

ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS  
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS  
INFORMATIKOS KATEDRA

Antanas Nakas  
Informatikos specialybės II kurso (neakivaizdinio skyriaus) studentas

**CILINDRINIŲ KEVALŲ IŠ KOMPOZITO STABILUMO  
SKAIČIAVIMO BAIGTINIŲ ELEMENTŲ METODU PROGRAMA**

MAGISTRO DARBAS

Darbo vadovas:  
Doc. V. Sirius

Recenzentė:  
Doc. S. Turskienė

Šiauliai,  
2006/2007 m.m.

## Turinys

Turinys.....	2
Įvadas.....	3
Teorinė dalis. ....	4
Projektinė dalis .....	16
Įrankių ir priemonių pasirinkimo analizė. ....	16
Projekto (darbo) vykdymo planas.....	16
Pradinis projekto aprašymas.....	17
Darbo eigos aprašymas. ....	24
Galutinio projekto stovio aprašymas. ....	24
Tyrimas.....	29
Išvados.....	32
Literatūra .....	33
Anotacija.....	34
Annotation .....	35

## **Ivadas.**

Cilindrinis kevalas – tai cilindras kurio sienelė sudaryta iš dvimačių armuotų kompozitinių medžiagų. Kitaip tariant kevalo sienelė sudaryta iš daugiau nei vieno sluoksnio vienkrypčių armuotų plokštelių idealiai tiesiais plaušais. Šie sluoksniai klijuojami vienas ant kito pasuktais tam tikru kampu vertikalčiai tiesei: vienas sluoksnis imamas tarkime  $-\beta$  kampu, tuomet antras  $+\beta$  kampu ir t.t.

Plonų kevalų, sudarytų iš kreivųjų paviršių, skaičiavimą nagrinėja klasikinės kevalų teorijos. Šių teorijų (Flügge's, Vlasovo, Donello ir kt.) lygtys yra per daug sudėtingos, kad jas būtų galima spręsti bet kuriam kevalui. Todėl šiame darbe cilindriniam kevalui atliekami skaičiavimai paremti baigtinių elementų metodu. Baigtiniu elementu (toliau BE) šiame tyrime laikysime trikampį

Šio darbo tikslai:

1. Naudojant baigtinių elementų metodą, sukurti programą skaičiuojančią kritinę spaudžiamąją jėgą, kuria spaudžiant cilindrinis kevalas sulūš.
2. Atlikti tyrimą, kuris atrastų maksimalią kritinę jėgą su įvairiais armavimo kampais.

Cilindriniai kevalai naudojami įvairiose srityse, todėl kritinės jėgos apskaičiavimas labai svarbus sprendžiant konstrukcijos tvirtumą ar maksimalias apkrovas. Kevalų pavyzdžiai – daugelis mechanikos ir statybos inžinerijoje naudojamų konstrukcijų: automobilių ir laivų dalys, skysčių rezervuarai ir t.t.

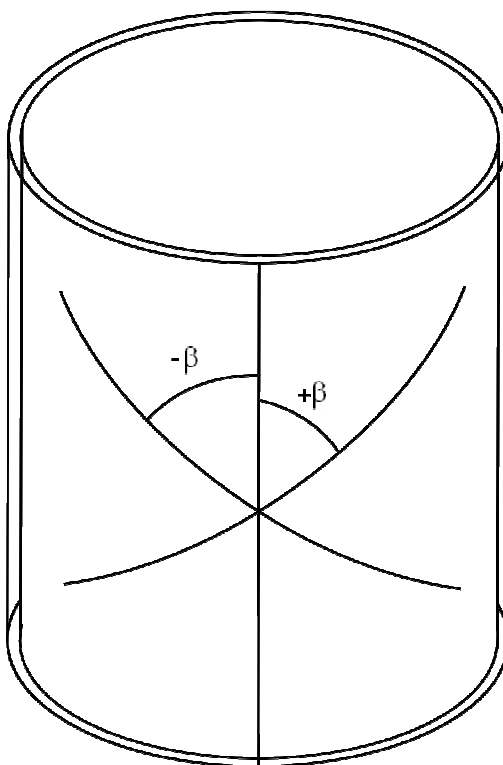
## Teorinė dalis.

### *Cilindrinio kevalo iš kompozito medžiagos tamprumo matricos sudarymas [2]*

Apibrėžiant dvimačių armuotų kompozitinių medžiagų deformacines charakteristikas, labiausiai yra paplitęs šis metodas: suvienodinti atskirų vienkrypčių armuotų plokštelių tamprumo tenzorių, kurios yra kevalo modelio sudedamosios dalys:

$$A_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^N b_i A_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(i)}; B = \sum_{i=1}^N b_i$$

čia  $\alpha, \beta, \gamma, \delta = x, y, z$ ;  $A_{\alpha\beta\gamma\delta}$  – armuojamo kompozito sluoksnių komponentai;  $b_i$  – vienkrypčio kompozito storis;  $A_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(i)}$  – vienkrypčių armuotų plokštelių tamprumo tenzorius komponentai, išrinktoje kompozito ašyje x, y, z; N – plokštelių kiekis.



1 pav. Armuojamo kevalo kompozito kampai išilginės ašies atžvilgiu.

Skaičiavimo schemoje priimta, kad armavimas vykdomas idealiai tiesiais plaušais. Šių plaušų medžiaga ir surišamoji medžiaga yra tiesiniai, izotropiniai ir suspaudžiami fizine prasme. Įsivaizduokime apvalaus cilindro skerspjuvį, kurio išilginė ašis 1 (pav. 2) sutampa su armavimo kryptimi. Galime apibrėžti tokio cilindro penkias nepriklausomas charakteristikas:

$$E_{11} = \mu^* E_a + qE_c; \quad v_{12} = \mu^* v_a + qv_c; \quad E_{22} = \frac{E_c}{f(1-v_c)^2 + \frac{v v_{12} E_c}{E_{11}}}; \quad G_{12} = G_c \frac{(1 + \mu^* + k_2)}{q + g(1 + \mu^*)};$$

$$G_{23} = G_c \frac{x_c + \mu^* + k_2}{q x_c + g(1 + x_c \mu^*)}$$

Čia:

$$q = 1 - \mu^*; \quad g = \frac{G_c}{G_a}; \quad x_a = 3 - 4v_a; \quad x_c = 3 - 4v_c; \quad k_1 = x_a - 1; \quad k_2 = qg;$$

$$f = (2 + k_1 g) / z - 2\mu^* (1 - g) / (x_c + \mu^* + k_2);$$

$$v = v_c - \mu^* (1 + x_c)(v_c - v_a) / z; \quad z = 1 + q + x_c \mu^* + k_1 k_2;$$

$\mu^*$  – armatūros tūrio koeficientas;  $E_a, E_c, G_a, G_c, v_a, v_c$  – tamprumo moduliai, šlities moduliai ir Puasono koeficientai;  $v_a, v_c$  – Puasono kompozitai.

Techniniai parametrai:

$$\begin{aligned} A_{1111} &= (1 - v_{23}^2) E_{11} / k; & A_{2222} &= A_{3333} = (1 - v_{12} v_{21}) E_{22} / k; \\ A_{1122} &= A_{1133} = (1 + v_{23}) v_{21} E_{11} / k; & A_{2233} &= (v_{23} + v_{12} v_{21}) E_{22} / k; \\ A_{2323} &= G_{23}; & A_{1313} &= A_{1212} = G_{12} \end{aligned} \quad (1)$$

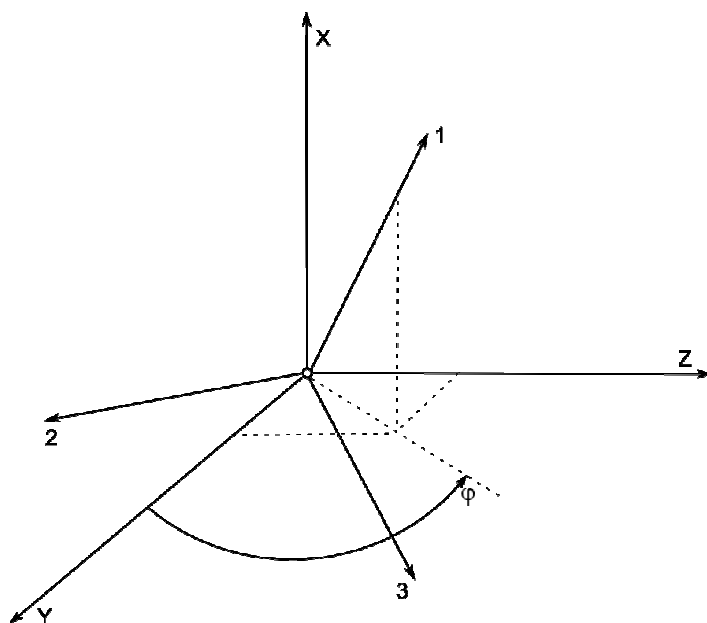
$$\text{čia } k = 1 - 2v_{12} v_{21} (1 + v_{23}) - v_{23}^2$$

Skaičiavimo schemeje atskirą laisvą kryptinį armavimą  $m$  išreikšime kaip vienakryptį armuotą cilindrą, kuris apibrėžiamas pagal (1) formules. Priklausomai nuo tenzorius išraiškos, kiekvieną  $A_{ijkl}^{(m)}$  privesime prie pasirinktų kompozito ašių  $x, y, z$ :  $A_{\alpha\beta\gamma\delta} = A_{ijkl}^{(m)} l_{i\alpha} l_{j\beta} l_{k\gamma} l_{l\delta}$ , kur  $i, j, k, l = 1, 2, 3$ ;  $\alpha, \beta, \gamma, \delta = x, y, z$ ;  $l_{i\alpha}$  – kosinuso kampas tarp ašių  $i$  ir  $\alpha$ .

Pagal heksagonalinę armavimo schemą, kiekvienos atskiros krypties  $A_{ijkl}^{(m)}$  bus invariacinės posūkio aplink ašies 1 atžvilgiu, o tai leis supaprastinti matricą  $l_{i\alpha}$  atžvilgiu;  $l_{2x} = 0$ , t.y. ašis 2 visada sutaps su  $yz$  plokštuma. Suvienodinimą tamprumo atskirų krypčių armavimo apskaičiuosime pagal formulę:

$$A_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N V_i A_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(i)}; \quad V = \sum_{i=1}^N V_i,$$

Kur  $A_{\alpha\beta\gamma\delta}$  – erdvinio armavimo kompozito tamprumo tenzorius komponentai;  $V_i$  – tūris  $i$  – ojo armavimo krypties;  $N$  – armavimo krypčių kiekis,  $N \geq 1$ .



2 pav. Armavimo koordinačių keitimas.

Pasirodo, kad  $A_{\alpha\beta\gamma\delta}$  priklauso nuo to kaip mes pasirinkime  $V_i$ . Pažymėsime, kad  $N$ ,  $V$  ir armatūros  $V_{a^i}$  tūriai kiekvienos armavimo  $i$  krypties yra žinomi. Armatūros bendras tūris lygūs

$V_a = V_a^1 + V_a^2 + \dots + V_a^N$  ir  $\mu = \frac{V_a}{V}$ ;  $V = V_a + V_c$ , kur  $\mu = \frac{V_a^i}{V}$   $\mu = \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_N$ . Per  $\mu_i^*$

pažymėkime armavimo tūrinio koeficientą atskirai kryptčiai,  $\mu_i^* = \frac{V_a^i}{V_i}$ ;  $V_1 + V_2 + \dots + V_N = V$ .  $N$

krypties armavimui galime sudaryti sekančią sistemą iš  $N + 1$  lygčių:

$$V_{i\mu^*i} = V_a^i; \quad V_1 + V_2 + \dots + V_N = V \quad (2)$$

Akivaizdu, kad būtina užduoti  $(N - 1)$  nežinomųjų, nes nežinomųjų  $(2N)$  daugiau negu  $(N + 1)$  lygčių. Jeigu pažymėtume  $\mu_{\max}^*$  – didžiausiu galimu armavimo koeficientu, tai būtų galima išskirti kelis ypatingus sistemos (2) sprendimo atvejus:

1. Kiekvienam krypties armavimui skiriamas minimalus kiekis rišamosios medžiagos, po to likusi surišamoji medžiaga priimama kaip  $N + 1$ -tasis nearmuotas sluoksnis:

$$\mu_i^* = \mu_{\max}^*; \quad \mu_{N+1}^* = 0, \text{ kur } V_i = \frac{V \mu_i}{\mu_{\max}^*}; \quad V_{N+1} = V - V_1 - V_2 - \dots - V_N;$$

Kai  $N = 2$  vienam krypties armavimui skiriamas minimalus kiekis rišamosios medžiagos, kitam – likęs kiekis:

$$\mu_1^* = \mu_{\max}^*, \text{ kur } V_1 = \frac{V \mu_1}{\mu_{\max}^*}; \quad V_2 = V - V_1; \quad \mu_2^* = \mu_2 \frac{\mu_{\max}^*}{\mu_{\max}^* - \mu_1};$$

2. Tūris  $V_i$  apskaičiuojamas:

$$V_i = \frac{V}{N}, \text{ kur } \mu_i^* = \mu_i \cdot N;$$

3. Rišamosios medžiagos pasiskirsto vienodai tarp visų armavimo krypčių:

$$V_{c^i} = \frac{V_c}{N}, \text{ kur } V_i = V_{a^i} + \frac{V_c}{N}; \mu_i^* = \frac{NV_{a^i}}{NV_{a^i} + V_c};$$

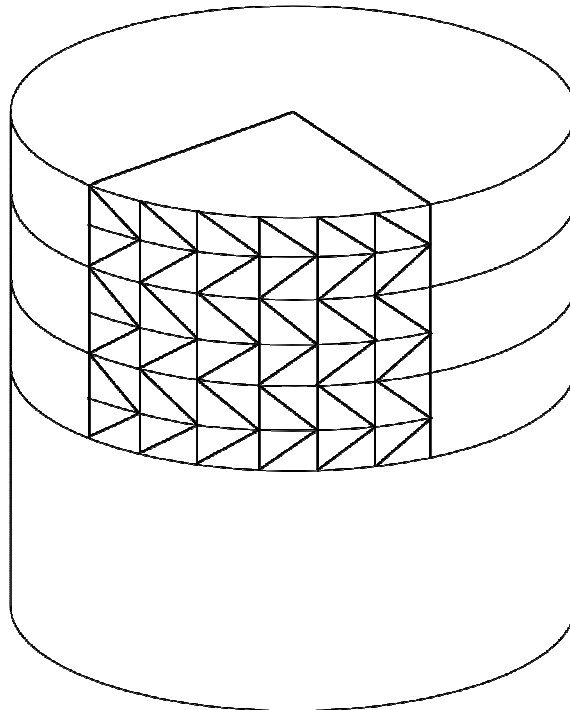
4. Rišamosios medžiagos pasiskirsto kiekvienai armavimo kryptiai, proporcingai armatūros tūriui:

$$\frac{V_{c^1}}{V_{a^1}} = \frac{V_{c^2}}{V_{a^2}} = \dots = \frac{V_{c^N}}{V_{a^N}} = \frac{V_c}{V_a} \text{ arba } \frac{V_{c^i}}{\mu_i} = \frac{V_c}{\mu} = const, \text{ kur } V_c^i = V_c \frac{\mu_i}{\mu} = \frac{V(1-\mu_i)}{\mu};$$

$$V_i = V_{a^i} + V_{c^i} = \frac{V\mu_i}{\mu}; \mu_i^* = \frac{V_{a^i}}{V_i} = \mu$$

### ***Cilindrinio kevalo paviršiaus dalinimas į BE [1,4,5]***

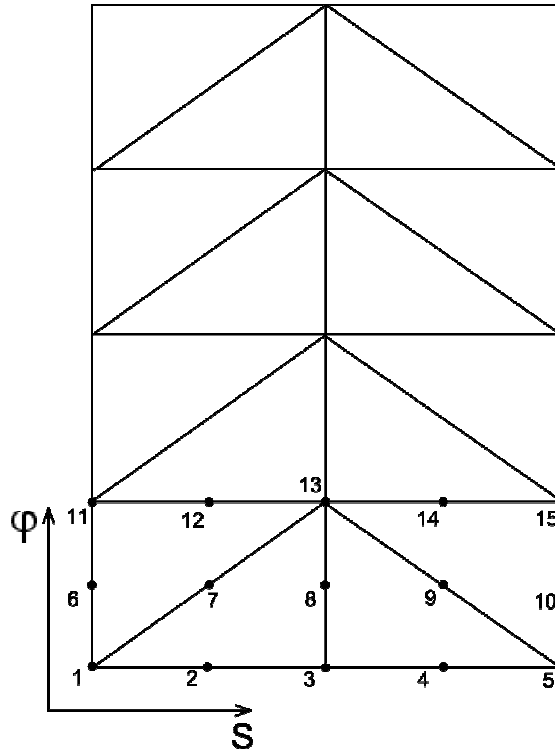
Cilindrinio kevalo BE yra trikampis. Todėl visas nagrinėjamas paviršius dalinamas į juos kaip pavaizduota 3 pav.



3 pav. Kevalo dalinimas į blokus.

Cilindro medžiaga yra vienalytė ir jėgos veikia visą kevalą simetriškai, todėl skaičiuojame pusę pasirinkto cilindro paviršiaus. Nagrinėjamo cilindrinio kevalo paviršiaus plotą daliname į stačiakampius. Kiekvieną stačiakampį bloką daliname į keturis trikampus elementus.

Trikampis turi tris viršūnes, kurios bus mazgai. Trikampių kraštinių vidurio taškai, bus dar trys mazgai. Iš viso šiuo nagrinėjamu atveju trikampiai elementai turi 6 mazgus. Mazgų numeravimas pradedamas nuo apatinės kairėje pusėje esančios viršūnės prieš laikrodžio rodyklę. Pirmiausia numeruojamos viršūnės (1-3), o po to kraštinių vidurio taškai pradedant nuo apatinės (4-6) (4 pav.).



4 pav. Dalinimas į trikampius elementus ir mazgų numeravimas.

Sudalinus kevalą į blokus mazgų numeravimas kevale skaičiuojamas pradedant nuo apatinės eilės kairiojo mazgo į dešinę pusę. Pasibaigus eilėje mazgams grįžtama į pradžią tik į aukštesnę eilę.

Nustatę trikampio mazgus turime apskaičiuoti lokalias kiekvieno mazgo koordinatas (trikampio atžvilgiu, kuriame yra tas mazgas). Integravimas vykdomas pagal lokalias koordinatas  $L_1, L_2, L_3$ . Jos apskaičiuojamos sekančiai.

$$A(L_1, L_2, L_3); L_1 = \frac{\Delta A23}{\Delta 123}; L_2 = \frac{\Delta A13}{\Delta 123}; L_3 = \frac{\Delta A12}{\Delta 123};$$

Visuomet visų lokalių koordinatų suma lygi 1:  $L_1 + L_2 + L_3 = 1$

Globaliosios cilindro koordinatės randamos pagal cilindro ilgį  $L$  ir kampą  $\varphi$ .

***Trikampio elemento standumo matricos ir trikampio elemento jėgos vektoriaus skaičiavimas.***



Turėdami BE mazgus, lokalias ir globalias koordinates galime apskaičiuoti BE standumo matricą ir jėgos vektorių.

Visų pirmą apskaičiuojame elemento formos funkcijas ( $N_i$ ):

$$N_1 = (2L_1 - 1)L_1; N_2 = (2L_2 - 1)L_2; N_3 = (2L_3 - 1)L_3; N_4 = 4L_1L_2; N_5 = 4L_2L_3; N_6 = 4L_1L_3;$$

Išskaičiuojame išvestines pagal  $L_1$  ir  $L_2$ :

$$\frac{\partial N_1}{\partial L_1} = 4L_1 - 1; \frac{\partial N_2}{\partial L_1} = 0; \frac{\partial N_3}{\partial L_1} = -4L_3 + 1; \frac{\partial N_4}{\partial L_1} = 4L_2; \frac{\partial N_5}{\partial L_1} = -4L_2; \frac{\partial N_6}{\partial L_1} = -8L_1 + 4*(1 - L_2);$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial L_2} = 0; \frac{\partial N_2}{\partial L_2} = 4L_2 - 1; \frac{\partial N_3}{\partial L_2} = -4L_3 + 1; \frac{\partial N_4}{\partial L_2} = 4L_1; \frac{\partial N_5}{\partial L_2} = -8L_2 + 4*(1 - L_1); \frac{\partial N_6}{\partial L_2} = -4L_1;$$

Kad nustatytume ryšį tarp lokaliųjų ir globaliųjų koordinačių, sudaroma Jakobo matrica.

$$[J] = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^6 \frac{\partial N_i}{\partial L_1} * S_{(i)} & \sum_{i=1}^6 \frac{\partial N_i}{\partial L_1} * \varphi_{(i)} \\ \sum_{i=1}^6 \frac{\partial N_i}{\partial L_2} * S_{(i)} & \sum_{i=1}^6 \frac{\partial N_i}{\partial L_2} * \varphi_{(i)} \end{bmatrix}$$

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial L_1} & \frac{\partial N_2}{\partial L_1} & \frac{\partial N_3}{\partial L_1} & \frac{\partial N_4}{\partial L_1} & \frac{\partial N_5}{\partial L_1} & \frac{\partial N_6}{\partial L_1} \\ \frac{\partial N_1}{\partial L_2} & \frac{\partial N_2}{\partial L_2} & \frac{\partial N_3}{\partial L_2} & \frac{\partial N_4}{\partial L_2} & \frac{\partial N_5}{\partial L_2} & \frac{\partial N_6}{\partial L_2} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} S_1 & \varphi_1 \\ S_2 & \varphi_2 \\ S_3 & \varphi_3 \\ S_4 & \varphi_4 \\ S_5 & \varphi_5 \\ S_6 & \varphi_6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial L_1} \\ \frac{\partial N_i}{\partial L_2} \end{bmatrix} = [J] * \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial S_i} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \varphi_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial S_i}{\partial L_1} & \frac{\partial \varphi_i}{\partial L_1} \\ \frac{\partial S_i}{\partial L_2} & \frac{\partial \varphi_i}{\partial L_2} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial S_i} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \varphi_i} \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

Iš šios lygties galima išreikšti išvestines  $N_i$  pagal  $S$  ir  $\varphi$ :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial S} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \varphi} \end{bmatrix} = [J]^{-1} * \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial L_1} \\ \frac{\partial N_i}{\partial L_2} \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

Iš turimų formų funkcijų ir koordinačių sudaroma matrica B:

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial S} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{\partial N_i}{R \cdot \partial \varphi} & \frac{\partial N_i}{R} & 0 & 0 \\ \frac{\partial N_i}{R \cdot \partial \varphi} & \frac{\partial N_i}{\partial S} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial S} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{R \cdot \partial \varphi} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{R \cdot \partial S} & 0 & \frac{\partial N_i}{R \cdot \partial \varphi} & \frac{\partial N_i}{\partial S} \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial S} & N_i & 0 \\ 0 & -\frac{\partial N_i}{R} & \frac{\partial N_i}{R \cdot \partial \varphi} & 0 & N_i \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

Dabar jau iš turimos kevalo kompozitinės ortotropinės medžiagos tamprumo matricos [A] sudarome matricą [D].

$$[D^{ij}] = \begin{bmatrix} Q^{11} & Q^{12} & 0 & B^{11} & B^{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q^{21} & Q^{22} & 0 & B^{21} & B^{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q^{66} & 0 & 0 & B^{66} & 0 & 0 \\ B^{11} & B^{12} & 0 & C^{11} & C^{12} & 0 & 0 & 0 \\ B^{21} & B^{22} & 0 & C^{21} & C^{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B^{66} & 0 & 0 & C^{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q^{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q^{44} \end{bmatrix}$$

Čia  $Q^{ij} = A^{ij} * h$ ;  $B^{ij} = A^{ij} * h^2 / 4$ ;  $C^{ij} = A^{ij} * h^3 / 12$ ;

BE standumo matrica skaičiuojama pagal tokią funkciją:

$$[K] = \int_0^{1-L_1} \int_0^{1-L_1} [B]^T [D][B] \det([J]) R \cdot dL_1 dL_2$$

Integralui

$$\int_0^{1-L_1} \int_0^{1-L_1} f(L_1, L_2) dL_1 dL_2 \approx \sum_{i=0}^n w_i f(L_1, L_2) dL_1 dL_2$$

apskaičiuoti naudosime skaitinį integravimą pagal Gauso metodą:

$i$	$L_1$	$L_2$	$w_i$
a	1/3	1/3	0,225
b	$\alpha_1$	$\beta_1$	0,13239115

c	$\beta_1$	$\alpha_1$	0,13239115
d	$\beta_1$	$\beta_1$	0,13239115
e	$\alpha_2$	$\beta_2$	0,12593918
f	$\beta_2$	$\alpha_2$	0,12593918
g	$\beta_2$	$\beta_2$	0,12593918

1 lentelė. Gauso metodo koeficientai

$$\alpha_1 = 0,05971587;$$

$$\beta_1 = 0,47014206;$$

$$\alpha_2 = 0,79742699;$$

$$\beta_2 = 0,10128651.$$

Pagal Gauso metodą funkcija  $f(L_1, L_2)$  apskaičiuojama sumuojant dauginamas matricas  $[B]^T * [D] * [B] * \det([J]) * R$  ir dauginant iš koeficiento  $w_i$ . ( $n=7$ , trikampyje parenkami 7 taškai).

Formuojant elemento jėgos vektorių matricos  $[B]$  ir  $[D]$  nebereikalingos.

Sudaroma matrica  $[N]$ :

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & N_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & N_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & N_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & N_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & N_6 \end{bmatrix}$$

$[P]$  – kevalą, veikiančių išorinių jėgų vektorius. Kadangi kevalą veikianti jėga nukreipta Oz kryptimi, tai šio vektoriaus tik vieną komponentę –  $P[3]$  nėra lygi nuliui:

$$\{P\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ q \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Trikampio elemento jėgos vektorius sudaromas pagal funkciją:

$$\{F^{(e)}\} = \int_0^{1-L_1} \int_{0,56x^5}^{0,5x^1} [N]^T \cdot \{P\} \cdot |\det([J])| \cdot R \cdot dL_1 dL_2$$

Jo apskaičiavimas įvykdytas pagal tokį patį algoritmą kaip ir trikampio elemento standumo matrica, naudojant Gauso metodą. Sudauginam matrica  $[N]^T$  su vektoriumi  $\{P\}$  po to padauginam iš  $|\det([J])|$ ,  $R$  ir  $w_i$ . Skaitiškai integruodami sumuojam.

### ***Kevalo standumo matricos ir jėgos vektoriaus skaičiavimas***

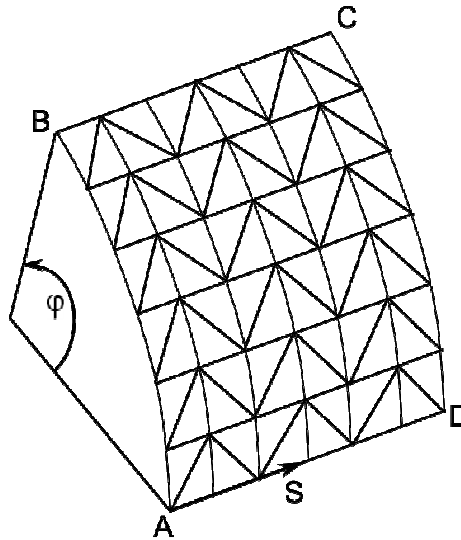
Viso cilindrinio kevalo standumo matrica suformuojama sumuojant BE mazgų laisvės laipsnius. Pagal tą patį algoritmą skaičiuojamas ir viso cilindrinio kevalo jėgos vektorius.

### ***Kraštinių sąlygų įvertinimas***

Apskaičiavus cilindrinio kevalo standumo matricą ir jėgos vektorius reikia įvertinti kraštines sąlygas. Jos įvertina tai, jog nagrinėjama tik dalis cilindro (simetriškumo sąlyga), taip pat cilindrinio kevalo kontūro ( $S = 0, L$ ) įtvirtinimo sąlygos.

$\forall$  mazge:  $v = \gamma_2 = 0$ ;

$DC$ :  $u = \gamma_1 = 0$  - sąlyga.



5 pav. Kraštinės sąlygos

Visa tai turėdami sudarome masyvą, kuriame nurodome elementus, kurie nurodys kevalo simetriškumo sąlygas. Kiekvienas mazgas turi 5-is poslinkius: judėjimo pagal Ox, Oy ir Oz ašis, taip pat linkimo pagal Ox ir pagal Oy ašis. Šiame masyve surašomi tie elementų numeriai, kurie turi būti nuliai, t.y. kevalas tomis kryptimis judėti negali.

Įvertinus kraštines sąlygas perskaičiuojame kevalo standumo matricą: išbraukiame nereikalingus stulpelius ir eilutes pagal turimas kraštines sąlygas. Taip pat šis algoritmas sumažins matricos ir vektoriaus dydį todėl tolimesniems skaičiavimams tai padeda sumažinti laiko.

### ***Poslinkių apskaičiavimas.***

Sudarius lygčių sistemą tarp kevalo matricos ir jėgų vektoriaus, kurią išsprendus pagal juostinės matricos struktūrą, gauname mazgų poslinkius.

$$[K] \times \{X\} = \{Fp\}$$

čia:  $[K]$  – cilindrinio kevalo standumo matrica,  
 $[Fp]$  – cilindrinio kevalo jėgos vektorius,  
 $[X]$  – ieškomi mazgų poslinkiai.

### ***Deformacijų ir įtempimų apskaičiavimas kiekvienam elementui.***

Deformacijos gaunamos sudauginus BE poslinkių vektorių iš matricos  $[B]$ , kuri paskaičiuota panašiai, kaip ir elemento standumo matricoje, tik skaitinis integravimas atliekamas antrame trikampio elemento mazge, t.y. lokalsios koordinatės nurodomos tokios:  $L_1 = 0$ ;  $L_2 = 1$ ;  $L_3 = 0$ , su elemento poslinkių vektoriumi  $\begin{bmatrix} EP \end{bmatrix}$ . Jis gaunamas išskaičiuojant pagal atitinkamus to elemento mazgus išskaičiuojant iš poslinkio vektoriaus.

Įtempimų vektorius gaunamas matricą  $[D]$ , gautą iš kevalo tamprumo matricos, sudauginus su deformacijų vektoriumi.

### ***Pasiruošimas kritinės jėgos skaičiavimui***

Kad galėtume įvertinti kritinę jėgą prie kurios kevalas neatlaikys apkrovimų, mums reikės įvertinti kitas kraštines sąlygas. Tam mums bus reikalinga kevalo standumo matrica su naujomis kraštinėmis sąlygomis.

Tam reikia apskaičiuoti dvi kevalo standumo matricas ir dvi skirtingas būsenas. Pirmąją būseną su pirmomis kraštinėmis sąlygomis bus iki kritinė, antroji būseną su antromis kraštinėmis sąlygomis bus kritinė.

Ikikritinė būsena:

$$\forall \text{ mazge: } v = \gamma_2 = 0;$$

$$DC : u = \gamma_1 = 0$$

Kritinė būsena:

Įtvirtinimo sąlygos:

$$AB : w = 0;$$

$$AD : v = \gamma_2 = 0;$$

$$BC : v = \gamma_2 = 0;$$

$$DC : u = \gamma_1 = 0.$$

Visa tai turėdami sudarome du masyvus, kuriuose nurodome elementus, kurie nurodys kevalo simetriškumo sąlygas. Kiekvienas mazgas turi 5-is poslinkius: judėjimo pagal  $Ox$ ,  $Oy$  ir  $Oz$  ašis, taip pat linkimo pagal  $Ox$  ir pagal  $Oy$  ašis. Šiuose masyvuose surašomi tie elementų numeriai kurie turi būti nuliai.

Įvertinus kraštines sąlygas perskaičiuojame kevalo standumo matricą: pašaliname stulpelius ir eilutes pagal turimas kraštines sąlygas. Šis algoritmas sumažins matricos ir vektoriaus matavimus.

**Elemento geometrinės standumo matricos skaičiavimas.**

Elemento geometrinė standumo matrica skaičiuojama taip:

$$[U_{(2)}^G] = \int_0^1 \int_0^{1-L_1} [\bar{B}]^T \cdot [\bar{D}] \cdot [\bar{B}] \det([J]) \cdot R \cdot dL_1 dL_2$$

Matrica  $[\bar{B}_i]$  sudaroma panašiai kaip ir  $[B_i]$ :

$$[\bar{B}_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial s} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial s} & 0 & 0 \\ \frac{\partial N_i}{R \partial \varphi} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{R \partial \varphi} & \frac{\partial N_i}{R} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\partial N_i}{R} & \frac{\partial N_i}{R \partial \varphi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_i \end{bmatrix}$$

Matrica  $[\bar{D}]$  sudaroma iš ikikritinių vidinių kevalo jėgų:  $N_{11}$ ,  $N_{12}$ ,  $N_{22}$ ,  $Q_1$ ,  $Q_2$ . Deformacijų vektorius išskaičiuojamas iki kritinėje būsenoje.

$$\{\bar{\mathcal{E}}\}^T = \left\{ \frac{\partial u}{\partial s} \quad \frac{\partial v}{\partial s} \quad \frac{\partial w}{\partial s} \quad \frac{\partial u}{R \partial \varphi} \quad \frac{\partial v}{R \partial \varphi} + \frac{w}{R} \quad \frac{\partial w}{R \partial \varphi} - \frac{v}{R} \quad \gamma_{(1)} \quad \gamma_{(2)} \right\}$$

$$[\bar{D}] = \begin{bmatrix} N_{11} & 0 & 0 & N_{12} & 0 & 0 & Q_1 & 0 \\ 0 & N_{11} & 0 & 0 & N_{12} & 0 & 0 & Q_1 \\ 0 & 0 & N_{11} & 0 & 0 & N_{12} & 0 & 0 \\ N_{12} & 0 & 0 & N_{22} & 0 & 0 & Q_2 & 0 \\ 0 & N_{12} & 0 & 0 & N_{22} & 0 & 0 & Q_2 \\ 0 & 0 & N_{12} & 0 & 0 & N_{22} & 0 & 0 \\ Q_1 & 0 & 0 & Q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_1 & 0 & 0 & Q_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dabar turėdami visus reikiamus duomenis apskaičiuojame BE geometrinę standumo matricą:

$$[U_{(2)}^G] = \int_0^1 \int_0^{1-L_1} [\bar{B}]^T \cdot [\bar{D}] \cdot [\bar{B}] \det([J]) \cdot R \cdot dL_1 dL_2$$

Šis skaičiavimas atliekamas, kaip ir skaičiuojant kevalo elemento standumo matricą, naudojantis skaitiniu Gauso integravimo metodu.

### ***Kevalo geometrinės standumo matricos skaičiavimas.***

Viso cilindrinio kevalo geometrinė standumo matrica suformuojama sumuojant BE mazgų laisvės laipsnius, taip kaip skaičiuojant kevalo standumo matricą.

### ***Kritinės jėgos apskaičiavimas. [5]***

Visų pirma sukuriamas nulinis artinys vektoriui  $\{x\}_k = 1$ , čia  $k=1$ .

Geometrinę matricą dauginame iš vektoriaus  $\{x\}_k$ , panaudojant kevalo matricos juostinę struktūrą:

$$[U^G] \{F\}_k = [U^G] \{x\}_k$$

gauname vektorių  $\{F\}_k$ . Kevalo standumo matricą kritinėje būsenoje  $[K]$  ir sprendžiame lygčių sistemą pasinaudojus matricos juostinę struktūrą:

$$[K] \{x\}_{k+1} = \{F\}_k$$

$$\{x\}_{k+1} = [K]^{-1} \{F\}_k$$

Sunorminame gautą vektorių:

$$\{x\}_{k+1} = \frac{\{x\}_{k+1}}{x_1^{k+1}}$$

Tikriname sąlygą – jei  $\max \left| \frac{\{x\}_{k+1} - \{x\}_k}{\{x\}_{k+1}} \right| > \varepsilon$  tuomet grįžtame prie geometrinės matricos dauginimo

iš vektoriaus  $\{x\}_k$ , tik šis vektorius jau bus ne vienetinis, o  $\{x\}_{k+1}$ .

Jei  $\max \left| \frac{\{x\}_{k+1} - \{x\}_k}{\{x\}_{k+1}} \right| \leq \varepsilon$  apibrėžiame  $q_{\min} = \frac{1}{x_1^{k+1}}$

$q_{\min}$  - kritinė jėga.

## Projektinė dalis

### ***Įrankių ir priemonių pasirinkimo analizė.***

Šiam darbui atlikti yra tikrai nemažai įrankių ir priemonių. Iš visų įrankių buvo pasirinkta „C++“ programavimo kalba. Ši pasirinkimą lėmė keli veiksniai:

1. „C++“ yra objektinio programavimo kalba. Objektinis programavimas suteikia labai daug įvairių programavimo priemonių: klasės – jos gali būti naudojamos kaip sau reikalingo tipo kūrimo įrankis ar kaip įvairių logiškai tarpusavyje susietų funkcijų rinkinys.

2. Daug įvairių priemonių veikia naudodamos „C++“ kaip pagrindą. Šių priemonių yra daugelyje operacinių sistemų (pavyzdžiui „Unix“ buvo parašytas naudojant „C“ kalbą („C++“ pirmtakas) o ne mašininį kodą, kaip tai būdavo daroma anksčiau), todėl „C++“ parašytas programos galima nesunkiai perkelti į kitas operacines sistemas.

Pasirinkus „C++“ kaip įrankį liko dvi priemonės, kurios tiktų šio darbo realizavimui: „Visual C++“ ir „C++ Builder“. Abi šios priemonės turi komponentų, reikalingų grafinės vartotojo sąsajos kūrimui. Buvo pasirinktas „Microsoft“ „Visual C++“ dėl šios priežasties:

Kompanijos „Borland“ „C++ Builder“ kompiliatoriaus kuriamos programos be grafinės aplinkos dirbti negali, o „Microsoft“ „Visual C++“ gali būti ir be jos, gali veikti konsolinėje aplinkoje. O šiam tiriamajam darbui grafinė aplinka nereikalinga, nes visa informacija pateikiama skaičiais, matricomis, vektoriais ir pan. Taip galima sutrumpinti laiko kitiems svarbesniems projektavimo ar analizės darbams.

### ***Projekto (darbo) vykdymo planas.***

Kiekvienam darbui atlikti reikalingas veiksmų planas. Juo remiantis projektas (darbas) atliekamas nuosekliau, laikantis terminų sutaupoma laiko, taip pat padeda įverti kuo mažiau klaidų, kad galutinį rezultatą reikėtų kuo mažiau taisyti. Mano darbe taip pat reikalingas vykdymo planas.

Mano tiriamojo darbo pirmoji dalis teorinės dalies analizavimas. Tam, kad būtų įmanoma atlikti tyrimą reikia sukurti įrankį tam atlikti. Įrankio teorinės medžiagos analizavimas svarbi šio tiriamojo darbo dalis.

Ištyrus teorinę medžiagą prieš programos rašymą svarbi dalis programos projektavimas. Šis darbas atliekamas tam, kad rašant programą būtų padaryta kuo mažiau klaidų, kad nereikėtų kodo perrašyti nuo pradžios.

Programos rašymas arba projekto įvykdymas reikalauja tikslaus ir atidaus darbo, kadangi skaičiavimai bus atliekami didelėmis matricomis, vektoriais. Vienintelis netikslumas gali sustabdyti darbą ilgam.



## **Pradinis projekto aprašymas.**

### ***Pirmasis testinis uždavinys: deformacijų ir įtempimų gavimas***

Pirmoji darbo dalis buvo sukurti programą, kuri paskaičiuotų pirmajam testiniam uždaviniui pagrindinius kevalo dalinimo į BE duomenis: trikampių elementų mazgus, jų koordinates, skaičiuojamos kevalo dalies kraštines sąlygas.

Turėdami kevalo geometrijos duomenis, taip pat kevalo tamprumo matricą ir išsiskaičiavę kevalo dalinimo į BE duomenis, turėsime apskaičiuoti kiekvienam trikampiui elementui standumo matricas ir jėgos vektorius.

Sumuojant trikampio elemento standumo matricas turime gauti vieną bendrą kevalo standumo matricą. Taip pat sumuojant trikampių elementų jėgų vektorius turime gauti kevalo jėgos vektorius.

Kad sutrumpintume programos vykdymo laiką turime pagal turimas kraštines sąlygas sumažinti kevalo standumo matricą ir kevalo jėgos vektorius, kadangi kevalo standumo matricą ir jėgos vektorius gali būti didelės apimties ir tam bus reikalingi didesni kompiuterio resursai (atmintis ir CPU).

Sprendžiant lygtį tarp kevalo standumo matricos ir kevalo jėgos vektoriaus turime gauti mazgų poslinkių vektorius, nusakantį kiekvieno mazgo pokytį.

Pirmoji darbo dalis bus baigta kai gausime trikampių elementų deformacijų ir įtempimų vektorius. Juos apskaičiuosime iš poslinkių vektoriaus išsirinkę konkrečiam trikampiui elementui priklausančių mazgų poslinkius.

Pirmojo testinio uždavinio kevalo geometrija:

Spindulys: 7.65; kevalo sienelės storis: 0.765; visas kevalo aukštis: 15; skaičiuojamo ploto aukštis nuo 6.375 iki 7.65; kevalo veikimas hidrostatiiniu slėgiu: 10; skaičiuojamas kampas: 90; eilių skaičius: 12; blokų skaičius: 1

50000	0	0	0	0	0
0	50000	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	2500	0	0
0	0	0	0	2500	0
0	0	0	0	0	25000

2 lentelė. Kevalo tamprumo matrica

Turėdami pradinis duomenis turime gauti tokius, kevalo dalinimo į BE, parametrus:

Trikampis	Mazgai					
1	1	13	11	7	12	6

2	1	3	13	2	8	7
3	3	5	13	4	9	8
4	5	15	13	10	14	9
5	11	23	21	17	22	16
...	...	...	...	...	...	...
44	105	115	113	110	114	109
45	111	123	121	117	122	116
46	111	113	123	112	118	117
47	113	115	123	114	119	118
48	115	125	123	120	124	119

3 lentelē. Trikampu mazgai

2	5	7	10	12	15	17	20	21	22	24	25	46	49	71
74	96	99	121	124	146	149	171	174	196	199	221	224	246	249
271	274	296	299	321	324	346	349	371	374	396	399	421	424	446
449	471	474	496	499	521	524	546	549	571	574	596	599	602	605
607	610	612	615	617	620	621	622	624	625					

4 lentelē. Kraštinēs slygos

3.458078E-10	0.000000E+00	1.530052E-02	-5.192114E-10	0.000000E+00
8.424110E-11	6.818796E-08	1.530050E-02	-3.804421E-10	-2.111646E-08
1.215709E-10	6.868901E-08	1.530050E-02	-6.508491E-10	-2.117211E-08
2.247888E-10	3.459056E-08	1.530052E-02	-5.770670E-10	-1.055366E-08
1.211413E-10	6.837451E-08	1.530050E-02	-6.499886E-10	-2.115010E-08
2.421613E-10	3.478512E-08	1.530052E-02	-6.278072E-10	-1.057208E-08

5 lentelē. Trikampio NR=1 poslinkiai

Deformācijas	Ītempimai
-1.729742E-10	-6.616262E-06
2.000000E-03	7.649998E+01
-1.944493E-10	-3.718842E-06
1.267105E-09	2.363663E-06
2.118478E-08	3.951818E-05
2.333726E-10	2.176672E-07
-9.186183E-10	-1.756857E-06
1.055673E-09	2.018975E-06

6 lentelē. Trikampio NR=1 deformācijas ir ģtempimai

0.000000E+00	7.250607E-08	1.529946E-02	0.000000E+00	-2.881322E-08
0.000000E+00	0.000000E+00	1.529944E-02	0.000000E+00	0.000000E+00

-2.306138E-10	0.000000E+00	1.529944E-02	-2.630348E-10	0.000000E+00
0.000000E+00	3.660424E-08	1.529944E-02	0.000000E+00	-1.469500E-08
-1.217902E-10	0.000000E+00	1.529944E-02	-1.314305E-10	0.000000E+00
-9.039423E-11	3.665704E-08	1.529944E-02	-4.995815E-11	-1.472608E-08

7 lentelė. Trikampio NR=48 poslinkiai

Deformacijos	Įtempimai
4.024267E-10	1.539282E-05
2.000000E-03	7.650001E+01
0.000000E+00	0.000000E+00
4.120584E-10	7.686557E-07
-2.992599E-08	-5.582408E-05
0.000000E+00	0.000000E+00
7.633373E-10	1.459883E-06
4.368184E-10	8.354151E-07

8 lentelė. Trikampio NR=48 deformacijos ir įtempimai

Analitinis sprendinys:  $w = 0.0153$ .

### ***Antrasis testinis uždavinys: vidurio linijos hidrostatinės jėgos spaudimas***

Antrojo testinio uždavinio rezultatas taip pat bus deformacijų ir įtempimų vektoriai, bet dabar šis kevalas bus veikiamas hidrostatinės jėgos ne tolygiai visam plotui, o kevalo vidurio linija.

Turėdami antrojo testinio uždavinio kevalo geometrijos duomenis, kaip ir pirmajame uždavinyje apskaičiuojame kevalo dalinimo į BE duomenis.

Apskaičiuojame kevalo standumo matricą. Bet skaičiuojamas kevalo jėgos vektorius suformuojamas vidurio linijos mazgams tolygiai padalinus hidrostatinę jėgą. Taip gausime šiek tiek kitokį kevalo jėgos vektorių.

Išsprendus lygtį tarp kevalo matricos ir jėgų vektoriaus gausime poslinkių vektorių. Iš jo išsirinkę konkrečiam trikampiui elementui priklausančių mazgų poslinkius apskaičiuosime trikampių elementų deformacijų ir įtempimų vektorius.

Antrojo testinio uždavinio kevalo geometrija:

Spindulys: 20; kevalo sienelės storis: 1; visas kevalo aukštis: 80; skaičiuojamo ploto aukštis nuo 0 iki 40; kevalo vidurinę liniją veikiamo jėga  $q = -1000$ ; skaičiuojamas kampas: 90; eilių skaičius: 12; blokų skaičius: 4

39886	13960.1	0	0	0	0
13960.1	39886	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1750	0	0

0	0	0	0	1750	0
0	0	0	0	0	12963

9 lentelė. Kevalo tamprumo matrica

Turėdami pradinis duomenis turime gauti tokius, kevalo dalinimo į BE, parametrus:

Trikampis	Mazgai					
1	1	37	35	19	36	18
2	1	3	37	2	20	19
3	3	5	37	4	21	20
4	5	39	37	22	38	21
5	5	41	39	23	40	22
...	...	...	...	...	...	...
187	385	387	419	386	403	402
188	387	421	419	404	420	403
189	387	423	421	405	422	404
190	387	389	423	388	406	405
191	389	391	423	390	407	406
192	391	425	423	408	424	407

10 lentelė. Trikampių mazgai

2	5	7	10	12	15	17	20	22	25	27	30	32	35	37
40	42	45	47	50	52	55	57	60	62	65	67	70	72	75
77	80	81	82	84	85	166	169	251	254	336	339	421	424	506
509	591	594	676	679	761	764	846	849	931	934	1016	1019	1101	1104
1186	1189	1271	1274	1356	1359	1441	1444	1526	1529	1611	1614	1696	1699	1781
1784	1866	1869	1951	1954	2036	2039	2042	2045	2047	2050	2052	2055	2057	2060
2062	2065	2067	2070	2072	2075	2077	2080	2082	2085	2087	2090	2092	2095	2097
2100	2102	2105	2107	2110	2112	2115	2117	2120	2121	2122	2124	2125		

11 lentelė. Kraštinės sąlygos

-1.661054E-02	0.000000E+00	-1.813562E+00	1.067724E-01	0.000000E+00
0.000000E+00	0.000000E+00	-1.972553E+00	0.000000E+00	0.000000E+00
-1.662143E-02	0.000000E+00	-1.815718E+00	1.061611E-01	0.000000E+00
-8.482081E-03	0.000000E+00	-1.896529E+00	5.760657E-02	0.000000E+00
-8.490983E-03	0.000000E+00	-1.903821E+00	5.682239E-02	0.000000E+00
-1.663504E-02	0.000000E+00	-1.820995E+00	1.050522E-01	0.000000E+00

12 lentelė. Trikampio NR=15 poslinkiai

Deformacijos	Įtempimai
3.463557E-02	4.622737E+00

-9.862763E-02	-3.450349E+03
0.000000E+00	0.000000E+00
-2.473078E-01	-8.220107E+02
0.000000E+00	-2.877037E+02
0.000000E+00	0.000000E+00
-2.902053E-01	-5.078593E+02
0.000000E+00	0.000000E+00

13 lentelė. Trikampio NR=15 deformacijos ir įtempimai

0.000000E+00	0.000000E+00	-1.976592E+00	0.000000E+00	0.000000E+00
0.000000E+00	0.000000E+00	-1.980483E+00	0.000000E+00	0.000000E+00
-1.665765E-02	0.000000E+00	-1.821633E+00	1.055638E-01	0.000000E+00
0.000000E+00	0.000000E+00	-1.977628E+00	0.000000E+00	0.000000E+00
-8.499208E-03	0.000000E+00	-1.904849E+00	5.715815E-02	0.000000E+00
-8.489192E-03	0.000000E+00	-1.902045E+00	5.661564E-02	0.000000E+00

14 lentelė. Trikampio NR=192 poslinkiai

Deformacijos	Įtempimai
3.467835E-02	7.935199E-01
-9.902417E-02	-3.465568E+03
0.000000E+00	0.000000E+00
-2.461376E-01	-8.181211E+02
0.000000E+00	-2.863424E+02
0.000000E+00	0.000000E+00
-2.873719E-01	-5.029009E+02
0.000000E+00	0.000000E+00

15 lentelė. Trikampio NR=192 deformacijos ir įtempimai

Analitinis sprendinys:  $w = -1.98$ .

### ***Trečiasis testinis uždavinys: kritinės jėgos gavimas***

Naudodami pradinius trečiojo uždavinio duomenis, kaip ir kituose uždaviniuose, turėsime išskaičiuoti, kevalo dalinimo į BE, duomenis.

Kad galėtume gauti kritinę jėgą, prie kurios sulūžta kevalas iš kompozitinės medžiagos, turėsime įvertinti, duotas kraštines sąlygas. Gavę skirtingas kraštines sąlygas, gausime ir skirtingas kevalo standumo matricas. Su pirmosiomis kraštinėmis sąlygomis taip pat išskaičiuosime kevalo jėgos vektorius, ir išsprendę lygtį tarp kevalo jėgos vektoriaus ir kevalo standumo matricos gausime poslinkius, taip pat deformacijas ir įtempimus kiekvienam trikampiui elementui.

Su antrosiomis kraštinėmis sąlygomis jėgos vektoriaus, poslinkių, deformacijų ir įtempimų neskaičiuosime, kadangi tolesniems skaičiavimams šie duomenys bus nereikalingi. Bus reikalinga tik kevalo standumo matrica įvertinus kitas kraštines sąlygas.

Gavę ikipritinius įtempimus turėsime apskaičiuoti BE geometrinę standumo matricą. Pagal tokį patį algoritmą, kaip skaičiuojant kevalo standumo matricą, reikės suskaičiuoti kevalo geometrinę matricą.

Dabar turėdami visus šiuos duomenis galėsime apskaičiuoti kritinę jėgą.

Trečiojo testinio uždavinio kevalo geometrija:

Spindulys: 1; kevalo sienelės storis: 0.05; visas kevalo aukštis: 4; skaičiuojamo ploto aukštis nuo 0 iki 2; kevalo veikimas hidrostatiiniu slėgiu: -1; skaičiuojamas kampas: 60; eilių skaičius: 8; blokų skaičius: 4

755437.3	225146	0	0	0	0
225146	673513	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	28484	0	0
0	0	0	0	28484	0
0	0	0	0	0	219345

16 lentelė. Kevalo tamprumo matrica

Turėdami pradinis duomenis turime gauti tokius, kevalo dalinimo į BE, parametrus:

Trikampis	Mazgai					
1	1	37	35	19	36	18
2	1	3	37	2	20	19
3	3	5	37	4	21	20
4	5	39	37	22	38	21
5	5	41	39	23	40	22
...	...	...	...	...	...	...
124	251	285	283	268	284	267
125	251	287	285	269	286	268
126	251	253	287	252	270	269
127	253	255	287	254	271	270
128	255	289	287	272	288	271

17 lentelė. Trikampių mazgai

2	5	7	10	12	15	17	20	22	25	27	30	32	35	37
40	42	45	47	50	52	55	57	60	62	65	67	70	72	75
77	80	82	85	87	90	92	95	97	100	102	105	107	110	112
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

452	455	457	460	462	465	467	470	472	475	477	480	482	485	487
490	492	495	497	500	502	505	507	510	512	515	517	520	522	525
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
1352	1355	1357	1360	1362	1365	1367	1370	1372	1375	1377	1380	1382	1385	1387
1390	1392	1395	1397	1400	1402	1405	1407	1410	1412	1415	1417	1420	1422	1425
1427	1430	1432	1435	1437	1440	1442	1445							

18 lentelė. Kraštinės sąlygos iki kritinėje būsenoje

2	3	5	7	10	12	15	17	20	22	25	27	30	32	35
37	40	42	45	47	50	52	55	57	60	62	65	67	70	72
75	77	80	81	82	84	85	88	166	169	173	251	254	258	336
339	343	421	424	428	506	509	513	591	594	598	676	679	683	761
764	768	846	849	853	931	934	938	1016	1019	1023	1101	1104	1108	1186
1189	1193	1271	1274	1278	1356	1359	1362	1363	1365	1367	1370	1372	1375	1377
1380	1382	1385	1387	1390	1392	1395	1397	1400	1402	1405	1407	1410	1412	1415
1417	1420	1422	1425	1427	1430	1432	1435	1437	1440	1441	1442	1444	1445	

19 lentelė. Kraštinės sąlygos kritinėje būsenoje

4.499000E-06	0.000000E+00	3.298000E-05	-2.434000E-13	0.000000E+00
2.041000E-06	0.000000E+00	3.298000E-05	-6.479000E-13	0.000000E+00
4.499000E-06	0.000000E+00	3.298000E-05	-4.181000E-13	0.000000E+00
3.270000E-06	0.000000E+00	3.298000E-05	-1.010000E-12	0.000000E+00
3.270000E-06	0.000000E+00	3.298000E-05	-8.635000E-13	0.000000E+00
4.499000E-06	0.000000E+00	3.298000E-05	-1.107000E-12	0.000000E+00

20 lentelė. Trikampio NR=1 poslinkiai

Deformacijos	Įtempimai
-9.829000E-06	1.489000E-09
3.298000E-05	1.000000E+00
-3.415000E-13	-3.746000E-09
4.367000E-12	3.437000E-11
0.000000E+00	1.024000E-11
-5.812000E-12	-1.328000E-11
-1.547000E-13	-2.203000E-10
-1.274000E-12	-1.814000E-09

21 lentelė. Trikampio NR=1 deformacijos ir įtempimai

-1.516000E-05	0.000000E+00	3.298000E-05	9.404000E-13	0.000000E+00
-1.516000E-05	0.000000E+00	3.298000E-05	1.058000E-12	0.000000E+00
-1.270000E-05	0.000000E+00	3.298000E-05	3.103000E-13	0.000000E+00

-1.516000E-05	0.000000E+00	3.298000E-05	5.707000E-13	0.000000E+00
-1.393000E-05	0.000000E+00	3.298000E-05	3.081000E-13	0.000000E+00
-1.393000E-05	0.000000E+00	3.298000E-05	3.151000E-13	0.000000E+00

22 lentelė. Trikampio NR=128 poslinkiai

Deformacijos	Įtempimai
-9.829000E-06	-3.761000E-09
3.298000E-05	1.000000E+00
-6.612000E-16	-7.252000E-12
9.004000E-12	7.085000E-11
0.000000E+00	2.112000E-11
-1.399000E-11	-3.195000E-11
-9.448000E-13	-1.346000E-09
2.162000E-14	3.079000E-11

23 lentelė. Trikampio NR=128 deformacijos ir įtempimai

Analitinis sprendinys  $q_{kr} = 86.5$ .

## Darbo eigos aprašymas.

### ***Galutinio projekto stovio aprašymas.***

Galutinis projektas beveik atitinka pradinį projektą. Buvo pridėta viena papildoma funkcija. Tai kevalo tamprumo matricos skaičiavimas. Tokio funkcionalumo prireikė atliekant tyrimą, kadangi visiems testiniams uždaviniams spręsti pradinės tamprumo matricos jau buvo suskaičiuotos. O šiam tyrimui atlikti reikėjo tamprumo matricę, kai kevalo kompozitas išdėstomas skirtingu kampu.

### ***Pirmasis testinis uždavinys: deformacijų ir įtempimų gavimas***

Pirmoje darbo dalyje buvo sukurta programa kuri paskaičiuoja pagrindinius kevalo dalinimo į BE duomenis: BE mazgus, jų koordinates, skaičiuojamos kevalo dalies kraštinės sąlygos.

Vėliau paskaičiuojame pradinis kevalo geometrijos duomenis, taip pat kevalo tamprumo matricę ir kiekvienam trikampiui elementui standumo matricas ir jėgos vektorius. Susumavus trikampio elemento standumo matricas gavome vieną bendrą kevalo standumo matrica. Taip pat susumavus trikampių elementų jėgų vektorius gauname bendrą kevalo jėgos vektorių.

Įvertinus kraštines sąlygas perskaičiuojame kevalo standumo matricę: pašaliname stulpelius ir eilutes pagal turimas kraštines sąlygas.

Išsprendus lygtį tarp kevalo standumo matricos ir kevalo jėgos vektoriaus gauname mazgų poslinkių vektorių, nusakantį kiekvieno mazgo pokytį.



Deformacijų ir įtempimų vektorius gavome apskaičiavę iš kevalo poslinkių vektoriaus išsirinkę konkrečiam trikampiui elementui priklausančių mazgų poslinkius.

Pirmuoju testiniu uždaviniu išskaičiavome deformacijų ir įtempimų vektorius:

-1.068179E-10	0.000000E+00	1.529992E-02	-5.067667E-11	0.000000E+00
-2.760625E-11	-1.027532E-08	1.529992E-02	-3.133752E-11	3.762010E-09
-3.912073E-11	-1.044247E-08	1.529992E-02	-3.151693E-11	3.756435E-09
-7.111635E-11	-5.263966E-09	1.529992E-02	-6.432277E-11	1.895729E-09
-3.912236E-11	-1.034171E-08	1.529992E-02	-3.738768E-11	3.751320E-09
-7.669168E-11	-5.324955E-09	1.529992E-02	-6.733692E-11	1.901725E-09

24 lentelė. Trikampio NR=1 poslinkiai

Deformacijos	Įtempimai
5.419605E-11	2.072999E-06
2.000000E-03	7.650000E+01
9.420867E-11	1.801741E-06
3.768038E-11	7.028915E-08
-3.660867E-09	-6.828998E-06
-9.945255E-12	-9.275963E-09
1.810417E-11	3.462423E-08
-4.648875E-10	-8.890974E-07

25 lentelė. Trikampio NR=1 deformacijos ir įtempimai

0.000000E+00	-1.019382E-08	1.530008E-02	0.000000E+00	3.764993E-09
0.000000E+00	0.000000E+00	1.530008E-02	0.000000E+00	0.000000E+00
7.484668E-11	0.000000E+00	1.530008E-02	5.605659E-11	0.000000E+00
0.000000E+00	-5.148991E-09	1.530008E-02	0.000000E+00	1.898682E-09
3.821018E-11	0.000000E+00	1.530008E-02	2.696384E-11	0.000000E+00
2.997374E-11	-5.164421E-09	1.530008E-02	2.483586E-11	1.897741E-09

26 lentelė. Trikampio NR=48 poslinkiai

Deformacijos	Įtempimai
-1.223436E-10	-4.679642E-06
2.000000E-03	7.650000E+01
0.000000E+00	0.000000E+00
-8.125295E-11	-1.515696E-07
3.824448E-09	7.134144E-06
0.000000E+00	0.000000E+00
-2.195845E-10	-4.199554E-07
-2.064313E-11	-3.947999E-08

27 lentelė. Trikampio NR=48 deformacijos ir įtempimai

Analitinis sprendinys:  $w = 0.0153$ .

Skaitiniu būdu suskaičiuota:  $w = 0.0153$ .

Išvada: palyginus duotą analitinį sprendinį su mano gautu skaitiniu metodu matome, kad rezultatai sutampa. Galime daryti išvadą, kad mano programa skaičiuoja teisingai.

### ***Antrasis testinis uždavinys: vidurio linijos hidrostatinės jėgos spaudimas***

Antruoju testiniu uždaviniu taip pat suskaičiuojame deformacijų ir įtempimų vektorius, bet dabar šis kevalas buvo veikiamas hidrostatinės jėgos ne tolygiai visam plotui, o tik į kevalo vidurio liniją.

Turėdami antrojo testinio uždavinio kevalo geometrijos duomenis, kaip ir pirmuoju uždaviniu apskaičiuojame kevalo dalinimo į BE duomenis.

Suskaičiavę kevalo standumo matricą skaičiuojame kevalo jėgos vektorių suformuotą vidurio linijos mazgams tolygiai padalinus hidrostatinę jėgą. Taip gauname šiek tiek kitokį kevalo jėgos vektorių.

Išsprendus lygtį tarp kevalo matricos ir jėgų vektoriaus gavome poslinkių vektorių. Iš jo išsirinkę konkrečiam trikampiui elementui priklausančių mazgų poslinkius apskaičiuojame trikampių elementų deformacijų ir įtempimų vektorius:

-1.668000E-02	0.000000E+00	-1.819000E+00	1.060000E-01	0.000000E+00
0.000000E+00	0.000000E+00	-1.977000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00
-1.663000E-02	3.665000E-05	-1.818000E+00	1.055000E-01	-5.451000E-05
-8.515000E-03	0.000000E+00	-1.901000E+00	5.722000E-02	0.000000E+00
-8.485000E-03	3.482000E-05	-1.901000E+00	5.700000E-02	-1.798000E-04
-1.662000E-02	3.754000E-05	-1.818000E+00	1.054000E-01	-2.412000E-04

28 lentelė. Trikampio NR=15 poslinkiai

Deformacijos	Įtempimai
3.476000E-02	5.841000E+00
-9.891000E-02	-3.460000E+03
-2.908000E-05	-3.770000E-01
-2.457000E-01	-8.164000E+02
2.538000E-04	-2.850000E+02
1.490000E-04	1.609000E-01
-2.901000E-01	-5.076000E+02
-3.304000E-04	-5.782000E-01

29 lentelė. Trikampio NR=15 deformacijos ir įtempimai

0.000000E+00	1.790000E-05	-1.978000E+00	0.000000E+00	-1.340000E-04
0.000000E+00	0.000000E+00	-1.977000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00
-1.661000E-02	0.000000E+00	-1.818000E+00	1.049000E-01	0.000000E+00

0.000000E+00	1.394000E-05	-1.977000E+00	0.000000E+00	-1.423000E-04
-8.474000E-03	0.000000E+00	-1.902000E+00	5.681000E-02	0.000000E+00
-8.482000E-03	1.360000E-05	-1.901000E+00	5.680000E-02	-1.635000E-04

30 lentelė. Trikampio NR=192 poslinkiai

Deformacijos	Įtempimai
3.458000E-02	-6.124000E-01
-9.884000E-02	-3.460000E+03
0.000000E+00	0.000000E+00
-2.448000E-01	-8.137000E+02
-1.662000E-04	-2.853000E+02
0.000000E+00	0.000000E+00
-2.872000E-01	-5.026000E+02
3.554000E-04	6.219000E-01

31 lentelė. Trikampio NR=192 deformacijos ir įtempimai

Analitinis sprendinys:  $w = -1.98$ .

Skaitiniu integravimu suskaičiuota:  $w = -1.90$ .

Išvada: palyginus duotą analitinį sprendinį su mano gautu skaitinio integravimo metodu matome, kad rezultatai sutampa su nedidele paklaida. Galime daryti išvadą, kad mano programa skaičiuoja teisingai.

### ***Trečiasis testinis uždavinys: kritinės jėgos gavimas***

Naudodami pradinius trečiojo uždavinio duomenis, kaip ir kituose uždaviniuose, išskaičiuojame kevalo dalinimo į BE, duomenis.

Labai svarbi dalis kritinių sąlygų įvertinimas: apskaičiuojame iki kritines kraštines sąlygas ir po kritines kraštines sąlygas. Gavę skirtingas kraštines sąlygas, gavome ir skirtingas kevalo standumo matricas. Su pirmosiomis kraštinėmis sąlygomis taip pat išskaičiuojame kevalo jėgos vektorių ir išsprendę lygtį tarp kevalo jėgos vektoriaus ir kevalo standumo matricos gavome poslinkius. Taip pat deformacijas ir įtempimus kiekvienam trikampiui elementui.

Gavę įtempimus apskaičiuojame trikampio elemento geometrinę standumo matricą. Pagal tokį patį algoritmą, kaip skaičiuojant kevalo standumo matricą, reikės apskaičiuoti kevalo geometrinę matricą.

Turėdami visus šiuos duomenis apskaičiuojame kritinę jėgą prie kurios kevalas sulūžta.

Trečiojo testinio uždavinio poslinkiai, deformacijos, įtempimai:

4.499000E-06	0.000000E+00	3.298000E-05	-2.434000E-13	0.000000E+00
2.041000E-06	0.000000E+00	3.298000E-05	-6.479000E-13	0.000000E+00
4.499000E-06	0.000000E+00	3.298000E-05	-4.181000E-13	0.000000E+00

3.270000E-06	0.000000E+00	3.298000E-05	-1.010000E-12	0.000000E+00
3.270000E-06	0.000000E+00	3.298000E-05	-8.635000E-13	0.000000E+00
4.499000E-06	0.000000E+00	3.298000E-05	-1.107000E-12	0.000000E+00

32 lentelė. Trikampio NR=1 poslinkiai

Deformacijos	Įtempimai
-9.829000E-06	1.489000E-09
3.298000E-05	1.000000E+00
-3.415000E-13	-3.746000E-09
4.367000E-12	3.437000E-11
0.000000E+00	1.024000E-11
-5.812000E-12	-1.328000E-11
-1.547000E-13	-2.203000E-10
-1.274000E-12	-1.814000E-09

33 lentelė. Trikampio NR=1 deformacijos ir įtempimai

-1.516000E-05	0.000000E+00	3.298000E-05	9.404000E-13	0.000000E+00
-1.516000E-05	0.000000E+00	3.298000E-05	1.058000E-12	0.000000E+00
-1.270000E-05	0.000000E+00	3.298000E-05	3.103000E-13	0.000000E+00
-1.516000E-05	0.000000E+00	3.298000E-05	5.707000E-13	0.000000E+00
-1.393000E-05	0.000000E+00	3.298000E-05	3.081000E-13	0.000000E+00
-1.393000E-05	0.000000E+00	3.298000E-05	3.151000E-13	0.000000E+00

34 lentelė. Trikampio NR=128 poslinkiai

Deformacijos	Įtempimai
-9.829000E-06	-3.761000E-09
3.298000E-05	1.000000E+00
-6.612000E-16	-7.252000E-12
9.004000E-12	7.085000E-11
0.000000E+00	2.112000E-11
-1.399000E-11	-3.195000E-11
-9.448000E-13	-1.346000E-09
2.162000E-14	3.079000E-11

35 lentelė. Trikampio NR=128 deformacijos ir įtempimai

Analitinis sprendinys  $q_{kr} = 86.5$ .

Skaitiniu integravimu suskaičiuota:  $q_{kr} = 86.6155$ .

Išvada: palyginus duotą analitinį sprendinį su mano gautu skaitinio integravimo metodu matome, kad rezultatai sutampa su nedidele paklaida. Galime daryti išvadą, kad mano programa skaičiuoja teisingai.

## Tyrimas.

### *Tyrimo tikslai:*

1. Apskaičiuoti maksimalią kritinę jėgą, kai kompozito armavimo kampas keičiamas nuo  $\pm 0^\circ$  iki  $\pm 90^\circ$ .
2. Gavus maksimalią kritinę jėgą, apskaičiuotą pirmajame tyrime, apskaičiuoti kiek galima padidinti gautą kevalo maksimalią kritinę jėgą, kai kevalo skaičiuojamas plotas dalinamas į dvi dalis ir vidinės dalies kompozito kampas fiksuojamas pagal gautą maksimalią kritinę jėgą apskaičiuotą pirmajame tyrime, o antrosios išorinės dalies kompozitui kampas keičiamas nuo  $\pm 0^\circ$  iki  $\pm 90^\circ$ .

### *Tiriamo kevalo geometrija:*

Spindulys: 45; kevalo sienelės storis: 0.1; visas kevalo aukštis: 100; skaičiuojamo ploto aukštis nuo 0 iki 50; kevalo veikimas hidrostatiu slėgiu: -1; skaičiuojamas sektorius:

$\varphi \in \left( -\frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{n} \right)$ , čia  $n=1,2,\dots,11,12$  – puslankių skaičius; eilių skaičius: 8; blokų skaičius: 4

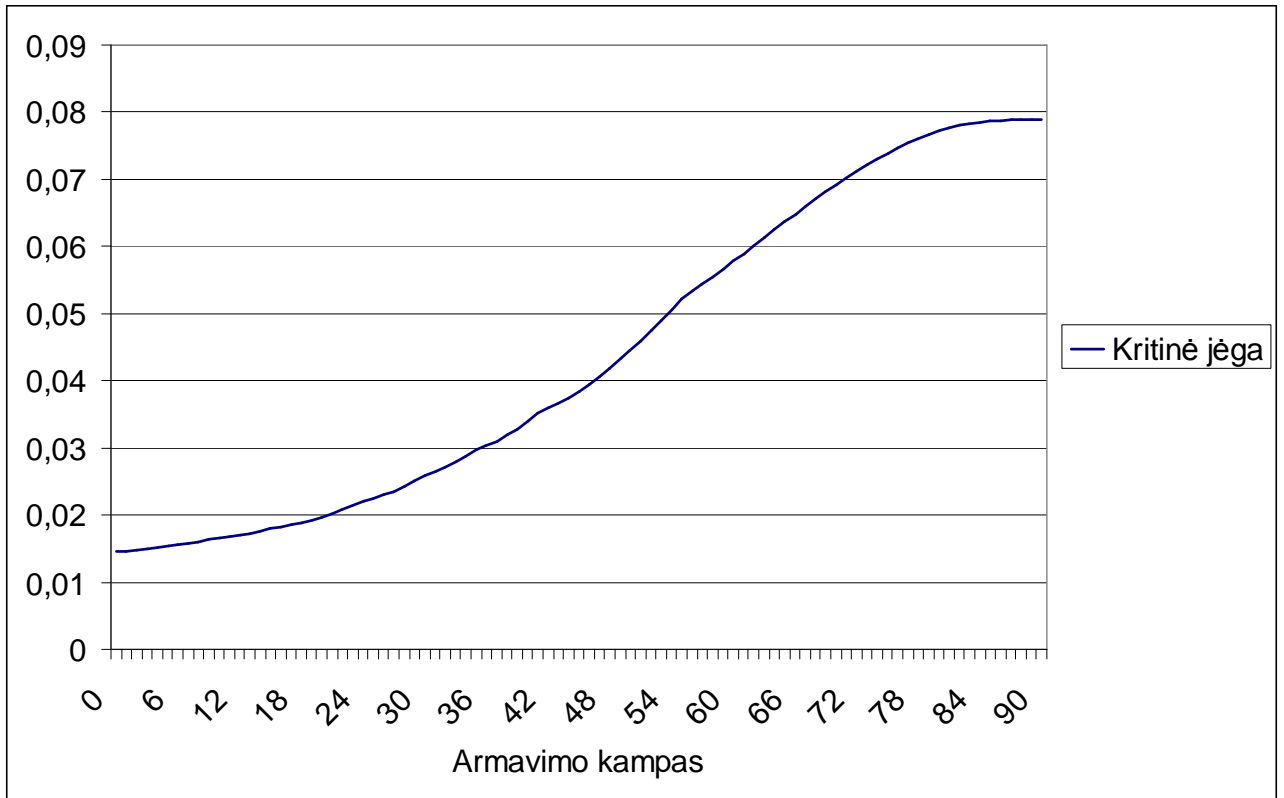
Kevalo iš kompozitinių medžiagų armavimo charakteristikos:

Armavimo medžiaga:  $E_a = 4200000$ ,  $\nu_a = 0.21$ ;

Rišamoji medžiaga:  $E_c = 35000$ ,  $\nu_c = 0.33$ .

Armavimo koeficientas:  $D = 0.4$

### *Tyrimas nr. 1:*

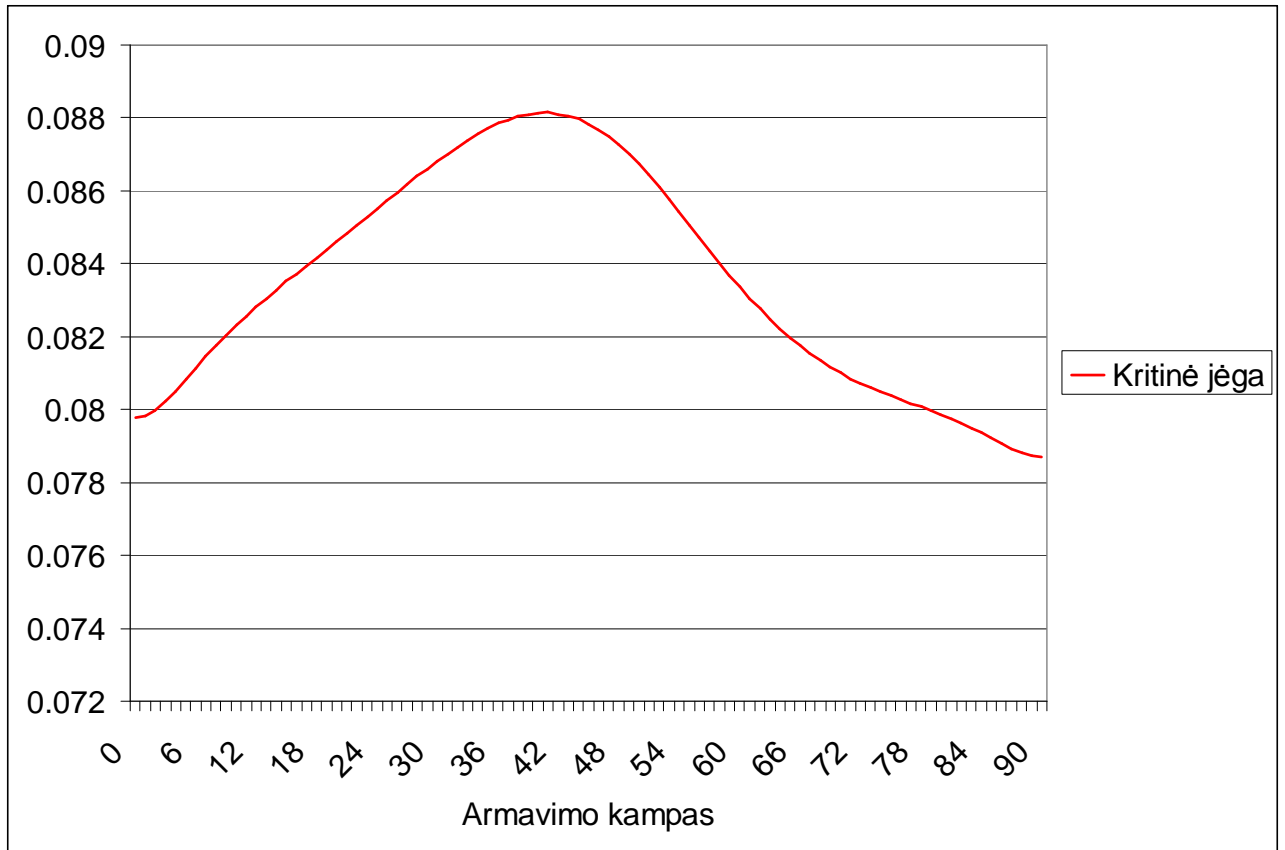


1 graf. Kritinės jėgos pokytis, kai armuojamas visas paviršius vienu kampu.

Keisdami arnavimo kampą po vieną laipsnį nuo  $\pm 0^\circ$  iki  $\pm 90^\circ$  apskaičiuojame kevalo tamprumo matricą ir suskaičiuojame kritines jėgas. Skaičiavimas atliekamas kelis kartus su skirtingu skaičiuojamu sektoriumi:  $\varphi \in \left(-\frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{n}\right)$ , čia  $n=1,2,\dots,11, 12$  – puslankių skaičius.  $n$  parodo koks pusbangių skaičius kai kevalo spaudimo jėga pasiekia kritinę ribą.

Atlikus skaičiavimus gauname maksimalią kritinę jėgą = 0.07882, kai arnavimo kampas =  $\pm 88^\circ$  (1 graf.).

**Tyrimas nr. 2:**



2 graf. Kritinės jėgos pokytis, kai pusė armuojamo paviršiaus kampas fiksuotas  $\pm 88^\circ$ , kita pusė kitokiu kampu

Gavome maksimalią kritinę jėgą, kai armavimo kampas =  $\pm 88^\circ$ . Dabar pabandydysime kritinę jėgą padidinti pusei skaičiuojamo kevalo armavimo kampą keisdami nuo  $\pm 0^\circ$  iki  $\pm 90^\circ$ , o likusiai vidinei kevalo pusei kompozito armavimo kampą nurodę  $\pm 88^\circ$ .

Atlikus skaičiavimus gauname maksimalią kritinę jėgą = 0.08815, kai viršutinei pusei skaičiuojamo kevalo, armavimo kampas =  $\pm 41^\circ$ , o vidinei  $\pm 88^\circ$  (2 graf.).

Programa su nurodytais duomenimis skaičiuoja kritinę jėgą kompozitui keičiant kampą nuo  $+0$  iki  $-90$  po vieną laipsnį, taip pat keičiamas skaičiuojamas plotas. Ciklas vykdomas  $90 \cdot 12 = 1080$  kartų, todėl skaičiavimas su 3GHz procesoriumi užtrunka iki 2,5 valandos.

Pakeitus armavimą pusei kevalo kritinė jėga padidėjo nuo 0.07882 iki 0.08815. Kevalo kritinė spaudžiamoji jėga padidėjo 11,837%.

## Išvados

Apibendrinus sukurta projektą ir atliktą darbą galima daryti tokias išvadas:

- 1) Išanalizavus temą, teorinę dalį, buvo sukurta programa skaičiuojanti cilindrinio kevalo iš kompozitinių medžiagų spaudžiamąją kritinę jėgą.
- 2) Atlikus tyrimą paaiškėjo, kad pakeitus pusei kevalo kompozito armavimo kampą galime gauti didesnę maksimalią kritinę jėgą 11,837%.
- 3) Programa skaičiavimuose naudoja didelių matavimų matricas, kurių dydis proporcingai priklauso nuo BE skaičiaus. Todėl skaičiavimai atliekami labai apkraunant kompiuterio procesorių. Skaičiavimai gali trukti iki kelių valandų.



## Literatūra

- 1) R.Barauskas, R.Belevičius, R.Kačinauskas, 2004, Baigtinių elementų metodo pagrindai, Vilnius „Technika“.
- 2) А.Ф.Крегер, Ю.Г.Мелбарис, 1978. Определение деформируемости пространственно армированных композитов методом усреднения жесткостей // Механика полимеров Nr.1, 3 p.
- 3) Р.Б.Рикарбс, А.К.Чате, 1981, Изопараметрический треугольный конечный элемент многослойной оболочки по сдвиговой модели тимошенко // Механика композитных материалов Nr. 3, 453 p.
- 4) Малмейстер А. К., Тамуж В. П., Тетерс Г., А. Сопротивление полимерных и композитных материалов. Riga: Zinatne leidykla, 1980. 35 p.
- 5) Р.Б.Рикарбс, А.К.Чате, 1981, Изопараметрический треугольный конечный элемент многослойной оболочки по сдвиговой модели тумошенко // Механика композитных материалов Nr. 5, 815 p.

**ANTANAS NAKAS**

**CILINDRINIŲ KEVALŲ IŠ KOMPOZITO  
STABILUMO SKAIČIAVIMO BAIGTINIŲ  
ELEMENTŲ METODU PROGRAMA**

**Anotacija**

Šio darbo tiriamasis objektas – cilindrinis kevalas iš kompozitinių medžiagų, kurio sienelė sudaryta iš daugiau nei vieno sluoksnio vienkrypčių armuotų plokštelių idealiai tiesiais plaušais. Šiame darbe cilindriniam kevalui atliekami skaičiavimai paremti baigtinių elementų metodu. Baigtiniu elementu šiame tyrime laikysime trikampį.

Šio darbo tikslai:

1. Naudojant baigtinių elementų metodą, sukurti programą, skaičiuojančią kritinę spaudžiamąją jėgą, kuria spaudžiant cilindrinis kevalas sulūš.
2. Atlikti tyrimą, kuris rastų maksimalią kritinę jėgą su įvairiais armavimo kampais.

Darbo rezultatas – atliktas tyrimas, po kurio paaiškėjo, kad pakeitus pusei kevalo kompozito armavimo kampą galime gauti didesnę maksimalią kritinę jėgą.

**ANTANAS NAKAS**

**STABILITY OF CYLINDRICAL SHELL, MADE OF  
COMPOSITE, CALCULATION, DONE BY FINITE  
ELEMENTS METHOD, PROGRAM**

**Annotation**

The object of investigation in this work is cylindrical shell made of composite materials, which wall consists of more than one layer of one-way reinforced plates with ideally straight splints. There are performed calculations based on finite elements method for cylindrical shell in this work. Finite element there is a three-cornered figure.

Objectives of this work:

1. Create a program, which, by using finite elements method, calculates critical squeezing force, which will break the shell.
2. Do a research on finding maximal critical force with various reinforcement angles.

The result of this work – completed research, which revealed, what we can get a bigger maximal critical force by changing half's of composite reinforcement angle.