

ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
MATEMATIKOS KATEDRA

KAROLINA PIASECKIENĖ

M(n)mag–5 gr. studentė

**NATŪRALIOS ODOS
SANTYKINIO SLANKUMO
VIDURKIO IR DISPERSIJOS ĮVERČIAI**

MAGISTRO DARBAS

Darbo vadovas
doc. V. Kanišauskas

ŠIAULIAI, 2007

TURINYS

1. Įvadas	3
1.1. Natūralios odos minkštinimo proceso aprašymas.....	3
1.2. Darbo tikslas ir uždaviniai.....	8
2. Eksperimentų eigos aprašymas	9
3. Duomenų atskyrimas ir įverčių pasikliautinųjų intervalų skaičiavimas	11
3.1. Režimo pasikeitimas taške t_0	13
3.1.1. S_0 grupuotų duomenų vidurkio ir dispersijos įverčiai bei pasikliautiniai intervalai....	14
3.1.2. S_1 grupuotų duomenų vidurkio ir dispersijos įverčiai bei pasikliautiniai intervalai....	18
3.2. Režimo pasikeitimas taške t_1	22
3.2.1. S_0 grupuotų duomenų vidurkio ir dispersijos įverčiai bei pasikliautiniai intervalai....	24
3.2.2. S_1 grupuotų duomenų vidurkio ir dispersijos įverčiai bei pasikliautiniai intervalai....	26
3.3. Režimo pasikeitimas taške t_2	29
3.3.1. I grupės S_0 grupuotų duomenų vidurkio ir dispersijos įverčiai bei pasikliautiniai intervalai	30
3.3.2. I grupės S_1 grupuotų duomenų vidurkio ir dispersijos įverčiai bei pasikliautiniai intervalai	33
3.3.3. II grupės S_0 grupuotų duomenų vidurkio ir dispersijos įverčiai bei pasikliautiniai intervalai	36
3.3.4. II grupės S_1 grupuotų duomenų vidurkio ir dispersijos įverčiai bei pasikliautiniai intervalai	38
3.4. Kiti režimo pasikeitimo taškai	41
4. Išvados.....	42
Santrauka.....	43
Summary	44
Naudota literatūra	46
1 PRIEDAS. Eksperimentų rezultatai.....	47
2 PRIEDAS. Rezultatai, išrikiuoti pagal bandinių storį	50
3 PRIEDAS. k-tosios kvadratų sumos, kai $k < 90$	52

1. ĮVADAS

1.1. NATŪRALIOS ODOS MINKŠTINIMO PROCESO APRAŠYMAS

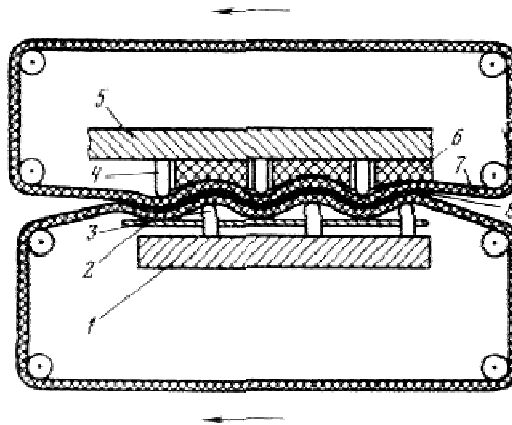
Nuo priešistorinių laikų buvo gaminami įvairūs buitiniai dirbiniai iš odos: apavas, aprangos elementai, krepšiai, arklio pakinktai. Šiais laikais oda naudojama dar plačiau: avalynei, drabužiams, aksesuarams, baldams ir kt.; naudojama tiek natūrali, tiek dirbtinė oda. Kad oda būtų tinkama naudojimui, pvz., baldų aptraukimui, pasižymėtų kuo didesniu praktiškumu, ją būtina minkštinti.

Oda (lot. *cutis*) – žmogaus ir gyvūnų kūno paviršiaus dangalas, kuris su specializuotais dariniais – plaukais, nagais ir odos liaukomis sudaro bendrąją kūno dangą. [7] Pagrindinis odos sluoksnis – derma – sudarytas iš smulkių persipynusių kolageno plaušelių, sudarančių sudėtingą erdvinę struktūrą. Kolageno plaušelių ilgis 3–20 kartų viršija odos storį ir jungia odos išorinę membraną su paodžiu. Jie daugelį kartų yra perlinę, kol raizgydamiesi per visą odos storį pasiekia jos išorinius sluoksnius. Kolageno plaušeliai odoje laikosi dėl veikiančių trinties jėgų. Yra ir kitas požiūris į odos kolageno supermolekulinę struktūrą, pagal kurį odos kolageno plaušeliai neturi baigtinio ilgio, o sudaro ištisinį erdvinį tinklą. [2]

Džiūstant odai, kolageno plaušeliai traukiasi, tarpeliai tarp kolageno supermolekulinės struktūros elementų sumažėja ir atskiros kolageno plaušelių dalys sukimba. Sumažėja odos plaušelių paslankumas vienas kito atžvilgiu ir oda tampa kieta, grubesnio paviršiaus. Odos fizikinėms–mechaninėms savybėms pagerinti taikomas mechaninio minkštavimo technologinis procesas. Juo siekiama suteikti odai reikiamą minkštumą, lankstumą ir elastingumą bei padidinti jos tįsumą. Minkštavimo metu dermos struktūra mechaniškai išskaidoma, išpurenama. Pakinta odos storis ir tūris, nes, veikiant deformuojančioms tempimo ir lenkimo jėgoms, susilpninami ryšiai tarp kolageno plaušelių, o patys plaušeliai dalinai orientuojami veikiančių jėgų kryptimi. Apdorojamos odos kokybė ir minkštavimo efektyvumas priklauso nuo jos drėgnumo, kuris turi būti nuo 20 iki 30%. Esant mažesniai drėgnumui oda gali būti pažeidžiama, o esant didesniam – iki minimumo sumažėja minkštavimo efektas. [2] Minkštavimo metu svarbu suteikti apdorojamai odai reikiamus fizikinių–mechaninių savybių parametrus.

Šiuo metu labiausiai paplitęs odų minkštavimo būdas vibruojančiais puansonais. Tam naudojamos srautinės vibracinės mašinos „MOLISA“. Šių mašinų (1.1 pav.) darbinis mechanizmas sudarytas iš dviejų viena virš kitos sumontuotų metalinių plokščių, prie kurių priešpriešiais pritvirtintos sekcijos su ovalinės arba cilindrinės formos kumšteliais. Kumštelių

galai suapvalinti. Viršutinė plokštė nejudamai pritvirtinta prie korpuso, o apatinė vibruojama vertikalia kryptimi.



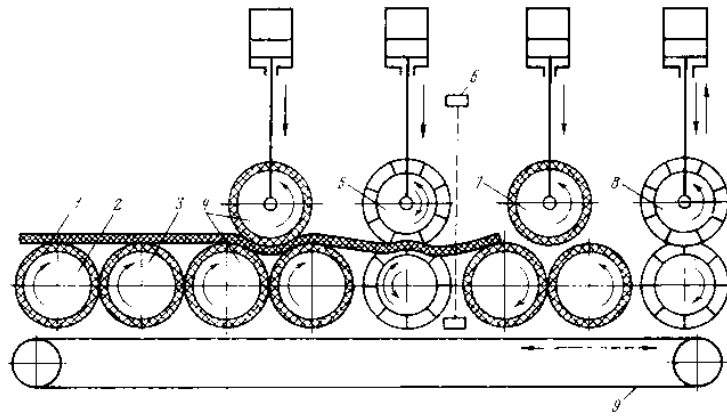
1.1 pav. Vibracinės minkštinimo mašinos schema: 1- apatinė plokštė; 2- atraminė plokštė; 3- apatinės plokštės kumšteliai; 4- viršutinės plokštės kumšteliai; 5- viršutinė plokštė; 6- guminė tarpinė; 7- elastingos gumos transporterio juosta; 8- apdorojama oda

Minkštinama oda 8 apdorojimo metu suspaudžiama tarp dviejų guminių transporterio juostų 7 ir juda kartu su jomis tarp viršutinės ir apatinės plokščių. Apatinė transporterio juosta remiasi į atraminę perforuotą plokštę 2. Vibravimo metu kiekvienas elementarus odos lopinėlis yra lenkiamas pagal sinusoidę ir tempiamas dviašiu tempimu.

Minkštinimo efektyvumas priklauso nuo odos judėjimo greičio, kumštelių vibravimo dažnio ir amplitudės. Taip pat didelę įtaką proceso efektyvumui turi kumštelių forma bei jų išdėstymo tvarka.

Vibracinėmis mašinomis minkštinamos odos turi būti lygios, o tai yra pasiekama jas džiovinant vakuuminėse džiovyklose. Prieš minkštinimą oda turi būti 20–25% drėgnumo. Odų apdorojimo greitis 0,05–0,45 m/s, vibravimo amplitudė – 1–10 mm. [2]

Kitas žinomas odų minkštinimo būdas yra jų tempimas ir lenkimas besisukančiais velenais su sraigtinės formos briaunomis srautinėse mašinose. Sraigtinės briaunos nuo velenų vidurio į kraštus eina priešingomis kryptimis. Velenai sumontuoti taip, kad viršuje esančio veleno briaunos įeitų į apatinio veleno tarpus tarp briaunų (1.2 pav.).



1.2 pav. Minkštinimo mašinos technologinė schema: 1- minkštinamoji oda; 2,3 – priėmimo velenai; 4- transportavimo velenai; 5- briaunuotų velenų pora; 6- fotorelė; 7- antrieji transportavimo velenai; 8- antroji briaunuotų velenų pora; 9- transporteris

Srautinėmis odų minkštinimo mašinomis su briaunuotais sraigtinės formos velenais galima apdoroti natūraliai išdžiovintas chrominio rauginimo odas, taip pat juchto odas, turinčias daug riebalų. Prieš minkštinimą oda turi būti 20–25% drėgnumo. Odų apdorojimo greitis 0,1–0,2 m/s. [2]

Rotacinės minkštinimo mašinos naudojamos mažų odų apdorojimui. Jų pagrindinis minkštinimo įtaisas yra mažas besisukantis velenas su peiliais suapvalintais ašmenimis. Rankomis įtempta odos dalis spaudžiama prie besisukančio tam tikru dažniu veleno. Prie veleno prispaustos odos dalis tampoma ir lankstoma. Šio odų minkštinimo metodo trūkumai yra mažas našumas, sunkus ir varginantis rankų darbas.

Prietaisų nustatyti odos minkštumui nėra. Taip pat nėra ir visuotinai priimtų minkštumą apibūdinančių vienetų. Odos minkštumas vertinamas pagal jos standumą.

Laboratorinėmis sąlygomis odų standumas nustatomas vienu iš šių dviejų būdų: vienašiu tempimu statinio veikimo tempimo mašinomis arba į žiedą susukto odos bandinio gniuždymu specialiame prietaise. Abu šie metodai standartizuoti ir taikomi masinės gamybos sąlygomis bei moksliniuose tyrimuose. Bandymams reikalingi specialios formos ir dydžių bandiniai, iškirsti iš tam tikros topografinės odos dalies. Tai riboja galimybę taikyti šiuos metodus mažų odų ir odos detalių mechaninių savybių nustatymui.

Visi čia aptarti specializuoti odų minkštumo nustatymo metodai pagrįsti odos standumo matavimu, o pastarasis apskaičiuojamas išmatavus santykinį poilgį, esant tam tikro dydžio įtempiams. Tokiu būdu odų minkštumą galima nustatyti ir visais kitais mechaninių savybių tyrimo metodais, kuriais fiksuojama apkrova ir deformacija. Jų taikymą apsunkina tai, kad kiekvienam bandymui reikalingas iškirstas iš apdorojamos odos specialios formos bandinys. Tam reikalinga speciali įranga, be to ilgai trunka pats tyrimo procesas.

Odos savybės priklauso nuo vartojimo ir technologinių reikalavimų. Kiekvienas odos gaminys, ar tai būtų avalynė, pirštinės, rankinės, lagaminai, diržai ar kt., turi specifinę paskirtį ir kiekvienam iš jų nustatomi savi reikalavimai.

Technologinius (gamybinius) parametrus lemia galimybės pagaminti dirbinius pagal vartotojo poreikius. Šiuos reikalavimus nurodo pagrindinės odos fizikinių ir mechaninių savybių charakteristikos.

Fizikinėms savybėms priskiriamos odos geometrinės charakteristikos (storis, plotis, ilgis, plotas bei masė) ir grynai fizikinės – tankis, poringumas, oro pralaidumas, drėgmės sugėrimas ir atidavimas, šiluminis laidumas, elektrinės, akustinės, optinės ir kitos savybės.

Daugelis šių savybių turi įtakos gaminių sudaromam mikroklimatui bei apsaugo vartotoją nuo aplinkos poveikio. Vartotoją apsaugančios fizikinės odos savybės vadinamos higieninėmis.

Viena iš svarbiausių fizikinių odos savybių yra jos storis. Nuo odos storio priklauso gaminio stiprumas, standumas, atsparumas dilimui, higieninės savybės bei masė. Odos dirbinių gamyboje naudojama įvairių storių oda. Atskiriems gaminiams odos storis yra normuotas. Gamybos metu veikiant deformuojančioms jėgoms, drėgmei bei šilumai odos storis kinta.

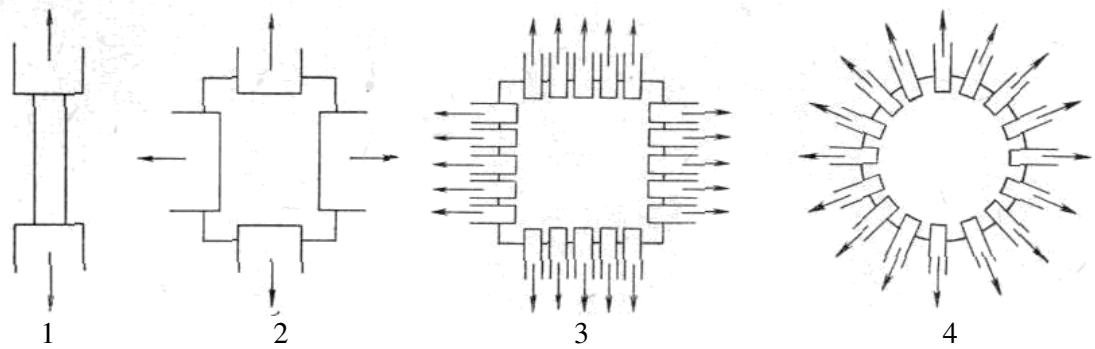
Odos storiui nustatyti naudojami stormačiai. Jie būna kontaktiniai ir bekontaktiniai. Storio matavimas kontaktiniu metodu pagrįstas lengvu odos suspaudimu tarp dviejų prietaiso plokštelių, kurių viena sujungta su indikatoriumi. Priklausomai nuo matuojamos odos standumo yra naudojamos skirtingų dydžių plokštelės. Kartais odos storiui matuoti naudojami mikrometrai.

[2]

Mechaninėmis vadinamos savybės, parodančios medžiagų būsenos pokyčius veikiant pašalinėms jėgoms. Gamybos ir eksploatacijos metu medžiagas veikia tempiančios, gniuždančios, lenkiančios arba šlyties jėgos. Dažnai šios jėgos veikia vienu metu ir daugelį kartų. Veikiant šioms jėgoms medžiagos yra deformuojamos, keičiasi jų forma ir matmenys.

Odos mechaninės savybės priklauso nuo jos stiprumo, tai yra nuo gebėjimo priešintis ryšių tarp kūno elementų suardymui. Mechanines savybes apibūdina veikiančių jėgų sukeliama įtempiai ir jų sukeltos deformacijos: tempimo, gniuždymo, lenkimo ir šlyties. Dažniausiai nustatoma medžiagų stiprumo riba tempiant, įtempiai ir santykinis poilgis esant pasirinktam apkrovos dydžiui arba kitos charakteristikos.

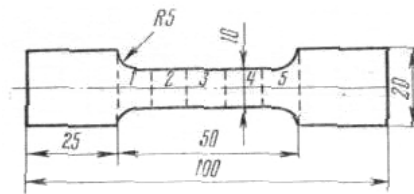
Tempimo bandymai skirstomi į dvi grupes pagal bandinį deformuojančių jėgų veikimo kryptį. Tai vienašis (1.3 pav. 1) ir dviašis (1.3 pav. 2; 3; 4) tempimas.



1.3 pav. Bandinių tempimo būdai

Vienaašis tempimas yra toks, kai nustatytos formos ir matmenų bandinys tempiamas pastoviu greičiu išilgine kryptimi iki pasirinkto įtempių dydžio arba iki bandinio nutrūkimo, fiksuojant jo deformacijos dydį.

Bandymams naudojami standartinių dydžių stačiakampės juostelės arba juostelės su kastuvėlio formos galais bandiniai (1.4 pav.), iškirsti iš tiriamos odos tam tikros topografinės dalies ir kondicionuoti.

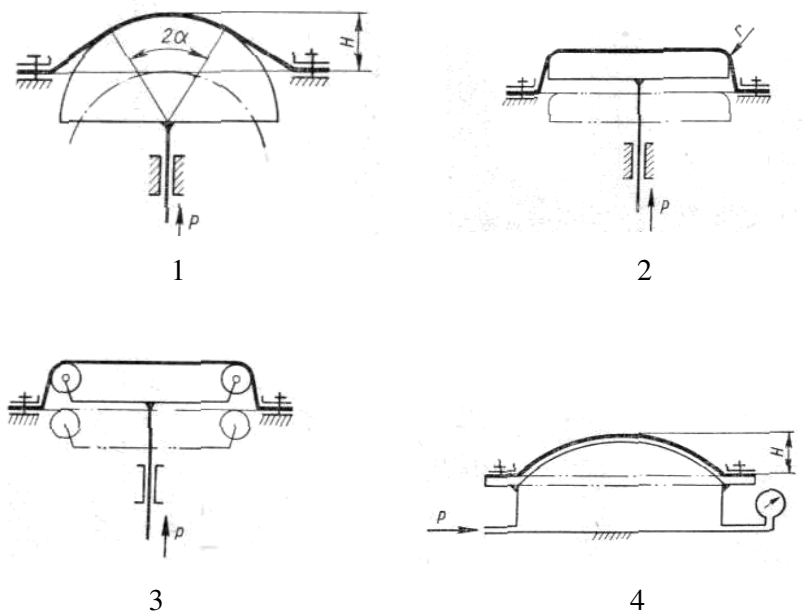


1.4 pav. Odos juostelės bandinys su kastuvėlio formos galais

Tempimo bandymai atliekami statinio veikimo tempimo mašinomis, kuriomis galima išlaikyti pastovų tempimo greitį (100 mm/min.) ir kuriose yra priemonės įtempių vertėms užrašyti, pvz.: RT-250-M-2, 2055-R-0,5, 2099-R-5 (Rusija), „Instron“ (Didžioji Britanija), „Metrimpex“ (Vengrija). [2]

Iškirstų bandinių vienaašio tempimo bandymais gautos charakteristikos nepilnai atitinka odos detalių formavimo metu susidarančių apkrovų pobūdį. Be to, nėra duomenų apie atliktus tyrimus, kuriais būtų nustatytos odos minkštumo priklausomybės nuo tempiamojo stiprio ar santykinės ištisos pokyčių. Dviašiu tempimu gaunamos charakteristikos labiau atitinka realų apkrovų pasiskirstymą formuojant odos gaminius. Dviašio tempimo charakteristikos gaunamos naudojant įvairius prietaisus ir metodus. Dažniausiai bandiniai deformuojami nevienalytiškai, nes vienalyčio deformavimo zona susidaro tik bandinio centre dėl jo standaus suspaudimo prietaise visu perimetro ilgiu. [2]

Dviašiu tempimu bandiniai gali būti deformuojami kietu puansonu su sferiniu galiniu paviršiumi (1.5 pav. 1), kietu puansonu su plokščiu galiniu paviršiumi (1.5 pav. 2), žiediniu puansonu su ant jo išdėstytomis riedėjimo atramomis (1.5 pav. 3) ir hidrauliniu arba pneumatiniu slėgimu (1.5 pav. 4). [2]



1.5 pav. Bandinių deformavimas dviašiu tempimu

1.2. DARBO TIKSLAS IR UŽDAVINIAI

Šio darbo tikslas – rasti duoto storio natūralios, baldų aptraukimui skirtos odos santykinio slankumo vidurkio ir dispersijos taškinius ir intervalinius įverčius naudojant du skirtingus odos santykinio slankumo matavimo metodus.

Darbo uždaviniai:

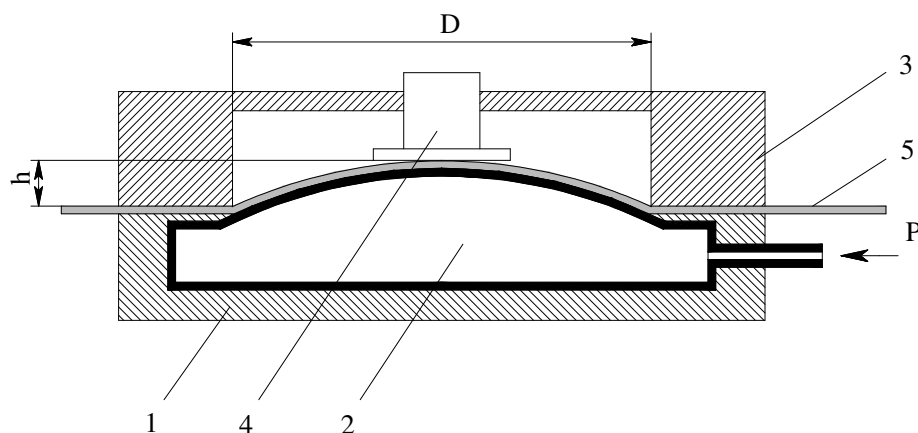
1. Susipažinti su natūralios odos minkštinimo technologija ir su ja susijusia problematika.
2. Susipažinti su režimo pasikeitimo uždavinių tematika.
3. Pagilinti žinias taikomojoje statistikoje.
4. Nustatyti, ar duomenys pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį.
5. Rasti vidurkio ir dispersijos taškinius ir intervalinius įverčius ir juos palyginti.

2. EKSPERIMENTŲ EIGOS APRAŠYMAS

Ekspperimentui buvo paimta 113 minkštintos odos, skirtos baldų aptraukimui, gabalų. Šie bandiniai atsitiktine tvarka buvo sunumeruoti.

I etapas. Bandinių storio matavimas stormačiu. Šie ir kitų eksperimentų rezultatai pateikti 1 priede.

II etapas. Slankumo matavimai naudojantis duomenimis apie slėgį pneumatiniame prietaise. Tūrinio dviašio tempimo principu sukonstruotu pneumatiniu prietaisu (2.1 pav.) galima tirti odos mechanines savybes neiškertant bandinių. Prietaiso konstrukciniai parametrai parinkti taip, kad oda būtų deformuojama tampriųjų deformacijų ribose, t. y. kad deformavimas nekeistų odos fizikinių savybių ir neliktų deformavimo pėdsakų nuėmus apkrovą.



2.1 pav. Pneumatinis prietaisas odų mechaninėms savybėms tirti: 1-korpusas; 2-pneumatinė kamera; 3-spaudiklis; 4-eigos jutiklis; 5-tiriamoji oda

Odos bandiniai tiriami įtaiso kameroje fiksuojant slėgį, kuriam esant pasiekiamas tiriamos odos santykinis pailgėjimas (prietaiso konstanta), t. y. kai išgaubtos odos viršutinis paviršius paliečia sąlyčio jutiklį aukštyje h . Prietaiso konstanta apskaičiuota pagal jo geometrinius parametrus (D ir h) iš sąlygos, kad sąlyginė tiriamoji oda deformuojama juo iki 2,6% ištįsimo, esant 1 MPa įtempiams. Remiantis odų fizikine savybe, kad įtempių intervale nuo 0 iki 1,5 MPa jų santykis su santykinu pailgėjimu yra artimas tiesiniam, galima apskaičiuoti tiriamos odos santykinį slankumą pagal faktinius įtempius, proporcingus 2,6% santykinį slankumą sąlygojantiems priimtiems 1 MPa įtempiams.

Slėgiui P pneumatinėje kameroje matuoti panaudotas jutiklis su indikatoriumi, fiksuojantis slėgio vertę mmHg. Atlikus slėgio matavimo eksperimentą su kiekvienu bandiniu, apskaičiuojamas santykinis slankumas pagal formulę:

$$S_0 = \frac{752}{P}, \%$$

III etapas. Slankumo matavimai naudojami duomenimis apie bandinių ištįsą vienašio tempimo metu.

1) Šiam bandymui iš odos gabalų iškertami juostelės su kastuvėlio formos galais bandiniai, kurių juostelės plotis (siaurojoje dalyje) $b = 10$ mm, o pradinis bandinio ilgis $l_0 = 50$ mm.

2) Apskaičiuojamas kiekvieno bandinio tempiamo skerspjūvio plotas $A = \delta \cdot b$, kur δ – bandinio storis (mm).

3) Kiekvienam bandiniui apskaičiuojama tempimo jėga P_1 , sukianti 1 MPa įtempis.

$$1Pa = \frac{1N}{m^2} = \frac{0,102kg}{1000000mm^2}$$
$$1MPa = \frac{102000kg}{1000000mm^2} = 0,102 \frac{kg}{mm^2}$$

arba

$$\frac{102kg}{1000mm^2} = \frac{P_1}{A}$$

Iš čia $P_1 = 0,102 \cdot A$ (kg).

4) Vienašio tempimo metu bandinys kastuvėlio formos galais įtvirtinamas tempimo mašinos veržtuvuose ir tempiamas išilgine kryptimi iki tam tikros įtempių vertės. Kadangi tempimo mašina registruoja tik ištįsą ir veikiančią jėgą, tai norimą pasiekti įtempį sukels jėga P_1 , kuri jau yra apskaičiuota.

Šis metodas nėra tikslus, nes vienašio tempimo metu bandinys deformuojasi netolygiai, t. y. jis traukiasi skersine kryptimi (bandinys siaurėja) ir tįsta išilgine kryptimi (bandinys ilgėja). Taip pat pastebimas deformacijų netolygumas atskirose vietose, o prietaisu fiksuojama bendra ištįsa. Be to, tempimo poslinkis priklauso nuo to, skersai ar išilgai odos iškirstas bandinys, o tai nėra žinoma. Dėl šios priežasties (metodo netikslumo) šis eksperimentas buvo atliktas tik su 90-čia bandinių.

5) Santykinis slankumas apskaičiuojamas pagal formulę

$$S_1 = \frac{l_1 - l_0}{l_1} \cdot 100\%$$

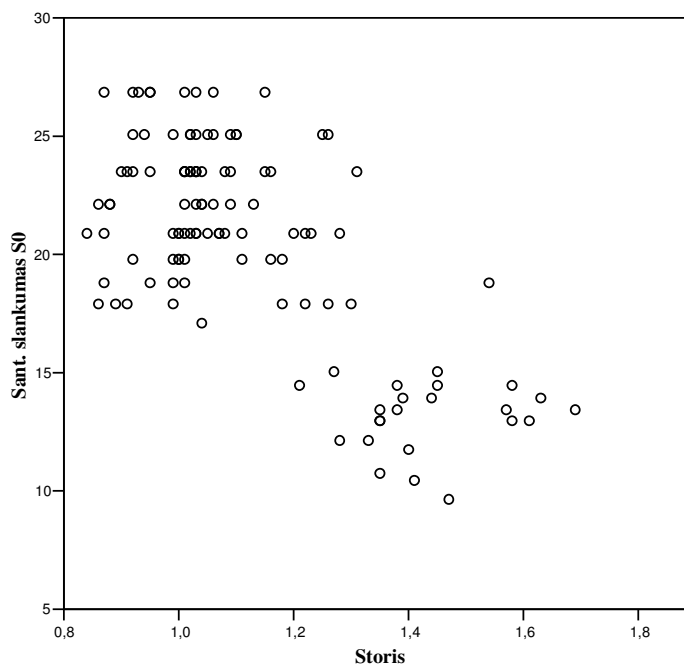
kur $l_0 = 50$ (mm) – pradinis bandinio ilgis, $l_1 = \Delta l + 50$ (mm) – bandinio ilgis, paveikus 1 MPa įtempiu.

Kadangi eksperimento metu buvo gautas bandinio pailgėjimas (ištįsa), paveikus 1 MPa įtempiu, $\Delta l = l_1 - l_0$, tai

$$S_1 = \frac{\Delta l}{50 + \Delta l} \cdot 100\%$$

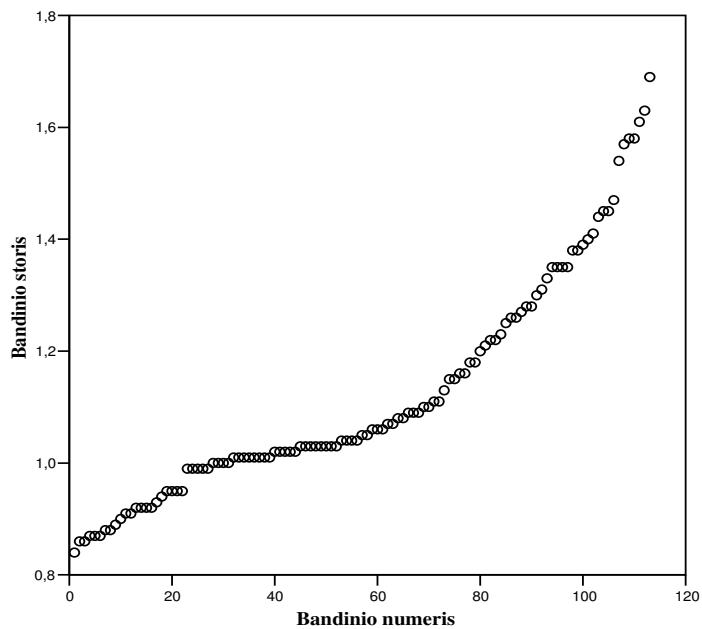
3. DUOMENŲ ATSKYRIMAS IR ĮVERČIŲ PASIKLIAUTINŲJŲ INTERVALŲ SKAIČIAVIMAS

Turimiems 113 odos bandinių yra išmatuoti storiai ir apskaičiuoti santykiniai slankumai. Rezultatai išrikiuojami pagal bandinių storį, t. y. pirmuoju bandiniu laikomas tas odos gabalėlis, kurio storis mažiausias, o paskutiniu tas, kurio storis didžiausias (2 priedas). Santykinio slankumo S_0 priklausomybė nuo storio (3.1 pav.) leidžia daryti prielaidą, kad turimus odos gabalėlius, atsižvelgiant į jų santykinį slankumą, reikia suskirstyti į dvi grupes.



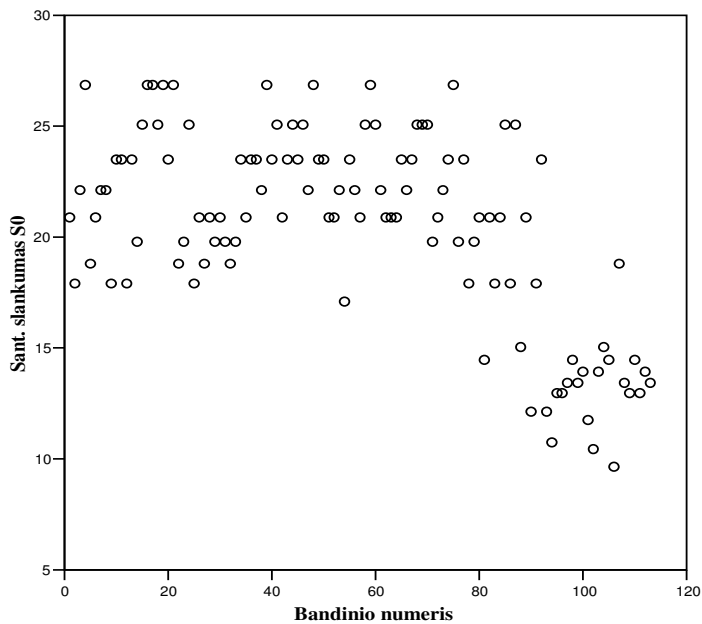
3.1 pav. Santykinio slankumo S_0 priklausomybė nuo storio

Vienas iš galimų duomenų atskyrimo būdų – sudaryti dvi grupes atsižvelgiant į odos bandinio storį. Tam tikslui nubrėžta odos bandinių storio priklausomybė nuo bandinio numerio (3.2 pav.).



3.2 pav. *Odos bandinių storio priklausomybė nuo bandinio numerio*

Deja, ryškesnis grupavimasis nepastebimas, taigi pagal odos bandinių storį duomenų grupuoti negalima. Tuo tarpu odos santykinio slankumo S_0 priklausomybė nuo bandinio numerio (3.3 pav.) rodo grupavimąsi.



3.3 pav. *Santykinio slankumo priklausomybė nuo bandinio numerio*

Norint tiksliai nustatyti, kur baigiasi viena ir prasideda kita grupė, t. y. norint rasti ribą tarp tų grupių, sudaromas režimo pasikeitimo uždavinys [žr. 5, 6].

3.1. REŽIMO PASIKEITIMAS TAŠKE t_0

Nagrinėjamas diskretaus laiko atsitiktinis procesas

$$Y(t) = \mu(t) + X(t), \quad t = 1, 2, \dots, 113. \quad (3.1)$$

Čia $X(1), X(2), \dots, X(113)$ – nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, o $\mu(t)$ yra nusakomas taip:

$$\mu(t) = \begin{cases} \mu_1, & t \leq t_0; \\ \mu_2, & t > t_0. \end{cases} \quad (3.2)$$

Procesas $Y(t)$, nusakytas (3.1)–(3.2) lygtimis, suprantamas taip: nuo proceso pradžios laiko momentu $t = 1$ iki laiko momento $t = t_0$ atsitiktinis procesas $Y(t)$ įgyja reikšmes $X(t)$, padidintas skaičiumi μ_1 . Laiko momentu t_0 kažkas įvyksta (galima interpretuoti įvairiai – sistemos gedimas, sąlygų pasikeitimas ir pan.), todėl nuo laiko momento $t = t_0 + 1$ iki $t = 113$, procesas $Y(t)$ įgyja reikšmes $X(t)$, padidintas nebe skaičiumi μ_1 , o skaičiumi μ_2 . Laiko momentas t_0 natūraliai vadinamas režimo pasikeitimo tašku. Jį įvertinti leidžia mažiausių kvadratų metodas.

Apibrėžiami „apatinis“ ir „viršutinis“ vidurkiai bei kvadratų suma:

$$\bar{Y}_k^a = \frac{1}{k} \cdot \sum_{j=1}^k Y_j \quad (3.3)$$

$$\bar{Y}_k^v = \frac{1}{T-k} \cdot \sum_{j=k+1}^T Y_j, \quad T = 113 \quad (3.4)$$

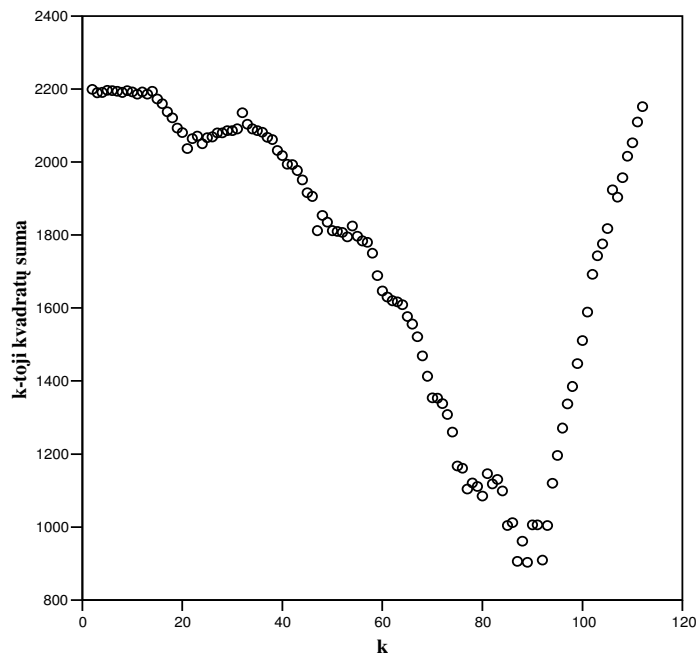
$$S_k^2 = \sum_{t=1}^k (Y_t - \bar{Y}_t^a)^2 + \sum_{t=k+1}^T (Y_t - \bar{Y}_t^v)^2, \quad k = 1, 2, \dots, T-1 \quad (3.5)$$

Režimo pasikeitimo taško t_0 įvertis \hat{t}_0 randamas iš lygybės

$$\hat{t}_0 = \arg \min_{2 \leq k \leq T-1} S_k^2. \quad (3.6)$$

Kvadratų sumos S_k^2 priklausomybė nuo k pateikta 3.4 paveiksle, o atlikus skaičiavimus gaunamas rezultatas $\hat{t}_0 = 90$. Odos storio požiūriu bandiniai padalyti į tokias grupes:

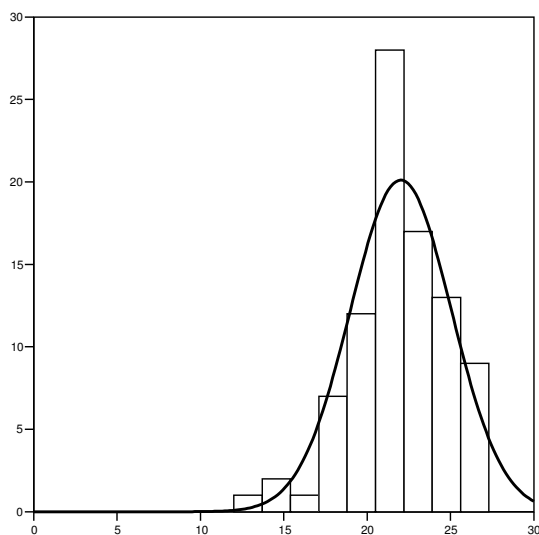
- I grupė – ne storesni kaip 1,28 mm odos bandiniai (1–90),
- II grupė – storesni kaip 1,28 mm odos bandiniai (91–113).



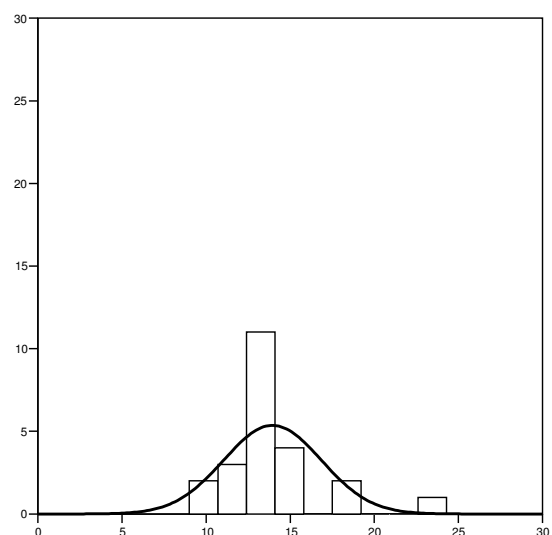
3.4 pav. k-tosios kvadratų sumos priklausomybė nuo k

3.1.1. S_0 GRUPOUTŲ DUOMENŲ VIDURKIO IR DISPERSIJOS ĮVERČIAI BEI PASIKLIAUTINIEJI INTERVALAI

Kadangi išskirtose grupėse yra nevienodas bandinių skaičius (90 ir 23) ir iš santykinio slankumo S_0 histogramų (3.5 pav., 3.6 pav.) matyti, jog detalesnei analizei antros grupės duomenų akivaizdžiai yra per mažai, tai tolesniame darbe bus naudojami tik pirmos grupės bandinių duomenimis.



3.5 pav. I grupės santykinio slankumo histograma



3.6 pav. II grupės santykinio slankumo histograma

3.5 paveiksle galima pastebėti, kad histograma beveik atitinka normaliąją kreivę, matomas histogramos poslinkis.

χ^2 kriterijaus pagalba patikrinsime hipotezę H_0 , ar I grupės santykinio slankumo S_0 duomenys, pavaizduoti 3.5 histogramoje, tikrai atitinka normalųjį skirstinį.

Duomenis užrašome variacine eile. Statistinėje lentelėje (3.1 lent.) duomenys pateikiami trumpiau.

x_i	12,12903	14,46154	15,04	17,09091	17,90476	18,8	19,78947
n_i	1	1	1	1	7	4	8

x_i	20,88889	22,11765	23,5	25,06667	26,85714
n_i	18	10	17	13	9

3.1 lent. I grupės S_0 statistinė lentelė

Imties elementus grupuojame į 9 vienodo pločio $d = 1,7$ intervalus:

	(12; 13,7]	(13,7; 15,4]	(15,4; 17,1]	(17,1; 18,8]	(18,8; 20,5]	(20,5; 22,2]
n_i	1	2	1	11	8	28

	(22,2; 23,9]	(23,9; 25,6]	(25,6; 27,3]
n_i	17	13	9

3.2 lent. I grupės S_0 duomenų grupavimas

Kadangi intervalai $(t_0, t_1], (t_1, t_2], \dots, (t_{k-1}, t_k]$ turi būti parenkami taip, kad galiotų nelygybė $np_i \geq 10$ arba nors $np_i \geq 5$ [1], čia n – imties elementų skaičius ($n = 90$), p_i – atsitiktinio dydžio X_j patekimo į intervalą $(t_{i-1}, t_i]$ tikimybė

$$p_i = P(t_{i-1} < X_j \leq t_i) = F(t_i) - F(t_{i-1}) = \Phi\left(\frac{t_i - \bar{X}}{S}\right) - \Phi\left(\frac{t_{i-1} - \bar{X}}{S}\right), \quad (3.7)$$

sujungiami pirmieji trys intervalai ir gaunama tokia septynių intervalų ($k = 7$) grupuota imtis:

	(12; 17,1]	(17,1; 18,8]	(18,8; 20,5]	(20,5; 22,2]	(22,2; 23,9]	(23,9; 25,6]	(25,6; 27,3]
n_i	4	11	8	28	17	13	9
X_i	14,55	17,95	19,65	21,35	23,09	24,75	26,45

3.3 lent. I grupės S_0 duomenų pergrupavimas

Apskaičiuojami grupuotos imties vidurkio a ir dispersijos σ^2 maksimalaus tikėtimumo įverčiai

$$\hat{a} = \bar{X} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^k X_i \cdot n_i, \quad \hat{\sigma}^2 = S^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X})^2 \cdot n_i. \quad (3.8)$$

$$\bar{X} = \frac{1}{90} (14,55 \cdot 4 + 17,95 \cdot 11 + 19,65 \cdot 8 + 21,35 \cdot 28 + 23,09 \cdot 17 + 24,75 \cdot 13 + 26,45 \cdot 9)$$

$$\bar{X} = 21,8109;$$

$$S^2 = \frac{1}{90} ((14,55 - 21,8109)^2 \cdot 4 + (17,95 - 21,8109)^2 \cdot 11 + (19,65 - 21,8109)^2 \cdot 8 + (21,35 - 21,8109)^2 \cdot 28 + (23,09 - 21,8109)^2 \cdot 17 + (24,75 - 21,8109)^2 \cdot 13 + (26,45 - 21,8109)^2 \cdot 9)$$

$$S^2 = 8,3551$$

$$S = 2,8905.$$

$$\text{Sudaroma statistika } \chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}. \quad (3.9)$$

Tuomet

$$p_1 = P(X \leq 17,1) = \Phi(-1,6298) = 0,05155,$$

$$p_2 = P(17,1 < X \leq 18,8) = \Phi(-1,0417) - \Phi(-1,6298) = 0,14917 - 0,05155 = 0,09762,$$

$$p_3 = P(18,8 < X \leq 20,5) = \Phi(-0,4535) - \Phi(-1,0417) = 0,32635 - 0,14917 = 0,17718,$$

$$p_4 = P(20,5 < X \leq 22,2) = \Phi(0,1346) - \Phi(-0,4535) = 0,55172 - 0,32635 = 0,22537,$$

$$p_5 = P(22,2 < X \leq 23,9) = \Phi(0,7227) - \Phi(0,1346) = 0,76424 - 0,55172 = 0,21252,$$

$$p_6 = P(23,9 < X \leq 25,6) = \Phi(1,3109) - \Phi(0,7227) = 0,9049 - 0,76424 = 0,14066,$$

$$p_7 = P(X > 25,6) = 1 - \Phi(1,3109) = 1 - 0,9049 = 0,0951;$$

$$\chi^2 = \frac{(4 - 90 \cdot 0,05155)^2}{90 \cdot 0,05155} + \frac{(11 - 90 \cdot 0,09762)^2}{90 \cdot 0,09762} + \frac{(8 - 90 \cdot 0,17718)^2}{90 \cdot 0,17718} + \frac{(28 - 90 \cdot 0,22537)^2}{90 \cdot 0,22537} + \frac{(17 - 90 \cdot 0,21252)^2}{90 \cdot 0,21252} + \frac{(13 - 90 \cdot 0,14066)^2}{90 \cdot 0,14066} + \frac{(9 - 90 \cdot 0,0951)^2}{90 \cdot 0,0951}$$

$$\chi^2 = 7,81.$$

Parinkę reikšmingumo lygmenį α , hipotezei H_0 tikrinti konstruojame tokią kritinę sritį:

$$W = \{X^n : \chi^2 > \chi_{1-\alpha}^2(k-l-1)\}, \quad (3.10)$$

kur $\chi_{1-\alpha}^2(k-l-1)$ yra χ^2 skirstinio su $k-l-1$ laisvės laipsnių $1-\alpha$ eilės kvantilis.

$$\text{Kai } \alpha = 0,1, \quad \chi_{0,9}^2(4) = 7,779;$$

$$\text{kai } \alpha = 0,05, \quad \chi_{0,95}^2(4) = 9,488;$$

$$\text{kai } \alpha = 0,01, \quad \chi_{0,99}^2(4) = 13,277.$$

Kai $\alpha < 0,1$, gauname, kad $\chi^2 < \chi_{1-\alpha}^2(4)$, ir hipotezę H_0 priimame, t. y. I grupės santykinio slankumo S_0 grupuoti duomenys atitinka normalųjį skirstinį.

Reikia rasti vidurkio a pasikliautinąjį atsitiktinį intervalą (a, \bar{a}) su tikimybe $1-\alpha$. Kai nežinoma dispersija σ^2 , vidurkio a pasikliautinasis atsitiktinis intervalas nusakomas taip [1]:

$$\bar{X} - t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) \cdot \frac{S_1}{\sqrt{n}} < a < \bar{X} + t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) \cdot \frac{S_1}{\sqrt{n}}, \quad (3.11)$$

kur $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ yra Stjudento skirstinio su $n-1$ laisvės laipsnių $1-\frac{\alpha}{2}$ eilės kvantilis, o

$$S_1^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X})^2 \cdot n_i. \quad (3.12)$$

$$S_1^2 = \frac{1}{89} \cdot ((14,55 - 21,8109)^2 \cdot 4 + (17,95 - 21,8109)^2 \cdot 11 + (19,65 - 21,8109)^2 \cdot 8 + \\ + (21,35 - 21,8109)^2 \cdot 28 + (23,09 - 21,8109)^2 \cdot 17 + (24,75 + 21,8109)^2 \cdot 13 + (26,45 - 21,8109)^2 \cdot 9)$$

$$S_1^2 = 8,449$$

$$S_1 = 2,9067.$$

Santykinio slankumo S_0 grupuotos imties vidurkio pasikliautinieji atsitiktiniai intervalai tokie:

$$\text{kai } \alpha = 0,1, \quad a \in (21,3016; 22,3202);$$

$$\text{kai } \alpha = 0,05, \quad a \in (21,2021; 22,4197);$$

$$\text{kai } \alpha = 0,01, \quad a \in (21,0045; 22,6173).$$

Dispersijos σ^2 pasikliautinasis atsitiktinis intervalas su tikimybe $1-\alpha$, kai vidurkis a nežinomas, turi pavidalą [1]

$$\frac{S_1^2(n-1)}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)} < \sigma^2 < \frac{S_1^2(n-1)}{\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)}, \quad (3.13)$$

kur $\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)$ ir $\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)$ yra χ^2 skirstinio su $n-1$ laisvės laipsnių $\frac{\alpha}{2}$ ir $1-\frac{\alpha}{2}$ eilės kvantiliai.

Santykinio slankumo S_0 grupuotos imties dispersijos pasikliautinieji atsitiktiniai intervalai tokie:

$$\text{kai } \alpha = 0,1, \quad \sigma^2 \in (6,7126; 11,0179);$$

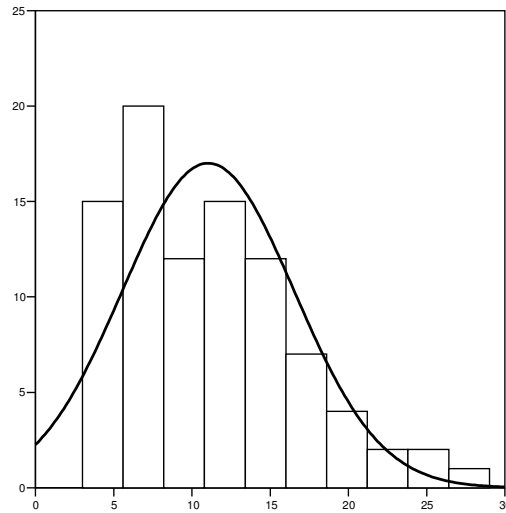
$$\text{kai } \alpha = 0,05, \quad \sigma^2 \in (6,4276; 11,6056);$$

$$\text{kai } \alpha = 0,01, \quad \sigma^2 \in (5,916; 12,8785).$$

3.1.2. S_1 GRUPOUTŲ DUOMENŲ VIDURKIO IR DISPERSIJOS ĮVĖRČIAI BEI PASIKLIAUTINIEJI INTERVALAI

Reikėtų pabrėžti, kad buvo ieškotas tik tūrinio dviašio tempimo metodu gautų santykinio slankumo rezultatų režimo pasikeitimo taškas. Ir šis taškas nesutampa su vienašio tempimo būdu gautų santykinio slankumo duomenų režimo pasikeitimo tašku. Todėl tikėtina, kad santykinio slankumo S_1 duomenų intervale [1; 90] savybės skirsis nuo santykinio slankumo S_0 .

3.7 paveiksle galima pastebėti, kad I grupės santykinio slankumo S_1 histograma beveik atitinka normaliąją kreivę.



3.7 pav. I grupės santykinio slankumo S_1 histograma

χ^2 kriterijaus pagalba patikrinsime hipotezę H_0 , ar I grupės santykinio slankumo S_1 duomenys, pavaizduoti 3.7 histogramoje, atitinka normalųjį skirstinį.

Duomenis užrašome variacine eile ir grupuojame į 10 vienodo pločio $d = 2,6$ intervalų (3.4 lent.):

x_i	(3; 5,6]	(5,6; 8,2]	(8,2; 10,8]	(10,8; 13,4]	(13,4; 16]	(16; 18,6]	(18,6; 21,2]
n_i	15	20	12	15	12	7	4

x_i	(21,2; 23,8]	(23,8; 26,4]	(26,4; 29]
n_i	2	2	1

3.4 lent. I grupės S_1 duomenų grupavimas

Sujungiami nedaug elementų turintys intervalai ir gaunama tokia aštuonių intervalų ($k = 8$) grupuota imtis:

	(3; 5,6]	(5,6; 8,2]	(8,2; 10,8]	(10,8; 13,4]	(13,4; 16]
n_i	15	20	12	15	12
X_i	4,3	6,9	9,5	12,1	14,7

	(16; 18,6]	(18,6; 23,8]	(23,8; 29]
n_i	7	6	3
X_i	17,3	21,2	26,4

3.5 lent. I grupės S_j duomenų pergrupavimas

Pagal (3.8) formules apskaičiuojami šios grupuotos imties vidurkio a ir dispersijos σ^2 maksimalaus tikėtimumo įverčiai \bar{X} ir S^2 :

$$\bar{X} = \frac{1}{90} \cdot (4,3 \cdot 15 + 6,9 \cdot 20 + 9,5 \cdot 12 + 12,1 \cdot 15 + 14,7 \cdot 12 + 17,3 \cdot 7 + 21,2 \cdot 6 + 26,4 \cdot 3)$$

$$\bar{X} = 11,1322;$$

$$S^2 = \frac{1}{90} \cdot ((4,3 - 11,1322)^2 \cdot 15 + (6,9 - 11,1322)^2 \cdot 20 + (9,5 - 11,1322)^2 \cdot 12 + (12,1 - 11,1322)^2 \cdot 15 + (14,7 - 11,1322)^2 \cdot 12 + (17,3 - 11,1322)^2 \cdot 7 + (21,2 - 11,1322)^2 \cdot 6 + (26,4 - 11,1322)^2 \cdot 3)$$

$$S^2 = 31,4551$$

$$S = 5,6085.$$

Pagal (3.9) statistiką gauname:

$$p_1 = P(X \leq 5,6) = 0,16109,$$

$$p_2 = P(5,6 < X \leq 8,2) = 0,14044,$$

$$p_3 = P(8,2 < X \leq 10,8) = 0,17455,$$

$$p_4 = P(10,8 < X \leq 13,4) = 0,17934,$$

$$p_5 = P(13,4 < X \leq 16) = 0,15243,$$

$$p_6 = P(16 < X \leq 18,6) = 0,10039,$$

$$p_7 = P(18,6 < X \leq 23,8) = 0,07985,$$

$$p_8 = P(X > 23,8) = 0,01191;$$

$$\chi^2 = \frac{(15 - 90 \cdot 0,16109)^2}{90 \cdot 0,16109} + \frac{(20 - 90 \cdot 0,14044)^2}{90 \cdot 0,14044} + \frac{(12 - 90 \cdot 0,17455)^2}{90 \cdot 0,17455} + \frac{(15 - 90 \cdot 0,17934)^2}{90 \cdot 0,17934} + \frac{(12 - 90 \cdot 0,15243)^2}{90 \cdot 0,15243} + \frac{(7 - 90 \cdot 0,10039)^2}{90 \cdot 0,10039} + \frac{(6 - 90 \cdot 0,07985)^2}{90 \cdot 0,07985} + \frac{(3 - 90 \cdot 0,01191)^2}{90 \cdot 0,01191}$$

$$\chi^2 = 9,5979.$$

Parinkę reikšmingumo lygmenį α , hipotezei H_0 tikrinti konstruojame kritinę sritį

$$W = \{X^n : \chi^2 > \chi_{1-\alpha}^2(k-l-1)\}.$$

Kai $\alpha = 0,1$, $\chi_{0,9}^2(5) = 9,236$;

kai $\alpha = 0,05$, $\chi_{0,95}^2(5) = 11,07$;

kai $\alpha = 0,01$, $\chi_{0,99}^2(5) = 15,086$.

Kai $\alpha < 0,1$, gauname, kad $\chi^2 < \chi_{1-\alpha}^2(5)$, ir hipotezę H_0 priimame, t. y. I grupės santykinio slankumo S_1 grupuoti duomenys atitinka normalųjį skirstinį.

Reikia rasti vidurkio a pasikliautinąjį intervalą (\underline{a} , \bar{a}) su tikimybe $1-\alpha$.

Pagal (3.12) formulę apskaičiuojame $S_1^2 = 31,8085$, $S_1 = 5,6399$. Kai nežinoma dispersija σ^2 , vidurkio a pasikliautinis intervalas nusakomas (3.11) formule ir gaunami tokie santykinio slankumo S_1 grupuotos imties vidurkio pasikliautinieji intervalai:

kai $\alpha = 0,1$, $a \in (10,144; 12,1204)$;

kai $\alpha = 0,05$, $a \in (9,9509; 12,3135)$;

kai $\alpha = 0,01$, $a \in (9,5675; 12,6969)$.

Santykinio slankumo S_1 grupuotos imties dispersijos σ^2 pasikliautinieji intervalai, gauti pagal (3.13) formulę, yra tokie:

kai $\alpha = 0,1$, $\sigma^2 \in (25,2714; 41,4798)$;

kai $\alpha = 0,05$, $\sigma^2 \in (24,1985; 43,6923)$;

kai $\alpha = 0,01$, $\sigma^2 \in (22,2724; 48,4844)$.

Gavome labai didelę santykinio slankumo S_1 (1–90) grupuotos imties dispersiją ir labai plačius pasikliautinuosius intervalus. Rezultatai rodo, kad vienašio tempimo būdu atliktų santykinio slankumo matavimų vidutinis kvadratinis nuokrypis yra gerokai didesnis nei atliekant matavimus tūrinio dviašio tempimo metodu.

Turime dvi nepriklausomas imtis: $X_i \sim N(a_1, \sigma_1^2)$ (3.3 lent.) ir $Y_i \sim N(a_2, \sigma_2^2)$ (3.5 lent.).

Reikia rasti dispersijų santykio $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ pasikliautinąjį atsitiktinį intervalą su tikimybe $1-\alpha$.

Naudojama statistika $F = \frac{S_X^2 \cdot \sigma_2^2}{S_Y^2 \cdot \sigma_1^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$, (3.14)

kur

$$S_X^2 = \frac{1}{n_1 - 1} \cdot \sum_{i=1}^{k_1} (X_i - \bar{X})^2 \cdot n_{1,i},$$

$$S_Y^2 = \frac{1}{n_2 - 1} \cdot \sum_{i=1}^{k_2} (Y_i - \bar{Y})^2 \cdot n_{2,i}.$$

Dispersijų santykio pasikliautinis atsitiktinis intervalas apibrėžiamas formule [1]

$$\frac{S_Y^2}{S_X^2} \cdot F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1) < \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} < \frac{S_Y^2}{S_X^2} \cdot F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1), \quad (3.15)$$

kur $F_p(n_1 - 1, n_2 - 1)$ yra Fišerio skirstinio su $n_1 - 1$ ir $n_2 - 1$ laisvės laipsnių p eilės kvantilis.

$$\bar{X} = 21,8109,$$

$$\bar{Y} = 11,1322,$$

$$S_X^2 = 8,449,$$

$$S_Y^2 = 31,8085.$$

Gaunami tokie dispersijų santykio pasikliautinieji intervalai:

$$\text{kai } \alpha = 0,1, \quad \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \in (2,6144; 5,4213);$$

$$\text{kai } \alpha = 0,05, \quad \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \in (2,4606; 5,76);$$

$$\text{kai } \alpha = 0,01, \quad \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \in (2,1513; 6,5883).$$

Taigi santykinių slankumų S_0 ir S_1 grupuotų imčių (1–90) dispersijos skiriasi vidutiniškai 4 kartais.

3.6 lentelėje pateikiami nagrinėjamų santykinių slankumų (negrupuotų imčių) ir storio empiriniai koreliacijos koeficientai.

	<i>Storis</i>	S_0	S_1
<i>Storis</i>	1,00000	-0,23027	-0,16897
S_0	-0,23027	1,00000	0,258693
S_1	-0,16897	0,258693	1,00000

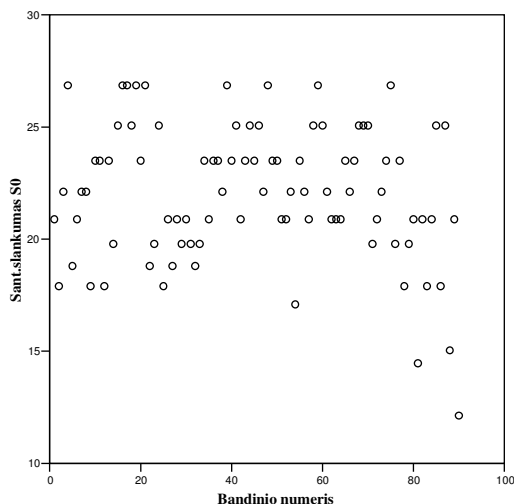
3.6 lent. Empiriniai koreliacijos koeficientai

Pastebima silpna koreliacija tarp bandinių storio ir santykinių slankumų yra natūrali. Koreliacijos koeficiento ženklas rodo, kad yra neigiama priklausomybė tarp storio ir slankumo, t. y. kuo didesnis bandinio storis, tuo bus mažesnis jo slankumas (tai iš dalies galima įžvelgti ir

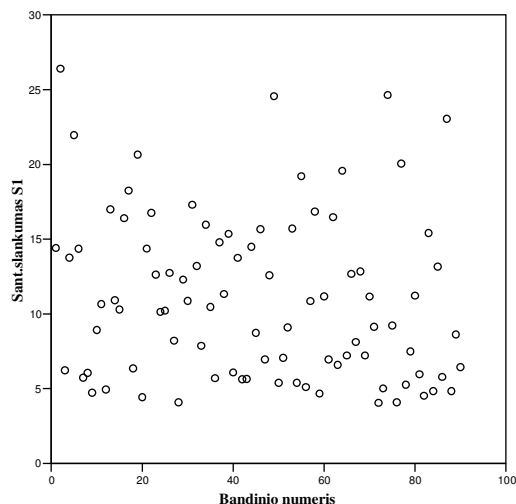
3.1 pav.). Tačiau nedidelis koreliacijos koeficientas tarp santykinio slankumo, išmatuoto skirtingais metodais, gali būti aiškinamas nebent skirtinga matavimo metodika.

3.2. REŽIMO PASIKEITIMAS TAŠKE t_1

Palyginsime pirmų 90-ties bandinių santykinų slankumų S_0 ir S_1 priklausomybę nuo bandinio numerio (3.8 ir 3.9 pav.).



3.8 pav. Santykinio slankumo S_0 priklausomybė nuo bandinio numerio



3.9 pav. Santykinio slankumo S_1 priklausomybė nuo bandinio numerio

3.8 paveiksle vis dar ryškus duomenų „išsiskyrimas“ (žr. 3.3 pav., kur aiškiai matomas duomenų grupavimasis), o 3.9 paveiksle tokį grupavimąsi sunku išvelgti. Todėl ir toliau yra aktualesnė tūrinio dviašio tempimo metodu gautų santykinio slankumo rezultatų analizė.

Analizuojant 3.4 paveikslą galima pastebėti, kad intervale $0 < k < 90$ funkcija S_k^2 lyg ir turi daugiau režimo pasikeitimo taškų, todėl režimo pasikeitimo uždavinį sprendžiame dar kartą.

Nagrinėjamas diskretaus laiko atsitiktinis procesas

$$Y(t) = \mu(t) + X(t), \quad t = 1, 2, \dots, 90,$$

čia $X(1), X(2), \dots, X(90)$ – nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, o

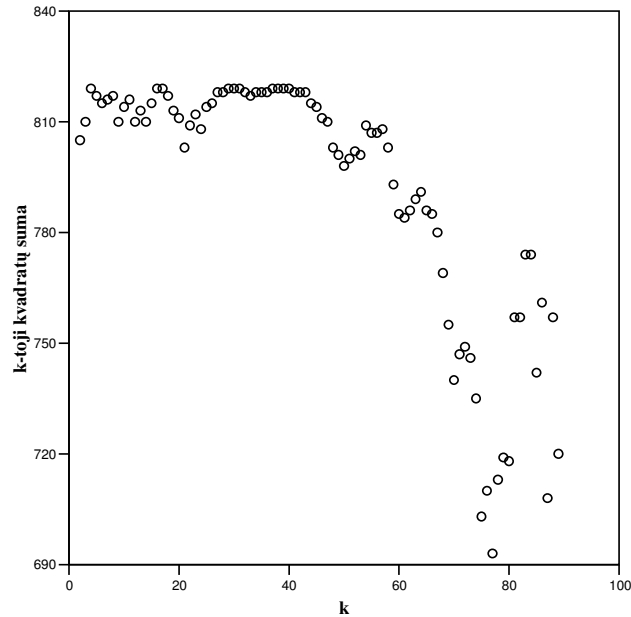
$$\mu(t) = \begin{cases} \mu_1, & t \leq t_1; \\ \mu_2, & t > t_1, \end{cases}$$

kur t_1 – režimo pasikeitimo taškas.

(3.3)–(3.5) formulėmis apibrėžiami „apatinis“ ir „viršutinis“ vidurkiai bei kvadratų suma, kai $T = 90$. Režimo pasikeitimo taško t_1 įvertis \hat{t}_1 randamas iš lygybės

$$\hat{t}_1 = \arg \min_{2 \leq k \leq T-1} S_k^2.$$

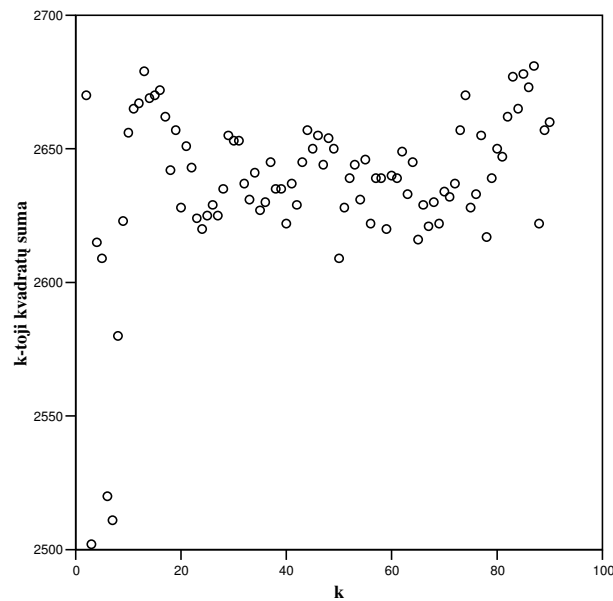
Kvadratų sumos S_k^2 priklausomybės nuo k rezultatai pateikti 3 priede ir 3.10 paveiksle.



3.10 pav. S_0 k -tosios kvadratų sumos priklausomybė nuo k

Kaip matome iš skaičiavimo rezultatų, gaunamas režimo pasikeitimo taškas $\hat{t}_1 = 77$. Taigi išskiriama grupė odos bandinių nuo 1 iki 77, kurie storio požiūriu yra ne storesni nei 1,16 mm.

Tame pačiame priede pateikti santykinio slankumo S_1 tuo pačiu metodu apskaičiuotos kvadratų sumos. Akivaizdu, kad S_1 režimo pasikeitimo taškas nesutampa su S_0 . 3.11 paveiksle pavaizduota santykinio slankumo S_1 kvadratų sumos priklausomybė nuo k .

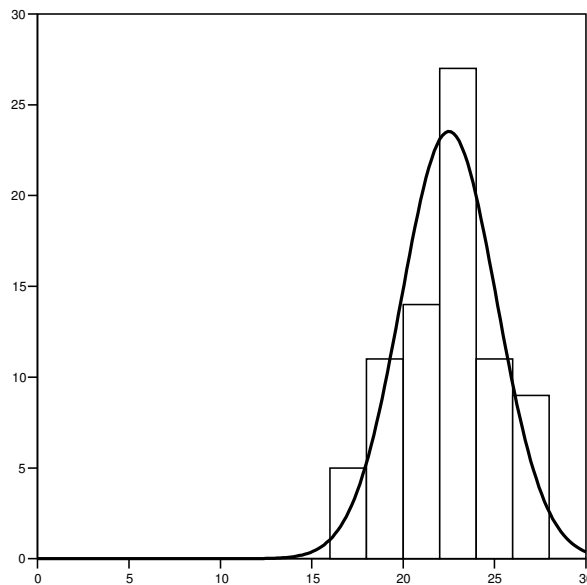


3.11 pav. S_1 k -tosios kvadratų sumos priklausomybė nuo k

Kaip matome, duomenys gana „išsibarstę“, nėra ryškaus kitimo, režimo pasikeitimo taškas galėtų būti nebent $\hat{t}_1 = 2$. Taigi akivaizdu, kad vienašio tempimo metodu gautiems santykinio slankumo duomenims taikyti režimo pasikeitimo uždavinį nėra prasmės.

3.2.1. S_0 GRUPOUTŲ DUOMENŲ VIDURKIO IR DISPERSIJOS ĮVERČIAI BEI PASIKLIAUTINIEJI INTERVALAI

3.12 paveiksle pateikta nagrinėjamos bandinių grupės (1–77) santykinio slankumo S_0 histograma.



3.12 pav. Santykinio slankumo S_0 histograma

Kaip ir 3.1.1 skyrelyje galima pastebėti, kad histograma beveik atitinka normaliąją kreivę, todėl χ^2 kriterijaus pagalba patikrinsime hipotezę H_0 , ar santykinio slankumo S_0 duomenys, pavaizduoti 3.12 histogramoje, tikrai atitinka normalųjį skirstinį.

Duomenis užrašome variacine eile ir surašome į statistinę lentelę (3.7 lent.).

x_i	17,09091	17,90476	18,8	19,78947	20,88889	22,11765	23,5	25,06667	26,85714
n_i	1	4	4	7	14	10	17	11	9

3.7 lent. S_0 duomenų (1–77) statistinė lentelė

Imties elementus grupuojame į 6 vienodo pločio $d = 1,7$ intervalus:

	(17; 18,7]	(18,7; 20,4]	(20,4; 22,1]	(22,1; 23,8]	(23,8; 25,5]	(25,5; 27,2]
n_i	5	11	14	27	11	9
X_i	17,85	19,55	21,25	22,95	24,65	26,35

3.8 lent. S_0 duomenų grupavimas

Pagal (3.8) formules apskaičiuojami šios grupuotos imties vidurkio a ir dispersijos σ^2 maksimalaus tikėtimumo įverčiai \bar{X} ir S^2 ($n = 77, k = 6$):

$$\bar{X} = \frac{1}{77} \cdot (17,85 \cdot 5 + 19,55 \cdot 11 + 21,25 \cdot 14 + 22,95 \cdot 27 + 24,65 \cdot 11 + 26,35 \cdot 9)$$

$$\bar{X} = 22,4643;$$

$$S^2 = \frac{1}{77} \cdot ((17,85 - 22,4643)^2 \cdot 5 + (19,55 - 22,4643)^2 \cdot 11 + (21,25 - 22,4643)^2 \cdot 14 + (22,95 - 22,4643)^2 \cdot 27 + (24,65 - 22,4643)^2 \cdot 11 + (26,35 - 22,4643)^2 \cdot 9)$$

$$S^2 = 5,394$$

$$S = 2,3225.$$

Pagal (3.9) statistiką gauname

$$p_1 = P(X \leq 18,7) = 0,05262,$$

$$p_2 = P(18,7 < X \leq 20,4) = 0,13411,$$

$$p_3 = P(20,4 < X \leq 22,1) = 0,24971,$$

$$p_4 = P(22,1 < X \leq 23,8) = 0,2826,$$

$$p_5 = P(23,8 < X \leq 25,5) = 0,18586,$$

$$p_6 = P(X > 25,5) = 0,0951;$$

$$\chi^2 = \frac{(5 - 77 \cdot 0,05262)^2}{77 \cdot 0,05262} + \frac{(11 - 77 \cdot 0,13411)^2}{77 \cdot 0,13411} + \frac{(14 - 77 \cdot 0,24971)^2}{77 \cdot 0,24971} + \frac{(27 - 77 \cdot 0,2826)^2}{77 \cdot 0,2826} + \frac{(11 - 77 \cdot 0,18586)^2}{77 \cdot 0,18586} + \frac{(9 - 77 \cdot 0,0951)^2}{77 \cdot 0,0951}$$

$$\chi^2 = 4,0992.$$

Parinę reikšmingumo lygmenį α , hipotezei H_0 tikrinti konstruojame kritinę sritį

$$W = \{X^n : \chi^2 > \chi_{1-\alpha}^2(k-l-1)\}.$$

$$\text{Kai } \alpha = 0,1, \quad \chi_{0,9}^2(3) = 6,251;$$

$$\text{kai } \alpha = 0,05, \quad \chi_{0,95}^2(3) = 7,815;$$

$$\text{kai } \alpha = 0,01, \quad \chi_{0,99}^2(3) = 11,345.$$

Taigi gauname, kad $\chi^2 < \chi_{1-\alpha}^2(3)$, ir hipotezę H_0 priimame, t. y. santykinio slankumo S_0 grupuoti duomenys (1–77) atitinka normalųjį skirstinį.

Reikia rasti vidurkio a pasikliautinąjį intervalą (\underline{a}, \bar{a}) su tikimybe $1-\alpha$.

Pagal (3.12) formulę apskaičiuojame $S_1^2 = 5,4649$, $S_1 = 2,3377$. Kai nežinoma dispersija σ^2 , vidurkio a pasikliautinis intervalas nusakomas (3.11) formule ir gaunami tokie santykinio

slankumo S_0 grupuotos imties vidurkio pasikliautiniai atsitiktiniai intervalai:

kai $\alpha = 0,1$, $a \in (22,0207; 22,9079)$;

kai $\alpha = 0,05$, $a \in (21,9336; 22,995)$;

kai $\alpha = 0,01$, $a \in (21,7607; 23,1679)$.

Santykinio slankumo S_0 grupuotos imties dispersijos σ^2 pasikliautiniai intervalai, gauti pagal (3.13) formulę, yra tokie:

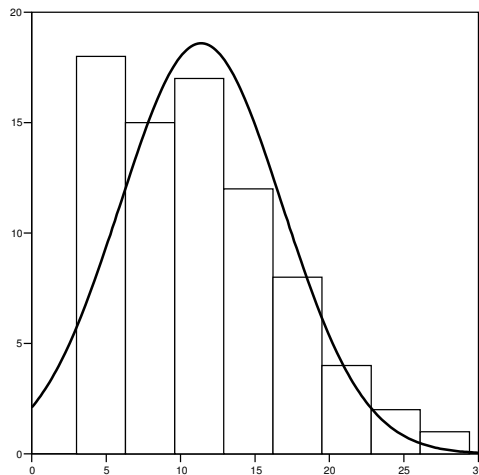
kai $\alpha = 0,1$, $\sigma^2 \in (4,2663; 7,2968)$;

kai $\alpha = 0,05$, $\sigma^2 \in (4,0719; 7,7225)$;

kai $\alpha = 0,01$, $\sigma^2 \in (3,7251; 8,6533)$.

3.2.2. S_1 GRUPOUTŲ DUOMENŲ VIDURKIO IR DISPERSIJOS ĮVERČIAI BEI PASIKLIAUTINIEJI INTERVALAI

3.13 paveiksle galima pastebėti, kad santykinio slankumo S_1 histograma beveik atitinka normaliąją kreivę, todėl χ^2 kriterijaus pagalba patikrinsime hipotezę H_0 , ar santykinio slankumo S_1 duomenys, pavaizduoti 3.13 histogramoje, tikrai atitinka normalųjį skirstinį.



3.13 pav. Santykinio slankumo S_1 histograma

Imties 1–77 elementus grupuojame į 8 vienodo pločio $d = 3,3$ intervalus:

	(3; 6,3]	(6,3; 9,6]	(9,6; 12,9]	(12,9; 16,2]	(16,2; 19,5]
n_i	18	15	17	12	8

	(19,5; 22,8]	(22,8; 26,1]	(26,1; 29,4]
n_i	4	2	1

3.9 lent. S_1 duomenų (1–77) grupavimas

Kadangi intervalai $(t_0, t_1], (t_1, t_2], \dots, (t_{k-1}, t_k]$ turi būti parenkami taip, kad galiojūt nelygybė $np_i \geq 10$ arba nors $np_i \geq 5$, sujungiami paskutiniai trys intervalai ir gaunama tokia šešių intervalų ($k = 6$) grupuota imtis:

	(3; 6,3]	(6,3; 9,6]	(9,6; 12,9]	(12,9; 16,2]	(16,2; 19,5]	(19,5; 29,4]
n_i	18	15	17	12	8	7
X_i	4,65	7,95	11,25	14,55	17,85	24,45

3.10 lent. S_1 duomenų pergrupavimas

Pagal (3.8) formules apskaičiuojami šios grupuotos imties vidurkio a ir dispersijos σ^2 maksimalaus tikėtimumo įverčiai \bar{X} ir S^2 ($n = 77$, $k = 6$):

$$\bar{X} = \frac{1}{77} \cdot (4,65 \cdot 18 + 7,95 \cdot 15 + 11,25 \cdot 17 + 14,55 \cdot 12 + 17,85 \cdot 8 + 24,45 \cdot 7)$$

$$\bar{X} = 11,4643;$$

$$S^2 = \frac{1}{77} \cdot ((4,65 - 11,4643)^2 \cdot 18 + (7,95 - 11,4643)^2 \cdot 15 + (11,25 - 11,4643)^2 \cdot 17 + (14,55 - 11,4643)^2 \cdot 12 + (17,85 - 11,4643)^2 \cdot 8 + (24,45 - 11,4643)^2 \cdot 7)$$

$$S^2 = 34,3212$$

$$S = 5,8584.$$

Pagal (3.9) statistiką gauname

$$p_1 = P(X \leq 6,3) = 0,18943,$$

$$p_2 = P(6,3 < X \leq 9,6) = 0,18505,$$

$$p_3 = P(9,6 < X \leq 12,9) = 0,22423,$$

$$p_4 = P(12,9 < X \leq 16,2) = 0,19232,$$

$$p_5 = P(16,2 < X \leq 19,5) = 0,12363,$$

$$p_6 = P(X > 19,5) = 0,08534;$$

$$\chi^2 = \frac{(18 - 77 \cdot 0,18943)^2}{77 \cdot 0,18943} + \frac{(15 - 77 \cdot 0,18505)^2}{77 \cdot 0,18505} + \frac{(17 - 77 \cdot 0,22423)^2}{77 \cdot 0,22423} + \frac{(12 - 77 \cdot 0,19232)^2}{77 \cdot 0,19232} + \frac{(8 - 77 \cdot 0,12363)^2}{77 \cdot 0,12363} + \frac{(7 - 77 \cdot 0,08534)^2}{77 \cdot 0,08534}$$

$$\chi^2 = 1,6459.$$

Parinę reikšmingumo lygmenį α , hipotezei H_0 tikrinti konstruojame tokią kritinę sritį:

$$W = \{X^n : \chi^2 > \chi_{1-\alpha}^2(k-l-1)\}.$$

$$\text{Kai } \alpha = 0,1, \quad \chi_{0,9}^2(3) = 6,251;$$

$$\text{kai } \alpha = 0,05, \quad \chi_{0,95}^2(3) = 7,815;$$

kai $\alpha = 0,01$, $\chi_{0,99}^2(3) = 11,345$.

Taigi gauname, kad $\chi^2 < \chi_{1-\alpha}^2(3)$, ir hipotezę H_0 priimame, t. y. santykinio slankumo S_1 grupuoti duomenys (1–77) atitinka normalųjį skirstinį.

Reikia rasti vidurkio a pasikliautinąjį intervalą (\underline{a} , \bar{a}) su tikimybe $1-\alpha$.

Pagal (3.12) formulę apskaičiuojame $S_1^2 = 34,7728$, $S_1 = 5,8968$. Kai nežinoma dispersija σ^2 , vidurkio a pasikliautinis intervalas nusakomas (3.11) formule ir gaunami tokie santykinio slankumo S_1 grupuotos imties vidurkio pasikliautinieji intervalai:

kai $\alpha = 0,1$, $a \in (10,3454; 11,4643)$;

kai $\alpha = 0,05$, $a \in (10,1257; 12,8029)$;

kai $\alpha = 0,01$, $a \in (9,68955; 13,23905)$.

Santykinio slankumo S_1 grupuotos imties dispersijos σ^2 pasikliautinieji intervalai, gauti pagal (3.13) formulę, yra tokie:

kai $\alpha = 0,1$, $\sigma^2 \in (27,1464; 46,4289)$;

kai $\alpha = 0,05$, $\sigma^2 \in (25,9094; 49,1379)$;

kai $\alpha = 0,01$, $\sigma^2 \in (23,7027; 55,0604)$.

Gavome labai didelę santykinio slankumo S_1 (1–77) grupuotos imties dispersiją ir labai plačius pasikliautinuosius intervalus. Rezultatai rodo, kad vienašio tempimo būdu atliktų santykinio slankumo matavimų vidutinis kvadratinis nuokrypis yra gerokai didesnis nei atliekant matavimus tūrinio dviašio tempimo metodu.

Turime dvi nepriklausomas imtis: $X_i \sim N(a_1, \sigma_1^2)$ (3.8 lent.) ir $Y_i \sim N(a_2, \sigma_2^2)$ (3.10 lent.).

Reikia rasti dispersijų santykio $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ pasikliautinąjį atsitiktinį intervalą su tikimybe $1 - \alpha$.

Naudojama (3.14) statistika, o dispersijų santykio pasikliautinis atsitiktinis intervalas apibrėžiamas (3.15) formule.

$$\bar{X} = 22,4643$$

$$\bar{Y} = 11,4643$$

$$S_X^2 = 5,4649$$

$$S_Y^2 = 34,7728.$$

Gaunami tokie dispersijų santykio pasikliautinieji intervalai:

kai $\alpha = 0,1$, $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \in (4,242; 9,5444)$;

$$\text{kai } \alpha = 0,05, \quad \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \in (3,9768;10,1807);$$

$$\text{kai } \alpha = 0,01, \quad \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \in (3,3489;12,0896).$$

Taigi santykinių slankumų S_0 ir S_1 grupuotų imčių (1–77) dispersijos labai skiriasi, vidutiniškai 6 kartais.

3.11 lentelėje pateikiami nagrinėjamų santykinių slankumų (negrupuotų imčių) ir storio empiriniai koreliacijos koeficientai.

	<i>Storis</i>	S_0	S_1
<i>Storis</i>	1,00000	0,121219	-0,09921
S_0	0,121219	1,00000	0,136962
S_1	-0,09921	0,136962	1,00000

3.11 lent. Empiriniai koreliacijos koeficientai

Kaip ir pirmu atveju – nagrinėjant didesnę bandinių imtį (1–90) – pastebima silpna koreliacija tarp bandinio storio ir santykinių slankumų, tik šiuo atveju koreliacijos tarp storio ir S_0 koeficiento ženklas teigiamas.

3.3. REŽIMO PASIKEITIMAS TAŠKE t_2

Analizuojant 3.4 ir 3.8 paveikslus galima pastebėti, kad intervale $0 < k < 77$ funkcija S_k^2 turi ir daugiau režimo pasikeitimo taškų, todėl režimo pasikeitimo uždavinio sprendimą kartojame.

Nagrinėjamas diskretaus laiko atsitiktinis procesas

$$Y(t) = \mu(t) + X(t), \quad t = 1, 2, \dots, 77,$$

čia $X(1), X(2), \dots, X(77)$ – nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, o

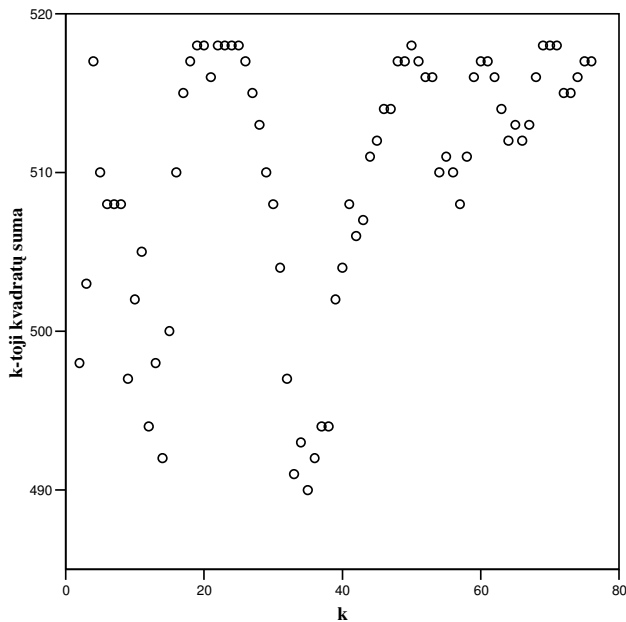
$$\mu(t) = \begin{cases} \mu_1, & t \leq t_2; \\ \mu_2, & t > t_2, \end{cases}$$

kur t_2 – režimo pasikeitimo taškas.

(3.3)–(3.5) formulėmis apibrežiami „apatinis“ ir „viršutinis“ vidurkiai bei kvadratų suma, kai $T = 77$. Režimo pasikeitimo taško t_2 įvertis \hat{t}_2 randamas iš lygybės

$$\hat{t}_2 = \arg \min_{2 \leq k \leq T-1} S_k^2.$$

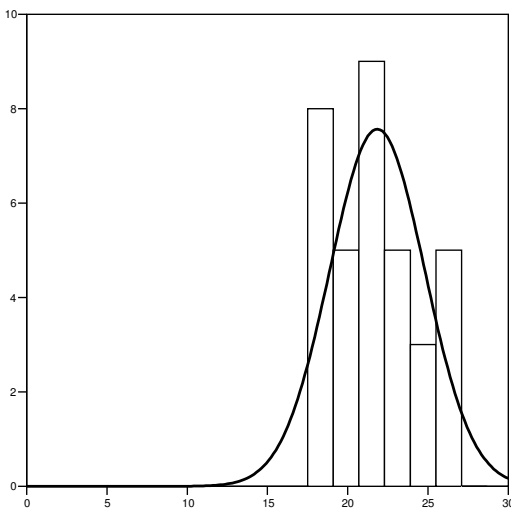
Kvadratų sumos S_k^2 priklausomybė nuo k pateikta 3.14 paveiksle, o atlikus skaičiavimus gaunamas rezultatas $\hat{t}_2 = 35$. Taigi toliau bus atskirai ieškoma grupių 1–35 ir 36–77 bandinių santykinio slankumo vidurkių įverčių. Šį kartą odos storio požiūriu bandinių neįmanoma padalyti į dvi skirtingas grupes, nes abiejose grupėse yra 1,01 mm storio bandinių.



3.14 pav. k -tosios kvadratų sumos priklausomybė nuo k

3.3.1. I GRUPĖS S_0 GRUPOUTŲ DUOMENŲ VIDURKIO IR DISPERSIJOS ĮVERČIAI BEI PASIKLIAUTINIEJI INTERVALAI

3.15 paveiksle pateikta I grupės bandinių (1–35) santykinio slankumo S_0 histograma.



3.15 pav. Santykinio slankumo S_0 histograma

χ^2 kriterijaus pagalba patikrinsime hipotezę H_0 , ar santykinio slankumo S_0 duomenys, pavaizduoti 3.15 histogramoje, atitinka normalųjį skirstinį.

Duomenis užrašome variacine eile ir surašome į statistinę lentelę (3.12 lent.).

x_i	17,90476	18,8	19,78947	20,88889	22,11765	23,5	25,06667	26,85714
n_i	4	4	5	6	3	5	3	5

3.12 lent. S_0 duomenų (1–35) statistinė lentelė

Imties elementus grupuojame į 6 vienodo pločio $d = 1,6$ intervalus:

	(17,5; 19,1]	(19,1; 20,7]	(20,7; 22,3]	(22,3; 23,9]	(23,9; 25,5]	(25,5; 27,1]
n_i	8	5	9	5	3	5

3.13 lent. S_0 duomenų (1–35) grupavimas

Sujungiami ketvirtas ir penktas intervalai ir gaunama tokia penkių intervalų ($k = 5$) grupuota imtis:

	(17,5; 19,1]	(19,1; 20,7]	(20,7; 22,3]	(22,3; 25,5]	(25,5; 27,1]
n_i	8	5	9	8	5
X_i	18,3	19,9	21,5	23,9	26,3

3.14 lent. S_0 duomenų pergrupavimas

Pagal (3.8) formules apskaičiuojami šios grupuotos imties vidurkio a ir dispersijos σ^2 maksimalaus tikėtimumo įverčiai \bar{X} ir S^2 ($n = 35$, $k = 5$):

$$\bar{X} = \frac{1}{35} \cdot (18,3 \cdot 8 + 19,9 \cdot 5 + 21,5 \cdot 9 + 23,9 \cdot 8 + 26,3 \cdot 5)$$

$$\bar{X} = 21,7743;$$

$$S^2 = \frac{1}{35} \cdot ((18,3 - 21,7743)^2 \cdot 8 + (19,9 - 21,7743)^2 \cdot 5 + (21,5 - 21,7743)^2 \cdot 9 + (23,9 - 21,7743)^2 \cdot 8 + (26,3 - 21,7743)^2 \cdot 5)$$

$$S^2 = 7,2391$$

$$S = 2,6905.$$

Pagal (3.9) statistiką gauname

$$p_1 = P(X \leq 19,1) = 0,16109,$$

$$p_2 = P(19,1 < X \leq 20,7) = 0,18349,$$

$$p_3 = P(20,7 < X \leq 22,3) = 0,23468,$$

$$p_4 = P(22,3 < X \leq 25,5) = 0,33695,$$

$$p_5 = P(X > 25,5) = 0,08379;$$

$$\chi^2 = \frac{(8 - 35 \cdot 0,16109)^2}{35 \cdot 0,16109} + \frac{(5 - 35 \cdot 0,18349)^2}{35 \cdot 0,18349} + \frac{(9 - 35 \cdot 0,23468)^2}{35 \cdot 0,23468} + \frac{(8 - 35 \cdot 0,33695)^2}{35 \cdot 0,33695} + \frac{(5 - 35 \cdot 0,08379)^2}{35 \cdot 0,08379}$$

$$\chi^2 = 4,057.$$

Parinę reikšmingumo lygmenį α , hipotezei H_0 tikrinti konstruojame kritinę sritį

$$W = \{X^n : \chi^2 > \chi_{1-\alpha}^2(k-l-1)\}.$$

$$\text{Kai } \alpha = 0,1, \quad \chi_{0,9}^2(2) = 4,605;$$

$$\text{kai } \alpha = 0,05, \quad \chi_{0,95}^2(2) = 5,991;$$

$$\text{kai } \alpha = 0,01, \quad \chi_{0,99}^2(2) = 9,21.$$

Taigi gauname, kad $\chi^2 < \chi_{1-\alpha}^2(2)$, ir hipotezę H_0 priimame, t. y. santykinio slankumo S_0 grupuoti duomenys (1–35) atitinka normalųjį skirstinį.

Reikia rasti vidurkio a pasikliautinąjį intervalą (\underline{a}, \bar{a}) su tikimybe $1-\alpha$.

Pagal (3.12) formulę apskaičiuojame $S_1^2 = 7,452$, $S_1 = 2,7298$. Kai nežinoma dispersija σ^2 , vidurkio a pasikliautinis intervalas nusakomas (3.11) formule ir gaunami tokie santykinio slankumo S_0 grupotos imties vidurkio pasikliautinieji atsitiktiniai intervalai:

$$\text{kai } \alpha = 0,1, \quad a \in (20,9941; 22,5545);$$

$$\text{kai } \alpha = 0,05, \quad a \in (20,8366; 22,712);$$

$$\text{kai } \alpha = 0,01, \quad a \in (20,5154; 23,0332).$$

Santykinio slankumo S_0 grupotos imties (1–35) dispersijos σ^2 pasikliautinieji intervalai, gauti pagal (3.13) formulę, yra tokie:

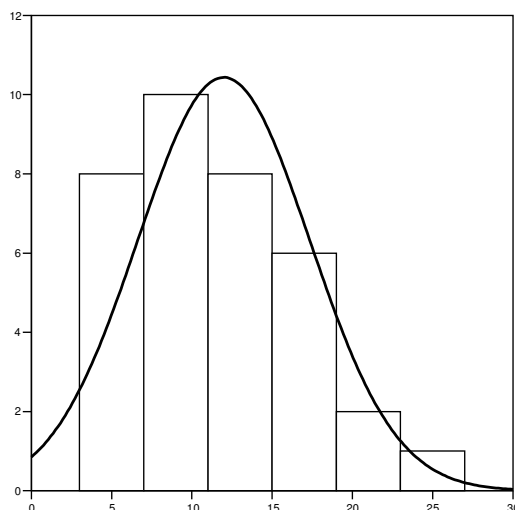
$$\text{kai } \alpha = 0,1, \quad \sigma^2 \in (5,2131; 11,6953);$$

$$\text{kai } \alpha = 0,05, \quad \sigma^2 \in (4,8756; 12,7925);$$

$$\text{kai } \alpha = 0,01, \quad \sigma^2 \in (4,297; 15,3547).$$

3.3.2. I GRUPĖS S_1 GRUPOUTŲ DUOMENŲ VIDURKIO IR DISPERSIJOS ĮVERČIAI BEI PASIKLIAUTINIEJI INTERVALAI

3.16 paveiksle pateikta I grupės bandinių (1–35) santykinio slankumo S_1 histograma.



3.16 pav. Santykinio slankumo S_1 histograma

χ^2 kriterijaus pagalba patikrinsime hipotezę H_0 , ar santykinio slankumo S_1 duomenys, pavaizduoti 3.16 histogramoje, atitinka normalųjį skirstinį.

Imties (1–35) elementus grupuojame į 6 vienodo pločio $d = 4$ intervalus:

	(3; 7]	(7; 11]	(11; 15]	(15; 19]	(19; 23]	(23; 27]
n_i	8	10	8	6	2	1

3.15 lent. S_1 duomenų (1–35) grupavimas

Sujungiami du paskutiniai, mažiausiai elementų turintys intervalai ir gaunama tokia penkių intervalų ($k = 5$) grupuota imtis:

	(3; 7]	(7; 11]	(11; 15]	(15; 19]	(19; 27]
n_i	8	10	8	6	3
\bar{X}_i	5	9	13	17	23

3.16 lent. S_1 duomenų pergrupavimas

Pagal (3.8) formules apskaičiuojami šios grupuotos imties vidurkio a ir dispersijos σ^2 maksimalaus tikėtumo įverčiai \bar{X} ir S^2 ($n = 35$, $k = 5$):

$$\bar{X} = \frac{1}{35} \cdot (5 \cdot 8 + 9 \cdot 10 + 13 \cdot 8 + 17 \cdot 6 + 23 \cdot 3)$$

$$\bar{X} = 11,5714;$$

$$S^2 = \frac{1}{35} \cdot ((5-11,5714)^2 \cdot 8 + (9-11,5714)^2 \cdot 10 + (13-11,5714)^2 \cdot 8 + (17-11,5714)^2 \cdot 6 + (23-11,5714)^2 \cdot 3)$$

$$S^2 = 28,4735$$

$$S = 5,3361.$$

Pagal (3.9) statistiką gauname

$$p_1 = P(X \leq 7) = 0,19489,$$

$$p_2 = P(7 < X \leq 11) = 0,26131,$$

$$p_3 = P(11 < X \leq 15) = 0,28271,$$

$$p_4 = P(15 < X \leq 19) = 0,17883,$$

$$p_5 = P(X > 19) = 0,08226;$$

$$\chi^2 = \frac{(8-35 \cdot 0,19489)^2}{35 \cdot 0,19489} + \frac{(10-35 \cdot 0,26131)^2}{35 \cdot 0,26131} + \frac{(8-35 \cdot 0,28271)^2}{35 \cdot 0,28271} + \frac{(6-35 \cdot 0,17883)^2}{35 \cdot 0,17883} + \frac{(3-35 \cdot 0,08226)^2}{35 \cdot 0,08226}$$

$$\chi^2 = 0,6622.$$

Parinę reikšmingumo lygmenį α , hipotezei H_0 tikrinti konstruojame kritinę sritį

$$W = \{X^n : \chi^2 > \chi_{1-\alpha}^2(k-l-1)\}.$$

$$\text{Kai } \alpha = 0,1, \quad \chi_{0,9}^2(2) = 4,605;$$

$$\text{kai } \alpha = 0,05, \quad \chi_{0,95}^2(2) = 5,991;$$

$$\text{kai } \alpha = 0,01, \quad \chi_{0,99}^2(2) = 9,21.$$

Taigi gauname, kad $\chi^2 < \chi_{1-\alpha}^2(2)$, ir hipotezę H_0 priimame, t. y. santykinio slankumo S_1 grupuoti duomenys (1–35) atitinka normalųjį skirstinį.

Reikia rasti vidurkio a pasikliautinąjį intervalą (\underline{a}, \bar{a}) su tikimybe $1-\alpha$.

Pagal (3.12) formulę apskaičiuojame $S_1^2 = 29,311$, $S_1 = 5,414$. Kai nežinoma dispersija σ^2 , vidurkio a pasikliautinis intervalas nusakomas (3.11) formule ir gaunami tokie santykinio slankumo S_1 grupuotos imties vidurkio pasikliautinieji atsitiktiniai intervalai:

$$\text{kai } \alpha = 0,1, \quad a \in (10,024; 13,1188);$$

$$\text{kai } \alpha = 0,05, \quad a \in (9,7117; 13,4311);$$

$$\text{kai } \alpha = 0,01, \quad a \in (9,0746; 14,0682).$$

Santykinio slankumo S_1 grupuotos imties (1–35) dispersijos σ^2 pasikliautinieji intervalai, gauti pagal (3.13) formulę, yra tokie:

kai $\alpha = 0,1$, $\sigma^2 \in (20,5048; 46,0014)$;

kai $\alpha = 0,05$, $\sigma^2 \in (19,1774; 50,3168)$;

kai $\alpha = 0,01$, $\sigma^2 \in (16,9014; 60,3948)$.

Turime dvi nepriklausomas imtis: $X_i \sim N(a_1, \sigma_1^2)$ (3.14 lent.) ir $Y_i \sim N(a_2, \sigma_2^2)$ (3.16 lent.).

Reikia rasti dispersijų santykio $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ pasikliautinąjį atsitiktinį intervalą su tikimybe $1 - \alpha$.

Naudojama (3.14) statistika, o dispersijų santykio pasikliautinis atsitiktinis intervalas apibrėžiamas (3.15) formule.

$$\bar{X} = 21,7743$$

$$\bar{Y} = 11,5714$$

$$S_x^2 = 7,452$$

$$S_y^2 = 29,311.$$

Gaunami tokie dispersijų santykio pasikliautinieji intervalai:

kai $\alpha = 0,1$, $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \in (2,1852; 7,08)$;

kai $\alpha = 0,05$, $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \in (1,9667; 7,8666)$;

kai $\alpha = 0,01$, $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \in (1,5733; 9,8333)$;

Taigi santykinių slankumų S_0 ir S_1 grupuotų imčių (1–35) dispersijos labai skiriasi, vidutiniškai 4 kartais.

3.17 lentelėje pateikiami nagrinėjamų santykinių slankumų (negrupuotų imčių) ir storio empiriniai koreliacijos koeficientai.

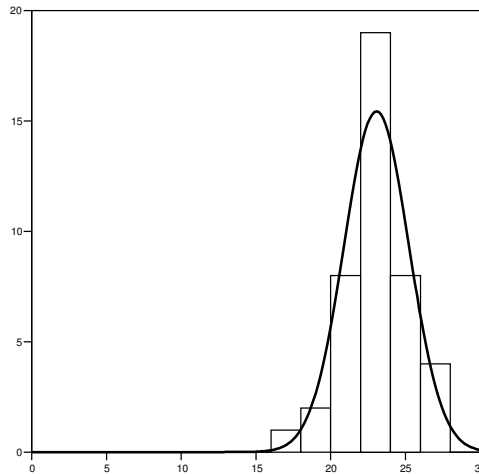
	<i>Storis</i>	S_0	S_1
<i>Storis</i>	1,00000	-0,11874	-0,11222
S_0	-0,11874	1,00000	0,093819
S_1	-0,11222	0,093819	1,00000

3.17 lent. Empiriniai koreliacijos koeficientai

Pastebima silpna, neigiama koreliacija tarp bandinio storio ir santykinių slankumų, taip pat – mažėjanti koreliacija, palyginus su ankstesniais atvejais, tarp skirtingais matavimo būdais gautų santykinių slankumų.

3.3.3. II GRUPĖS S_0 GRUPOUTŲ DUOMENŲ VIDURKIO IR DISPERSIJOS ĮVERČIAI BEI PASIKLIAUTINIEJI INTERVALAI

II grupės bandiniai (36–77) pernumeruojami nuo 1 iki 42. 3.17 paveiksle pateikta II grupės bandinių santykinio slankumo S_0 histograma.



3.17 pav. Santykinio slankumo S_0 histograma

Galima pastebėti, kad histograma atitinka normaliąją kreivę, todėl χ^2 kriterijaus pagalba patikrinsime hipotezę H_0 , ar santykinio slankumo S_0 duomenys, pavaizduoti 3.17 histogramoje, tikrai atitinka normalųjį skirstinį.

Duomenis užrašome variacine eile ir surašome į statistinę lentelę (3.18 lent.).

x_i	17,09091	19,78947	20,88889	22,11765	23,5	25,06667	26,85714
n_i	1	2	8	7	12	8	4

3.18 lent. S_0 duomenų (36–77) statistinė lentelė

Imties elementus grupuojame į 6 vienodo pločio $d = 2$ intervalus:

	(16; 18]	(18; 20]	(20; 22]	(22; 24]	(24; 26]	(26; 28]
n_i	1	2	8	19	8	4

3.19 lent. S_0 duomenų (36–77) grupavimas

Sujungiami pirmi du, mažiausiai elementų turintys intervalai ir gaunama tokia penkių intervalų ($k = 5$) grupuota imtis:

	(16;20]	(20; 22]	(22; 24]	(24; 26]	(26; 28]
n_i	3	8	19	8	4
\bar{X}_i	18	21	23	25	27

3.20 lent. S_0 duomenų pergrupavimas

Pagal (3.8) formules apskaičiuojami šios grupuotos imties vidurkio a ir dispersijos σ^2 maksimalaus tikėtimumo įverčiai \bar{X} ir S^2 ($n = 42$, $k = 5$):

$$\bar{X} = \frac{1}{42} \cdot (18 \cdot 3 + 21 \cdot 8 + 23 \cdot 19 + 25 \cdot 8 + 27 \cdot 4)$$

$$\bar{X} = 23,0238;$$

$$S^2 = \frac{1}{42} \cdot ((18 - 23,0238)^2 \cdot 3 + (21 - 23,0238)^2 \cdot 8 + (23 - 23,0238)^2 \cdot 19 + (25 - 23,0238)^2 \cdot 8 + (27 - 23,0238)^2 \cdot 4)$$

$$S^2 = 4,8328$$

$$S = 2,1984.$$

Pagal (3.9) statistiką gauname

$$p_1 = P(X \leq 20) = 0,08379,$$

$$p_2 = P(20 < X \leq 22) = 0,23539,$$

$$p_3 = P(22 < X \leq 24) = 0,35085,$$

$$p_4 = P(24 < X \leq 26) = 0,24146,$$

$$p_5 = P(X > 26) = 0,08851;$$

$$\chi^2 = \frac{(3 - 42 \cdot 0,08379)^2}{42 \cdot 0,08379} + \frac{(8 - 42 \cdot 0,23539)^2}{42 \cdot 0,23539} + \frac{(19 - 42 \cdot 0,35085)^2}{42 \cdot 0,35085} + \frac{(8 - 42 \cdot 0,24146)^2}{42 \cdot 0,24146} + \frac{(4 - 42 \cdot 0,08851)^2}{42 \cdot 0,08851}$$

$$\chi^2 = 2,1442.$$

Parinę reikšmingumo lygmenį α , hipotezei H_0 tikrinti konstruojame kritinę sritį

$$W = \{X^n : \chi^2 > \chi_{1-\alpha}^2(k-l-1)\}.$$

$$\text{Kai } \alpha = 0,1, \quad \chi_{0,9}^2(2) = 4,605;$$

$$\text{kai } \alpha = 0,05, \quad \chi_{0,95}^2(2) = 5,991;$$

$$\text{kai } \alpha = 0,01, \quad \chi_{0,99}^2(2) = 9,21.$$

Taigi gauname, kad $\chi^2 < \chi_{1-\alpha}^2(2)$, ir hipotezę H_0 priimame, t. y. santykinio slankumo S_0 grupuoti duomenys (36–77) tikrai atitinka normalųjį skirstinį.

Reikia rasti vidurkio a pasikliautinąjį intervalą (\underline{a}, \bar{a}) su tikimybe $1-\alpha$.

Pagal (3.12) formulę apskaičiuojame $S_1^2 = 4,9507$, $S_1 = 2,225$. Kai nežinoma dispersija σ^2 , vidurkio a pasikliautinis intervalas nusakomas (3.11) formule ir gaunami tokie santykinio slankumo S_0 grupotos imties vidurkio pasikliautinieji atsitiktiniai intervalai:

$$\text{kai } \alpha = 0,1, \quad a \in (22,446; 23,6016);$$

$$\text{kai } \alpha = 0,05, \quad a \in (22,3303; 23,7173);$$

kai $\alpha = 0,01$, $a \in (22,0968; 23,9508)$.

Santykinio slankumo S_0 grupuotos imties (36–77) dispersijos σ^2 pasikliautinieji intervalai, gauti pagal (3.13) formulę, yra tokie:

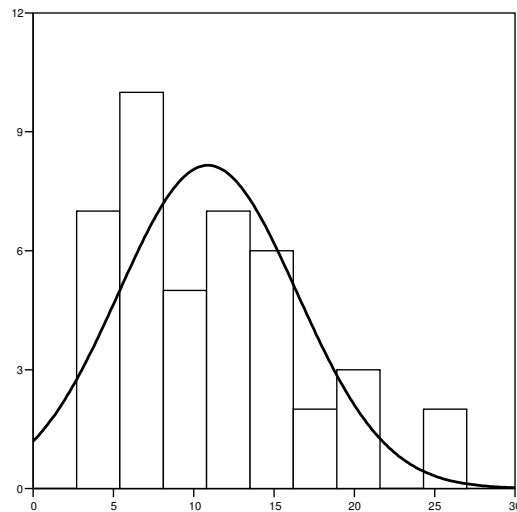
kai $\alpha = 0,1$, $\sigma^2 \in (3,5647; 7,428)$;

kai $\alpha = 0,05$, $\sigma^2 \in (3,3516; 8,0499)$;

kai $\alpha = 0,01$, $\sigma^2 \in (2,9827; 9,4757)$.

3.3.4. II GRUPĖS S_1 GRUPOUTŲ DUOMENŲ VIDURKIO IR DISPERSIJOS ĮVERČIAI BEI PASIKLIAUTINIEJI INTERVALAI

3.18 paveiksle pateikta II grupės bandinių (36–77) santykinio slankumo S_1 histograma.



3.18 pav. Santykinio slankumo S_1 histograma

χ^2 kriterijaus pagalba patikrinsime hipotezę H_0 , ar santykinio slankumo S_1 duomenys, pavaizduoti 3.18 histogramoje, atitinka normalųjį skirstinį.

Imties (36–77) elementus grupuojame į 9 vienodo pločio $d = 2,7$ intervalus:

	(2,7; 5,4]	(5,4; 8,1]	(8,1; 10,8]	(10,8; 13,5]	(13,5; 16,2]	(16,2; 18,9]
n_i	7	10	5	7	6	2

	(18,9; 21,6]	(21,6; 24,3]	(24,3; 27]
n_i	3	0	2

3.21 lent. S_1 duomenų (36–77) grupavimas

Kadangi intervalai $(t_0, t_1]$, $(t_1, t_2]$, ..., $(t_{k-1}, t_k]$ turi būti parenkami taip, kad galiojūt nelygybė $np_i \geq 10$ arba nors $np_i \geq 5$, sujungiami keturi paskutiniai intervalai ir gaunama tokia šešių intervalų ($k = 6$) grupuota imtis:

	(2,7; 5,4]	(5,4; 8,1]	(8,1; 10,8]	(10,8; 13,5]	(13,5; 16,2]	(16,2; 27]
n_i	7	10	5	7	6	7
X_i	4,05	6,75	9,45	12,15	14,85	21,6

3.22 lent. S_l duomenų pergrupavimas

Pagal (3.8) formules apskaičiuojami šios grupuotos imties vidurkio a ir dispersijos σ^2 maksimalaus tikėtimumo įverčiai \bar{X} ir S^2 ($n = 42$, $k = 6$):

$$\bar{X} = \frac{1}{42} \cdot (4,05 \cdot 7 + 6,75 \cdot 10 + 9,45 \cdot 5 + 12,15 \cdot 7 + 14,85 \cdot 6 + 21,6 \cdot 7)$$

$$\bar{X} = 11,1536;$$

$$S^2 = \frac{1}{42} \cdot ((4,05 - 11,1536)^2 \cdot 7 + (6,75 - 11,1536)^2 \cdot 10 + (9,45 - 11,1536)^2 \cdot 5 + (12,15 - 11,1536)^2 \cdot 7 + (14,85 - 11,1536)^2 \cdot 6 + (21,6 - 11,1536)^2 \cdot 7)$$

$$S^2 = 33,678$$

$$S = 5,8033.$$

Pagal (3.9) statistiką gauname

$$p_1 = P(X \leq 5,4) = 0,16109,$$

$$p_2 = P(5,4 < X \leq 8,1) = 0,13697,$$

$$p_3 = P(8,1 < X \leq 10,8) = 0,17802,$$

$$p_4 = P(10,8 < X \leq 13,5) = 0,17934,$$

$$p_5 = P(13,5 < X \leq 16,2) = 0,15243,$$

$$p_6 = P(X > 16,2) = 0,19215;$$

$$\chi^2 = \frac{(7 - 42 \cdot 0,16109)^2}{42 \cdot 0,16109} + \frac{(10 - 42 \cdot 0,13697)^2}{42 \cdot 0,13697} + \frac{(5 - 42 \cdot 0,17802)^2}{42 \cdot 0,17802} + \frac{(7 - 42 \cdot 0,17934)^2}{42 \cdot 0,17934} + \frac{(6 - 42 \cdot 0,15243)^2}{42 \cdot 0,15243} + \frac{(7 - 42 \cdot 0,19215)^2}{42 \cdot 0,19215}$$

$$\chi^2 = 4,1692.$$

Parinę reikšmingumo lygmenį α , hipotezei H_0 tikrinti konstruojame kritinę sritį

$$W = \{X^n : \chi^2 > \chi_{1-\alpha}^2(k-l-1)\}.$$

$$\text{Kai } \alpha = 0,1, \quad \chi_{0,9}^2(3) = 6,251;$$

kai $\alpha = 0,05$, $\chi_{0,95}^2(3) = 7,815$;

kai $\alpha = 0,01$, $\chi_{0,99}^2(3) = 11,345$.

Taigi gauname, kad $\chi^2 < \chi_{1-\alpha}^2(3)$, ir hipotezę H_0 priimame, t. y. santykinio slankumo S_1 grupuoti duomenys (36–77) atitinka normalųjį skirstinį.

Reikia rasti vidurkio a pasikliautinąjį intervalą (\underline{a} , \bar{a}) su tikimybe $1-\alpha$.

Pagal (3.12) formulę apskaičiuojame $S_1^2 = 34,4994$, $S_1 = 5,8736$. Kai nežinoma dispersija σ^2 , vidurkio a pasikliautinis intervalas nusakomas (3.11) formule ir gaunami tokie santykinio slankumo S_1 grupuotos imties vidurkio pasikliautinieji atsitiktiniai intervalai:

kai $\alpha = 0,1$, $a \in (9,6283; 12,6789)$;

kai $\alpha = 0,05$, $a \in (9,3228; 12,9844)$;

kai $\alpha = 0,01$, $a \in (8,7065; 13,6007)$.

Santykinio slankumo S_1 grupuotos imties (36–77) dispersijos σ^2 pasikliautinieji intervalai, gauti pagal (3.13) formulę, yra tokie:

kai $\alpha = 0,1$, $\sigma^2 \in (24,8406; 51,763)$;

kai $\alpha = 0,05$, $\sigma^2 \in (23,3562; 56,0966)$;

kai $\alpha = 0,01$, $\sigma^2 \in (20,7849; 66,0322)$.

Turime dvi nepriklausomas imtis: $X_i \sim N(a_1, \sigma_1^2)$ (3.20 lent.) ir $Y_i \sim N(a_2, \sigma_2^2)$ (3.22 lent.).

Reikia rasti dispersijų santykio $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ pasikliautinąjį atsitiktinį intervalą su tikimybe $1 - \alpha$.

Naudojama (3.14) statistika, o dispersijų santykio pasikliautinis atsitiktinis intervalas apibrėžiamas (3.15) formule.

$$\bar{X} = 23,0238$$

$$\bar{Y} = 11,1536$$

$$S_X^2 = 4,9507$$

$$S_Y^2 = 34,4994.$$

Gaunami tokie dispersijų santykio pasikliautinieji intervalai:

kai $\alpha = 0,1$, $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \in (4,148; 11,7072)$;

kai $\alpha = 0,05$, $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \in (3,7265; 13,0313)$;

kai $\alpha = 0,01$, $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \in (3,0564; 15,8884)$.

Taigi santykinių slankumų S_0 ir S_1 grupuotų imčių (36–77) dispersijos dar labiau skiriasi nei grupuotų imčių (1–35), vidutiniškai 7 kartais.

3.23 lentelėje pateikiami nagrinėjamų santykinių slankumų (negrupuotų imčių) ir storio empiriniai koreliacijos koeficientai.

	<i>Storis</i>	S_0	S_1
<i>Storis</i>	1,00000	-0,07966	0,04767
S_0	-0,07966	1,00000	0,25044
S_1	0,04767	0,25044	1,00000

3.23 lent. Empiriniai koreliacijos koeficientai

Pastebima didesnė koreliacija negu I grupės atveju.

3.4. KITI REŽIMO PASIKEITIMO TAŠKAI

Tolesnis šios procedūros taikymas nebėra tikslingas, nes gaunamos nedidelės imtys, pvz., imtyje 36–77 išskiriamas režimo pasikeitimo taškas $\hat{t}_3 = 50$, imtyje 1–50 gaunamas jau turėtas taškas $\hat{t}_4 = 35$. Gaunami vis nauji režimo pasikeitimo taškai yra atitinkamai „mažesni“, turintys vis mažesnės įtakos.

4. IŠVADOS

Natūralios odos fizikinėms–mechaninėms savybėms pagerinti taikomas mechaninio minkštino technologinis procesas. Naudojama keletas minkštino būdų: vibruojančiais puansonais, besisukančiais velenais srautinėse mašinose ir kt.

Pagrindinė problema, su kuria susiduriama minkštinant odą – nėra prietaisų odos minkštumui nustatyti. Minkštumas vertinamas pagal odos standumą, o šis apskaičiuojamas išmatavus santykinį poilgį, esant tam tikro dydžio įtempimams.

Norint nustatyti odos minkštumą, tiksliau, santykinį slankumą, su 113 minkštintos odos bandinių buvo atlikti du eksperimentai – tūrinis dviašis ir vienašis tempimai.

Išanalizavus santykinį slankumą vidurkio ir dispersijos taškinis bei intervalinius įverčius skirtingose imtyse, gautose sprendžiant režimo pasikeitimo uždavinį, padarytos tokios išvados:

1. Visose keturiuose nagrinėtose imtyse santykinio slankumo S_0 , matuoto tūrinio dviašio tempimo principu, duomenų dispersija yra kur kas mažesnė nei santykinio slankumo S_1 , matuoto vienašio tempimo metodu, duomenų.

2. Visais nagrinėtais atvejais santykinio slankumo S_0 grupuotos imties vidurkio ir dispersijos pasikliautinieji intervalai yra siauresni negu santykinio slankumo S_1 grupuotos imties.

3. Rezultatai rodo, kad vienašio tempimo būdu atliktų santykinio slankumo matavimų vidutinis kvadratinis nuokrypis yra didesnis nei atliekant matavimus tūrinio dviašio tempimo metodu. Taigi tūrinio dviašio tempimo metodas yra tikslesnis ir juo gauti rezultatai patikimesni.

4. Daugeliu atvejų egzistuoja silpna neigiama koreliacija tarp bandinio storio ir santykinį slankumą, t. y. negalima vienareikšmiškai teigti, kad kuo storesnis bandinys, tuo mažesnis slankumas, nes slankumas priklauso ir nuo kitų odos savybių.

5. Baldų gamintojai, aptraukimui naudojantys natūralią odą, turėtų labiau pasikliauti tūrinio dviašio tempimo metodu gaunamais santykinio slankumo rezultatais, nes šis metodas labiausiai atitinka būsimą odos apkrovą jos eksploatacijos metu.

SANTRAUKA

NATŪRALIOS ODOS SANTYKINIO SLANKUMO VIDURKIO IR DISPERSIJOS ĮVERČIAI

KAROLINA PIASECKIENĖ

Natūralios odos fizikinėms–mechaninėms savybėms pagerinti taikomas mechaninio minkštino technologinis procesas. Naudojama keletas minkštino būdų: vibruojančiais puansonais, besisukančiais velenais srautinėse mašinose ir kt.

Pagrindinė problema, su kuria susiduriama minkštino odą – nėra prietaisų odos minkštumui nustatyti. Minkštumas vertinamas pagal odos standumą, o šis apskaičiuojamas išmatavus santykinį poilgį, esant tam tikro dydžio įtempimams.

Norint nustatyti odos minkštumą, tiksliau, santykinį slankumą, su 113 minkštintos odos bandinių buvo atlikti du eksperimentai – tūrinis dviašis ir vienašis tempimai.

Grafiškai pavaizdavus santykinio slankumo, matuoto tūrinio dviašio tempimo principu, S_0 priklausomybę nuo storio paaiškėjo, kad turimos odos bandinius reikia suskirstyti į dvi grupes. Tam buvo sprendžiamas režimo pasikeitimo uždavinys. Išvelgus daugiau galimų režimo pasikeitimo taškų – režimo pasikeitimo uždavinio sprendimas pakartotas dar du kartus.

Buvo apskaičiuoti gautų grupių grupuotų duomenų vidurkių ir dispersijų taškiniai ir intervaliniai įverčiai bei koreliacija.

Visose nagrinėtose imtyse santykinio slankumo S_0 , matuoto tūrinio dviašio tempimo principu, duomenų dispersija yra kur kas mažesnė nei santykinio slankumo S_1 , matuoto vienašio tempimo metodu, duomenų ir santykinio slankumo S_0 grupuotos imties vidurkio bei dispersijos pasikliautinieji intervalai yra siauresni negu santykinio slankumo S_1 grupuotos imties.

Rezultatai rodo, kad vienašio tempimo būdu atliktų santykinio slankumo matavimų vidutinis kvadratinis nuokrypis yra didesnis nei atliekant matavimus tūrinio dviašio tempimo metodu. Taigi tūrinio dviašio tempimo metodas yra tikslesnis ir juo gauti rezultatai patikimesni.

Daugeliu atvejų egzistuoja silpna neigiama koreliacija tarp bandinio storio ir santykinio slankumų, t. y. negalima vienareikšmiškai teigti, kad kuo storesnis bandinys, tuo mažesnis slankumas, nes slankumas priklauso ir nuo kitų odos savybių.

Baldų gamintojai, aptraukimui naudojantys natūralią odą, turėtų labiau pasikliauti tūrinio dviašio tempimo metodu gaunamais santykinio slankumo rezultatais, nes šis metodas labiausiai atitinka būsimą odos apkrovą jos eksploatacijos metu.

SUMMARY

NATURAL LEATHER RELATIONAL FLUIDITY MEAN AND DISPERSION VALUES

KAROLINA PIASECKIENĖ

For the purpose of improvement of physical and mechanical qualities of natural leather, a mechanical softening process is applied. A number of particular softening technologies can be used, i.e. by means of a vibration punch, or using rotating shafts in flow machines, etc.

The main issue encountered in the process of leather softening is unavailability of metering tools for determination of softening effect. Softness of leather is determined based on its rigidity, while the rigidity is calculated on the basis of measuring relation elongation at a certain tensioning.

For the purpose of assessment of leather softness, or, to be more precise, relational fluidity, two experiments have been performed on 113 samples of softened leather, i.e. volume-based dual-axis tensioning and single-axis tensioning.

Graphical rendering of the dependence of the relational fluidity, measured according to the principle of volume-based dual-axis tensioning, S_0 , on the thickness of leather has shown that the samples could be classified under two categories. For this purpose, a structural-change problem had to be resolved. As more possible structural change-points were identified, the structural-change problem was resolved two times more.

The calculations have resulted in mean values and dispersion range values (point values and range values), as well as relevant correlations for the groups of the samples.

All the sample range measured using volume-based dual-axis tensioning have shown a dispersion of relative fluidity value, S_0 , below that when measured using single-axis tensioning, S_1 . Reliability ranges of relative fluidity mean and dispersion values for S_0 samples range are more narrow compared to that of the S_1 samples range.

The outcome has also shown that average square deviation of relative fluidity measurement performed using single-axis approach exceeds that of measured using volume-based dual-axis

tensioning. Therefore, volume-based dual-axis tensioning is to be treated as a more accurate technique, yielding more reliable results.

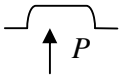
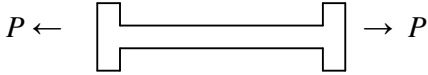
Most of the cases have shown a slight negative correlation between the thickness of the sample and relative fluidity. It is not possible to assert that the thicker is the sample the power is its fluidity value, as fluidity in fact is dependent on some other qualities of leather as well.

Furniture manufacturers who use natural leather for upholstery purposes should more rely on relative fluidity values obtained through using volume-based dual-axis tensioning, as this approach resembles the load on leather in the actual use of furniture in the closest manner.

NAUDOTA LITERATŪRA

1. *Kanišauskas V.* Tikimybių teorijos ir matematinės statistikos pagrindai. Š., 2000.
2. *Kazanavičius K.* Odos išdirbimo procesų spartinimo vakuumu ir minkštinimo šlytimi tyrimas: daktaro disertacija: technologijos mokslai, medžiagų inžinerija. Š.: ŠU, 2005.
3. *Kruopis J.* Matematinė statistika. V.: Mokslo ir enciklopedijų leidykla, 1993.
4. *Kubilius J.* Tikimybių teorija ir matematinė statistika. V.: „Mokslas“, 1980.
5. *Bai J.* Least squares estimation of a shift in linear processes // Time Series Analysis. 1994.
6. *Kuan C.-M., Hsu C.-C.* Change-point estimation of fractionally integrated processes // Time Series Analysis. 1998.
7. Oda. Prieiga per internetą 2007 03 15: <http://lt.wikipedia.org/wiki/Oda>.

1 PRIEDAS. Eksperimentų rezultatai

Bandinio nr.	δ mm						
		P mmHg	S_0 %	A mm ²	Δl mm	P_1 kg	S_1 %
1	1,06	28	26,85714	10,6	1,0812	2,45	4,671115
2	1,03	32	23,5	10,3	1,0506	4,78	8,725812
3	1,04	34	22,11765	10,4	1,0608	9,32	15,7114
4	1	36	20,88889	10	1,02	2,13	4,085939
5	1,04	44	17,09091	10,4	1,0608	2,85	5,392621
6	1,03	30	25,06667	10,3	1,0506	9,29	15,66875
7	1,02	32	23,5	10,2	1,0404	3,24	6,08565
8	1,09	34	22,11765	10,9	1,1118	7,26	12,67901
9	1,04	32	23,5	10,4	1,0608	11,89	19,2115
10	1,03	34	22,11765	10,3	1,0506	3,74	6,959434
11	1,08	36	20,88889	10,8	1,1016	12,17	19,57536
12	1,01	40	18,8	10,1	1,0302	7,61	13,20951
13	1,01	38	19,78947	10,1	1,0302	4,27	7,868067
14	0,99	38	19,78947	9,9	1,0098	7,23	12,63323
15	0,92	32	23,5	9,2	0,9384	10,24	16,99867
16	0,95	28	26,85714	9,5	0,969	13,02	20,66011
17	1,05	36	20,88889	10,5	1,071	6,09	10,85755
18	1,06	30	25,06667	10,6	1,0812	6,29	11,17428
19	0,94	30	25,06667	9,4	0,9588	3,39	6,349504
20	0,93	28	26,85714	9,3	0,9486	11,16	18,24722
21	0,95	32	23,5	9,5	0,969	2,32	4,434251
22	0,92	38	19,78947	9,2	0,9384	6,13	10,92108
23	0,91	32	23,5	9,1	0,9282	5,96	10,65046
24	0,9	32	23,5	9	0,918	4,9	8,925319
25	0,92	30	25,06667	9,2	0,9384	5,74	10,29781
26	0,88	34	22,11765	8,8	0,8976	3,04	5,731523
27	0,87	28	26,85714	8,7	0,8874	7,98	13,76337
28	0,95	28	26,85714	9,5	0,969	8,39	14,3689
29	0,86	42	17,90476	8,6	0,8772	17,94	26,40565
30	0,86	34	22,11765	8,6	0,8772	3,32	6,226557
31	0,87	40	18,8	8,7	0,8874	14,07	21,96036
32	0,87	36	20,88889	8,7	0,8874	8,38	14,35423
33	0,99	30	25,06667	9,9	1,0098	5,64	10,13659
34	1,03	28	26,85714	10,3	1,0506	7,2	12,58741
35	1,07	36	20,88889	10,7	1,0914	9,86	16,47177
36	1,02	30	25,06667	10,2	1,0404	7,97	13,74849
37	1,04	34	22,11765	10,4	1,0608	2,69	5,105333
38	0,92	28	26,85714	9,2	0,9384	9,81	16,40194
39	1,07	36	20,88889	10,7	1,0914	3,53	6,594433
40	1,1	30	25,06667	11	1,122	3,89	7,218408
41	0,88	34	22,11765	8,8	0,8976	3,22	6,050357
42	1,05	30	25,06667	10,5	1,071	10,13	16,84683
43	1,2	36	20,88889	12	1,224	6,32	11,22159
44	1,15	32	23,5	11,5	1,173	16,35	24,64205
45	1,08	32	23,5	10,8	1,1016	3,89	7,218408

46	1,15	28	26,85714	11,5	1,173	5,08	9,222948
47	1,01	32	23,5	10,1	1,0302	9,5	15,96639
48	1,09	32	23,5	10,9	1,1118	4,42	8,122014
49	1,02	36	20,88889	10,2	1,0404	2,98	5,624764
50	1	38	19,78947	10	1,02	7,01	12,29609
51	1,03	32	23,5	10,3	1,0506	16,28	24,56246
52	0,99	42	17,90476	9,9	1,0098	5,69	10,21727
53	1,13	34	22,11765	11,3	1,1526	2,64	5,015198
54	1,03	32	23,5	10,3	1,0506	2,85	5,392621
55	0,84	36	20,88889	8,4	0,8568	8,42	14,41287
56	0,91	42	17,90476	9,1	0,9282	2,6	4,942966
57	1,02	32	23,5	10,2	1,0404	2,99	5,642574
58	1,03	36	20,88889	10,3	1,0506	3,8	7,063197
59	1,01	36	20,88889	10,1	1,0302	5,84	10,45845
60	1,03	36	20,88889	10,3	1,0506	5	9,090909
61	0,99	36	20,88889	9,9	1,0098	7,3	12,73997
62	0,99	40	18,8	9,9	1,0098	4,47	8,206352
63	1	36	20,88889	10	1,02	6,1	10,87344
64	1,01	32	23,5	10,1	1,0302	3,02	5,695964
65	1,02	30	25,06667	10,2	1,0404	8,47	14,48606
66	1,01	32	23,5	10,1	1,0302	8,68	14,79209
67	1,06	34	22,11765	10,6	1,0812	3,74	6,959434
68	1,11	38	19,78947	11,1	1,1322	5,03	9,140469
69	1,01	34	22,11765	10,1	1,0302	6,39	11,3318
70	0,89	42	17,90476	8,9	0,9078	2,48	4,72561
71	0,95	40	18,8	9,5	0,969	10,07	16,76378
72	1	38	19,78947	10	1,02	10,46	17,30069
73	1,01	28	26,85714	10,1	1,0302	9,07	15,35466
74	1,16	38	19,78947	11,6	1,1832	2,13	4,085939
75	1,25	30	25,06667	12,5	1,275	7,58	13,16429
76	1,11	36	20,88889	11,1	1,1322	2,11	4,049127
77	1,1	30	25,06667	11	1,122	6,28	11,15849
78	1,18	42	17,90476	11,8	1,2036	2,78	5,267147
79	1,28	36	20,88889	12,8	1,3056	4,72	8,625731
80	1,3	42	17,90476	13	1,326	–	0
81	1,26	42	17,90476	12,6	1,2852	3,07	5,784813
82	1,18	38	19,78947	11,8	1,2036	4,05	7,493062
83	1,23	36	20,88889	12,3	1,2546	2,54	4,834412
84	1,22	36	20,88889	12,2	1,2444	2,37	4,525492
85	1,09	30	25,06667	10,9	1,1118	7,37	12,84644
86	1,22	42	17,90476	12,2	1,2444	9,11	15,41194
87	1,16	32	23,5	11,6	1,1832	12,54	20,05117
88	1,31	32	23,5	13,1	1,3362	–	0
89	1,26	30	25,06667	12,6	1,2852	14,98	23,05325
90	1,21	52	14,46154	12,1	1,2342	3,17	5,962009
91	1,27	50	15,04	12,7	1,2954	2,54	4,834412
92	1,69	56	13,42857	16,9	1,7238	–	0
93	1,28	62	12,12903	12,8	1,3056	3,44	6,437126
94	1,61	58	12,96552	16,1	1,6422	–	0
95	1,63	54	13,92593	16,3	1,6626	–	0
96	1,41	72	10,44444	14,1	1,4382	–	0
97	1,58	58	12,96552	15,8	1,6116	–	0
98	1,38	52	14,46154	13,8	1,4076	–	0
99	1,44	54	13,92593	14,4	1,4688	–	0
100	1,47	78	9,641026	14,7	1,4994	–	0

101	1,35	70	10,74286	13,5	1,377	-	0
102	1,35	58	12,96552	13,5	1,377	-	0
103	1,35	58	12,96552	13,5	1,377	-	0
104	1,33	62	12,12903	13,3	1,3566	-	0
105	1,45	50	15,04	14,5	1,479	-	0
106	1,45	52	14,46154	14,5	1,479	-	0
107	1,58	52	14,46154	15,8	1,6116	-	0
108	1,38	56	13,42857	13,8	1,4076	-	0
109	1,39	54	13,92593	13,9	1,4178	-	0
110	1,57	56	13,42857	15,7	1,6014	-	0
111	1,4	64	11,75	14	1,428	-	0
112	1,54	40	18,8	15,4	1,5708	-	0
113	1,35	56	13,42857	13,5	1,377	-	0

2 PRIEDAS. Rezultatai, išrikiuoti pagal bandinių storį

Eilės nr.	δ mm	P mmHg	S_0 %	A mm ²	Δl mm	P_1 kg	S_1 %
1	0,84	36	20,88889	8,4	0,8568	8,42	14,41287
2	0,86	42	17,90476	8,6	0,8772	17,94	26,40565
3	0,86	34	22,11765	8,6	0,8772	3,32	6,226557
4	0,87	28	26,85714	8,7	0,8874	7,98	13,76337
5	0,87	40	18,8	8,7	0,8874	14,07	21,96036
6	0,87	36	20,88889	8,7	0,8874	8,38	14,35423
7	0,88	34	22,11765	8,8	0,8976	3,04	5,731523
8	0,88	34	22,11765	8,8	0,8976	3,22	6,050357
9	0,89	42	17,90476	8,9	0,9078	2,48	4,72561
10	0,9	32	23,5	9	0,918	4,9	8,925319
11	0,91	32	23,5	9,1	0,9282	5,96	10,65046
12	0,91	42	17,90476	9,1	0,9282	2,6	4,942966
13	0,92	32	23,5	9,2	0,9384	10,24	16,99867
14	0,92	38	19,78947	9,2	0,9384	6,13	10,92108
15	0,92	30	25,06667	9,2	0,9384	5,74	10,29781
16	0,92	28	26,85714	9,2	0,9384	9,81	16,40194
17	0,93	28	26,85714	9,3	0,9486	11,16	18,24722
18	0,94	30	25,06667	9,4	0,9588	3,39	6,349504
19	0,95	28	26,85714	9,5	0,969	13,02	20,66011
20	0,95	32	23,5	9,5	0,969	2,32	4,434251
21	0,95	28	26,85714	9,5	0,969	8,39	14,3689
22	0,95	40	18,8	9,5	0,969	10,07	16,76378
23	0,99	38	19,78947	9,9	1,0098	7,23	12,63323
24	0,99	30	25,06667	9,9	1,0098	5,64	10,13659
25	0,99	42	17,90476	9,9	1,0098	5,69	10,21727
26	0,99	36	20,88889	9,9	1,0098	7,3	12,73997
27	0,99	40	18,8	9,9	1,0098	4,47	8,206352
28	1	36	20,88889	10	1,02	2,13	4,085939
29	1	38	19,78947	10	1,02	7,01	12,29609
30	1	36	20,88889	10	1,02	6,1	10,87344
31	1	38	19,78947	10	1,02	10,46	17,30069
32	1,01	40	18,8	10,1	1,0302	7,61	13,20951
33	1,01	38	19,78947	10,1	1,0302	4,27	7,868067
34	1,01	32	23,5	10,1	1,0302	9,5	15,96639
35	1,01	36	20,88889	10,1	1,0302	5,84	10,45845
36	1,01	32	23,5	10,1	1,0302	3,02	5,695964
37	1,01	32	23,5	10,1	1,0302	8,68	14,79209
38	1,01	34	22,11765	10,1	1,0302	6,39	11,3318
39	1,01	28	26,85714	10,1	1,0302	9,07	15,35466
40	1,02	32	23,5	10,2	1,0404	3,24	6,08565
41	1,02	30	25,06667	10,2	1,0404	7,97	13,74849
42	1,02	36	20,88889	10,2	1,0404	2,98	5,624764
43	1,02	32	23,5	10,2	1,0404	2,99	5,642574
44	1,02	30	25,06667	10,2	1,0404	8,47	14,48606
45	1,03	32	23,5	10,3	1,0506	4,78	8,725812
46	1,03	30	25,06667	10,3	1,0506	9,29	15,66875
47	1,03	34	22,11765	10,3	1,0506	3,74	6,959434
48	1,03	28	26,85714	10,3	1,0506	7,2	12,58741
49	1,03	32	23,5	10,3	1,0506	16,28	24,56246
50	1,03	32	23,5	10,3	1,0506	2,85	5,392621
51	1,03	36	20,88889	10,3	1,0506	3,8	7,063197
52	1,03	36	20,88889	10,3	1,0506	5	9,090909
53	1,04	34	22,11765	10,4	1,0608	9,32	15,7114
54	1,04	44	17,09091	10,4	1,0608	2,85	5,392621

55	1,04	32	23,5	10,4	1,0608	11,89	19,2115
56	1,04	34	22,11765	10,4	1,0608	2,69	5,105333
57	1,05	36	20,88889	10,5	1,071	6,09	10,85755
58	1,05	30	25,06667	10,5	1,071	10,13	16,84683
59	1,06	28	26,85714	10,6	1,0812	2,45	4,671115
60	1,06	30	25,06667	10,6	1,0812	6,29	11,17428
61	1,06	34	22,11765	10,6	1,0812	3,74	6,959434
62	1,07	36	20,88889	10,7	1,0914	9,86	16,47177
63	1,07	36	20,88889	10,7	1,0914	3,53	6,594433
64	1,08	36	20,88889	10,8	1,1016	12,17	19,57536
65	1,08	32	23,5	10,8	1,1016	3,89	7,218408
66	1,09	34	22,11765	10,9	1,1118	7,26	12,67901
67	1,09	32	23,5	10,9	1,1118	4,42	8,122014
68	1,09	30	25,06667	10,9	1,1118	7,37	12,84644
69	1,1	30	25,06667	11	1,122	3,89	7,218408
70	1,1	30	25,06667	11	1,122	6,28	11,15849
71	1,11	38	19,78947	11,1	1,1322	5,03	9,140469
72	1,11	36	20,88889	11,1	1,1322	2,11	4,049127
73	1,13	34	22,11765	11,3	1,1526	2,64	5,015198
74	1,15	32	23,5	11,5	1,173	16,35	24,64205
75	1,15	28	26,85714	11,5	1,173	5,08	9,222948
76	1,16	38	19,78947	11,6	1,1832	2,13	4,085939
77	1,16	32	23,5	11,6	1,1832	12,54	20,05117
78	1,18	42	17,90476	11,8	1,2036	2,78	5,267147
79	1,18	38	19,78947	11,8	1,2036	4,05	7,493062
80	1,2	36	20,88889	12	1,224	6,32	11,22159
81	1,21	52	14,46154	12,1	1,2342	3,17	5,962009
82	1,22	36	20,88889	12,2	1,2444	2,37	4,525492
83	1,22	42	17,90476	12,2	1,2444	9,11	15,41194
84	1,23	36	20,88889	12,3	1,2546	2,54	4,834412
85	1,25	30	25,06667	12,5	1,275	7,58	13,16429
86	1,26	42	17,90476	12,6	1,2852	3,07	5,784813
87	1,26	30	25,06667	12,6	1,2852	14,98	23,05325
88	1,27	50	15,04	12,7	1,2954	2,54	4,834412
89	1,28	36	20,88889	12,8	1,3056	4,72	8,625731
90	1,28	62	12,12903	12,8	1,3056	3,44	6,437126
91	1,3	42	17,90476	13	1,326	-	0
92	1,31	32	23,5	13,1	1,3362	-	0
93	1,33	62	12,12903	13,3	1,3566	-	0
94	1,35	70	10,74286	13,5	1,377	-	0
95	1,35	58	12,96552	13,5	1,377	-	0
96	1,35	58	12,96552	13,5	1,377	-	0
97	1,35	56	13,42857	13,5	1,377	-	0
98	1,38	52	14,46154	13,8	1,4076	-	0
99	1,38	56	13,42857	13,8	1,4076	-	0
100	1,39	54	13,92593	13,9	1,4178	-	0
101	1,4	64	11,75	14	1,428	-	0
102	1,41	72	10,44444	14,1	1,4382	-	0
103	1,44	54	13,92593	14,4	1,4688	-	0
104	1,45	50	15,04	14,5	1,479	-	0
105	1,45	52	14,46154	14,5	1,479	-	0
106	1,47	78	9,641026	14,7	1,4994	-	0
107	1,54	40	18,8	15,4	1,5708	-	0
108	1,57	56	13,42857	15,7	1,6014	-	0
109	1,58	58	12,96552	15,8	1,6116	-	0
110	1,58	52	14,46154	15,8	1,6116	-	0
111	1,61	58	12,96552	16,1	1,6422	-	0
112	1,63	54	13,92593	16,3	1,6626	-	0
113	1,69	56	13,42857	16,9	1,7238	-	0

3 PRIEDAS. k -tosios kvadratų sumos, kai $k < 90$

k	S_0 k -toji kvadratų suma	S_1 k -toji kvadratų suma
1	818	2670
2	805	2502
3	810	2615
4	819	2609
5	817	2520
6	815	2511
7	816	2580
8	817	2623
9	810	2656
10	814	2665
11	816	2667
12	810	2679
13	813	2669
14	810	2670
15	815	2672
16	819	2662
17	819	2642
18	817	2657
19	813	2628
20	811	2651
21	803	2643
22	809	2624
23	812	2620
24	808	2625
25	814	2629
26	815	2625
27	818	2635
28	818	2655
29	819	2653
30	819	2653
31	819	2637
32	818	2631
33	817	2641
34	818	2627
35	818	2630
36	818	2645
37	819	2635
38	819	2635
39	819	2622
40	819	2637
41	818	2629
42	818	2645
43	818	2657
44	815	2650
45	814	2655
46	811	2644
47	810	2654
48	803	2650
49	801	2609
50	798	2628

51	800	2639
52	802	2644
53	801	2631
54	809	2646
55	807	2622
56	807	2639
57	808	2639
58	803	2620
59	793	2640
60	785	2639
61	784	2649
62	786	2633
63	789	2645
64	791	2616
65	786	2629
66	785	2621
67	780	2630
68	769	2622
69	755	2634
70	740	2632
71	747	2637
72	749	2657
73	746	2670
74	735	2628
75	703	2633
76	710	2655
77	693	2617
78	713	2639
79	719	2650
80	718	2647
81	757	2662
82	757	2677
83	774	2665
84	774	2678
85	742	2673
86	761	2681
87	708	2622
88	757	2657
89	720	2660