VILNIAUS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
MATEMATIKOS METODIKOS KATEDRA

Jolita Skerniškytė

MATEMATIKOS ŽINIŲ VAIZDAVIMAS

Magistro baigiamasis darbas

Vadovas
doc. Eugenijus Stankus

VILNIUS 2006

TURINYS

ĮVADAS ...3
1. BENDROSIOS ŽINIŲ IR PAŽINIMO VYSTYMOSI TEORIJOS ELEMENTAI ...5
1.1. Gnostinis intelekto reiškinių pamatas ...5
1.2. Žinių gyvavimo ciklo modelis ...8
1.3. Stangrių žinių modelis ...17
1.4. Semognostikos tyrimų apibendrinimas ...21
1.5. Žinių apie funkciją gyvavimo ciklo modelis ...22
1.6. Funkcijos sąvokos stangrių žinių modelis ...33
2. BENDROJO ŽINIŲ VAIZDAVIMO SCHEMOS IR BŪDAI ...36
2.1. Žinių struktūrinis modeliavimas ...36
2.2. Keletas metakognityvinių įrankių ...37
2.3. Funkcijos sąvokos vaizdavimas ...43
2.4. Diferencialinės lygties sąvokos vaizdavimas ...51
IŠVADOS ...59
SUMMARY ...60
LITERATŪROS SĄRAŠAS ...61

ĮVADAS

Šiame darbe nagrinėjami matematikos žinių vaizdavimo klausimai. Darbo tikslas – išnagrinėti bendrus žinių vaizdavimo modelius ir pritaikyti juos matematinėms žinioms vaizduoti.

Žinių teorinius klausimus galima nagrinėti pasitelkiant schemas, kurios nedaug pasikeitė nuo Antikos filosofijos laikų. Žinioms tampant lemiamu ekonomikos ir visuomenės raidos veiksniu, vėl naudinga jas prisiminti, pažvelgti iš šiuolaikinių pozicijų.

Sparti informacijos technologijų plėtra keičia požiūrį į daugelį tradicinių dalykų. Informacijos sąvoka praplečiama ir imama sieti su mokymu, pažinimu, supratimu, interpretacija ir kitais dalykais. Ji vartojama daugelyje mokslo sričių: lingvistikoje, psichologijoje, biologijoje. Netgi laikoma, kad informacija – viena iš pamatinių tikrovę aprašančių sąvokų. Ypatingą informacijos vaidmenį visuomenėje pažymi neseniai imtas vartoti informacinės visuomenės terminas.

Informacijos ir žinių sąvokos artimai susijusios. Nors informacijos sąvoka atsirado tik naujausiais laikais, tačiau bent dalis žinių teorijos klausimų neabejotinai artimai siejasi ir su informacija. Žinios labiau siejamos su žmogumi ir todėl jos dažnai laikomos aukštesnio lygio reiškiniu nei informacija. Toks teiginys nelaikytinas besąlygiškai teisingu. Žinios dabar siejamos ne tik su žmogumi, bet ir su kompiuteriu. Žinios taip pat nagrinėjamos ir makro lygiu, pavyzdžiui, aprašant mokslo teorijų raidos dėsningumus. Sparčiai besikeičiančioje visuomenėje, mokslo ir technologijų pasaulyje, informacijos ir žinių klausimai peržiūrimi iš naujo. Jie vis labiau integruojami į vieną sistemą.

Kodėl reikalingas žinių vaizdavimas? Atsakymų į šį klausimą gali būti keletas. Vienas iš žinių vaizdavimo tikslų – pritaikymas mokymui. Būtent į žinių vaizdavimo pritaikymą mokymui kreipiamas didžiausias dėmesys šiame darbe.

Teigiama, kad yra keletas mokymo būdų. Vienas iš jų – tai mokymo būdas, pagrįstas kognityvine psichologija (kognityvus - pažinimo). Šis mokymo būdas turi dvi pagrindines vystymosi kryptis, kurios vadinamos informacinėmis vyksmo sistemomis ir vystymosi psichologija.

Kiti mokslininkai teigia, kad mokymą galima apibrėžti kaip schemų kūrimą. Jie teigia, kad mokinys (besimokantysis) bet kuriame mokymosi etape turi tam tikrą suvokimą apie schemas. Yra svarbu (norint naudoti schemas mokyme, t.y. vaizduoti žinias) tokį mokymo būdą tinkamai organizuoti, kad toks mokymas būtų sistemingas (metodiškas). Esmė yra ne tame, ar besimokantysis gali mokytis, t.y. ką nors išmokti, o ar mokymas gali būti suplanuotas taip, kad padėtų besimokančiajam efektyviau ir veiksmingiau įsisavinti mokomąją medžiagą.

Žinioms vaizduoti yra daug būdų. Šiame darbe apžvelgiami pagrindiniai metakognityviniai įrankiai, kurie skirti žinioms vaizduoti: Vee schemos, sąvokos apskritiminės diagramos, sąvokų žemėlapiai ir semantiniai tinklai.

Vee schemos puikiai tinka mokslinių brėžinių patobulinimui, padeda rašant mokslinius straipsnius, padeda (moko) mokyti, taip pat padeda besimokančiajam suvokti žinių struktūrą. Šios schemos turi “V” raidės pavidalą. Sąvokos apskritiminės diagramos esmė – žinių vaizdavimas pasitelkiant geometrines figūras. Iš schemos šifruojami ryšiai tarp dalyvaujančių sąvokų. Sąvokų žemėlapyje sukurtas vaizdas turi atitikti tikrąjį vaizdą. Kaip teigia J.D.Novak ir D.B.Gowin („Learning how to learn“, 1984), naujų žinių kūrimas prasideda nuo tam tikrų įvykių arba jau žinomų objektų stebėjimo. Sąvokų žemėlapis – tai schema, vaizduojanti sąvokos reikšmių konstravimą. Sąvokų žemėlapis sudaromas hierarchiškai: svarbesnės sąvokos yra žemėlapio viršuje, mažiau svarbios – apačioje; sąvokos sujungtos tarpusavyje. Semantinis tinklas skiriasi nuo sąvokų žemėlapio. Semantiniai tinklai dažniausiai vaizduojami kompiuteriu. Čia kiekviena sąvoka gali būti sujungta su daugeliu kitų, ryšiai yra “bi - krypčiai”. Gali būti panaudoti paveikslai, garsas ir tekstas. Dažnai tai būna erdvinis vaizdas. Semantiniai tinklai gali būti naudojami mokantis savarankiškai.

Pirmojoje darbo dalyje nagrinėjami bendrosios žinių ir pažinimo teorijos elementai. Išnagrinėti du žinių modeliai: žinių gyvavimo ciklo (heksadinis) modelis ir stangrių žinių modelis. Šie du modeliai pritaikyti matematikos žinioms – nagrinėjama funkcijos sąvokos raida.

Antrojoje darbo dalyje nagrinėjama, kaip būtų galima matematikos žinias pavaizduoti naudojant pagrindinius metakognityvinius įrankius: Vee schemas, sąvokos apskritimines diagramas, sąvokų žemėlapius ir semantinius tinklus. Šiais įrankiais pavaizduotos dvi matematinės sąvokos: funkcija ir diferencialinė lygtis.

1. BENDROSIOS ŽINIŲ IR PAŽINIMO VYSTYMOSI TEORIJOS ELEMENTAI

1.1. Gnostinis intelekto reiškinių pamatas

Dalis žinių teorinių klausimų nagrinėjama pasitelkiant schemas, kurios nedaug pasikeitė nuo Antikos (1250 m. pr. Kr. – 476 m. po Kr.) filosofijos laikų. Žinioms tampant lemiamu ekonomikos ir visuomenės raidos veiksniu, vėl naudinga jas prisiminti, pažvelgti iš šiuolaikinių pozicijų.

Sparti informacijos technologijų plėtra keičia požiūrį į daugelį tradicinių dalykų. Informacijos sąvoka praplečiama ir imama sieti su mokymu, pažinimu, supratimu, interpretacija ir kitais dalykais. Ji vartojama daugelyje mokslo sričių: lingvistikoje, psichologijoje, biologijoje. Kartais ji netgi laikoma viena iš pamatinių tikrovę aprašančių sąvokų. Ypatingą informacijos vaidmenį visuomenėje pažymi neseniai imtas vartoti informacinės visuomenės terminas.

Informacijos ir žinių sąvokos artimai susiję. Žinios labiau siejamos su žmogumi ir todėl jos dažnai laikomos aukštesnio lygio reiškiniu nei informacija. Toks teiginys nelaikytinas besąlygiškai teisingu. Žinios dabar siejamos ne tik su žmogumi, bet ir su kompiuteriu. Žinios taip pat nagrinėjamos ir makro lygiu, pavyzdžiui, aprašant mokslo teorijų raidos dėsningumus. Sparčiai besikeičiančioje visuomenėje, mokslo ir technologijų pasaulyje, informacijos ir žinių klausimai peržiūrimi iš naujo. Jie vis labiau integruojami į vieną sistemą.

Žodis *intelektas* gali būti suprantamas dviem pagrindinėm reikšmėm. Pirmoji iš jų žymi esmę ir atitinka lietuviško žodžio *protas* turinį. Antroji žymi savybę ir gali būti laikoma žodžio *protingumas* atitikmeniu. Šiame darbe žodis *intelektas* vartojamas pirmąja reikšme, t.y. kaip žodžio *protas* atitikmuo.

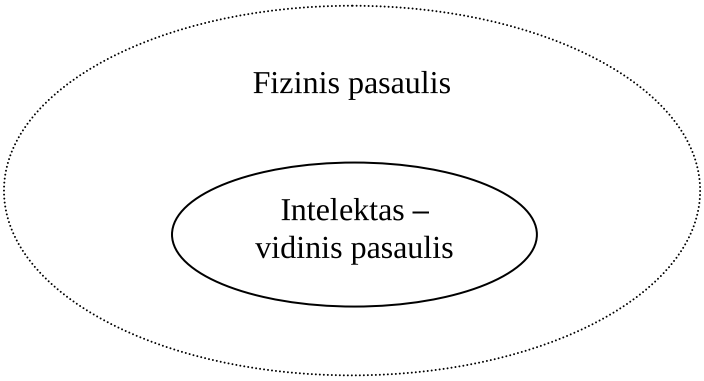
Žinių apie intelektą ir intelekto reiškinius yra sukaupta išties daug (tiek apie natūralųjį intelektą, tiek ir apie dirbtinį). Remiantis įvairių autorių darbais, tiek iš natūraliojo, tiek ir iš dirbtinio intelekto srities, suformuluojama hipotezė apie bendrą intelekto reiškinių aiškinimo pamatą:

fenomenologiniu intelekto aiškinimo pagrindu turi būti imami du tarpusavyje susiję, tačiau neatstojantys vienas kito, elementai – prasmė (semantinis elementas) ir žinios (gnostinis elementas).

Terminas *semantinis* yra kildinamas iš gr. *semantikos* – prasmės, reikšmės, o *gnostinis* – iš gr. *gnosis* – žinios, žinojimas. Semantinių ir gnostinių reiškinių junginys žymimas *semognostinių* reiškinių terminu. Suformuluota hipotezė sutrumpintai vadinama semognostine hipoteze.

Prasmės ir žinių reiškiniai laikomi dviem neatstojančiais vienas kito, tačiau tarpusavyje susijusiais reiškiniais. Prasmės reiškinius visuomet lydi žinių reiškiniai, ir atvirkščiai. Kai kada semantiniai ir gnostiniai reiškiniai yra taip glaudžiai susiję, kad tą patį reiškinį galima vadinti arba semantiniu – pabrėžiant vieną jo pusę, arba gnostiniu – išryškinant antrąją jo pusę.

Daugumos intelekto reiškinių semognostiniai modeliai sudaromi remiantis analogijomis. Norint parodyti analogijų taikymo galimybę, apibrėžiamas bendras požiūris į intelektą. Pagal šį požiūrį intelektas nagrinėjamas kaip *pasaulis pasaulyje*. Vidinis pasaulis – intelektas laikomas išorinio – fizinio pasaulio modeliu. Tai pavaizduota grafiškai 1 pav. Remiantis šiuo įvaizdžiu, intelekto reiškiniai gali būti aiškinami naudojant fizinio pasaulio reiškinių analogijas.



1 pav. Intelektas - vidinis pasaulis

Dauguma intelekto reiškinių aiškinami remiantis elektromagnetizmo modeliais. Santykis tarp intelekto ir elektromagnetinių reiškinių gali būti aiškinamas kaip intelekto reiškinio ir jo pagrindo – įkūnijančios materijos santykis. Nustatant analogiją tarp elektromagnetinių ir intelekto reiškinių, kyla klausimas – kas ką turi atitikti, ką su kuo gretinti. Elektromagnetiniai reiškiniai yra visiškai susisteminti ir sudaro užbaigtą mokslinę teoriją. Intelekto reiškiniai šiuo metu dar nėra susisteminti. Net galima teigti, kad ir patys reiškiniai yra ne visi žinomi. Jeigu intelekto reiškiniai ir yra pateikiami kokios nors sistemos pavidalu, tai tokia sistema negali atitikti tiksliųjų mokslų keliamų reikalavimų. Atsižvelgiant į tokią intelekto reiškinių tyrimo būklę, dažniausiai analogija nustatoma žiūrint iš griežtos ir užbaigtos elektromagnetizmo teorijos pusės.

Nustatoma analogija tarp elektros ir magnetizmo, kaip dviejų pradų, iš vienos pusės ir atitinkamų dviejų intelekto reiškinių, iš kitos pusės.

Elektros reiškinių analogu intelekto srityje laikoma prasmės (semantiniai) reiškiniai. Magnetinių reiškinių analogu laikoma žinių (gnostiniai) reiškiniai.

Prasmės ir žinių reiškiniai laikomi tarpusavyje priklausomais.

Analogijos pasirinkimas grindžiamas šiais argumentais:

- Pirma – fiziniame pasaulyje elektromagnetizmo modeliai aprašo gana plačią ir sudėtingą tikrovės reiškinių sritį ir todėl jų visuma duoda gana tikslų pasaulio vaizdą. Tuo remiantis galima tikėtis, kad elektromagnetinės analogijos panaudojimas intelektui aiškinti taip pat galėtų aprėpti nemaža sudėtingų intelekto reiškinių.
- Antra – elektromagnetiniuose fizinių reiškinių modeliuose galima įžvelgti formalų panašumą su loginiu požiūriu paprastesnių fizinio pasaulio aspektų modeliais. Kadangi elektromagnetiniai reiškiniai yra abstraktesni už mechaninius, tai elektromagnetinių reiškinių analogija patiems abstrakčiausiems – intelekto reiškiniams – aiškinti turėtų tikti geriau, negu pvz., mechaninė analogija.
- Trečia – elektromagnetiniai reiškiniai yra dirbtinio intelekto sistemų materialusis pagrindas. Pastarosios veikia kompiuterių pagrindu, kurių materialiąją esmę sudaro elektromagnetiniai reiškiniai.

Semognostiniai reiškiniai aprašomi suskirstant juos į skyrius, kurie atitinka pagrindinius elektromagnetizmo skyrius.

Semantinių statinių (semostatinių) reiškinių skyrius. Sutrumpintai šis skyrius vadinamas semostatika. Tai elektrostatikos analogas. Čia nagrinėjami prasmės reiškiniai, izoliuotai nuo žinių reiškinių ir nepriklausomai nuo laiko parametro. Semostatikos modeliai naudojami statiniams intelekto reiškiniams aiškinti.

Semantinių dinaminių reiškinių skyrius. Sutrumpintai šio skyriaus reiškiniai vadinami semodinaminiais reiškiniais. Jų fizinis analogas – elektrodinaminiai reiškiniai. Semodinamikoje esme yra laikoma semantinė intelekto reiškinių pusė, be to, šie reiškiniai yra nagrinėjami laiko atžvilgiu.

Gnostinių, arba žinių, reiškinių skyrius. Sutrumpintai šis skyrius vadinamas gnostika. Gnostikoje esme yra laikoma gnostinė intelekto reiškinių pusė. Šio skyriaus analogija galėtų būti magnetizmo reiškiniai.

Semantinių – gnostinių reiškinių skyrius. Sutrumpintai šie reiškiniai vadinami semognostiniais reiškiniais. Šiame skyriuje prasmės – žinių reiškiniai nagrinėjami kaip neatsiejama dviejų pusių vienovė. Laikoma, kad prasmė ir žinios yra susietos abipusio priežastingumo ryšiu: prasmės reiškiniai sąlygoja žinių reiškinius, ir atvirkščiai – žinių reiškiniai sąlygoja prasmės reiškinius.

Gnostiniais reiškiniais laikomi atpažinimo, sužinojimo, mokymo, žinių bazių ir kiti reiškiniai, kurių pamatą sudaro žinios.

Kalbant apie gnostinio reiškinio sąvoką, taip pat reikia paminėti dar vieną giminingą terminą. Tai terminas *kognityvinis.* Šiuo žodžiu psichologijoje žymimi įvairūs pažintiniai reiškiniai. Terminas *kognityvinis* yra kilęs iš lot. *cognoscere* – pažinti. Iš esmės terminai *gnostinis* ir *kognityvinis* galėtų būti vartojami kaip sinonimai. Antrasis labiau akcentuoja subjektyviąją pusę, sieja žinias su subjektu. Tai rodo jo priešdėlis. Žodis *gnostinis* yra bendresnis.

Darbe nagrinėjami du iš praktikos kilę žinių reiškinių aprašymo uždaviniai. Pirmasis – žinių gyvavimo ciklo modelio sudarymo uždavinys. Jame nagrinėjami ilgos trukmės žinių procesuose esantys žinių būvių pasikeitimo dėsningumai. Antrajame analizuojamas vienas ypatingas žinių atvejis ir sudaromas jo modelis. Šis atvejis išskiriamas kaip viena žinių gyvavimo ciklo dalis. Tai dažnai, įvairiuose uždaviniuose sutinkamas žinių atvejis. Jis vadinamas stangriomis žiniomis. Stangrių žinių modelis sudaromas pagal analogiją su stangrio reiškiniais, pasitaikančiais įvairiose kitos prigimties (pavyzdžiui, mechaninės) sistemose.

1.2. Žinių gyvavimo ciklo modelis

Tiriami ilgos trukmės žinių procesai. Juose galima aptikti tam tikrus periodinius žinių būvių pasikeitimus, sudarančius ypatingas žinių laikines organizacijas – gyvavimo ciklus. Žinių gyvavimo ciklo pradžia laikomas jų atsiradimo momentas, pabaiga – žinių visiško arba dalinio išnykimo (pasenėjimo) momentas. Laiko tarpas tarp šių dviejų momentų padalinamas į tam tikrą skaičių atkarpų, atitinkančių ypatingus žinių gyvavimo tarpsnius. Žinių gyvavimo ciklai gali būti sudaromi nagrinėjant konkrečios žinių sistemos raidą. Nustatyti apytikslę ciklo pradžią ir pabaigą gali būti gana nesudėtinga. Pavyzdžiui, nagrinėjant matematikos sąvokos, kaip žinių sistemos, raidą dideliame laiko intervale – per ištisus šimtmečius – galima būtų išskirti sąvokos „funkcija“ atsiradimo ir vystymosi laikotarpį.

Žinių gyvavimo ciklus galima išskirti ir nagrinėjant individo mokymosi procesą visą gyvenimą. Tokie ciklai galėtų maždaug sutapti (dalinai persidengdami) su mokymusi vidurinėje mokykloje, aukštojoje mokykloje ir doktorantūroje (arba, tarkime, kvalifikacijos kėlimo kursuose).

Žinių gyvavimo ciklo samprata, kaip ir kiti teoriniai dalykai, išreiškia tam tikrą realybėje stebimų duomenų grupavimo būdą. Ciklai gali būti išskiriami įvairiais būdais. Tas pats žinių procesas gali būti suskaidytas į didesnį arba mažesnį ciklų skaičių, jų pradžios ir pabaigos gali būti skirtingos. Sudarysime šešių dalių – heksadinį modelį. Kiekvienas ciklo tarpsnis tiriamas kaip tam tikras elementarus būvis, kurį tos dalys įgyja natūraliai vystydamosi. Šešios dalys nagrinėjamos kaip vieninga žinių permainų seka. Ciklas aprašomas kiekybiškai, sudaromas jo grafinis modelis. Taip pat nagrinėjama heksadinio modelio apibendrinimai – ciklai su proistorija ir postistorija.

Žinių gyvavimo ciklo nagrinėjimas pradedamas nuo jo suskaidymo į atskirus tarpsnius, kurie vadinami žinių fazėmis. Galimi įvairūs požiūriai į tokių fazių skaičių. Išskirsime šešias ciklo fazes. Natūralaus žinių gyvavimo ciklo metu turi būti tiek jų augimas, tiek ir mažėjimas (senėjant). Žinių augimo ir mažėjimo greitis realiose sistemose dėl pastarųjų inertiškumo turi keistis palengva. Todėl tiek augimo, tiek mažėjimo tarpsniuose išskiriama po tris mažesnius tarpsnius. Taip samprotaujant gaunama iš viso šešios žinių gyvavimo ciklo fazės. Pagal žinių kitimo pobūdį jas galima pavadinti taip:

1) žinių atsiradimo ir greitėjančio augimo; 2) greito augimo; 3) lėtėjančio augimo; 4) lėto mažėjimo (greitėjančio mažėjimo); 5) greito mažėjimo; 6) lėtėjančio mažėjimo ir išnykimo.

Pirmosios fazės ir kartu viso ciklo pradžia laikomas žinių atsiradimo momentas. Jį kartais galima sutapatinti su kokiu nors konkrečiu įvykiu – straipsnio publikacija, studijų pradžia arba, pavyzdžiui, žinių bazės kūrimo pradžia. Tačiau dažnai aiškų ciklo pradžios momentą išskirti gana sunku. Paprastai tokios žinios atsiranda senų žinių pagrindu arba bent jau jų aplinkoje. Naujos žinios yra laikomos a priori teisingomis. Ilgainiui prasideda naujo ir seno kova. Dėl to pirmojoje fazėje augimas yra labai lėtas – lėtesnis negu augimas, vykstantis be kliūčių. Žinių apimtis yra nedidelė, jos netvirtos. Vėliau trukdymų mažėja, seni vaizdiniai keičiami naujais, žinių augimo greitis didėja. Tam tikru laiko momentu senųjų žinių kliudymas yra visiškai nugalimas ir žinių vystymasis pereina į naują tarpsnį – laisvo, netrukdomo augimo fazę. Čia augimo greitis didžiausias. Žinios vystosi ekstensyviai – plėtimosi keliu. Kaip ir anksčiau, jos dar nėra tvirtos. Sparčiai didėja žinių apimtis. Todėl atsiranda vidinės kliūtys. Jas galima vadinti augimo sunkumais. Jų atsiradimas žymi trečiosios – lėtėjančio augimo – fazės pradžią. Žinių augimo sulėtėjimą galima aiškinti tuo, kad šioje fazėje vyksta žinių sutvarkymas, sisteminimas, vidinių ryšių tarp faktų nustatymas, prieštaravimų šalinimas. Visa tai stabdo ekstensyvų žinių augimą. Tai vadintina žinių augimo savistabdos reiškiniu. Jam esant žinių vystymasis keičiasi iš ekstensyviojo į intensyvųjį. Paskui žinios pamažu tampa vieninga sistema. Išryškėja nauja jų savybė – tvirtumas. Fazės gale žinių kiekis įgauna maksimalią reikšmę.

Šios trys žinių gyvavimo ciklo fazės sudaro pirmąją ciklo pusę. Jas vienija bendras dėsningumas – visose trijose vyksta greitesnis arba lėtesnis žinių augimas. Antroje ciklo pusėje vyksta priešingas procesas – žinių mažėjimas. Šis procesas taip pat dalijamas į tris fazes.

Žinių mažėjimas prasideda ketvirtojoje fazėje. Pradžioje jis labai lėtas. Taip yra dėl žinių sistemos inertiškumo, kurio išraiška – minėtoji žinių tvirtumo savybė. Ši savybė taip pat gali būti nagrinėjama kaip žinių sistemos konservatyvumas – gebėjimas išsaugoti savo ankstesnį būvį. Nepaisant žinių sistemos priešinimosi, esant natūralioms sąlygoms, vyksta lėtas jos irimas – žinių mažėjimas. Žinios, susiformavusios į vieningą sistemą, pradedamos lyginti su kitomis sistemomis. Tuo prasideda išorinis žinių vystymosi laikotarpis. Mokslo žinioms tokio laikotarpio pradžia galima laikyti pirmųjų kritikos darbų pasirodymą. Kritika atmeta dalį anksčiau sukauptų faktų. Tai ir galima laikyti žinių mažėjimo priežastimi. Vėliau žinių sistema vis labiau kritikuojama. Ji sensta. Žinių mažėjimas spartėja. Ateina momentas, kai sistemos konservatyvumas nugalimas ir jos irimas pradeda vykti nevaržomai. Nuo šio momento prasidedantis žinių gyvavimo tarpsnis vadinamas laisvo žinių senėjimo faze. Šioje fazėje esančioms žinioms apibūdinti jau nebetinka tvirtumo sąvoka. Čia išryškėja kitos jų savybės. Tai dvi priešybės – teisingumas ir neteisingumas. Teisingomis vadinamos tokios žinios, kurios atlaiko išorinį kritinį vertinimą, neteisingomis – kurios tokio vertinimo neatlaiko. Neteisingos žinios yra atmetamos, todėl bendras žinių kiekis mažėja. Pirmosios ciklo pusės žinioms taikoma teisingumo a priori sąvoka, šioje ciklo pusėje teisingumas yra vertinamas a posteriori. Ilgainiui kritinis vertinimas paliečia pačius žinių pamatus – pradedama abejoti pirminių prielaidų ir faktų teisingumu. Kyla krizė. Tai vyksta šeštojoje – žinių lėtėjančio mažėjimo ir išnykimo – fazėje. Esminė šio tarpsnio žinių savybė – jų prieštaringumas. Ši fazė gali baigtis įvairiai. Kai visi žinių pamatai sugriaunami, jų gyvavimo ciklas baigiasi ten, kur prasidėjo – nieko naujo nepasiekta. Natūralioje teigiamoje vystymosi eigoje dalis arba ir visos pamatinės žinios kritinį vertinimą atlaiko ir yra laikomos tiek a priori, tiek ir a posteriori teisingomis. Tokiu atveju gyvavimo ciklas baigiasi pasiektu nauju žinių lygiu, kuris yra aukštesnis už pradinį ciklo tašką, tačiau žemesnis už aukščiausią vidinio išsivystymo tašką, esantį trečiosios fazės pabaigoje. Kita vertus, nors šis taškas ir yra žemiau, tačiau jis atitinka naujos kokybės – teisingas, laiko išbandytas žinias. Remiantis atlikta analize, išskirtosios žinių gyvavimo ciklo fazės toliau vadinamos taip: 1) atsiradimo; 2) laisvo augimo; 3) tvirtėjimo; 4) kritinio vertinimo; 5) laisvo senėjimo; 6) krizės.

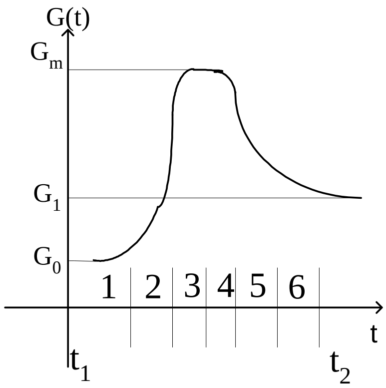
Žinių gyvavimo ciklo aprašymas patikslinamas sudarant jo matematinį modelį. Tam pirmiausia reikalingas žinių matas. Žinių matui apibūdinti naudojama žinių kiekio sąvoka. Ji žymima simboliu G, pagal gr. gnosis – žinios pirmąją raidę. Žinių kiekiui nustatyti turi būti sudaromi specialūs matavimo būdai. Pavyzdžiui, tiriant makro lygio žinias, galima naudoti mokslotyros metodus, pagrįstus publikacijų skaičiaus vertinimu. Bendru atveju žinių kiekio matavimas yra savarankiškas ir sudėtingas uždavinys.

Žinių gyvavimo ciklo matematinis modelis atvaizduojamas kaip žinių kiekio G priklausomybė nuo laiko parametro, kuris žymimas raide t, t.y. kaip tam tikra laiko funkcija $G(t)$. Norint sudaryti žinių gyvavimo ciklo matematinį modelį, reikia apibrėžti $G(t)$ reikšmes tam tikrame laiko intervale $[t_1, t_2]$, kur t_1 ir t_2 – atitinkamai ciklo pradžios ir pabaigos laiko momentai.

Funkcija $G(t)$ laikoma tolydžiąja. Ši prielaida daroma remiantis tuo, kad realiomis sąlygomis žinių kiekis negali keistis akimirksniu, šuoliškai. Taip yra dėl realių sistemų inertiškumo. Inertiškumu pasižymi tiek humanitarinės, tiek ir techninės sistemos; norint ko nors išmokti arba norint sukurti žinių bazę, reikia laiko. Tuo ir reiškiasi žinių kiekio kitimo inertiškumas.

Funkcijos $G(t)$ apibrėžimo sritis, priklausomai nuo nagrinėjamų žinių pobūdžio, gali būti įvairi. Pavyzdžiui, nagrinėjant kokios nors mokslo šakos gyvavimo ciklą, reikia tirti dešimtmečių arba šimtmečių trukmės laiko atkarpas. Jeigu nagrinėjamos mažesnio masto žinių sistemos, pavyzdžiui, kokio nors specialisto, studento žinios, tai funkcijos $G(t)$ apibrėžimo sritis apima metų, mėnesių, dienų arba dar trumpesnes laiko atkarpas.

Žinių gyvavimo ciklo funkcijos $G(t)$ kitimo sritis bendru atveju turi būti nustatoma įvedant konkrečią žinių kiekio matavimo skalę. Žinių kiekio kitimo tendencijos kreivė pateikta 2 pav.



2 pav. Žinių kiekio kitimo tendencijos kreivė heksadinio žinių gyvavimo ciklo metu

Grafike naudojami šie žymėjimai: t_1 – ciklo pradžios momentas, t_2 – ciklo pabaigos momentas; fazės: 1 – žinių atsiradimo, 2 - laisvo augimo, 3 – tvirtėjimo, 4 - kritinio vertinimo, 5 - laisvo senėjimo, 6 – krizės; G_0 – žinių kiekis ciklo pradžioje, G_1 - žinių kiekis ciklo pabaigoje, G_m - žinių kiekis aukščiausio vidinio išsivystymo taške.

Kiekvienai ciklo fazei sudaromi atskiri modeliai. Remiamasi eksponentinio žinių augimo ir eksponentinio senėjimo modeliais. Tariama, kad šiais modeliais išreiškiami dėsningumai galioja įvairaus pobūdžio žinių sistemoms. Šiuos du modelius pagal ankstesnius ciklo fazių aprašymus galima sieti su antrąja ir penktąja fazėmis. Laisvo žinių augimo modelis užrašomas kaip eksponentiškai augančio laike žinių kiekio išraiška:

$$\mathrm{G}(\mathrm{t}) = G_2 \exp(a_2 t), \qquad (1)$$

čia G_2, a_2 – eksponentinio žinių augimo konstantos, jų indeksai žymi ciklo fazės numerį.

Atitinkamai penktosios – laisvo žinių senėjimo fazės – matematinį modelį galima užrašyti mažėjančia eksponentine funkcija:

$$\mathrm{G}(\mathrm{t}) = G_5 \exp(-\mathrm{a}_5 t), \qquad (2)$$

čia G_5, a_5 – eksponentinio žinių kiekio mažėjimo konstantos.

Aprašant trečiąją – žinių tvirtėjimo – fazę kokybiškai, buvo pasakyta, kad šiame tarpsnyje reiškiasi žinių vystymosi savistabda. Tuo remiantis, trečiosios fazės matematinį modelį galima aprašyti savistabdos reiškinį atitinkančia logaritmine priklausomybe

$$\mathrm{G}(\mathrm{t}) = \mathrm{G}_3 \ln(\mathrm{a}_3 t), \qquad (3)$$

čia G_3, a_3 – konstantos.

Šiuo atveju daroma prielaida, kad t dydis yra proporcingas žinių sistemoje esančiam faktų skaičiui. Tai įgalina užrašyti savistabdos reiškinio formulę laiko priklausomybės pavidalu.

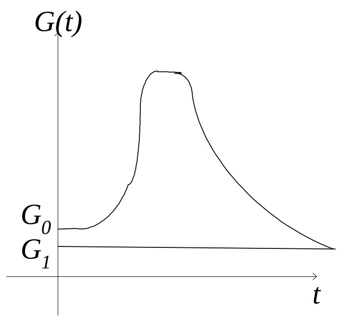
Nagrinėjant kitų fazių matematinius modelius, apsiribojama vien jų bendro pavidalo nustatymu.

Pirmosios fazės modelis apibrėžiamas naudojantis anksčiau pateiktu jos apibūdinimu ir antrosios fazės modeliu. Pirmojoje, žinių atsiradimo, fazėje, žinių augimas yra labai lėtas – lėtesnis negu antrojoje, laisvo vystymosi, fazėje. Tuo remiantis nustatoma, kad pirmojoje fazėje žinių kiekis $G(t)$ auga pagal funkciją, artimą eksponentinei, bet lėčiau. Žinių kiekio augimas paprastai prasideda ne nuo nulio, o nuo tam tikro dydžio. Jis buvo žymimas G_0. Tai pradinis žinių kiekis. Jis buvo sukauptas ir išliko nuo ankstesniojo ciklo pabaigos. Pirmosios fazės modelio analitinis pavidalas nenustatinėjamas, apsiribojama $G(t)$ tendencijos išreiškimu (žr. 2 pav., pirmuoju numeriu pažymėtą tarpsnį).

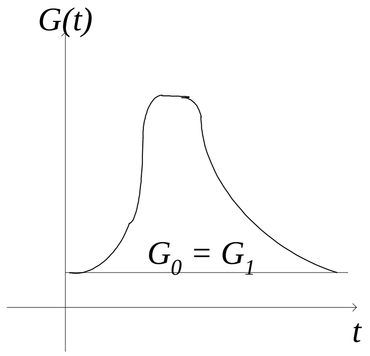
Panašiai samprotaujant apibrėžiamas ir šeštosios – krizinės žinių vystymosi – fazės modelis. Šiuo atveju naudojamasi penktosios – laisvo žinių senėjimo – fazės modeliu. Pastarasis išreikštas mažėjančia eksponentine funkcija. Tuo remiantis, taip pat atsižvelgiant į anksčiau pateiktą šeštosios fazės apibūdinimą, jos modelis apibrėžiamas funkcija, artima mažėjančiai eksponentei, bet besiskiriančia nuo šios lėtesniais mažėjimo tempais. Šeštosios fazės gale liekantis žinių kiekis žymimas G_1.

Remiantis ketvirtosios – kritinio žinių vertinimo – fazės kokybiniu aprašymu ir įvertinant tai, kad ji yra tarp trečiosios fazės, kur žinių augimas lėtėja, ir penktosios fazės, kur žinios sparčiai mažėja, nustatoma, kad ketvirtojoje fazėje žinių kiekis turėtų mažėti pagal tam tikrą išgaubtą kreivę (žr. 2 pav.). Šios kreivės analitinis pavidalas nenagrinėjamas.

Šie šeši žinių kitimo tarpsniai sudaro vieningą sistemą – heksadinį žinių gyvavimo ciklą. Aprašytas ciklo atvejis vadintinas teigiamu pažinimo, arba tiesiog – pažinimo, ciklu. Taip jis vadinamas atsižvelgiant į tai, kad žinių kiekis ciklo gale yra didesnis negu jo pradžioje, t.y. $G_1 > G_0$ (žr. 2 pav.). Galimi dar du pagrindiniai ciklo atvejai (žr. 3 pav. ir 4 pav.).



3 pav. Neigiamo (regresyvaus) žinių gyvavimo ciklo kreivė



4 pav. Nulinio žinių gyvavimo ciklo kreivė

Pirmasis – kai $G_1 < G_0$, t.y. kai žinių kiekis ciklo gale yra mažesnis nei pradžioje. Taip būna, kai žinios vystosi neigiama linkme – vyksta regresas. Toks žinių kitimas gali pasitaikyti, pavyzdžiui, tada, kai kritinio vertinimo tarpsnyje sugriaunamos esminės teorinės prielaidos arba paneigiami svarbiausi empiriniai faktai. Tokiu atveju ciklo gale žinių gali būti mažiau negu buvo pradžioje. Pastarąjį žinių ciklo atvejį galima pavadinti neigiamu ciklu. Paskutinysis ciklo atvejis vadintinas nuliniu ciklu. Jis išreiškia žinių vystymąsi, kuris baigiasi grįžimu į pradinį tašką. Formaliai tai galima pažymėti sąlyga $G_1 = G_0$. Nulinius žinių gyvavimo ciklus galima išskirti nagrinėjant įvairius neproduktyvius, nieko nauja neduodančius mokslinius tyrimus, pseudoteorijas, bevaisius žinių vystymosi kelius, kai grįžtama į ankstesnį, tyrimų pradžios, tašką.

Lig šiol žinių gyvavimo ciklas buvo nagrinėjamas integraliniu lygiu. Dabar pereinama prie diferencialinio lygio. Diferencialiniai modeliai sudaromi imant anksčiau įvestas analitines priklausomybes ir nagrinėjant jas kaip atitinkamų diferencialinių lygčių sprendinius. Išnagrinėkime antrosios fazės – laisvo žinių augimo – diferencialinį modelį.

Iš (1) lygties galima pastebėti, kad ją atitinka tokia diferencialinė lygtis:

$$G'(t) = a_2 G_2 \exp(a_2 t) = a_2 G(t),$$

$$\frac{dG}{dt} = a_2 G,$$

čia $\frac{dG}{dt}$ - žinių kiekio G išvestinė laiko atžvilgiu; a_2 – konstanta, jos indeksas žymi ciklo fazės numerį.

Šia lygtimi aprašomą žinių kiekio kitimo dėsningumą galima suformuluoti taip:

laisvo augimo fazėje žinių kiekio kitimo greitis $\frac{dG}{dt}$ *yra tiesiog proporcingas esamam žinių kiekiui* G.

Galima formuluoti ir taip:

laisvo augimo fazėje žinios auga tuo sparčiau, kuo didesnis yra jau turimas jų kiekis.

Labai panašus, formaliu požiūriu, į išnagrinėtą yra penktosios ciklo fazės diferencialinis modelis. Iš penktosios fazės lygties (2) galima pastebėti, kad ją galima nagrinėti kaip labai paprastos diferencialinės lygties sprendinį. Ši diferencialinė lygtis užrašoma taip:

$$G'(t) = -a_5 G_5 \exp(-a_5 t) = -a_5 G(t),$$

$$\frac{dG}{dt} = -a_5 G,$$

čia a_5 – konstanta, įvesta nagrinėjant penktosios fazės integralinį modelį.

Gauta diferencialine lygtimi išreiškiamą žinių kiekio kitimo dėsningumą galima suformuluoti taip:

laisvo senėjimo fazėje žinių kiekio mažėjimo greitis $\frac{dG}{dt}$ *yra tiesiog proporcingas išlikusiam žinių kiekiui* G.

Panašus dėsningumas pastebimas įvairiose fizinėse sistemose. Pagal tokį dėsningumą, pavyzdžiui, vyksta laisvo radioaktyviojo skilimo procesas. Palyginus su juo laisvo žinių senėjimo procesą, pastarąjį galima nagrinėti kaip žinių sistemos laisvo irimo procesą. Taip buvo kalbama aprašant šį procesą kokybiniu lygiu.

Samprotaujant panašiai kaip antrosios bei penktosios fazės modelių sudarymo atvejais, sudaromas trečiosios fazės diferencialinis modelis:

$$G'(t) = G_3 \frac{a_3}{a_3 t} = \frac{G_3}{t},$$

$$\frac{dG}{dt} = \frac{G_3}{t}.$$

Ši išraiška perrašoma taip:

$$dG = G_3 \frac{dt}{t}.$$

Gautoje lygtyje dG yra elementarus žinių prieaugis per laiko pokytį dt. Dydį $\frac{dt}{t}$ galima laikyti santykiniu elementaraus žinių kiekio įgijimo dažniu laikotarpiui nuo 0 iki t. Remiantis tokiais samprotavimais, gautąja lygtimi išreiškiamą dėsningumą galima užrašyti taip:

žinių tvirtėjimo fazėje jų prieaugis dG *yra tiesiog proporcingas santykiniam jų įgijimo dažniui* $\frac{dt}{t}$.

Tokį dėsningumą galima aptikti tiriant įvairius žinių įgijimo procesus. Jį galima sieti su žinomu lotynišku posakiu *Repetitio est mater studiorum.* Tuomet jį būtų galima aiškinti kaip nurodymą, jog tvirtos žinios susidaro kartojimo būdu.

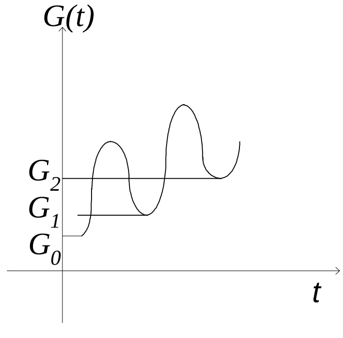
Likusių trijų fazių – pirmosios, ketvirtosios ir šeštosios diferencialiniai modeliai nenagrinėjami, nes jų integraliniai modeliai buvo apibrėžti tik žinių kiekio kitimo tendencijos lygiu. Diferencialiniams modeliams gauti reikėtų turėti jų analitines išraiškas.

Nagrinėjami kai kurie heksadinio žinių gyvavimo ciklo apibendrinimai. Pirmasis jų – sudėtinis modelis. Jis sudaromas sujungiant du ir daugiau ciklų į vieną sistemą. Sudėtinis modelis aprėpia ilgesnės trukmės žinių permainas. Jis išryškina ilguose žinių procesuose aptinkamų dėsningumų periodinį pasikartojamumą. Tokie vystymosi ypatumai kitos prigimties sistemose kartais aprašomi spiralės pavidalo kreive. Taip būtų galima daryti ir čia, bet kadangi heksadinis modelis grafiškai vaizduojamas dvimatėje erdvėje, tai ir jo pagrindu gaunamas sudėtinis modelis vaizduojamas kaip dvimatė kreivė. Sudarant sudėtinį modelį, tariama, kad sujungiami ciklai yra tarpusavyje nepriklausomi, t.y. laikoma, kad vienas žinių gyvavimo ciklas neiškraipo kito ciklo. Jungiant atskirus ciklus į vieną visumą, kreipiamas dėmesys į anksčiau išnagrinėtą jų skirstymą pagal žinių kiekio dydį ciklo pradžioje ir pabaigoje (žr. 2 pav., 3 pav., 4 pav.). Pagal tai galima sudaryti tokius pagrindinius sudėtinius modelius (žr. 5 pav., 6 pav., 7 pav.).

1) $\mathrm{G}_0 < \mathrm{G}_1 < \mathrm{G}_2 < ... < G_n$,

čia n – ciklų skaičius žinių procese.

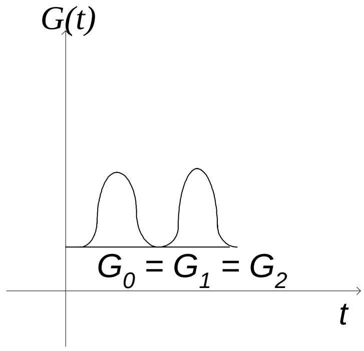
Šį žinių proceso modelį galima pavadinti cikliniu pažinimo arba cikliniu žinių progreso modeliu. Šiame modelyje atsižvelgiama į tai, kad dalis įgytų žinių dažnai atmetama kritinio jų vertinimo tarpsnyje.



5 pav. Ciklinio pažinimo modelio kreivė

2) $G_0 = G_1 = G_2 = ... = G_n$.

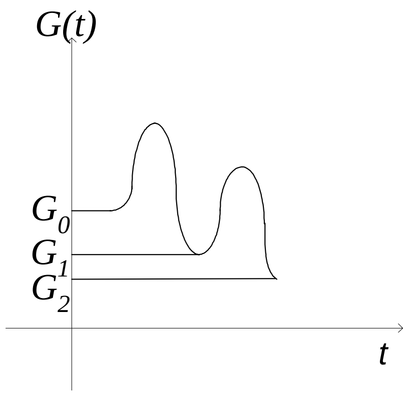
Šiuo modeliu aprašomas žinių procesas vadinamas cikliniu nuliniu, t.y. procesu be pažinimo rezultato. Jis pavaizduotas 6 pav. Po šio proceso žinių kiekis nei padidėja, nei sumažėja. Tokį ciklinį procesą galima vadinti konservatyviu žinių svyravimu. Šis modelis galėtų tikti aprašant įvairių pseudoteorijų žinių procesus, kai nepasiekiama nieko naujo, vien tuščiai kartojama tai, kas jau žinoma. Šiuo modeliu taip pat galėtų būti apytiksliai aprašomi žinių procesai, kurie baigiasi labai nežymiais rezultatais.



6 pav. Ciklinio nulinio pažinimo modelio kreivė

3) $G_0 > G_1 > G_2 > ... > G_n$.

Šia nelygybe aprašomas žinių kitimo modelis susideda iš neigiamų ciklų, todėl jis vadinamas neigiamu cikliniu pažinimo modeliu, arba regresyvaus ciklinio žinių kitimo modeliu. Tikrovėje šiuo modeliu aprašomų žinių procesų nemažai galima rasti vadinamajame tarybiniame moksle, pavyzdžiui, genetikos srityje – apie 1950 metus.

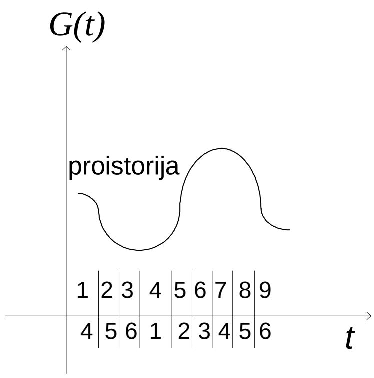


7 pav. Ciklinio neigiamo pažinimo modelio kreivė

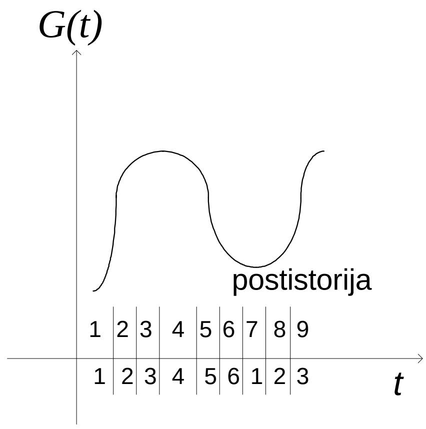
Ketvirtasis sudėtinis modelis apibrėžiamas kaip pirmųjų trijų junginys. Jis taikytinas dar ilgesniems žinių procesams aprašyti, nes ilguose laiko intervaluose galima aptikti visus tris nagrinėtus žinių kitimo ciklus.

Antrasis heksadinio žinių ciklo apibendrinimas nagrinėjamas kaip pagrindinio modelio išplėtimas prijungiant papildomas fazes. Aprašomas atvejis, kai modelis praplečiamas iki devynių fazių. Papildomos trys fazės jungiamos iš kairės arba iš dešinės ciklo kreivės pusės. Jos imamos iš greta esančių ciklų, t.y. prijungiama pusė anksčiau buvusio arba pusė būsimo ciklo.

Kadangi šešių fazių modelis vadinamas gyvavimo ciklu, tai devynių fazių modelis galėtų būti vadinamas gyvavimo ciklu su proistorija arba postistorija. Du pagrindiniai jo atvejai pavaizduoti 8 pav. ir 9 pav. Laiko ašyje pažymėti fazių numeriai; viršuje – pagal devynių fazių ciklą, apačioje – pagal šešių. Modelis su proistorija ir postistorija aprėpia dar gilesnius žinių vystymosi dėsningumus, negu šešių fazių modelis. Jis įgalina įvertinti žinių atsiradimo prielaidas arba jų išnykimo (pasenėjimo) pasekmes. Toks modelis leidžia nagrinėti žinių tęstinumo, perimamumo reiškinius. Tai yra aktualu, pavyzdžiui, tiriant, kokią įtaką kokiai nors mokslo teorijai padarė prieš ją buvusi teorija, aiškinant teorijos atsiradimo priežastis, prognozuojant jos vystymosi pasekmes.



8 pav. Ciklas su proistorija

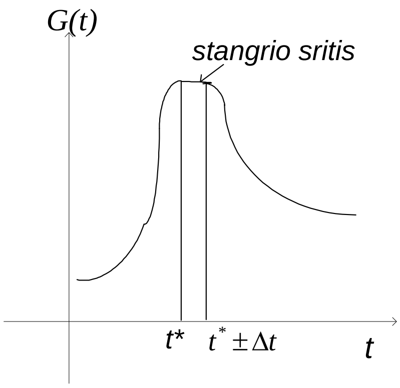


9 pav. Ciklas su postistorija

1.3. Stangrių žinių modelis

Šiame modelyje nagrinėjamos žinios, kurios yra heksadinio žinių gyvavimo ciklo vidurinėje dalyje (žr. 10 pav.). Šioje ciklo dalyje esančios žinios gali būti nagrinėjamos kaip susiformavęs, monolitinis objektas. Tai mokymosi, žinių kaupimo ir sisteminimo rezultatas. Tokioms žinioms charakterizuoti gali būti naudojama jų tvirtumo sąvoka.

Išskirtame intervale imamas laiko momentas t^* ir pakankamai maža jo aplinka $t^* \pm \Delta t$.

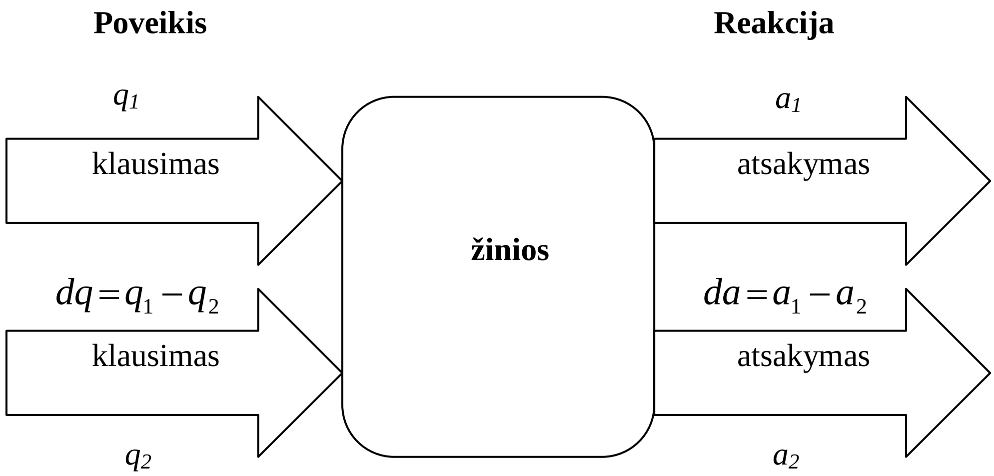


10 pav. Stangrių žinių vieta natūralaus kitimo cikle

Šioje aplinkoje žinių tvirtumą galima laikyti pastoviu dydžiu, nes jų augimo arba mažėjimo čia nėra, arba jis labai nežymus. Kaip nustatyti žinių tvirtumo dydį? Galima naudoti tokį būdą: paveikti stebimas žinias tam tikra informacija ir stebėti, kaip jos kinta. Poveikis gali būti sudaromas pranešimais, atitinkančiais žinių turinį. Šie pranešimai gali būti išreiškiami klausimais. Čia būtina laikytis sąlygos, kad pranešimai nesukeltų žinių tvirtumo pasikeitimo, priešingu atveju tyrimo objektas būtų jau kitas, nebe tas, kuris buvo stebėjimo pradžioje. Ši sąlyga gali būti išpildyta žinių tvirtumo tyrimui imant pranešimus – poveikius, kurie yra palyginti mažai informatyvūs. Galima naudoti nežymiai tarpusavyje besiskiriančius klausimus. Nežymiai keičiantis pranešimui, nagrinėjamos žinios taip pat turėtų keistis nežymiai. Be to, šie pokyčiai dėl nagrinėjamų žinių ypatumo – jų tvirtumo, turėtų būti laikini. Nustojus veikti pranešimo sukeltai įtakai, jie turėtų išnykti. T.y. žinios turėtų grįžti į ankstesnį būvį.

Aprašomosios žinios vadinamos stangriomis žiniomis. Toks terminas vartojamas dėl jų savybės išlaikyti, nepaisant išorinių poveikių įtakos, tam tikrą būvio pastovumą. Šis pastovumas reiškiasi kaip žinių pokyčių grįžtamumas, o tai ir atitinka stangrio sąvoką. Stangrioms žinioms charakterizuoti naudojami jau minėtas tvirtumo parametras, taip pat jam atvirkščias dydis, kuris vadinamas žinių lankstumu.

Sudaromas žinių stangrio reiškinio matematinis modelis. Šis modelis išreiškiamas diferencialine lygtimi, kuri aprašo stangrių žinių reakciją į išorinius poveikius. Išvedant lygtį, naudojamasi žinių stebėjimo schema, kuri pavaizduota 11 pav.



11 pav. Stangrių žinių stebėjimo schema

Laikoma, kad poveikis žinioms sudaromas atitinkamai suformuluojamais klausimais, o reakcija yra stebima atsakymuose į šiuos klausimus. Kadangi sudaromas kiekybinis modelis, tai klausimų ir atsakymų aprašymui naudojami tam tikri dydžiai. Jais laikomi atitinkami semantinės informacijos kiekiai. Klausime esančios informacijos kiekis žymimas simboliu q, o atsakyme – simboliu a. Be šių dydžių, modeliui sudaryti reikia turėti ir jų elementarius pokyčius. Jie žymimi atitinkamai simboliais dq ir da. Klausimo informacijos elementarus pokytis dq laikomas poveikio žinioms dydžiu. T.y. daroma prielaida, kad žinios reaguoja būtent į informacijos pokytį dq, o ne į jos absoliutų dydį q. Poveikis dq gali būti sudaromas imant du nežymiai vienas nuo kito besiskiriančius klausimus. Pažymėjus šių klausimų informacijos kiekius simboliais q_1 ir q_2, poveikis dq gali būti išreiškiamas skirtumu

$$dq = q_1 - q_2 \,.$$

Taip sudarant poveikį dq, žinių reakcija į jį gali būti stebima kaip atsakymų į klausimus pokytis. Jį galima išreikšti šių atsakymų informacijos kiekių skirtumu

$$da = a_1 - a_2 \,,$$

čia a_1 - pirmojo, a_2 - antrojo atsakymo informacijos kiekis. Buvo padaryta prielaida, kad stangrių žinių reakcija į be galo mažus poveikius yra taip pat be galo mažas dydis. Naudojantis įvestais žymėjimais, stangrių žinių lygtis išreiškiama pavidalu:

$$dq = -L\frac{da}{a},$$

čia L – proporcingumo koeficientas, charakterizuojantis esminę nagrinėjamų žinių savybę – jų lankstumo dydį.

Stangrių žinių lygtį galima perrašyti kitu pavidalu. Tuo tikslu įvedamas žymėjimas

$$a_s = \frac{da}{a}.$$

Dydis a_s vadinamas santykiniu žinių pokyčiu. Jis išreikštas per atsakymo informacijos santykinį pokytį. Tariama, kad šis santykinis atsakymo informacijos pokytis atspindi ir žinių pokytį.

Naudojant santykinio žinių pokyčio išraišką, stangrių žinių lygtį galima užrašyti tokiu pavidalu:

$$dq = -La_s.$$

Šia lygtimi išreiškiamą priklausomybę galima suformuluoti taip:

stangrių žinių santykinis pokytis yra tiesiog proporcingas poveikio joms dydžiui.

Ką reiškia minuso ženklas dešinėje lygties pusėje? Dešinioji lygties pusė aprašo žinių reakciją. Ji reiškiasi atsakymuose. Kairioji lygties pusė išreiškia žinioms klausimų daromą poveikį. Klausimus ir atsakymus galima nagrinėti kaip pranešimus, perduodamus dviem priešingomis kryptimis. Todėl ir jais išreiškiami poveikiai bei reakcijos taip pat yra priešingų krypčių. Būtent tai ir atspindi dešinėje lygties pusėje esantis minuso ženklas.

Iš modelį aprašančios lygties galima išreikšti proporcingumo koeficientą L:

$$L = -\frac{dq}{\frac{da}{a}}.$$

Vietoje dq imamas Δq, vietoje $da - \Delta a$, t.y. vietoje elementariųjų, imami bet kurie pokyčiai. Jei nagrinėjamas atsakymo informacijos pokytis $\Delta a = a$, gaunama

$$L = -\Delta q.$$

Greta lankstumo koeficiento naudotinas ir atvirkščias jam dydis. Jis pažymimas simboliu S.

$$S = \frac{1}{L}.$$

Tai žinių tvirtumo (stiprumo) dydis. Šis parametras išreiškia stangrių žinių gebą priešintis išoriniams poveikiams. Naudojant žinių tvirtumo parametrą S, stangrių žinių lygtis gali būti užrašoma taip:

$$dq = -\frac{da}{Sa}.$$

Iš šios lygties matosi, kad kuo didesnis žinių tvirtumas S, tuo mažesnė jų reakcija. Pagal pavidalą ir išvedimo būdą – stebint žinių reakciją į elementarius poveikius – šią lygtį galima vadinti diferencialinio lygio modeliu.

Galima naudoti ir kitą stangrių žinių modelio pavidalą – integralinį. Toks modelis aprašo tam tikrą stangrių žinių visuminę reakciją. Ši reakcija gali būti stebima, pavyzdžiui, sudarant žinių tyrimui specialią apklausos procedūrą. Ji turi būti parengiama taip, kad atskiri klausimai ir atsakymai atitiktų anksčiau nagrinėto atvejo reikalavimus.

Visuminę žinių reakciją aprašančią lygtį galima gauti integruojant anksčiau išvestą diferencialinę lygtį

$$\int dq = \int -\frac{Lda}{a}.$$

Gausime

$$q = -L\ln a + C,$$

čia C - integravimo konstanta, o q - klausimuose esančios informacijos kiekis.

1.4. Semognostikos tyrimų apibendrinimas

Semognostiniai modeliai aprašo intelektą kaip reiškinį, neliesdami jo vidinės esmės.

Semognostikos modeliai paremti prielaida, jog fenomenologiškai intelekto reiškinius galima aprašyti naudojant du tarpusavyje susijusius, tačiau neatstojančius vienas kito pradus – semantinį ir gnostinį. Intelekto reiškinių modeliai sudaromi komponuojant prasmės ir žinių reiškinius laiko ir erdvės požiūriu.

Sudarytieji semognostikos modeliai yra kiekybiniai. Jie paremti prielaida apie semognostinių dydžių empirinio nustatymo galimybę. Kiekybinių prasmės ir žinių reiškinių parametrų naudojimas įgalina pritaikyti matematinius modelius.

Dauguma semognostikos modelių sudaryti naudojantis analogijomis su fizinių reiškinių modeliais. Kaip pagrindinė buvo paimta elektromagnetinių reiškinių analogija. Analogijos principas įvestas remiantis intelekto, kaip *pasaulio pasaulyje,* metafora. Pagal ją intelektas yra nagrinėjamas kaip vidinis pasaulis, supamas išorinio, fizinio pasaulio, ir laikoma, kad vidus turi būti toks, kokia yra išorė. Tuo remiantis, vidiniam pasauliui – intelektui, aprašyti gali būti naudojami išorinio – fizinio pasaulio modeliai.

Aprašyti semognostikos modeliai – kiekybiniai. Juose naudojami dydžiai yra dviejų rūšių – pirminiai ir išvestiniai. Kad semognostikos modeliai atitiktų tikrovės reiškinius, būtina sąlyga yra pirminių dydžių empirinio nustatymo, t.y. matavimo, galimybė. Semantinių ir gnostinių dydžių matavimo galimybę galima grįsti psichofizikos, eksperimentinės psichologijos, mokslotyros pasiekimais. Matavimai – sudėtinga problema. Dažnai matavimo procedūros sudarymo sudėtingumas prilygsta teorijos sukūrimui. Teorija ir matavimai – tai du tarpusavyje susiję dalykai. Matavimai padeda sukurti teoriją, ir atvirkščiai – teorija įgalina atlikti matavimus.

1.5. Žinių apie funkciją gyvavimo ciklo modelis

Norint sudaryti žinių gyvavimo ciklo modelį, tiriami ilgos trukmės žinių procesai. Juose aptinkami tam tikri periodiniai žinių būvių pasikeitimai, kurie sudaro ypatingas žinių laikines organizacijas – gyvavimo ciklus.

Laiko tarpas tarp dviejų momentų – ciklo pradžios ir pabaigos – padalinamas į tam tikrą skaičių atkarpų, kurios atitinka ypatingus žinių gyvavimo tarpsnius. Ciklai gali būti išskiriami įvairiais būdais. Tas pats žinių procesas gali būti suskaidytas į didesnį arba mažesnį ciklų skaičių, jų pradžios ir pabaigos gali būti skirtingos. Čia pateikiamas šešių dalių – heksadinis modelis.

Šešios žinių gyvavimo ciklo fazės:

2) žinių atsiradimo ir greitėjančio augimo; 2) greito augimo; 3) lėtėjančio augimo; 4) lėto mažėjimo (greitėjančio mažėjimo); 5) greito mažėjimo; 6) lėtėjančio mažėjimo ir išnykimo.

Panagrinėkime matematinės sąvokos „funkcija“ gyvavimo ciklo modelį. Žinių gyvavimo ciklo pradžia laikomas jų atsiradimo momentas, pabaiga – žinių visiško arba dalinio išnykimo (pasenėjimo) momentas (žr. 12 pav.). Kalbant apie funkcijos sąvoką, ciklo pabaigą sudėtinga nustatyti. Žinios apie funkciją nuolat gilinamos, tobulinamos, vis atrandama kas nors naujo, todėl čia nagrinėjamas žinių gyvavimo ciklo modelis su postistorija. Modelis su postistorija aprėpia dar gilesnius žinių vystymosi dėsningumus, negu šešių fazių modelis.

Pirmoji fazė. Pirmosios fazės ir kartu viso ciklo pradžia laikomas žinių atsiradimo momentas. Šio ciklo pradžia galima laikyti jau Senovės Graikiją (~500 m. pr. Kr.), nes supratimo apie funkciją užuomazgas galima rasti jau senovės graikų matematikoje. Jau ankstyvieji pitagoriečiai, bandydami nustatyti elementarius akustikos dėsnius, surado kiekybinių abipusių ryšių tarp skirtingų fizikinių dydžių išraišką, tokių kaip stygos ilgis ir storis, ir garso aukštis.

Kadangi pirmojoje fazėje žinios apie funkciją – naujos žinios, tai jas galima laikyti a priori teisingomis. Pirmojoje fazėje augimas yra labai lėtas – lėtesnis negu augimas, vykstantis be kliūčių. Žinių apimtis yra nedidelė, jos netvirtos. Ir šiame modelyje, pačioje pradžioje galima sakyti, kliūčių nėra. Tai funkcijos sąvokos formavimosi pradžia, žinių apie funkciją dar beveik nėra, tad šioms žinioms kliūčių dar neatsiranda. Kliūtys atsiranda, kai žinių jau yra daugiau, kai atsiranda prieštaravimai, kritika ir pan.

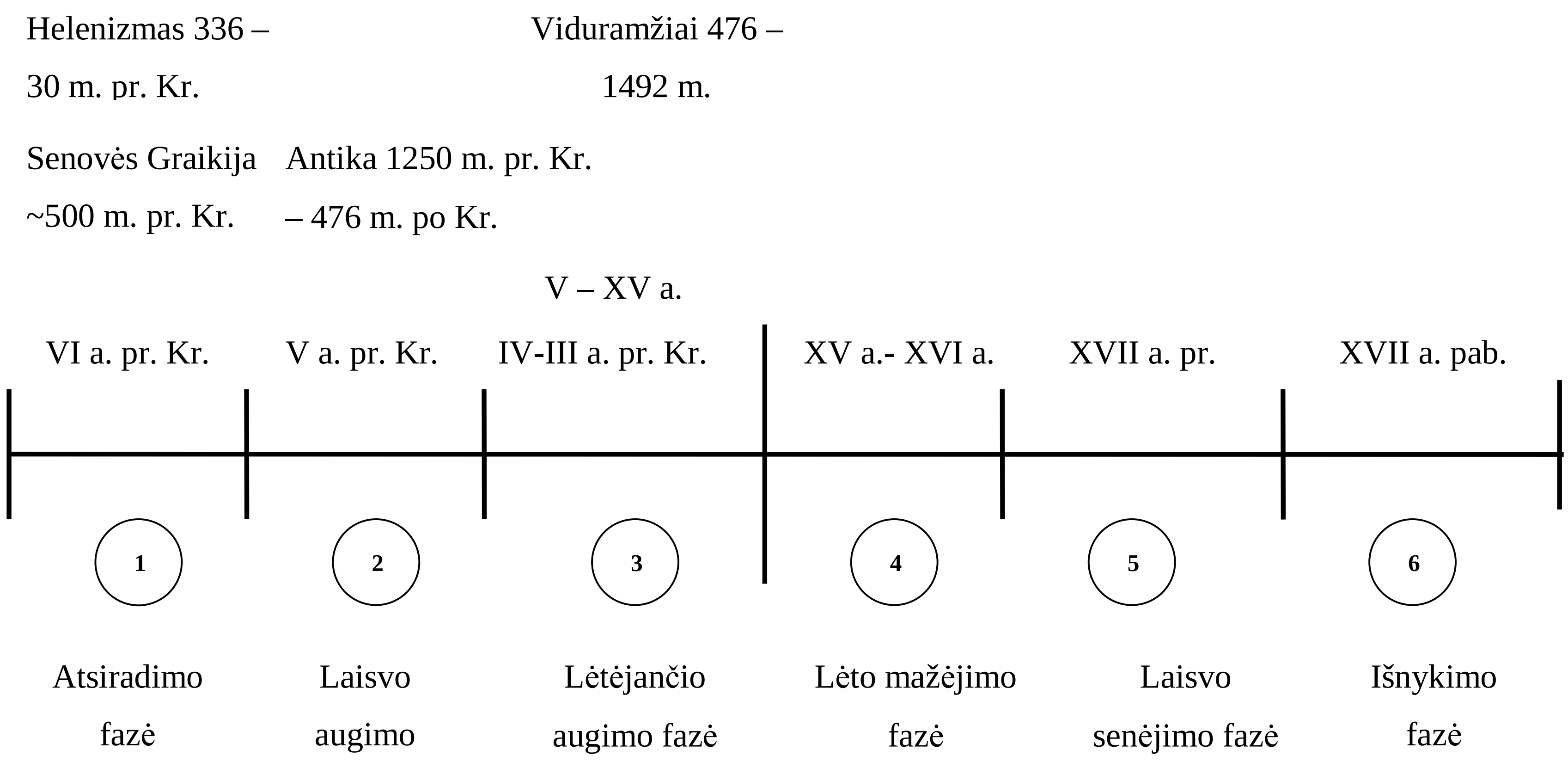
Aleksandro epochoje (336 – 30 m. pr. Kr.), kuri vadinama helenizmu, astronomai surado visą stygų trigonometriją, kuri reikalinga fiksuoto spindulio apskritimo lankams skaičiuoti; ir su geometrijos ir interpoliacijos teoremų pagalba sudarė lenteles, kurios atitinka sinusų lenteles, kuriomis, po kelių amžių, pradėjo naudotis indai. Bet senovėje matematikai nagrinėjo ne tik tabuliuotas funkcijas. Kūginių pjūvių teorijoje pagrindinį vaidmenį vaidino požymiai – žodžiu suformuluoti šių kreivių lygtims; skirtingai nuo griežtai individualizuotų funkcijų reikšmių lentelių, šie požymiai išreiškia visas klasių atitiktis, sakykim, bet kokios elipsės, parabolės arba hiperbolės koordinatėms.

Pirmojoje fazėje žinių augimas nėra greitas. Nors kliūčių šiame etape ir nėra, tačiau tam tikrų trukdymų yra. Kadangi tai laikas, kai žinios apie funkciją dar tik formuojasi, tai tokių žinių augimas negali būti greitas. Kai atrandama kažkas visai naujo, reikia laiko, kad tos žinios būtų priimtos.

Antroji fazė. Vėliau trukdymų mažėja, seni vaizdiniai keičiami naujais, žinių augimo greitis didėja. Tam tikru laiko momentu senųjų žinių kliudymas yra visiškai nugalimas ir žinių vystymasis pereina į naują tarpsnį – laisvo, netrukdomo augimo fazę. Prasideda antroji fazė – greito augimo fazė. Čia augimo greitis didžiausias. Žinios vystosi ekstensyviai – plėtimosi keliu. Kaip ir anksčiau, jos dar nėra tvirtos. Sparčiai didėja žinių apimtis. Todėl atsiranda vidinės kliūtys. Jas galima vadinti augimo sunkumais.

Jau Antikos (1250 m. pr. Kr. – 476 m. po Kr.) matematikai atlikinėjo veiksmus su funkcijomis (daugiausia spręsdami uždavinius), tokius, kurie ir vėl pradėti spręsti jau daug vėliau: nagrinėjo jų savybes, tabuliavo, interpoliavo, ieškojo ekstremumų, sprendė uždavinius, kurie mūsų laikais vadinami integravimu. Buvo padaryti tokie pirmieji žingsniai atitikčių klasifikacijoje: buvo atskirti plokštumos uždaviniai, erdviniai uždaviniai ir tiesiniai uždaviniai. Analizinių išraiškų ir simbolinių formulių tuo metu dar nebuvo. Tik Diofanto (Diophantus, 200 – 284 m. pr. Kr.) darbuose pasirodė algebrinės simbolikos užuomazgos, kuri dar daug šimtmečių nebuvo toliau plėtojama.

Trečioji fazė. Augimo sunkumų atsiradimas žymi trečiosios – lėtėjančio augimo – fazės pradžią. Šioje fazėje vyksta žinių sutvarkymas, sisteminimas, vidinių ryšių tarp faktų nustatymas, prieštaravimų šalinimas. Visa tai stabdo ekstensyvų žinių augimą. Žinių vystymasis keičiasi iš ekstensyviojo į intensyvųjį. Paskui žinios pamažu tampa vieninga sistema. Išryškėja nauja jų savybė – tvirtumas. Fazės gale žinių kiekis įgauna maksimalią reikšmę.



12 pav. Žinių apie funkciją gyvavimo ciklo modelio schema

Nuo Heroklito (Herakleitos Ephesios, apie 544 - 540 m. pr. Kr.) ir Zenono (Zēnōn Eleatēs, V a. pr. Kr.) laikų jau buvo nagrinėjami judėjimo, tolydumo, begalybės uždaviniai. Visa Aristotelio (Aristotelēs, 384 – 322 m. pr. Kr.) „Fizika“ teigia apie tai. Jau Aristotelis, skyrė „judėjimą kokybės požiūriu“, t.y., kokybiniai pakitimai, „judėjimą kiekybės požiūriu“ ir „judėjimą vietos požiūriu“, t.y. poslinkis. Tolygus judėjimas buvo atskirtas nuo netolygaus. Tačiau „judėjimas kiekybės požiūriu“ ir „poslinkis“ graikų matematikoje dar netapo nagrinėjimo (tyrinėjimo) objektu. Graikų mechanika ir astronomija neišėjo už tolygaus judėjimo ribų – netolygus judėjimas dar nenagrinėjamas.

Aiškus supratimas apie funkciją pirmiausia ryškiai pasirodo viduramžių Europoje. Tas aiškus funkcijos sąvokos suvokimas siejamas su atsinaujinusiais bandymais tyrinėti įvairius natūralius reiškinius ir ypač su kinematinių tyrinėjimų Oksfordo ir Paryžiaus mokyklose XIX amžiuje suklestėjimu. Atskiro termino funkcijos sąvokai viduramžių matematikoje dar nebuvo; vietoje jo buvo naudojamasi aprašomaisiais posakiais arba jau turimu žodžiu „ryšys“ (proportio), naudojamo plačiąja prasme. Šių idėjų atsiradime lemiamą reikšmę turėjo kinematinių ir mechaninių idėjų sintezė. Kartu viduramžių mechanikoje pasirodo netolygaus judėjimo tyrinėjimų pavyzdžiai.

Šios trys žinių gyvavimo ciklo fazės sudaro pirmąją ciklo pusę. Jas vienija bendras dėsningumas – visose trijose vyksta greitesnis arba lėtesnis žinių augimas. Antroje ciklo pusėje vyksta priešingas procesas – didesnis ar mažesnis žinių mažėjimas. Šis procesas taip pat dalijamas į tris fazes.

Ketvirtoji fazė. Žinių mažėjimas prasideda ketvirtojoje fazėje. Pradžioje jis labai lėtas. Šiame žinių apie funkciją modelyje ketvirtosios fazės pradžia galima laikyti momentą, kai matematikai pradėjo nagrinėti „kokybės konfigūracijos“ teoriją. Ši teorija išgarsėjo XV a. ir XVI a., ypač Anglijoje, Prancūzijoje, Italijoje ir Ispanijoje. Ji buvo dėstoma universitetuose, ir buvo netgi spausdinama, daugiausia rankraščių pavidalo. Vis dėlto, kažkiek reikšmingesnio išplėtojimo ji tuo metu negavo ir pasiliko nuošalyje nuo vyraujančių mokslo krypčių. Perversmo moksle ši teorija nesukėlė. Jei kai kurių matematikos (ir mechanikos) sąvokų sukūrime apibendrinanti ir abstrahuojanti Oksfordo ir Paryžiaus mokslininkų mintis pasistūmėjo daug toliau, nei pas Antikos pirmtakus, tai pagal kiekį ir reikšmę konkrečių Suainschedo (R.Swineshead, apie 1350m.) ar Oremo (Nicole Oresme, 1323 – 1382) atradimų pasiekimų negalima lyginti su Archimedo (Archimēdēs, apie 287 – 212 m. pr. Kr.) ar Apolonijaus (Apollōnios Pergaios, apie 260 – 170 m. pr. Kr.) puikiais rezultatais. Tarp „kokybės konfigūracijos“ teorijos ir naujų kvadratūros, kubatūros, svorio centrų, liestinių ir t.t. uždavinių beveik visai nebuvo tiesioginio ryšio.

Nors klausimas apie šios teorijos įtaką Naujųjų laikų mokslui dar nepilnai ištirtas, bet idėjų ir metodų panašumas neabejotinas. Viduramžių koncepcijos tiesioginė arba netiesioginė įtaka jaučiama Nepero (Johan Neper, 1550 – 1617), Galilėjaus (Galileo Galilei, 1564 – 1642), Kavalieri (Bonaventura Cavalieri, 1598 – 1647), Dekarto (Rene Descartes, 1596 – 1650), Barou (Isaac Barrow, 1630 – 1677), Niutono (Isaac Newton, 1643 – 1727), Leibnico (Gottfried Wilhelm Leibniz, 1646 – 1716) ir kitų matematikų išsilavinimui. Apie tai liudija tokių terminų naudojimas, kaip momentinis greitis ir kintamasis dydis; Galilėjaus (Galileo Galilei, 1564 – 1642) dėsnio apie sunkiojo kūno kritimą išvados ir Oremo dėsnio apie tolygų ir netolygų judėjimą pribloškiantis panašumas. Ne mažiau stebinantis panašumas tarp Dekarto ir Oremo dydžių vaizdavimo pjūviais ir daug kitų faktų.

Penktoji fazė. Nepaisant žinių sistemos priešinimosi, esant natūralioms sąlygoms, vyksta lėtas jos irimas – žinių mažėjimas. Žinios, susiformavusios į vieningą sistemą, pradedamos lyginti su kitomis sistemomis. Vėliau žinių sistema vis labiau kritikuojama. Ji sensta. Žinių mažėjimas spartėja. Prasideda penktoji fazė - greito mažėjimo.

Tolimesniajai funkcijos mokymo(si) raidai (plėtotei) lemiamą reikšmę turėjo skaičiavimo matematikos augimas, būtent trigonometrijos ir logaritmų mokymo, iš vienos pusės; ir raidinės, simbolinės algebros atsiradimas – iš kitos pusės. Raidiniai koeficientai Vieto (Francois Viete, 1540 – 1603) algebroje jau tapo pavaldūs griežtoms skaičiavimo taisyklėms, ir jų įvedimas tapo svarbiu etapu funkcijos sąvokos suvokime. Tačiau pats Vietas nenaudojo savo puikaus atradimo tolimesniam funkcijos suvokimo plėtojimui; jam nebuvo būdingas „funkcinis mąstymas“.

Šeštoji fazė. Ilgainiui kritinis vertinimas paliečia pačius žinių pamatus – pradedama abejoti pirminių prielaidų ir faktų teisingumu. Kyla krizė. Tai vyksta šeštojoje – žinių lėtėjančio mažėjimo ir išnykimo – fazėje. Ši fazė gali baigtis įvairiai. Kai visi žinių pamatai sugriaunami, jų gyvavimo ciklas baigiasi ten, kur prasidėjo – nieko naujo nepasiekta. Natūralioje teigiamoje vystymosi eigoje dalis arba ir visos pamatinės žinios kritinį vertinimą atlaiko ir yra laikomos tiek a priori, tiek ir a posteriori teisingomis. Tokiu atveju gyvavimo ciklas baigiasi pasiektu nauju žinių lygiu, kuris yra aukštesnis už pradinį ciklo tašką, tačiau žemesnis už aukščiausią vidinio išsivystymo tašką, esantį trečiosios fazės pabaigoje. Kita vertus, nors šis taškas ir yra žemiau, tačiau jis atitinka naujos kokybės – teisingas, laiko išbandytas žinias.

Šiame modelyje šeštoji fazė nėra labai ryški. Kadangi čia ciklas dar nesibaigia, nes funkcijos sąvoka dar pilnai nesuvokta, tai negalima teigti, kad įvyko krizė. Toliau vyksta žinių apie funkciją augimas, o dar vėliau ir mažėjimas. Tad vėl galima įžiūrėti naują ciklą.

Žinių apie funkciją gyvavimo ciklą, kuris buvo čia nagrinėjamas, galima pavaizduoti schematiškai (žr. 12 pav.).

Kaip minėta, ties šeštąja faze modelis dar nesibaigia – vyksta tolimesnis funkcijos sąvokos vystymasis. Tolimesnio funkcijos sąvokos vystymosi metu atsirado analizinis funkcijos suvokimas. Modelyje su postistorija išskiriamos dar trys fazės – septintoji, aštuntoji ir devintoji.

Septintoji fazė. Septintosios fazės pradžia galima laikyti laikotarpį, kai šalia jau tuo metu žinomų trigonometrinių funkcijų pasirodo logaritminė funkcija. Logaritminė funkcija pasirodo Nepero (Johan Napier, 1550 – 1617) ir Biurgi (Jobst Bürgi, 1552 – 1632) darbuose VXII a. Ferma (Pierre Fermat, 1601 - 1665) ir Dekartas, nepriklausomai vienas nuo kito parodė, kaip vaizduoti priklausomybę tarp dviejų kintamų dydžių lygtimis. Taigi atsiranda analizinė funkcijos išraiška.

Aštuntoji fazė. Aštuntosios fazės pradžia galėtų būti laikotarpis, kai Leibnicas (Gottfried Wilhelm Leibniz, 1646 – 1716) pirmą kartą pavartojo „funkcijos“ sąvoką. Ši sąvoka pirmą kartą pasirodo Leibnico darbuose nuo 1673 m. Paplito Leibnico įvesti žodžiai „kintamasis dydis“ ir „pastovusis dydis“, nors pasilieka ir terminas „neapibrėžtas dydis“. Tačiau dar daug metų funkcijos sąvoka nebuvo plačiai vartojama matematikoje. Žodžio „funkcija“ dar nėra 1716 m. Leipcige išleistame „Matematikos žodyne“.

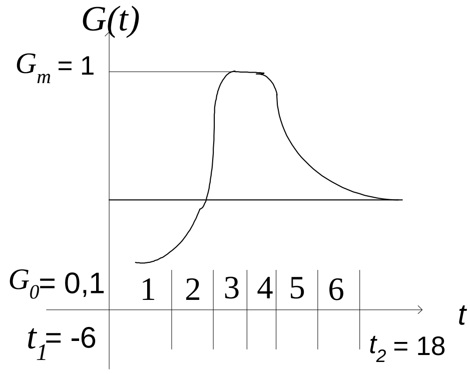
Devintoji fazė. Funkcijos apibrėžimas, kaip analizinė išraiška, pirmiausia buvo aiškiai raštu suformuluotas I.Bernulio (Johann Bernoulli, 1667 - 1748) straipsnyje, kuris buvo paskelbtas „Memoires de l‘Akademie des Sciences de Paris“ 1718 m. Šį laikotarpį galima laikyti devintosios fazės pradžia. Taip pat jis pasiūlė funkcijos užrašymui naudoti graikišką raidę φ, argumentą dar rašydamas be skliaustelių: φx. Skliaustus, kaip ir funkcijos ženklą f, 1734 m. įvedė Oileris (L.Euler, 1707 - 1783).

Žinių gyvavimo ciklo aprašymas patikslinamas sudarant jo matematinį modelį. Tam reikalingas žinių matas. Žinių matui apibūdinti naudojama žinių kiekio sąvoka. Ji žymima simboliu G.

Žinių gyvavimo ciklo matematinis modelis atvaizduojamas kaip žinių kiekio G priklausomybė nuo laiko parametro, kuris žymimas raide t, t.y. kaip tam tikra laiko funkcija $G(t)$. Norint sudaryti žinių gyvavimo ciklo matematinį modelį, reikia apibrėžti $G(t)$ reikšmes tam tikrame laiko intervale $[t_1, t_2]$, čia t_1 ir t_2 – atitinkamai ciklo pradžios ir pabaigos laiko momentai.

Funkcijos sąvokos žinių gyvavimo ciklo modelyje ciklo pradžios momentu galima laikyti VI a. pr. Kr., nes būtent tuo metu Senovės Graikijoje pradėjo formuotis suvokimas apie funkciją; o ciklo pabaigos momentu galima laikyti XVIII a., nes šiame amžiuje baigiasi mūsų nagrinėjamo modelio paskutinioji – šeštoji fazė.

Taigi šiame modelyje $t_1 = -6$, $t_2 = 18$, t.y., $[t_1, t_2] = [-6{,}18]$; $G \in [0;1]$; $G_1 > G_0$; $G_0 = 0{,}1$, $G_1 = 0{,}4$, $G_m = 1$; G_0 - žinių kiekis ciklo pradžioje, G_1 - žinių kiekis ciklo pabaigoje, G_m - žinių kiekis aukščiausio vidinio išsivystymo taške. Funkcijos sąvokos žinių gyvavimo ciklo modelyje aukščiausias vidinio išsivystymo taškas yra trečiosios fazės pabaigoje. Žinių gyvavimo ciklo funkcijos $G(t)$ kitimo sritis nustatoma įvedant konkrečią žinių kiekio matavimo skalę. Žinių kiekio kitimo tendencijos kreivė pateikta 13 pav.



13 pav. Žinių kiekio kitimo tendencijos kreivė heksadinio žinių gyvavimo ciklo metu

Kiekvienai ciklo fazei sudaromi atskiri modeliai. Remiamasi eksponentinio žinių augimo ir eksponentinio senėjimo modeliais. Šiuos du modelius pagal ankstesnius ciklo fazių aprašymus galima sieti su antrąja ir penktąja fazėmis. Laisvo žinių augimo modelis užrašomas kaip eksponentiškai augančio laike žinių kiekio išraiška:

$$\mathrm{G}(\mathrm{t}) = G_2 \exp(a_2 t). \tag{1}$$

Tokia išraiška antrosios fazės - laisvo augimo fazės modelis užrašomas bendrojoje žinių teorijoje. Funkcijos sąvokos žinių gyvavimo ciklo modelyje išraiška tokia:

$$\mathrm{G}(\mathrm{t}) = G_2 \exp(a_2 (t+5)).$$

Antrosios fazės pradžioje, kai $t = -5$, turime:

$$G(-5) = G_2 \exp(0) = G_2 .$$

Antrosios fazės pabaigoje, kai $t = -4$, turime:

$$G(-4) = G_2 \exp(a_2) = G_3 .$$

Randame konstantą a_2:

$$\exp(a_2) = \frac{G_3}{G_2} ,$$

$$a_2 = \ln \frac{G_3}{G_2}.$$

Šiame modelyje, kaip matyti iš brėžinio, $G_2 = 0{,}3, G_3 = 0{,}9$. Taigi:

$$a_2 = \ln \frac{0{,}9}{0{,}3} = \ln 3 \approx 1{,}097.$$

Funkcijos sąvokos žinių gyvavimo ciklo modelio antrosios fazės išraiška:

$$G(t) = 0{,}3 \exp(1{,}097(t+5)).$$

Atitinkamai penktosios – laisvo žinių senėjimo fazės – matematinį modelį galima užrašyti mažėjančia eksponentine funkcija:

$$\mathrm{G}(\mathrm{t}) = G_5 \exp(-\mathrm{a}_5 t), \tag{2}$$

Tokia išraiška penktosios fazės - laisvo senėjimo fazės modelis užrašomas bendrojoje žinių teorijoje. Funkcijos sąvokos žinių gyvavimo ciklo modelyje išraiška tokia:

$$\mathrm{G}(\mathrm{t}) = G_5 \exp(-a_5(t-16)).$$

Penktosios fazės pradžioje, kai $t = 16$, turime:

$$G(16) = G_5 \exp(0) = G_5.$$

Penktosios fazės pabaigoje, kai $t = 17$, turime:

$$G(17) = G_5 \exp(-a_5) = G_6.$$

Randame konstantą a_5:

$$\exp(-a_5) = \frac{G_6}{G_5},$$

$$-a_5 = \ln \frac{G_6}{G_5},$$

$$a_5 = -\ln \frac{G_6}{G_5}.$$

Šiame modelyje, kaip matyti iš brėžinio, $G_5 = 0{,}7, G_6 = 0{,}5$. Taigi:

$$a_5 = -\ln \frac{0{,}5}{0{,}7} \approx -\ln 0{,}714 \approx 0{,}337.$$

Funkcijos sąvokos žinių gyvavimo ciklo modelio penktosios fazės išraiška:

$$G(t) = 0{,}7 \exp(-0{,}337(t-16)).$$

Aprašant trečiąją – žinių tvirtėjimo – fazę kokybiškai, buvo pasakyta, kad šiame tarpsnyje reiškiasi žinių vystymosi savistabda. Tuo remiantis, trečiosios fazės matematinį modelį galima aprašyti savistabdos reiškinį atitinkančia logaritmine priklausomybe:

$$\mathrm{G}(\mathrm{t})=\mathrm{G}_3\ln(\mathrm{a}_3 t).$$

Tokia išraiška trečiosios fazės modelis užrašomas bendrojoje žinių teorijoje. Funkcijos sąvokos žinių gyvavimo ciklo modelyje vietoje konstantos G_3 imama konstanta g , kuri surandama sprendžiant lygčių sistemą. Taigi trečiosios fazės modelis užrašomas tokia išraiška:

$$\mathrm{G}(\mathrm{t})=\mathrm{g}\ln(\mathrm{a}_3(t+5)).$$

Trečiosios fazės pradžioje, kai $t=-4$, turime:

$$G(-4)=g\ln a_3=G_3\,.$$

Trečiosios fazės pabaigoje, kai $t=15$, turime:

$$G(15)=g\ln(20a_3)=G_4\,.$$

Išsprendžiame lygčių sistemą ir surandame konstantas a_3 ir g :

$$\begin{cases} g\ln a_3=G_3\,, \\ g\ln(20a_3)=G_4\,. \end{cases}$$

$$\frac{\ln a_3}{\ln(20a_3)}=\frac{G_3}{G_4}\,,$$

$$\frac{\ln a_3}{\ln 20+\ln a_3}=\frac{G_3}{G_4}\,,$$

$$G_4\ln a_3=G_3\ln 20+G_3\ln a_3\,,$$

$$(G_4-G_3)\ln a_3=G_3\ln 20\,,$$

$$\ln a_3=\frac{G_3\ln 20}{G_4-G_3}\,,$$

$$a_3=\exp\left(\frac{G_3\ln 20}{G_4-G_3}\right).$$

Šiame modelyje, kaip matyti iš brėžinio, $G_3=0{,}9\,, G_4=1$. Taigi:

$$a_3=\exp\left(\frac{0{,}9\ln 20}{1-0{,}9}\right)\approx\exp\left(\frac{2{,}696}{0{,}1}\right)=\exp(26{,}96)\approx 5{,}112\cdot 10^{11}\,.$$

$$g = \frac{G_3}{\ln a_3},$$

$$g = \frac{0{,}9}{\ln 5{,}112 \cdot 10^{11}} = \frac{0{,}9}{26{,}96} \approx 0{,}033.$$

Funkcijos sąvokos žinių gyvavimo ciklo modelio trečiosios fazės išraiška:

$$\mathrm{G(t)} = 0{,}033 \ln\left(5{,}112 \cdot 10^{11}(t+5)\right).$$

Nagrinėjant kitų fazių matematinius modelius, apsiribojama vien jų bendro pavidalo nustatymu.

Lig šiol žinių gyvavimo ciklas buvo nagrinėjamas integraliniu lygiu. Dabar pereinama prie diferencialinio lygio. Diferencialiniai modeliai sudaromi imant anksčiau įvestas analizines priklausomybes ir nagrinėjant jas kaip atitinkamų diferencialinių lygčių sprendinius. Išnagrinėkime antrosios fazės – laisvo žinių augimo – diferencialinį modelį.

Iš (1) lygties galima pastebėti, kad ją atitinka tokia diferencialinė lygtis:

$$G'(t) = a_2 G_2 \exp(a_2 t) = a_2 G(t),$$

$$\frac{dG}{dt} = a_2 G.$$

Tokia lygtis yra antrosios fazės - laisvo augimo fazės modeliui bendrojoje žinių teorijoje. Funkcijos sąvokos žinių gyvavimo ciklo modelyje lygtis tokia:

$$G'(t) = a_2 G_2 \exp\left(a_1 (t+5)\right) = a_2 G(t),$$

$$\frac{dG}{dt} = a_2 G.$$

$$G'(t) = 1{,}097 \cdot 0{,}3 \exp(1{,}097(t+5)) = 1{,}097 G(t),$$

$$\frac{dG}{dt} = 1{,}097 G.$$

Šia lygtimi aprašomą žinių kiekio kitimo dėsningumą galima suformuluoti taip:

laisvo augimo fazėje žinių kiekio kitimo greitis $\frac{dG}{dt}$ *yra tiesiog proporcingas esamam žinių kiekiui* G.

Labai panašus, formaliu požiūriu, į išnagrinėtą yra penktosios ciklo fazės diferencialinis modelis. Iš penktosios fazės lygties (2) galima pastebėti, kad ją taip pat galima nagrinėti kaip diferencialinės lygties sprendinį. Ši diferencialinė lygtis užrašoma taip:

$$G'(t) = -a_5 G_5 \exp(-a_5 t) = -a_5 G(t),$$

$$\frac{dG}{dt} = -a_5 G.$$

Tokia lygtis yra penktosios fazės - laisvo senėjimo fazės modeliui bendrojoje žinių teorijoje. Funkcijos sąvokos žinių gyvavimo ciklo modelyje lygtis tokia:

$$G'(t) = -a_5 G_5 \exp(-a_5(t-16)) = -a_5 G(t),$$

$$\frac{dG}{dt} = -a_5 G.$$

$$G'(t) = -0{,}337 \cdot 0{,}7 \exp(-0{,}337(t-16)) = -0{,}337 G(t),$$

$$\frac{dG}{dt} = -0{,}337 G.$$

Gauta diferencialine lygtimi išreiškiamą žinių kiekio kitimo dėsningumą galima suformuluoti taip:

laisvo senėjimo fazėje žinių kiekio mažėjimo greitis $\frac{dG}{dt}$ *yra tiesiog proporcingas išlikusiam žinių kiekiui* G.

Samprotaujant panašiai kaip antrosios bei penktosios fazės modelių sudarymo atvejais, sudaromas trečiosios fazės diferencialinis modelis:

$$G'(t) = G_3 \frac{a_3}{a_3 t} = \frac{G_3}{t},$$

$$\frac{dG}{dt} = \frac{G_3}{t}.$$

Tokia lygtis yra trečiosios fazės - žinių tvirtėjimo fazės modeliui bendrojoje žinių teorijoje. Funkcijos sąvokos žinių gyvavimo ciklo modelyje lygtis tokia:

$$G'(t) = g \frac{a_3}{a_3(t+5)} = \frac{g}{t+5},$$

$$\frac{dG}{dt} = \frac{g}{t+5}.$$

$$G'(t) = 0{,}033 \cdot \frac{5{,}112 \cdot 10^{11}}{5{,}112 \cdot 10^{11}(t+5)} = \frac{0{,}033}{t+5},$$

$$\frac{dG}{dt} = \frac{0{,}033}{t+5},$$

$$dG = 0{,}033 \frac{dt}{t+5}.$$

Gautoje lygtyje dG yra elementarus žinių prieaugis per laiko pokytį dt. Dydį $\frac{dt}{t+5}$ galima laikyti santykiniu elementaraus žinių kiekio įgijimo dažniu laikotarpiui nuo 0 iki $t+5$. Remiantis tokiais samprotavimais, gautąja lygtimi išreiškiamą dėsningumą galima užrašyti taip:

žinių tvirtėjimo fazėje jų prieaugis dG *yra tiesiog proporcingas santykiniam jų įgijimo dažniui* $\frac{dt}{t+5}$.

Likusių trijų fazių – pirmosios, ketvirtosios ir šeštosios diferencialiniai modeliai nenagrinėjami, nes jų integraliniai modeliai buvo apibrėžti tik žinių kiekio kitimo tendencijos lygiu. Diferencialiniams modeliams gauti reikėtų turėti jų analizines išraiškas.

1.6.Funkcijos sąvokos stangrių žinių modelis

Šiame modelyje nagrinėjamos žinios, kurios yra heksadinio žinių gyvavimo ciklo vidurinėje dalyje (žr. 13 pav.). Funkcijos sąvokos žinių gyvavimo ciklo modelyje taip pat nagrinėjame laikotarpį, kuris yra žinių gyvavimo ciklo vidurinėje dalyje, t.y. viduramžius. Aiškus supratimas apie funkciją pirmiausia ryškiai pasirodo viduramžių Europoje. Atskiro termino funkcijos sąvokai viduramžių matematikoje dar nebuvo. Todėl iškilo poreikis tai sąvokai atsirasti. Šių idėjų atsiradime lemiamą reikšmę turėjo mechaninių ir kinematinių idėjų sintezė. Kartu viduramžių mechanikoje pasirodo netolygaus judėjimo tyrinėjimų pavyzdžiai.

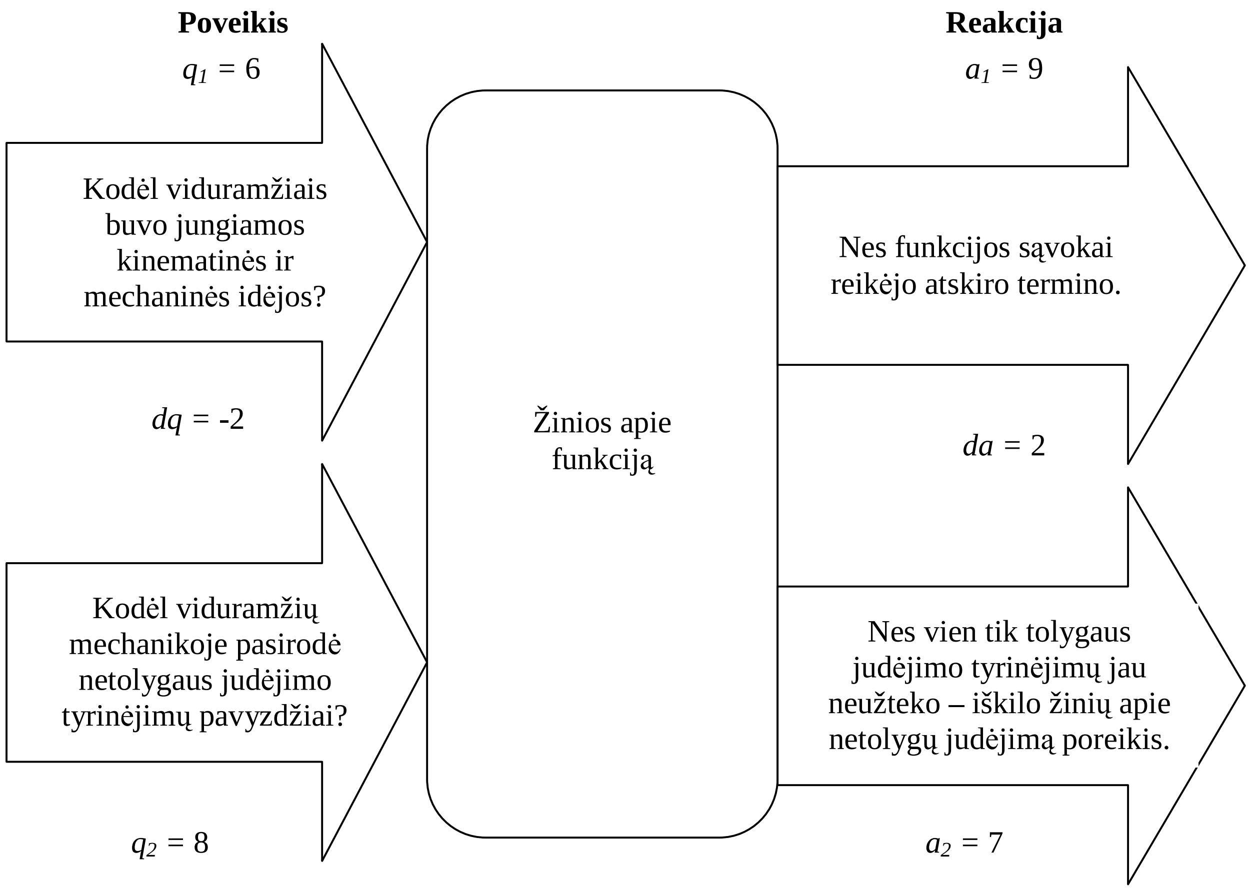
Išskirtame intervale imamas laiko momentas t^* ir pakankamai maža jo aplinka $t^* \pm \Delta t$. Šiame modelyje $t^* = 14$, $t^* \pm \Delta t = 15$, t.y., $[t^*, t^* \pm \Delta t] = [14, 15]$.

Sudaromas žinių stangrio reiškinio matematinis modelis. Šis modelis išreiškiamas diferencialine lygtimi, kuri aprašo stangrių žinių reakciją į išorinius poveikius. Išvedant lygtį, naudojamasi žinių stebėjimo schema, kuri pavaizduota 14 pav.

Laikoma, kad poveikis žinioms sudaromas atitinkamai suformuluojamais klausimais, o reakcija yra stebima atsakymuose į šiuos klausimus. Klausimų ir atsakymų aprašymui naudojami tam tikri dydžiai. Jais laikomi atitinkami semantinės informacijos kiekiai. Klausime esančios informacijos kiekis žymimas simboliu q, o atsakyme – simboliu a. Be šių dydžių, modeliui sudaryti reikia turėti ir jų elementarius pokyčius. Jie žymimi atitinkamai simboliais dq ir da. Klausimo informacijos elementarus pokytis dq laikomas poveikio žinioms dydžiu. T.y. daroma prielaida, kad žinios reaguoja būtent į informacijos pokytį dq, o ne į jos absoliutų dydį q. Pažymėjus šių klausimų informacijos kiekius simboliais q_1 ir q_2, poveikis dq gali būti išreiškiamas skirtumu

$$dq = q_1 - q_2 .$$

Funkcijos sąvokos modelyje $dq = q_1 - q_2 = 6 - 8 = -2$.



14 pav. Stangrių žinių stebėjimo schema

Taip sudarant poveikį dq, žinių reakcija į jį gali būti stebima kaip atsakymų į klausimus pokytis. Jį galima išreikšti šių atsakymų informacijos kiekių skirtumu

$$da = a_1 - a_2 ,$$

čia a_1 - pirmojo, a_2 - antrojo atsakymo informacijos kiekis.

Funkcijos sąvokos modelyje $da = a_1 - a_2 = 9 - 7 = 2$.

Buvo padaryta prielaida, kad stangrių žinių reakcija į be galo mažus poveikius yra taip pat be galo mažas dydis. Naudojantis įvestais žymėjimais, stangrių žinių lygtis išreiškiama pavidalu:

$$dq = -L\frac{da}{a},$$

čia L – proporcingumo koeficientas, charakterizuojantis esminę nagrinėjamų žinių savybę – jų lankstumo dydį.

Stangrių žinių lygtį galima perrašyti kitu pavidalu. Tuo tikslu įvedamas žymėjimas

$$a_s = \frac{da}{a}.$$

Dydis a_s vadinamas santykiniu žinių pokyčiu. Naudojant santykinio žinių pokyčio išraišką, stangrių žinių lygtį galima užrašyti tokiu pavidalu:

$$dq = -La_s.$$

Šia lygtimi išreiškiamą priklausomybę galima suformuluoti taip:

stangrių žinių santykinis pokytis yra tiesiog proporcingas poveikio joms dydžiui.

Iš modelį aprašančios lygties galima išreikšti proporcingumo koeficientą L:

$$L = -\frac{dq}{\frac{da}{a}}.$$

Vietoje dq imamas Δq, vietoje $da - \Delta a$, t.y. vietoje elementariųjų, imami bet kurie pokyčiai. Jei nagrinėjamas atsakymo informacijos pokytis $\Delta a = a$, gaunama

$$L = -\Delta q.$$

Nagrinėjamame modelyje:

$$L = -\Delta q = -dq = -(-2) = 2.$$

Greta lankstumo koeficiento naudotinas ir atvirkščias jam dydis. Jis pažymimas simboliu S.

$$S = \frac{1}{L}.$$

Nagrinėjamame modelyje:

$$S = \frac{1}{L} = \frac{1}{2}.$$

Tai žinių tvirtumo (stiprumo) dydis. Šis parametras išreiškia stangrių žinių gebą priešintis išoriniams poveikiams. Naudojant žinių tvirtumo parametrą S, stangrių žinių lygtis gali būti užrašoma taip:

$$dq = -\frac{da}{Sa}.$$

Iš šios lygties matosi, kad kuo didesnis žinių tvirtumas S, tuo mažesnė jų reakcija. Pagal pavidalą ir išvedimo būdą – stebint žinių reakciją į elementarius poveikius – šią lygtį galima vadinti diferencialinio lygio modeliu.

Nagrinėjamame modelyje:

$$Sa = -\frac{da}{dq},$$

$$a = -\frac{da}{Sdq} = -\frac{2}{\frac{1}{2}\cdot(-2)} = 2.$$

Galima naudoti ir kitą stangrių žinių modelio pavidalą – integralinį. Visuminę žinių reakciją aprašančią lygtį galima gauti integruojant anksčiau išvestą diferencialinę lygtį

$$\int dq = \int -\frac{Lda}{a}.$$

Gausime

$$q = -L\ln a + C,$$

čia C - integravimo konstanta, o q - klausimuose esančios informacijos kiekis.

Nagrinėjamame modelyje:

$$q = -L\ln a + C = -2\ln 2 + C.$$

2. BENDROJO ŽINIŲ VAIZDAVIMO SCHEMOS IR BŪDAI

2.1. Žinių struktūrinis modeliavimas

Kodėl reikalingas žinių vaizdavimas? Tai tyrinėjo daug mokslininkų. D.Hestenes („Wherefore a science of teaching?“, 1979) teigė, kad yra keletas mokymo būdų. Jis susidomėjo mokymo būdu, kuris pagrįstas kognityvine psichologija (kognityvus - pažinimo). Šis mokymo būdas turi dvi pagrindines vystymosi kryptis. D.Hestenes šias dvi kryptis pavadino taip: informacinės vyksmo sistemos ir vystymosi psichologija. D.Hestenes pasiūlė keturias veiklas, kurios prisideda prie mokymo mokslo:

- Struktūrinė analizė.
- Metodologinė analizė.
- Medžiagos studijavimas ir mokymo plano (programos) analizė.

- Šių kriterijų modeliavimas ir testavimas, bei alternatyvių modelių palyginimas.

Yra mokslininkų, kurie teigia, kad mokymą galima apibrėžti kaip schemų kūrimą. Jie teigia, kad mokinys (besimokantysis) bet kuriame mokymosi etape turi tam tikrą suvokimą apie schemas. Yra svarbu (norint naudoti schemas mokyme, t.y. vaizduoti žinias) tokį mokymo būdą tinkamai organizuoti, kad toks mokymas būtų sistemingas (metodiškas). Esmė yra ne tame, ar besimokantysis gali mokytis, t.y. ką nors išmokti, o ar mokymas gali būti suplanuotas taip, kad padėtų besimokančiajam efektyviau ir veiksmingiau įsisavinti mokomąją medžiagą. Mokslinės žinios yra dviejų rūšių: deklaratyviosios žinios („žinoti tai“) ir procedūrinės žinios („žinoti kaip“). Deklaratyviosios žinios (teorijos, modeliai, aiškinamosios empirinės žinios (duomenys, faktai) ir t.t.) paprastai yra būdingos tiksliesiems mokslams. Jos išreikštos sąvokomis ir tvirtinimais. Šios žinios yra pabrėžiamos D.P.Ausubel („The psychology of meaningful verbal learning“, 1963) teorijoje. Procedūrinės žinios – tai bandymai; tokiose žiniose yra svarbu grįžtamasis ryšys. Šios žinios akcentuojamos J.Piaget teorijoje. Kaip teigia D.Hestenes, trūkstama grandis mokyme – pažinimo mokslo, žinių vaizdavimo ir mokymo teorijos sujungimas į visumą. Taigi reikia sujungti procedūrines ir deklaratyviąsias žinias.

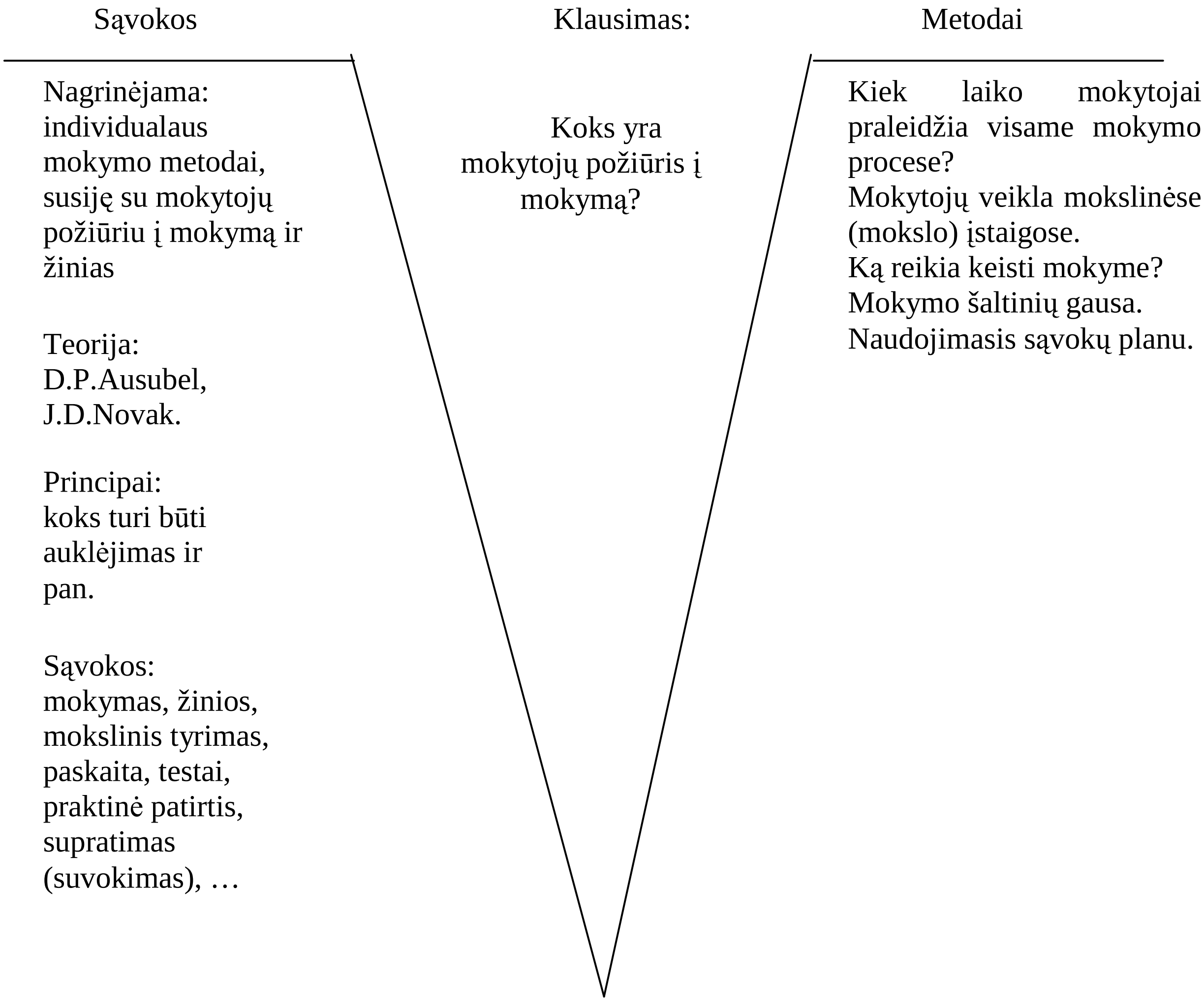
Nagrinėjant elementarų pavyzdį, kaip išmokyti sportininką mesti diską, paaiškėja bendras būdas, kaip mokyti (galimas pritaikymas bet kokiai sričiai). Reikalaujama pradinės schemos, kuri leistų sportininkui suvokti elementarias sąvokas: „stovėsena”, „disko laikymas rankoje”, „rankos judesys”, „disko metimas”. Toliau seka bandymai, kurių tikslas – “nusviesti diską kuo toliau”. Vėliau jau mokoma meistriškumo. Sportininkas pasirenka sau tinkamiausią variantą.

Viskas panašiai vyksta ir mokyme bendrąja prasme: pradinės sąvokos, kartojimas, žinių tobulinimas, papildymas ir pan.

2.2. Keletas metakognityvinių įrankių

Vee schema. Vee schemos puikiai tinka mokslinių brėžinių patobulinimui, padeda rašant mokslinius straipsnius, padeda (moko) mokyti, taip pat padeda besimokančiajam suvokti žinių struktūrą. Šios schemos turi „V” raidės pavidalą. Trys pagrindinės schemos dalys: „mąstymas” – sąvokos, „veikimas” – metodai, klausimas (abi tos pusės padeda atsakyti į šį klausimą).

Pateikta Vee schema (žr. 1 schemą), kuri parodo mokytojų (žmonių, kurie moko) požiūrį į mokymą. Iškeliamas klausimas: koks yra mokytojų požiūris į mokymą? Į iškeltą klausimą padeda atsakyti dvi schemos pusės: sąvokos ir metodai.

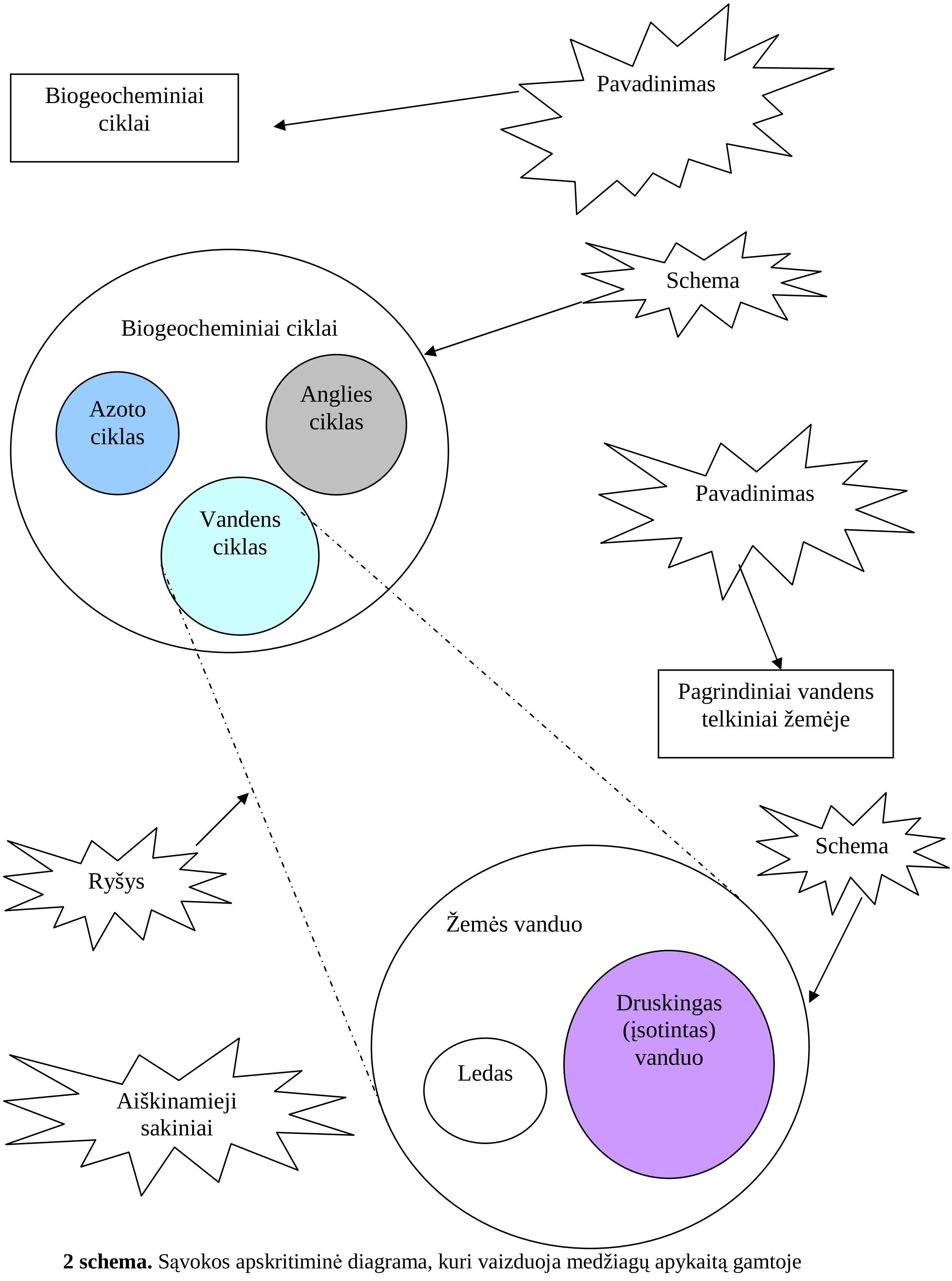


1 schema. Vee schema, kuri parodo mokytojų (žmonių, kurie moko) požiūrį į mokymą

Sąvokos apskritiminė diagrama. Sąvokos apskritiminių diagramų technika sugalvota remiantis D.P.Ausubel – J.D.Novak – D.B.Gowin teorija. Apskritiminės diagramos esmė – žinių vaizdavimas pasitelkiant geometrines figūras. Iš schemos šifruojami ryšiai tarp dalyvaujančių sąvokų. Apskritimų skaičius schemoje – 5 arba mažiau. Schemos gali būti spalvinamos atitinkamomis spalvomis.

Šias schemas sukūrė J.H.Wandersee („Concept mapping and the cartografy of cognition“, 1990). Jo tikslai buvo: pavaizduoti sąvokos prigimtį, ieškoti ryšių tarp sąvokų, paruošti mokinius sąvokų žemėlapiui.

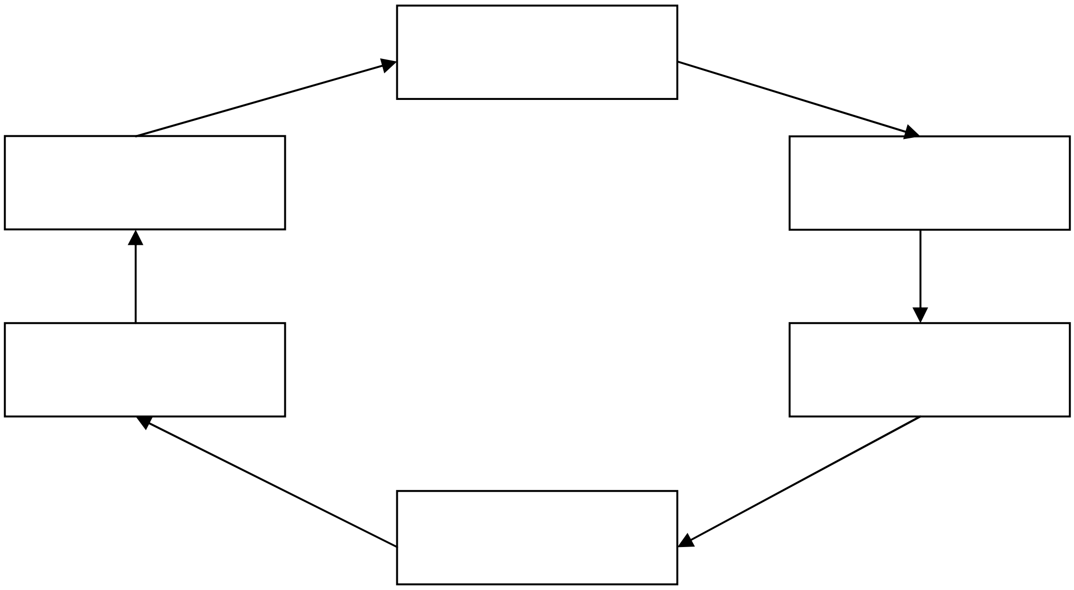
Pateikta sąvokos apskritiminė diagrama (žr. 2 schemą), kuri vaizduoja medžiagų apykaitą gamtoje.



2 schema. Sąvokos apskritiminė diagrama, kuri vaizduoja medžiagų apykaitą gamtoje

Sąvokų žemėlapis. „Žemėlapyje" sukurtas vaizdas turi atitikti tikrąjį vaizdą. Kaip teigia J.D.Novak ir D.B.Gowin, naujų žinių kūrimas prasideda nuo tam tikrų įvykių arba jau žinomų objektų stebėjimo. Čia „įvykis" – bet kas, kas vyksta ar gali įvykti, t.y., karai, žaibas, mokymas ir t.t., o „objektas" – bet kas, kas jau egzistuoja ir gali būti stebimas, t.y., namas, šuo ir t.t. Sąvokų žemėlapis – tai schema, vaizduojanti sąvokos reikšmių konstravimą. Sąvokų žemėlapis sudaromas hierarchiškai: svarbesnės sąvokos yra žemėlapio viršuje, mažiau svarbios – apačioje; sąvokos sujungtos tarpusavyje. Pavyzdžiai taip pat gali būti įtraukiami į sąvokų žemėlapius.

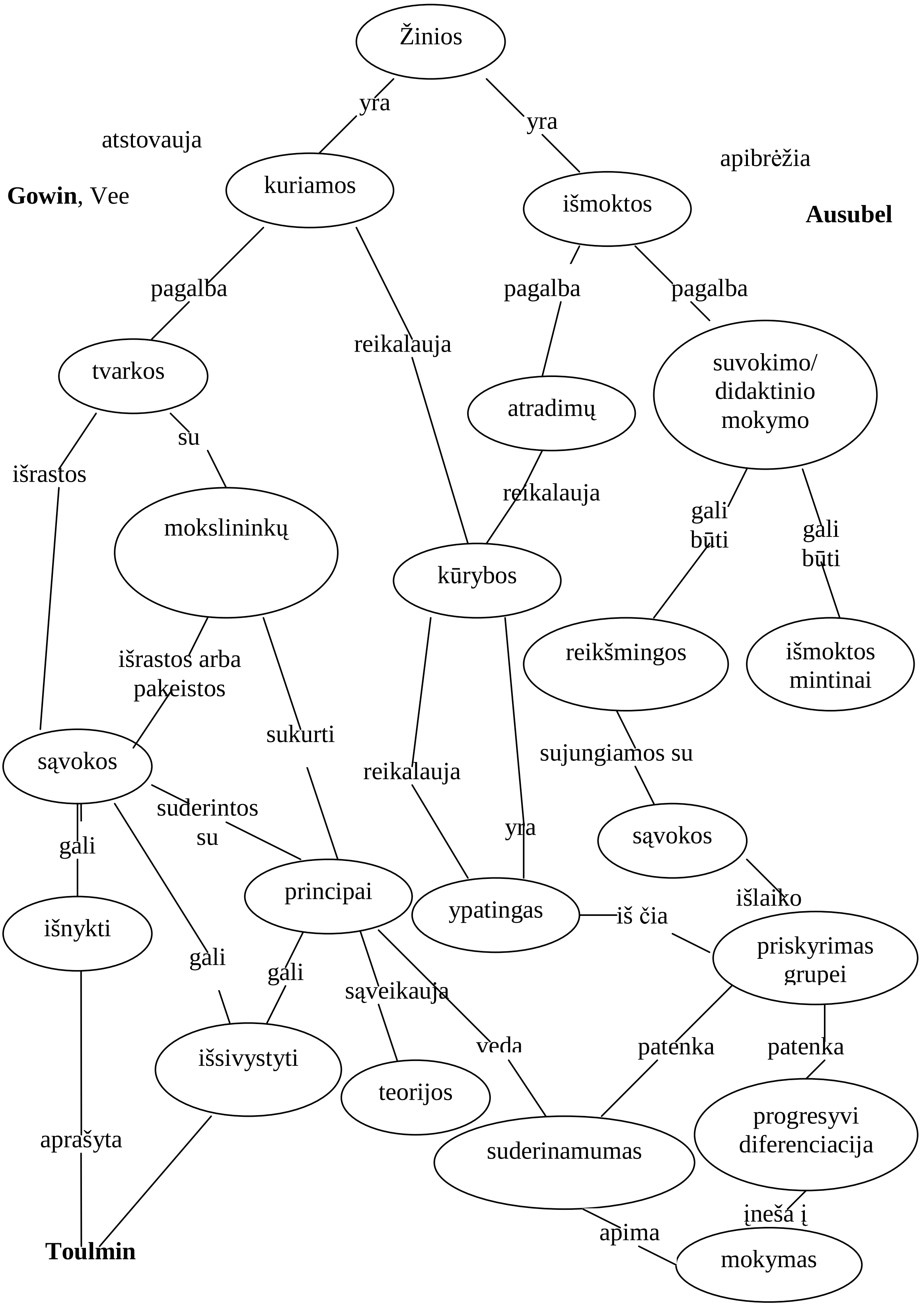
Sąvokos žemėlapio schema pavaizduota 3 schemoje.



3 schema. Sąvokos žemėlapio schema

Nors sąvokų žemėlapis atrodo gana paprastas, juos kurti yra gana sudėtinga. Dažnai nelengva rasti reikšmingus jungiančiuosius žodžius, pažymėti sąvokų ryšio linijas ir pan. Sąvokų žemėlapiai yra gana dažnai naudojami, pvz., vadovėliuose, mokytojų knygose ir pan. Jie padeda moksleiviams suprasti, kas yra svarbiausia pavaizduotose žiniose.

Pateiktas sąvokų žemėlapio pavyzdys (žr. 4 schemą), kuris vaizduoja sąvoką „žinios".



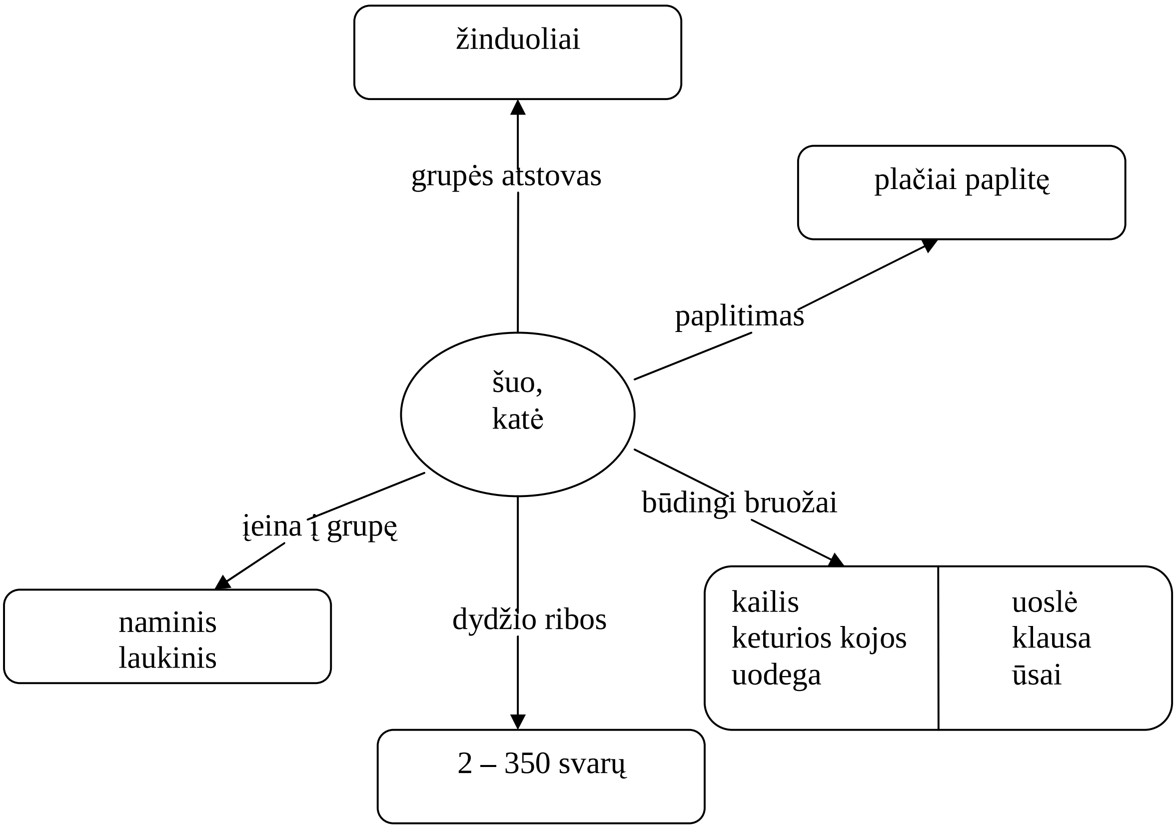
4 schema. Sąvokų žemėlapis, kuris vaizduoja sąvoką „žinios”

Semantinis tinklas. Semantinis tinklas yra terminas, kurį sugalvojo T.Berners-Lee, ir kuris reiškia ateities interneto tinklą kaip globalią duomenų bazę. Semantinio tinklo infrastruktūra leistų tiek žmonėms, tiek mašinoms daryti sprendimus kaip kategorizuoti informaciją ir ją panaudoti. Į architektūrinius elementus įeina semantika (elementų pavadinimai), struktūra (elementų hierarchija) ir sintaksė (bendravimas).

Semantinis tinklas skiriasi nuo sąvokų žemėlapio. Semantiniai tinklai dažniausiai vaizduojami kompiuteriu. Čia kiekviena sąvoka gali būti sujungta su daugeliu kitų, ryšiai yra “bi - krypčiai”. Gali būti panaudoti paveikslai, garsas ir tekstas. Dažnai tai būna erdvinis vaizdas. Semantiniai tinklai gali būti naudojami mokantis savarankiškai.

Kuriant semantinį tinklą, reikia patirties ir tam tikro suvokimo apie vaizduojamą sąvoką. Sąvoka yra suvokiama nagrinėjant jos ryšius su kitomis sąvokomis. Semantiniame tinkle kiekvienas ryšys tarp bet kokių dviejų sąvokų turi “vardą”. Tas “vardas” nebūtinai turi būti tikslus, bet jis turi tiksliai nurodyti tą ryšį tarp dviejų sąvokų. Galima sakyti, kad tai yra sunkiausias žingsnis kuriant semantinius tinklus.

Semantiniai tinklai pradedami nagrinėti iš centro – čia yra pagrindinė sąvoka. Pateiktas semantinio tinklo pavyzdys(žr. 5 schemą). Ši schema tinka tiek šuns, tiek katės sąvokai pavaizduoti.



5 schema. Semantinis tinklas, kuris vaizduoja šuns ir katės sąvoką

2.3. Funkcijos sąvokos vaizdavimas

Vee schema. Šeštojoje schemoje (žr. 6 schemą) pavaizduota Vee schema, kuri padeda suvokti, kas yra funkcija. Trys pagrindinės schemos dalys: „mąstymas” – sąvokos; „veikimas” – metodai; klausimas, į kurį padeda atsakyti „mąstymas“ ir „veikimas“.

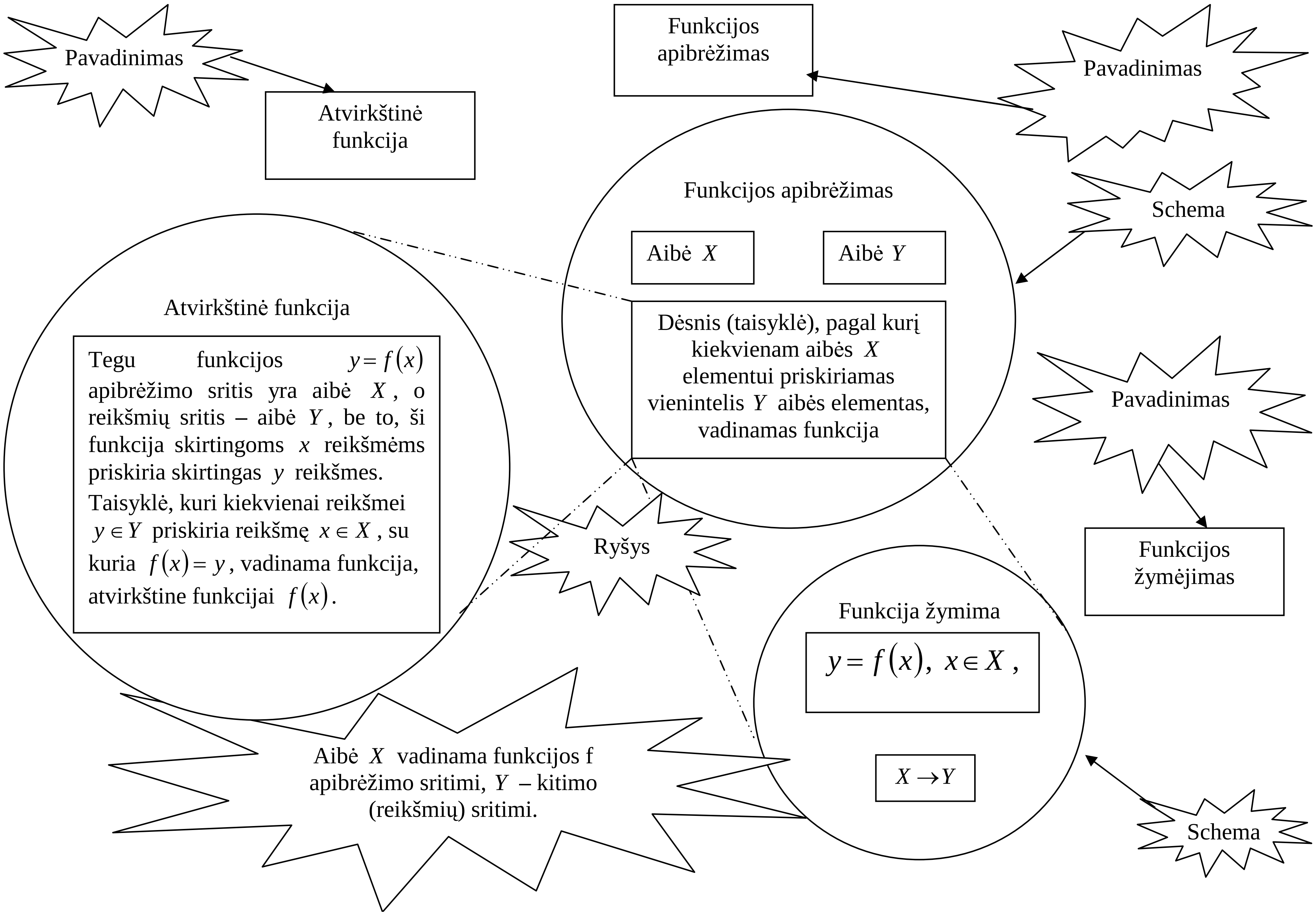
Šioje Vee schemoje iškeltas klausimas – „Ką vadiname funkcija?“. Stengiantis atsakyti į šį klausimą pasitelkiami mokymo metodai, principai, sąvokos, susijusios su funkcijos sąvoka. „Veikimo pusėje“ esantys pagalbiniai klausimai padeda pažvelgti į funkcijos sąvokos raidą nuo pat jos atsiradimo iki „funkcijos“ termino pavartojimo.

Sąvokos	Klausimas	Metodai
Funkcijos sąvokos nagrinėjimas Principai: kaip paaiškinti, kas yra funkcija Sąvokos: aibė, aibės elementai, aibės elementų atitiktis, funkcijos apibrėžimo sritis, funkcijos reikšmių sritis, lyginė funkcija, nelyginė funkcija, periodinė funkcija, funkcijos periodas, ...	Ką vadiname funkcija?	Kada randamos pirmosios supratimo apie funkciją užuomazgos? Funkcijos sąvokos raida. Kas pirmasis pavartojo matematinį terminą „funkcija“? Funkcijos žymėjimas. Šaltinių gausa.

6 schema. Vee schema funkcijos sąvokai

Sąvokos apskritiminė diagrama. Žinioms vaizduoti galima naudoti įvairias geometrines figūras. Sąvokos apskritiminės diagramos esmė – žinių vaizdavimas pasitelkiant geometrines figūras. Iš schemos šifruojami ryšiai tarp dalyvaujančių sąvokų. Sąvokos apskritimine diagrama stengiamasi pavaizduoti sąvokos prigimtį, ieškomi ryšiai tarp sąvokų. Taip pat sąvokos apskritiminė diagrama besimokantįjį paruošia sąvokų žemėlapiui.

Septintojoje schemoje (žr. 7 schemą) pavaizduota sąvokos apskritiminė diagrama, kuri parodo ryšį tarp funkcijos apibrėžimo, funkcijos žymėjimo ir atvirkštinės funkcijos. Funkcijos sąvoka susijusi su tos funkcijos žymėjimu. Juk kol neišsiaiškinta kas yra funkcija, dar negalima kalbėti apie funkcijos žymėjimą. O kai jau žinoma, kas yra funkcija, jau galima kalbėti ir apie jos atvirkštinę funkciją.



7 schema. Sąvokos apskritiminė diagrama, parodanti ryšį tarp funkcijos apibrėžimo, funkcijos žymėjimo ir atvirkštinės funkcijos

Sąvokų žemėlapis. Sąvokų žemėlapis – tai schema, vaizduojanti sąvokos reikšmių konstravimą. Sąvokų žemėlapis sudaromas hierarchiškai: svarbesnės sąvokos yra žemėlapio viršuje, mažiau svarbios – apačioje; sąvokos sujungtos tarpusavyje. Pavyzdžiai taip pat gali būti įtraukiami į sąvokų žemėlapius. Šios schemos padeda moksleiviams suprasti, kas yra svarbiausia vaizduojamose žiniose.

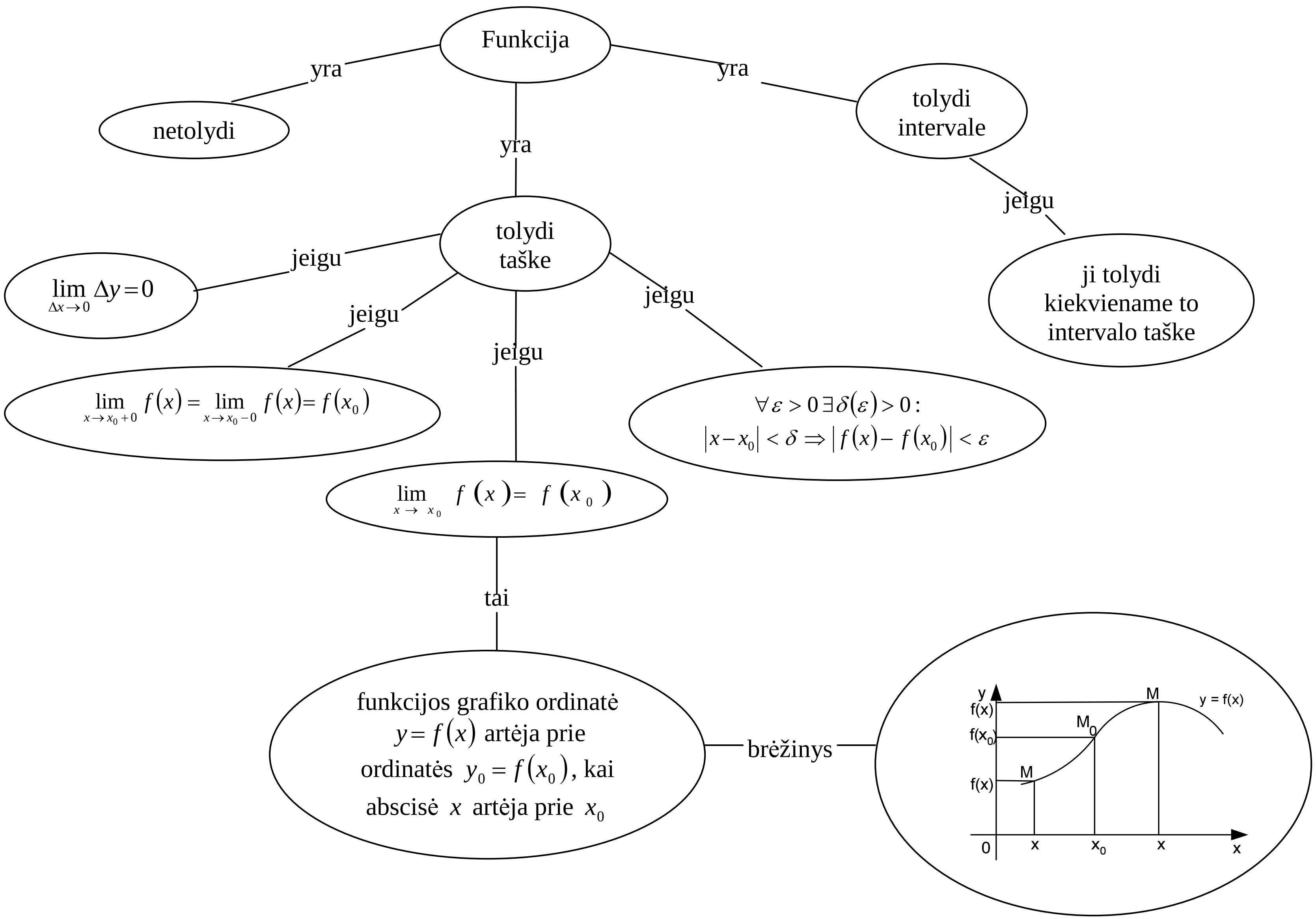
Aštuntojoje schemoje (žr. 8 schemą) pateiktas sąvokos žemėlapis, vaizduojantis tolydžiosios funkcijos sąvokos konstravimą. Pradedama nuo funkcijų skirstymo į netolydžiąsias, tolydžiąsias taške ir tolydžiąsias intervale funkcijas. Toliau schemoje pateikiami tolydžiosios taške funkcijos apibrėžimai. Schema užbaigiama tolydžiosios funkcijos grafiku.

Devintojoje schemoje (žr. 9 schemą) pateiktas sąvokos žemėlapis, kuris vaizduoja sąvoką „funkcija”.

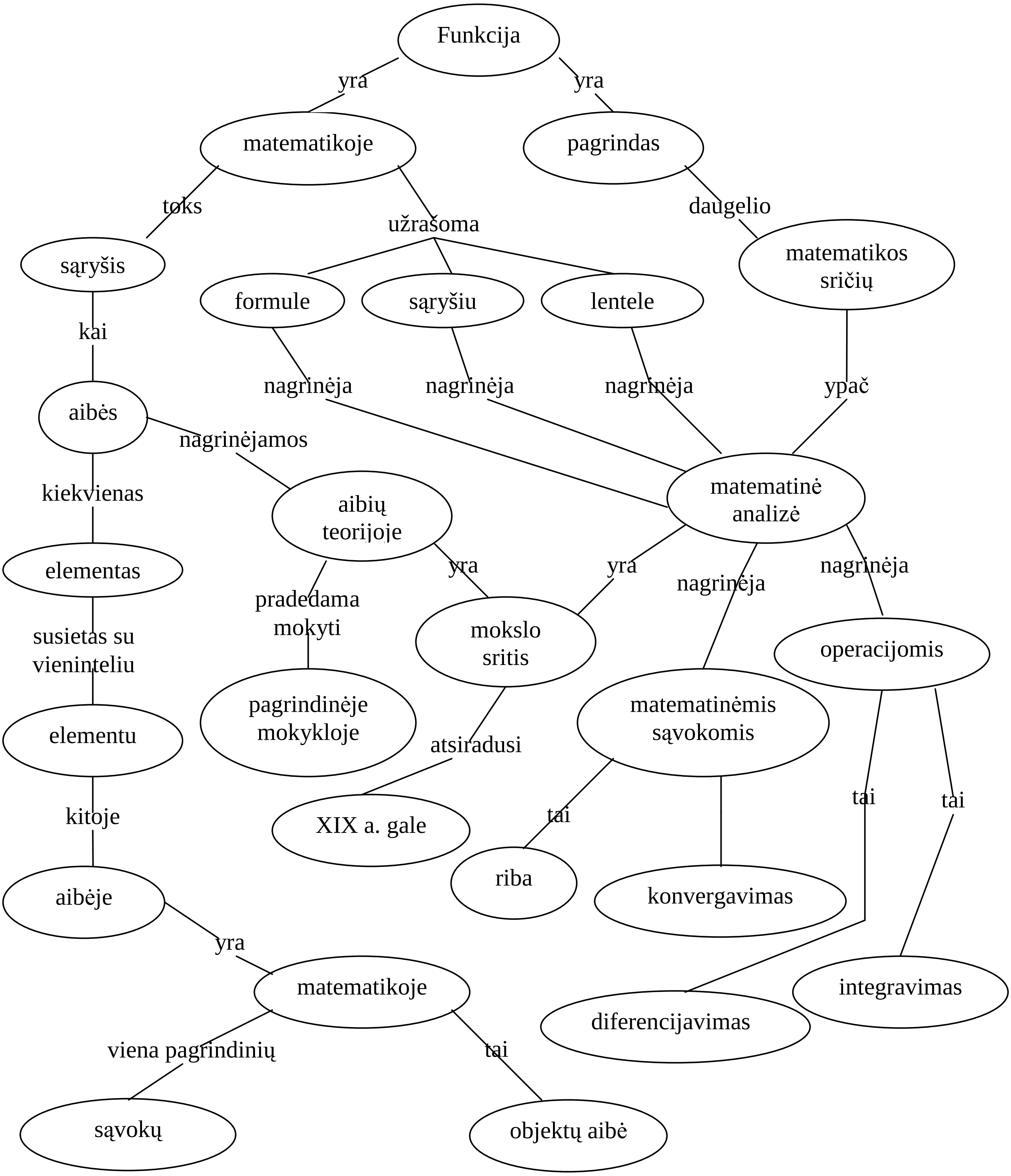
Semantinis tinklas. Semantinis tinklas skiriasi nuo sąvokų žemėlapio. Semantiniame tinkle gali būti panaudoti paveikslai, garsas ir tekstas. Dažnai tai būna erdvinis vaizdas. Sąvoka yra suvokiama nagrinėjant jos ryšius su kitomis sąvokomis. Semantiniai tinklai gali būti naudojami mokantis savarankiškai.

Dešimtojoje schemoje (žr. 10 schemą) pateiktas semantinis tinklas, kuris padeda suvokti, kas yra funkcija. Iš šios schemos galima matyti, kokia matematikos sritis nagrinėja funkcijas, kada pirmą kartą buvo pavartota sąvoka „funkcija“; schemoje pateikiamas funkcijos apibrėžimas, funkcijos žymėjimas, taip pat keletas sąvokų, susijusių su funkcija.

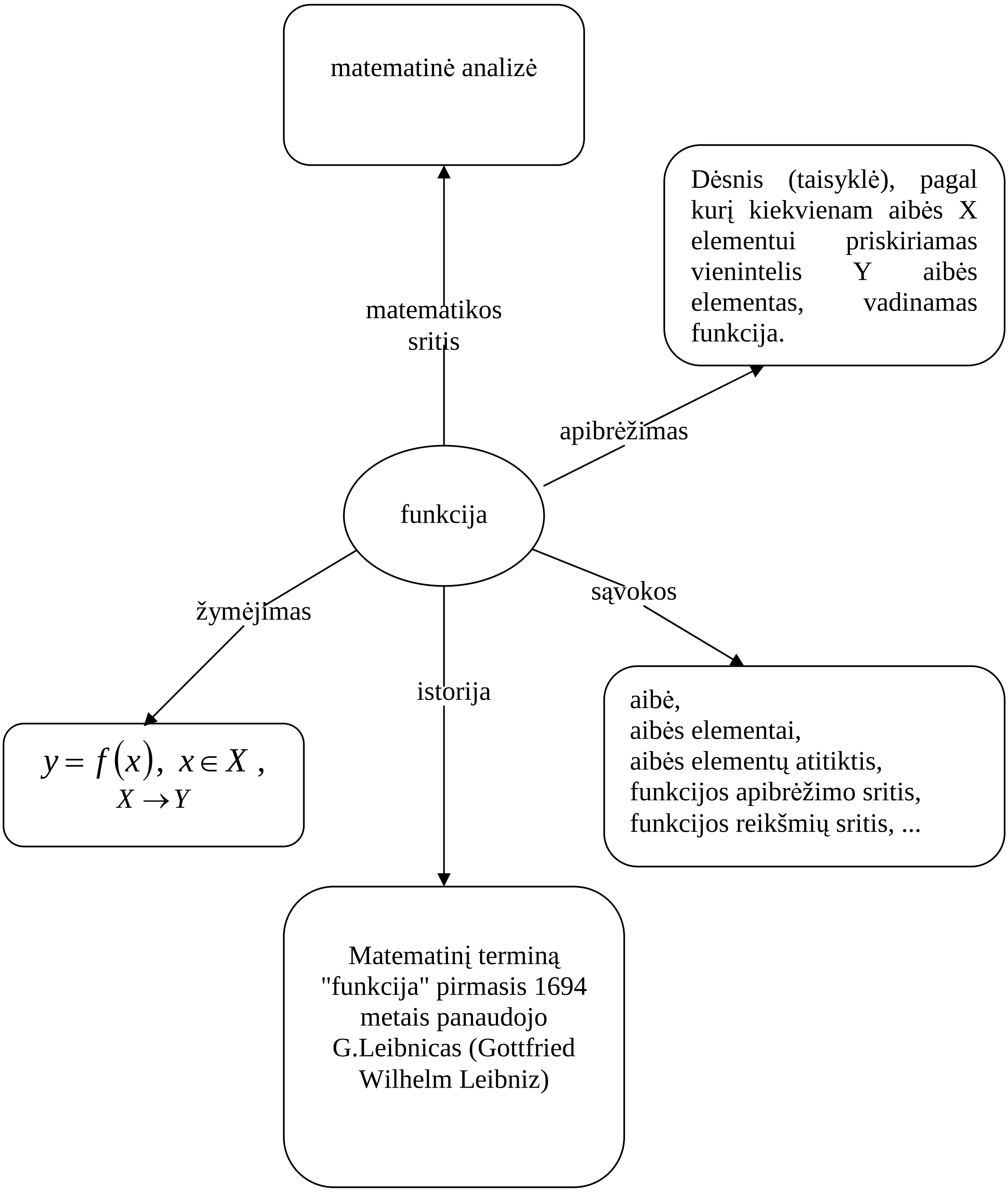
Vienuoliktoje schemoje (žr. 11 schemą) pateiktas semantinis tinklas, kuriame vaizduojamos elementariosios funkcijos: pateikiami laipsninės, rodiklinės, logaritminės ir trigonometrinių funkcijų apibrėžimai bei jų grafikų pavyzdžiai.



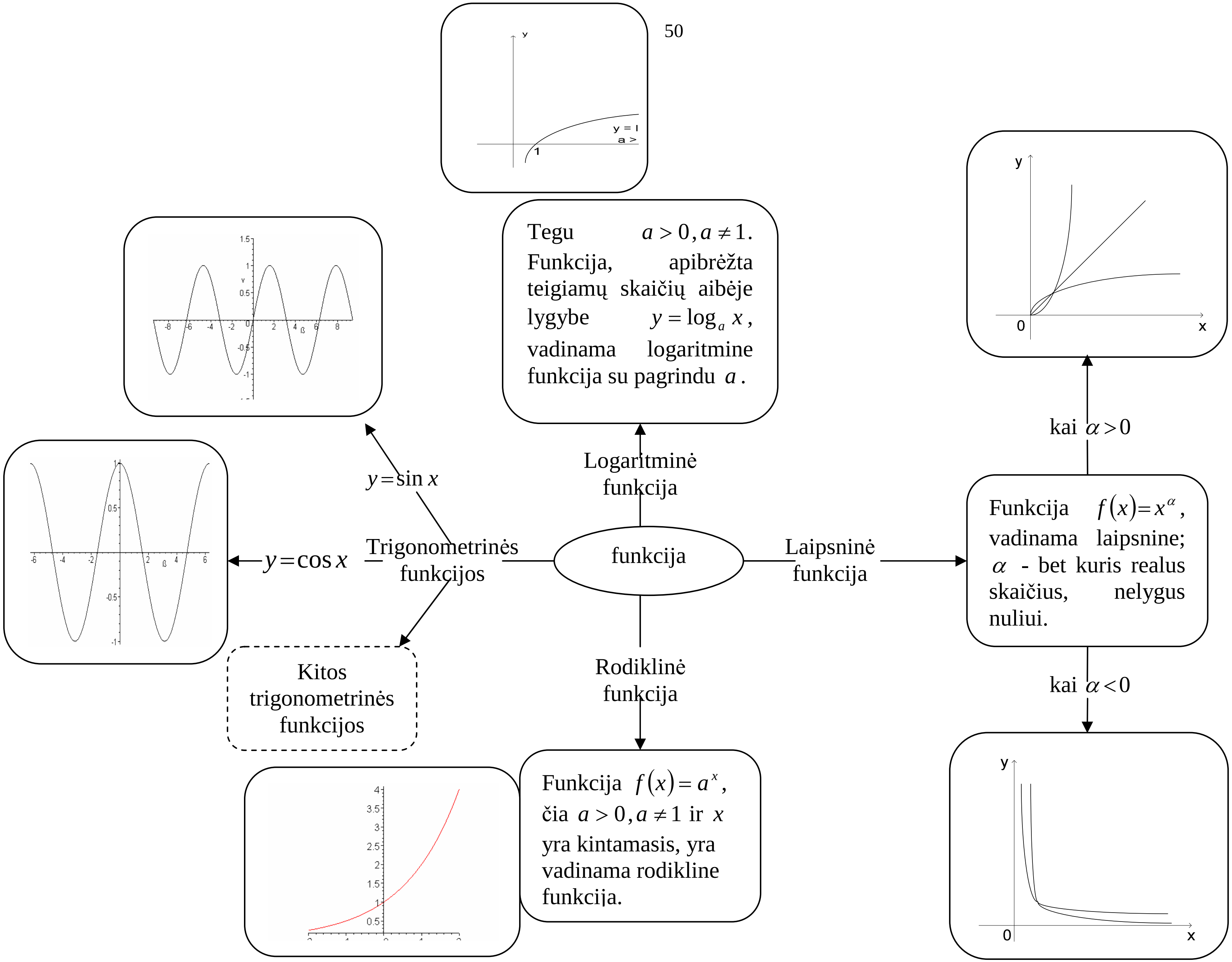
8 schema. Sąvokos žemėlapis, kuris vaizduoja tolydžiosios funkcijos sąvokos konstravimą



9 schema. Sąvokos žemėlapis, kuris vaizduoja sąvoką „funkcija"



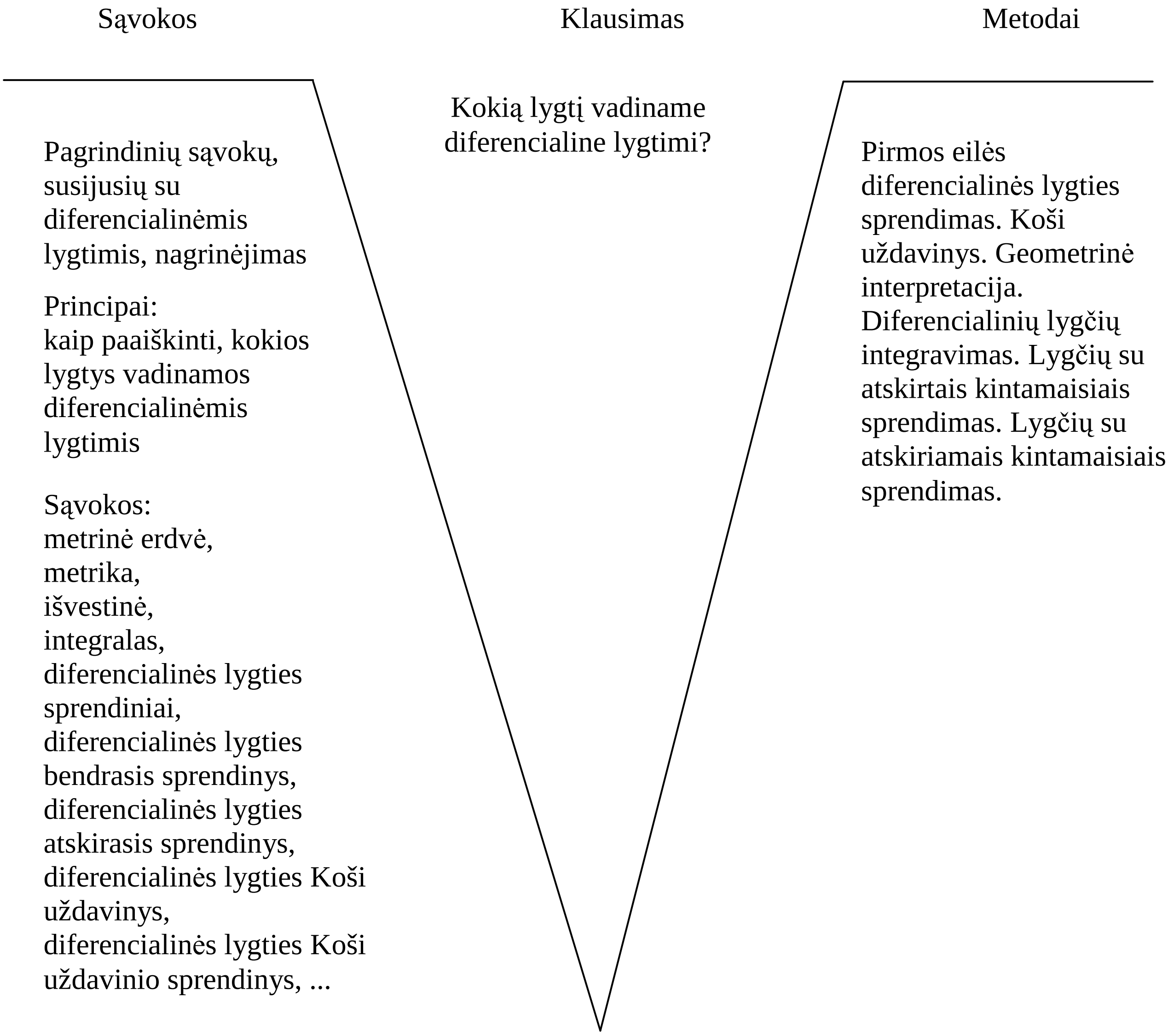
10 schema. Semantinis tinklas, kuris padeda suvokti, kas yra funkcija



11 schema. Semantinis tinklas, vaizduojantis elementariąsias funkcijas

2.4. Diferencialinės lygties sąvokos vaizdavimas

Vee schema. Dvyliktoje schemoje (žr. 12 schemą) pavaizduota Vee schema, kuri padeda suvokti, kas yra diferencialinė lygtis. Šioje Vee schemoje iškeltas klausimas – „Kokią lygtį vadiname diferencialine lygtimi?“. Stengiantis atsakyti į šį klausimą pasitelkiami mokymo metodai, principai, sąvokos, susijusios su diferencialinė lygties sąvoka.

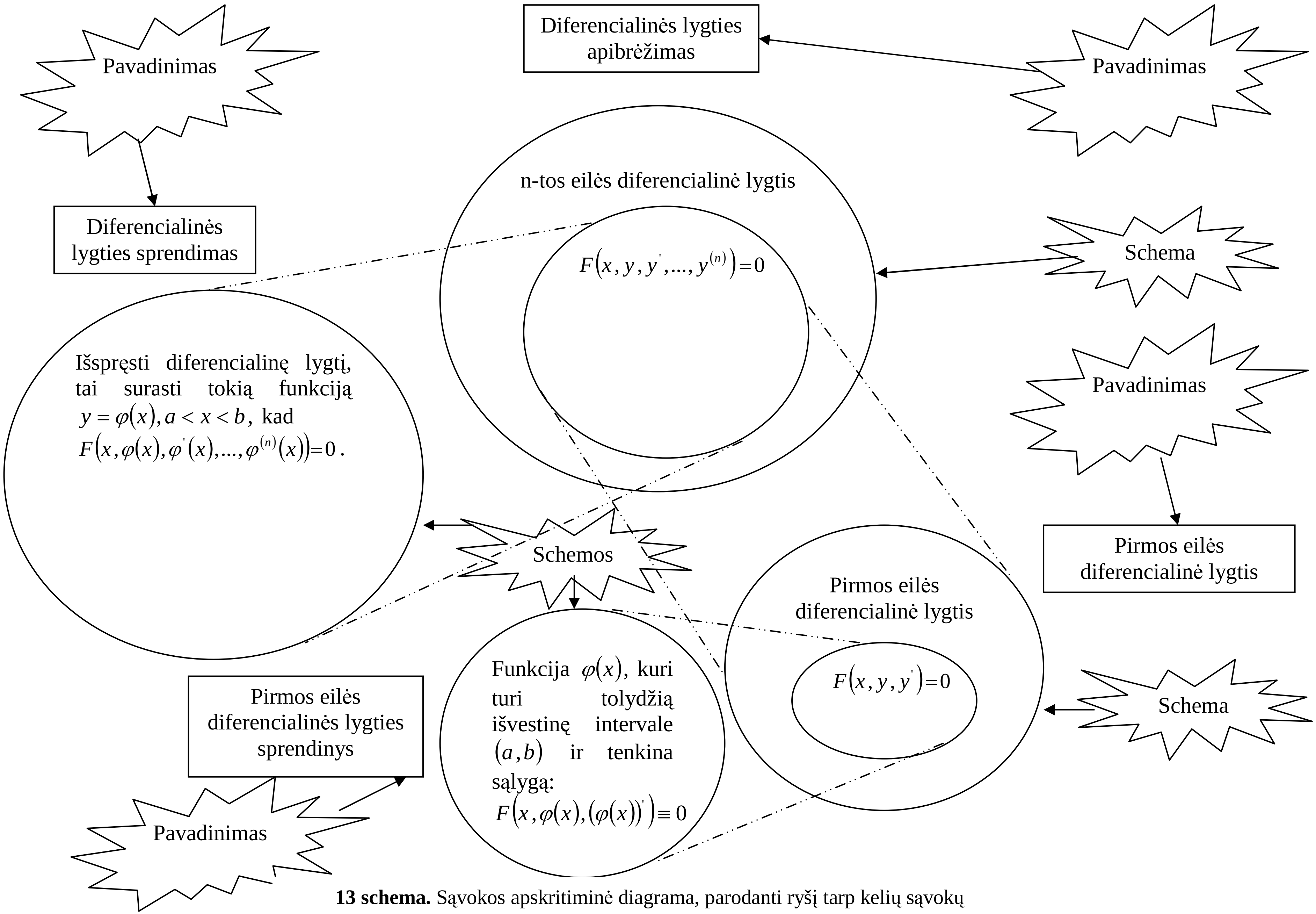


12 schema. Vee schema diferencialinės lygties sąvokai

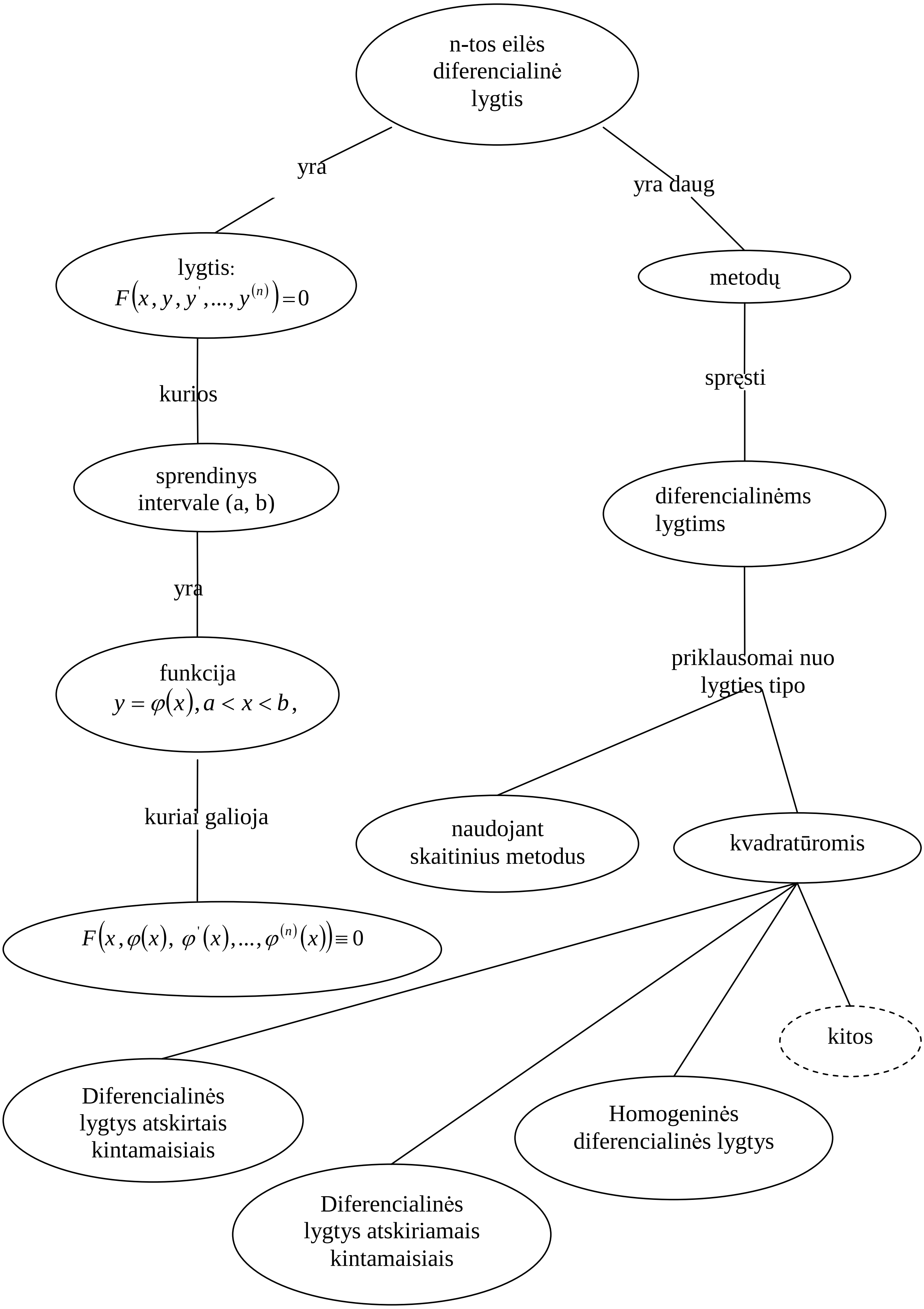
Sąvokos apskritiminė diagrama. Tryliktoje schemoje (žr. 13 schemą) pavaizduota sąvokos apskritiminė diagrama, kuri parodo ryšį tarp sąvokų – diferencialinė lygtis (n-tos eilės diferencialinė lygtis), pirmos eilės diferencialinė lygtis ir diferencialinių lygčių sprendiniai. Kai jau žinoma, kas yra diferencialinė lygtis, jau galima aiškinti, kaip surasti tos lygties sprendinį.

Sąvokos žemėlapis. Keturioliktoje schemoje (žr. 14 schemą) pavaizduotas sąvokos žemėlapis, kuris vaizduoja matematinę sąvoką – diferencialinė lygtis. Pateikiamas diferencialinės lygties apibrėžimas, pateikiama, kas yra diferencialinės lygties sprendinys; taip pat parodoma diferencialinių lygčių įvairovė.

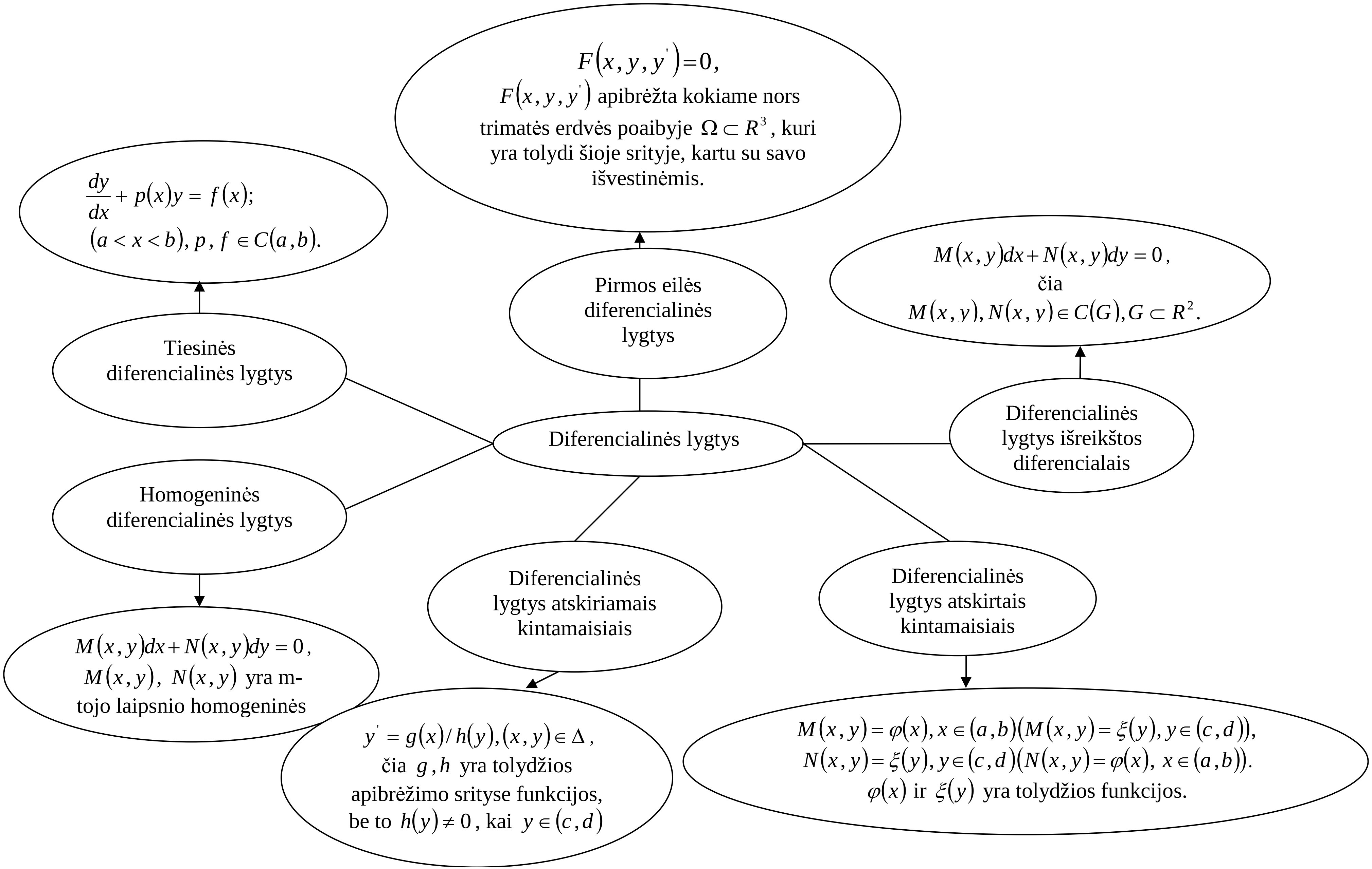
Penkioliktoje schemoje (žr. 15 schemą) pavaizduotas semantinis tinklas, kuris vaizduoja diferencialinių lygčių įvairovę.



13 schema. Sąvokos apskritiminė diagrama, parodanti ryšį tarp kelių sąvokų



14 schema. Sąvokos žemėlapis, kuris vaizduoja matematinę sąvoką – diferencialinė lygtis



15 schema. Semantinis tinklas, vaizduojantis diferencialinių lygčių įvairovę

IŠVADOS

Šiame darbe išnagrinėti matematikos žinių vaizdavimo klausimai. Pirmojoje darbo dalyje išnagrinėti žinių ir pažinimo vystymosi teorijos elementai, antrojoje – žinių vaizdavimo schemos ir būdai. Išnagrinėjus bendrus žinių vaizdavimo modelius, tie modeliai pritaikyti matematinėms žinioms pavaizduoti. Remiantis bendrąja teorija, sukurti du modeliai: žinių gyvavimo ciklo ir stangrių žinių modeliai funkcijos sąvokos raidai nagrinėti. Kiekvienai ciklo fazei sudaromi atskiri matematiniai modeliai. Bendrojoje teorijoje kiekvienos fazės modelis aprašytas bendra išraiška. Funkcijos sąvokos modeliuose kiekvienos fazės modelio išraiškoms surastos konkrečios konstantos, kurios parinktos ir surastos taip, kad tinka konkrečiai fazei.

Taip pat išnagrinėjus bendrojo žinių vaizdavimo schemas ir būdus, sukurti metakognityviniai įrankiai (Vee schemos, sąvokos apskritiminės diagramos, sąvokų žemėlapiai, semantiniai tinklai) funkcijos ir diferencialinės lygties sąvokoms vaizduoti. Vaizduojant žinias apie funkciją, atkreipiamas dėmesys į tokius klausimus: ką vadiname funkcija; kaip galima pavaizduoti ryšį tarp sąvokų – funkcijos apibrėžimas, funkcijos žymėjimas ir atvirkštinė funkcija; kaip būtų galima parodyti, kaip konstruojama tolydžios funkcijos sąvoka; kaip galima pavaizduoti sąvoką „funkcija“; kaip galima schemų pagalba padėti suvokti, kas yra funkcija; kaip galima schema pavaizduoti elementariąsias funkcijas. Vaizduojant žinias apie diferencialinę lygtį, dėmesys atkreipiamas: kokią lygtį vadiname diferencialine lygtimi; kaip galima pavaizduoti ryšį tarp sąvokų – diferencialinės lygties apibrėžimas, pirmos eilės diferencialinė lygtis ir šių lygčių sprendiniai; kaip galima pavaizduoti sąvoką „diferencialinė lygtis“; kaip galima schema pavaizduoti diferencialinių lygčių įvairovę.

Tiek sukurtuosius funkcijos modelius, tiek funkcijos bei diferencialinės lygties sąvokų vaizdavimo schemas galima pritaikyti mokymui. Jas galima panaudoti aiškinant funkcijos ir diferencialinės lygties sąvokas. Taip pat schemos padeda mokantis savarankiškai.

SUMMARY

Representation of mathematical knowledge

This work focuses on questions concerned with representation of mathematical knowledge. In the first part there are pointed out knowledge and cognitive development theory elements, while the other part of the work deals with schemes and techniques of knowledge representation. Futher general models of knowledge representation are applied for mathematical knowledge. In addition, according to development of function concept there are discovered both cycles of knowledge existence and resilient knowledge models. Apart from this, there are discovered metacognitive tools, such as Vee diagrams, concept circle diagrams, concept maps, semantic networks for function and differential equation concepts, based on general ways of knowledge representation ways.

Functional models either schemes of function or differential equation concepts representation might be applied for teaching. Besides schemes are useful while learning by own.

LITERATŪROS SĄRAŠAS

1. A.E. Geldenhuys, H.O. Van Rooyen, F. Stetter. *Knowledge representation and relation nets*, Boston/Dordrecht/London: Kluwer Academic Publishers, 1999.

2. A. Budrevičius. *Semognostika. Intelekto reiškiniai ir informacija*, Vilnius: Vilniaus universiteto leidykla, 1994.

3. А.П. Юшкевич. *История математики с древнейших времен до начала XIX столетия*, Москва: Наука, 1970, I – II – III т.

4. J. Kubilius. *Matematikos terminų žodynas*, Vilnius: Mokslo ir enciklopedijų leidykla, 1994.

5. P. Rumšas. *Trumpas aukštosios matematikos kursas*, Vilnius: Mokslas, 1976.

6. VU, Komunikacijos fakultetas: http://www.kf.vu.lt/~albud/ab.htm.

7. VU, Komunikacijos fakultetas: http://www.kf.vu.lt/~albud/inte/index.htm.

8. Matematikos ir informatikos institutas: http://eta.ktl.mii.lt/~mask/LIKS-IS/2006-02-15_Z'iniu_technologiju_terminai.htm#_Žinių_vaizdavimo_formalizmai/kalbos.

9. Laisvoji enciklopedija Vikipedija: http://lt.wikipedia.org/wiki/Wikipedija.

10. Lietuvos jaunųjų matematikų mokykla: http://www.mif.vu.lt/ljmm/.

11. http://pan.maths.org:8180/mmkb/view.html?resource=index.