{i0} + c_{i1} W + c_{i2}(Y_i/L_i) + c_{i3}I_i,$$

kur

W_i – i-tosios ekonominės veiklos vidutinis darbo užmokestis,

W – vidutinis šalies darbo užmokestis,

Y_i/L_i – i-tosios ekonominės veiklos našumas,

I_i - i-tosios ekonominės veiklos investicijos,

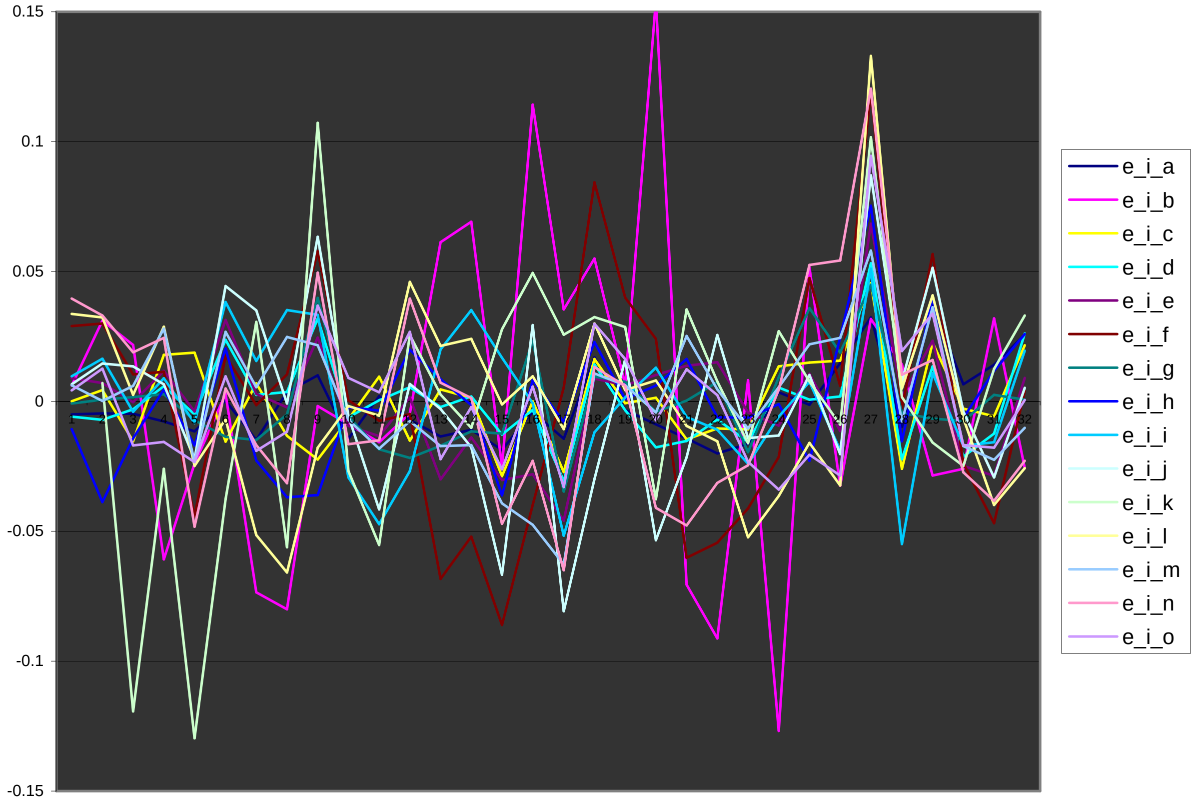
i kinta nuo A iki O.

4.2. Rezultatai

Turime šešiolika lygčių: viena reprezentuoja makro-modeli, likusios penkiolika apibrėžia darbo užmokestį mikro-lygmenyje. Šiame poskyryje įvertinę regresijas skaičiuojame modelių paklaidų dispersijų įverčius ir taikome tikslumo kriterijų.

Vertindami regresijas remiamės ekonomine logika. Jei parametro įvertis turi netinkama ženklą, kintamasis į lygtį neįeina. Integruotiems kintamiesiems tikriname liekanų stacionarumą ADF testu su kointegruotumo sąryšiui tirti skirtom kritinėm reikšmėm (reikšmingumo lygmuo 5%). Kointegruotumo sąryšis aptiktas sektoriuose D, E, F, I, L, M, N, O. Kitose - kitamuosius diferencijuojame.

Gautos modelių liekanos kinta rėžiuose nuo -0.1 iki 0.1 su nedidelėmis išimtimis. Ypač žuvininkystės ir nekilnojamo turto ir nuomos sektoriuose liekanos daugiausiai svyruoja



Pav. 4.2.1. Mikro-regresijų liekanų eilutės.

Kuris modelis tikslesnis? Į klausimą atsakysime palyginę s_d^2 ir s_a^2

$$s_a^2 = \frac{\mathbf{e}_a'\mathbf{e}_a}{n-k_a}$$

$$s_d^2 = \sum_{i,j=1}^{m} \hat{\sigma}_{ij} tr(\mathbf{w}_i \mathbf{w}_j),$$

kur

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{\mathbf{e}_i \mathbf{e}_j}{n-k_i-k_j+tr\left(\mathbf{A}_i\mathbf{A}_j\right)} \qquad \text{i, j = A, B, …, O.}$$

Skaičiavimai parodo, kad mikro-modelis turi mažesnę liekanų empirinę dispersiją $s_d^2 < s_a^2$.

s_a^2	0.017837
s_d^2	0.015003

Jeigu liekanų nesvertumėm, gautumėme, kad mikro-modelio liekana vos ne 10 kartų didesnė $s_d^2 = 0.1010097 > s_a^2$. Toks rezultatas bylotų apie blogą mikro-modelio specifikacija! Pasinaudodami svertiniams rodikliams pritaikytu metodu išvengėme didelės klaidos.

Taigi turime $s_d^2 < s_a^2$ - mikro-modelis klysta šiek tiek mažiau, tačiau analizė dar nebaigta. Reikia patikrinti, ar modelių prognozės iš tikro yra skirtingos. Ar galioja idealus agregavimas $\boldsymbol{\xi} = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{w}_i \mathbf{X}_i \boldsymbol{\beta}_i - \mathbf{X}_a \mathbf{b}$, nustatysime permutacinio testo pagalba. Su reikšmingumo lygmeniu 0.05 tikrinkime ar abiejų modelių prognozės yra atsitiktinių dydžių iš ekvivalenčių populiacijų realizacijos.

H_0: $F_a = F_d$

H_1: $F_a \neq F_d$,

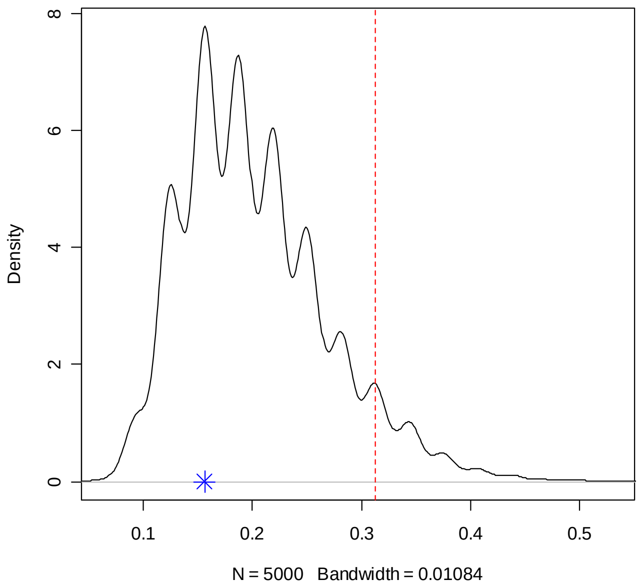
kur F_a – makro-modelio paklaidos skirstinys, F_d – mikro-modelio paklaidos skirstinys.

Naudosime Kolmogorovo-Smirnovo testo statistiką

$$T = \max\left|\hat{F}_a - \hat{F}_d\right|,$$

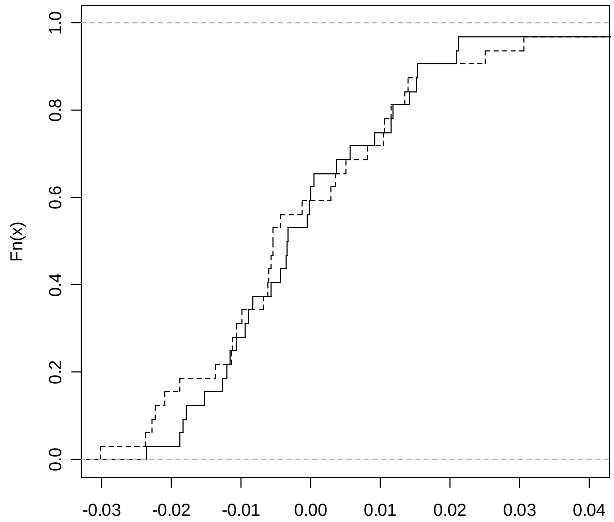
kur kepurės žymi empirinius skirstinius.

Ją apskaičiuojame turimiems stebėjimams ir 4999 permutacijoms. Tuo pagrindu suformuojame empirinį tankį.

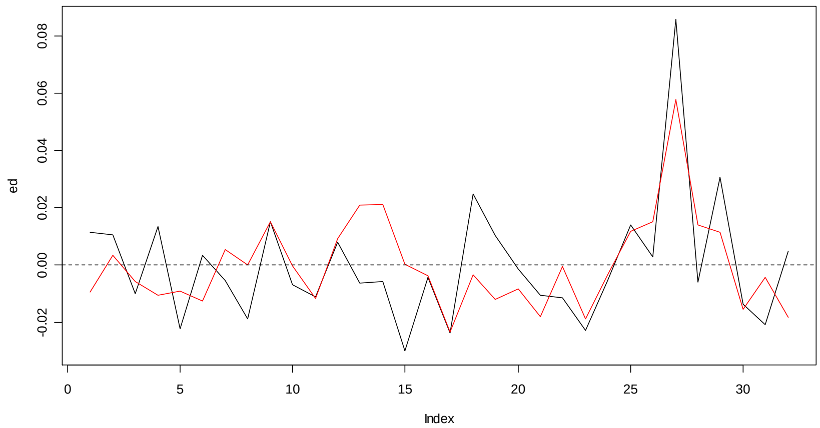


Pav. 4.2.2 Testo statistikos empirinis tankis su kritine reikšme ir testo p-reikšme.

Kadangi gauta testo p-reikšmė 0.8356 yra didesnė už reikšmingumo lygmenį, neturim pagrindo atmesti H_0. Iš tikro, grafiškai empiriniai skirstiniai didelio skirtumo nerodo.



Pav. 4.2.3. Makro-modelio liekanų (ištisa linija) ir mikro-modelio liekanų (brūkšniuota linija) empirinių pasiskirstymo funkcijų grafikai

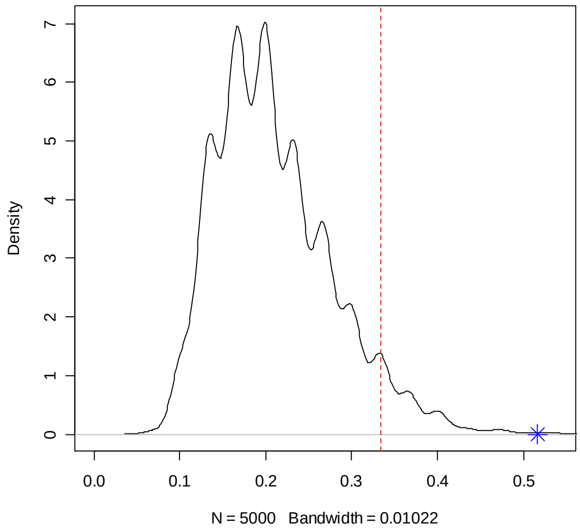


Pav 4.2.4. Mikro-modelio liekanų (juodai) ir makro-modelio liekanų (raudonai) grafinė reprezentacija

Idealaus agregavimo atmesti neturime pagrindo. Nors mikro-modelis turi truputėlį mažesnę empirinę dispersiją, modeliai yra ekvivalentiški, nes prognozės ateina iš ekvivalenčių populiacijų.

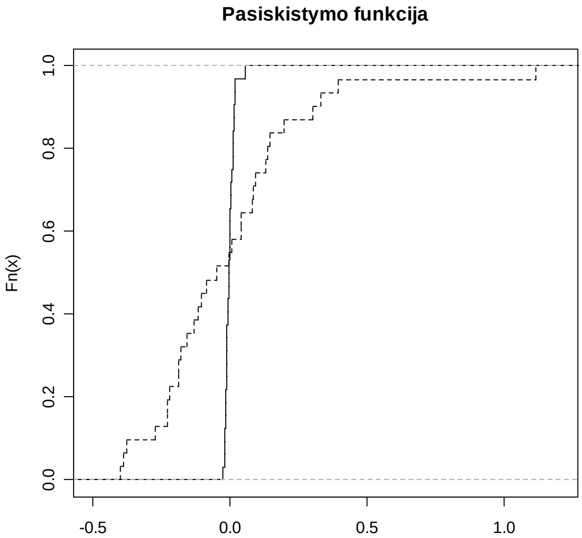
Visiškai priešingą rezultatą mes gauname, jei taikome agregavimą su vienetiniais svoriais. Idealaus agregavimo permutacinis testas rodo visiškai priešingą rezultatą. Gauta p-reikšmė lygi

$8*10^{-4}$ mus verčia atmesti idealų agregavimą su anksčiau pasirinktu reikšmingumo lygmeniu 0.05.



Pav. 4.2.5. Makro-modelio liekanų (ištisa linija) ir su vienetiniais svoriais agreguotų mikro-modelio liekanų (brūkšniuota linija) empirinių pasiskirstymo funkcijų grafikai

Net vien iš grafiko matome, kad šiuo atveju agreguotų liekanų dispersija yra daug didesnė ir skirstinys pasižymi teigiama asimetrija.



Pav. 4.2.6. Makro-modelio liekanų (ištisa linija) ir su vienetiniais svoriais agreguotų mikro-modelio liekanų (brūkšniuota linija) empirinių pasiskirstymo funkcijų grafikai

Šiame poskyryje atlikome analizę, kuri parodė, kad vidutinis darbo užmokestis šalyje gali būti modeliuojamas įvardytais makro arba mikro-modeliu, nes jie yra ekvivalentūs.

Parodėme, kad taikydami klaidingą metodiką, kai tiesinis agregavimas vyksta su vienetiniais svoriais, rezultatas yra priešingas, mikro-modelis negalioja.

4.3. Apdirbamoji gamyba

Išskaidę apdirbamosios gamybos sektorių dar smulkiau ir pakartoję analizę pamatysime kitą situaciją. Dabar mes gauname ekvivalenčius modelius. Tai parodo permutacinis idealaus agregavimo testas.

Apdirbamosios gamybos šakų darbo užmokesčius modeliuokime naudodamiesi gamintojo optimizavimo uždavinio sprendimu:

$$W_i = c_{i0} + c_{i1}W + c_{i2}\,(Y_i/L_i) + c_{i3}\,I_i,$$

kur

W_i – i-tosios ekonominės veiklos vidutinis darbo užmokestis,

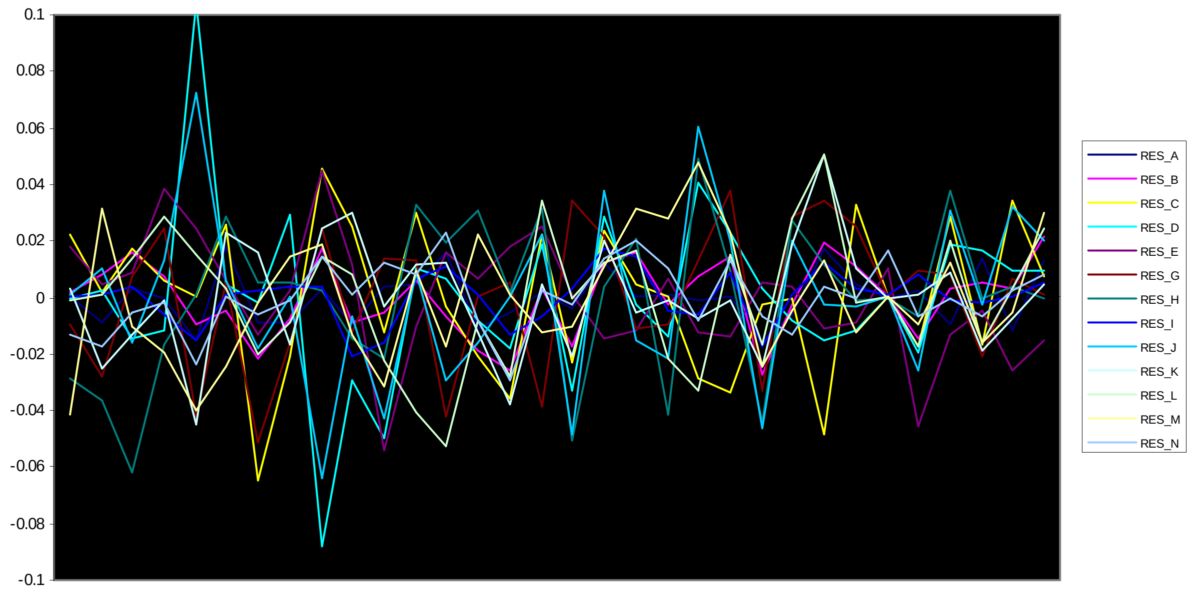
W – vidutinis šalies darbo užmokestis,

Y_i/L_i – i-tosios ekonominės veiklos našumas,

I_i - i-tosios ekonominės veiklos investicijos,

i kinta nuo DA iki DN (išskyrus DF).

Mikro-regresijų liekanos, atrodo, svyruoja mažiau.



Pav. 4.3.1. Mikro-regresijų liekanų eilutės.

Gauname, kad mikro-modelis turi mažesnę liekanos empirinę dispersiją $s_d^2 < s_a^2$.

s_a^2	0.01773435
s_d^2	0.00283896

Ar galioja idealus agregavimas $\boldsymbol{\xi} = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{w}_i \mathbf{X}_i \boldsymbol{\beta}_i - \mathbf{X}_a \mathbf{b}$, nustatysime permutacinio testo pagalba. Su reikšmingumo lygmeniu 0.05 tikrinkime ar abiejų modelių prognozės yra atsitiktinių dydžių iš ekvivalenčių populiacijų realizacijos.

H_0: $F_a = F_d$

H_1: $F_a \neq F_d$,

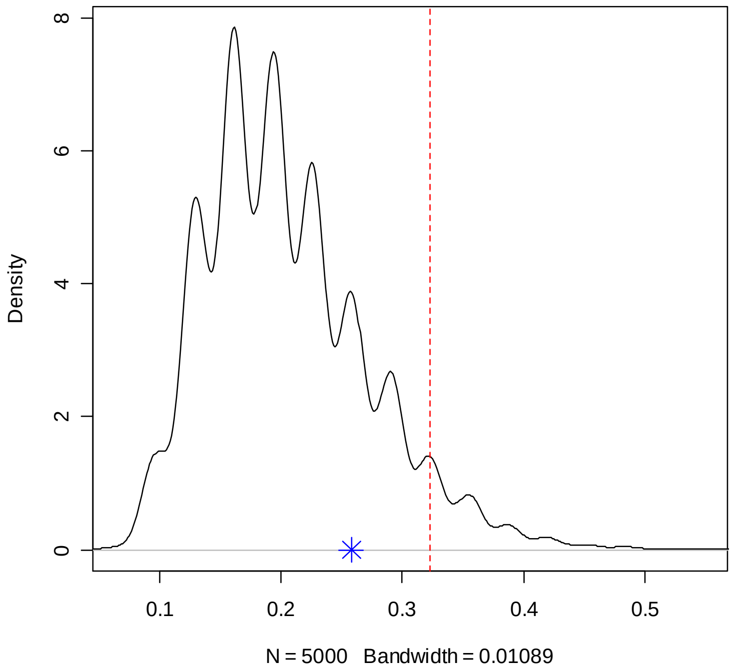
kur F_a – makro-modelio paklaidos skirstinys, F_d – mikro-modelio paklaidos skirstinys.

Naudosime Kolmogorovo-Smirnovo testo statistiką

$$T = \max\left|\hat{F}_a - \hat{F}_d\right|,$$

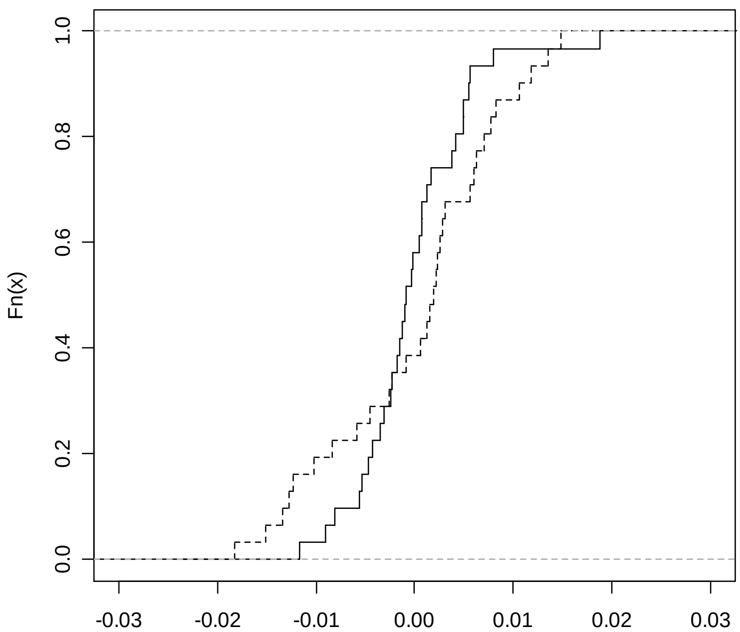
kur kepurės žymi empirinius skirstinius.

Ją apskaičiuojame turimiems stebėjimams ir 4999 permutacijoms. Tuo pagrindu suformuojame empirinį tankį.

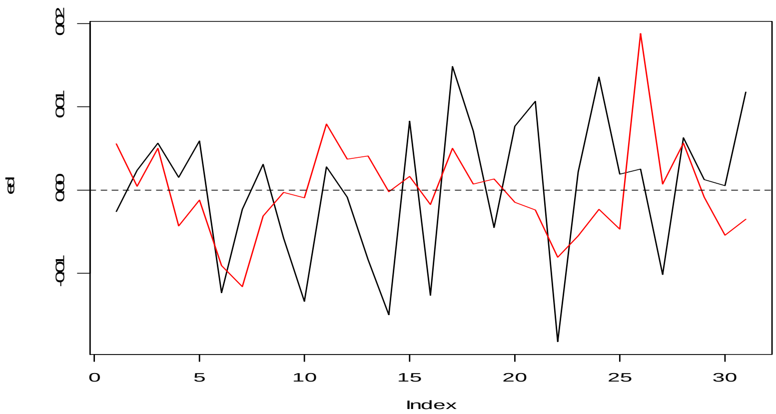


Pav. 4.3.2 Testo statistikos empirinis tankis su kritine reikšme ir testo p-reikšme.

Kadangi gauta testo p-reikšmė 0.168 yra didesnė už reikšmingumo lygmenį, neturim pagrindo atmesti H_0. Iš tikro, grafiškai empiriniai skirstiniai didelio skirtumo neturi.



Pav. 4.3.3. Makro-modelio liekanų (ištisa linija) ir mikro-modelio liekanų (brūkšniuota linija) empirinių pasiskirstymo funkcijų grafikai



Pav. 4.3.4. Mikro-modelio liekanų (juodai) ir makro-modelio liekanų (raudonai) grafinė reprezentacija

Idealus agregavimas galioja, reiškia neturime pagrindo manyti, kad vertindami trylika lygčių vietoje vienos mes išlošiam arba pralošiam prognozės tikslumo prasme.

Praktinėje darbo dalyje pritaikėme tikslumo kriterijų ir idealaus agregavimo permutacinį testą darbo užmokesčio agregavimo lygmeniui parinkti. Gavome, kad realus darbo užmokestis šalyje formuojasi makro-lygmenyje pagal dėsnį:

$$W = -0.0004 - 0.009\,(u - u_n) + 0.37B + 0.0002(Y - Y^*) + 0.01\,r$$

Logaritmuotiems kintamiesiems pritaikytas skirtuminis operatorius, nes kointegruotumo sąryšio neišėjo gauti. Idealaus agregavimo testas parodė, kad mikro-modelis prognozuoja ta patį dydį.

Kitokį rezultatą gauname, jei vertiname mikro-modelio dispersiją neatsižvelgdami į svorius. Mikro-modelis traktuojamas kaip klaidingas.

Apdirbamosios gamybos sektoriuje rastas toks kointegruotumo sąryšis:

$$W_D = -0.83 + 1.15W(-1) + 0.029\,(Y_D/L_D) - 0.017\,I_D$$

Matome, kad šiame sektoriuje realus darbo užmokestis jautriai reaguoja į vidutinio šalies darbo užmokesčio kitimą, nes parametras yra reikšmingai didesnis už vienetą.

Darbo užmokestį apdirbamosios gamybos sektoriuje taip pat galima aprašyti mikro-modeliu, kurio prognozė yra ekvivalenti makro-modelio prognozei.

IŠVADOS

Šis darbas leido praplėsti agregavimo problemos nagrinėjimą plačiai kintamųjų klasei. Buvo apžvelgta problemos sprendimo metodologija, kai sektorinis agregavimas vyksta su vienetiniais svoriais ir praplėsta kintančių svorių atvejui.

Svorių panaudojimas keičia mikro-modelio paklaidos dispersijos įverčio išraišką, idealaus agregavimo testo atveju – prognozių skirtumo skirstinį. Svorių kaip atsitiktinių dydžių nagrinėjimas, leidžia juos modeliuoti. Dabar pasirinkimas tarp makro ir mikro-modelių priklauso nuo to, kaip mes tiksliai galime specifikuoti svorius. O idealaus agregavimo testo statistikos skirstinio išvedimas, nėra paprastas statistinis uždavinys.

Empirinė iliustracija skirta darbo užmokesčio modelio parinkimo problemai nagrinėti. Darbo užmokestis prognozuojamas makro-modeliu ir mikro-modeliu pagal atskirus ekonominės veiklos sektorius. Testo rezultatai rodo, kad deagregavimas leidžia pasiekti šiek tiek mažesnės paklaidos dispersijos, bet idealus agregavimas su pasirinktu reikšmingumo lygmeniu negali būti atmestas. Todėl racionalu modeliuoti Lietuvos vidutinį darbo užmokestį makro-lygmenyje, kur jis priklauso nuo nedarbo lygio, minimalaus darbo užmokesčio, BVP atotrūkio nuo potencialaus ir palūkanų normos.

Tolimesnė analizė galėtų praplėsti tikslumo kriterijaus panaudojimą daugiamačiams makro-kintamiesiems. Taip pat būtų įdomu nagrinėti mikro-modelį panelinio modelio kontekste. Pagaliau galima įsigilinti į svorių modelio vertinimo problemas.

LITERATŪRA

1. Blanchard O., *Macroeconomics*, New Jersey, Prentice Hall, 2003.
2. Ernst Michael D. Permutation Methods: A Basis for Exact Inference, *Statistical Science*, 2004, tomas 19, p.676 – 685.
3. Franz W. Will the (German) NAIRU Please Stand up?, *Centre for European Economic research*, p. 5.
4. Hsiao C., Shen Y. ir Fujiki H., Aggregate vs disaggregate data analysis – a paradox in the estimation of a money demand function of Japan under the low interest rate policy, *Journal of Applied Econometrics*,2004, tomas 20, p. 579 – 601.
5. Nijkamp P., Rietveld P., Rima A, Sensitivity of Information for the aggregation level of spatial data, Research memorandum, 1983.
6. Pesaran. M.H., Pierse R.G., Kumar M.S., Econometric analysis of aggregation in the context of linear prediction models, *Econometrica*, 1989, tomas 57, Nr. 4, p. 831 – 888.
7. Pesarin Fortunato. *Multivariate permutation tests: with applications in biostatistics*, Chichester, Wiley, 2001.
8. Salois M.J., Livanis G., Moss C. B., Estimation of Productio function using average data, Southern Agricultural Economics Association Annual Meetings, Orlando, Florida, February 5 – 8, 2006
9. Sbrana Giacomo. Testing for model selection in predicting aggregate variables. *United nations. Department of Economics and Social Affairs.*
10. St-Amant P., Van Norden S., Measurement of the output gap: a discussion of recent research at the Banc of Canada, 1997.
11. Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А., Економетрика. Начальный курс, Дело, 2004, p. 72 – 73.

PRIEDAI

Lent. 1. Natūralaus nedarbo lygio vertinimo regresijos įvertis.

Dependent Variable: D(PI)
Method: Least Squares
Date: 05/05/08 Time: 19:05
Sample(adjusted): 1998:2 2007:4
Included observations: 39 after adjusting endpoints
D(PI)=C(1) + C(2)*U

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.0129017908786	0.204656370348	-0.0630412376446	0.950073010443
C(2)	0.00456191912591	0.0164729956289	0.276933183781	0.783372711856
R-squared	0.00206846900752	Mean dependent var		0.0403300102564
Adjusted R-squared	-0.0249026534517	S.D. dependent var		0.433394587083
S.E. of regression	0.43875774082	Akaike info criterion		1.24018171256
Sum squared resid	7.12280913978	Schwarz criterion		1.32549256621
Log likelihood	-22.1835433949	Durbin-Watson stat		1.54039475437

Ekonominių modelių regresijų įverčiai (sektoriai A – O)

Lent. 2. Įvertintas makro-modelis.

Dependent Variable: DLOG(W)
Method: Least Squares
Date: 05/09/08 Time: 11:32
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32
DLOG(W) = C(1) + C(2)*DLOG(U_GAP) + C(3)*DLOG(B1) + C(4)
*D(GAP) + C(5)*D(PI(-1)) + C(6)*DLOG(R) + C(10)*DLOG(W(-4))

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.000417700252744	0.00395543713551	-0.105601539965	0.916741264329
C(2)	-0.00875502387286	0.0215254177042	-0.406729569347	0.687667770208
C(3)	0.365255068226	0.18302962842	1.99560623807	0.0569820286874
C(4)	0.0001898328093	4.06729680034e-05	4.66729669898	8.82592457398e-05
C(5)	0.00475643652869	0.00866232539189	0.549094649935	0.587811909051
C(6)	0.0103695305566	0.0119291904892	0.869256850749	0.392975897462
C(10)	-0.207224319026	0.135002834377	-1.53496272861	0.137352907258
R-squared	0.635523806364	Mean dependent var		0.00341592532393
Adjusted R-squared	0.548049519891	S.D. dependent var		0.0265336942076
S.E. of regression	0.0178378762122	Akaike info criterion		-5.02434542216
Sum squared resid	0.00795474569402	Schwarz criterion		-4.70371569342
Log likelihood	87.3895267546	Durbin-Watson stat		1.14783815267

Lent. 3. Įvertintas modelis sektoriui A.

Dependent Variable: DLOG(WA)
Method: Least Squares
Date: 04/19/08 Time: 11:48
Sample: 2000:1 2007:4

Included observations: 32
DLOG(WA) = C(1) + C(2)*DLOG(W(-1)) + C(3)*DLOG(Y/N)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.00928433427166	0.00268440388631	3.45862048517	0.00169928111382
C(2)	0.381637471647	0.103732841727	3.67904190509	0.000949055930366
C(3)	0.0369405723843	0.0287203299143	1.28621685387	0.208542008465

R-squared	0.338529857976	Mean dependent var	0.00953594471653
Adjusted R-squared	0.292911227492	S.D. dependent var	0.0177961079978
S.E. of regression	0.0149644928585	Akaike info criterion	-5.47721305992
Sum squared resid	0.00649414534883	Schwarz criterion	-5.33980031904
Log likelihood	90.6354089588	Durbin-Watson stat	1.48263817206

Lent. 4. Įvertintas modelis sektoriui B.

Dependent Variable: DLOG(WB)
Method: Least Squares
Date: 05/09/08 Time: 17:03
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32
DLOG(WB) = C(1) + C(2)*DLOG(W(-1)) + C(6)*DLOG(WB(-1))

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.021340534444	0.0111258928316	1.91809635118	0.0649932464311
C(2)	1.04001154102	0.422731453452	2.46021802383	0.0200829090834
C(6)	-0.311627623795	0.166075509602	-1.87642130102	0.0706940222848

R-squared	0.225217564476	Mean dependent var	0.0176049621327
Adjusted R-squared	0.17178429306	S.D. dependent var	0.0663779680766
S.E. of regression	0.0604081707977	Akaike info criterion	-2.68632481657
Sum squared resid	0.105825265875	Schwarz criterion	-2.54891207568
Log likelihood	45.9811970651	Durbin-Watson stat	2.04415224202

Lent. 5. Įvertintas modelis sektoriui C.

Dependent Variable: DLOG(WC)
Method: Least Squares
Date: 05/09/08 Time: 17:10
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32
DLOG(WC) = C(1) + C(3)*DLOG(Y/N) +C(4)*DLOG(FDI) + C(6)
*DLOG(WC(-1))

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.00334845284932	0.00334419594252	1.00127292386	0.325269909806
C(3)	0.0190835861876	0.0264459604808	0.721606848103	0.476519360022
C(4)	-0.0471567802004	0.0570936848818	-0.8259543993	0.415812529564
C(6)	0.624528416863	0.150958669448	4.13708215067	0.000290655792888

R-squared	0.402725899258	Mean dependent var	0.00755058662045
Adjusted R-squared	0.338732245607	S.D. dependent var	0.0220148627197
S.E. of regression	0.0179021278523	Akaike info criterion	-5.09132572375
Sum squared resid	0.00897361308595	Schwarz criterion	-4.9081087359
Log likelihood	85.46121158	Durbin-Watson stat	2.2846448411

Lent. 6. Įvertintas modelis sektoriui D.

Dependent Variable: LOG(WD)
Method: Least Squares
Date: 05/09/08 Time: 17:54
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32
LOG(WD) = C(1) + C(2)*LOG(W(-1)) + C(3)*LOG(Y/N) + C(5)*LOG(FDI)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.833843257746	0.303794047707	-2.74476496179	0.0104525818281
C(2)	1.15201712711	0.0471867057832	24.4140189062	2.04631004323e-20
C(3)	0.0292200712699	0.0512016456241	0.570686174512	0.572764345083
C(5)	-0.0170946496	0.0123309259347	-1.38632327293	0.176589266639

R-squared	0.956809139903	Mean dependent var	6.53466148978
Adjusted R-squared	0.95218154775	S.D. dependent var	0.0810993870259
S.E. of regression	0.0177343522018	Akaike info criterion	-5.11015776214
Sum squared resid	0.00880620294452	Schwarz criterion	-4.92694077429
Log likelihood	85.7625241943	Durbin-Watson stat	2.31592843748

Lent. 7. Įvertintas modelis sektoriui G.

Dependent Variable: DLOG(WG)
Method: Least Squares
Date: 05/09/08 Time: 18:10
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32
DLOG(WG) = C(1) + C(2)*DLOG(W(-1)) + C(3)*DLOG(Y/N) + C(7)
*DLOG(WG(-2)) + C(8)*DLOG(WG(-3)) + C(9)*DLOG(WG(-4))

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.00346205276216	0.00417181018537	0.829868236648	0.41416831192
C(2)	0.0347816092567	0.149071535505	0.233321600524	0.817338893781
C(3)	0.0483641157385	0.12900239244	0.374908672806	0.710769228535
C(7)	0.607032359672	0.161413299179	3.76073324044	0.000869819000911
C(8)	0.431663695463	0.149955069218	2.87862022747	0.00788587495415
C(9)	-0.51347288265	0.18380250886	-2.79361193617	0.00965395595338

R-squared	0.517619197596	Mean dependent var	0.00652485018825
Adjusted R-squared	0.424853658672	S.D. dependent var	0.0254999990289
S.E. of regression	0.019338792102	Akaike info criterion	-4.88604679208
Sum squared resid	0.00972371087905	Schwarz criterion	-4.6112213103
Log likelihood	84.1767486733	Durbin-Watson stat	1.76277369248

Lent. 8. Įvertintas modelis sektoriui H.

Dependent Variable: DLOG(WH)
Method: Least Squares
Date: 05/09/08 Time: 18:20
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32
DLOG(WH) = C(1) + C(2)*DLOG(W(-1)) + C(3)*DLOG(Y/N) + C(7)
*DLOG(WH(-2)) + C(9)*DLOG(WH(-4))

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.00225917464697	0.00536462015741	-0.421124810459	0.676997492115
C(2)	0.191128934503	0.185595601689	1.02981392212	0.312234795816
C(3)	0.0834936085092	0.117068704552	0.713201780347	0.481840271959
C(7)	0.424373582816	0.18517936954	2.29168931653	0.0299490336938
C(9)	-0.341633983835	0.218065933917	-1.56665453287	0.128842010854

R-squared	0.229250673597	Mean dependent var	-0.00250910495531
Adjusted R-squared	0.115065588203	S.D. dependent var	0.0274790202092
S.E. of regression	0.0258497760685	Akaike info criterion	-4.33042865197
Sum squared resid	0.0180416949153	Schwarz criterion	-4.10140741716
Log likelihood	74.2868584316	Durbin-Watson stat	1.7942000486

Lent. 9. Įvertintas modelis sektoriui I.

Dependent Variable: LOG(WI)
Method: Least Squares
Date: 05/09/08 Time: 18:23
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32
LOG(WI) = C(1) + C(2)*LOG(W(-1)) + C(3)*LOG(Y/N) + C(4)*LOG(MI)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	2.71334686813	0.546974076266	4.96064984771	3.08839495464e-05
C(2)	0.9944938526	0.0809703281124	12.2822010949	8.59190392887e-13
C(3)	0.350309203237	0.1002283839	3.49510976439	0.00159664461989
C(4)	-0.0969508277852	0.0240945015839	-4.02377394892	0.000394244385976

R-squared	0.852267299538	Mean dependent var	6.63819062641
Adjusted R-squared	0.836438795917	S.D. dependent var	0.0679089626919
S.E. of regression	0.0274642185377	Akaike info criterion	-4.23539685745
Sum squared resid	0.0211199323968	Schwarz criterion	-4.0521798696
Log likelihood	71.7663497192	Durbin-Watson stat	1.91339997765

Lent. 10. Įvertintas modelis sektoriui J.

Dependent Variable: DLOG(WJ)
Method: Least Squares
Date: 05/09/08 Time: 18:56
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32
DLOG(WJ) = C(1) + C(2)*DLOG(W(-1)) + C(5)*DLOG(WJ(-1))

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.00574052331228	0.00654131423328	0.877579505823	0.387384702256
C(2)	0.788394688061	0.417732167547	1.88732099012	0.0691628129244
C(5)	-0.828480599867	0.257296394186	-3.21994640651	0.00315342390267

R-squared	0.284699348673	Mean dependent var	0.00414952034653
Adjusted R-squared	0.235368269271	S.D. dependent var	0.0421313742911
S.E. of regression	0.0368410317156	Akaike info criterion	-3.67534913176
Sum squared resid	0.0393605869183	Schwarz criterion	-3.53793639087
Log likelihood	61.8055861081	Durbin-Watson stat	2.12981511509

Lent. 11. Įvertintas modelis sektoriui K.

Dependent Variable: DLOG(WK)
Method: Least Squares
Date: 05/09/08 Time: 20:25
Sample(adjusted): 2000:2 2007:4
Included observations: 31 after adjusting endpoints
DLOG(WK) = C(1) +C(3)*DLOG(W(-1)) + C(4)*DLOG(MI) + C(5)
*DLOG(FDI) + C(7)*DLOG(WK(-2))

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.0418077323487	0.0210722836403	-1.98401526205	0.0579048138369

C(3)	0.124750869173	0.384887573075	0.32412288133	0.748438131273
C(4)	0.456972616239	0.292350161497	1.56310026955	0.130120162215
C(5)	0.254672688353	0.16068856545	1.58488370121	0.125081919424
C(7)	0.295058820891	0.172356354645	1.7119114726	0.0988179097539

R-squared	0.235383624227	Mean dependent var	-0.00250646672132
Adjusted R-squared	0.117750335647	S.D. dependent var	0.0573271104728
S.E. of regression	0.0538462921218	Akaike info criterion	-2.85867642175
Sum squared resid	0.0753850025568	Schwarz criterion	-2.62738816296
Log likelihood	49.3094845371	Durbin-Watson stat	1.98063635218

Lent. 12. Įvertintas modelis sektoriui L.

Dependent Variable: LOG(WL)
Method: Least Squares
Date: 05/09/08 Time: 20:30
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32
LOG(WL) = C(1) + C(2)*LOG(W(-1)) + C(3)*LOG(Y/N) + C(4)*LOG(MI)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	3.78528623234	1.28110423248	2.95470589853	0.00628151130636
C(2)	0.4565984533	0.127320431923	3.5862150827	0.00125890456601
C(3)	0.0557048618531	0.140500415739	0.396474711908	0.694760406052
C(4)	0.0299101354897	0.0200316809349	1.49314156844	0.146583878159

R-squared	0.482845459721	Mean dependent var	6.91816732835
Adjusted R-squared	0.427436044691	S.D. dependent var	0.0516251862736
S.E. of regression	0.039063723193	Akaike info criterion	-3.53077640268
Sum squared resid	0.0427272851516	Schwarz criterion	-3.34755941483
Log likelihood	60.4924224429	Durbin-Watson stat	1.58019772576

Lent. 13. Įvertintas modelis sektoriui M.

Dependent Variable: LOG(WM)
Method: Least Squares
Date: 05/09/08 Time: 20:59
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32
LOG(WM) = C(1) + C(2)*LOG(W(-1)) + C(3)*LOG(Y/N) + C(5)
*LOG(FDI)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.845620105224	0.490143047178	1.72525165886	0.0955049709596
C(2)	1.03369145189	0.074718712343	13.8344387835	4.84359865591e-14
C(3)	0.0908630647604	0.0547341968921	1.66007852348	0.108058745234
C(5)	-0.0928947619099	0.03031569628	-3.0642463578	0.00478893621329

R-squared	0.876344893975	Mean dependent var	6.43532659919
Adjusted R-squared	0.863096132615	S.D. dependent var	0.0716864019563
S.E. of regression	0.0265243433684	Akaike info criterion	-4.30503902619
Sum squared resid	0.0196991421515	Schwarz criterion	-4.12182203834
Log likelihood	72.880624419	Durbin-Watson stat	1.3457168085

Lent. 14. Įvertintas modelis sektoriui N.

Dependent Variable: LOG(WN)
Method: Least Squares
Date: 05/09/08 Time: 21:03
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32
LOG(WN) = C(1) + C(2)*LOG(W(-1)) + C(3)*LOG(Y/N) + C(4)*LOG(MI)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	3.66666645645	1.67925685689	2.18350542469	0.0375386363234
C(2)	0.980259401869	0.129767756968	7.55395195828	3.14939280786e-08
C(3)	0.555952054737	0.111094564027	5.00431375383	2.74082156145e-05
C(4)	-0.0710464318471	0.0455387056339	-1.56013287725	0.129961179911

R-squared	0.910831097532	Mean dependent var	6.41806121032
Adjusted R-squared	0.901277286554	S.D. dependent var	0.131572100153
S.E. of regression	0.0413401786218	Akaike info criterion	-3.4174951341
Sum squared resid	0.0478522903174	Schwarz criterion	-3.23427814625
Log likelihood	58.6799221455	Durbin-Watson stat	1.24146769973

Lent. 15. Įvertintas modelis sektoriui O.

Dependent Variable: LOG(WO)
Method: Least Squares
Date: 05/09/08 Time: 21:05
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32
LOG(WO) = C(1) + C(2)*LOG(W(-1)) + C(3)*LOG(Y/N) + C(4)*LOG(MI)
+ C(5)*LOG(FDI)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	2.65729104067	1.12950269742	2.35262035827	0.0261830488347
C(2)	0.770002817343	0.102189019815	7.53508369818	4.1786491398e-08
C(3)	0.131560965526	0.0525589698263	2.50311157089	0.0186613573172
C(4)	-0.0194778406644	0.0196742862764	-0.990015108589	0.330956575362
C(5)	-0.0460970070684	0.038371055054	-1.20134843839	0.240048616891

R-squared	0.813407938495	Mean dependent var	6.42874162941
Adjusted R-squared	0.785764670124	S.D. dependent var	0.0612257743732
S.E. of regression	0.0283386940822	Akaike info criterion	-4.14657622269
Sum squared resid	0.0216832027217	Schwarz criterion	-3.91755498788
Log likelihood	71.3452195631	Durbin-Watson stat	1.96754697344

Programos kodas
Mikro-modelio dispersijos vertinimas ir permutacinis idealaus agregavimo testas

```
data=as.matrix(read.table(file.choose())) # failas aaaaaaaaa.txt
A=data[,1:5]
B=data[,6:10]
C=data[,11:15]
D=data[,16:20]
E=data[,21:25]
F=data[,26:30]
G=data[,31:35]
H=data[,36:40]
I=data[,41:45]
J=data[,46:50]
K=data[,51:55]
L=data[,56:60]
M=data[,61:65]
N=data[,66:70]
O=data[,71:75]

XA=cbind(rep(1,39),diff(log(A[,1:2])))
XB=cbind(rep(1,39),diff(log(B[,1])),c(NA,diff(log(B[1:39,5]))))
XC=cbind(rep(1,39),diff(log(cbind(C[,2:3],c(NA,C[1:39,5])))))
XD=cbind(rep(1,39),log(D[2:40,1:3]))
XE=cbind(rep(1,39),log(E[2:40,1:2]))
time=c(1:39)
XF=cbind(rep(1,39),log(F[2:40,1]),time)
XG=cbind(rep(1,39),diff(log(cbind(G[,1:2],c(NA,NA,G[1:38,5]),c(NA,NA,NA,G[1:37,5]),c(NA
,NA,NA,NA,G[1:36,5])))))
XH=cbind(rep(1,39),diff(log(cbind(H[,1:2],c(NA,NA,H[1:38,5]),c(NA,NA,NA,NA,H[1:36,5])))
))
XI=cbind(rep(1,39),log(cbind(I[2:40,1:2],I[2:40,4])))
XJ=cbind(rep(1,39),diff(log(cbind(J[,1],c(NA,J[1:39,5])))))
XK=cbind(rep(1,39),diff(log(cbind(K[,1],K[,3:4],c(NA,NA,K[1:38,5])))))
XL=cbind(rep(1,39),log(cbind(L[2:40,1:2],L[2:40,4])))
XM=cbind(rep(1,39),log(M[2:40,1:3]))
XN=cbind(rep(1,39),log(cbind(N[2:40,1:2],N[2:40,4])))
XO=cbind(rep(1,39),log(O[2:40,1:4]))

X=list(XA[-c(1:8),],XB[-c(1:8),],XC[-c(1:8),],XD[-c(1:8),],XE[-c(1:8),],XF[-c(1:8),],XG[-
c(1:8),],XH[-c(1:8),],XI[-c(1:8),],XJ[-c(1:8),],XK[-c(1:8),],XL[-c(1:8),],XM[-c(1:8),],XN[-
c(1:8),],XO[-c(1:8),])

matricaA=function(s) {
        x=X[[s]]
        return(x%*%solve(t(x)%*%x)%*%t(x))
}

e=as.matrix(read.table(file.choose())) # failas skaityk_liek
w=as.matrix(read.table(file.choose())) # failas skaityk_svor
```

```
tr=function(y){
	trekas=0
	n=dim(y)[1]
	for(i in c(1:n)) {trekas=trekas+y[i,i]}
	return(trekas)
}

sd.kv=0
for(i in c(1:15)){
	for(j in c(1:15)){
		skaitiklis=t(e[,i])%*%(e[,j])
		vardiklis=tr(diag(31)-matricaA(i)-matricaA(j)+matricaA(i)%*%matricaA(j) )

		sigma=skaitiklis/vardiklis
		sd.kv=sd.kv+sigma*sum(w[,i]*w[,j])
	}

}
sd.kv

# 0.01500300

######################

#o jei nesvertumem?

###########################

sd.kvP=0
for(i in c(1:15)){
	for(j in c(1:15)){
		skaitiklis=t(e[,i])%*%(e[,j])
		vardiklis=tr(diag(31)-matricaA(i)-matricaA(j)+matricaA(i)%*%matricaA(j) )

		sigma=skaitiklis/vardiklis
		sd.kvP=sd.kvP+sigma
	}

}
sd.kvP

##################

# Idealaus agregavimo testas

################

#nuskaitom faila e_a ir e_d
aird=as.matrix(read.table(file.choose(),header=TRUE))
ea=aird[,1]
ed=aird[,2]
```

```
plot(ecdf(ea), xlab="", xlim=c(-.03,.04), do.points=FALSE, verticals=TRUE, main="")
lines(ecdf(ed), do.points=FALSE, verticals=TRUE, lty="dashed")

n1=32
n2=32
N<-n1+n2
set.seed(1)
perms<-4999
B<-apply(matrix(1:N,N,perms),2,sample)
Z<-c(ea,ed)
Z.star<-Z
T<-numeric(perms+1)

sZ<-sort(Z)

Fa<-ecdf(ea)
Fd<-ecdf(ed)

T[1]<-max(abs(Fa(sZ)-Fd(sZ)))

for (b in 1:perms)
{
Z.star<-Z[B[,b]]
sZ.star<-sort(Z.star)

Fa<-ecdf(Z.star[1:32])
Fd<-ecdf(Z.star[33:64])

T[b+1]<-max(abs(Fa(sZ.star)-Fd(sZ.star)))

}

alpha<-0.05
cT=sort(T)[(1-alpha)*(perms)]

plot(density(T), main="", xlim=c(min(T),max(T)))
lines(abline(v=cT, lty="dashed", col="red"))
lines(points(T[1],0,pch=8,cex=2, col="blue"))

Pval<- sum(T>=T[1])/(perms+1)
Pval

#######################

# testas be svoriu

####################

edP=apply(e,1,sum)  # ilgio 31
plot(ecdf(ea), xlab="", xlim=c(-.5,1.2), do.points=FALSE, verticals=TRUE,
main="Pasiskistymo funkcija")
lines(ecdf(edP), do.points=FALSE, verticals=TRUE, lty="dashed")
```

```
set.seed(1)

perms<-4999
B<-apply(matrix(1:N,N,perms),2,sample)

Z<-c(ea[-1],edP)
Z.star<-Z

T<-numeric(perms+1)

sZ<-sort(Z)

Fa<-ecdf(ea[-1])
Fd<-ecdf(edP)

T[1]<-max(abs(Fa(sZ)-Fd(sZ)))

for (b in 1:perms)
{
Z.star<-Z[B[,b]]
sZ.star<-sort(Z.star)

Fa<-ecdf(Z.star[1:31])
Fd<-ecdf(Z.star[32:62])

T[b+1]<-max(abs(Fa(sZ.star)-Fd(sZ.star)))

}


alpha<-0.05
cT=sort(T)[(1-alpha)*(perms)]


plot(density(T), main="", xlim=c(0,max(T)))
lines(abline(v=cT, lty="dashed", col="red"))
lines(points(T[1],0,pch=8,cex=2, col="blue"))


Pval<- sum(T>=T[1])/(perms+1)
Pval
```

Apdirbamosios gamybos sektorių modeliai

Lent. 16. Įvertintas modelis sektoriui DA.

Dependent Variable: DLOG(WDA_SA)
Method: Least Squares
Date: 05/11/08 Time: 20:12
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.00265087344598	0.00201631531411	-1.31471175536	0.200086196412
DLOG(YDA/NDA_SA)	0.12840404303	0.0383703566016	3.3464386157	0.00250002755687
DLOG(WDA_SA(-1))	0.42895371953	0.123999385803	3.45932132447	0.00188059563658
DLOG(WDA_SA(-2))	0.299226406479	0.130260749631	2.29713407398	0.0299138228505
FK	0.014148204875	0.00559831131243	2.52722724505	0.0179161328651
F0603	0.0319313708337	0.0118344733356	2.69816576777	0.0120823049029

R-squared	0.834042222153	Mean dependent var	0.00120773081836
Adjusted R-squared	0.802127264875	S.D. dependent var	0.0229338202389
S.E. of regression	0.0102016256391	Akaike info criterion	-6.16517868838
Sum squared resid	0.0027059023077	Schwarz criterion	-5.89035320661
Log likelihood	104.642859014	F-statistic	26.1332708323
Durbin-Watson stat	2.65735067225	Prob(F-statistic)	2.27977142634e-09

Lent. 17. Įvertintas modelis sektoriui DB.

Dependent Variable: DLOG(WDB_SA)
Method: Least Squares
Date: 05/11/08 Time: 20:19
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.00608270569589	0.00285048687237	-2.13391815793	0.0420846181759
DLOG(WD_SA(-1))	0.949460941259	0.253860835366	3.74008436508	0.00087660866679
DLOG(WDB_SA(-1))	-0.564780132344	0.245235658259	-2.30300983288	0.0292141328964
FK	0.00929730918715	0.00766866513136	1.21237647334	0.2358706275
F0603	0.0499829942498	0.0166776787033	2.99699947091	0.0057881253695

R-squared	0.643142577216	Mean dependent var	-0.000382301540178
Adjusted R-squared	0.590274810878	S.D. dependent var	0.0221834507114
S.E. of regression	0.0141995779198	Akaike info criterion	-5.52860804794
Sum squared resid	0.0054439563537	Schwarz criterion	-5.29958681312
Log likelihood	93.457728767	F-statistic	12.1651172682
Durbin-Watson stat	1.71279204018	Prob(F-statistic)	8.80365572419e-06

Lent. 18. Įvertintas modelis sektoriui DC.

Dependent Variable: DLOG(WDC_SA)
Method: Least Squares
Date: 05/11/08 Time: 20:26
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.00660296156738	0.00506337858228	-1.3040623884	0.203220902606

DLOG(WD_SA(-1))	0.114666807951	0.248637485434	0.461180693455	0.648362683032
DLOG(FDC_SA)	-0.0481036922623	0.0162797136227	-2.95482422953	0.00641669970361
DLOG(WDC_SA(-4))	-0.376523380645	0.147174516919	-2.55834629886	0.0164423504232
F0603	0.0894123068157	0.0299045804843	2.98992011818	0.00588937640433

R-squared	0.512543093322	Mean dependent var	-0.00147539277366
Adjusted R-squared	0.440327255296	S.D. dependent var	0.0374942308301
S.E. of regression	0.0280499135887	Akaike info criterion	-4.16706142566
Sum squared resid	0.0212435366129	Schwarz criterion	-3.93804019085
Log likelihood	71.6729828105	F-statistic	7.09737790671
Durbin-Watson stat	2.30809526039	Prob(F-statistic)	0.000485095915276

Lent. 19. Įvertintas modelis sektoriui DD.

Dependent Variable: DLOG(WDD_SA)
Method: Least Squares
Date: 05/11/08 Time: 20:27
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.00114802815289	0.00590547762886	0.194400559114	0.847265852078
DLOG(WD_SA(-1))	1.02615563233	0.330871094445	3.10137588189	0.00436468064933
DLOG(WDD_SA(-1))	-0.34896008128	0.161117963279	-2.16586700934	0.0389899353507
F0603	0.0912482575974	0.0347376053418	2.62678606368	0.0138216060626

R-squared	0.457752574348	Mean dependent var	0.00467351583852
Adjusted R-squared	0.399654635885	S.D. dependent var	0.0422597858665
S.E. of regression	0.0327437090604	Akaike info criterion	-3.88374317644
Sum squared resid	0.0300202135249	Schwarz criterion	-3.70052618859
Log likelihood	66.139890823	F-statistic	7.87898136251
Durbin-Watson stat	2.03208662912	Prob(F-statistic)	0.000578396222533

Lent. 20. Įvertintas modelis sektoriui DE.

Dependent Variable: LOG(WDE_SA)
Method: Least Squares
Date: 05/11/08 Time: 20:20
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	5.62692286421	0.532763648919	10.5617620039	4.33947091615e-11
LOG(WD_SA(-1))	0.521499553514	0.0754713593238	6.90990010232	2.00153384105e-07
LOG(MDE_POL)	-0.0378705394585	0.0127300652908	-2.97488964852	0.00610996056416
LOG(FDE)	-0.169817973944	0.0218036543171	-7.78850973671	2.2453002093e-08
FK	-0.0710842071862	0.0133855283412	-5.3105268148	1.3235917243e-05

R-squared	0.92640375187	Mean dependent var	6.67905125809
Adjusted R-squared	0.915500603999	S.D. dependent var	0.0765899570344
S.E. of regression	0.0222637659718	Akaike info criterion	-4.62911150303
Sum squared resid	0.0133832324316	Schwarz criterion	-4.40009026822
Log likelihood	79.0657840485	F-statistic	84.9666319141
Durbin-Watson stat	1.46197666835	Prob(F-statistic)	6.80914916383e-15

Lent. 21. Įvertintas modelis sektoriui DG.

Dependent Variable: DLOG(WDG_SA)
Method: Least Squares
Date: 05/11/08 Time: 20:21
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.00568017579954	0.00452194533588	1.25613544119	0.21909250883
DLOG(WD_SA(-1))	0.592343845144	0.220251564329	2.6893967675	0.0117437721298
F0603	0.0712574882083	0.026399448229	2.6992036951	0.0114718624398

R-squared	0.400903377131	Mean dependent var	0.00906978506484
Adjusted R-squared	0.359586368657	S.D. dependent var	0.0314224153597
S.E. of regression	0.0251460542856	Akaike info criterion	-4.4391715704
Sum squared resid	0.0183373973379	Schwarz criterion	-4.30175882951
Log likelihood	74.0267451264	F-statistic	9.70310755643
Durbin-Watson stat	2.30029836412	Prob(F-statistic)	0.000593888117772

Lent. 22. Įvertintas modelis sektoriui DH.

Dependent Variable: DLOG(WDH_SA)
Method: Least Squares
Date: 05/11/08 Time: 20:28
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.0112952050656	0.00567580939818	1.99006067208	0.0567984827314
DLOG(WD_SA(-1))	0.912595721446	0.344380063381	2.64996676197	0.0132938173427
DLOG(YDH_SA/NDH_POL)	0.148645184956	0.0885273124854	1.6790884167	0.104672675247
DLOG(WDH_SA(-1))	-0.475473602205	0.165104156423	-2.87984029297	0.00769733648301
F0603	0.115474384225	0.0307152869425	3.75950856136	0.000833218704087

R-squared	0.577568139076	Mean dependent var	0.00936769101249
Adjusted R-squared	0.514985641162	S.D. dependent var	0.0416491116319
S.E. of regression	0.0290056792699	Akaike info criterion	-4.10004923294
Sum squared resid	0.0227158946075	Schwarz criterion	-3.87102799813
Log likelihood	70.600787727	F-statistic	9.2289083741
Durbin-Watson stat	1.98731371214	Prob(F-statistic)	7.79934218509e-05

Lent. 23. Įvertintas modelis sektoriui DI.

Dependent Variable: DLOG(WDI_SA)
Method: Least Squares
Date: 05/11/08 Time: 18:51
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000290729621551	0.00198648184778	0.146354028795	0.88469054729
DLOG(WD_SA(-1))	0.280520807032	0.173510487897	1.61673689258	0.117147688203
DLOG(WDI_SA(-2))	0.411199214338	0.169335004747	2.42831784812	0.0218458323459
FK	0.0308237879568	0.00498946178231	6.17777814556	1.13582573195e-06

R-squared	0.833772461111	Mean dependent var	0.00864034647554
Adjusted R-squared	0.815962367658	S.D. dependent var	0.0225271936138
S.E. of regression	0.00966407764048	Akaike info criterion	-6.32433353388
Sum squared resid	0.00261504310595	Schwarz criterion	-6.14111654603
Log likelihood	105.189336542	F-statistic	46.8146033785
Durbin-Watson stat	1.62838310206	Prob(F-statistic)	4.89899167737e-11

Lent. 24. Įvertintas modelis sektoriui DJ.

Dependent Variable: DLOG(WDJ_SA)
Method: Least Squares
Date: 05/11/08 Time: 20:29
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.0115925028727	0.00784646728739	1.47741683589	0.151134594976
DLOG(WD_SA(-1))	0.668897361924	0.299415709443	2.23400890744	0.0339603757699
DLOG(YDJ/NDJ_SA)	0.126490436872	0.167056676191	0.757170798294	0.455504907727
DLOG(WDJ_SA(-4))	-0.219618704512	0.19119880722	-1.14864055746	0.260778944315
F0603	0.125534311473	0.0360820438054	3.4791352771	0.00172344326862

R-squared	0.510353240978	Mean dependent var	0.012042804337
Adjusted R-squared	0.437812980382	S.D. dependent var	0.0429591897081
S.E. of regression	0.0322104274448	Akaike info criterion	-3.89045206072
Sum squared resid	0.0280128141767	Schwarz criterion	-3.66143082591
Log likelihood	67.2472329715	F-statistic	7.03544813302
Durbin-Watson stat	2.27130347216	Prob(F-statistic)	0.000513432329679

Lent. 25. Įvertintas modelis sektoriui DK.

Dependent Variable: DLOG(WDK_SA)
Method: Least Squares
Date: 05/11/08 Time: 20:22
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.008749	0.004103	2.132131	0.0422
DLOG(WD_SA(-1))	0.782474	0.268928	2.909605	0.0072
DLOG(WDK_SA(-1))	-0.584211	0.152221	-3.837912	0.0007
DLOG(WDK_SA(-3))	0.213863	0.120390	1.776419	0.0869
F0603	0.102056	0.023466	4.349041	0.0002

R-squared	0.684143	Mean dependent var	0.010074
Adjusted R-squared	0.637349	S.D. dependent var	0.035390
S.E. of regression	0.021312	Akaike info criterion	-4.716463
Sum squared resid	0.012264	Schwarz criterion	-4.487442
Log likelihood	80.46340	F-statistic	14.62041
Durbin-Watson stat	1.956171	Prob(F-statistic)	0.000002

Lent. 26. Įvertintas modelis sektoriui DL.

Dependent Variable: DLOG(WDL_SA)
Method: Least Squares
Date: 05/11/08 Time: 20:24
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.00238206832425	0.00455072215276	-0.523448420776	0.605095502016
DLOG(WD_SA(-1))	0.47075148762	0.326331293581	1.44255698697	0.161084901463
DLOG(YDL_SA/NDL_POL)	0.0657424365344	0.0615936447766	1.06735746477	0.295621351225
DLOG(WDL_SA(-1))	-0.364570902381	0.21228818103	-1.71733961171	0.0978078682773
DLOG(WDL_SA(-3))	0.32248994287	0.184277884577	1.75001977915	0.0919097762844
F0603	0.0791552187489	0.0277750537217	2.84986735011	0.00844645460601

R-squared	0.495292559467	Mean dependent var	0.000753475650572
Adjusted R-squared	0.398233436288	S.D. dependent var	0.0322640138975
S.E. of regression	0.0250283617017	Akaike info criterion	-4.3702535565
Sum squared resid	0.0162868911263	Schwarz criterion	-4.09542807473
Log likelihood	75.924056904	F-statistic	5.10299849456
Durbin-Watson stat	1.53052022566	Prob(F-statistic)	0.00216340054593

Lent. 27. Įvertintas modelis sektoriui DM.

Dependent Variable: DLOG(WDM_SA)
Method: Least Squares
Date: 05/11/08 Time: 20:30
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000536585876475	0.00461357848274	0.116305787033	0.908377949968
DLOG(WD_SA(-1))	0.355273176826	0.337194637266	1.05361455244	0.30255186898
DLOG(MDM_SA)	-0.013543046802	0.02657650816	-0.509587140659	0.614994791588
DLOG(FDM_SA)	-0.0980202797337	0.0419111513486	-2.33876370798	0.0280060783685
DLOG(WDM_SA(-1))	-0.414109644323	0.196289434661	-2.10968891442	0.0455009329276
DLOG(WDM_SA(-2))	0.409756468327	0.159237108993	2.57324734741	0.0166814462261
DLOG(WDM_SA(-3))	0.359362076226	0.154617869141	2.32419498614	0.0289025677418
F0603	0.0823695507401	0.0285757841594	2.88249485231	0.00818998285514

R-squared	0.632819483556	Mean dependent var	0.00287554688885
Adjusted R-squared	0.52572516626	S.D. dependent var	0.0367139199694
S.E. of regression	0.0252840009003	Akaike info criterion	-4.30497192357
Sum squared resid	0.0153427368366	Schwarz criterion	-3.93853794787
Log likelihood	76.8795507771	F-statistic	5.90899218122
Durbin-Watson stat	1.50362731898	Prob(F-statistic)	0.000450165504221

Lent. 28. Įvertintas modelis sektoriui DN.

Dependent Variable: DLOG(WDN_SA)
Method: Least Squares
Date: 05/11/08 Time: 20:26
Sample: 2000:1 2007:4
Included observations: 32

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.000129663028951	0.00298067204459	-0.0435012732067	0.965647542571
DLOG(WD_SA(-1))	0.359447381881	0.151403768297	2.37409798926	0.0255845712326
DLOG(FDN_SA)	-0.0234179594526	0.0244866706919	-0.956355388091	0.348050092074
DLOG(WDN_SA(-2))	0.599220067525	0.167950150956	3.56784476891	0.00148872171067
DLOG(WDN_SA(-3))	0.347812985895	0.153084522366	2.27203234213	0.0319467642179
DLOG(WDN_SA(-4))	-0.435777622826	0.167661509651	-2.59915125263	0.0154551808
FK	0.0151253440656	0.00680010754183	2.22428012683	0.0353916579439

R-squared	0.776775414317	Mean dependent var	0.00282823205046
Adjusted R-squared	0.723201513753	S.D. dependent var	0.0258468626385
S.E. of regression	0.0135984588114	Akaike info criterion	-5.56708064222
Sum squared resid	0.00462295205115	Schwarz criterion	-5.24645091349
Log likelihood	96.0732902756	F-statistic	14.4991386877
Durbin-Watson stat	1.63199646855	Prob(F-statistic)	4.45652344247e-07