

VILNIAUS UNIVERSITETAS

ANDŽELA MIALIK

**LOGISTINIS NETVARIŲ AUGIMO SITUACIJŲ ATPAŽINIMO  
METODAS**

Daktaro disertacija  
Fiziniai mokslai, informatika (09P)

Vilnius, 2014

Disertacija rengta 2009 – 2013 metais Vilniaus universitete

**Mokslinis vadovas:**

prof. dr. Stasys Girdzijauskas (Vilniaus universitetas, socialiniai mokslai,  
ekonomika – 04 S)

**Konsultantas:**

prof. dr. Virgilijus Sakalauskas (Vilniaus universitetas, fiziniai mokslai,  
informatika – 09 P)

## *Padėka*

*Galimybės neatsiranda iš niekur –  
jas reikia susikurti ir užsidirbti.  
Tai reikalauja atkaklumo ir drąsos.  
/Indira Gandhi/*

*Nuoširdžiai noriu padėkoti savo moksliniam vadovui prof. dr. S. A. Girdzijauskui už vadovavimą, įkvepiančias konsultacijas, pagalbą. Dėkui Jums, kad visada tikėjote ir atrasdavote žodžius, kurie motyvavo ir skatino mane eiti pirmyn.*

*Noriu širdingai padėkoti šauniam Vilniaus universiteto Kauno humanitarinio fakulteto informatikos katedros kolektyvui, konsultantui prof. dr. V. Sakalauskui, dr. Verai Moskaliovai už suteiktą pagalbą, paramą, pastabas ir prasmingus patarimus.*

*Didžiausia padėka mamai ir tėčiui, sesėms, seneliams ir artimiesiems, kurie visada palaikė ir buvo kartu... Ačiū Dariui, kuris visada šalia, už jo supratimą, paramą ir skatinimą nepasiduoti ir nugalėti.*

*Andžela Mialik*

## TURINYS

SANTRUMPU ŠARAŠAS.....	6
LENTELIŲ ŠARAŠAS .....	7
PAVEIKSLŲ ŠARAŠAS .....	8
DARBE VARTOTI TERMINAI.....	12
ĮVADAS .....	14
I. LOGISTINIAI PRODUKTO AUGIMO MODELIAI .....	22
I.1. T. Malthus populiacijos augimo modelis.....	25
I.2. Benjamin Gompertz modelis .....	26
I.3. Heinz von Foerster augimo modelis .....	27
I.4. Pierre Francois Verhülst logistinis augimo modelis .....	28
I.5. Alfred James Lotka ir Vito Volterra modelis .....	29
I.6. Frank Bass difuzijos (sklidimo) modelis .....	30
I.7. Fisher-Pry transformacija.....	32
I.8. Logistinių augimo modelių apibendrinimas .....	34
I.9. IIASA – logistinio modeliavimo programinis paketas .....	39
I.10. LogletLab programinis paketas .....	43
I.11. Modeliavimas Loglet aplinkoje.....	43
I.12. Ekonominių augimo modelių analizė.....	46
I.13. Išvados.....	50
II. LOGISTINIO PALŪKANŲ MODELIO TYRIMAS. TRANSFORMACIJA ...	51
II.1. Logistinio palūkanų augimo modelio transformacija .....	51
II.1.1. Logistinio palūkanų modelio pristatymas.....	51
II.1.2. Klasikinio modelio analizė .....	52
II.1.3. Logistinio palūkanų modelio transformacija, taikant nupjautąjį vidurkį.....	53
II.2. Pseudologistinis augimo modelis.....	54
II.3. Logistinių palūkanų <i>Fisher-Pry</i> transformacija.....	56

II.4.	Investavimo su svertu augimo modelis.....	57
II.5.	Logistinio augimo modeliavimo metodas.....	59
II.6.	Prisotinimo parametro $K_p$ prognozavimas, naudojant neraiškiasias aibes....	61
II.6.1.	Neraiškiosios aibės .....	61
II.6.2.	Ekspertinio fuzzy modelio sudarymas.....	63
II.6.3.	Pirmasis etapas – <i>fuzifikavimas</i> .....	64
II.6.4.	Antrasis etapas – taisyklių generavimo struktūra ir prisotinimo augimo matrica.....	64
II.6.5.	Trečiasis etapas – $K_p$ parametro apskaičiavimas .....	66
II.7.	Modeliavimas.....	66
II.7.1.	Mažiausių kvadratų metodas .....	67
II.7.2.	Prisotinimo parametro $K_p$ prognozės paklaidos.....	67
II.7.3.	Savirankos (bootstrap) metodas – statistinių paklaidų modeliavimas...	69
II.8.	Išvados .....	71
III.	TRANSFORMUOTOJO LOGISTINIO MODELIO TAIKYMO TYRIMAS	73
III.1.	Nekilnojamojo turto rinkų ir fondo tyrimų prielaida.....	73
III.2.	Lietuvos nekilnojamojo turto rinkos tyrimas .....	74
III.2.1.	Lietuvos nekilnojamojo turto rinkos fuzzy modelis .....	75
III.2.2.	Loglet ir LogMod modelių tyrimas Lietuvos nekilnojamojo turto rinkoje.....	80
III.2.3.	Lietuvos nekilnojamojo turto augimo modeliavimas, rezultatai, palyginimas.....	82
III.3.	Atsitiktinio investicinio fondo tyrimas.....	88
III.4.	JAV nekilnojamojo turto rinkos indekso tyrimas.....	102
III.5.	Investavimo su svertu pavyzdys.....	114
III.6.	Išvados.....	118
	IŠVADOS IR PASIŪLYMAI .....	119
	LITERATŪRA .....	121
	PRIEDAI.....	132

## SANTRUMPŲ SĄRAŠAS

BVP (GDP) – *bendrasis vidaus produktas (gross domestic product)*

CI – *pasikliautinas intervalas*

CPI – *vartojimo kainų indeksas*

CUR – *nedarbo lygis*

DU – *darbo užmokestis*

FP – *Fisher-Pry transformacija*

IIASA – *Tarptautinis taikomųjų sistemų analizės institutas (International Institute for Applied Systems Analysis)*

LSM – *logistinis keitimo modelis*

NAW – *nacionalinis vidutinis darbo užmokestis*

NT – *nekilnojamas turtas*

proc. – *procentai*

SP500 – *Standard & Poor's 500, JAV akcijų rinkos indeksas*

vnt. – *natūriniai vienetai*

## LENTELIŲ SĄRAŠAS

1 lentelė. Augimo modeliai.....	35
2 lentelė. Bazinė palūkanų matrica (sistema) .....	38
3 lentelė. LogletLab programinio įrankio logistinis modelis.....	43
4 lentelė. Kreivės grafinė išraiška – transformacija.....	44
5 lentelė. Sudėtinis logistinis LogletLab modelis – „Bi-Logistic“ funkcija.....	45
6 lentelė. Augimo modelių ir palūkanų ryšiai .....	47
7 lentelė. Lietuvos nekilnojamojo turto prisotinimo reikšmės .....	81
8 lentelė. JAV rinkos ekonominių rodiklių duomenys .....	88
9 lentelė. JAV NT rinkos ekonominių rodiklių duomenys.....	103

## PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

1 pav. Produkto augimo trajektorija (Bass modelis) .....	31
2 pav. Produkto augimo greitis (Bass modelis) .....	31
3 pav. X produkto Fisher-Pry transformacija.....	32
4 pav. IIASA logistinis keitimo modelis .....	40
5 pav. Loglet Lab programinis įrankis.....	44
6 pav. Produkto augimo grafikai, esant skirtingiems augimo modeliams .....	48
7 pav. Palūkanų normos priklausomybė nuo rinkos prisotinimo .....	49
8 pav. Pseudologistinio modelio kreivė.....	55
9 pav. Modeliavimo sekų diagrama.....	59
10 pav. Augimo veiklų diagrama.....	60
11 pav. $K_p$ prognozavimo veiklų diagrama.....	63
12 pav. Neraiškioji logistinio augimo modelio bendroji schema .....	66
13 pav. $K_p$ parametro paklaidos skaičiavimas .....	69
14 pav. Parametro $\Delta t$ skirstinys $K^+(t)$ pasitikėjimo intervale .....	70
15 pav. Parametro $\Delta t$ skirstinys $K^-(t)$ pasitikėjimo intervale.....	70
16 pav. „Bootstrap“ metodu patikslinta prognozuoto $K_p$ paklaida .....	71
17 pav. Lietuvos nekilnojamojo turto rinka.....	75
18 pav. Ekonominių rodiklių pokyčių dinamika .....	76
19 pav. Darbo užmokesčio narystės funkcijos .....	77
20 pav. Bendrojo vidaus produkto narystės funkcijos.....	77
21 pav. „Viliber“ narystės funkcijos .....	78
22 pav. Infliacijos narystės funkcijos .....	78
23 pav. Lietuvos nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo parametro $K_p$ narystės funkcijos .....	79
24 pav. Lietuvos nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo fuzzy sistemos modelis .....	80
25 pav. Fuzzy ekspertinės sistemos $K_p$ pokyčio prognozė .....	82
26 pav. Loglet ir LogMod modelių LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2001 – 2003 metais.....	83
27 pav. Loglet ir LogMod LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2004 metais.....	83
28 pav. Loglet ir LogMod LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2005 metais.....	84



29 pav. Loglet ir LogMod LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2006 metais.....	84
30 pav. Loglet ir LogMod LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2007 metais.....	85
31 pav. Loglet ir LogMod LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2008 metais.....	85
32 pav. Loglet ir LogMod LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2009 metais.....	86
33 pav. Loglet ir LogMod LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2010 metais.....	86
34 pav. Loglet ir LogMod LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2011 metais.....	87
35 pav. Loglet ir LogMod LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2012 metais.....	87
36 pav. Nacionalinio vidutinio darbo užmokesčio rodiklio narystės funkcijos .....	89
37 pav. Bendrojo vidaus produkto rodiklio narystės funkcijos .....	90
38 pav. SP500 rodiklio narystės funkcijos .....	90
39 pav. Vartojimo kainų indekso narystės funkcijos.....	91
40 pav. Investicinio fondo rinkos prisotinimo narystės funkcijos.....	91
41 pav. Statistinių rodiklių: NAW, GDP, SP-500, CPI kintamumas. Prisotinimo parametro pradinės stadijos rezultatas pagal 5 ketvirčius.....	93
42 pav. Po fuzzy sistemos mokymo prisotinimo rezultatas pagal 5 taškus.....	93
43 pav. Statistinių rodiklių: NAW, GDP, SP-500, CPI kintamumas. Prisotinimo parametro rezultatas pagal 10 ketvirčių, prieš mokymą. ....	94
44 pav. Po fuzzy sistemos mokymo prisotinimo rezultatas pagal 10 ketvirčių.....	95
45 pav. Statistinių rodiklių: NAW, GDP, SP-500, CPI kintamumas. Prisotinimo parametro rezultatas naudojant fuzzy ekspertinį modelį, sudarytą pagal 10 ketvirčių, taikant 15 ketvirčių .....	95
46 pav. Statistinių rodiklių: NAW, GDP, SP-500, CPI kintamumas. Prisotinimo parametro rezultatas naudojant fuzzy ekspertinį modelį, sudarytą pagal 10 ketvirčių, taikant 22 ketvirčiams.....	96
47 pav. Statistinių rodiklių: NAW, GDP, SP-500, CPI kintamumas. Prisotinimo parametro rezultatas pagal 22 ketvirčius po apmokymo .....	97

48 pav. 4-ių sudarytų fuzzy modelių rezultatų palyginimas su statistiniais duomenimis (raudona kreivė).....	97
49 pav. Modelio $K(t)$ reikšmių atitikimas pagal fuzzy modelius ir eksperto nuomonę .....	98
50 pav. Investicinio fondo rinkos prisotinimo įvertinimas pagal pirmuosius 2-u ketvirčius.....	98
51 pav. Investicinio fondo rinkos prisotinimo įvertinimas, pagal pirmuosius 3-is ketvirčius.....	99
52 pav. Investicinio fondo rinkos prisotinimo įvertinimas pagal pirmus 4-is ketvirčius .....	99
53 pav. Investicinio fondo rinkos prisotinimo įvertinimas pagal pirmuosius 5-is ketvirčius.....	100
54 pav. Investicinio fondo rinkos prisotinimo įvertinimas pagal pirmuosius 6-is ketvirčius.....	100
55 pav. Investicinio fondo rinkos prisotinimo įvertinimas pagal pirmuosius 7-is ketvirčius.....	101
56 pav. Investicinio fondo rinkos prisotinimo įvertinimas pagal pirmuosius 8-is ketvirčius.....	101
57 pav. Investicinio fondo rinkos prisotinimo įvertinimas pagal visus statistinius duomenis.....	102
58 pav. JAV nekilnojamojo turto rinkos duomenys .....	104
59 pav. JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo fuzzy sistemos modelis.....	105
60 pav. Nacionalinio vidutinio darbo užmokesčio narystės funkcijos .....	105
61 pav. Bendrojo vidaus produkto narystės funkcijos.....	106
62 pav. Nedarbo lygio narystės funkcijos .....	106
63 pav. Vartojimo kainų indekso narystės funkcijos.....	107
64 pav. JAV nekilnojamojo turto rinkos indekso prisotinimo parametro $K_p$ narystės funkcijos .....	107
65 pav. Statistinių rodiklių – NAW, GDP, CUR, CPI kintamumas – fuzzy ekspertinės sistemos $K_p$ pokyčio prognozė.....	108
66 pav. JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 1976 ir 1977 m. ..	109
67 pav. JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 1978 ir 1979 m. ..	109
68 pav. JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 1980 ir 1981 m. ..	110

69 pav. JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 1982 ir 1983 m. ..	110
70 pav. JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 1985 ir 1986 m. ..	111
71 pav. JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 1987 ir 1988 m. ..	111
72 pav. JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 1989 ir 1990 m. ..	112
73 pav. JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 1991 ir 1992 m. ..	112
74 pav. JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 1998 ir 1999 m. ..	113
75 pav. JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2006 ir 2012 m. ..	113
76 pav. JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2013 m. ....	114
77 pav. Investicijų sverto grafikai, esant skirtingoms pajamingumo normoms .....	115
78 pav. Investavimas su svertu neprisotintoje ir prisotintoje rinkoje .....	116
79 pav. Investavimas su svertu įvairaus prisotinimo rinkose .....	117

## DARBE VARTOTI TERMINAI

**Atviroji rinka** – tai rinka, turinti neribotą talpą, t. y. rinka, kurioje galima produktyviai investuoti praktiškai neribotą kapitalo kiekį.

**Burbulas (bumas, finansinis burbulas)** yra nuolat vykstantis kainos didėjimo procesas, kai pradinis kainos padidėjimas įvyksta dėl uždaroje ar iš dalies uždaroje rinkoje vykstančio kapitalo prisotinimo, ir dėl to smarkiai išaugusios investicijos vidinės gražos. Tai sukuria tolesnio nenutrūkstamo pajamų augimo lūkesčius, papildomai pritraukia naujų trumpalaikių investuotojų (spekulantų) ir taip sukelia perprodukciją.

**Ekonominė logistinė analizė** – tai visuma ekonominių matematinių metodų, nagrinėjančių ekonominį augimą rinkos prisotinimo ir paslėptosios perprodukcijos sąlygomis ir taip atskleidžiančių bei paaiškinančių specifinius ir kartu fundamentalius ekonomikos reiškinius (ekonomikos kaitimą, infliacijos augimą, finansinius burbulus, kredito spąstus, verslo ciklus ir kt.), nepastebimus ar nepaaiškinamus klasikinės ekonomikos metodais. Logistinė analizė atsirado logistinių palūkanų pagrindu, kai Verhulsto populiacijos riboto augimo diferencialinė lygtis buvo išspręsta suteikiant augimo greičio konstantai palūkanų pavidalą. Ekonominė logistinė analizė remiasi logistinių palūkanų funkcija, kuri yra bendriausias sudėtinių palūkanų modelis. Logistinė analizė yra augimo be krizių, o tuo pačiu ir tvariosios ekonominės plėtros teorinis pagrindas.

**Kapitalas (1)** – tai materialusis turtas, kuris savo ruožtu gali būti realusis (pastatai, įrengimai, kitos anksčiau sukurtos prekės, vartojamos naujoms prekėms gaminti), finansinis (fondai, skirti realiajam kapitalui įsigyti) arba intelektualusis (išsilavinimas, profesinis patyrimas). Ekonomikos teorijoje kapitalu yra laikoma finansinių ar fizinių fondų vertė, turtas ar tiesiog vertybė. Ekonominiuose logistiniuose modeliuose kapitalu laikoma tam tikra (abstrakti) nuo laiko priklausanti vertybė arba tiesiog vertė.

**Kapitalas (2)** – žmonių sukurtos darbo priemonės (produktas), taikomos ūkinėje veikloje, t. y. prekėms bei paslaugoms kurti. Nenaudojamas turtas ar pinigai, laikomi seife, prilyginami lobiui. Bet koks gamyboje naudojamas turtas, o juo labiau pinigai padėti į banką už palūkanas ar investuoti į gamybą, t. y. „įdarbinti“, ir duodantys pridėtinę vertę, virsta kapitalu.

**Kapitalo niša** – skirtumas tarp realiojo ir potencialiojo kapitalų, apibrėžiantis realiojo kapitalo augimo galimybes.

**Kaupimo trukmė** – laiko momentai, kurių metu vyko kaupimas (augimas). Kaupimo trukmė matuojama tais pačiais laiko vienetais, kaip ir laikas palūkanų normoje.

**Logistiniai arba bendrieji procentai (logistinės arba bendrosios palūkanos)** apibrėžia kapitalo augimą, kai kapitalo augimo greitis yra proporcingas pačiam kapitalui ir iš vienos pusės yra skatinamas to kapitalo didėjimo, o iš kitos – stabdomas papildomo augimą ribojančio veiksnio. Kapitalo augimo trajektorija (grafikas) logistinėse palūkanose primena S-formos kreivę ir negali viršyti rinkos talpos (potencialiojo kapitalo) reikšmės.

**Logistiniai**, per tam tikrą periodą skaičių sukauptieji **procentai** yra lygūs rinkos talpai, padaugintai iš per tą patį laiką sukauptų sudėtinių procentų, padalytų iš pradinės nišos ir tų pačių sudėtinių procentų sumos.

**Logistinis kapitalo valdymas** – kapitalo valdymo taisyklių sistema, įvertinanti rinkos prisotinimą ir galimą paslėptąją perprodukciją.

**Palūkanos** – suma, kuria padidėja pradinis kapitalas per tam tikrą laikotarpį. Palūkanos skaičiuojamos nustatytam laikui (dažniausiai metams). Kai kada palūkanos

vadinamos tiesiog *procentais*. Yra ir kita palūkanų (procentų) termino prasmė: palūkanomis (procentais) vadinama ir pati palūkanų skaičiavimo formulė (modelis).

**Palūkanų norma** – tai palūkanos, sumokėtos už vieną kapitalo vienetą, investuotą vienam laiko vienetui. Laikas palūkanų normoje turi būti skaičiuojamas tais pačiais vienetais, kaip ir kapitalo augimo modelyje.

**Paradoksas** – teiginys ar teiginių grupė, iš pirmo žvilgsnio atrodantys teisingi, tačiau atvedantys prie prieštaravimų, kitaip tariant, paradoksas – tai neįprastas teiginys, kuris tarsi prieštarauja sveikam protui. Ekonominiai paradoksai pirmiausia pasireiškia uždaroje ir prisotintose rinkose, nes tokiose rinkose vykstantys procesai yra veikiami kitokių ekonominių dėsnių nei analogiški procesai, vykstantys įprastose atvirose rinkose.

**Paslėptoji perprodukcija** atsiranda visiškai ar iš dalies uždaroje rinkoje siejant ją su rinkos prisotinimu, kainų augimu ir burbulo susiformavimu. Augančios kainos savo ruožtu didina gamybą ir kartu perprodukciją. Tuomet sakoma: „rinka kaista“, susiformuoja perteklinis likvidumas.

**Perprodukcija** – produkcija, viršijanti prekių realizaciją ir sukelianti perprodukcijos krizę. Perprodukcija būna dviejų tipų: atviroji ir paslėptoji.

**Pradinė niša** – pradinė rinkos niša, t. y. pradinės rinkos talpos neišnaudota dalis, lygi rinkos talpos ir pradinio kapitalo skirtumui.

**Pradinis kapitalas** – pradinės investicijos, dalyvaujančios kaupime, dydis.

**Prisotinimas** reiškia pilnumą, užpildymą iki ribos, visišką pripildymą ar sotį.

**Realusis kapitalas** – investicijos dydis, užimantis tam tikrą dalį rinkos talpos, jis yra ir potencialiojo kapitalo dalis.

**Rinka** – mainų sfera, kurioje, veikiant pasiūlos ir paklausos dėsniams, vyksta pirkimo ir pardavimo procesas. Tai sfera, kurioje (neskaitant įvairių tarpininkų) veikia du dalyviai: pardavėjas ir pirkėjas. Investuotojo požiūriu kiekviena produktų grupė, ar net pavienis produktas, turi savo rinką. Kita vertus, rinka gali būti kelių (daugelio) pavienių rinkų suma.

**Rinkos prisotinimas** – tai uždarosios ar iš dalies uždarosios rinkos dalinis ar visas užpildymas kapitalu, pasireiškiančiu atitinkamų rinkos produktų pertekliumi (perprodukcija). Rinkos prisotinimas prasideda tada, kai rinkos talpa iš begalinės tampa išmatuojama arba kai investuojama yra sparčiau nei plečiasi pati rinka (kai pasiūla auga sparčiau už paklausą).

**Rinkos talpa (investicinė rinkos talpa)** arba **potencialusis kapitalas** suprantamas kaip kapitalo kiekis, kuris gali būti efektyviai panaudotas konkrečioje rinkoje (konkrečioje investicinėje aplinkoje).

**Rinkos talpos dinamika** – rinkos talpos kitimas (plėtra), priklausomai nuo paklausos ir pasiūlos santykio. Paprastai rinkos talpa kinta chaotiškai veikiamą daugelio atsitiktinių paklausos ir pasiūlos veiksnių.

**Sudėtiniai procentai (sudėtinės palūkanos)** yra tada, kai kiekvieno periodo pradžioje per praėjusį periodą užaugusi investicijos dalis automatiškai pridedama prie investicijų sumos ir toliau auga kartu su ja. Sudėtiniai procentai yra logistinių procentų atskiras atvejis.

**Sukauptas kapitalas** arba per tam tikrą periodą skaičių **sukauptieji procentai** – tai suma, sukaupta per visą kaupimo laikotarpį. Ši suma gali būti sukaupta tiek paprastaisiais, tiek sudėtiniais, tiek ir logistiniais procentais.

**Uždaroji rinka** – tai rinka, turinti griežtai ribotą talpą, t. y. rinka, kurioje galima produktyviai investuoti ribotą kapitalo kiekį (unikalus produktai, radiniai, meno kūriniai ir pan.).

## IVADAS

*Viskas kas auga turi konverguoti  
/Flannery O'Connor/*

### **Darbo aktualumas**

Analizuojant augimo procesų modelius vis daugiau dėmesio skiriama logistiniam<sup>1</sup> augimui. Logistiniai augimo modeliai taikomi įvairiuose mokslo srityse: biologijoje, chemijoje, fizikoje, medicinoje, ekonomikoje, informatikoje ir kitur [1, 2, 3, 4]. Mokslininkai visame pasaulyje ieško, randa ir siūlo naujus modelius [5, 6, 7, 8], tiria jų efektyvumą ir taiko juos augimo procesų modeliavimui. Ekonomikoje augimo procesų modeliai taikomi nagrinėjant ūkio plėtrą, investuojant kapitalą, analizuojant bei prognozuojant finansines krizes, o taip pat priimant ir kitus ekonominius sprendimus (traukiantis iš rinkos ar ją keičiant, kuriant naujas investavimo strategijas ir pan.). Šiuo atveju modeliuojamas kapitalo augimas. Kuriant augimo modelį stengiamasi jį supaprastinti, todėl dažniausiai neatsižvelgiama į įvairius augimo trukdžius ir apribojimus [3, 2, 9, 10]. Būtent todėl daugelyje modelių kapitalas yra laikomos neriboto augimo, tačiau toks kapitalo vertinimas nėra tikslus.

Ekonominių procesų modeliavimui yra kuriamos sistemos, kurios leidžia atpažinti bei prognozuoti finansines krizes, ieškoti susidariusių situacijų tinkamo sprendimo. Prognozavimas yra sudėtingas procesas, ir jis atliekamas, dažniausiai, remiantis istoriniais duomenimis [11]. Atliekant logistinį modeliavimą yra sudėtinga tiksliai nustatyti konkrečius rizikos taškus, todėl apibrėžiant ribą apsiribojama paklaidos galimybės įvertinimu ir svyruojančio rizikos intervalo nustatymu.

Augimo procesas efektyviau valdomas, jei taikysime logistinį modelį, pagrįstą realiais statistiniais duomenimis. Tokios sistemos vartotojas gali operatyviai

---

<sup>1</sup> „Logistikos“ terminas šiame kontekste neturi nieko bendro su transporto logistika. Jis yra siejamas su logistine, t. y.  $S$  pavidalo funkcija.

reaguoti į augimo trajektorijos pakitimus. Tai leidžia laiku įvertinti gresiančius pavojus, lengviau išgyventi ekonominius nuosmukius bei išvengti didelių nuostolių tiek verslui, tiek ir fiziniams asmenims. Šiuo metu rinkoje egzistuojantys įrankiai dažniausiai sudaryti įprastų logistinių modelių, plačiai taikomų biologijoje, pagrindu [12, 13].

Darbe pristatomas modelis yra taikomas augimo ribos prognozavimui. Tam reikia nustatyti produkto raidos dėsningumus ir apibrėžti netvariašias ekonomines situacijas, o taip pat įvertinti artėjantį augimo proceso nukrypimą.

### **Problemos ištyrimo lygmuo**

Populiacijų augimo tyrimai suintensyvėjo XIX amžiuje. Augimo tendencijas ir prognozavimo galimybes pirmieji pasaulyje pastebėjo ir pradėjo analizuoti Galileo Galilei (1564 – 1642), Thomas Robert Malthus (1766 – 1834) ir kiti mokslininkai. 1825 metais Benjamin Gompertz (1779 – 1865) paskelbė darbą, kuriame buvo plėtojami T. R. Malthus darbai ir paskelbtas naujas augimo modelis. 1838 m. Pierre-Francois Verhūlst pasiūlė naują logistinio augimo kreivę, tinkamą gyventojų skaičiaus augimo tyrimui. P. F. Verhūlst pasiūlyta produkto augimo diferencialinė lygtis buvo Malthus lygties diferencialinė forma, papildyta daugikliu, turinčiu tiesiškai mažėjančios funkcijos pavidalą [2]. Vėlesnių kartų mokslininkai taip pat atliko nemažai panašių tyrimų. Biochemikas Brailsford Robertson (1884 – 1930), remdamasis logistine funkcija, pasiūlė apibrėžti individo augimo procesą. Raymond Pearl patobulintą logistinę funkciją (1879 – 1940) naudojo gyventojų skaičiaus augimui apibūdinti. Šiuo atveju taip pat buvo vertinant žmogaus amžius. Alfred J. Lotka ir Vito Volterra apibendrintas augimo lygtis pritaikė kiekybiniam konkurencijos tarp skirtingų rūšių modeliavimui. Jie sukūrė sistemos plėšrūnas-grobis lygtis. Mokslininkas Zvi Griliches buvo vienas iš pirmųjų savo technologijų pasikeitimo (pakaitinio modeliavimo) tyrimuose, aprašęs augimo procesą, panaudojant S-kreives [14]. 1979 m. mokslininkų Vijay Mahajan, Eitan Muller produkto augimo tyrime buvo pritaikytos Bass ir Gompertz logistinio augimo kreivės [1].

S-kreivės taikymas technologijų inovatyvumo prognozavimui taikomas nuo 1960 metų pradžios. Mokslinėje literatūroje pristatomi ir analizuojami Zvi Griliches ir Edwin Mansfield 1961 m. sukurti modeliai [14, 15]. Ten buvo aprašyti rodikliai, pagal kuriuos įmonės turėjo siekti vystymosi racionalumo. Prielaida, kad naujovės visuomenėje plinta pagal S-kreivės tendenciją kėlė ir Everett M. Rogers (1931 – 2004) [16].

Augimo modelių taikymas prasidėjęs nuo biologinių procesų, vis labiau plėtėsi į fizikos, chemijos, medicinos, sociologijos ir kitas mokslo sritis [2, 17, 6, 18, 19]. Atlikdami logistinę analizę, mokslininkai Arnulf Grübler ir Nebojsa Nakicenovic [20, 21] parodo, kad empiriškai argumentuojant, ekonominio proceso augimas (kainų svyravimas, infrastruktūros plėtra, technologiniai pokyčiai) nėra tolygūs ir tolydūs. S-formos modelio struktūra, turinti prisotinimo parametą, yra pagrindinis objektas, analizuojamas ekonominės sklaidos procesuose. Autoriai parodo, kad ekonominę plėtrą lemia įvairūs etapai, daugybė tarpusavyje susijusių technologijos grupių, ir kad perėjimo laikotarpis, nuo vieno dominuojančio konkurento prie kito, atitinka ilgųjų bangų Kondratjevo modelį [20]. S-formos logistiniu augimo modeliu galima atpažinti augimo tendenciją ir galima prognozuoti, kas vyks ateityje. Dmitry Kucharavy ir Roland De Guio pastebėjo, kad, jei kreivę pritaikome pagal statistinius duomenis, pritaikymo technika suteikia galimybę gauti du iš trijų logistinės kreivės parametrus. Tačiau problemos esmę sudaro viršutinės augimo ribos nepastovumas ir neapibrėžtumas. Prognozuojant neužtenka parodyti didelį augimo diapazoną. Svarbu tinkamai nustatyti ir įvertinti atskirus augimo parametrus. Visa S- kreivės studijų prognozavimo esmė remiasi prielaida, kad logistinė kreivė atitinka natūralaus augimo dėsnį [22]. Pastarųjų 2-3 dešimtmečių augimo tyrinėtojų darbuose pristatyta įvairių naujovių, infrastruktūrų ir energijos šaltinių pakaitalų sklaidos problema. Technologiniai ir globalūs technologinio pasikeitimo analizės rezultatai buvo pristatyti A. Grübler 1986, 1989 metais [23]. Mokslininkas tyrė infrastruktūrų sklaidą, įskaitant kanalus, geležinkelius, autostradas ir oro linijas ir parodė, kad jų sklaida atitinka logistinį principą. Ekonominis, socialinis ir technologinis



vystymasis vyksta dėl dviejų priežasčių: dėl iš esmės naujų idėjų (pagrindinių naujovių) pasirodymo ir esamų metodų bei sistemų (produktų ir procesų) atnaujinimo ir tolesnio tobulinimo [20, 24, 25].

Platesnė logistinių ekonominių modelių sklaida prasidėjo tik prieš porą dešimtmečių, ypač, kai 2002 m. Girdzijausko buvo paskelbtas bendrųjų palūkanų modelis. Logistinių palūkanų modelio taikymas ekonomikoje yra analizuojamas D. Štreimikienės, V. Moskališios, E. Jurkonytės, R. Mackevičiaus, D. Grundey, M. Dubnikovo, V. Boguslauskos, J. Čepinskio, A. Pikturnos, F. Ivanauskos, G. Garšvos, E. Merkevičiaus, E. Jociūtės ir kitų mokslininkų tiriamuose darbuose [26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33]. Pažymėtina, kad Carlota Perez pasinaudojo logistine kreive norėdama iliustruoti ilgąjį (Kondratievo) verslo ciklą. Ji išryškino tokius ekonominių ciklų ypatumus: technologinio laikotarpio pradžia traktuojama kaip staigus įsiveržimas, pakilimas – kaip subruzdimas, plėtra – kaip sinergija ir prisotinimas – kaip branda [34]. Logistinį modelį A. Tchantchane taiko duomenų analizėje [35]. D. Kucharavy, E. Schenk ir R. De Guio ir toliau vysto savo tyrimus naujų technologijų ilgalaikių prognozių pagrindu [36].

Augimo proceso prisotinimo įvertinimas yra esminis ekonomikos tyrimuose. Pagrindinė logistinio modeliavimo esmė yra siekis kaip įmanoma tiksliau apibrėžti augimo parametrus iš kurių sunkiausiai nustatomas yra sąlyginai dažnai kintantis **augimo ribos** parametras. Modelio parametrų nustatymui taikomas mažiausių kvadratų metodas [6]. Tačiau logistiniame augimo modelyje, kai nežinoma augimo riba, jis nepasiteisina. Neraiškios aibės metodas taikomas daugelyje sryčių tarp kurių yra verslo ir ekonomikos sritis. Šioje srityje neraiškių aibių metodas taikomas nuo marketingo (pirkimo analizė, sukčiavimo nustatymas, paslaugų kokybės įvertinimas) iki finansų (akcijų rinkos prognozavimo schemas, portfelio parinkimas, rizikų valdymas, paskolų įvertinimo sistemos) ir e-verslo (e-prekybos sprendimai, personalizavimas, rizikos analizė e-prekyboje) ir kitose [37].

**Darbo objektas** – produkto (populiacijos) augimas ribotoje erdvėje.

**Darbo tikslas** – logistinio intervalinio augimo modelio pagrindu sukurti metodą, leidžiantį atpažinti netvariašias ekonominės raidos situacijas.

Tikslui pasiekti iškelti tokie **uždaviniai**:

- Atlikti augimo modeliavimo sistemų analizę (Loglet, LSM).
- Išanalizuoti logistinių augimo modelių privalumus bei nusakyti jų aktualumą.
- Sukurti naują LogMod logistinio modeliavimo metodą:
  - Logistiniam augimo modeliui nustatyti tinkamus skaitmeninės analizės metodus.
  - Rinkos talpos ribą įvertinti neraiškių aibių metodu.
- Eksperimentiškai palyginti Loglet ir LogMod metodų tikslumą, nustatant Lietuvos NT rinkos augimą.
- Ištirti rinkos talpos nustatymo LogMod metodą ir įvertinti modelio tinkamumą, nustatant JAV NT rinkos indekso augimą.

### **Ginamieji disertacijos teiginiai**

- Iš visų logistinių augimo modelių tinkamiausias ekonominių sistemų modeliavimui yra bendrųjų (logistinių) palūkanų modelis.
- Mažiausių kvadratų metodas nepakankamas rinkos prisotinimo parametrai  $K_p$ , nustatyti.
- Logistinio modelio prisotinimo parametro nustatymui tikslinga naudoti neraiškių aibių metodą.
- Rinkos prisotinimas yra rizikos šaltinis, investuojant su svertu.

- LogMod modelis tinkamas atpažinti netváriasias ekonomikos rinkų augimo situacijas.

### **Darbo mokslinis naujumas**

Išanalizuoti logistiniai augimo modeliai (įskaitant ir pseudologistinį modelį, sukurtą dalyvaujant autorei) ir nustatyta, kad ekonominių populiacijų tyrimams geriausiai tinka bendrųjų (logistinių) palūkanų modelis. Tolimesnių tyrimų rezultate gautas naujas, transformuotasis modelis, įvertinant statistinių duomenų nupjautąjį vidurkį, nuo 10 iki 90 procentų potencialiojo kapitalo reikšmės. Toks vertinimas sumažina logistinio modelio rezultatų iškreipimus. Sukurta *fuzzy* ekspertinė sistema padeda nustatyti prisotinimo parametro  $K_p$  reikšmę ir ją panaudoti kritinių situacijų prognozei. Pritaikius statistinių duomenų eilutei mažiausių kvadratų metodą, apskaičiuojamas likęs modelio parametras, lemiantis augimo greitį. Parametro  $K_p$  prognozės paklaidos pataisomos taikant *savirankos* (angl. *bootstrap*) metodą. Šių priemonių naudojimo rezultatai leidžia vertinti rinkos raidos tvarumą. Svarbu ir tai, kad šioje metodikoje  $K_p$  prognozė nepriklauso nuo statistinių duomenų.

Dalyvaujant autorei sukurtas naujas investavimo su svertu modelis. Jis parodo, kad didėjant investavimo trukmei ir rinkos, į kurią yra investuojama, prisotinimo laipsniui, didėja investavimo rizika. Bendrųjų (logistinių) palūkanų modeliu nustatyta, kad investavimo sverto naudojimas prisotintose rinkose gali sukelti skolos spąstų efektą.

### **Praktinė nauda**

Modeliuojant augimą pritaikius logistinį augimo modelį, atsiras galimybė nustatyti netváriosios ekonomikos rinkos būsenos formavimąsi. Dėl to šiuo laiko momentu atsiras galimybė priimti racionalius sprendimus. Eksperto žinios pakeičiamos rinkai sudarytu *fuzzy* ekspertiniu modeliu. Naujai sukurtas metodas leis pastebėti rinkos prisotinimą dar jos kaitimo fazėje. Svarbi žinia bankams, kad sverto naudojimas investuojant prisotintose rinkose gali sukelti skolos spąstų efektą.

## **Tyrimo metodika**

Disertacijoje atliekamam tyrimui panaudoti tokie metodai: sisteminė ir lyginamoji mokslinių šaltinių analizė, matematinis modeliavimas, ekonominė logistinė analizė ir sintezė, statistinė analizė, algoritmų modeliavimas. Kuriant modelį naudota MatLab programavimo aplinka. Taip pat panaudotas neraiškių aibių Matlab Fuzzy Logic Toolbox modeliavimo įrankis. MagicDraw UML paruošti grafinių procesų architektūriniai modeliai. Statistiniai duomenys, naudojami sukurtame modelyje, apdoroti Microsoft Excel skaičiuokle.

## **Darbo struktūra**

*Pirmoji* dalis apima mokslinės literatūros analizę, kur didžiausias dėmesys skiriamas augimo modelių apžvalgai. Išnagrinėti klasikiniai ir logistiniai augimo modeliai. Augimo modeliai apibendrinti, suklasifikuoti ir susisteminti. Pristatyta augimo modeliavimo sistemų analizė.

*Antrojoje* dalyje pristatytas transformuotasis intervalinis logistinis augimo modelis. Sukurta nauja rinkos augimo vertinimo metodika. Aprašytas modeliavimo algoritmas. Aprašyti taikomi skaitmeninės analizės metodai. Pateiktas automatinis fuzzy sistemoje naudojamų taisyklių generavimas. Aprašyta ekspertinės fuzzy sistemos sudarymo metodika, kuri taikoma prisotinimo parametro apskaičiavimui. Pristatytas investavimo su svertu modelis.

*Trečiojoje* dalyje, remiantis sudaryta metodologija, atlikti šie tyrimai: ištirta Lietuvos NT rinka, investicinis fondas ir JAV NT rinkos indeksas. Pateikti naujojo augimo modelio taikymo tyrimo rezultatai. Išanalizuotas investicijos su svertu modeliavimo atvejis, kuriame pasireiškia skolos spąstų reiškiny. Parodyta, kad, didėjant prisotinimo laipsniui, atsiranda ir sparčiai auga investavimo rizika.

## **Atliktų tyrimų paskelbtos mokslinės publikacijos**

### **Mokslinės informacijos instituto (ISI) pagrindinio sąrašo leidiniuose**

GIRDZIJAUSKAS, S. A., STREIMIKIENE, D., MIALIK, A. (2012) *Failures of Capitalism and Unknown Economic Paradoxes*. Sustainability, 4 (11), 2818-2837 pp.

### **Kituose Mokslinės informacijos instituto (ISI) duomenų bazėse referuojamuose leidiniuose [Proceedings ir kt.]**

GIRDZIJAUSKAS, S., MIALIK, A., JOCIŪTĖ, E., ZUJYTĖ, N. (2011) *Modeling the Economic Saturation*. 3rd Workshop AKTB 2011, 14th International Conference on Business Information Systems – BIS 2011 Poznan. Poland, 15 – 17 June, 178-183 pp.

### **Tarptautinėse duomenų bazėse referuojamuose leidiniuose**

GIRDZIJAUSKAS, S. A., MIALIK, A., DUBNIKOVAS, M. (2012) *Financial Leverage Trap*. International Journal of Business and Social Science (IJBSS). ISSN 2219-1933 (Print), 2219-6021 (Online). Vol. 3 No.11, June 2012, 29-37 pp.

### **Kituose recenzuojamuose mokslo leidiniuose. Konferencijų pranešimų medžiagoje**

1. MIALIK, A., GIRDZIJAUSKAS, S. (2009) *Banking Capital Analysis whit Log Let Lab Software Package*. International Conference „Current Issues in Management of Business and Society Development – 2009“. Riga, Latvia, May 7 – 9. ISBN 978-9984-45-349-1, 138-146 pp.
2. GIRDZIJAUSKAS, S., MIALIK, A., MACKEVICIUS, R. (2010) *Modeling the Fragile Economic Situations*. CSEDU 2010, 2nd International Conference on Computer Supported Education, Valencia, Spain, 07 -10 April. ISBN: 978-989-674-023-8.

### **Kitos publikacijos**

1. ZUJYTĖ, N., JOCIŪTĖ, E., MIALIK, A., SLANYS, S. (2011) *Logistinės analizės įrankio projektavimas*. 16-oji tarpuniversitetinė magistrantų ir doktorantų konferencija. Technologija, Kaunas. ISSN 2029-249X, 97-100 pp.
2. MIALIK, A. (2013) *Skolos spąstų logistinis modeliavimas IT priemonėmis*. Tarpuniversitetinė magistrantų ir doktorantų konferencija IVUS, 2013. ISSN 2029-4824, 73-76 pp.

## I. LOGISTINIAI PRODUKTO AUGIMO MODELIAI

Kiekvienais metais logistinių augimo modelių tyrimai ir taikymai sparčiai plinta: skirtingose srityse taikomi vis įvairesni logistiniai modeliai [38, 39, 40]. Gamtos ir socialiniuose moksluose, o taip pat technologijų srityje yra paplitusi *prisotinimo samprata*. Aiškėja, kad tai „kertinis akmuo“ nagrinėjant ir nestabilias ekonomines situacijas. Intensyvus tematikos „Logistinės teorijos“ skleidimas prasidėjo prieš keliasdešimt metų biologijoje (populiarus *P. F. Verhūlst* modelis), chemijoje, fizikoje, socialiniuose moksluose (*F. Bass*, *B. Gompertz* augimo kreivės). Dabar pradėta plačiau taikyti šias teorijas ir ekonomikos srityje. Logistiniai modeliai vis labiau plinta tarp atskirų sričių mokslininkų. Įrodžius logistinių modelių naudingumą, šiems modeliams imta taikyti skaitmeninius analizės metodus. Tai leidžia automatizuoti skaičiavimus ir pasiekti geresnių rezultatų.

**Modelis** daugelyje literatūros šaltinių apibrėžiamas kaip tam tikro objekto, proceso arba reiškinio analogas, atspindintis originalo savybes, kitaip tariant, tai dirbtinis darinys, atitinkantis realiai egzistuojantį objektą. Remiantis bendriniais modelio apibrėžimais, galima teigti, kad ekonominis modelis – tai tam tikros realybės dalies išraiška, skirta nustatyti galimus pokyčius ir galimus jų padarinius [41].

*Prisotinimas* yra labai svarbus ne tik biologijoje, chemijoje, fizikoje, medicinoje, bet ir ekonomikoje. Žinoma daugybė prisotinimo reikšmių. Pavyzdžiui, medicinoje – kraujo prisotinimas deguonimi; fizikoje – medžiagų magnetinis prisotinimas, biologijoje – populiacijos arealo prisotinimas ir t. t. Įdomus yra ir tirpalų prisotinimas. Tirpalas, kuriame tam tikra medžiaga daugiau netirpsta, vadinamas prisotintu. Čia svarbu, kad prisotintos ir neprisotintos sistemos savybės yra labai skirtingos [42, 43].

Kad rinką būtų galima prisotinti, ji turi būti baigtinė arba uždara. Rinkos dydis apibrėžiamas jos talpa. Galima manyti, kad begalinė rinka negalėtų būti prisotinta, nes jos talpa yra begalinė ir rinka niekuomet neprisipildo iki galo

[43, 44]. Dažniausiai vartojamas rinkos apibrėžimas – tai mainų sfera, kurioje, veikiant pasiūlos ir paklausos dėsniams, vyksta pirkimo ir pardavimo procesas. Tai tam tikra sfera, kurioje (neskaitant įvairių tarpininkų) veikia du dalyviai: pardavėjas ir pirkėjas. Investuotojo požiūriu kiekviena produktų grupė, ar net pavienis produktas, turi savo rinką. Taip pat rinka gali būti kelių pavienių rinkų suma. Rinkos gali būti *uždariosios*, *atvirosios* ir *pusiau uždariosios* (tokių rinkų yra daugiausia). Visos rinkos turi savąją talpą (begalinės rinkos ir talpa yra begalinė) [45, 31, 46].

Ekonominiam stabilumui labai didelę įtaką daro finansiniai burbulai. Klasikinį burbulo apibrėžimą pateikė Kindleberger 1978 metais [47], tačiau jo apibrėžimas yra gana netikslus (tiksliau – pasenęs), todėl buvo būtina jį modifikuoti, nurodant esminę burbulo susiformavimo priežastį – baigtinį rinkos dydį. Dar kartą pabrėžiama, jog **burbulas** (*finansinis burbulas*) yra nuolat vykstantis kainos didėjimo procesas, kai pradinis kainos padidėjimas įvyksta dėl uždaroje ar iš dalies uždaroje rinkoje vykstančio kapitalo prisotinimo ir dėl to labai išaugusios investicijos vidinės grąžos. To pasėkoje sukuriama tolesnio nenutrūkstamo pajamų augimo lūkesčiai, papildomai pritraukiantys naujus trumpalaikius investuotojus (taip pat ir spekuliantus) ir taip sukeltą perprodukciją [42, 48, 49, 50, 51].

Kapitalo kiekis, kuris gali būti efektyviai įsisavintas konkrečioje rinkoje (konkrečioje investicinėje aplinkoje), suprantamas kaip rinkos talpa [45, 31]. Reikia nepamiršti, jog rinkos talpos svarbiausioji charakteristika – potencialusis kapitalas. **Rinkos talpa** – tai didžiausias teoriškai galimas tam tikro produkto ar paslaugos pardavimų kiekis, kurį per nustatytą laiką galėtų pasiekti visos rinkos kompanijos. Labai dažnai gaminant ir parduodant vis daugiau tos pačios rinkos prekių ar paslaugų, rinka palaipsniui užsipildo ir pasiekiamas rinkos *prisotinimas*. Prisotinimas paprastai reiškia pilnumą, užpildymą iki tam tikros ribos, visišką pripildymą, sotį [45, 31, 48]. Rinkos prisotinimas prasideda tada, kai rinkos talpa iš begalinės tampa išmatuojama,

arba kai investuojama yra sparčiau nei plečiasi pati rinka (kai pasiūla auga sparčiau už paklausą).

Visa rinkos talpa yra suprantama kaip susidedanti iš dviejų dalių: jau užpildytos dalies ir dar ne. Jau užpildytą rinką vadinkime *realiąja rinka*, o dar neužpildytą – *rinkos niša*. Tuomet *rinkos talpa* bus lygi *realiajai rinkai* plus *rinkos nišai*, t. y.:

$$\text{Rinkos talpa} = \text{realioji rinka} + \text{rinkos niša}$$

Pateiktuose modeliuose prisotinimas yra vertinamas naudojant rinkos talpos parametą  $K_p$  ir rinkos nišos išraišką ( $K_p - K$ ). Rinkos niša yra apibrėžiama kaip rinkos talpos ir realiosios rinkos skirtumas.

**Rinkos niša** – skirtumas tarp rinkos talpos ir realiai apręptos rinkos, t. y. dar neužimta rinkos dalis. Tokiu būdu pusiau uždaros, o tuo labiau uždarnos rinkos, plečiant investavimą, gali būti prisotintos. O atvirosios rinkos negali būti prisotintos (jose galima tiktai perprodukcija). Dėl bendrų ekonominio augimo tendencijų tokių rinkų talpa nėra stabili, dažniausiai, palaipsniui didėja, o jas prisotinti galima tik tada, jei kapitalas ateina į jas sparčiau nei jos pačios plečiasi. Tokių rinkų prisotinimas vyksta per biržas ar aukcionus.

Mokslininkai vis dažniau kreipia dėmesį į rinkos prisotinimą [2, 52, 53, 54], tačiau jie apima tik išorinę – paviršutinę – prisotinimo pusę [2, 55, 56].

Praėjusį dešimtmetį Lietuvoje atlikti gilesni *logistiniai* tyrinėjimai pralenkė lūkesčius: paaiškėjo, kad prisotinimas ne tik egzistuoja finansų sferoje, bet ir pasireiškia paradoksaliu būdu, dėl to yra vienas svarbiausių veiksnių, sukeliančių ekonominius kataklizmus [57, 58, 42, 59].

Ekonomikos teorijoje **kapitalu** yra laikoma finansinių ar fizinių fondų vertė, turtas ar tiesiog vertybė. Ekonominiuose modeliuose kapitalu laikytina tam tikra (abstrakčioji), nuo laiko priklausanti vertybė arba tiesiog vertė. Pinigai padėti į banką už palūkanas ar investuoti į gamybą, t. y. „įdarbinti“, ir duodantys pridėtinę vertę, virsta kapitalu. Logistinis kapitalo valdymas – tai kapitalo (kitaip tariant, „įdarbintų“ pinigų ar kito turto – realaus, finansinio ar



intelektualiojo) tvarkymas ribotos talpos rinkoje, t. y., kai jų „darbo erdvė yra iš dalies ar visai uždara“ [42, 60, 61].

Ekonominis augimas vyksta cikliška, pokyčių seka yra nuolat pasikartojanti, tačiau nereguliari. Kapitalo nišai susitraukus, ekonominio augimo sulėtinimą, nuosmukį ar krizę gali sukelti ne tik ekonominiai burbulai, bet ir *kredito spąstai*. Efektas nustatytas Vilniaus universiteto Kauno humanitarinio fakulteto Ekonominės logistinės analizės centre vis dar reikalauja visapusiško ištyrimo, patikslinimo ir detalesnio praktinio patikrinimo. Informatikos ir ekonomikos taikymas tiriant logistinius modelius leido gauti tikslesnius rezultatus. Bendrų tyrimo metu buvo atskleistas logistinio palūkanų modelio efektyvumas [42, 60, 62].

### **I.1. T. Malthus populiacijos augimo modelis**

XVIII a. anglų mokslininkas *Thomas Malthus* (1766 – 1834) savo 1798 m. parašytame esė pastebėjo, kad žmonijos populiacija auga sparčiau nei jai reikalingi maisto kiekiai. Jis rašė, kad žmonijos populiacija didėja geometriškai (eksponentiškai), o maisto kiekis – aritmetiškai (linijiškai). Mokslininkas padarė išvadą: jeigu šis reiškinys nebūtų stebimas, anksčiau ar vėliau žmonija taptų per didelė, kad išsimaitintų, todėl atsirastų maisto trūkumas. *T. Malthus* modelis (1) dažniausiai literatūroje vadinamas *natūralaus augimo* arba *proporcingo augimo modeliu* [63, 64]. Pagal šį modelį, populiacija didėja proporcingai. Jeigu  $K$  yra populiacija, kaip laiko funkcija, tada natūralaus augimo prielaida gali būti užrašyta tokia formule:

$$\frac{dK}{dt} = m \cdot K \quad (1)$$

kur  $m$  yra teigiama konstanta.

Aplinkos veiksnių nevaržomos gyvūnų populiacijos taip pat didėja eksponentiškai. Šioje situacijoje  $m$  vadinama *populiacijos produktyvumo lygiu* [63]. Šis modelis taikomas ne tik biologinės populiacijos augimui nusakyti, bet ir ekonomikoje. Pavyzdžiui, taupomosios sąskaitos su nuolatinėmis

palūkanomis (ir be išėmimų) balansas rodo natūralų augimą. Tokiu atveju konstanta  $m$  vadinama nuolatinių procentų metine palūkanų norma.

<b>Thomas Malthus modelis:</b>
$\frac{dK}{dt} = m \cdot K$ $K(t) = K_0 \cdot e^{m \cdot t}$
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>K</math> – populiacija;</li> <li>• <math>t</math> – laikas;</li> <li>• <math>m</math> – našumo lygis (gyventojų našumas) arba metinė palūkanų norma.</li> </ul>

## I.2. Benjamin Gompertz modelis

Žinomas britų savamokslis matematikas ir aktuaras *B. Gompertz* (1779 – 1865) sudarė naują karališkosios draugijos mirtingumo lentelių seriją ir 1825 m. pasiūlė žmonių mirtingumo dėsnį, kurį pirmąkart išsamiai aprašė laiške *Francis Baily* (1774 – 1844). Dėsnis remiasi išankstine prielaida, kad žmogui senstant, jo pasipriešinimas mirčiai mažėja. Modelis užrašomas tokia formule [65, 66]:

$$K(t) = K_0 \cdot e^{-\beta \cdot (e^{\alpha t} - 1)} \quad (2)$$

kur  $K(t)$  reiškia žmonių skaičių laiko momentu  $t$ , o  $\beta$  ir  $\alpha$  yra konstantos.

Šis modelis – tai patobulintas *T. Malthus* demografinis modelis. Draudimo kompanijos naudojami juo skaičiuodamos gyvybės draudimo kainą. Lygtis, žinoma kaip *B. Gompertz* kreivė, dabar naudojama daugelyje sferų laiko eilutėms modeliuoti, kur lėtesnis didėjimas fiksuojamas periodo pradžioje ir pabaigoje. Vėliau modelis buvo pervadintas *Gompertz–Makehao* mirtingumo dėsniu [65].

Pagal logistinėje analizėje priimtus žymėjimus *B. Gompertz* lygties diferencialinė forma būtų:

$$\frac{dK}{dt} = m \cdot K \cdot \ln\left(\frac{K_p}{K}\right) \quad (3)$$

Šios lygties sprendinys (panaudojus minėtus žymėjimus) yra:

$$K = K_p \cdot \left(\frac{K_0}{K_p}\right)^{e^{-m \cdot t}} \quad (4)$$

<b>Benjamin Gompertz modelis:</b>
$K(t) = K_0 \cdot e^{-\beta \cdot (e^{\alpha t} - 1)}$
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>K</math> – individų skaičius;</li> <li>• <math>t</math> – laikas;</li> <li>• <math>\beta</math> ir <math>\alpha</math> – augimo konstantos.</li> </ul>

### I.3. Heinz von Foerster augimo modelis

1960 m. *Heinz von Foerster* (1911 – 2002), *Patricia Mora* ir *Larry Amiot* teigimu, augimo modelį galima paaiškinti tuo, kad tobulinamos technologijos ir komunikacijos bei žmonių populiacija suformavo efektyvią koaliciją – aplinkos pavojų mažinimą, gyvenimo sąlygų gerinimą, vidutinės gyvenimo trukmės ilginimą. Jie pasiūlė **koalicijos augimo modelį** kuriame produktyvumo greitis yra *ne* konstanta, o didėjanti funkcija nuo  $K$ , t. y. formos  $m \cdot K^h$  funkcija, kur  $h$  yra teigiamas ir mažas dydis (jei  $h$  būtų  $0$ , tai privestų prie natūralaus modelio). Diferencialinė šio modelio lygtis yra tokia [67, 68]:

$$\frac{dK}{dt} = m \cdot K^{1+h} \quad (5)$$

kur  $h$  ir  $m$  yra teigiamos konstantos. Prieš bandant išspręsti šią diferencialinę lygtį, reikia išsiaiškinti, kaip ji atitinka istorinius duomenis.

Modelis patvirtina, kad  $K$  išvestinė turėtų būti proporcinga  $K$  augimo greičiui, t. y. pasikeitimo greitis turėtų būti  $K$  jėgos funkcija. Jei tai tiesa, vadinasi galima tokia išraiška:

$$K(t) = \frac{1}{[h \cdot m \cdot (T - t)]^{1/h}} \quad (6)$$

*H. Foerster* laiką  $T$  vadina *lemtingąja diena* (angl. *Doomsday*). Toks skaičiavimas rodo, kad egzistuoja konkretus laikas  $T$ , kai populiacija  $K$  taps *begalinė*, arba taptų, jei augimo modelis ir toliau vyktų pagal koalicinį modelį [67].

Ekonominiam augimui modeliuoti labiau tiktų lygtis, savyje turinti pradinės populiacijos išraišką:

$$K = \sqrt[h]{\frac{K_0^h}{1 - K_0^h \cdot h \cdot m \cdot t}} \quad (7)$$

<b>Heinz von Foerster modelis:</b>
$\frac{dK}{dt} = m \cdot K^{1+h}$ $K = \frac{1}{[h \cdot m \cdot (T - t)]^{1/h}}$
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>K</math> – populiacija;</li> <li>• <math>t</math> – laikas;</li> <li>• <math>T</math> – lemtingoji diena;</li> <li>• <math>h</math> ir <math>m</math> – teigiamos konstantos.</li> </ul>

#### **I.4. Pierre Francois Verhülst logistinis augimo modelis**

Belgų matematikas *P. F. Verhülst* (1804 – 1849), intensyviai gilinosi į šią logistinio augimo modeliavimo idėją XIX a.

Atliekant demografinius tyrimus 1838 metais *P. F. Verhülst* pristatė naujo tipo logistinę funkciją [2, 69]:

$$\frac{dK}{dt} = m \cdot K \left( 1 - \frac{K}{K_p} \right) \quad (8)$$

kur  $K_p$  – didžiausias gamtoje įmanomas individų skaičius,  $K$  – populiacijos dydis, o  $m$  – augimo greičio koeficientas. 1845 m. publikuotame straipsnyje

lygties sprendimą mokslininkas vadino logistine funkcija, todėl kartais pati lygtis yra vadinama logistine lygtimi.

Logistinės funkcijos išraiška:

$$K(t) = \frac{K_p}{1 + \left(\frac{K_p}{K_0} - 1\right) \cdot e^{-m \cdot t}} \quad (9)$$

Ši augimo lygtis kartais dar vadinama **Verhūlst-Pearl** lygtimi *Alfred J. Lotka* 1925 m. dar kartą išvedė lygtį ir pavadino ją *populiacijos augimo dėsnio* [70].

<b>Pierre Francois Verhūlst modelis:</b>
$\frac{dK}{dt} = m \cdot K \left(1 - \frac{K}{K_p}\right)$ $K(t) = \frac{K_p}{1 + \left(\frac{K_p}{K_0} - 1\right) \cdot e^{-m \cdot t}}$
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>K</math> – populiacijos dydis;</li> <li>• <math>t</math> – laikas;</li> <li>• <math>m</math> – koeficientas, įvertinantis augimo tempą;</li> <li>• <math>K_p</math> – talpa, didžiausias įmanomas individų skaičius.</li> </ul>

### **I.5. Alfred James Lotka ir Vito Volterra modelis**

Nepriklausomai vienas nuo kito augimo lygtis išvedė *Alfred J. Lotka* 1925 m. ir *Vito Volterra* 1926 m. *Lotka-Volterra* lygtys, dar žinomos kaip grobuonies-grobio lygtys. Tai pora netiesinių diferencialinių lygčių, kurios dažniausiai naudojamos aprašyti dviejų biologinių rūšių sąveiką, kai viena rūšis yra grobuonis, o kita – grobis.

Dvi diferencialinės lygtys (lygčių sistema) yra [71]:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= x \cdot (a - by) \\ \frac{dy}{dt} &= -y \cdot (c - dx) \end{aligned} \quad (10)$$

<b>Alfred James Lotka ir Vito Volterra modelis:</b>
$\frac{dK_1}{dt} = K_1(\epsilon_1 - \gamma_1 K_2)$ $\frac{dK_2}{dt} = -K_2(\epsilon_2 - \gamma_2 K_1)$
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>K_1 = K_1(t)</math> – grobio (aukų) skaičius;</li> <li>• <math>\epsilon_1 &gt; 0</math> – grobio dauginimosi greitis be jokių trukdžių ir turint pakankamai maisto;</li> <li>• <math>K_2 = K_2(t)</math> – grobuonių skaičius;</li> <li>• <math>\epsilon_2 &gt; 0</math> – grobuonių mirties greitis, kai visiškai nėra grobio;</li> <li>• <math>\gamma_1 &gt; 0</math> – grobuonių maitinimosi greitis per grobį (lygus grobio mirties greičiui per grobuonį);</li> <li>• <math>\gamma_2 &gt; 0</math> – grobuonių dauginimosi greitis per grobį.</li> </ul>

## I.6. Frank Bass difuzijos (sklidimo) modelis

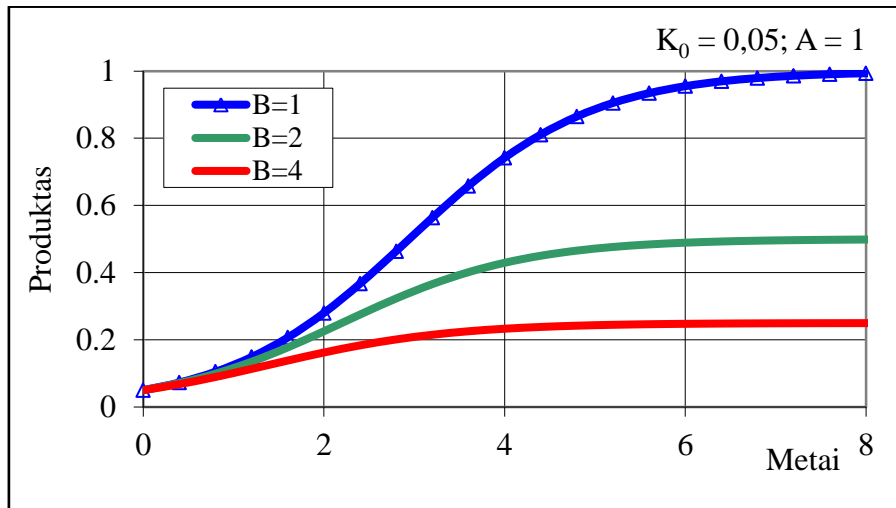
*Frank Bass* (1926 – 2006) išplėtojo sklaidos modelį, kuris apibūdina, koku būdu nauji produktai adaptuojasi kaip sąveika tarp vartotojų ir potencialių vartotojų. *Sklaidos modeliai* išvesti iš panašios konceptualizacijos proceso, pagal kurį potencialių naudotojų populiacija pradeda naudoti naują technologiją ar produktą. Įsisavinimo proceso pradžia būna lėta, pasiekia pakilimą ir galiausiai nusistovi artėdamas prie ilgalaikio potencialo, t. y. eidama prie S formos kreivės viršutinės ribos [72, 73]. Modelis plačiai taikomas prognozėms, ypač produktų ir technologijų tendencijos analizei. Iš matematinės pusės, pagrindinė *Bass* modelio sklaida yra *Riccati* lygtis su pastoviais koeficientais. Šis modelis plačiai taikomas inovacijoms modeliuoti [1, 74]. Produkto augimas modeliuojamas pagal:

$$\frac{dK}{dt} = A \cdot K - B \cdot K^2 \quad (11)$$

kur  $K$  – produkto (kapitalo) dydis laiko momentu  $t$ ,  $A$  ir  $B$  – koeficientai.

Išsprendę produkto dinamikos lygtį  $K$  atžvilgiu, gauname (1 pav.):

$$K(t) = \frac{K_0 \cdot A}{(A - B \cdot K_0) \cdot e^{-At} + B \cdot K_0} \quad (12)$$

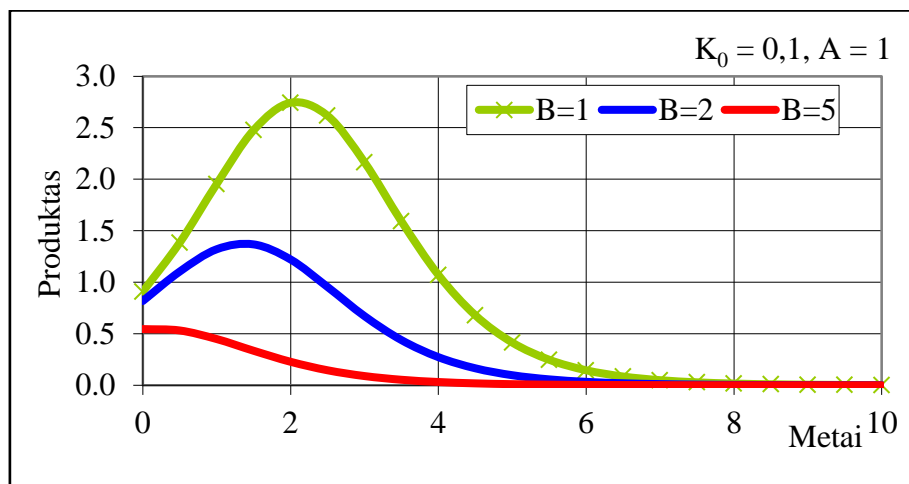


Šaltinis: sudaryta autorės.

**1 pav.** Produkto augimo trajektorija (Bass modelis)

Produkto augimo greitis pavaizduotas 2 paveiksle, kuris apskaičiuojamas pagal:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{A \cdot (A - B \cdot K_0) \cdot e^{At}}{(A - B \cdot K_0 + B \cdot K_0 \cdot e^{At})^2} \quad (13)$$



Šaltinis: sudaryta autorės.

**2 pav.** Produkto augimo greitis (Bass modelis)

**Frank Bass modelis:**

$$\frac{dK}{dt} = A \cdot K - B \cdot K^2$$

$$K(t) = \frac{K_0 \cdot A}{(A - B \cdot K_0) \cdot e^{-At} + B \cdot K_0}$$

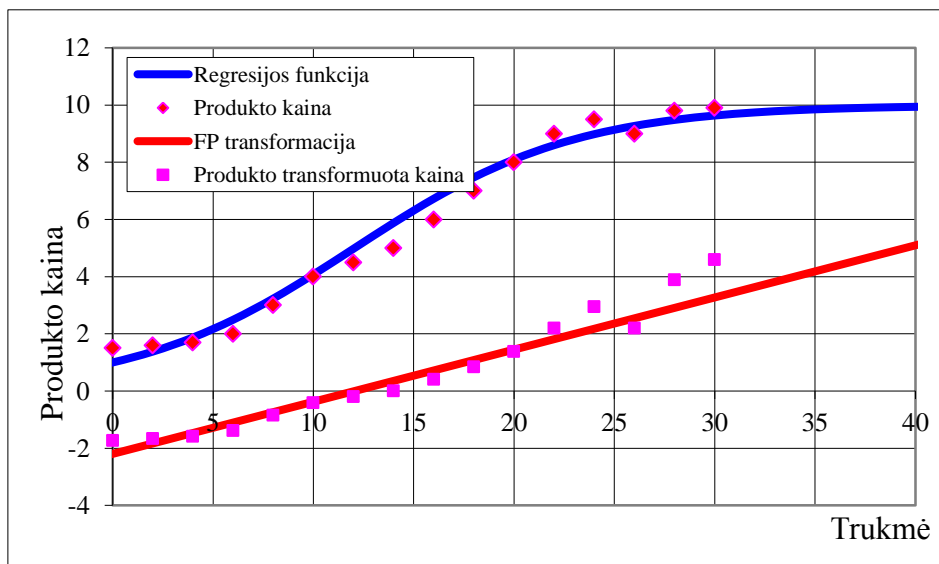
- $K$  – populacijos (kapitalo) dydis;
- $t$  – laikas;
- $A$  ir  $B$  – augimo koeficientai.

## I.7. Fisher-Pry transformacija

1971 metais mokslininkai *Fisher J. C.*, *Pry R. H.* pirmieji technologinių procesų pokyčiams pasiūlė taikyti tiesinę duomenų transformaciją [75]. Atsiradus šiam modeliui, industrinės ir komercinės rinkoms tirti taikytos logistinės kreivės. *Fisher-Pry* modelis sukurtas parodyti, koku būdu nauja technologija išstumia iš rinkos senesnę [72]. Mokslininkai analizavo sklidimo ir pakaitinio modelio pagrindimą, atliko santykinės rinkos dalies matavimus, lygindami senus ir naujus konkuruojančius rinkos produktus [6]. Transformacijos metu buvo atliekami tokie pertvarkymai:

$$FK(t) = \frac{F(t)}{1-F(t)}, \quad \text{kur} \quad F(t) = \frac{K(t)}{K_p} \quad (14)$$

Atliekant pertvarkymus naudojamas statistinių duomenų nupjautinis vidurkis. *Fisher-Pry* modelyje pradinis režis yra  $0,1 * FK(t)$ , viršutinis režis –  $0,9 * FK(t)$ .



Šaltinis: sudaryta autorės.

3 pav. X produkto Fisher-Pry transformacija



Perrin S. Meyer, Jason W. Yung ir Jesse H. Ausubel 1999 m., kurdami modeliavimo įrankį Loglet Lab, logistinei funkcijai (9) pritaikė nupjautinio vidurkio metodą ir gavo [6]:

$$K(t) = \frac{\kappa}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{\Delta t}(t - t_m)\right]} \quad (15)$$

Tai leido sudėtinių procesų bei naujų technologijų atėjimo į rinką modeliavimui pritaikyti Fisher-Pry transformaciją [6]. Tokiu būdu atsirado galimybė pamatyti, kaip vienas technologinis procesas, progresuojant ekonomikai bei inovacijų sklaidai, keičiamas kitu. Į formulę (14) įstačius (15) lygtį gaunama [76, 77]:

$$K(t) = \frac{\kappa}{1 + \exp[-\ln(FK(t))]} \quad (16)$$

Lygtis (16) parodo realią augančios sistemos situaciją ir tuo pačiu prisotinimo laipsnį.

3 paveiksle parodyta  $X$  produkto statistinei eilutei atlikta Fisher-Pry transformacija. Tai leidžia vizualizuoti statistinius nukrypimus nuo regresijos kreivės.

<b>Fisher-Pry transformacija:</b>
$FK(t) = \frac{F(t)}{1 - F(t)}$ $F(t) = \frac{K(t)}{K_p}$
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>K(t)</math> – populiacijos (kapitalo) dydis laiko momentu <math>t</math>;</li> <li>• <math>K_p</math> – prisotinimo parametras.</li> </ul>

Esminė *Fisher-Pry* modelio hipotezė yra suformuluota rinkos dalies atžvilgiu, įvertinant tai, kad diegiamas naujas produktas, einant laikui vis labiau įsitvirtina rinkoje. Naujo produkto, kuris keičia senesnį, įsisavinimo greitis yra proporcingas vis dar naudojamo senesnio produkto daliai, padaugintai iš naujojo produkto dalies.

## **I.8. Logistinių augimo modelių apibendrinimas**

Teorinėje dalyje aprašytų augimo modelių apibendrinimas pateiktas 1 lentelėje. 2002 m. Vilniaus universiteto profesorius S. A. Girdzijauskas *P. F. Verhūlst* modelį pertvarkė, parametą  $m$  išreiškęs per palūkanų normą  $i$ . Tokiu būdu prasiplėtė modelio taikymo ribos. Tuo pat metu *P. F. Verhūlst* modelio pagrindu kitų autorių buvo sukurtas apibendrintasis logistinis palūkanų modelis, iš kurio galima gauti ne tik *P. F. Verhūlst* ir eksponentinį modelius, bet ir daugelį kitų, specializuotųjų augimo modelių.

1 lentelė. Augimo modeliai

Nr.	Modelio pavadinimas	Augimo modelių diferencialinė forma	Augimo modelis	Koeficientų reikšmės
1	Apibendrintasis logistinis augimo modelis.	$\frac{dK}{dt} = m \cdot K^\alpha \cdot \left[ 1 - \left( \frac{K}{K_p} \right)^\beta \right]^\gamma$	$K$ – populiacijos dydis laiko momentu $t$ , $K_p$ – potencialios populiacijos dydis, $m$ – augimo koeficientas; $\alpha, \beta, \gamma$ – augimo parametrai.	Pradinės sąlygos: kai $t = 0, K = K_0$
2	Maltus (paprastųjų palūkanų)	$\frac{dK}{dt} = m$	$K(t) = K_0 + m \cdot t$	$\alpha = 0; \beta \neq 0; \gamma = 0$
3	Maltus (sudėtinių palūkanų). Eksponentinis augimas	$\frac{dK}{dt} = m \cdot K$	$K(t) = K_0 \cdot e^{m \cdot t}$	$\alpha = 1; \beta \neq 0; \gamma = 0$
4	Tiesinė – ribota. Pseudologistinė funkcija.	$\frac{dK}{dt} = m \cdot \left( 1 - \frac{K}{K_p} \right)$	$K(t) = K_p + (K_0 - K_p) \cdot e^{-m \cdot t / K_p}$	$\alpha = 0; \beta = \gamma = 1$
5	Verhūlst lygtis – logistinis augimo modelis	$\frac{dK}{dt} = m \cdot K \cdot \left( 1 - \frac{K}{K_p} \right)$	$K(t) = \frac{K_p}{1 + (K_p / K_0 - 1) \cdot e^{-m \cdot t}}$	$\alpha = \beta = \gamma = 1$
6	Von Bertalanffy augimo funkcija	$\frac{dK}{dt} = m \cdot K^{\frac{2}{3}} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{K}{K_p} \right)^{\frac{1}{3}} \right]$	$K(t) = K \left[ 1 + \left[ 1 - \left( \frac{K_0}{K} \right)^{\frac{1}{3}} \right] e^{-\frac{1}{3} \cdot m \cdot K^{-\frac{1}{3} \cdot t}} \right]^3$	$\alpha = \frac{2}{3}, \beta = \frac{1}{3}, \gamma = 1$
7	Bendroji augimo funkcija	$\frac{dK}{dt} = m \cdot K^{1+\beta(1-\gamma)} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{K}{K_p} \right)^\beta \right]^\gamma$	$K(t) = \frac{K}{\left[ 1 + \left[ (\gamma - 1) \cdot \beta \cdot m \cdot K^{\beta \cdot (1-\gamma)} t + \left[ \left( \frac{K}{K_0} \right)^\beta - 1 \right]^{1-\gamma} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}} \right]^{\frac{1}{\beta}}}$	$\alpha = 1 + \beta \cdot (1 - \gamma)$

8	Richards augimo kreivė	$\frac{dK}{dt} = m \cdot K \cdot \left[ 1 - \left( \frac{K}{K_p} \right)^\beta \right]$	$K(t) = K \left[ 1 - e^{-\beta \cdot m \cdot t} \left[ 1 - \left( \frac{K_0}{K} \right)^{-\beta} \right] \right]^{\frac{1}{\beta}}$	$\alpha = \gamma = 1$
9	Gompertz augimo funkcija	$\frac{dK}{dt} = m \cdot K \cdot \left[ \ln \left( \frac{K_p}{K} \right) \right]$	$K(t) = K_0 \cdot e^{-\beta \cdot (e^{\alpha \cdot t} - 1)}$	$\gamma = 1, \beta \rightarrow 0.$
10	Weibull skirstinys		$K(t) = K_p \cdot e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha}$	$\alpha, \beta > 0,$ kai $\alpha=2$ , yra žinomas kaip Rayleigh skirstinys
11	Heinz von Foerster koalicijos augimo modelis	$\frac{dK}{dt} = m \cdot K^{1+h}$	$K(t) = \frac{1}{(h \cdot m(T - t))^{1/h}}$	$h, m$ teigiamos konstantos
12	O.C.Ferreira Logistinis modelis	$\frac{dK}{dt} = m \cdot K \cdot (K_p - K)$	$K(t) = \frac{K_p}{\left( 1 + \left( \frac{K_p}{K_0} - 1 \right) e^{-m \cdot K_p \cdot t} \right)}$	

Šaltinis: P. F. Verhūlst modelio pagrindu sudarytų augimo modelių lentelė [78] papildyta autorės.

Visos augimo funkcijos yra išreikštos pagal vieną kintamąjį  $m$  tam, kad būtų matoma šio augimo parametro svarba ir tam, kad lengviau būtų galima pereiti prie logistinio augimo modelio, nes būtent jis yra susietas su palūkanų norma, o ekonomikoje tai yra svarbiausia. Pateiktieji modeliai nėra kiek plačiau taikomi analizuojant ekonominius reiškinius. Tai yra todėl, kad istoriniuose modeliuose *palūkanų norma  $i$*  nėra tiesiogiai išreikšta.

Pertvarkius logistinius modelius ir suradus bendrąsias (logistines) palūkanas, tyrimuose atsirado kokybinis šuolis. Tai įvyko augimo parametą išreiškus per palūkanas keitiniu  $m = \ln(1+i)$ . Pritaikius diskontavimą ir atsižvelgiant į rinkos prisotinimą, atsirado galimybė išaiškinti nestabiliųjų ekonominių situacijų susiformavimo mechanizmą. Pagrindinės šio mechanizmo grandys: **didėjančio pelningumo** (pasireiškiantis kaip ekonominis burbulas) ir **kredito spąstų** (pasireiškianti kaip nepakeliama paskolų našta) **paradoksai**. Jie buvo atrasti panaudojus dabartinės vertės ir diskontavimo procedūras. *Per standartines logistines funkcijas tai padaryti praktiškai neįmanoma*, nes jos nėra tinkamos diskontuoti. Aptiktieji paradoksai yra labai svarbūs (dažnai ir lemiantys) formuojantis nestabiliosioms ekonominėms situacijoms [60, 42, 48].

Iš egzistuojančių augimo modelių aibės išskirkime tuos, kurie vienu ar kitu būdu gali būti panaudoti analizuojant ekonominius procesus. Paaiškėjo, kad tuos modelius dar galima ir suklasifikuoti pagal atitinkamus požymius (2 lentelė). Pagal palūkanų augimo pobūdį: paprastosios, sudėtinės, nominaliosios, tolydžiosios ir pseudopaprastosios palūkanos. Tuo tarpu pagal universalumą (bendrumą): jų atskirosios ir bendrosios (logistinės) formos. Bendrąsias formas dar galima papildyti dabartinėmis vertėmis ir palūkanų normų išraiškomis. Pastarųjų priklausomybė nuo prisotinimo (santykio  $K/K_p$ ) akivaizdžiai atskleidžia didėjančio pelningumo paradokso egzistavimą [60].

2 lentelė. Bazinė palūkanų matrica (sistema)

Nr.	Modelio pavadinimas	Atskirosios (įprastosios) palūkanos	Bendrosios (logistinės) palūkanos	Bendrųjų palūkanų dabartinė vertė	Bendrųjų palūkanų norma
1	Paprastosios palūkanos	$K = K_0 \cdot (1 + i \cdot t)$	$K = \frac{K_p \cdot K_0 \cdot (1 + i \cdot t)}{(K_p - K_0) + K_0 \cdot (1 + i \cdot t)}$	$K_0 = \frac{K_p \cdot K}{K_p + (K_p - K) \cdot i \cdot t}$	$i = \frac{K - K_0}{K_0 \cdot (1 - K/K_p)} \cdot t^{-1}$
2	Sudėtinės palūkanos	$K = K_0 \cdot (1 + i)^t$	$K = \frac{K_p \cdot K_0 \cdot (1 + i)^t}{(K_p - K_0) + K_0 \cdot (1 + i)^t}$	$K_0 = \frac{K_p \cdot K}{K + (K_p - K) \cdot (1 + i)^t}$	$i = \sqrt[t]{\frac{K}{K_0} \cdot \frac{1 - K_0/K_p}{1 - K/K_p}} - 1$
3	Nominaliosios palūkanos	$K = K_0 \cdot \left(1 + \frac{j}{k}\right)^{k \cdot t}$	$K = \frac{K_p \cdot K_0 \cdot \left(1 + \frac{j}{k}\right)^{k \cdot t}}{(K_p - K_0) + K_0 \cdot \left(1 + \frac{j}{k}\right)^{k \cdot t}}$	$K_0 = \frac{K_p \cdot K}{K + (K_p - K) \cdot \left(1 + \frac{j}{k}\right)^{t \cdot k}}$	$j = k \cdot \left(\sqrt[t \cdot k]{\frac{K}{K_0} \cdot \frac{1 - K_0/K_p}{1 - K/K_p}} - 1\right)$
4	Tolydžiosios palūkanos	$K = K_0 \cdot e^{j \cdot t}$	$K = \frac{K_p \cdot K_0 \cdot e^{j \cdot t}}{(K_p - K_0) + K_0 \cdot e^{j \cdot t}}$	$K_0 = \frac{K_p \cdot K}{K + (K_p - K) \cdot e^{j \cdot t}}$	$j = \ln \left( \sqrt[t]{\frac{K}{K_0} \cdot \frac{1 - K_0/K_p}{1 - K/K_p}} \right)$
5	Pseudopaprastosios palūkanos	$K = K_0 + t \cdot \ln(1 + i)$	$K = K_p + (K_0 - K_p) \cdot (1 + i)^{-t/K_p}$	$K_0 = K_p + (K - K_p) \cdot (1 + i)^{t/K_p}$	$i = \left(\frac{K_p - K_0}{K_p - K}\right)^{\frac{K_p}{t}} - 1$

Šaltinis: [60], papildyta autorės.

2 lentelės kintamųjų reikšmės:

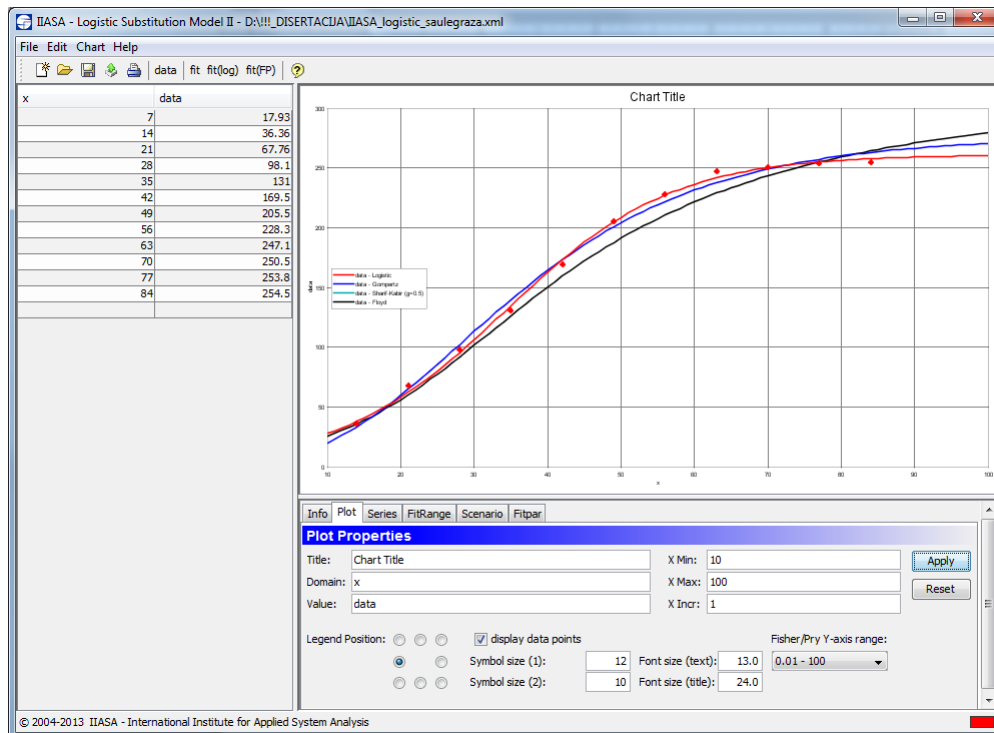
- $K_p$  – potencialioji (ribinė, maksimali) investuoto kapitalo reikšmė;
- $K_0$  – pradinė investicijos reikšmė;
- $K$  – per  $t$  periodą sukauptoji investicijos suma;
- $i, j$  – palūkanų normos;
- $t$  – investavimo trukmė arba investavimo periodų skaičius (matuojamas tais pačiais laiko vienetais, kaip ir laikas palūkanų normoje);
- $k$  – perskaičiavimų viename palūkanų periode skaičius.

### **I.9. IIASA – logistinio modeliavimo programinis paketas**

Nuo 1979 metų Tarptautinio taikomųjų sistemų analizės instituto (International Institute for Applied Systems Analysis – IIASA) mokslininko *C. Marchetti* pastarųjų metų darbai bei technologijų išmanymas atvėrė galimybę technines žinias perkelti į programinės įrangos erdvę [17].

Originalaus modelio analizė buvo pradėta 1979 metais *C. Marchetti* ir *N. Nakicenovic* mokslininkų IIASA organizacijoje [13, 17]. 1994 metais originalus modelio kodas *M. Posch* buvo perprogramuotas į du atskirus programinės įrangos produktus (4 pav.): *S-kreivės apskaičiavimą* ir *LSM* – logistinio keitimo modelio įvertinimą.

Logistinis keitimo modelis (angl. *logistic substitution model* – LSM) aprašo konkurentų rinkos nišą, pavyzdžiui, rinkos dalį. Konkurencinių produktų egzistavimas padalintas į tris etapus: augimas, prisotinimas ir sunykimas, kur augimo ir sunykimo etapai yra logistiniai augimo procesai [79, 80].



Šaltinis: sudaryta autorės.

#### 4 pav. IIASA logistinis keitimo modelis

„IIASA Logistic Substitution Model II“ – programinė priemonė, pavaizduota 4 pav., leidžia vertinti produktų augimo parametrus ir pakaitinius augimo tendencijų procesus. Autorių tyrimai akcentuoti į įmonių, organizacijų rodiklius, kurie yra labai svarbūs jų augimui bei plėtrai [81]. Modeliavimo rezultatai pateikiami tiesine arba pusiau logaritmine skale [13].

Programinis paketas sukurtas remiantis: *klasikine logistine, Gompertz, Sharif-Khabir, Floyd, eksponentine ir tiesine* kreivėmis [17]. Egzistuoja galimybė duomenis matyti ir analizuoti transformuojant juos į *Fisher-Pry* tiesinę priklausomybę.

Autoriai išskyrė tris pagrindines LSM taikytinas prielaidas: naujosios technologijos patenka į rinką ir auga pagal logistines normas; tam tikru laiku tik viena technologija išgyvena prisotinimo laikotarpį; nykstančios technologijos sunyksta palapsniui pagal logistines normas nepaveiktos konkuruojančių naujų technologijų. Tiesa, galimos dvi papildomos prielaidos: egzistuoja  $n$  konkuruojančių technologijų, chronologiškai suskirstytų pagal jų atsiradimo rinkoje laiką; prisotinimo laikotarpiu



technologija atitinka nelogistinę trajektoriją, kuri sujungia augimo ir po jo einantį nykimo periodą [79].

Tarptautinis taikomųjų sistemų analizės institutas ištyrė apytiksliai 300 atvejų. Jų energijos sistemos programa naudojo LSM nustatyti laikotarpius nuo prieš 20 iki prieš 130 metų. Mokslininkai, remiantis tūkstančiais atitikimo rezultatu, kai duomenų rinkiniai neatitinka modelio, priėjo prie išvados, jog augimas paprastai būna nereguliarus, kai rinkos dalis yra mažesnė nei 5%. Technologija jau patenka į rinką, kai ji peržengia 10% rinkos slenkstį, o prielaida dėl augimo greičio grindžiama senųjų technologijų logistiniu augimu [79].

Net jeigu LSM yra pajėgus nuspėti logistinį augimą ir mažėjimą, nurodyti naująją technologiją tolimoje ateityje – nelengva užduotis. Problema, su kuria susiduria LSM, tai ne modelio kūrimas ar vykdymas kelis kartus, kad būtų gautas geriausias rezultatas, o gautų rezultatų vertinimas. Tikėtinų rezultatų interpretacija ne visada sutampa su realybe. Būtent todėl ir yra reikalingas formalus mechanizmas, padedantis numatyti neįtikėtinus įvykius. [79]

D. Kucharavy ir R. De Guio ilgalaikių technologinių prognozių tyrime susitelkė ties problemomis, kylančiomis dėl bendrinio prognozavimo proceso etapų: skirstymo tarp trumpalaikių, vidutinės trukmės ir ilgalaikių prognozių, kurios remiasi trimis S kreivės etapais. Viena S kreivė paprastai padalinama į tris etapus: prieš  $\alpha$ , tarp  $\alpha$  ir  $\beta$ , ir po  $\beta$ . Trumpalaikė technologinė prognozė susitelkia ties vienu S kreivės etapu, vidutinės trukmės prognozė – ties dviem, o ilgalaikio prognozavimo studijų srityje dažniausiai taikomas daugiau nei vienas metodas, kadangi tiriami mažiausiai trys S kreivės etapai, be to, gali būti svarstomi keli augimo modeliai ir daugiau nei viena sistema. Tam tikram veiksniai svarbiausia savybė sujungia kiekybines ir kokybines ilgalaikio prognozavimo savybes. Šie trys apibendrintojo logistinio augimo modelio parametrai (pateikto 1-oje lentelėje),  $K_p$ ,  $\alpha$ , ir  $\beta$ , dažniausiai apskaičiuojami pritaikant turimus duomenis. Paprastai funkcija įvertinama  $K$  parametrams priskyrimas pasirenkamas pradines vertes. Po to vykdoma pakartotinė paieška, padedanti nustatyti tas vertes, su kuriomis suma būtų mažiausia. Egzistuoja

skirtingi pritaikymo metodai, pavyzdžiui, augimo riba  $K_p$  gali būti apskaičiuota kaip ekspertų nuomonė, kai  $\alpha$  ir  $\beta$  optimizuojami kiek galima sumažinant likučiais [22].

Pasak D. Kucharavy ir R. De Guio, technologinė difuzija – tai praktiškai naudojamos (naujos) technologijos sukūrimo procesas [79]. Ilgalaikių technologinių prognozių atveju technologijų difuzija gali būti apibūdinta kaip perėjimo procesas nuo išradimo prie naujovės [40, 82]. Taigi tokiam perėjimo procesui nuo pirmojo galimo prototipo iki pirmojo realaus produkto ir naujos rinkos sukūrimo, t.y. naujos rinkos talpos  $K_p$  susiformavimo, reikia laiko.

Šiandieniniuose moksliniuose tyrimuose išradimas apibrėžiamas kaip inžinerinės veiklos technologiniame kontekste rezultatas, kuris išsprendžia prieštaravimus tarp specifinių poreikių ir žinomų gamtos dėsnių. Išradimo proceso rezultatas yra realus sprendimas ir darbinis prototipas. Naujovės yra socialinės, ekonominės bei technologinės veiklos rezultatas. Technologijos difuzija nuo išradimo iki naujovės – tai ilgas ir duobėtas kelias, kuriame nepriimtini kompromisai. Beje, šimtai tūkstančių išradimų taip niekada ir netampa naujovėmis. O kai naujovė atsiranda, labai sunku iširti naujovės proceso priežastingumą dėl ilgo kelio nuo išradimo iki naujovės [79].

Akivaizdu, kad esminį vaidmenį technologijų difuzijoje atlieka konkurencija tarp atsirandančių technologijų. Viena iš pagrindinių prielaidų, kurią mokslininkai taikė ilgalaikiam prognozavimui yra tokia: visos sistemos (pagrindinės sistemos ir posistemės) atsiranda konkurencijos principu pagal logistinio augimo dėsnį. Taigi reikėtų atskleisti konkurencijos procesus ir sąmoningai juos atkartoti technologiniame prognozavime [79].

Pasak D. Kucharavy ir R. De Guio, „pagaliau, svarbu pabrėžti esminį ir labai svarbų prognozuotojų vaidmenį. Vien tik patikimo prognozavimo metodo neužtenka sudaryti tikslų ilgalaikį spėjimą. Tai niekada nebus vien mygtuko paspaudimo veiksmas. Kaip ir kiekvienas efektyvus įrankis, protingai taikomas metodas gali duoti puikių rezultatų, tačiau nepatyrusiose rankose gali pateikti klaidingas išvadas“ [79].

## I.10. LogletLab programinis paketas

LogletLab programinio įrankio ikūrėjai yra Jungtinių Amerikos Valstijų Rockefellerio universiteto mokslininkai bendraminčiai *Perrin S. Meyer, Jason W. Yung ir Jesse H. Ausube*. Savo tyrimus jie labiau koncentravo į biologinių bei biomedicininį augimo tendencijų problemas [12, 6].

Atlikę eksponentinio augimo modelio tyrimą, mokslininkai jį patobulino, išvedė logistinę funkciją (3 lentelė) ir pritaikė ją biologinių procesų analizei. Fizikos mokslininkai pirmieji objekto judėjimo trajektorijos modeliavime panaudojo diferencialinę lygtį (ODEs) [6].

Dabar įrankį siūloma taikyti pačiose įvairiose mokslo srityse, įskaitant ir ekonomiką [6, 83, 84, 85].

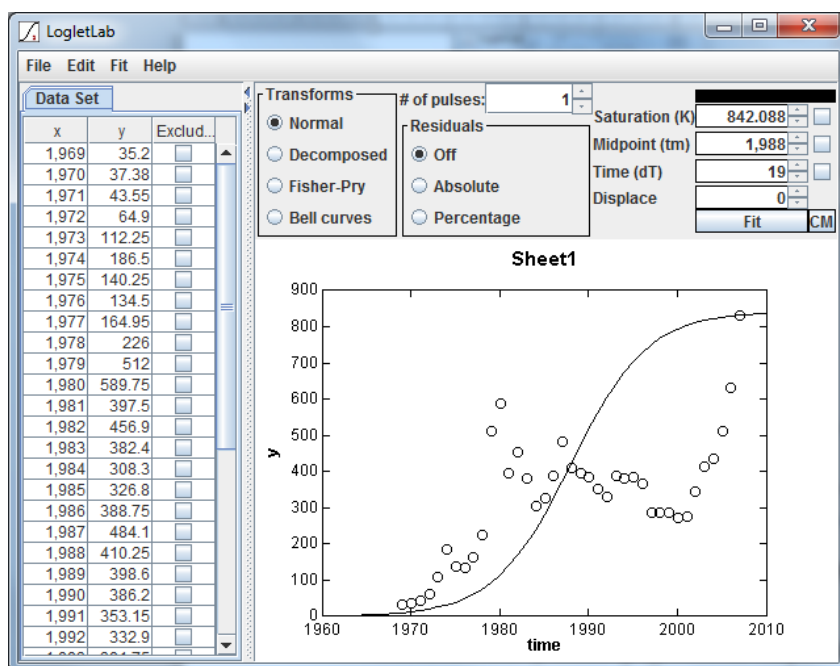
## I.11. Modeliavimas Loglet aplinkoje

*Loglet Lab* – tai programinės įrangos paketas, skirtas laike pasiskirsčiusių duomenų analizei. Logistinio augimo pagrindas – S-formos kreivė su trimis parametrais (3 lentelė). Įrankio struktūra gana paprasta (5 paveikslas) [86].

**3 lentelė.** LogletLab programinio įrankio logistinis modelis

$K_t = \frac{K_p}{1 + \exp\left(-\frac{\ln(81)}{\Delta t}(t - t_m)\right)}$	Trys svarbūs modelio parametrai: $K_p$ – augimo riba; $\Delta t$ – tipinė trukmė; $t_m$ – augimo vidurio taškas.
---	---

**Šaltinis:** sudaryta autorės, pagal [6].



Šaltinis: sudaryta autorės, pagal [6].

5 pav. Loglet Lab programinis įrankis

Struktūriškai įrankis sukurtas taip, kad būtų įmanoma rezultatus matyti keliais skirtingais pjūviais (4 lentelė).

4 lentelė. Kreivės grafinė išraiška – transformacija

<ul style="list-style-type: none"> <li>• „Fisher-Pry“ (tiesi linija, rodo procentinį augimą pagal prisotinimą);</li> </ul>	$FK(t) = \left( \frac{F(t)}{1 - F(t)} \right)$
<ul style="list-style-type: none"> <li>• „Bell curves“ (greičio kreivė);</li> </ul>	$\frac{dK_t}{dt} = \frac{\frac{\ln(81)}{\Delta t} K_p \exp\left(-\frac{\ln(81)}{\Delta t}(t - t_m)\right)}{\left[1 + \exp\left(-\frac{\ln(81)}{\Delta t}(t - t_m)\right)\right]^2}$
<ul style="list-style-type: none"> <li>• „Residuals“ (absoliuti, procentinė paklaida).</li> </ul>	$r = \frac{(\Delta t - K(t, K_p))}{K(t, K_p)} \times 100$

Šaltinis: sudaryta autorės, pagal [6].

Logistinę augimo kreivę  $K(t)$  mokslininkai padalina į kelias dalis  $K1(t)$  ir  $K2(t)$ . Taip gaunamas sudėtinis logistinis modelis – toks modelis, kuriame augimas

susideda iš kelių skaidymosi procesų (5 lentelė). Du augimo proceso skaidinius Loglet programoje pavaizduoja „Bi-Logistic“ funkcija [6].

**5 lentelė.** Sudėtinis logistinis LogletLab modelis – „Bi-Logistic“ funkcija

$K_t = K_1(t) + K_2(t)$	$K_1(t) = \frac{K_{p_1}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln(81)}{\Delta t_1}(t - t_{m_1})\right)}$ $K_2(t) = \frac{K_{p_2}}{1 + \exp\left(-\frac{\ln(81)}{\Delta t_2}(t - t_{m_2})\right)}$
-------------------------	---

**Šaltinis:** sudaryta autorės, pagal [6].

Duomenis galima analizuoti tiek vienoje  $K(t)$  lygtyje, tiek jų sudedamąsias:  $K_1(t)$  ir  $K_2(t)$ , jeigu tai įmanoma padaryti, nes ne kiekvieno produkto augimo geresnius analizės rezultatus galima pateikti jų padalinus, tiriant pagal „Bi-Logistic“ funkciją [6].

Yra keturios augimo procesų grafinės formos:

- **A** – nuoseklus „Bi-Logistic“ augimas. Antrasis procesas nepradeda augti tol, kol pirmas nepasiekia prisotinimo vidurio taško  $t_m$ . Ši forma charakterizuoja sistemą su pauze.
- **B** – augimas vyksta persidengiant. Antrasis procesas pradeda augti, kai pirmasis pasiekia 50% prisotinimo. Šios formos procesai yra panašūs, skiriasi tik jų prisotinimas,  $K_p$  augimo riba.
- **C** – augimas suartėjant (konvergavimas). Dvi kreivės pradeda augti skirtingu laiko momentu, o pabaigia vienu metu, šiuo atveju antroji kreivė išsivysto tobulesnė, jos augimo greitis geresnis.
- **D** – augimas išsiskiriant (divergavimas). Dvi kreivės pradeda augti tuo pačiu metu, bet skirtingu greičiu ir skirtinga nustatyta augimo riba.

Augimo tyrimas vyksta spaudžiant pagrindiniame lange „Fit“ mygtuką. Paspaudimų skaičius gali būti galutinis, bet galima ir nesulaukti to momento.

Taip bus dėl to, kad produkto rinka dar nepasiekus prisotinimo pabaigos. Prisotinimo aibę LogletLab grafike parodo pilkoji zona.

Visas tris reikšmes:  $K_m$ ,  $\Delta t$ ,  $t_m$ , kurias suteikia LogletLab galima pakeisti patiems. Pačioje programoje galima vertinti parametų jautrumą. Egzistuoja galimybė užfiksuoti parametrus. Tai galima padaryti uždėjus varnelę šalia norimo parametro. Galima fiksuoti kelis parametrus iš karto. Kuo mažesnė pilkoji zona, tuo mažesnės paklaidos.

Dar viena iš suteiktų programos galimybių yra duomenų išskyrimas – maskavimas. Tai reiškia, kad galima kairėje pusėje (lentelėje), kur matomi visi duomenys, uždėjus varnelę šalia, paslėpti vieną reikšmę ar kelias reikšmes, kurios mūsų netenkina.

Kartais norima, o ir labai naudinga, kelis skirtingų produktų augimus analizuoti vienoje plokštumoje – viename grafike. Pavyzdžiui, vieno produkto augimas perdengia kito produkto vystymąsi; vieno produkto augimas nyksta, o kito pradeda tik augti. Tokiu būdu galima pamatyti, kokiu laiku įvyksta persidengimas, Loglet programa tai puikiai leidžia padaryti. Ekonomikoje patogu taip analizuoti rinkos konkurentų veiklos pažangą ir dėsningumą, technologijų dominavimą, pavyzdžiui, kasečių, CD ir DVD plokštelių pardavimus.

## **I.12. Ekonominių augimo modelių analizė**

Nepaisant sėkmingos *P. F. Verhūlst* modelio taikymo patirties moksle ir praktinėje veikloje, jo tinkamumo daugeliui produktų, pripažinta, kad modelis nėra patogus analizuoti kai kuriuos augimo procesus. Visuotinai priimta, sprendžiant įvairius, tiek teorinius, tiek praktinius (ypač finansinius ekonominius) klausimus, vartoti augimo koeficientą (jis dažnai žymimas simboliu  $r$ ), išreikštą per procentų (palūkanų) normą  $i$ , t.y. vartoti išraišką  $r = 1+i$ . Tokia procentų (palūkanų) normos forma yra įsigalėjusi paprastuosiuose ir sudėtiniuose procentuose (palūkanose), todėl ir kitokiuose augimo modeliuose pageidautina visiems įprasta procentų normos išraiška. Svarbu dar ir tai, kad

minėtoji procentų normos išraiška ne tik egzistuoja augimo modeliuose, bet ir tai, kad tie modeliai būtų koku nors būdu susieti su atitinkamomis paprastųjų ar sudėtinių procentų formulėmis. Kitaip tariant svarbu išsiaiškinti ar galima, keičiant atskirus formulės parametrus, iš sudėtingesnių formų gauti paprastesnes. Atlikus išsamesnius tyrimus paaiškėjo, kad kai kurios logistinių modelių formos tokius ryšius turi, o transformacijos yra galimos [78, 87]. Štai bendrosios (logistinės) palūkanos, neribotai didinant jų potencialiąją produkto reikšmę  $K_p$ , virsta sudėtinėmis palūkanomis, o paprastosios riboto augimo (logistinės) palūkanos – paprastosiomis palūkanomis. Tokių palūkanų modelių sulyginimas pateiktas 6 lentelėje [43, 88, 89].

**6 lentelė.** Augimo modelių ir palūkanų ryšiai

Nr.	Modelio pavadinimas	Būsimoji vertė	Dabartinė vertė	Palūkanų norma, augimo parametras
1	Sudėtinės palūkanos	$K(t) = K_0(1+i)^t$	$K_0 = \frac{K}{(1+i)^t}$	$i = \frac{K - K_0}{K_0}$
2	<b>Logistinės palūkanos (sudėtinės riboto augimo palūkanos)</b>	$K(t) = \frac{K_p \cdot K_0(1+i)^t}{(K_p - K_0) + K_0(1+i)^t}$	$K_0 = \frac{K \cdot K_p}{K + (K_p - K) \cdot (1+i)^t}$	$i = \sqrt[t]{\frac{K}{K_0} \cdot \frac{1 - K_0/K_p}{1 - K/K_p}} - 1$
3	Paprastosios palūkanos	$K(t) = K_0(1+i \cdot t)$	$K_0 = \frac{K}{1+i \cdot t}$	$i = \frac{K - K_0}{K_0}$
4	Paprastosios riboto augimo (logistinės) palūkanos	$K(t) = \frac{K_p \cdot K_0(1+i \cdot t)}{(K_p - K_0) + K_0(1+i \cdot t)}$	$K_0 = \frac{K_p \cdot K}{K_p + (K_p - K) \cdot i \cdot t}$	$i = \frac{K - K_0}{K_0 \cdot (1 - K/K_p)} \cdot t^{-1}$

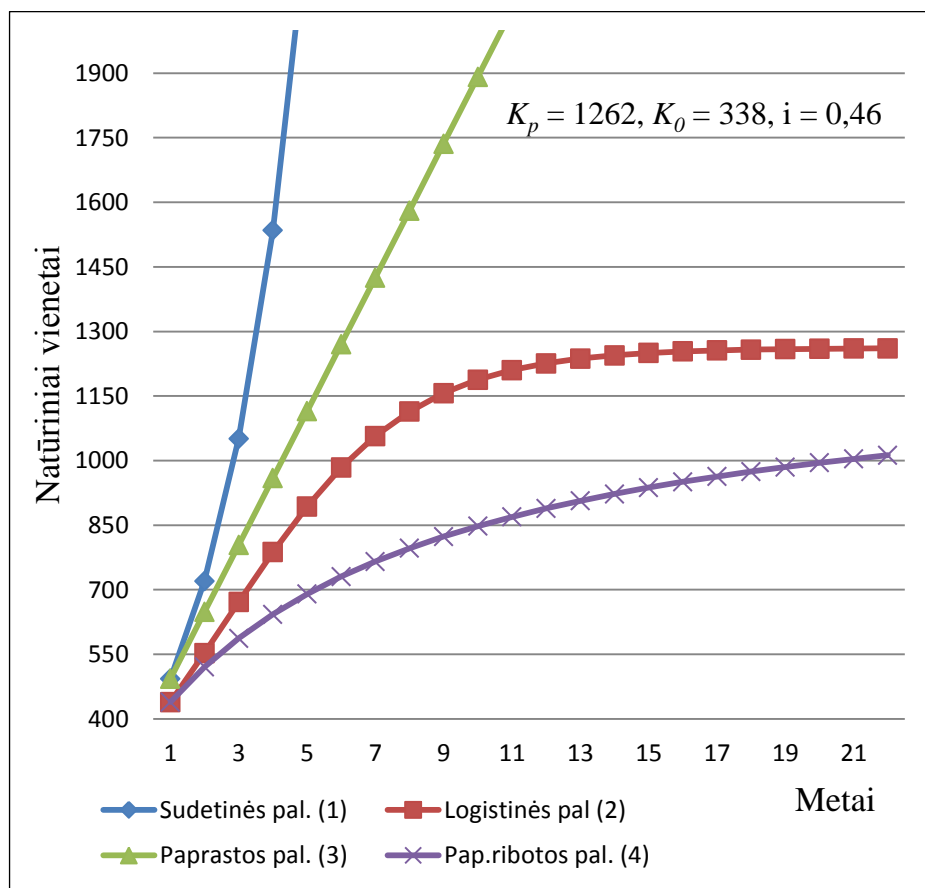
Šaltinis: sudaryta autorės, pagal [43].

6 lentelėje įvardintų formulių kintamųjų reikšmės:

- $K$  – produkto (kartais – kapitalo) dydis praėjus  $t$  laiko momentų;
- $K_p$  – maksimali (potenciali, ribinė) produkto reikšmė (rinkos talpa);
- $K_0$  – pradinė produkto reikšmė (pradinė investicija);
- $i$  – palūkanų norma;

- $t$  – investavimo trukmė arba investavimo periodų skaičius (matuojamas tais pačiais laiko vienetais, kaip ir laikas palūkanų normoje).

Šių modelių grafikai pavaizduoti 6 paveiksle. Iš modelių grafikų matyti augimo specifika: paprastųjų ir sudėtinių palūkanų grafikuose matyti begalinis augimas, tuo tarpu logistiniai modeliai turi ribotą augimą, o jų grafikai vaizduoja S-formos kreivės dalį. Įvertinant tai, kad kiekvienas modeliuojamas realus augimo procesas turi ribą, todėl būtent bendrosios (logistinės) palūkanos bus laikomos pagrindiniu tyrimo modeliu.



Šaltinis: sudaryta autorės.

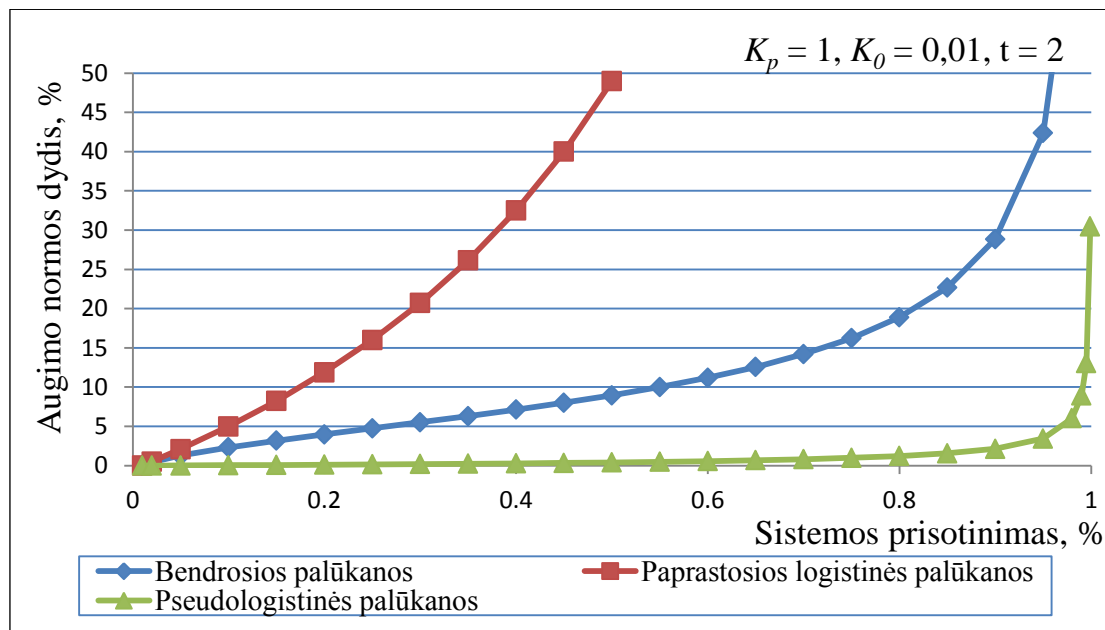
6 pav. Produkto augimo grafikai, esant skirtingiems augimo modeliams

Apžvelgus mokslinę literatūrą ir išanalizavus žinomas augimo funkcijas, skirtas produkto ar ląstelių augimo, populiacijos dydžio, gimstamumo ar mirtingumo prognozavimui, nuspręsta, 2002 metais S. A. Girdzijausko



paskelbtą, logistinių palūkanų modelį [7], modifikuoti, vertinant statistinių duomenų nupjautinį (10 – 90 procentų) vidurkį.

Produkto (investicijos) pelningumas yra viena svarbiausių rinkos savybių, viena pagrindinių ekonominių charakteristikų. Tačiau ši charakteristika iki šiol ištyrinėta nepakankamai. Ilgą laiką buvo nepastebėta pelningumo priklausomybė nuo prisotinimo, neištirtas pelningumo ryšys su infliacija, perprodukcija ir panašiai. Tai atsitiko todėl, kad pelningumas buvo tiriamas nenaudojant logistinių palūkanų modelių ir tuo pačiu nebuvo vertinamas rinkų prisotinimas. Vėliau, panaudojus bendrąsias palūkanas, buvo aptiktas didėjančio pelningumo paradoksas, tačiau liko neaišku, ar jį galima aptikti kitais logistiniais modeliais.



Šaltinis: sudaryta autorės.

**7 pav.** Palūkanų normos priklausomybė nuo rinkos prisotinimo

Atlikus palūkanų normos modeliavimą (7 pav.) skirtingais augimo (palūkanų) modeliais, buvo patvirtinta nuostata apie didėjančio pelningumo paradokso egzistavimą. Didėjantį pelningumą rodo ne tik bendrosios (logistinės palūkanos), bet ir paprastosios logistinės ir pseudologistinės palūkanos. Reikia pastebėti, kad visais atvejais pelningumo didėjimas tampa ypač spartus prisotinimui artėjant prie 90%, o artėjant prie 100% jis praktiškai tampa nevaldomas. Ankstesni autoriai šią savybę buvo nustatę tik bendrosioms

palūkanoms. Tyrimai rodo, kad didėjančio pelningumo efektas yra charakteringas ir kitokiems logistiniams modeliams.

### I.13. Išvados

- Išnagrinėjus įvairius šaltinius buvo prieita išvados, kad viena svarbiausių augančių sistemų charakteristikų yra prisotinimas. Ne išimtis yra ir ekonomika – rinkų prisotinimas veikia daugelio sričių raidą
- Daugelis modelių, kurie buvo išanalizuoti, nėra plačiai taikomi ekonominių reiškinių analizėje, kadangi istoriniuose modeliuose *i* – *palūkanų norma* nėra aiškiai išreikšta.
- Logistinė modelių analizė parodė, jog ekonominiams tyrimams tinkamiausias yra bendrųjų (logistinių) palūkanų modelis, kaip geriausiai (tiesioginiu būdu) susietas su sudėtinių procentų formule. Pseudologistinės palūkanos (sukurtos dalyvaujant autorei) taip pat gali būti taikomos lėtai kintantiems ekonominiams procesams modeliuoti.
- Analizuojant prisotinamas rinkas logistinėmis palūkanomis stebime reiškinius, kurie yra nebūdingi įprastais atvejais. Modeliuojant, t. y. atlikus logistinę analizę, galima aptikti naujus dėsnius ir ekonominius paradoksus. Vienas iš jų – didėjančio pelningumo paradoksas, aptinkamas modeliuojant bendrųjų (logistinių) palūkanų modeliu.
- Darbe pristatyti programiniai paketai yra tinkamesni biologiniams, o ne ekonominiams reiškiniams analizuoti, nes jų augimo modeliai neturi palūkanų (Verhūlst, Gompertz augimo modeliai).
- Apžvelgus ir išanalizavus mokslinę literatūrą, prieita išvados, jog tikslinga 2002 metais S. A. Girdzijausko paskelbtą logistinį augimo modelį modifikuoti papildomai įvertinant nupjautinį vidurkį.

## II. LOGISTINIO PALŪKANŲ MODELIO TYRIMAS. TRANSFORMACIJA

*Labiausiai nesuvokiama pasaulyje yra tai,  
kad tas pasaulis yra suvokiamas.  
/A. Einšteinas/*

Pastaruoju metu atliekami ekonomikos augimo tyrimai vis labiau parodo, kad nagrinėjant kapitalo (produkto) augimą, būtina vertinti prisotinimą [90, 60, 91]. Tam reikia nustatyti augimo ribą. Ekonominiame augime, kaip ir gamtoje, visuomeniniame gyvenime ar istoriniuose duomenyse, vykstant atsitiktiniams procesams, pastebimi rinkos ekonomikos dėsningumai. Viskas turi savo priežastį ir kiekvieno pareiga bandyti ją surasti, rašė ekonominių bangų tyrinėtojas *Elliott R. N.* [92, 93].

### II.1. Logistinio palūkanų augimo modelio transformacija

Remiantis logistine analize galima teigti, kad vienas svarbiausių rinkos veiksnių yra prisotinimas. Didėjant prisotinimo laipsniui auga ir pelningumas, o tuo pačiu atsiranda ir auga rizika. Logistinis modelis leido aptikti neįprastus atvejus, netvarias augimo stadijas. Tam, kad būtų gauti tikslesni rezultatai, logistinis augimo modelis bus modifikuojamas vertinant nupjautinį vidurkį, taip pat pritaikant skaitmeninius analizės metodus, neraiškia fuzzy logiką.

#### II.1.1. Logistinio palūkanų modelio pristatymas

Ekonominis augimas ir kartu atitinkamo produkto kaupimas (kapitalo, investicijų pelningumas ir pan.) dažniausiai yra modeliuojami sudėtinėmis palūkanomis. Tuomet sukauptoji suma praėjus  $t$  laiko momentui apskaičiuojama pagal šia formulę:

$$K(t) = K_0(1+i)^t \quad (17)$$

kur  $K_0$  – pradinė produkto (kapitalo) vertė,  $K(t)$  – per  $t$  periodų sukauptoji investicijos suma,  $i$  – palūkanų norma,  $t$  – investavimo trukmė arba investavimo periodų skaičius [7, 94].

Skirtingose srityse taikomi įvairūs logistiniai modeliai. Naudojamas bei tiriamas S. A. Girdzijausko, bendrųjų (logistinių) palūkanų modelis yra išreiškiamas šia lygtimi [7]:

$$K(t) = \frac{K_p \cdot K_0 \cdot (1+i)^t}{(K_p - K_0) + K_0 \cdot (1+i)^t} \quad (18)$$

kur  $K_p$  – potencialioji (ribinė, maksimali) produkto (kapitalo) reikšmė,  $K_0$  – pradinis produkto (kapitalo) dydis,  $K(t)$  – per  $t$  laiko momentų sukauptas produkto (kapitalo) dydis,  $i$  – palūkanų norma (augimo parametras),  $t$  – trukmė, matuojama laiko momentas<sup>2</sup>.

### II.1.2. Klasikinio modelio analizė

Modeliuojant augimą logistinių palūkanų modeliu (18), buvo pastebėtas vidinės gražos padidėjimas prisotinimui artėjant prie ribos, prie augimo sotes taško  $K_p$ . Logistinis modelis, klasikinėje formoje [2, 78] išreiškiamas šia lygtimi:

$$K(t) = \frac{K_p}{1 + e^{-\alpha \cdot (t-\beta)}} \quad (19)$$

Augimo parametro  $\alpha$  skaičiavimui naudojamas *nupjautasis vidurkis*. Nupjautuoju vadinamas toks vidurkis, kuris skaičiuojamas ne iš visos variacinės eilutės, bet tik iš centrinės jos dalies, gautos atmetus po lygiai mažiausių ir didžiausių požymio reikšmių (pavyzdžiui, 80% nupjautasis vidurkis skaičiuojamas atmetant 10% mažiausių ir 10% didžiausių imties reikšmių). Dėl to nupjautasis vidurkis yra daug atsparesnis ekstremalių reikšmių įtakai ir naudotinas tada, kai šios atrodo esančios nepatikimos (šiuo atveju – dėl rinkos kitimo).

---

<sup>2</sup> Laiko momentas – tai bet koks laiko intervalas: metai, ketvirčiai, mėnesiai, diena, priklauso nuo turimų tam tikro produkto statistinių duomenų.

### II.1.3. Logistinio palūkanų modelio transformacija, taikant nupjautąjį vidurkį

Augimo laikotarpis logistiniame modelyje pavadintas *tipiška trukme* ir žymimas simboliu  $\Delta t$ . Norint surasti  $\Delta t$ , pirmiausia iš pradinės lygties (19) reikia išreikšti kintamąjį  $t$ :

$$t = \frac{1}{\alpha} \cdot \ln \frac{K(t)}{K_p - K(t)} + \beta \quad (20)$$

Tada turi būti sudaromas pokytis:  $\Delta t = t|_{K=0,9K_p} - t|_{K=0,1K_p}$

$$\Delta t = \frac{1}{\alpha} \cdot \ln \frac{0,9 \cdot K_p}{K_p - 0,9 \cdot K_p} + \beta - \frac{1}{\alpha} \cdot \ln \frac{0,1 \cdot K_p}{K_p - 0,1 \cdot K_p} - \beta \quad (21)$$

O iš jo randama tipiškos trukmės reikšmė:

$$\Delta t = \frac{1}{\alpha} \cdot \ln 81 \quad (22)$$

Analogiškus pertvarkymus pritaikę logistinių palūkanų formulei (18), gauname, kad:

$$t = \frac{1}{\ln(1+i)} \cdot \ln \left( \frac{K_p - K_0}{K_p - K} \cdot \frac{K}{K_0} \right) \quad (23)$$

Tada trajektorijai augant nuo 10% iki 90% potencialiojo kapitalo  $K_p$  reikšmės,  $\Delta t$  bus:

$$\begin{aligned} \Delta t = t|_{K=0,9K_p} - t|_{K=0,1K_p} &= \frac{1}{\ln(1+i)} \cdot \left( \ln \frac{9 \cdot (K_p - K_0)}{K_0} - \ln \frac{9 \cdot K_0}{(K_p - K_0)} \right) \\ &= \frac{\ln 81}{\ln(1+i)} \end{aligned}$$

Taigi:

$$\Delta t = \frac{\ln 81}{\ln(1+i)} \quad (24)$$

Parametrą  $\Delta t$  patogiu naudoti analizuojant istorinių laiko eilučių duomenis. Imant kitas trajektorijos kitimo ribas, nei imta iki šiol, parametras  $\Delta t$  turės kitokią išraišką.

Jeigu trajektorijos kitimui nustatysime viršutinę ribą lygią  $K_v = x \cdot K_p$  o apatinę  $K_a = y \cdot K_p$  tai:

$$\Delta t = \frac{1}{\ln(1+i)} \cdot \ln \frac{x \cdot (1-y)}{y \cdot (1-x)}$$

Jei paliksime trajektorijos kitimo ribas nepakeistas, tada iš lygties (24) turėsime:

$$\ln(1+i) = \ln 81^{\frac{1}{\Delta t}} \quad (25)$$

Gautą išraišką įstatę į logistinių palūkanų lygtį (18) ir imdami, kad  $K_0 = 0,1 \cdot K_p$ , gauname naują augimo modelio išraišką:

$$K(t) = \frac{K_p}{1 + 9 \cdot \left(81^{-1/\Delta t}\right)^t} \quad (26)$$

Šį naują modelį (26) vadinsime transformuotoju intervaliniu logistinio augimo modeliu. Jo privalumas yra tai, kad statistinių duomenų mažiausios ir didžiausios reikšmės yra eliminuojamos, taip sumažinamas augimo ribos nustatymo iškraipymas ir analizės rezultatai yra tikslesni. Šio modelio pagrindu ir bus atliekamas empirinis tyrimas trečiojoje dalyje, kur ir bus nustatomas šio modelio efektyvumas.

## II.2. Pseudologistinis augimo modelis

Pagal atliktą modelių analizę matyti, jog visi augimo modeliai yra išvedami iš bendrosios diferencialinės lygties, bendro augimo modelio [78]. Ištyrus diferencialinę lygtį [2, 78]:

$$\frac{dK}{dt} = m \cdot \left(1 - \frac{K}{K_p}\right) \quad (27)$$

Atskyrę kintamuosius gauname:

$$\int \frac{dK}{K_p - K} = \frac{m}{K_p} \int dt.$$

Suintegravę abi puses mes gauname:

$$\ln|K_p - K| = C - \frac{m}{K_p} t.$$

Įvertinę pradines sąlygas, kai  $t = 0$ ,  $K = K_0$ , gauname:

$$C = \ln|K_p - K_0|.$$

Tada:

$$\ln \left| \frac{K_p - K_0}{K_p - K} \right| = \frac{m}{K_p} t.$$

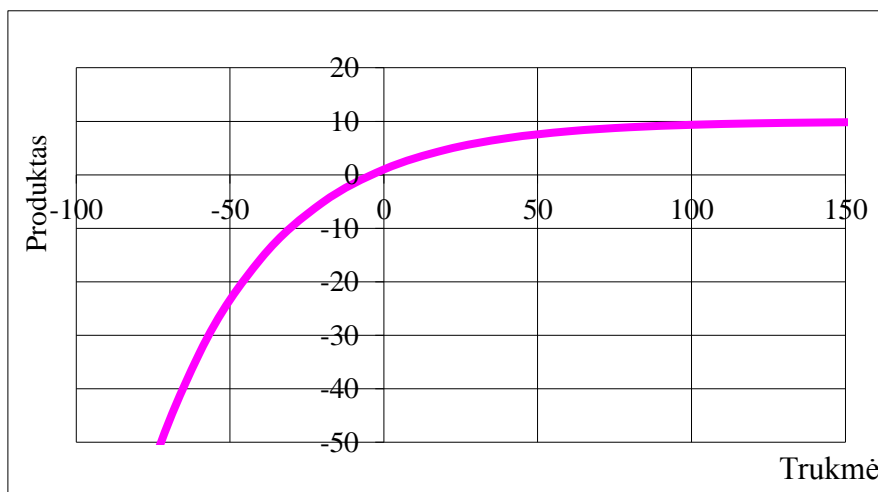
Kadangi  $K_p > K > K_0$ , turime tokia išraišką [60]:

$$K(t) = K_p + (K_0 - K_p) \cdot e^{-\frac{mt}{K_p}} \quad (28)$$

Panaudoję keitinį  $m = \ln(1+i)$ , gauname transformuotą augimo modelį:

$$K(t) = K_p + (K_0 - K_p) \cdot (1+i)^{-t/K_p} \quad (29)$$

Šiam modeliui suteiktas *pseudologistinio* modelio pavadinimas. Šio modelio trajektorija (8 pav.) yra išlenkta į viršų kreivė, kuri neturi logistiniams modeliams įprastos „S“ formos [60].



Šaltinis: sudaryta autorės.

**8 pav.** Pseudologistinio modelio kreivė

Pseudologistinio produkto dabartinė vertė išreiškiama:

$$K_0 = K_p + (K - K_p) \cdot (1 + i)^{t/K_p} \quad (30)$$

Vieno periodo palūkanų norma (vidinė grąža) apskaičiuojama:

$$i = \left( \frac{K_p - K_0}{K_p - K} \right)^{K_p} - 1 \quad (31)$$

Kadangi kreivės išraiška nėra S-formos, todėl daroma prielaida, kad pseudologistinė funkcija (29) gali būti taikoma lėtai augantiems produktams arba populiacijoms modeliuoti. Tolimesniame tyrime ji nebus analizuojama [60].

### II.3. Logistinių palūkanų *Fisher-Pry* transformacija

Prisotinimo reiškinys yra visuotinas. Rinkų prisotinimas keičia jose kapitalo elgesį, sukeldamas ekonominius paradoksus, kurių galimas rezultatas yra kaitimo reiškinys, burbulo formavimasis ir sukelta ekonominė krizė. Keičiant rinkos talpą galima valdyti jos prisotinimą. Tai atliekama darant įtaką tam tikriems – inovacijų pritraukimo ir vartojimo augimo – procesams. Norint išvengti rinkos perkaitimo, būtina vertybinių popierių rinkoms taikyti restrikcines priemones ar kitus apribojimus [31, 95, 60].

*Fisher-Pry* transformacija normalizuoja kiekvieną logistinę kreivę, todėl norint palyginti daugiau nei vieną kreivę, jos gali būti braižomos tame pačiame grafike [6, 96]. Tai naudinga tais atvejais, kai norime analizuoti kapitalo augimo elgesį, ekonominius svyravimus, analizuoti įvairių procesų tarpusavio ryšį.

Lygties (18) abi puses padalinę iš  $K_p$ , gauname:

$$F(t) = \frac{K(t)}{K_p},$$

$$F(t) = \frac{K_0 \cdot (1 + i)^t}{(K_p - K_0) + K_0 \cdot (1 + i)^t} \quad (32)$$



Pritaikę diferencialinei lygčiai Fisher-Pry transformaciją, turime:

$$FK(t) = \frac{F(t)}{1-F(t)} = \frac{K(t)}{K_p - K(t)},$$

Arba

$$FK(t) = \frac{K_p \cdot K_0 \cdot (1+i)^t}{K_p^2 - K_p \cdot K_0 + K_p \cdot K_0 \cdot (1+i)^t - K_p \cdot K_0 \cdot (1+i)^t}.$$

Suprastinę lygtį gauname:

$$FK(t) = \frac{K_0}{K_p - K_0} \cdot (1+i)^t \quad (33)$$

Logaritmuodami abi lygybės puses gauname:

$$\ln(FK(t)) = \ln \frac{K_0}{K_p - K_0} + t \cdot \ln(1+i) \quad (34)$$

Panaudoję atitinkamus žymėjimus:

- $\ln(FK(t)) = z$ ;
- $\ln \frac{K_0}{K_p - K_0} = b$ ; (kai  $K_p > 2K_0$ , tai  $b < 0$ )
- $\ln(1+i) = m$

Turime tiesinę lygtį kintamojo  $t$  atžvilgiu:

$$z = m \cdot t + b \quad (35)$$

## II.4. Investavimo su svertu augimo modelis

Investavimas su svertu yra modeliuojamas sudėtinėmis palūkanomis (17) tokiu būdu: jei  $K_0$  – nuosavos investuotojo lėšos,  $S_0$  – bazinis skolos dydis ( $S_0 = -K_0$ ),  $j$  – numatomas planuojamos investicijos pajamingumas (pajamingumo norma),  $i$  – svertą teikiančio banko palūkanų norma,  $s$  – svertas (svertų koeficientas),  $t$  – investavimo laiko momentai, tai kasmetinė investavimo seka bus [42]:

$$K_1 = (K_0 + s \cdot K_0) \cdot (1+j) + s \cdot S_0 \cdot (1+i);$$

$$K_2 = (1+s) \cdot K_0 \cdot (1+j)^2 + s \cdot S_0 \cdot (1+i)^2;$$

$$K_n = (1+s) \cdot K_0 \cdot (1+j)^n + s \cdot S_0 \cdot (1+i)^n.$$

Gautasis investavimo su svertu modelis sudarytas iš dviejų dalių: investicijos ir paskolos. Investicijos dalį sudaro sudėtinės palūkanos, kurių augimo norma yra susieta su tos investicijos pelningumu. Šios palūkanos yra padaugintos iš sverto ir vieneto sumos. O paskolos dalį sudaro sudėtinės palūkanos su paskolos palūkanų norma padaugintos iš gryno sverto, nes už savo kapitalą palūkanų mokėti nereikia. Paskolos  $t$  periodų palūkanos yra skaičiuojamos imant pradinę sumą (savąjį kapitalą) kaip neigiamą dydį, t. y.  $S_0 = -K_0$ .

Tokiu būdu investicijos dydis praslinkus  $t$  periodų ir išpirkus (grąžinus) pradžioje gautą kreditą būtų apskaičiuojamas remiantis formule [42]:

$$K = (1+s) \cdot K_0 \cdot (1+j)^t + s \cdot S_0 \cdot (1+i)^t \quad (36)$$

Iš formulės (17) matyti, kad kiekviename dėmenyje yra sudėtinių procentų formulės išraiška. Pakeitus ją logistinių (bendrųjų) palūkanų formule (18), turime naują investavimo su svertu prisotintoje rinkose modelį. Sukurtasis investavimo su svertu modelis sudarytas iš dviejų dalių: investicijos ir paskolos. Modelio veikimas paremtas tuo, kad nuosavo ir skolinto kapitalų dinamika yra skirtinga [42, 60]:

$$K(t) = (1+s) \cdot \frac{K_p \cdot K_0 \cdot (1+j)^t}{(K_p - K_0) + K_0(1+j)^t} + s \cdot \frac{K_p \cdot S_0 \cdot (1+i)^t}{(K_p - S_0) + S_0(1+i)^t} \quad (37)$$

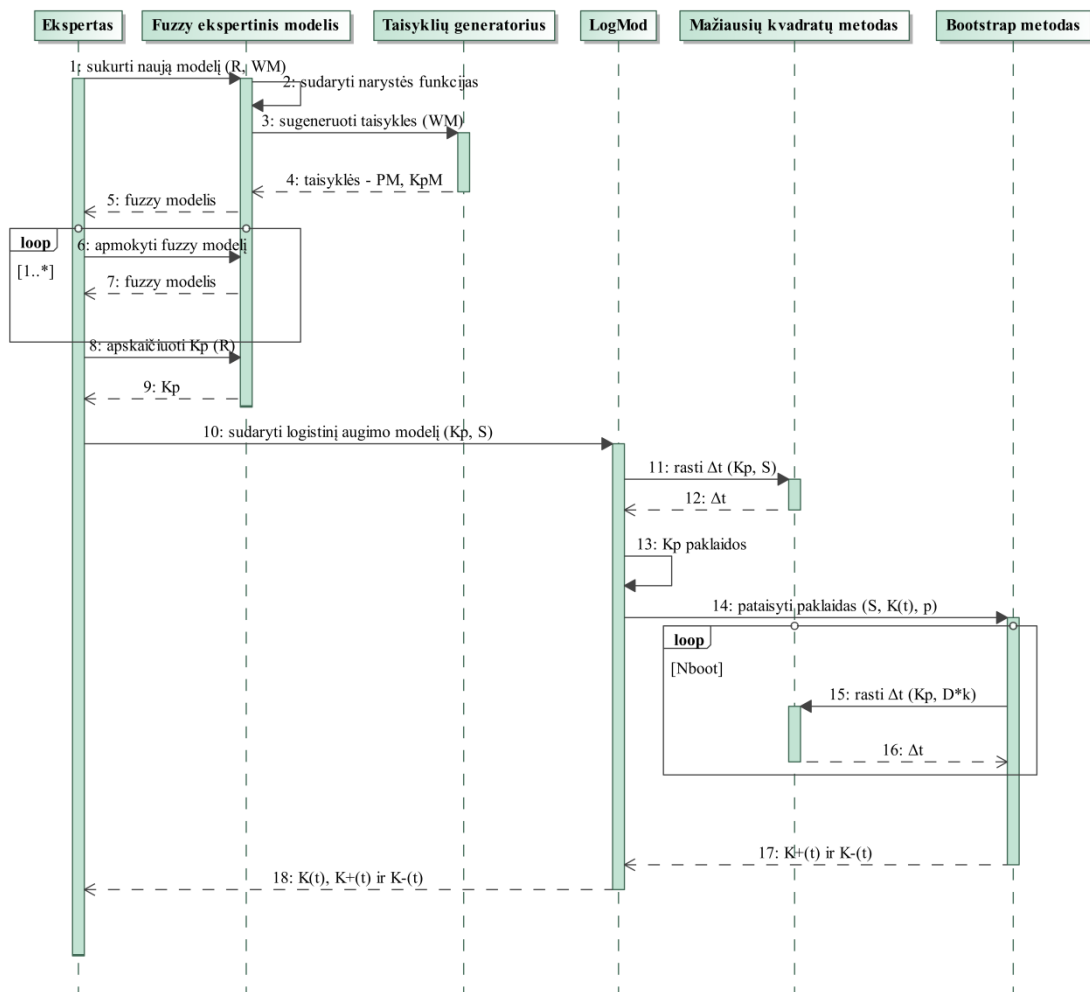
kur  $K_p$  – ribinė, maksimali investuojamo kapitalo reikšmė,  $K_0$  – pradinė investicija,  $S_0$  – bazinis skolos dydis ( $S_0 = -K_0$ ),  $K(t)$  – per  $t$  periodų sukauptoji investicijos suma,  $i$  – palūkanų norma,  $j$  – planuojamos investicijos pajamingumas,  $t$  – investavimo trukmė arba investavimo laiko momentai.

Šis modelis leidžia apskaičiuoti investicijos dydį praslinkus  $t$  laiko momentų ir grąžinus pradžioje gautą kreditą. Kadangi modelis paremtas logistinėmis

palūkanomis, tai skaičiuojant investicijos efektyvumą teks įvertinti prisotinimą tos rinkos į kurią bus investuojama [42].

## II.5. Logistinio augimo modeliavimo metodas

Dažnai sprendžiant aktualias produkto augimo modeliavimo problemas, naudojami klasikiniai augimo modeliai. Šiame darbe pristatyta augimo proceso modeliavimo metodika bei aprašytas parametų apskaičiavimo mechanizmas.



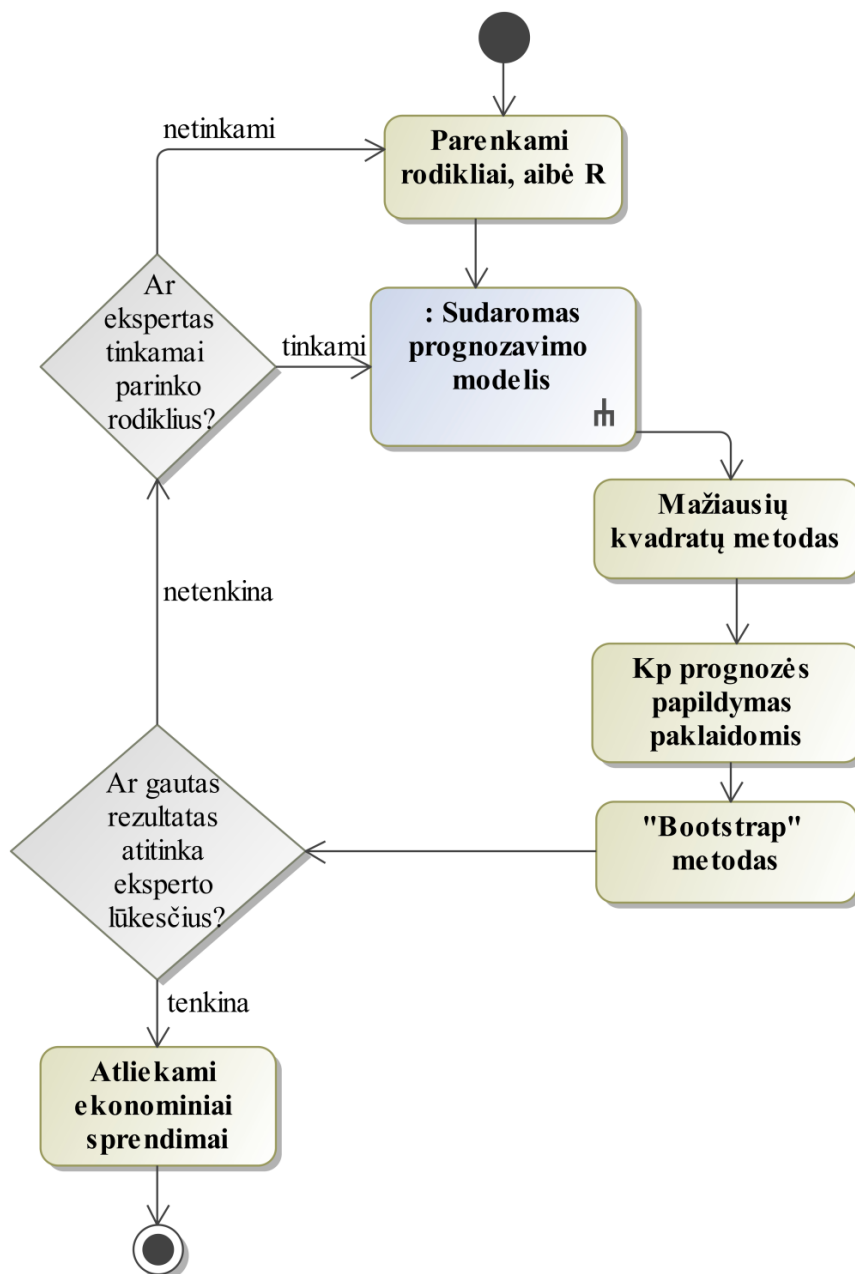
Šaltinis: sudaryta autorės.

9 pav. Modeliavimo sekų diagrama

9 pav. pateiktoje sekų diagramoje vieną iš pagrindinių vaidmenų atlieka aukštą kvalifikaciją turintis atitinkamos rinkos ekspertas. Taisyklių generatorius, pagal eksperto suteiktus rodiklius svorius, sugeneruoja taisykles reikalingas fuzzy ekspertinei sistemai. Fuzzy aplinkoje eksperto sukalybruotos narystės funkcijos turi atitikti iškeltus reikalavimus. Rinkos ribotumo,  $K_p$  parametro

nustatymas yra vienas problemiškesnių modeliavimo uždavinių. Modeliavimo mechanizmas apima kelis žinomus ir plačiai taikomus metodus: mažiausių kvadratų ir savirankos (angl. *bootstrap*) metodus, taip pat įtraukiamas ir paklaidų skaičiavimo principas.

Logistinio modeliavimo veiklų diagrama pateikta 10 paveiksle.



Šaltinis: sudaryta autorės.

10 pav. Augimo veiklų diagrama

Modeliavimo schema parodo veiksmų eiliškumą norimam rezultatui pasiekti. Pradžioje ekspertas atrenka rodiklius, kurie daro įtaką analizuojamai rinkai.

Toliau sudaromas fuzzy ekspertinis modelis  $K_p$  (prisotinimo parametru) prognozuoti. Turint  $K_p$  reikšmę, taikomas mažiausių kvadratų metodas  $\Delta t$  parametru apskaičiuoti. Apibrėžiamos  $K_p$  prognozės paklaidos. Savirankos metodas taikomas  $K_p$  prognozės paklaidoms pataisyti. Toliau ekspertas, įvertinęs rezultatus, turi nuspręsti, ar modelis atitinka jo lūkesčius. Jeigu lūkesčius tenkina, tada modelis gali būti taikomas  $K_p$  nustatymui, jeigu neatitinka – reikia patikrinti, ar tinkamai parinkti rodikliai, ar atitinkamai sudarytas fuzzy ekspertinis modelis.

Detalus logistinio valdymo procesų išdėstymas bus pateiktas toliau.

## **II.6. Prisotinimo parametro $K_p$ prognozavimas, naudojant neraiškiasias aibes**

Prisotinimo parametro  $K_p$  prognozavimas vykdomas Matlab fuzzy aplinkoje. Neraiškiųjų aibių (*fuzzy sets*) logika – matematinis formalizmas, skirtas neapibrėžtoms žinioms apdoroti [97].

Pradedant nuo 1965 metų, kai L. Zadeh paskelbė bazinius neraiškiųjų aibių teorijos ir taikymo principus [98], ši technika vis labiau tobulėja. Neraiškiųjų aibių metodai žmonių patirtį leidžia įtraukti į valdymo ir modeliavimo algoritmus [97, 99]. Neraiškiųjų aibių taikymas įgijo pripažinimą ir yra sėkmingai naudojamas visame pasaulyje optimizuojant žmonių elgesio taisyklių rinkinius tam tikriems procesams valdyti [98, 100, 101, 102, 103, 37].

### **II.6.1. Neraiškiosios aibės**

Aibė ir elementas yra dvi pagrindinės aibių teorijos sąvokos. Neraiškioji aibė aprašoma išvardijant jos elementus. Kiekvieno elemento priklausymo lygis gali kisti nuo 0 (nepriklauso aibei) iki 1 (visiškai priklauso aibei). Priklausymo lygis gali būti pagrįstas tam tikrais statistiniais duomenimis arba yra žmogaus patirties išraiška. Funkcijos forma parenkama žmogaus eksperto patyrimo pagrindu arba gali būti nustatoma analizuojant proceso ar reiškinių

eksperimentinius duomenis. Egzistuoja keturios labiausiai paplitusių narystės funkcijų grafinės ir analitinės išraiškos: trikampė, trapecinė, Gauso ir  $\cos^2$  funkcija. Žmogaus patyrimui atvaizduoti racionalu taikyti Gauso funkcijas, nes jos turi tik du parametrus (vidurkis ir sklaida), o jų fizikinė prasmė yra akivaizdi. Be to, šios funkcijos yra glotnios ir tai yra aiškus privalumas integruojant neraiškiųjų aibių sistemas į tolimesnes modeliavimo ir optimizavimo procedūras [97, 98].

Fuzzy modeliavimo aplinkos realizacija apima kelis žingsnius: *fuzifikavimą*, taisyklių sudarymą, *defuzifikavimą* (neraiškumo eliminavimas).

**Modelio *fuzifikavimas***, arba neraiškumo įvedimas. Šiame etape atrenkami proceso įėjimo ir išėjimo lingvistiniai kintamieji, jiems suteikiami lingvistinių termų vardai ir apibrėžiamos šių termų priklausomumo funkcijos.

**Taisyklių sudarymas.** Jos aprašo kaip lingvistinė išėjimo kintamojo reikšmė priklauso nuo lingvistinių įėjimo kintamųjų reikšmių. Šiame etape taip pat nustatoma, kaip paveikiami sistemos išėjimo kintamieji, esant įvairiam taisyklių tenkinimo laipsniui. Sudarytos taisyklės yra teiginių „jeigu – tai“ rinkinys. Šiuos teiginius procesų ekspertas formuluoja taip, kad geriausiai apimtų savo žinias.

**Defuzifikacija**, arba neraiškumo eliminavimas – trečias etapas. Jo metu iš įvairių taisyklių tenkinimo laipsnių vaizdo, pagal tam tikrus dėsnius, suformuojamas galutinis sistemos išėjimas, kuris turi konkrečią kiekybinę išraišką. Dažniausiai taikomas „svorio centro“ neraiškumo eliminavimo metodas, kuriuo remiantis sistemos išėjimas yra apskaičiuojamas skaitmeniniais metodais, kaip sudėtingo taisyklių tenkinimo paviršiaus svorio centras [97].

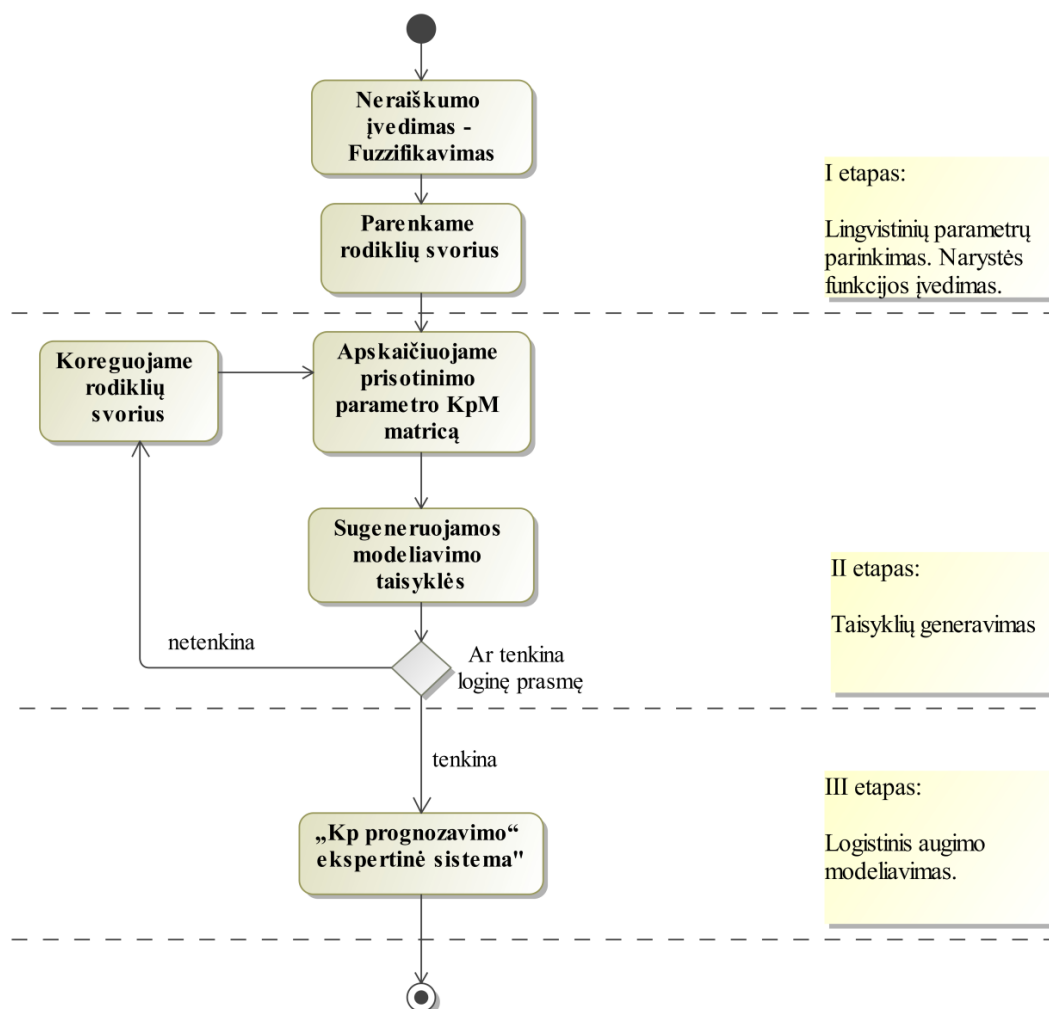
Išanalizavus mokslinę literatūrą galima teigti, kad augimo ribos nustatymas patikimas vartotojui arba taikomas mažiausių kvadratų metodas. Vartotojo nustatoma riba nėra nuolatinė, kiekvieną kartą tam tikram laiko momentui vartotojas turi apibrėžti rinkos talpą. Mažiausių kvadratų metodas neatsižvelgia

į loginę rinkos talpos prasmę, nes jis susietas su statistiniais duomenimis ir jis nesiremia nei vartotojo, nei eksperto žiniomis. Pasiūlytas neraiškiųjų aibių ekspertinis metodas kaupia eksperto žinias fuzzy ekspertinėje sistemoje, o tai leidžia apskaičiuoti  $K_p$ , prisotinimo parametro reikšmę, pagal analizuojamos rinkos rodiklius.

## II.6.2. Ekspertinio fuzzy modelio sudarymas

Fuzzy metodikos realizacijos principu bus sudarytas ekspertinis  $K_p$  prognozavimo modelis. Sudaryta ekspertinė sistema leis mums nustatyti  $K_p$  – prisotinimo parametą, parodyti tikrąją rinkos vystymosi ribą.

Ekspertinė  $K_p$  prognozavimo modelio sudarymo veiklų diagrama pateikta 11 paveiksle.



Šaltinis: sudaryta autorės.

11 pav.  $K_p$  prognozavimo veiklų diagrama

Turint eksperto atrinktus rodiklius, sudaromas  $K_p$  prognozavimo modelis. Rodikliams įvedami rėžiai ir parenkamos narystės funkcijos. Šioms funkcijoms suvedami lingvistiniai termai, bei jų skaitinės reikšmės. Nustačius rodiklių svorius, sugeneruojamos taisyklės, kurios įvedamos į fuzzy modelį. Jeigu taisyklės tenkina loginę prasmę, darome prielaidą, kad  $K_p$  prognozavimo modelis yra sudarytas. Tuo atveju, jeigu loginės prasmės nėra, keičiami rodiklių svoriai ir taisyklės generuojamos iš naujo.

Augimo modeliavimo eiga pagal fuzzy metodiką yra suskirstyta į tris etapus. Ekspertams įvertinus analizuojamos srities, rinkos specifinius duomenis, turimas žinias ir patirtį, atrenkami augimui įtakos turintys rodikliai bei sugeneruojamos fuzzy sistemos narystės funkcijos. Jų aibę apibrėžiame taip:  $R = \{r_1, \dots, r_j\}, j \in [1.. \infty)$ .

### II.6.3. Pirmasis etapas – *fuzifikavimas*

Logistinio augimo modelio sudarymo *pirmasis etapas* – kintamųjų *fuzifikavimas*, kurio lingvistiniai kintamieji „Prisotinimas“ bei parinkti augimo rodikliai iš aibės  $R$ . Mūsų atveju lingvistinių termų pastoviosios reikšmės yra: „Mažėja“, „Stabilu“, „Didėja“. Kiekvienam rodikliui nustatomi maksimali ir minimali reikšmės, rėžiai. Rodiklių rėžiai gali kisti, todėl jeigu ateityje turėsime naują didesnę ar mažesnę reikšmę nei egzistuojančios, atitinkamai reikės pakeisti viršutinę ar apatinę rėžio reikšmę.

### II.6.4. Antrasis etapas – taisyklių generavimo struktūra ir prisotinimo augimo matrica

Fuzzy modelyje naudojamos taisyklės yra sugeneruojamos automatiškai, sudaroma  $K_p M$  matrica. Pagal parinktų rodiklių suderinamumą bei kiekvieno iš jų įtaką vystymuisi suformuojama bazė, apimanti  $3^n$  taisykles.

Rodiklių lingvistinių termų variacijų duomenų matrica yra:

$$PM = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & a_{ij} & \vdots \\ a_{3^{n_1}} & \cdots & a_{3^{n_n}} \end{bmatrix} \quad (38)$$



Lingvistiniai termai atitinka tokias skaitines reikšmes:  $a_{ij} \in \{-1, 0, 1\}$ ,  $i \in \{1, \dots, 3^n\}$ , o  $j \in \{1, \dots, n\}$ . Kiekviena matricos  $PM$  (38) eilutė sudaro unikalią pasirinktų rodiklių augimo išraiškų kombinaciją.

Tam tikroje aplinkoje ir pasirinktoje rinkoje ekonominiai rodikliai skirtingai gali daryti įtaką pačiam augimo procesui. Pagal rodiklių svarbumą yra nustatomas jų svoris –  $w$ , kurių matrica atrodo taip:

$$WM = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & w_n \end{bmatrix} \quad (39)$$

Turime  $W_e$  – svorių aibę  $\{w_1, \dots, w_n\}$ . Papildomas reikalavimas svorių eilutei:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$K_p$  (prisotinimo) parametro augimo elgesys išreiškiamas matrica:

$$K_p M = f(PM \cdot WM) = \begin{bmatrix} f_1(a_{11} \cdot w_{11}, \dots, a_{1n} \cdot w_{nn}) \\ \vdots \\ f_{3^n}(a_{3^n 1} \cdot w_{11}, \dots, a_{3^n n} \cdot w_{nn}) \end{bmatrix} \quad (40)$$

Kiekvieną termą mes padauginame iš atitinkamo svorio.

$K_p M$ ,  $K_p$  (prisotinimo) parametro augimo matricos elementas apskaičiuojamas pagal funkciją:

$$f_i(a_{i1} \cdot w_{11}, \dots, a_{in} \cdot w_{nn}) = \begin{cases} -1, & \text{kai } -\max(w_e) > \sum_{j=1}^n a_{ij} w_{jj} \\ 0, & \text{kai } -\max(w_e) \leq \sum_{j=1}^n a_{ij} w_{jj} \leq \max(w_e) \\ 1, & \text{kai } \max(w_e) < \sum_{j=1}^n a_{ij} w_{jj} \end{cases} \quad (41)$$

Funkcija parodo kaip  $K_p M$  matrica priklauso nuo svorių matricos ( $WM$ ) ir anksčiau aprašytų lingvistinių termų ( $PM$ ). Kad būtų galima užrašyti modelio taisyklę, imame atitinkamas eilutes iš  $PM$  ir  $K_p M$  matricų, i-oji taisyklė būtų:

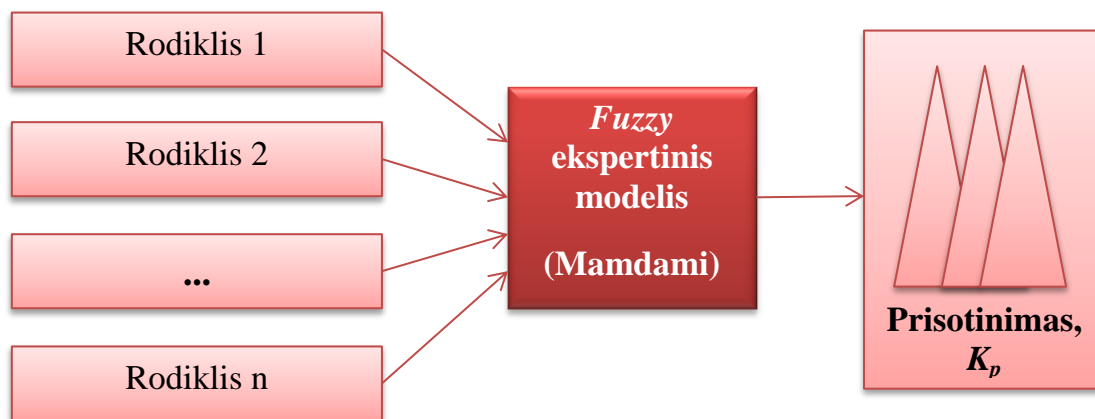
$$(a_{i1}, \dots, a_{in}, f_i(a_{i1} \cdot w_{11}, \dots, a_{in} \cdot w_{nn}))$$

Sudarytos automatinės taisyklės į fuzzy ekspertinį modelį suvedamos pagal Mamdani (*Ebrahim Mamdani*) pasiūlomą metodiką [97].

Rodiklių svorio įtaką ekspertas gali reguliuoti bet kuriuo metu. Pasak ekspertų, jeigu automatinis generavimas atrodytų neteisingas, įmanoma pakeisti prisotinimo elgesio reikšmę pačiame fuzzy modelyje.

### II.6.5. Trečiasis etapas – $K_p$ parametro apskaičiavimas

Turime  $K_p$  prognozavimo ekspertinę sistemą, kuri pateikta 12 paveiksle. Imame statistinius rodiklių duomenis, juos apdorojame taikydami sukurtą fuzzy modelį ir gauname prisotinimo parametro  $K_p$  skaitinę reikšmę. Vartotojas turi aiškų ir suprantamą rezultatą, mato tikrosios vertės ribą. Toliau galima spręsti apie investavimo į tam tikrą rinką patrauklumą ir sverto panaudojimo tikslingumą.



Šaltinis: sudaryta autorės.

12 pav. Neraiškioji logistinio augimo modelio bendroji schema

Esant reikalui, galimas modelio tobulinimas grįžtant į pirmąjį arba antrąjį etapą. Jų metu koreguojame turimą modelį, kad pasiektume norimų rezultatų.

### II.7. Modeliavimas

Šiame skyriuje detaliau bus aptartas mažiausių kvadratų metodas mūsų augimo modeliui. Įvertinę eksperto sudaryto fuzzy modelio netikslumą, prisotinimo parametro  $K_p$  paklaidas pataisysime „Bootstrap“ metodu.

### II.7.1. Mažiausių kvadratų metodas

Kiekvieno matematinio modelio nukrypimas nuo statistinių duomenų turi būti pataisomas. Plačiausiai naudojamą duomenų suglodinimo metodą 1805 metais pristatė matematikas A. M. Legendre [104, 105]. Mažiausių kvadratų metodas taikomas statistiniams taškams priartinti prie matematinės kreivės, šiuo atveju – prie logistinio modelio. Metodo tikslas – minimizuoti  $F(x, a_j)$  ir  $y_i$  skirtumų kvadratų sumą, t. y. [106, 107]:

$$\min_{a_0, \dots, a_n} \sum_{i=1}^m (F(x_i, a_0, \dots, a_n) - y_i)^2 \quad (42)$$

kur  $a_i \dots a_n$  – lygties koeficientai (parametrai),  $(x_i, y_i)$  – taškai priklausantys duomenų aibei,  $m$  – duomenų aibės dydis.

Mūsų atveju mažiausių kvadratų metodo išraiška būtų:

$$\min_{\Delta t} \sum_{i=1}^m (F(t_i, \Delta t) - y_i)^2 = \min_{\Delta t} \sum_{i=1}^m \left( \frac{K_p}{1 + 9 \cdot (81 \frac{-1}{\Delta t})^t} - y_i \right)^2 \quad (43)$$

Pritaikius šį metodą, turint  $K_p$  – prisotinimo reikšmę, nustatyta fuzzy modelyje, mes atrandame antrą mūsų logistinio modelio parametą  $\Delta t$ .

### II.7.2. Prisotinimo parametro $K_p$ prognozės paklaidos

Eksperto sudarytam fuzzy modeliui gali trūkti pilnumo, todėl  $K_p$  parametro prognozavimui papildomai įvedama procentinė paklaida, parametą su paklaidomis pažymime  $K_p^+$  ir  $K_p^-$  (teigiamas ir neigiamas prieaugis). Tada matematinė išraiška atrodo taip:

$$K_p^- = (1 - p) \cdot K_p \quad (44)$$

ir

$$K_p^+ = (1 + p) \cdot K_p \quad (45)$$

kur paklaida  $p \in (0; 1)$ .

Taip gauname prognozuojamo  $K_p$  intervalą laiko momentu  $t$  tarp  $K_p^-$  ir  $K_p^+$ . Kadangi analizė vykdoma vertinant istorines reikšmes, dabartiniu laiko momentu rezultatas turi tam tikrą paklaidą, kurią mes ir pažymime kaip  $K_p$  parametro reikšmę.

$$K^+(t) = \frac{K_p^+}{1 + 9 \cdot (81^{\frac{-1}{\Delta t^+}})^t} = \frac{(1+p) \cdot K_p}{1 + 9 \cdot (81^{\frac{-1}{\Delta t^+}})^t} \quad (46)$$

ir

$$K^-(t) = \frac{K_p^-}{1 + 9 \cdot (81^{\frac{-1}{\Delta t^-}})^t} = \frac{(1-p) \cdot K_p}{1 + 9 \cdot (81^{\frac{-1}{\Delta t^-}})^t} \quad (47)$$

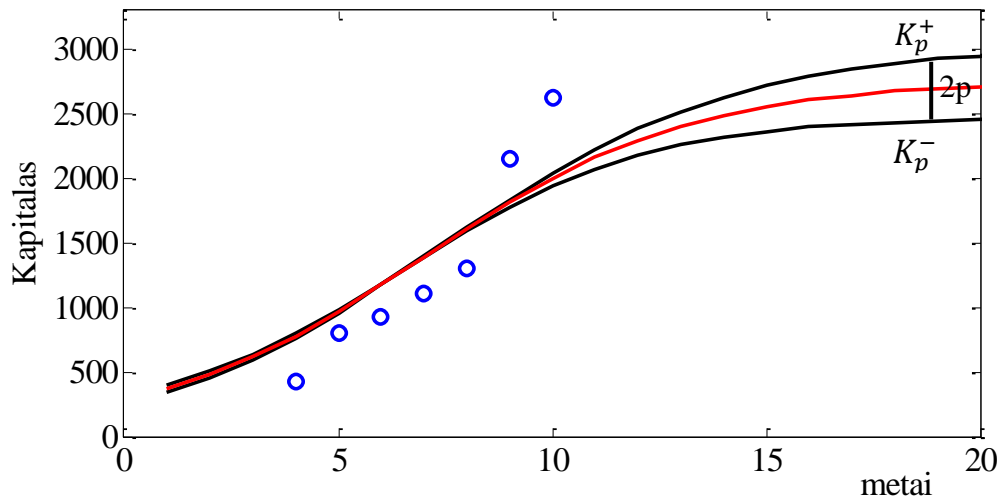
Gautoms funkcijoms  $K^+(t)$  ir  $K^-(t)$  su tais pačiais statistiniais duomenimis taikome mažiausių kvadratų metodą tam, kad būtų surastas artimiausias nežinomasis kintamasis  $\Delta t^+$  ir  $\Delta t^-$  su naujomis  $K_p$  reikšmėmis. Įstačius naujus kintamuosius, gauname:

$$\min_{\Delta t} \sum_{i=1}^m (F(t_i, \Delta t^+) - y_i)^2 = \min_{\Delta t} \sum_{i=1}^m \left( \frac{K_p^+}{1 + 9 \cdot (81^{\frac{-1}{\Delta t^+}})^t} - y_i \right)^2 \quad (48)$$

ir

$$\min_{\Delta t} \sum_{i=1}^m (F(t_i, \Delta t^-) - y_i)^2 = \min_{\Delta t} \sum_{i=1}^m \left( \frac{K_p^-}{1 + 9 \cdot (81^{\frac{-1}{\Delta t^-}})^t} - y_i \right)^2 \quad (49)$$

Įvedę  $K_p$  parametro paklaidos skaičiavimą į logistinį modelį, gauname tokią grafinę išraišką, kuri pavaizduota 13 paveiksle, kur mėlynos kreivės vaizduoja nustatyto augimo ribos intervalą:



Šaltinis: sudaryta autorės.

13 pav.  $K_p$  parametro paklaidos skaičiavimas

### II.7.3. Savirankos (bootstrap) metodas – statistinių paklaidų modeliavimas

Tradicinis požiūris į statistines išvadas remiasi idealizuotu modeliu bei prielaidomis. Standartinės paklaidos išraiškos vertinimo kartais būna nepakankama, todėl savirankos (*bootstrap*) principas, kaip moderni alternatyva tradiciniam požiūriui, buvo pristatyta Efron B. 1979 m. Tai yra kompiuterinis intensyvus mėginių ėmimo metodas, kuris yra plačiai taikomas ir leidžia sumažinti prognozės paklaidas [108, 109, 110].

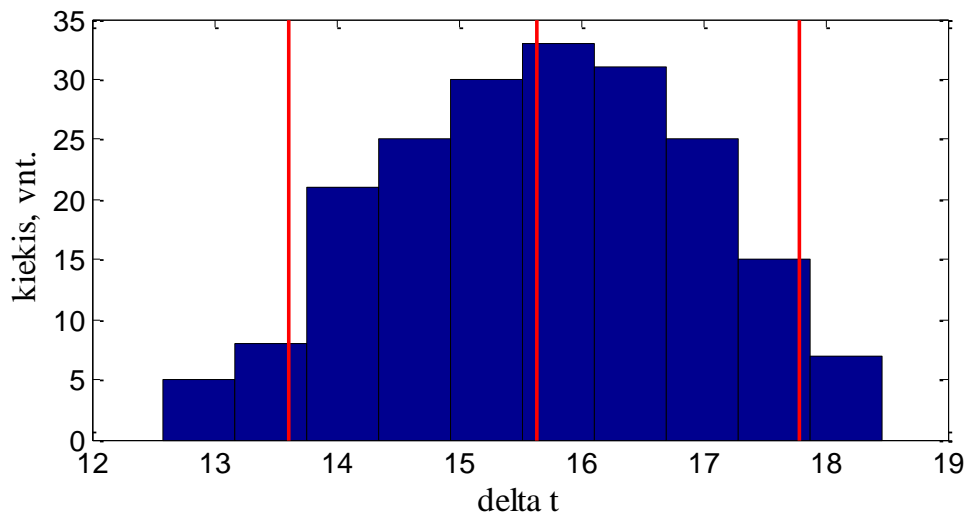
Taikant šį metodą, patikrinama, kiek tikslus yra mažiausių kvadratų metodo gautas rezultatas. Sudarome paklaidų aibę  $P$ , kuri yra gaunama statistinių ir logistinių reikšmių skirtumui atitinkamu laiko momentu  $t$ .

Iš gautų paklaidų rinkinio (originaliosios aibės) atsitiktinai yra traukiamas su pasikartojimais paklaidų rinkinys  $P^*$ , kurio narių skaičius yra lygus originaliosios aibės taškų skaičiui. Šios aibės pagrindu yra sudaroma nauja statistinių duomenų aibė  $D^*_k$ :

$$D_k^* = K(t, \Delta t_0) + P^* \quad (50)$$

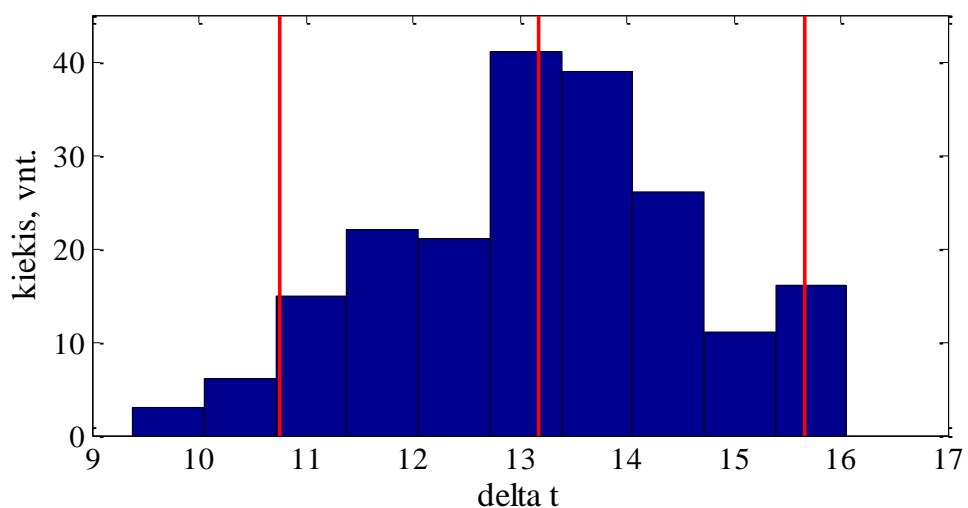
kur  $\Delta t_0$  – mažiausių kvadratų metodu rasta reikšmė ( $=\Delta t$ ).

Su nauja duomenų aibe  $D^*$  mažiausių kvadratų metodu randame naują  $\Delta t^*$  reikšmę. Paklaidų traukimas ir naujo  $\Delta t^*$  radimas kartojamas  $N_{boot}$  kartų.  $N_{boot}$  yra sveikas, didesnis už 0 skaičius, kuris pasirenkamas laisvai. Turime naują atrastų  $\Delta t^*$  reikšmių aibę  $\Delta T$ . Šios aibės pagrindu braižomos histogramos (14 ir 15 paveikslai). Jose pažymimas pasitikėjimo intervalas CI, raudonos linijos, t. y. 5% ir 95% procentalės.



Šaltinis: sudaryta autorės.

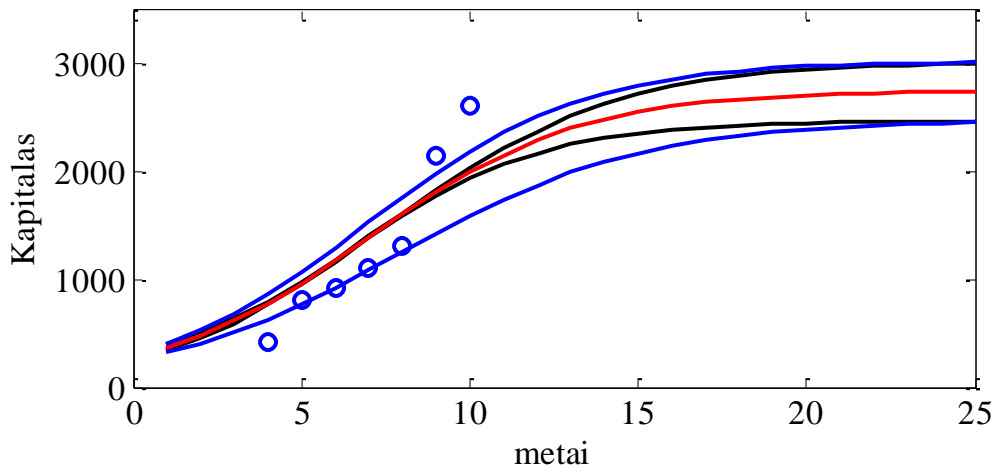
**14 pav.** Parametro  $\Delta t$  skirstinys  $K^+(t)$  pasitikėjimo intervale



Šaltinis: sudaryta autorės.

**15 pav.** Parametro  $\Delta t$  skirstinys  $K^-(t)$  pasitikėjimo intervale

Aprašytą metodą taikome  $K^+(t)$  ir  $K^-(t)$  funkcijoms.  $K^+(t)$  imame 5% procentalės reikšmę, o  $K^-(t)$  imame 95% procentalės. Taip „Bootstrap“ metodas pataiso prognozuoto prisotinimo parametro  $K_p$  paklaidas (mėlynos kreivės) logistiniame modelyje (16 paveikslas).



Šaltinis: sudaryta autorės.

**16 pav.** „Bootstrap“ metodu patikslinta prognozuoto  $K_p$  paklaida

Turint gautus rezultatus, galima vykdyti atitinkamus ekonominius sprendimus bei pateikti tam tikras išvadas.

## II.8. Išvados

- Pasiūlytas naujas logistinis transformuotasis modelis, įvertinant nupjautinį statistinių duomenų intervalą, pašalinant atsitiktinius duomenis ir taip pateikiant tikslesnį rinkos plėtros vaizdą.
- Sukurtas naujas prisotinamųjų sistemų modeliavimo metodas, paremtas logistiniu transformuotuoju metodu. Prisotinimo parametro nustatymo problema išspręsta pritaikius neraiškių aibių ekspertinę sistemą ir savirankos metodą. Tai leido padidinti rinkų prisotinimo parametro  $K_p$  nustatymo tikslumą.
- Remiantis naujai sukurtu metodu atsiranda galimybė tirti rinkų kaitimą, finansinių burbulų susiformavimą, atpažinti artėjantį nuosmukį bei nestabilią situaciją. Prisotinimo parametro  $K_p$  paklaidų pataisymas

duoda tikslesnį galutinį rezultatą. Vartotojas gali priimti atitinkamus ekonominius ir vadybinius sprendimus.

- Pritaikius bendrųjų (logistinių) palūkanų modelį, sukurta originali investavimo su svertu metodika.



### III. TRANSFORMUOTOJO LOGISTINIO MODELIO TAIKYMO TYRIMAS

Šiame skyriuje yra taikoma antrojoje dalyje sudaryta modeliavimo metodika. Čia bus atlikti tokie pasiūlytos metodologijos tyrimai:

- nekilnojamojo turto rinkos, t. y. butų pirkimo–pardavimo sandorių piniginės sumos didžiuosiuose Lietuvos miestuose tyrimas;
- *fuzzy* modelio fondo sudarymo tyrimas;
- atsitiktinai parinkto investicinio fondo tyrimas;
- JAV nekilnojamojo turto rinkos indekso tyrimas;
- investavimo su svertu modeliavimas.

Ekonominio augimo sparta priklauso nuo to, ar rinka, kurioje investuojama, yra prisotinta ar ne. Prisotintoje rinkoje augimas yra spartesnis, o prisotinimo laipsniui viršijus 90% šis procesas tampa ypač spartus. Ekonomikos ekspertus domina neproporcingai spartaus augimo fazės. Nenatūraliai spartus augimas sukelia paslėptąją perprodukciją ir grėsmę ekonomikos stabilumui. Tyrimai padės atpažinti artėjančias staigaus augimo fazes. Remiantis turima informacija, bus galima nustatyti ar konkreti investicija pasiekė (peržengė) nustatytą ribą. Reaguojant į rinkos augimo pokyčius bus galima priimti reikiamus investicinius sprendimus ir taip išvengti grėšiančių nuosmukių.

Reikia pabrėžti, kad rinkų prisotinimas glaudžiai susijęs su tose pačiose rinkose vykstančia perprodukcija (dažniausiai ji būna paslėptoji). Prisotinimo svarbą finansų rinkose mums parodys sumodeliuoti pavyzdžiai. Bus atliktas palyginimas su Loglet modelio gaunamais rezultatais

#### III.1. Nekilnojamojo turto rinkų ir fondo tyrimų prielaida

Sudarant *fuzzy* ekspertinį modelį turimiems statistiniams duomenims  $S_t$  (atitinkamo laiko momento statistinė reikšmė) yra apskaičiuojami procentiniai pokyčiai. Laiko momentui  $t+1$  formulė yra:

$$\Delta S_{t+1} = 100 \cdot \frac{S_{t+1} - S_t}{S_{t+1}} \quad (51)$$

Analogiška išraiška prisotinimo pokyčio  $\Delta K_{pt+1}$  skaičiavimui:

$$\Delta K_{pt+1} = 100 \cdot \frac{K_{pt+1} - K_{pt}}{K_{pt+1}} \quad (52)$$

Iš šios formulės išreiškiama  $K_{pt+1}$  reikšmė:

$$K_{pt+1} = \frac{-K_{pt}}{\Delta K_{pt+1} - 1} \quad (53)$$

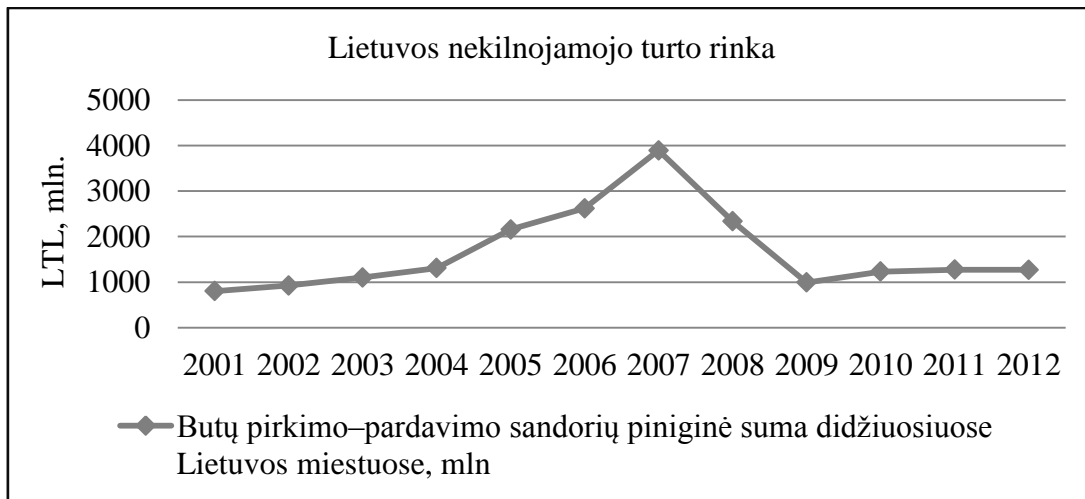
Pagal parametrų ir kapitalo statistinius pokyčius yra apmokomas fuzzy modelis laikantis prielaidos, kad  $S_t$  augimas buvo labai artimas  $K_{pt}$  (augimo riba atitinkamu laiko momentu). Todėl traktuojame, kad galioja lygybė:

$$K_{pt+1} = \frac{-S_t}{\Delta K_{pt+1} - 1} \quad (54)$$

Pokytis  $\Delta K_{pt+1}$  suskaičiuojamas taikant sudarytą fuzzy modelį. Sudarytas procentinis pokytis perskaičiuojamas nuo statistinės duomenų reikšmės atitinkamu laiko momentu, pagal anksčiau aprašytą lygtį (54).

### **III.2. Lietuvos nekilnojamojo turto rinkos tyrimas**

Lietuvos nekilnojamojo turto rinka yra jauna, dar neturinti gilios istorinės patirties ir platesnio ištyrimo. Kita vertus ji jau yra patyrusi pakankamai sunkią finansinę krizę. Kad ateityje būtų kuo mažiau sunkių pasekmių, apimančių visą šalies ekonomiką bei kiekvieno iš mūsų finansus, reikia ją visapusiškai ištirti. Atliekamu tyrimu siekiama prognozuoti rinkos prisotinimą, vertinant butų pirkimo–pardavimo sandorių sumą didžiuosiuose Lietuvos miestuose (17 paveikslas).



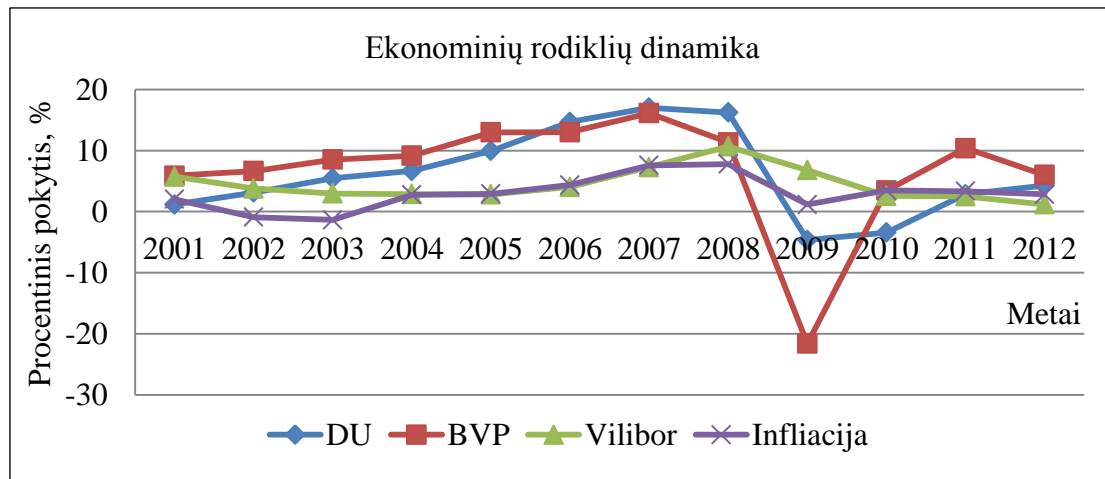
Šaltinis: sudaryta autorės pagal Statistikos departamento duomenų bazę [111].

17 pav. Lietuvos nekilnojamojo turto rinka

### III.2.1. Lietuvos nekilnojamojo turto rinkos fuzzy modelis

Pagal aprašytą metodiką sudaromas fuzzy ekspertinis modelis konkrečiam Lietuvos NT rinkos atvejui. Augimo modeliavimo eiga suskirstoma į tris etapus. Įvertinus analizuojamos srities specialistų žinias ir patirtį, atrenkami keturi NT rinkos augimui įtakos turintys rodikliai. Pagal 2013 metais P. Simukaičio atliktą Lietuvos NT rinkos ekspertų apklausą [112], buvo nurodyti pagrindiniai ekonominiai rodikliai, turintys įtakos Lietuvos NT burbului susidarymui. Apklausoje nurodyti rodikliai buvo tokie: darbo užmokestis (DU), šalies BVP, infliacija ir „Viliber“. Rodiklių procentinis kintamumas pavaizduotas 18 paveiksle. Rodiklių procentinių pokyčių lentelė pateikta priede Nr.1. Jų aibė apibrėžiama taip:

$$R = \{r_{DU}, r_{BVP}, r_{Viliber}, r_{Infliacija}\}.$$



Šaltinis: sudaryta autorės pagal Statistikos departamento duomenų bazę [111].

18 pav. Ekonominių rodiklių pokyčių dinamika

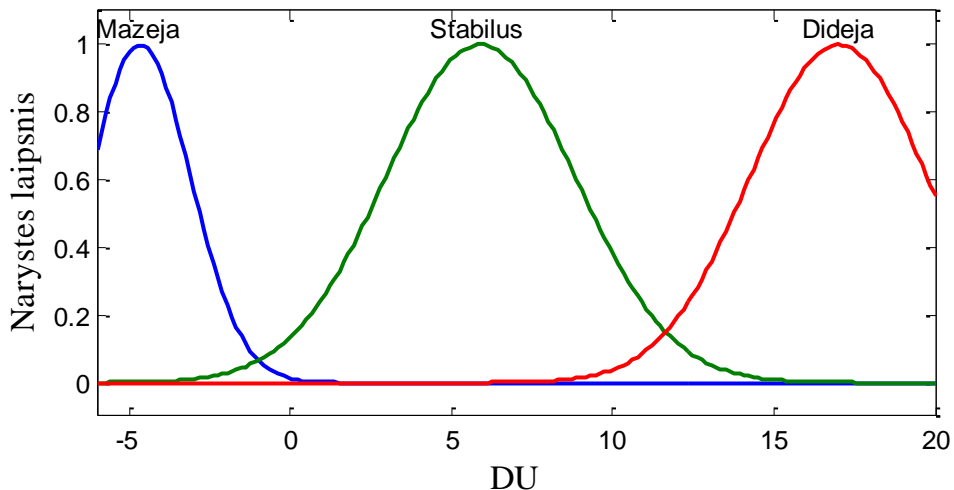
2005 – 2007 (2008) metų laikotarpis pažymėtas Lietuvos ekonomikos augime kaip krizė, burbulo formavimosi ir sprogoimo laikotarpiu.

Atsižvelgiant į numatomą rinkos talpą atitinkamu laiko momentu tiriama augimo tendencija. Modeliavimui naudojami *Loglet* ir transformuotas logistinių palūkanų – *LogMod* modeliai.

### Pirmasis modeliavimo etapas

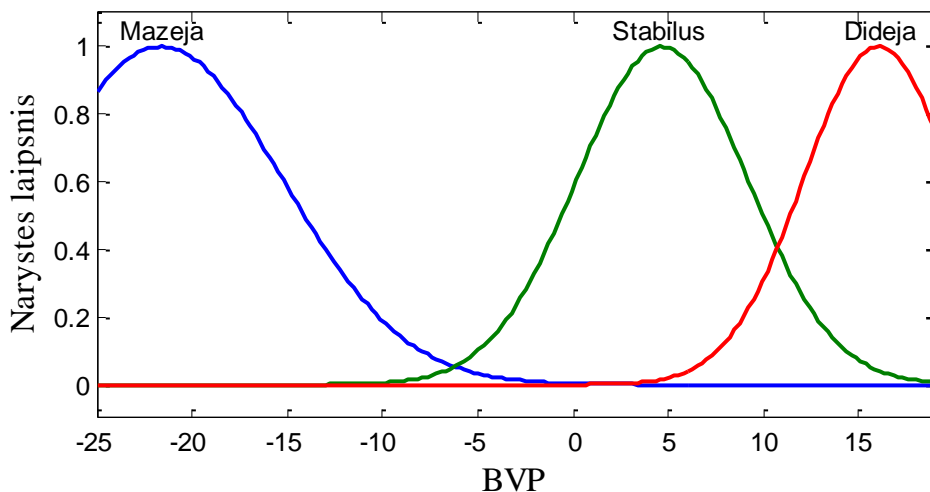
Turime tokius lingvistinius kintamuosius kaip „*Prisotinimas*“ bei parinktus augimo rodiklius, kurie sudaro  $R$  aibę. Parinktos jų lingvistinių termų fiksuotos reikšmės: „*Mažėja*“, „*Stabilus*“, „*Didėja*“. Kiekvienam rodikliui nustatomos jo maksimali ir minimali reikšmės bei šių reikšmių pagrindu parenkami kitimo režiai.

Lingvistiniams kintamiesiems parenkamos narystės funkcijos, kurių grafikai yra pateikti žemiau.



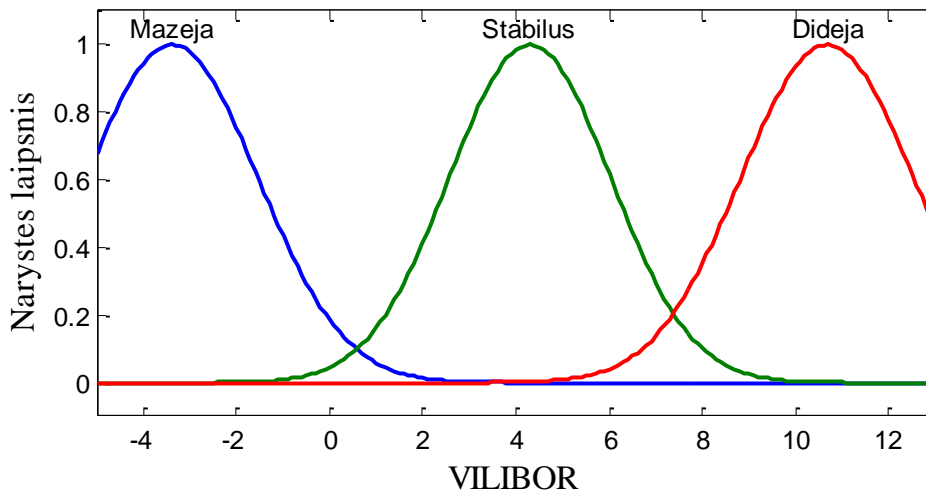
**19 pav.** Darbo užmokesčio narystės funkcijos

Mažėjimas prasideda kai DU pokytis yra neigiamas (19 paveikslas). Didžiausias mažėjimo reikšmės narystės laipsnis įgyjamas ties -5. Stabilumas apytiksliai yra intervale nuo -5 iki 15, jo didžiausia reikšmė kiek didesnė už 5. Didėjimas prasideda nuo 8. Funkcijos beveik nepersidengia, todėl išlaiko loginę prasmę.



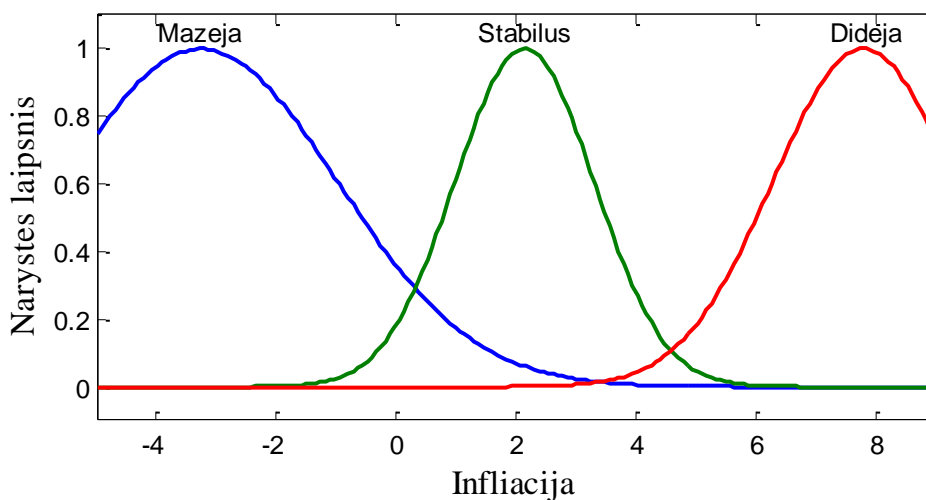
**20 pav.** Bendrojo vidaus produkto narystės funkcijos

20 paveiksle BVP mažėjimas prasideda kai BVP pokytis yra neigiamas. Stabilumas apibrėžtas intervale nuo -10 iki 15, didžiausias narystės laipsnis yra įgyjamas ties 5. Didėjimas prasideda nuo 0. Stabilumo ir didėjimo funkcijos nežymiai persidengia, bet loginė prasmė yra išlaikyta.



21 pav. „Vilbor“ narystės funkcijos

21 paveiksle matyti, kad „Vilbor“ rodiklio mažėjimas prasideda maždaug nuo 2, didžiausias narystės laipsnis įgyjamas ties -3. Stabilumo intervalas yra maždaug nuo -2 iki 10, jo didžiausias narystės laipsnis yra įgyjamas ties 4. Didėjimas prasideda maždaug nuo 5. Narystės funkcijos nežymiai persidengia, bet išlaiko loginę prasmę.

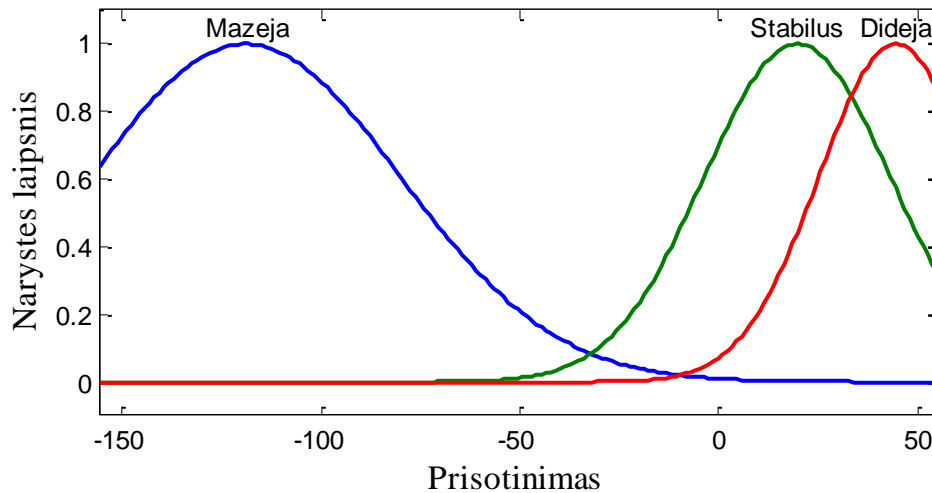


22 pav. Inflacijos narystės funkcijos

22 paveiksle pateiktos infliacijos rodiklio narystės funkcijos. Mažėjimo intervalas prasideda maždaug nuo 4, didžiausias narystės laipsnis įgyjamas ties -3. Nustatytas stabilumo intervalas yra maždaug nuo -2 iki 6, didžiausias

narystės laipsnis įgyjamas ties 2. Didėjimas prasideda maždaug nuo 3. Narystės funkcijos loginė prasmė yra išlaikyta.

Prisotinimo parametro  $K_p$  pokyčio narystės funkcijos pateiktos 23 grafike.



**23 pav.** Lietuvos nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo parametro  $K_p$  narystės funkcijos

Išlaikant augimo proceso prasmę mažėjimo intervalas prasideda nuo 0. Stabilumo intervalas prasideda maždaug nuo -50, persidengia šiek tiek su mažėjimo intervalo funkcija, jo didžiausias narystės laipsnis įgyjamas ties 20. Didėjimo intervalas prasideda maždaug nuo 0, o didžiausias narystės laipsnis įgyjamas ties 50.

### Antrasis etapas – taisyklių generavimas

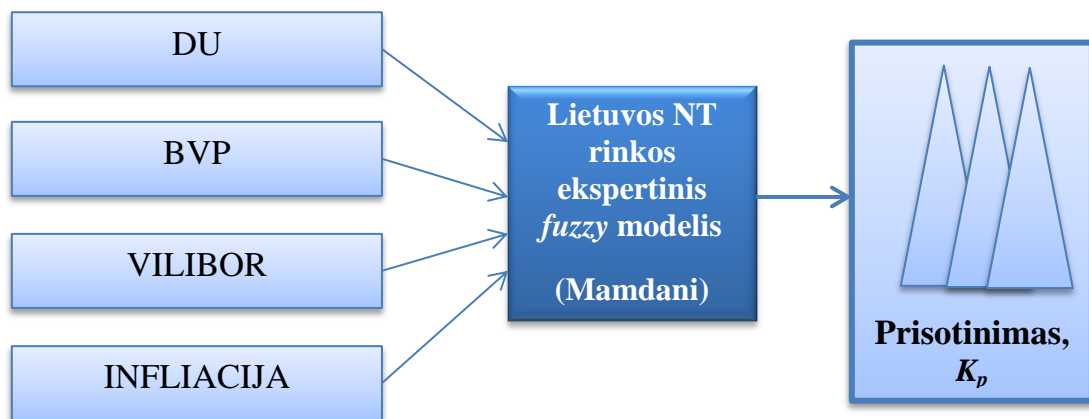
Kiekvienam rodikliui prieš taisyklių generavimą ekspertas suteikia svorius, o jų suma būtinai turi būti lygi vienetui. Šio tyrimo rodikliams priskirti tokie svoriai:  $W_e = \{0,2; 0,3; 0,3; 0,2\}$ . Pagal aprašytą metodiką automatiškai sugeneruojamos taisyklės. Gauname  $K_p M$  matricą. Pagal parinktų rodiklių suderinamumą bei kiekvieno iš jų įtaką vystymuisi, suformuota keturių rodiklių bazė apima 81 taisyklę.

Rodiklių lingvistinių termų variacijų matricos  $PM$  kiekviena eilutė sudaro unikalią pasirinktų rodiklių augimo išraiškų kombinaciją. Pavyzdžiui:

[„Mažėja“, „Stabilu“, „Didėja“, „Mažėja“], [„Stabilu“, „Didėja“, „Didėja“, „Didėja“] ir t. t.

Visos sudarytos taisyklės pateiktos priede Nr. 2. Pavyzdžiui, taisyklių iš sudaryto fuzzy ekspertinio modelio, formuojant kintamojo  $K_p$  – „Prisotinimas“ prognozavimą, atrodo taip:

1. Jei DU – „Didėja“, BVP – „Didėja“, „Viliber“ – „Didėja“ ir infliacija – „Didėja“, tai prisotinimas „Didėja“;
2. Jei DU – „Mažėja“, BVP – „Didėja“, „Viliber“ – „Mažėja“ ir infliacija – „Mažėja“, tai prisotinimas „Mažėja“.



Šaltinis: sukurta autorės.

**24 pav.** Lietuvos nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo fuzzy sistemos modelis

Sudaryta Lietuvos NT rinkos ekspertinė fuzzy sistema pavaizduota 24 paveiksle.

### III.2.2. Loglet ir LogMod modelių tyrimas Lietuvos nekilnojamojo turto rinkoje

Fuzzy ekspertinė sistema pagal kiekvienų metų rodiklių duomenis nustato prisotinimą. Kiekvienų metų tyrimo metu nustatytos  $K_p$  ribos pateikiamos 7 lentelėje.

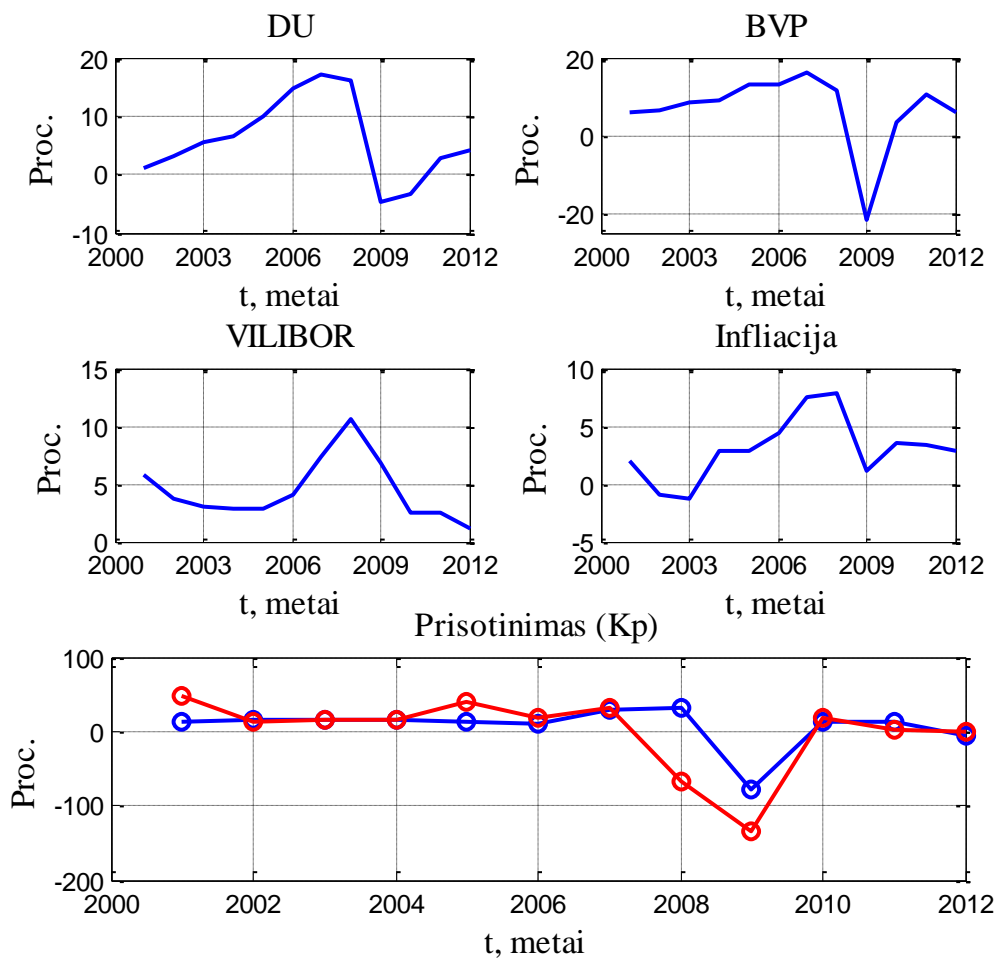


**7 lentelė.** Lietuvos nekilnojamojo turto prisotinimo reikšmės

Metai	Lietuvos NT duomenys	Augimo proceso etapai	Prisotinimo $K_p$ riba
2001	800,826		481,776
2002	924,524	Augimo etapas	951,084
2003	1101,563	Augimo etapas	1096,651
2004	1307,620	Augimo etapas	1299,265
2005	2157,487	Augimo etapas	1508,909
2006	2621,098	Augimo etapas	2395,281
2007	3893,008	Burbulo sprogimas	3647,105
2008	2335,993	Nuosmukis	5718,554
2009	992,220	Nuosmukis	1307,437
2010	1230,671	Nestabilumas burbului sprogus	1123,027
2011	1275,010	Nestabilumas burbului sprogus	1416,370
2012	1269,729	Augimo etapas	1206,910

Šaltinis: sukurta autorės [111].

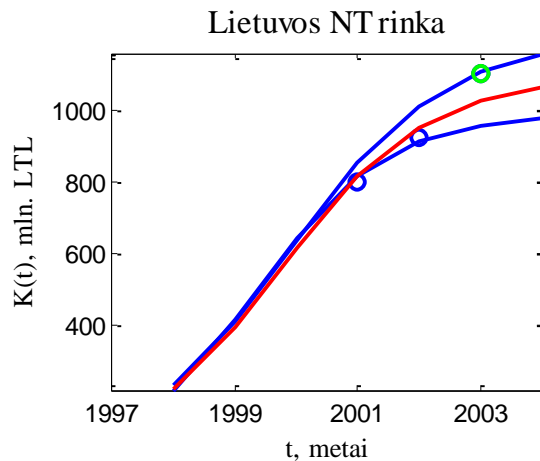
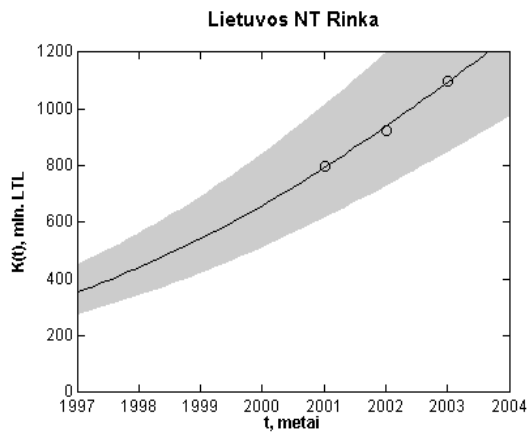
Tyriamas augimo laikotarpis, t. y. sprogus burbului modelis gali rodyti netikslius rezultatus (2008 – 2011 metų periodas), kadangi tuo metu rinkoje vyrauja chaotinė situacija, modelis nėra pritaikytas tokiai situacijai tirti. Bendras ekspertinės sistemos gautas rezultatas pavaizduotas 25 paveiksle. Jame parodytas rodiklių kintamumas, o „Prisotinimo ( $K_p$ )“ grafikas rodo  $K_p$  parametro – prisotinimo pokyčio dinamiką laiko momentu  $t$ . Grafiko mėlyna kreivė – nustatyta kiekvienų metų  $\Delta K_p$  reikšmė, raudona kreivė – atitinka statistinius Lietuvos NT duomenų pokyčius, pagal rodiklių procentinių pokyčių lentelę, pateiktą priede Nr. 1.



25 pav. Fuzzy ekspertinės sistemos  $K_p$  pokyčio prognozė

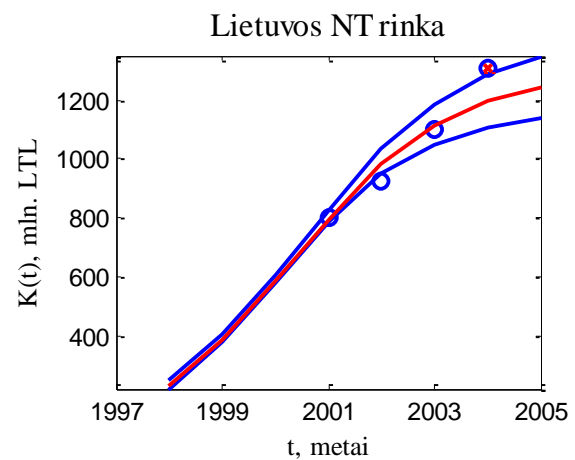
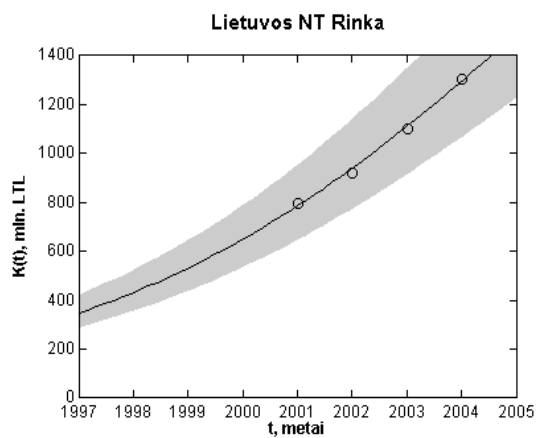
### III.2.3. Lietuvos nekilnojamojo turto augimo modeliavimas, rezultatai, palyginimas

Atsižvelgiant į numatomą rinkos talpą atitinkamu laiko momentu, grafikuose pateikiama augimo tendencija. Modeliavimui naudojami *Loglet* ir transformuotas logistinių palūkanų – *LogMod* modeliai (grafikuose rezultatas vaizduojamas atitinkamai). LogMod grafikuose mėlyna kreivė reiškia  $K_p$  paklaidas (+/-) 10%. Loglet grafikuose pilka spalva atitinka kitimo paklaidas.



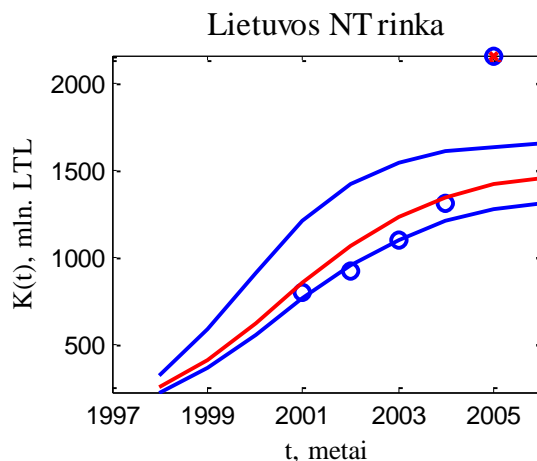
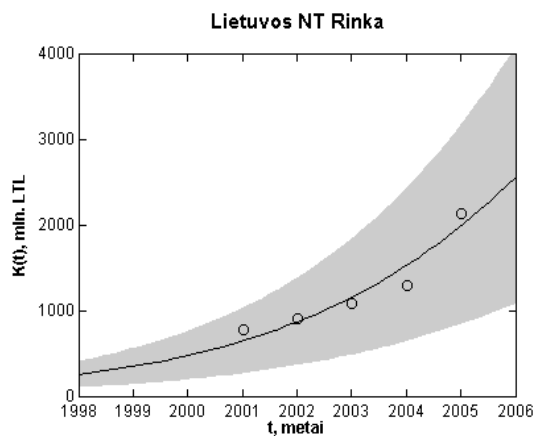
**26 pav.** Loglet ir LogMod modelių LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2001 – 2003 metais.

26 paveiksle pateiktos Loglet modelio nustatytos parametrų reikšmės:  $K_p=2497,137$ ,  $t_m=6,959$ ,  $\Delta t=16,99$ . LogMod modelio nustatyta 2003 metų prisotinimo  $K_p$  reikšmė –  $1096,651$ . LogMod modelyje matome, kad taškas beveik už mūsų prognozės ribų. Tai parodo, kad rinkoje augimas vyksta sparčiau negu tikėtasi.



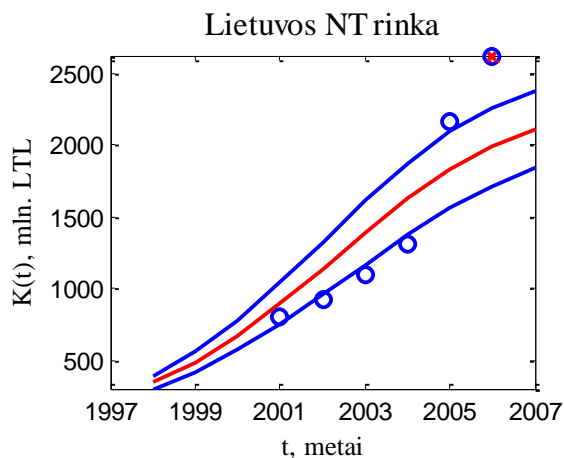
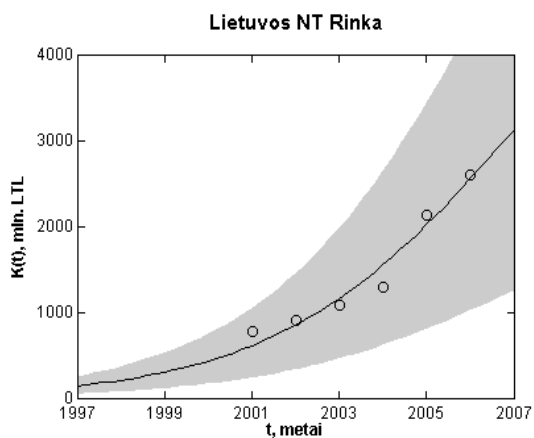
**27 pav.** Loglet ir LogMod LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2004 metais.

27 paveiksle pateikta Loglet modelio nustatyta 2004 metų prisotinimo reikšmė  $K_p=3288,835$ . LogMod modelio prisotinimas  $K_p = 1299,265$ . LogMod grafike matome pirmą nukrypimą nuo logistinio augimo, rodančio realų NT rinkos talpumą. Loglet modelyje vis dar vyksta tolydus augimas, o LogMod modelis jau rodo, kad reikia atkreipti didesnę dėmesį į šios rinkos vystymą.



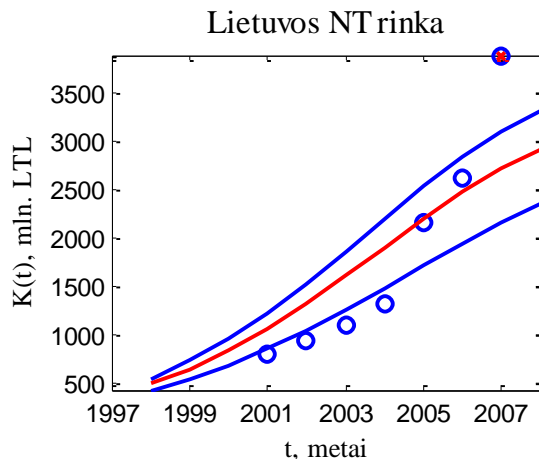
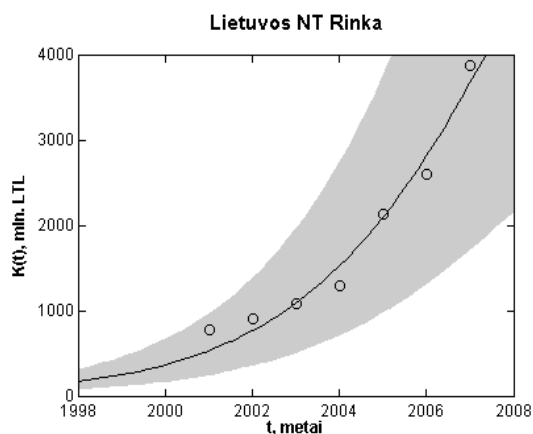
**28 pav.** Loglet ir LogMod LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2005 metais.

28 paveiksle pateiktos Loglet modelio nustatyta 2005 metų prisotinimo reikšmė  $K_p=11853,578$  Ir LogMod modelio NT rinkos talpos prisotinimas  $K_p = 1508,909$ . 2005 metų LogMod nustatyta NT rinkos prisotinimo reikšmė irgi nukrypus nuo logistinio augimo. Tokią situaciją galima traktuoti kaip burbulo formavimosi pradžia. Loglet modelis vis dar nerodo rinkos augimo pabaigos.



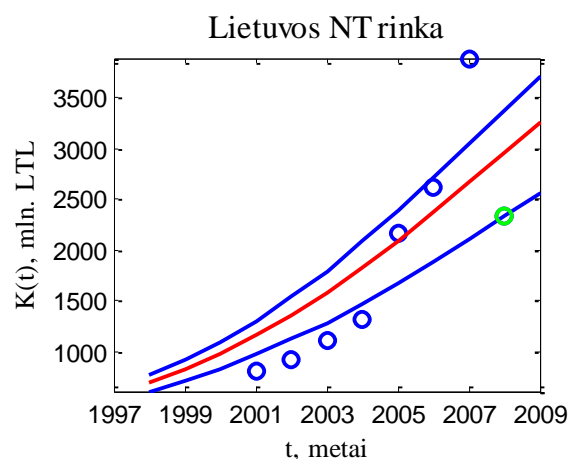
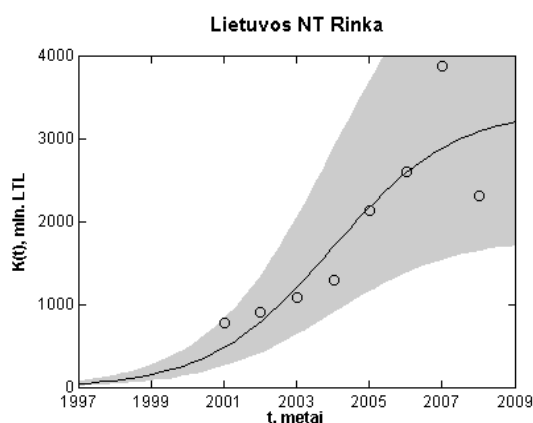
**29 pav.** Loglet ir LogMod LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2006 metais.

29 paveiksle Loglet modelio nustatyta 2006 metų prisotinimo reikšmė  $K_p=6380,271$ , LogMod modelio prisotinimas  $K_p = 2395,281$ . 2006 metų LogMod toliau rodo nukrypimą nuo logistinio augimo. Pagal Loglet modelį vis dar matome rinkos augimą.



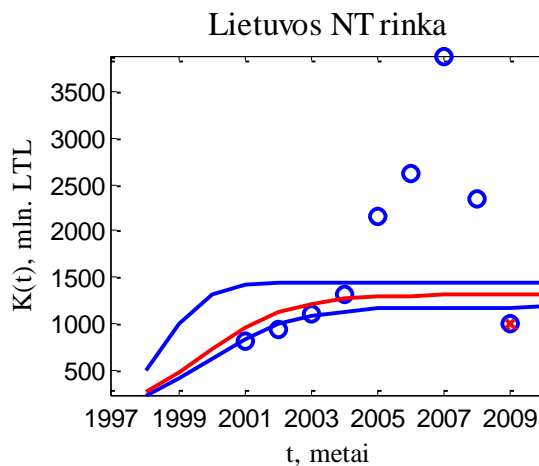
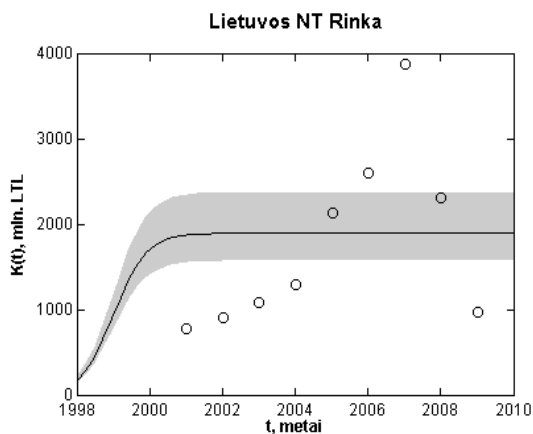
**30 pav.** Loglet ir LogMod LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2007 metais.

30 paveiksle matome Loglet modelio nustatyta 2007 metų prisotinimo reikšmė  $K_p=10696,508$  ir Logistinio LogMod modelio prisotinimas  $K_p = 3647,105$ . 2007 metus galime pažymėti burbulų sprogo metais.



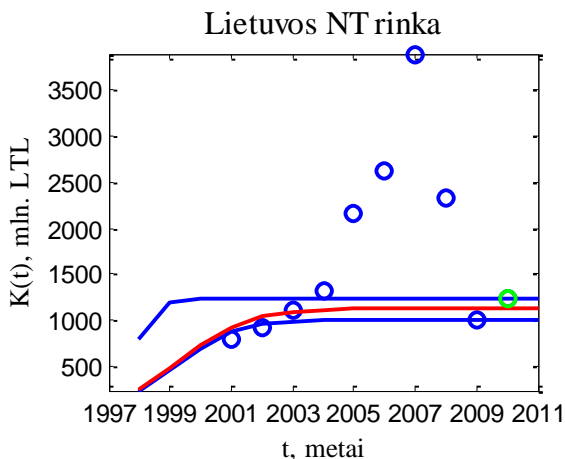
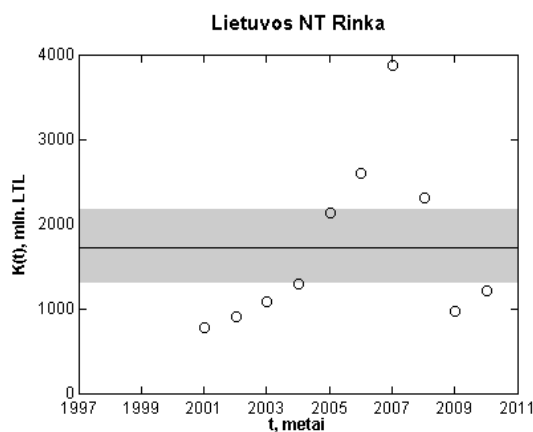
**31 pav.** Loglet ir LogMod LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2008 metais.

Loglet modelio nustatyta 2008 metų prisotinimo reikšmė  $K_p=3382,597$ . LogMod modelio nustatytas prisotinimas  $K_p = 5718,554$ . 31 paveiksle vaizduojamas augimas rodo gana gerus rezultatus, tačiau po burbulų sprogo tai gali būti ne paskutinis kritimo taškas, kadangi 2008 metais, eksperto nuomone, pasireiškė rinkos nestabilumas, po burbulų sprogo.



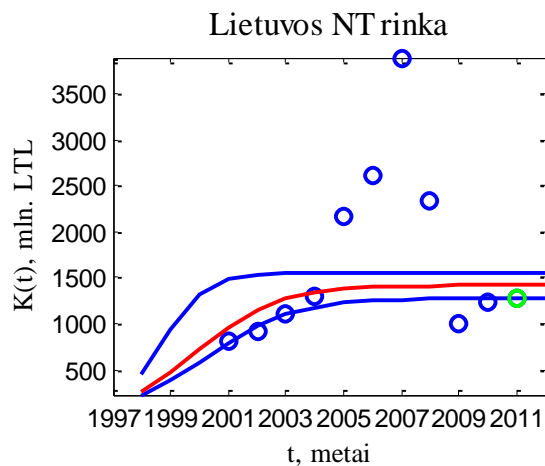
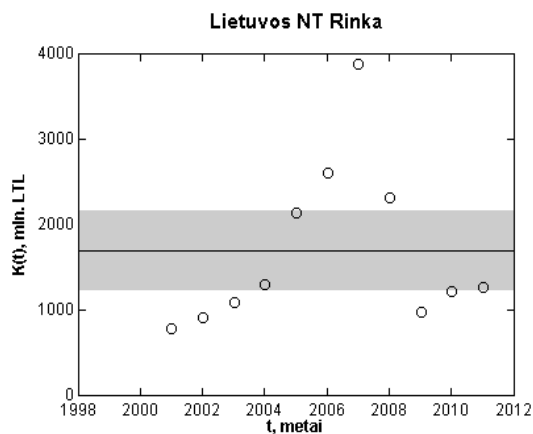
**32 pav.** Loglet ir LogMod LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2009 metais.

32 paveiksle Loglet modelio nustatyta 2009 metų prisotinimo reikšmė  $K_p=1908,513$ , o LogMod modelio prisotinimas  $K_p = 1307,437$ . Statistinė reikšmė yra žemiau negu logistinis LogMod modelis nustatė, įvertinant +/- 10%  $K_p$  paklaidą. Tai yra nestabilumo rinkoje po didelio nuosmukio pasekmė.



**33 pav.** Loglet ir LogMod LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2010 metais.

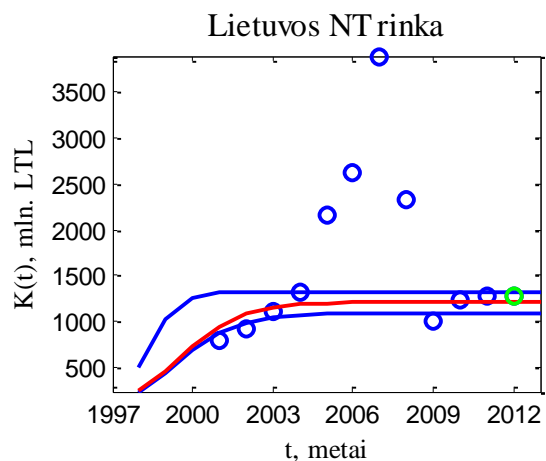
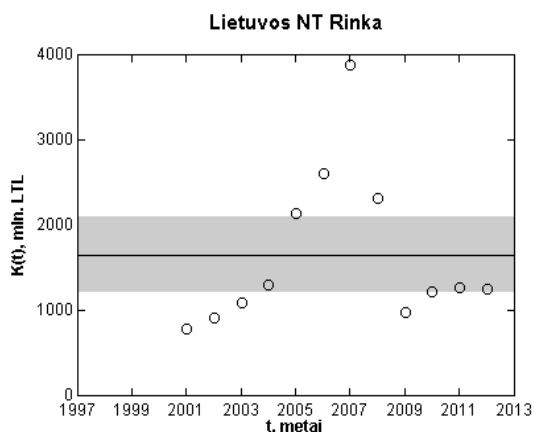
Loglet modelio nustatyta 2010 metų prisotinimo reikšmė  $K_p=1736,501$ . LogMod modelio prisotinimas  $K_p = 1123,027$ . LogMod ir Loglet modelių 2010 – 2012 metų grafikai rodo lėtą NT rinkos atsigavimą (33, 34 pav.). Loglet grafikai rodo tiesę, nes aukštos reikšmės iškraipo mažiausių kvadratų metodo rezultatus. Panašus poveikis matomas ir LogMod grafikuose, todėl nuo nuosmukio taško reikia pradėti rinkos augimo vertinimą iš naujo.



**34 pav.** Loglet ir LogMod LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2011 metais.

Loglet modelio nustatyta 2011 metų prisotinimo reikšmė  $K_p=1694,547$ .

LogMod modelio prisotinimas  $K_p = 1416,370$ .



**35 pav.** Loglet ir LogMod LT nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2012 metais.

Loglet modelio nustatyta 2012 metų prisotinimo reikšmė  $K_p=1659,146$ . Iš paskutinio 35 paveikslo grafike matyti, kad LogMod modeliu nustatyta reali 2012 metų NT rinkos riba yra:  $K_p = 1206,910$  mln. Lt, galimas nežymus, butų didžiuosiuose Lietuvos miestuose pirkimo–pardavimo sandorių sumos augimas. Tai gali sąlygoti didėjančią butų kainą arba šioje rinkoje didėjantis pirkimo-pardavimo sandorių skaičius. Pasak 2013 – 2014 metų Lietuvos NT rinkos apžvalgą, vyksta didesnis augimas, nei buvo planuota prieš tai, o tai gali turėti įtakos augimo netvarumui ateinantiems metams [113].

Sudarytas patikimas fuzzy modelis. Parodyta, kad modelis gali atpažinti burbulo formavimąsi bei rinkos stabilizavimą po burbulo sprogo. Parodytas Loglet nevisapusiškumas tiriant ekonomikos rinką, nes šis modelis yra plačiau taikomas biologiniams procesams analizuoti.

### III.3. Atsitiktinio investicinio fondo tyrimas

Atsitiktinai parinktas SEB banko investicinis fondas iš platinamo fondų sąrašo internetinėje svetainėje [114]. Fondo pavadinimas *Seb Technology Fund*, investuojantis daugiausia į JAV rinkos kompanijas.

**8 lentelė. JAV rinkos ekonominių rodiklių duomenys**

<i>t</i> - laiko momentas – ketvirtis	Nacionalinis vidutinis darbo užmokestis, <i>NAW</i> , %	Bendras vidaus produktas <i>GDP</i> , %	JAV akcijų rinkos indeksas, <i>SP500</i> , %	Vartojimo kainų indeksas, <i>CPI</i> , %	Prisotinimo parametro $K_p$ pokytis
2008 I	0,511444	-0,676056	-10,742156	1,071580	
2008 II	-0,963579	0,493153	1,528838	1,284228	5,574444
2008 III	-0,814779	-0,497595	-9,553362	1,518315	-9,892972
2008 IV	0,123068	-2,198428	-37,285905	-2,343710	-44,709069
2009 I	-3,900481	-1,409427	-12,914928	-0,666563	-4,765140
2009 II	-1,231211	-0,105712	9,514900	0,491376	17,534561
2009 III	-1,062773	0,316909	10,359026	0,866044	13,428607
2009 IV	-0,059867	0,946999	8,539386	0,763580	8,603428
2010 I	-0,404466	0,393357	3,103445	0,184448	3,369293
2010 II	1,594081	0,952340	0,968640	-0,057529	2,090862
2010 III	0,688007	0,682653	-3,496465	0,334847	-5,514629
2010 IV	0,935068	0,689849	8,993932	0,744383	8,426030
2011 I	2,600634	-0,325273	7,519213	1,072842	6,607042
2011 II	0,192730	0,781394	1,198486	1,130185	-0,865775
2011 III	0,747078	0,337887	-7,595061	0,713155	-5,031796
2011 IV	-0,229885	1,180923	0,031004	0,349384	0,268369
2012 I	1,456046	0,906423	9,128991	0,568627	8,466068
2012 II	0,440784	0,298853	0,066682	0,249955	-0,371176
2012 III	-0,088047	0,684403	3,658972	0,516889	0,479901
2012 IV	2,587662	0,036314	1,212856	0,539180	-0,244101
2013 I	-1,886249	0,284395	6,330335	0,355876	4,479696
2013 II	1,182307	0,610529	5,934178	-0,006894	2,209766
2013 III	0,427178	0,699136	3,907603	0,646412	3,685939

Šaltinis: sudaryta autorės

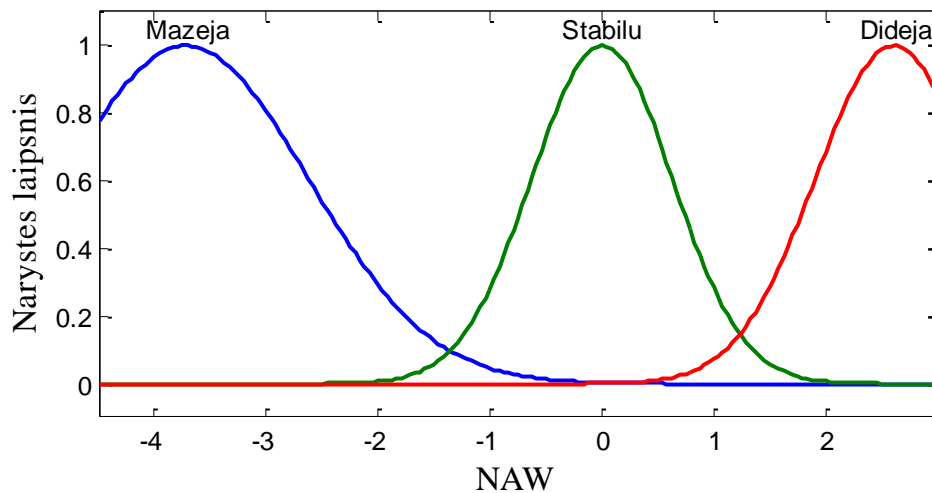


Todėl eksperto parinkti JAV rinkai būdingi ekonomikos rodikliai, pateikiami 8 lentelėje [115, 116, 117, 118].

Atrinktų rodiklių aibė apibrėžiama taip:

$$R = \{r_{NAW}, r_{GDP}, r_{SP500}, r_{CPI}\}.$$

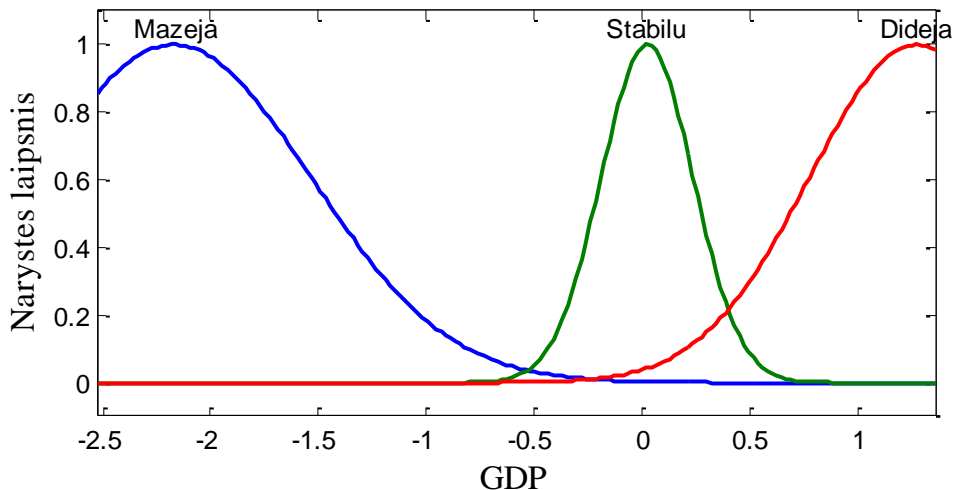
Šiam fondui analizuoti pagal antroje dalyje aprašytą metodiką buvo sudaryta ir apmokyta *fuzzy* ekspertinė sistema, kurios taisyklės yra pateikiamos priede Nr. 3. Toliau pateikiamos lingvistinių termų narystės funkcijos sudarytam neraiškių aibių modeliui.



**36 pav.** Nacionalinio vidutinio darbo užmokesčio rodiklio narystės funkcijos

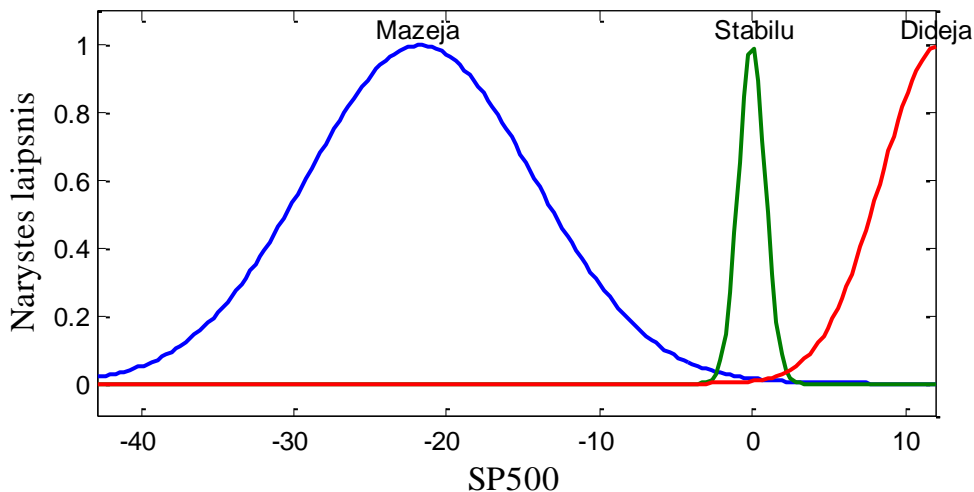
36 paveiksle pateiktos  $NAW^3$  rodiklio narystės funkcijos. Mažėjimo intervalas prasideda nuo 0, o didžiausias narystės laipsnis yra įgyjamas ties -3.5. Nustatytas stabilumo intervalas yra apytiksliai nuo -2 iki 2, jo didžiausias narystės laipsnis yra įgyjamas ties 0. Didėjimas prasideda nuo 0, didžiausias narystės laipsnis yra įgyjamas apytiksliai ties 2.5.

<sup>3</sup>  $NAW$  – Nacionalinis vidutinis darbo užmokestis.



**37 pav.** Bendrojo vidaus produkto rodiklio narystės funkcijos

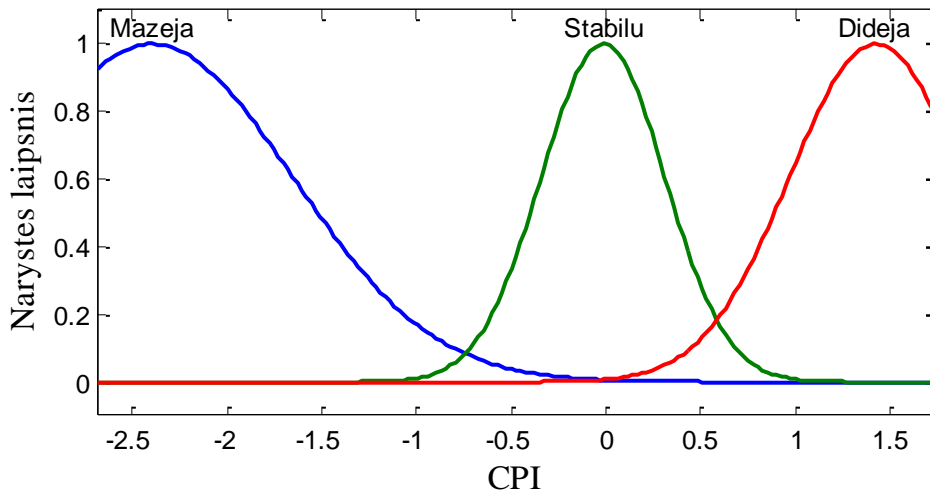
37 paveiksle GDP rodiklio mažėjimas prasideda kai pokytis yra neigiamas, didžiausias narystės laipsnis yra įgyjamas ties -2. Stabilumas apibrėžtas intervale nuo -0.6 iki 0.6, didžiausias narystės laipsnis yra įgyjamas ties 0. Didėjimas prasideda nuo 0. Stabilumo ir didėjimo funkcijos nežymiai persidengia, bet loginė prasmė yra išlaikyta.



**38 pav.** SP500 rodiklio narystės funkcijos

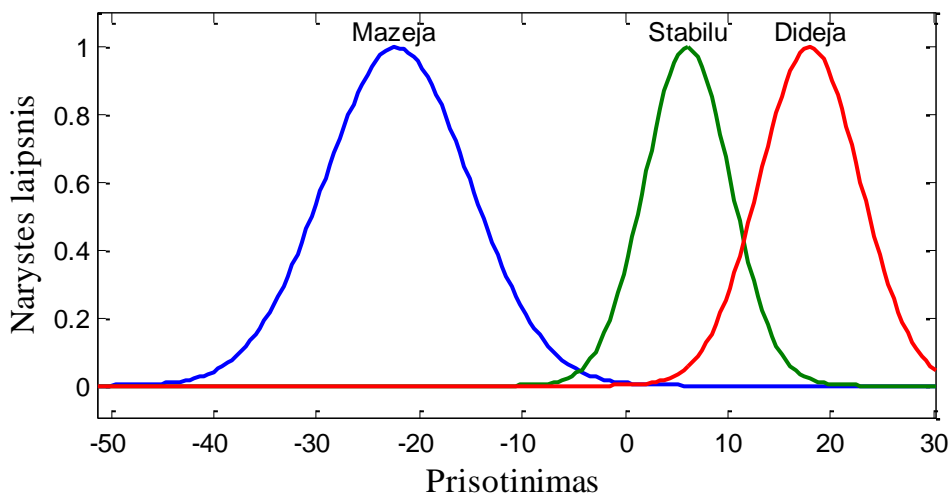
38 paveiksle matyti, kad SP500<sup>4</sup> rodiklio mažėjimas prasideda kai pokytis yra neigiamas. Stabilumo intervalas apibrėžtas gana siauras, jo didžiausias narystės laipsnis yra įgyjamas ties 0. Didėjimas prasideda nuo 0.

<sup>4</sup> SP500 – Standard & Poor's 500, JAV akcijų rinkos indeksas.



**39 pav.** Vartojimo kainų indekso narystės funkcijos

39 paveiksle pateikiami CPI<sup>5</sup> rodiklio narystės funkcijos. Mažėjimas prasideda nuo 0, o didžiausias narystės laipsnis yra įgyjamas ties -2.5. Stabilumas yra nuo -1 iki 1, o didžiausias narystės laipsnis yra įgyjamas ties 0. Didėjimas prasideda nuo 0, jo didžiausias narystės laipsnis yra įgyjamas beveik 1.5. Stabilumo ir didėjimo funkcijos nežymiai persidengia, bet loginė prasmė yra išlaikyta.



**40 pav.** Investicinio fondo rinkos prisotinimo narystės funkcijos

Fondo rinkos prisotinimo pokyčio narystės funkcijos pateiktos 40 paveiksle. Mažėjimo intervalas prasideda nuo 0, jo didžiausias narystės laipsnis yra

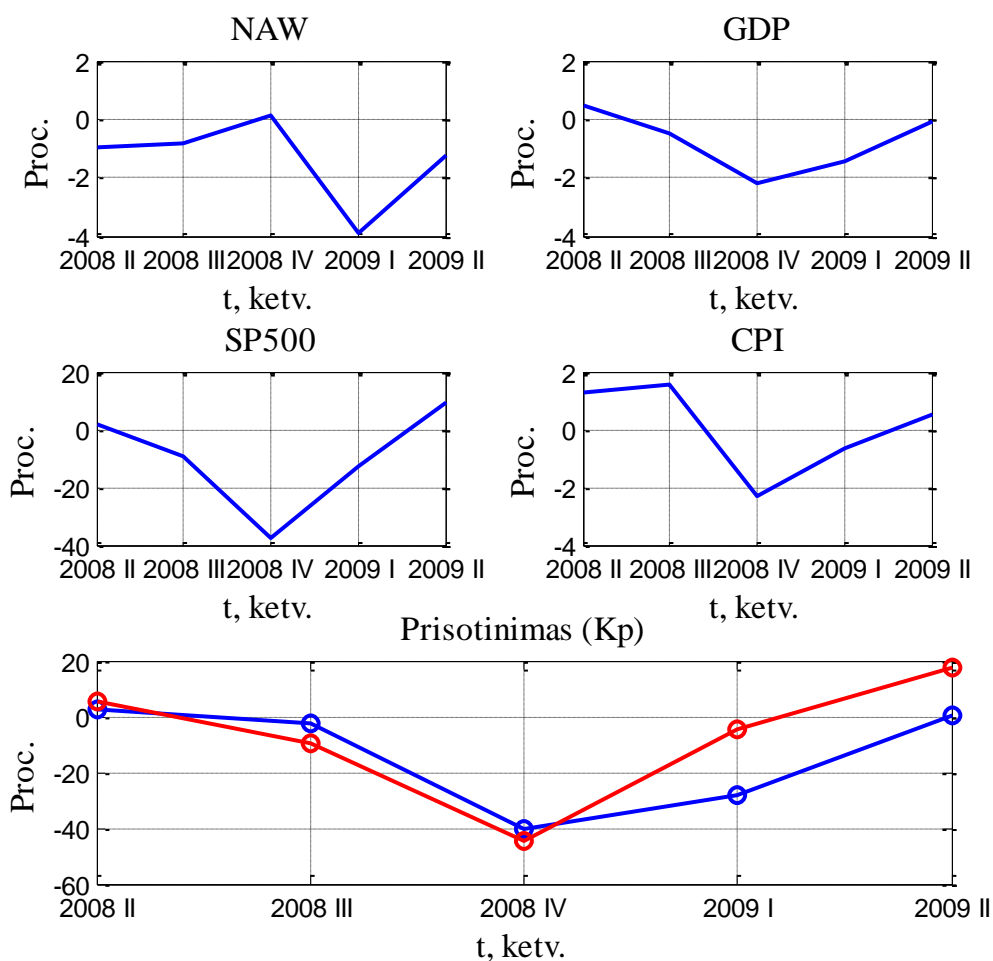
<sup>5</sup> CPI – Vartojimo kainų indeksas

įgyjamas ties -21. Stabilumas apibrėžtas nuo -10 iki 20 intervale, persidengia su didėjimo narystės funkcija. Didėjimas prasideda nuo 0, didžiausias narystės laipsnis yra įgyjamas ties 20.

Fondo fuzzy sistemos mokymo tyrimas atliktas tokia eiga:

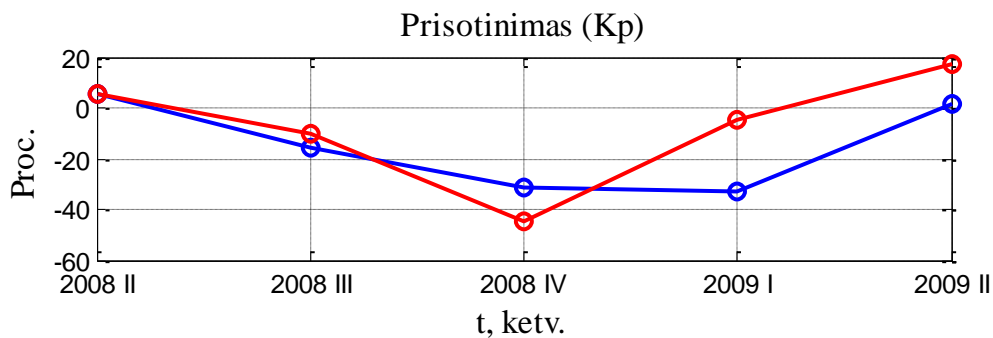
1. Statistika padalinama į intervalus:
  - Pirmųjų 5-ių ketvirčių statistiniai duomenys;
  - Pirmųjų 10-ies ketvirčių statistiniai duomenys;
  - Pirmųjų 15-os ketvirčių statistiniai duomenys;
  - Visų ketvirčių statistiniai duomenys.
2. Sudaromas pirmojo laiko momento intervalo pradinis fuzzy modelis.
3. Apmokomas modelis pagal turimą statistiką.
4. Kai modelis atitinka eksperto lūkesčius, imamas didesnis (kitas) intervalas.
5. Jeigu modelis su didesniu statistinių duomenų intervalu neatitinka eksperto lūkesčių, tuomet grįžtama į 3-įjį žingsnį. Kitu atveju vykdomas 4-tas punktas.
6. Ištyrus visus intervalus, *fuzzy* sistemos apmokymas baigtas.

Prisotinimo rezultatai neapmokius modelio pateikti 41 paveiksle. Viršutinėje dalyje matomi parinktų rodiklių statistiniai pokyčiai intervale (5-ki ketvirčiai). Apatinis paveikslo grafikas parodo  $K_p$  (prisotinimo) pokytį (mėlyna kreivė) atitinkamais laiko momentais, palyginus jį su statistinės reikšmės pokyčiais (raudona kreivė). Toliau analizuojamuose tokio tipo paveiksluose pavaizduotų kreivių reikšmė nekinta.



**41 pav.** Statistinių rodiklių: NAW, GDP, SP-500, CPI kintamumas. Prisotinimo parametro pradinės stadijos rezultatas pagal 5 ketvirčius

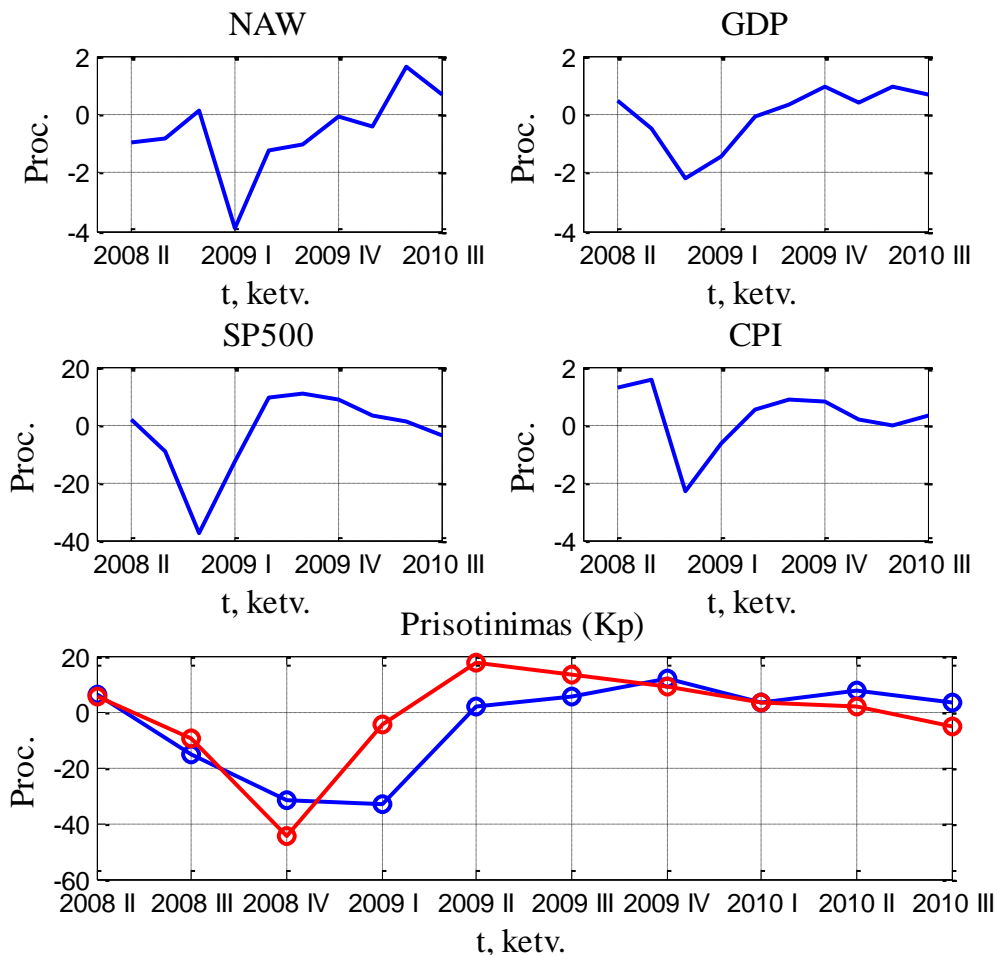
Pradinis, 5-ių ketvirčių, modelis (41 pav.) neatitinka eksperto norimo rezultato, todėl vykdomas šio modelio apmokymas vertinant pirmus penkis statistinių rodiklių pokyčio taškus.



**42 pav.** Po fuzzy sistemos mokymo prisotinimo rezultatas pagal 5 taškus

42 paveiksle pateiktas fuzzy sistemos apmokymo rezultatas pagal pirmąjį nustatytą intervalą. Kadangi šis modelis atitiko eksperto lūkesčius, pereita prie kito duomenų intervalo.

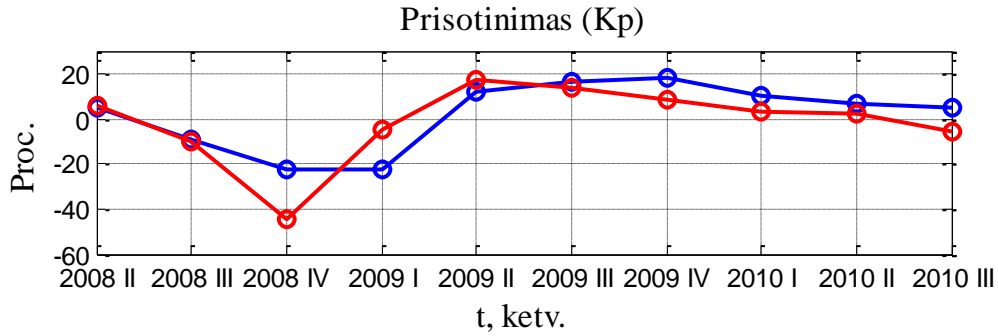
Prisotinimo rezultatas pagal 10 ketvirčių prieš mokymą pateikiamas 43 paveiksle.



**43 pav.** Statistinių rodiklių: NAW, GDP, SP-500, CPI kintamumas. Prisotinimo parametro rezultatas pagal 10 ketvirčių, prieš mokymą.

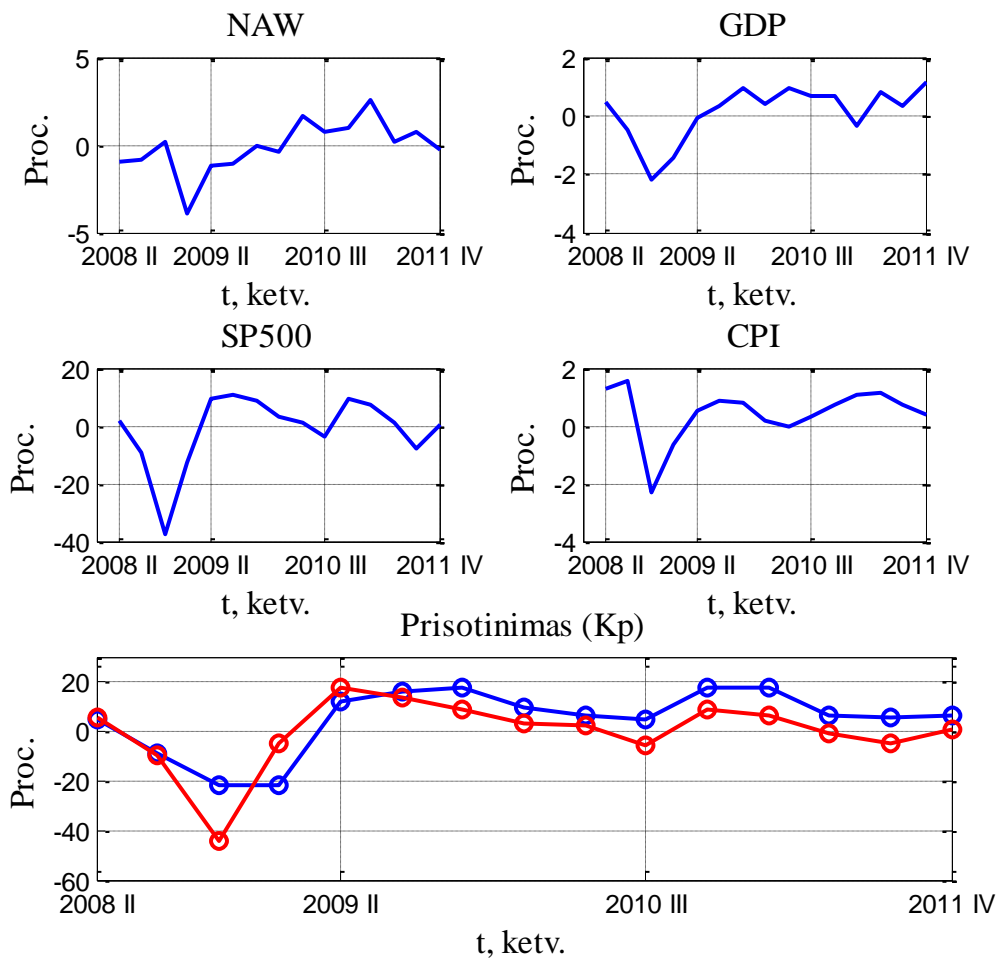
Nors gautas rezultatas iš dalies tenkina eksperto lūkesčius, bet šio modelio rezultatai yra tobulinami. Vykdomas šio modelio 10-ies taškų apmokymas.

Po mokymo analizuojant 10-ies taškų rezultatą gavome tokį grafiką, kuris pateiktas 44 paveiksle. Pastebėtas nežymus modelio rezultatų tikslumas, kuris yra labai svarbus analizuojant augimo procesus, vertinant rinkos prisotinimą.



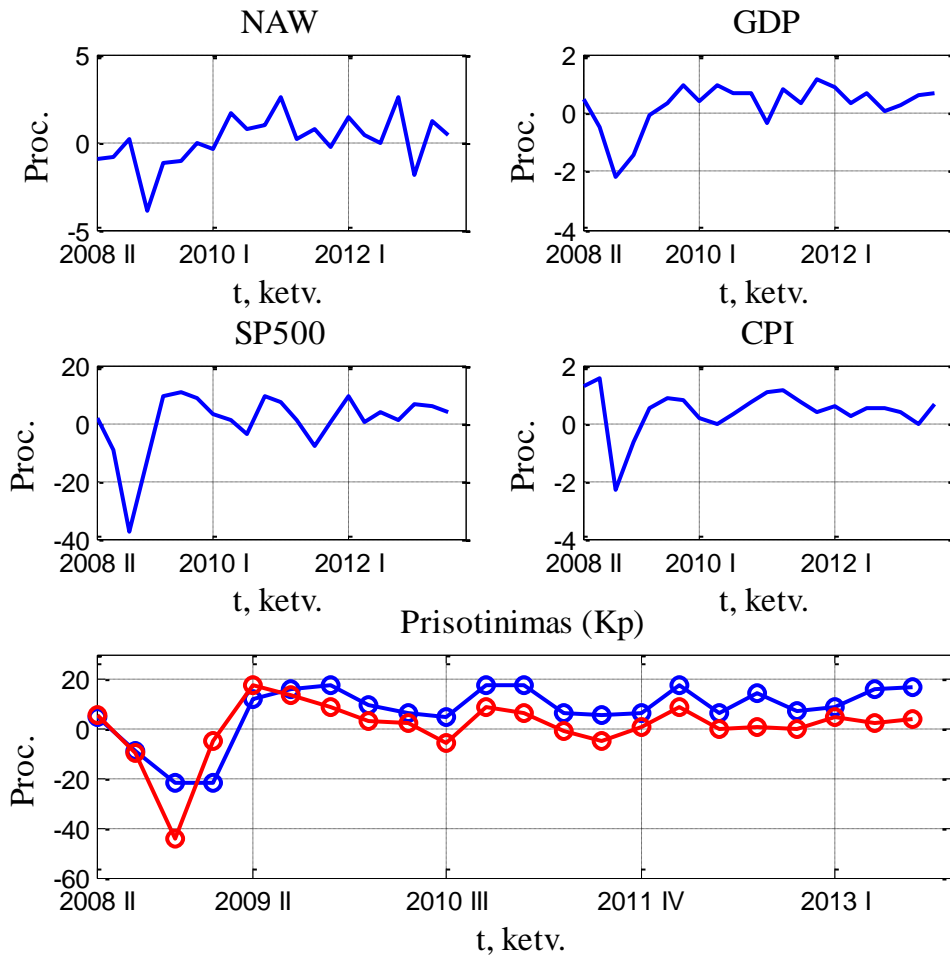
44 pav. Po fuzzy sistemos mokymo prisotinimo rezultatas pagal 10 ketvirčių

Kitas mokymas pagal 15-a taškų nėra vykdomas, kadangi gauti gana geri *fuzzy* modelio rezultatai apmokyto pagal 10-ies taškų intervalą. Kreivių grafinė informacija pateikta 45 paveiksle.



45 pav. Statistinių rodiklių: NAW, GDP, SP-500, CPI kintamumas. Prisotinimo parametro rezultatas naudojant fuzzy ekspertinį modelį, sudarytą pagal 10 ketvirčių, taikant 15 ketvirčių

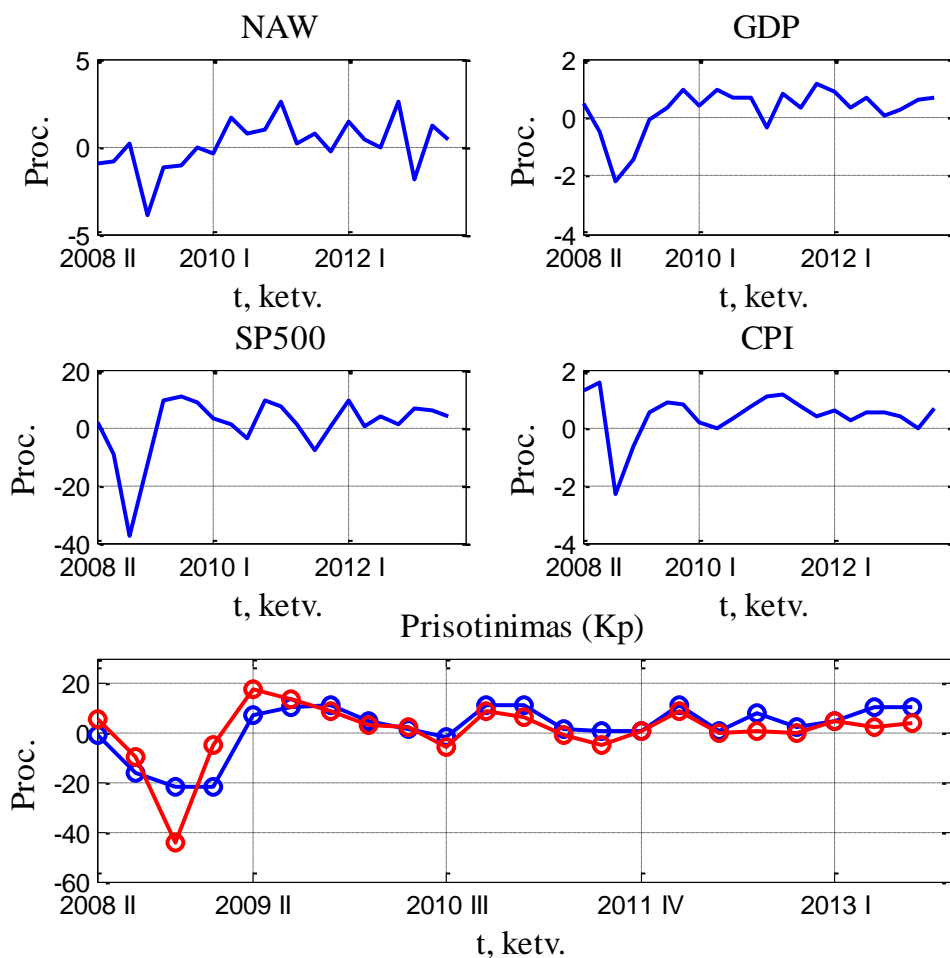
22-iejų ketvirčių modelio rezultatai prieš mokymo procesą pateikti 46 paveiksle. Eksperto nuomone reikalingas šio modelio patobulinimas tam, kad būtų gauti kuo tikslesni rezultatai.



**46 pav.** Statistinių rodiklių: NAW, GDP, SP-500, CPI kintamumas. Pristotinimo parametro rezultatas naudojant fuzzy ekspertinį modelį, sudarytą pagal 10 ketvirčių, taikant 22 ketvirčiams

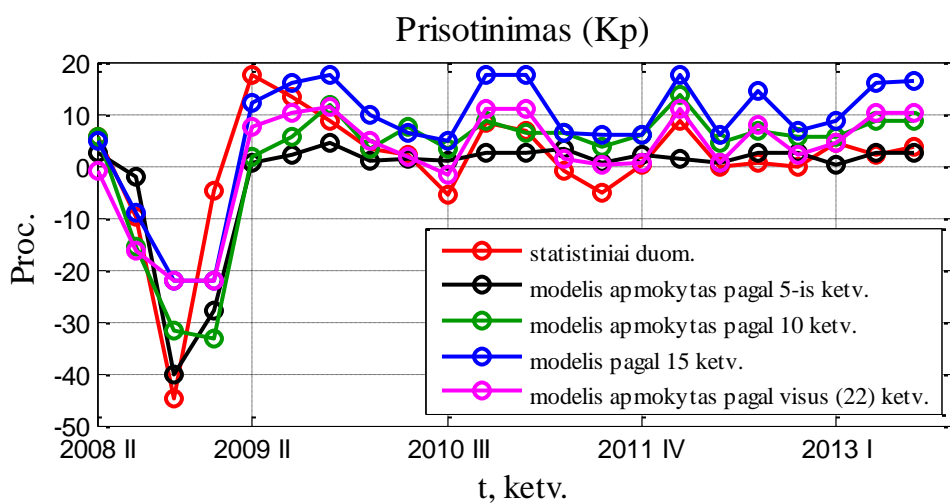
Atlikus mokymą pagal visus 22 statistinių duomenų ketvirčius, turime galutinę fondui sudarytą ekspertinę fuzzy sistemą. Galutiniai fondo rinkos pristotinimo rezultatai pateikti 47 paveiksle.





**47 pav.** Statistinių rodiklių: NAW, GDP, SP-500, CPI kintamumas. Prisotinimo parametro rezultatas pagal 22 ketvirčius po apmokymo

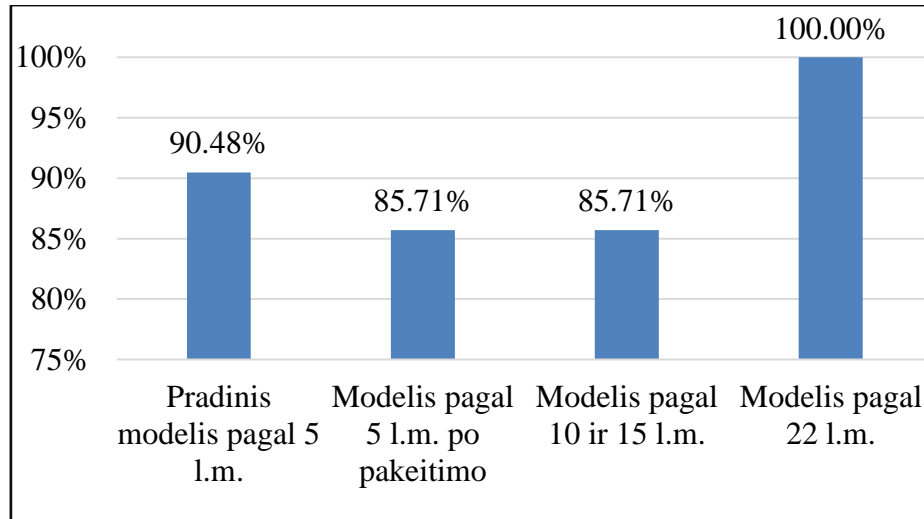
Sudarytų 4-ių *fuzzy* ekspertinių modelių, investicinio fondo rinkos prisotinimo  $K_p$  pokyčio nustatymui, rezultatų palyginimas pateiktas 48 grafike.



Šaltinis: sudaryta autorės.

**48 pav.** 4-ių sudarytų fuzzy modelių rezultatų palyginimas su statistiniais duomenimis (raudona kreivė)

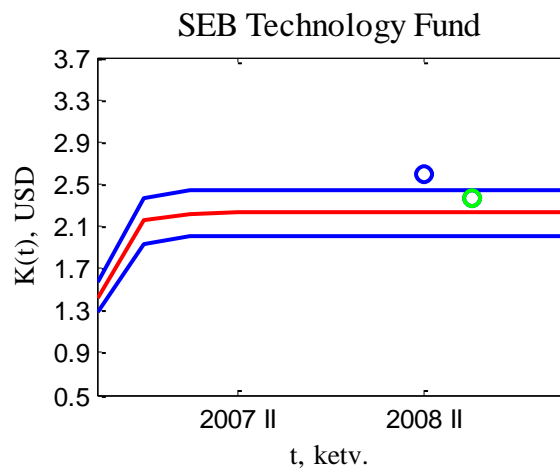
Gautų modelių prognozių atitikimas pagal eksperto nuomonę pateiktas grafike, pavaizduotame 49 paveiksle. Matoma, jog paskutinis sudarytas modelis 100% atitinka eksperto lūkesčius.



Šaltinis: sudaryta autorės.

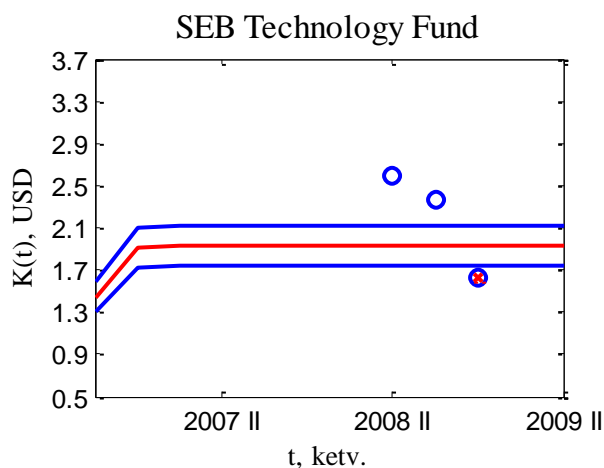
**49 pav.** Modelio  $K(t)$  reikšmių atitikimas pagal fuzzy modelius ir eksperto nuomonę

Analizuojamojo *SEB Technology Fund* fondo grafikų LogMod rezultatai pateikiami pagal 4-tą (22 ketvirčių) sudarytą ekspertinį fuzzy sistemos modelį.

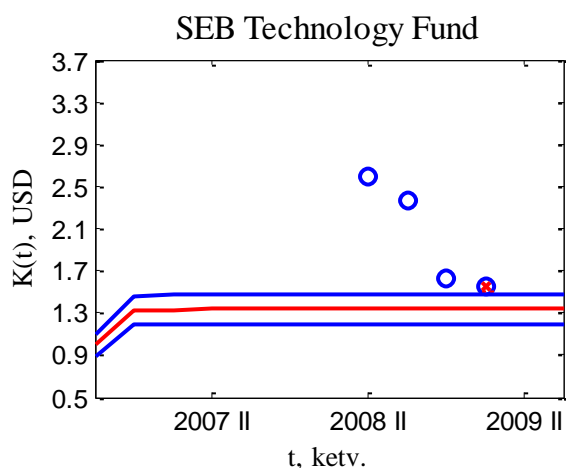


**50 pav.** Investicinio fondo rinkos prisotinimo įvertinimas pagal pirmuosius 2-u ketvirčius

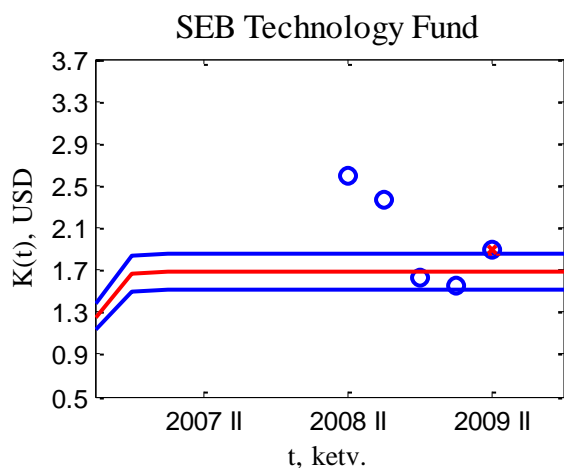
50 paveiksle LogMod modelio grafikas pagal pirmus du ketvirčius (2008 m. II ir III) rodo staigų augimą, nes vertinamas tik antrasis taškas (III ketvirtis), kurio reikšmė yra aukštesnė už prognozuojamą  $K_p$  reikšmę.



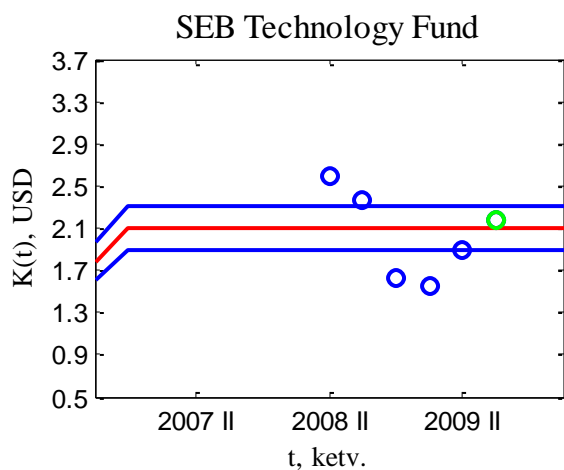
**51 pav.** Investicinio fondo rinkos prisotinimo įvertinimas, pagal pirmuosius 3-is ketvirčius



**52 pav.** Investicinio fondo rinkos prisotinimo įvertinimas pagal pirmus 4-is ketvirčius Statistinių duomenų: nuo 2008 m. II iki 2009 m. II ketvirčių periode pastebimas nuosmukio metu rinkos nestabilumas (51, 52 ir 53 paveikslai) neleidžia grafiškai pavaizduoti gražaus augimo, kadangi prisotinimo lygis šiame etape nėra labai didelis. Šie grafikai negali būti naudojami rinkos augimui vertinti.

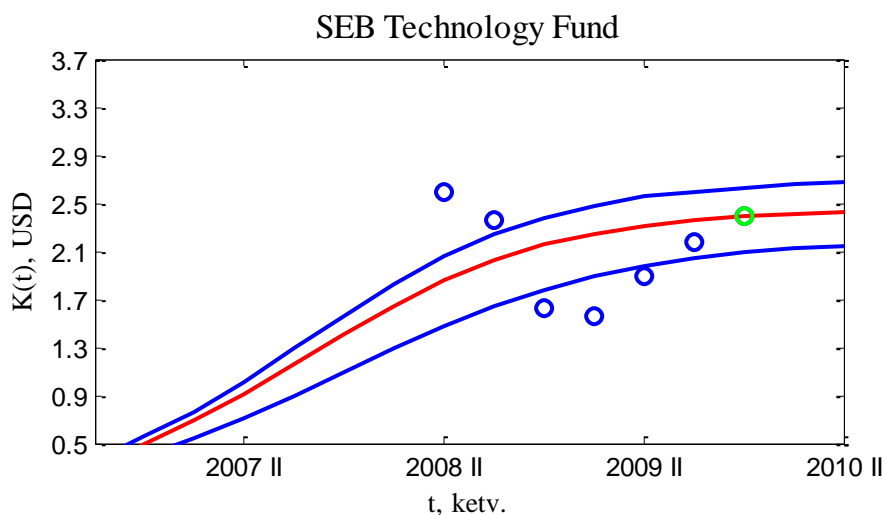


**53 pav.** Investicinio fondo rinkos prisotinimo įvertinimas pagal pirmuosius 5-is ketvirčius

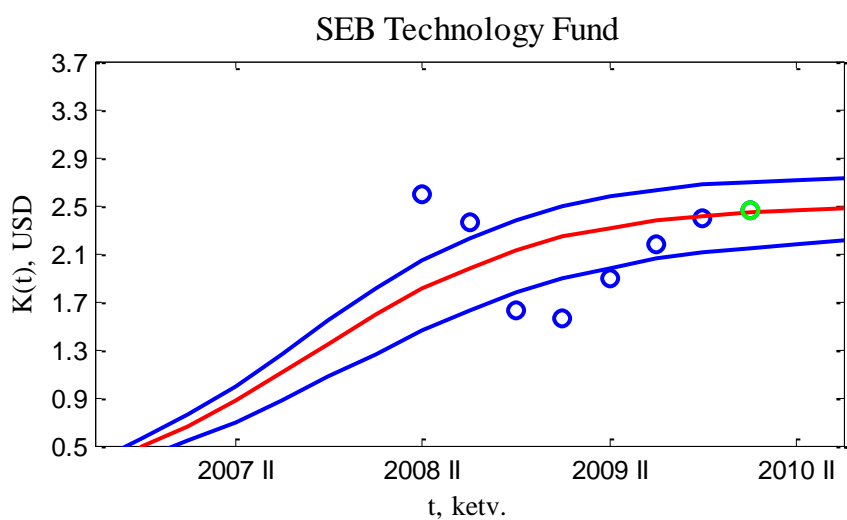


**54 pav.** Investicinio fondo rinkos prisotinimo įvertinimas pagal pirmuosius 6-is ketvirčius

Rinkai stabilizavusis ir esant pakankamai augimo taškų augimo etapuose nuo 2009 m. III iki 2010 m. I ketvirčių, kurie pavaizduoti 54, 55, 56 paveiksluose, matyti prisotinimo lygio didėjimas, kuris vyksta palaipsniui.

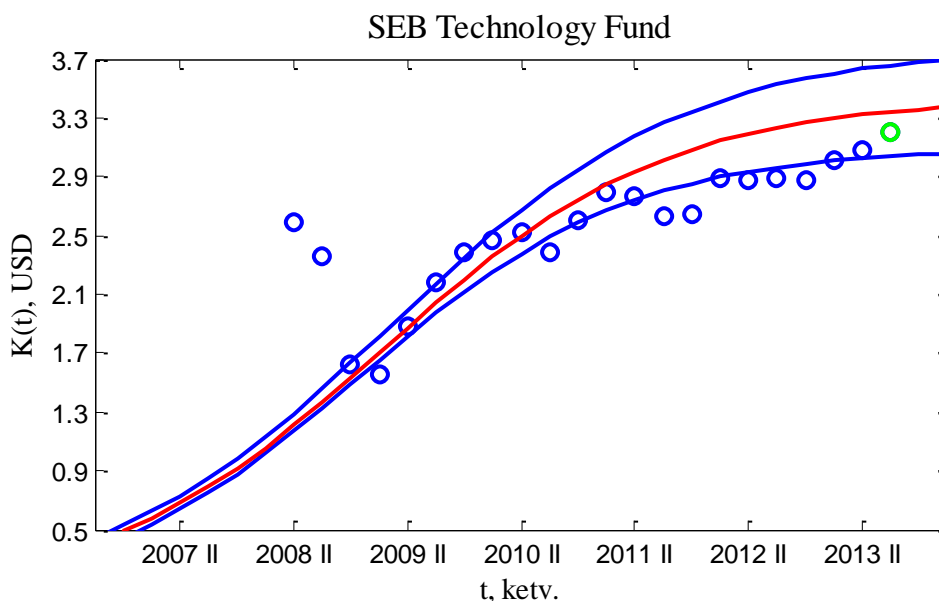


**55 pav.** Investicinio fondo rinkos prisotinimo įvertinimas pagal pirmuosius 7-is ketvirčius



**56 pav.** Investicinio fondo rinkos prisotinimo įvertinimas pagal pirmuosius 8-is ketvirčius

Laiko momento taškuose, nuo 2010 m. II iki 2013 III ketvirčių, augimas vyksta tolygiai, be didelių šuolių. Dabartinė šio fondo prisotinimo situacija pateikta 57 paveiksle. Matyti, kad modelio augimas atitinka rodiklių augimą.



**57 pav.** Investicinio fondo rinkos prisotinimo įvertinimas pagal visus statistinius duomenis

Paskutinio mokymo etape sudarytas fuzzy ekspertinis modelis atitinka visus eksperto lūkesčius. Išanalizavus statistinių duomenų periodus, apimančius krizės bei kilimo laikotarpius, daromos tokios išvados:

- fuzzy modelio sudarymas ir tobulinimas yra procesas, kuris turi būti vystomas ir atnaujinamas įtraukiant vis naujus duomenis;
- modelis tinkamas tirti rinkas tik augimo metu;
- mažas duomenų kiekis ir dideli svyravimai kenkia modelio veikimui, t. y. mažiausių kvadratų metodas, su duomenimis, kurie turi didelius pokyčius rinkoje, gauna prastus rezultatus;
- tirti statistiniai duomenys atitinka LogMod modelio nustatytas ribas.

### III.4. JAV nekilnojamojo turto rinkos indekso tyrimas

Šioje dalyje pagal sudarytą metodiką sudaromas fuzzy ekspertinis modelis – JAV NT rinkos atvejui. Šiuo atveju įvertinus JAV NT rinkos specialistų žinias buvo parinkti keturi augimui įtakos turintys rodikliai [119, 120].

Rodiklių procentinis kintamumas pateikiamas 9 lentelėje: nacionalinis vidutinis darbo užmokestis (*NAW*), šalies bendrasis vidaus produktas (*GDP*), nedarbo lygis (*CUR*) ir vartojimo kainų indeksas (*CPI*).

**9 lentelė. JAV NT rinkos ekonominių rodiklių duomenys**

<i>t</i> – laiko momentas – metai	<i>NAW</i> , %	<i>GDP</i> , %	<i>CUR</i> , %	<i>CPI</i> , %
1974	-1,463259	-0,519806	-12,500000	9,919551
1975	-1,031809	-0,198159	-34,117647	8,376180
1976	3,911043	5,110851	10,389610	5,459024
1977	4,114849	4,405578	8,450704	6,076703
1978	5,318790	5,268666	16,393443	7,089019
1979	2,539621	3,078104	3,389831	10,114593
1980	-0,175864	-0,245200	-18,055556	11,895622
1981	2,659686	2,529687	-5,263158	9,402750
1982	0,872408	-1,948194	-21,649485	5,800851
1983	2,215662	4,427484	1,041667	3,062764
1984	6,840942	6,768029	28,000000	4,185379
1985	3,492964	4,066458	4,166667	3,407760
1986	3,550353	3,392385	2,857143	1,906935
1987	3,124305	3,346481	12,903226	3,454596
1988	4,110667	4,034161	12,727273	3,938491
1989	3,294464	3,549402	3,773585	4,572107
1990	1,334392	1,883206	-5,357143	5,140510
1991	-1,041156	-0,073340	-18,840580	4,045408
1992	3,074188	3,432966	-8,000000	2,951715
1993	1,535374	2,671841	8,695652	2,884231
1994	2,958662	3,880142	13,114754	2,529769
1995	3,394716	2,646556	8,928571	2,728970
1996	3,926352	3,657028	3,703704	2,852890
1997	4,717213	4,294624	10,204082	2,284068
1998	6,612610	4,260577	8,888889	1,523389
1999	3,669316	4,621998	7,142857	2,146074
2000	5,484920	3,929992	5,000000	3,256984
2001	1,329506	0,940232	-14,893617	2,739471
2002	-0,440026	1,745120	-18,965517	1,570746
2003	1,466038	2,715332	-3,333333	2,246332
2004	3,352575	3,658670	9,090909	2,598348
2005	2,414984	3,242367	7,843137	3,256187
2006	4,486625	2,597565	10,869565	3,121550
2007	2,413764	1,758379	0,000000	2,790408
2008	-0,375223	-0,291430	-20,689655	3,674836
2009	-6,012512	-2,882618	-37,634409	-0,320647
2010	0,503357	2,445356	-3,125000	1,613362
2011	4,440917	1,813815	7,865169	3,045432
2012	2,631536	2,704071	9,876543	2,033499
2013	1,088965	1,466652	9,459459	1,444608

Šaltinis: sukurta autorės pagal [121, 122].

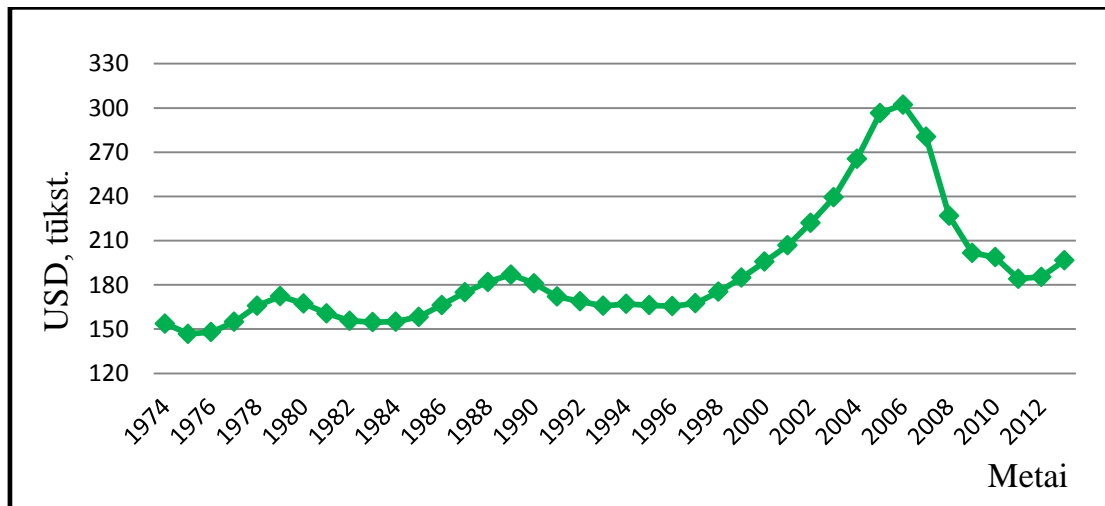
Rodiklių aibė apibrėžiama taip:

$$R = \{r_{NAW}, r_{GDP}, r_{CUR}, r_{CPI}\}.$$

Parinktiems JAV rinkos ekonominiams rodikliams buvo suteikti tokie svoriai:

$W_e = \{0.3, 0.3, 0.1, 0.3\}$  atitinkamai.

Iš pateikto grafiko (58 pav.) galime pastebėti, jog JAV nekilnojamojo turto rinka yra patyrus tris ekonominius nuosmukius.



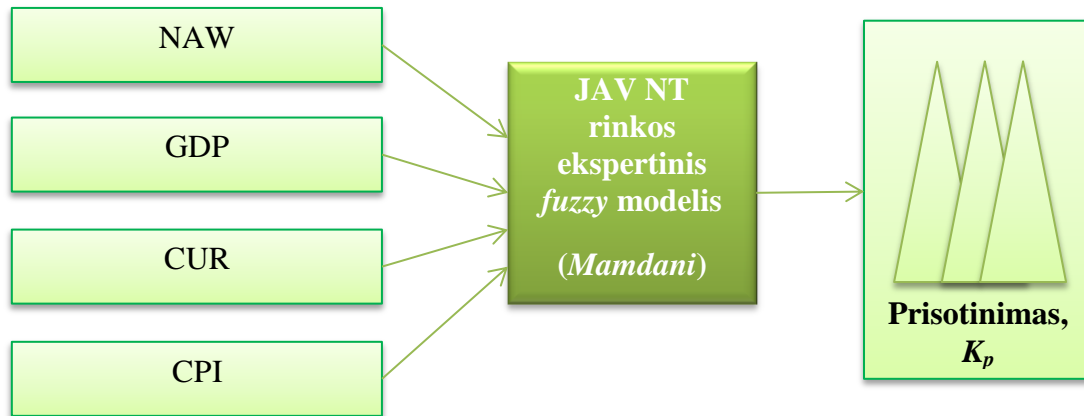
Šaltinis: sukurta autorės pagal [123].

**58 pav.** JAV nekilnojamojo turto rinkos duomenys

Prieš sudarant fuzzy ekspertinį modelį turimi statistiniai duomenys buvo padalinti į dalis pagal tris ekonominius nuosmukius. Pirmoji dalis, 1974 – 1985 metai, apima fuzzy ekspertinio modelio apmokymo laikotarpį. Sudaryto ekspertinio modelio teisingumo patikrinimas atliekamas su 1983 – 1992 ir 1996 – 2013 metų statistiniais duomenimis.

Sudaryta JAV NT rinkos fuzzy ekspertinė sistema pavaizduota 59 paveiksle. Šioje sistemoje naudojamos taisyklės yra pateikiamos priede Nr. 4.

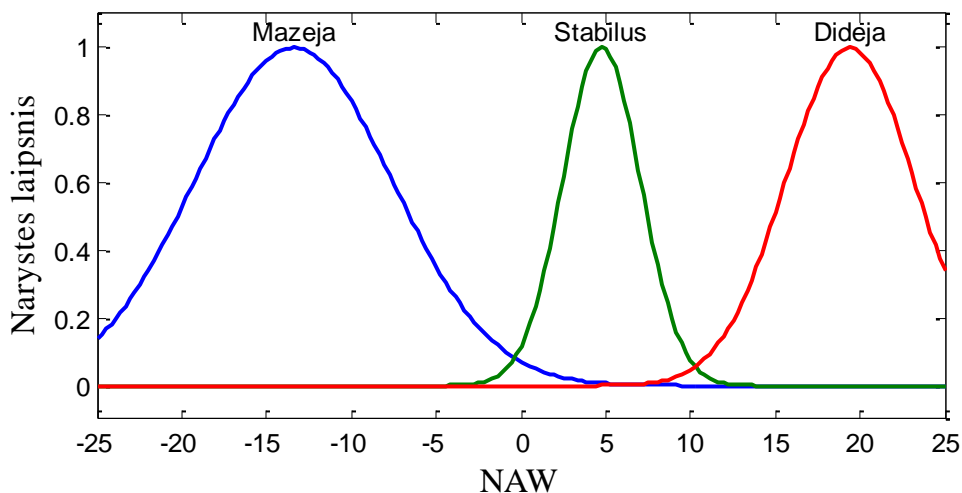




Šaltinis: sukurta autorės.

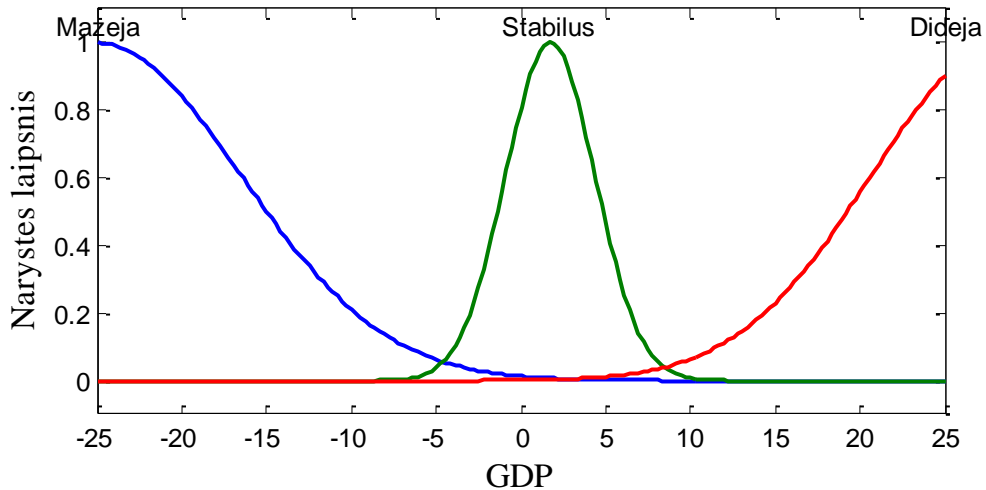
59 pav. JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo fuzzy sistemos modelis

Lingvistinių kintamųjų,  $R$  aibės narių, narystės funkcijų grafikai yra pateikiami toliau.



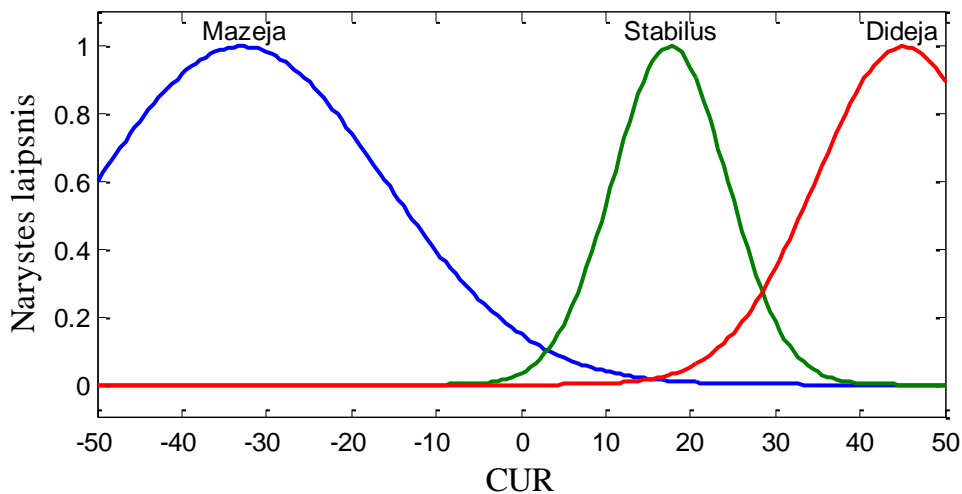
60 pav. Nacionalinio vidutinio darbo užmokesčio narystės funkcijos

60 paveiksle pavaizduotos pirmojo rodiklio – vidutinio darbo užmokesčio – narystės funkcijos. Mažėjimo intervalas prasideda nuo 5, o didžiausias narystės funkcijos laipsnis yra įgyjamas ties -14. Stabilumas yra intervale nuo -3 iki 12, didžiausias narystės funkcijos laipsnis yra įgyjamas ties 5. Didėjimas prasideda nuo 7. Funkcijos išlaikė didelę loginę prasme, kadangi yra mažas jų persidengimas.



**61 pav.** Bendrojo vidaus produkto narystės funkcijos

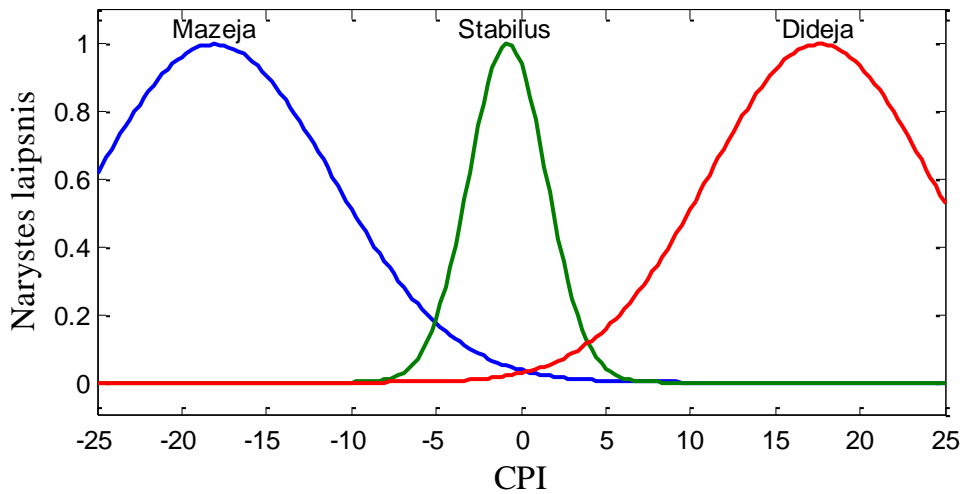
GDP rodiklio narystės funkcijų loginė prasmė taip pat išlaikyta stipri (61 paveikslas). Mažėjimo intervalas prasideda nuo 1. Didžiausias šio intervalo narystės laipsnis yra įgyjamas ties -25. Intervalas nuo -7 iki 10 yra laikomas stabilumo intervalu, kurio didžiausias narystės laipsnis yra įgyjamas ties 2. Didėjimo intervalas prasideda nuo 4.



**62 pav.** Nedarbo lygio narystės funkcijos

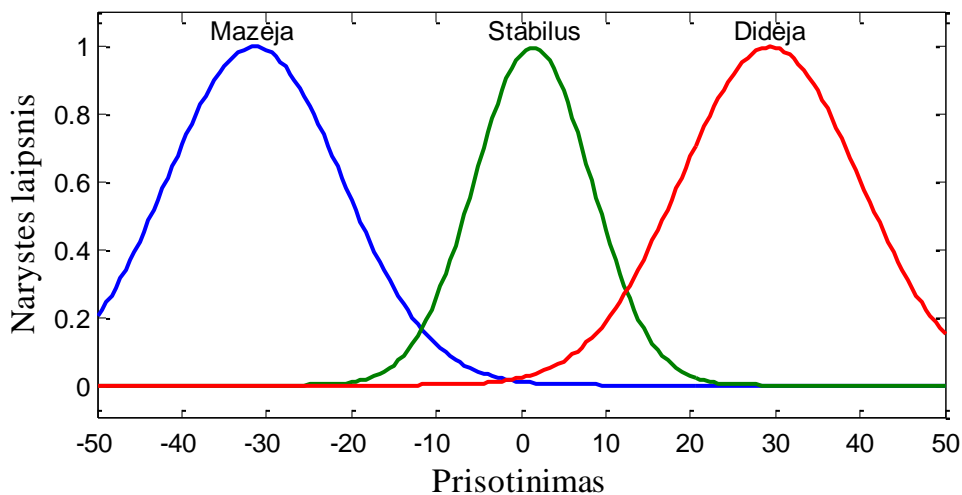
Nors stabilumo ir didėjimo funkcijos nežymiai persidengia, CUR narystės funkcijų loginė prasmė išlaikyta (62 paveikslas). Mažėjimas prasideda nuo 15. Intervalo didžiausias narystės laipsnis yra įgyjamas ties -32. Nuo -4 iki 39 yra

sudarytas stabilumo intervalas. Didėjimas prasideda nuo 15, o jo didžiausias narystės laipsnis yra įgyjamas ties 45.



**63 pav.** Vartojimo kainų indekso narystės funkcijos

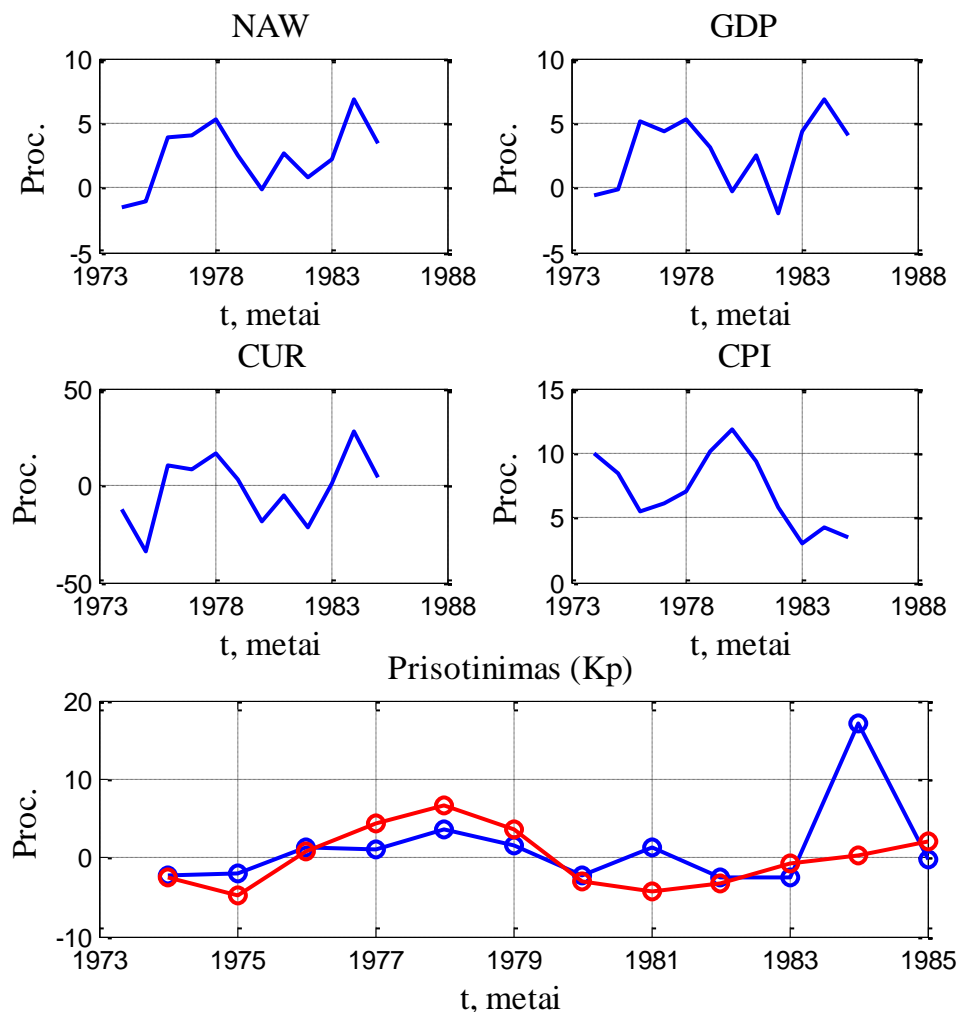
63 paveiksle pateikiamos CPI rodiklio narystės funkcijos. Mažėjimas prasideda nuo 0, o didžiausias narystės laipsnis yra įgyjamas ties -17. Stabilumo intervalas yra nustatytas nuo -9 iki 7, intervalo didžiausias narystės laipsnis yra įgyjamas ties -1. Didėjimas prasideda nuo 0, o intervalo didžiausias narystės laipsnis yra įgyjamas ties 17. Funkcijos nežymiai persidengia, bet loginė prasmė išlieka.



**64 pav.** JAV nekilnojamojo turto rinkos indekso prisotinimo parametro  $K_p$  narystės funkcijos

JAV NT rinkos indekso prisotinimo narystės funkcijos pateiktos 64 paveiksle. Prisotinimo parametro mažėjimo intervalas prasideda nuo 0, o jo didžiausias narystės laipsnis yra įgyjamas ties -30. Stabilumo intervalas apibrėžtas nuo -21 iki 24, didžiausia narystės laipsnio reikšmė yra įgyjama ties 1. Didėjimas prasideda nuo 0, didžiausias narystės laipsnis šiame intervale yra įgyjamas ties 30. Prisotinimo parametro funkcijų loginė prasmė išlaikyta, trys intervalai yra suskirstyti aiškiai.

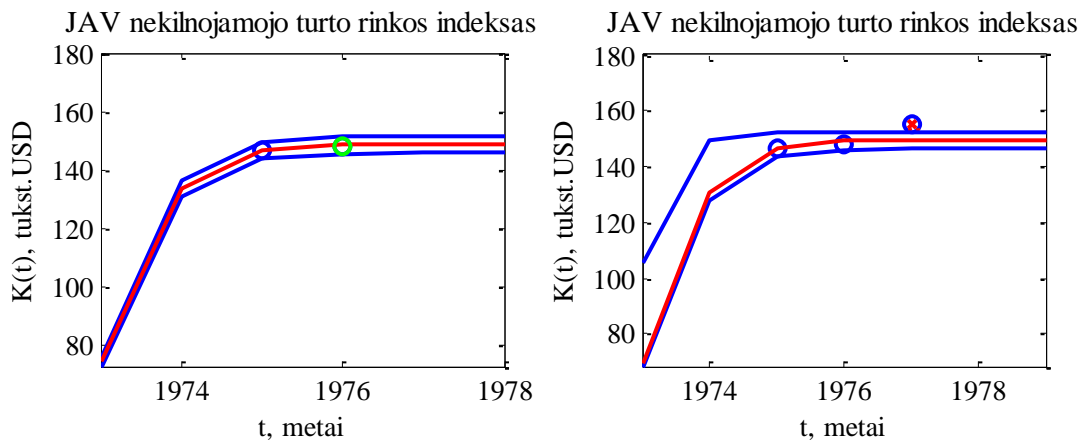
Atlikus visus modeliavimo žingsnius ir narystės funkcijų kalibravimo veiksmus, reikalaujančius sudarant fuzzy ekspertinę sistemą, gauname  $K_p$  prisotinimo pokyčio dinamiką laiko momentais  $t$ , pavaizduotą 65 paveiksle.



**65 pav.** Statistinių rodiklių – NAW, GDP, CUR, CPI kintamumas – fuzzy ekspertinės sistemos  $K_p$  pokyčio prognozė

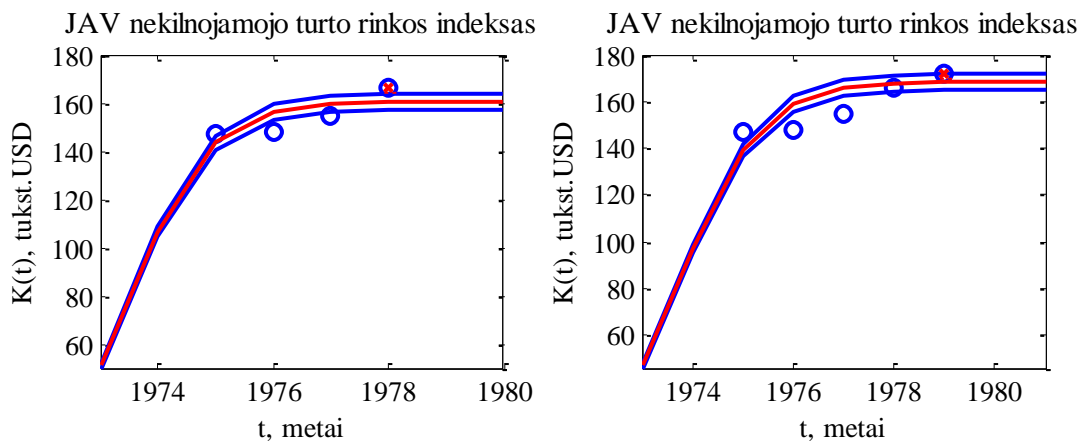
65 paveiksle viršutiniai keturi grafikai vaizduoja ekonominių rodiklių dinamiką analizuojamuoju laikotarpiu. Apatinis grafikas: mėlyna kreivė – rinkos prisotinimo  $K_p$  prognozė, raudona kreivė – statistiniai duomenys. Pavaizduotas ir analizuojamas intervalas yra nuo 1974 iki 1985 metų.

JAV nekilnojamojo turto LogMod 1974 – 1985 metų rezultatai yra pateikiami toliau. Grafikuose pavaizduoti statistiniai taškai bei nustatytos LogMod modeliu tų metų augimo ribos, t. y. rinkos prisotinimo –  $K_p$  reikšmės.



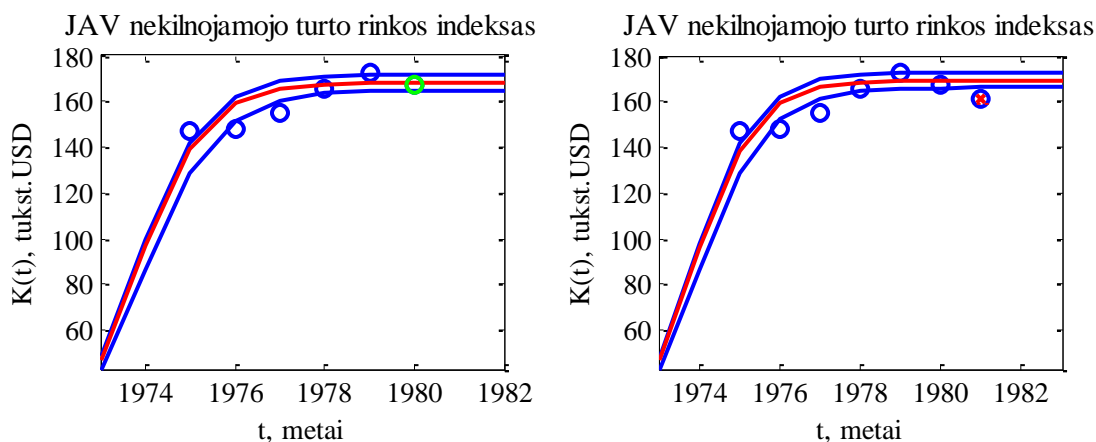
**66 pav.** JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 1976 ir 1977 m.

Pirmame 66 paveikslo grafike matomas augimo atitikimas pagal to meto ekonominius rodiklius. Augimas tolygus. Antrajame grafike matomas JAV NT rinkos indekso staigesnis augimas, kuris nevisiškai atitinka 1977 m. ekonominę situaciją, todėl ekonomistai turėtų atkreipti į šį nukrypimą didesnę dėmesį, galbūt imtis tam tikrų rinkos reguliavimo veiksmų.



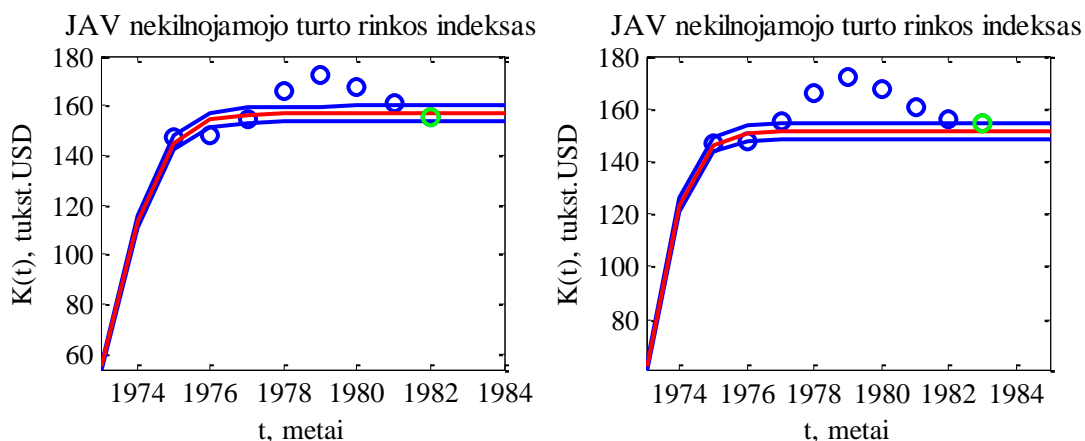
**67 pav.** JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 1978 ir 1979 m.

67 paveiksle pavaizduotas 1978 ir 1979 metų augimas pagal LogMod modelį. Matyti, jog šiais, kaip ir 1977, metais matome augimo viršijimą, o tai ir sukėlė 1979 m. burbulo sproginimą ir artėjantį nuosmukį kitais metais.



**68 pav.** JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 1980 ir 1981 m.

68 paveikslo pirmajame grafike matomas pirmasis kritimas po 1979 m. burbulo sproginimo. Kitais metais kritimas buvo dar didesnis, nors ekonominiai rodikliai nėra labai kritę. Tai sąlygoja, jog po burbulo sproginimo rinkoje gali vykti netikėti ir staigūs kritimai kelis kartus iš eilės. Visa tai yra po burbulo sproginimo nestabilumo rinkoje pasekmė.



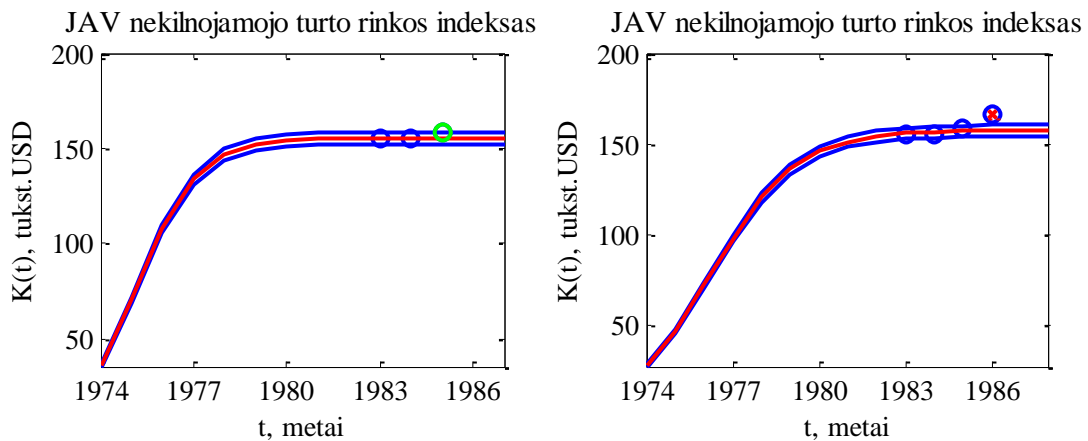
**69 pav.** JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 1982 ir 1983 m.

1982 ir 1983 metų augimas (69 paveikslas) yra stabilus, atitinka prognozuojamas ribas. Galime teigti, jog JAV NT indeksas bei ekonominiai rodikliai yra tokio paties augimo lygio.

Fuzzy ekspertinį modelį sudarius pagal pirmąjį krizės laikotarpį – 1974 – 1985 metus – jis pritaikomas kitam laikotarpiui: 1983 – 1992 metų, kuriame irgi

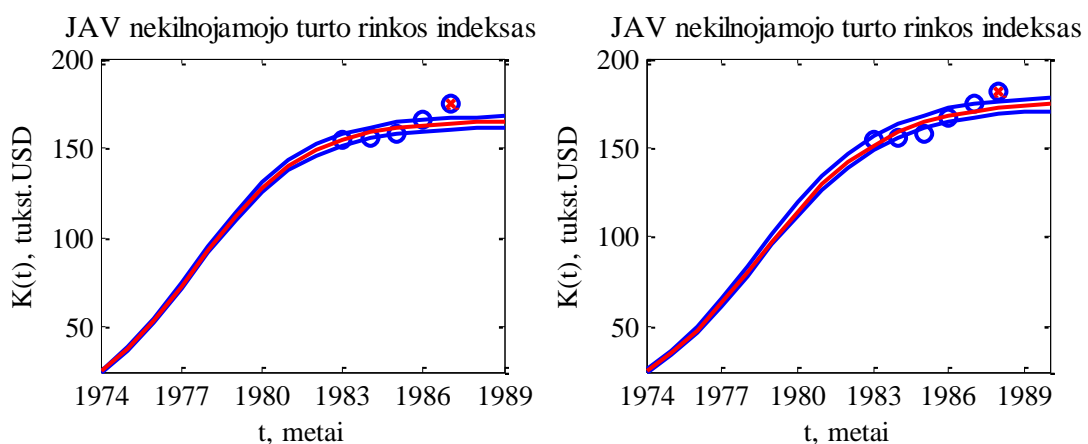
1989 m. buvo pastebėtas burbulo sproginimas. Tokiu būdu galima įsitikinti šio ekspertinio modelio patikimumu bei gebėjimu atpažinti rinkos nestabilumą, kuris gali privesti prie didelio nuosmūgio.

LogMod rezultatai, modeliuojant su 1983 – 1992 metų periodo duomenimis, bus pateikiami grafikuose toliau.



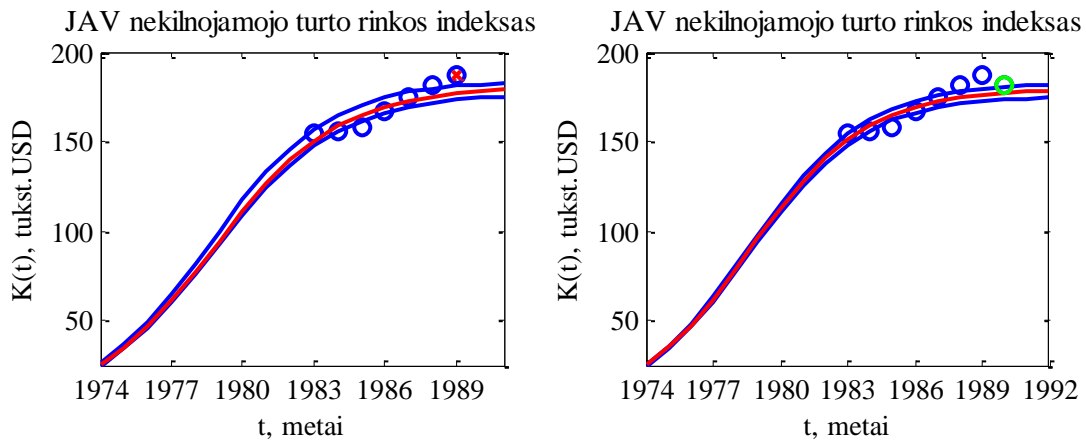
**70 pav.** JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 1985 ir 1986 m.

70 paveikslu grafikuose matyti, jog ekspertinis modelis ir šį kartą rodo 1986 m. nukrypimą nuo prognozuojamojo stabilaus augimo. Tam, kad būtų išvengta artėjančio nuosmūgio, reikėjo priimti tam tikrus aktualius nekilnojamojo turto rinkos sprendimus.



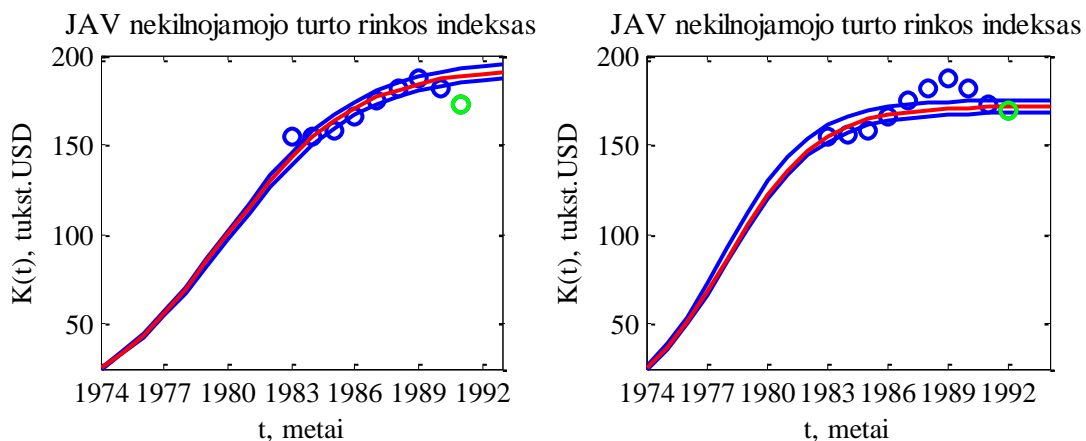
**71 pav.** JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 1987 ir 1988 m.

Jokių sprendimų, slopinančių augimą, nebuvo priimta, todėl kitais metais (71 paveikslas) vėl matyti nukrypimas nuo prognozės.



**72 pav.** JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 1989 ir 1990 m.

Pirmajame 72 paveikslo grafike matomas 1989 metų burbulo sproginimas. 1990 metais, po burbulo sproginimo, įvyko pirmasis kritimas, prasidėjo nestabilumo laikotarpis.



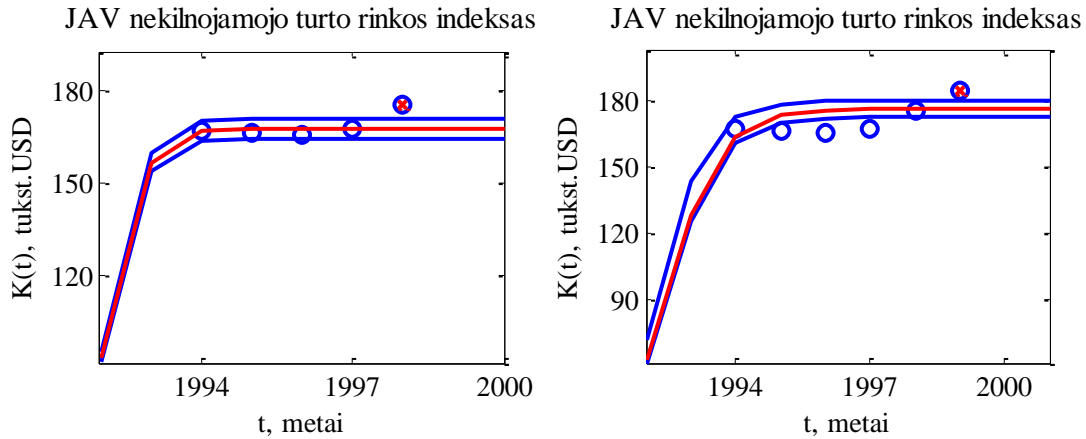
**73 pav.** JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 1991 ir 1992 m.

73 paveiksle matomi 1991 ir 1992 metų augimo nuosmukiai. Tai paprastai ir vyksta po burbulo sproginimo. Patyrus kelis kritimus iš eilės, situacija stabilizuojasi. Nuo 1992 metų tolimesnį augimą galima analizuoti iš naujo, t. y. pradinį tašką imti nuo 1992 metų.

Sudarytas JAV NT rinkos indekso prisotinimo prognozavimo fuzzy ekspertinis modelis pastebėjo augimo nuokrypius prasidedant trečiojo burbulo sproginimo formavimusi. Trečioji krizė įvyko 2006 – 2007 metais. Ekspertinis modelis dar kartą parodė artėjančią grėsmę, todėl modelio patikimumą galima vertinti labai gerai.

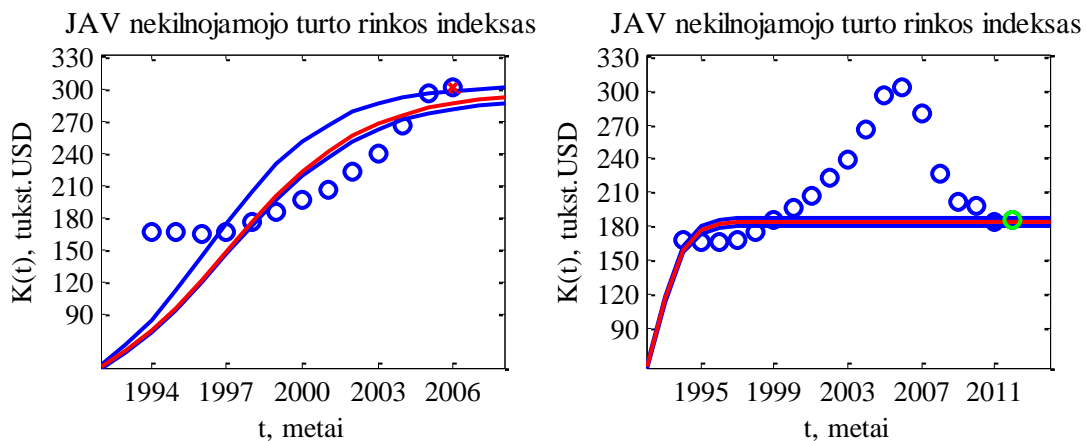


Grafikuose galima pamatyti LogMod modeliavimo rezultatus. Modeliavimas vyksta su 1994 – 2013 metų periodo duomenimis. 1994 – 1997 metais vysta nežymus svyravimas.



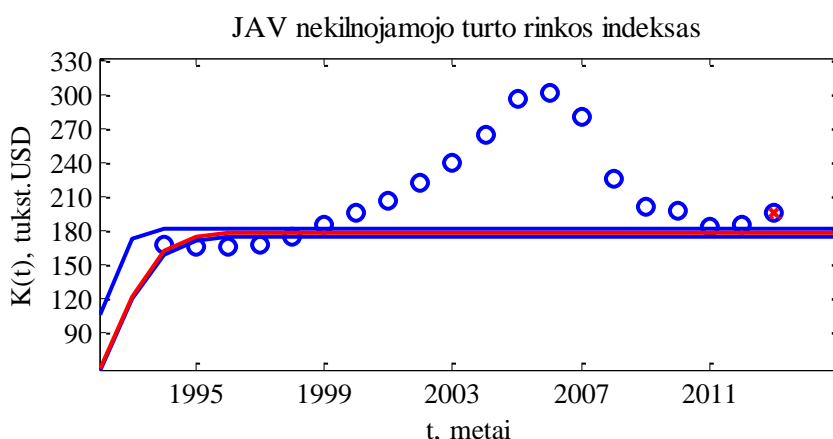
**74 pav.** JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 1998 ir 1999 m.

1998 metais pastebimas pirmasis nukrypimas nuo augimo. 74 paveiksle matyti 1998 ir 1999 metų nukrypimas nuo prognozuojamo augimo, remiantis to meto ekonominių rodiklių duomenimis.



**75 pav.** JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2006 ir 2012 m.

2000 – 2005 metais LogMod modelis rodo augimo neatitikimus pagal ekonominių rodiklių reikšmes, nes nebuvo priimti jokie papildomi augimo tempo malšinimo veiksmai, todėl 2006 metais įvyksta burbulo sproginimas (75 paveikslas), o tai sąlygoja kritimą 2007 metais.



**76 pav.** JAV nekilnojamojo turto rinkos prisotinimo įvertinimas 2013 m.

Augimas krito nuo 2007 iki 2011 metų. 2012 metais buvo nežymus augimas, bet 2013 metais, pagal LogMod modelį, matomas augimo neatitikimas (76 paveikslas). Rinkai stabilizavusis, kaip rodo modelis, augimas vėl vyksta per daug sparčiai. Reikia pasižiūrėti į ekonominių rodiklių augimą bei jų dinamiką, įvertinti LogMod duomenis ir mėginti slopinti staigų augimą, nes kitaip galimas 4-as JAV NT rinkos augimo nuosmukis.

Apibendrinant modeliavimo eigą bei gautus rezultatus, galima teigti, jog LogMod modeliavimas pavyko. Galima atpažinti artėjančią augimo nuosmukio grėsmę, nustatyti ekonominio burbulo formavimosi laikotarpį. Taikant LogMod metodą, gauti tikslesni rezultatai, įrodytas sudaryto LogMod modelio efektyvumas bei tikslumas. Eksperimento metu nustatyta, kad fuzzy ekspertinis modelis sudarytas pagal pirmą laikotarpį, atpažino burbulų formavimąsi antrame ir trečiame laikotarpiuose.

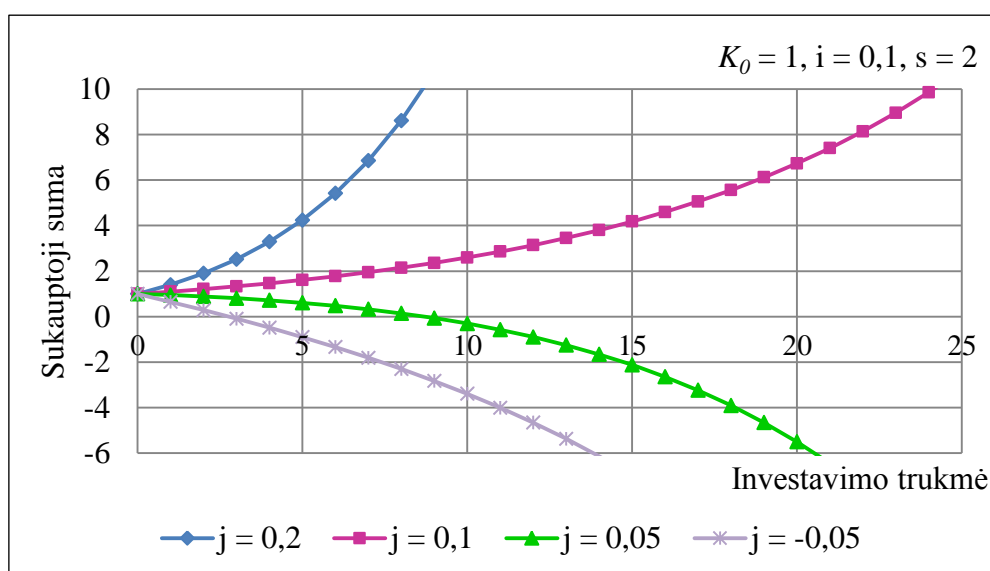
### **III.5. Investavimo su svertu pavyzdys**

Investavimo su svertu modelis sudaromas iš dviejų dalių: investicijos, t. y. turimo kapitalo, ir paskolos. Sudėtinių palūkanų pagrindu modeliavimas vykdomas pagal antrojoje dalyje aprašyto modelio (36) formulę.

Modeliuojant būtina atkreipti dėmesį į modelio (18) sudėtinių palūkanų pelno normas. Jei šios pelno normas yra lygios ( $j = i$ ), tai modelis (18) virsta įprasta sudėtinių palūkanų formule (17). Reikia nepamiršti, kad paskolos dalyje

pradinis (nuosavas) kapitalas imamas su minuso ženklu ( $S_0 = -K_0$ ). Tokiu būdu svertu naudotis verta tik tuo atveju, jei investicijos pelningumas  $j$  didesnis nei šią investiciją finansuojančio banko imama palūkanų norma  $i$  ( $j > i$ ) [42]. Tai tarsi savaime suprantama, tačiau, kai investicijos pelningumas labai svyruoja, tai momentą, kai investicijos pelningumas nukrinta žemiau minėtos ribos, nelengva kontroliuoti. Tokiu būdu patenkama į *sverto spąstus*: rinkoje susiformuoja situacija, kai investicijos pelningumas pasidaro mažesnis už šią investiciją finansuojančio banko imamą palūkanų normą ( $j < i$ ) [42].

77 paveiksle matyti, kad sėkmingo svertinio investavimo atveju (viršutinė kreivė,  $j = 0,2$ ) sukauptoji suma auga sparčiai ir, tikėtina, jog duoda lauktąjį rezultatą. Antroji nuo viršaus kreivė ( $j = i = 0,1$ ) rodo, jog investavimas yra neutralus – svertas rezultato neduoda, tačiau augimas yra, jis vyksta vien tik nuosavo kapitalo sąskaita. Problemos prasideda tada, kai investicijos pelningumas pasidaro mažesnis už banko palūkanų normą ( $j < i$ ). Trečioji nuo viršaus kreivė ( $j = 0,05$ ) yra nuolat mažėjanti, o tai reiškia, kad investicija yra nuostolinga: praėjus beveik 9 laiko momentams pradinė investicija virsta lygi nuliui ir toliau vis mažėja. Dar blogesnė investicija, kurios  $j = -0,05$  [42].

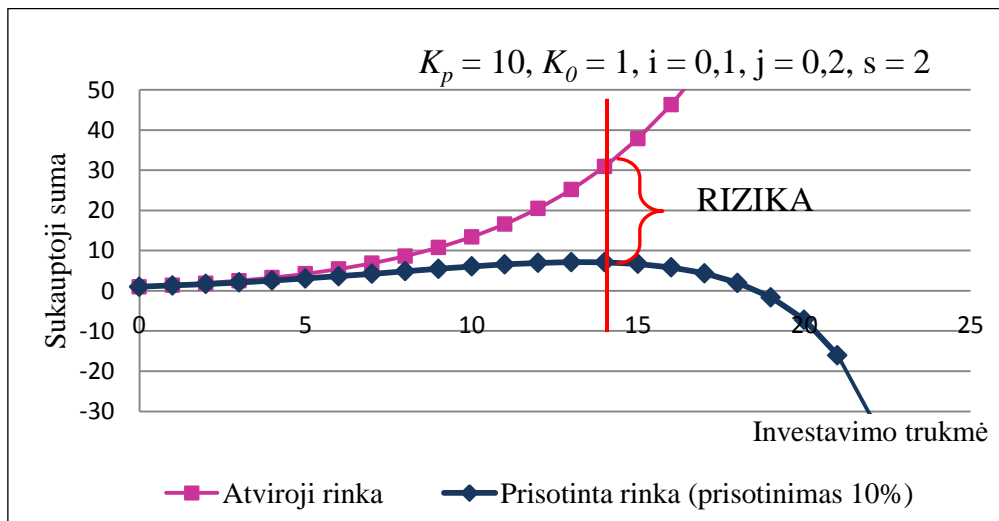


Šaltinis: sudaryta autorės.

77 pav. Investicijų sverto grafikai, esant skirtingoms pajamingumo normoms

Čia reikia pastebėti, kad jeigu  $j = i$ , tai formulė (37) virsta įprasta sudėtinių procentų formule (36) tik tuo atveju, jei prisotinimas lygus nuliui. Kitaip tariant, jei rinka tampa atvira ir dėl to neprisotinta, tai formulė (37) virsta formule (36). Esant kitokiam prisotinimui, šitokios transformacijos negauname [42].

78 paveiksle parodomas kapitalo augimas investavus jį su svertu  $s = 2$  į visiškai atvirą ir į 10% prisotintą rinką. Viršutinė kreivė vaizduoja kapitalo augimą atvirojoje (neprisotintoje) rinkoje. Toks augimas modeliuojamas remiantis formule (36) arba formule (37), imant pastarojoje rinkos talpą (reikšmę  $K_p$ ) pakankamai didelę (lyginant su  $K_0$ ). Apatinė kreivė vaizduoja lygiai to paties kapitalo augimą, tik jau esant šiek tiek prisotintai (šiuo atveju 10%) rinkai. Skirtumą tarp šitų kreivių ordinačių galima laikyti investavimo rizikos natūrine išraiška [60].



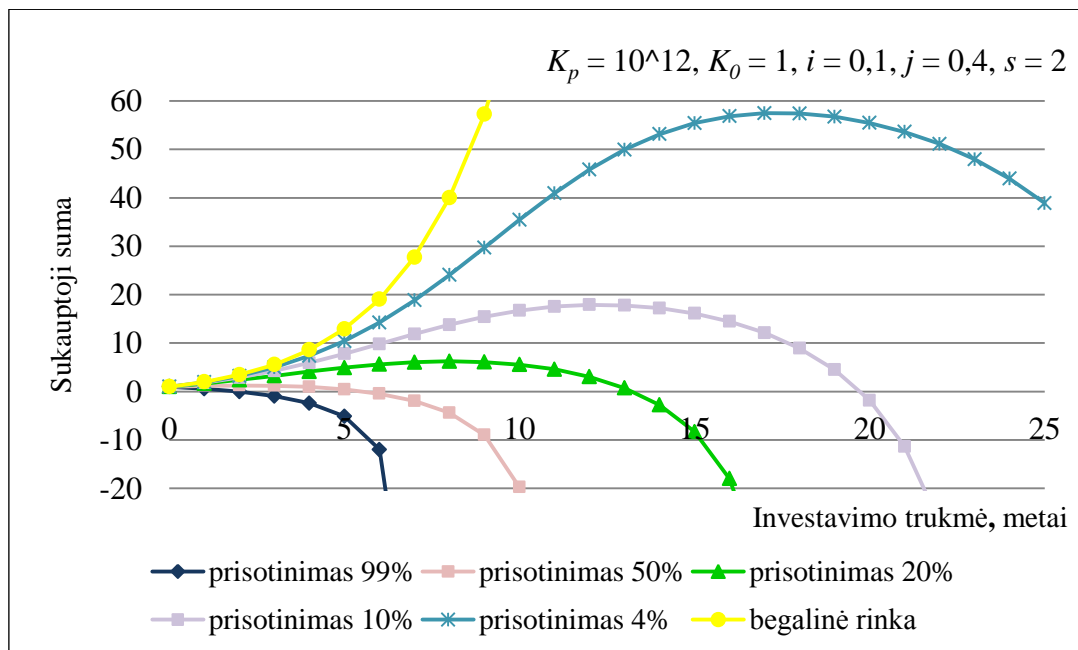
Šaltinis: sudaryta autorės.

**78 pav.** Investavimas su svertu neprisotintojoje ir prisotintojoje rinkoje

78 paveiksle pavaizduotos kreivės rodo, kad rinkos prisotinimas esmingai keičia svertinio investavimo sąlygas. Investuojant du vienodus „svertus“ (vienodos struktūros investicinius portfelius) į neprisotintą (atvirąją) ir nežymiai prisotintą (10%) rinkas, tai tik pačioje pradžioje augimas abiejose rinkose būtų panašus. Kaip matoma brėžinyje, vėliau augimo grafikai išsiskiria. Nuo keturioliktojo laiko momento (periodo) augimas prisotintojoje

rinkoje palaipsniui virsta nesustabdomu smukimu. Prisotinimą padidinus, šis smukimas prasideda daug anksčiau.

Skirtingas kreivių išlinkimas rodo, kad priklausomai nuo rinkos būklės, ta pati investicija gali duoti visiškai priešingus rezultatus: atvirojoje (neprisotintoje) rinkoje gali būti gaunamas didžiulis pelnas, o prisotintojoje – dar didesnis nuostolis. Skirtumas tarp šių kreivių ordinačių gali būti suprantamas kaip svertinio investavimo rizika. Didėjant investavimo trukmei ir rinkos, į kurią yra investuojama prisotiniui, didėja ir investavimo rizika. Tai aiškiai parodo 79 paveiksle pavaizduotos kreivės. Čia pavaizduoti investicinio portfelio augimo grafikai esant prisotinimui nuo nulio (visiškai neprisotinta rinka) iki 99 % rinkos prisotiniui laipsnio. Rinkos prisotiniui įtaka investicijos augimui akivaizdi: prisotiniui didinimas kreivės trajektoriją „spaudžia“ žemyn, sudarydamas „spąstų efekto“ išpūdį.



Šaltinis: sudaryta autorės.

**79 pav.** Investavimas su svertu įvairaus prisotiniui rinkose

Rinkos situacijos nežinojimas ir joje vykstančių procesų nesupratimas bei neįvertinimas sukuria didžiąją svertinio investavimo riziką. Pati prekyba prisotintojoje rinkoje, naudojant sverto efektą, yra potenciali grėsmė patirti finansinę krizę [42].

### III.6. Išvados

- Atliktas eksperimentas parodė, kad sudarytas Lietuvos NT rinkos ekspertinis fuzzy modelis yra patikimas ir efektyvus, atitinka visus eksperto lūkesčius. Parodyta, kad LogMod modelis gali atpažinti burbulo formavimąsi bei rinkos stabilizavimą po burbulo sprogo.
- Loglet augimo analizės rezultatai gauti netikslūs. Modelis netinkamas dideliems svyravimams atpažinti, nesiadaptuoja pagal augimo / kritimo stadijas. Eksperimentas parodė sukurto **LogMod** modelio pranašumą, lyginant jį su žinomu **Loglet** modeliu.
- Atliekant investavimo su svirtu logistinį modeliavimą, galima įvertinti investicijos pelningumą atvirosios (begalinės) rinkos sąlygomis ir esant prisotinimui. Didėjant prisotinimo laipsniui, atsiranda ir auga investavimo rizika, kurią šiuo atveju patogiau vertinti natūriniais vienetais.
- Sudarytas patikimas JAV NT rinkos indekso fuzzy modelis. Parodyta, jog modelis gali atpažinti artėjančią augimo nuosmukio grėsmę, kai atliktas apmokymas pagal įvykusią pirmąjį burbulo formavimosi laikotarpį. Būtina tinkamai daryti išvadas ir atlikti augimą slopinančius veiksmus kuo anksčiau, kad nuosmukio pasekmės būtų kuo mažesnės.
- Logistinis finansinio sverto modelis parodė, kad ta pati investicija, priklausomai nuo rinkos sąlygų, gali duoti visiškai priešingus rezultatus: neprisotintojoje rinkoje galimas didelis pelnas, o prisotintojoje rinkoje – dar didesnis nuostolis. Pasikeičia tokio investavimo sąlygos: skola nusveria turimą investuotą kapitalą ir stumteli prie didelių nuostolių.

## IŠVADOS IR PASIŪLYMAI

Išnagrinėjus logistinių netvarių augimo situacijų identifikavimą, paremtą neraiškių aibių metodu ir intervaliniu logistiniu augimo modeliu, galima daryti tokias išvadas:

1. Išnagrinėjus įvairius šaltinius buvo prieita išvados, kad viena svarbiausių augančių ekonominių sistemų charakteristikų yra prisotinimas. Nustatyta, kad prisotinimo laipsnis yra susietas su ekonominių sistemų tvarumu. Pernelyg didelis rinkų prisotinimas (daugiau nei 90%) kelia grėsmę tvarumui.
2. Ekonominiams tyrimams tinkamiausias yra bendrųjų (logistinių) palūkanų modelis, kaip geriausiai susietas su sudėtinių procentų formule. Pseudologistinės palūkanos (sukurtos dalyvaujant autorei) taip pat gali būti taikomos lėtai kintantiems ekonominiams procesams modeliuoti. Buvo žinoma, kad didėjančio pelningumo efektas aptinkamas modeliuojant bendrųjų (logistinių) palūkanų modeliu. Tyrimai parodė, kad minėtas didėjančio pelningumo efektas yra charakteringas ir kitokiems logistiniams modeliams (įskaitant ir naujai sukurtąjį pseudologistinį).
3. Sukurtas naujas prisotinamųjų sistemų modeliavimo metodas, paremtas transformuotuoju intervaliniu logistiniu modeliu. Prisotinimo parametro nustatymo problema išspręsta pritaikius neraiškių aibių *fuzzy* ekspertinę sistemą, sudarytą statistinių duomenų periodui apimančiam burbulo laikotarpį, ir *savirankos* metodą. Tai leido padidinti rinkų prisotinimo parametro  $K_p$  nustatymo tikslumą.
4. Remiantis naujai sukurtu metodu atsiranda galimybė tirti rinkų kaitimą, finansinių burbulų susiformavimą, atpažinti artėjantį nuosmukį bei nestabilią situaciją. Sumažinus rinkos talpos nustatymo paklaidą, augančios sistemos analizės rezultatai yra tikslesni.
5. Sudarytu *fuzzy* modeliu galima atpažinti burbulo formavimąsi bei rinkos stabilizavimą po burbulo sprogo. Eksperimentas parodė sukurto

*LogMod* modelio pranašumą, lyginant jį su žinomu mažiausių kvadratų metodu paremtu *Loglet* modeliu. Sudarytas efektyvus Lietuvos NT rinkos *fuzzy* modelis, galintis atpažinti burbulo formavimąsi bei rinkos stabilizavimą po burbulo sprogo.

6. Eksperimentas parodė, kad sudarytas, JAV NT rinkos indekso, *fuzzy* modelis yra patikimas ir efektyvus. Šis modelis parodė, jog tokia modeliavimo metodika yra veiksminga ir sugeba atpažinti artėjančias nestabilias situacijas. JAV NT rinkos ir fondo ekspertiniai modeliai atitiko eksperto lūkesčius, o šiuo metu statistiniai duomenys atitinka *LogMod* modelio nustatytas reikšmės.
7. Rinkų prisotinimas tiesiogiai veikia investicijos pelningumą. Pritaikius bendrųjų (logistinių) palūkanų modelį, sukurta investavimo su svertu metodika ir nustatyta iki šiol nežinoma investavimo rizika. Parodyta, kad ta pati investicija, priklausomai nuo rinkos sąlygų, gali duoti visiškai priešingus rezultatus: neprisotintojoje rinkoje galimas didelis pelnas, o prisotintojoje rinkoje – dar didesnis nuostolis. Logistinė analizė parodė, jog pagrindinis rinkos rizikos veiksnys yra prisotinimas. Prisotinimo didinimas investicijos aplinkoje gali sukelti „skolos spąstų“ efektą.



## LITERATŪRA<sup>6</sup>

- [1] M. VIJAY and E. MULLER, "Innovation diffusion and new product growth models in marketing," *The Journal of Marketing*, pp. 55-68, 1979.
- [2] J. D. STERMAN, *Business Dynamics, Systems Thinking and Modeling for a Complex World*, 9 – S-Shape Growth: Epidemics, Innovation Diffusion, and the Growth of New Products, ISBN 0-07-231135-5, 950 p., 2000.
- [3] S. GIRDZIJAUSKAS ir V. MOSKALIOVA, „Instability modeling of financial pyramids,“ įtraukta *Environment, Technology, Resources: proceedings of the 5th international scientific and practical conference*, 2005.
- [4] P. RUPŠYS and D. RAŠKINIENĖ, "Stochastinių logistinių dėšnių ir tankio mišinių taikymas medynų augimo analizėje," *Lietuvos matematikos rinkinys*, pp. 515-520, 2005.
- [5] S. GIRDZIJAUSKAS, Logistinis kritinių situacijų valdymas; burbulų fenomenas arba antrasis kvėpavimas. *Ekonomika ir vadyba*, Vilnius: Vilniaus universiteto leidykla: Nr.1(7). ISSN 1392-8732. pp. 53-59, 2004.
- [6] P. S. MEYER, J. W. YUNG and J. H. AUSUBEL, "A primer on logistic growth and substitution: the mathematics of the Loglet Lab software," *Technological Forecasting and Social Change*, vol. 61 No 3, pp. 247-271, 1999.
- [7] S. GIRDZIJAUSKAS, *Draudimas : kiekybinė finansinė analizė*, Kaunas: Naujasis lankas, ISBN 9955-03-114-X, 104 p, 2002.
- [8] H. Van den Berg, *Economic growth and development*, World Scientific, 2012.
- [9] J. M. ROSENBERG, *The Concise Encyclopedia of the Great Recession 2007-2012*, Scarecrow Press, 2012.
- [10] S. GIRDZIJAUSKAS, "Mintys ekonominio rezonanso tema," *seminaro med. "Virpesiai moksle, technikoje ir žmonijos progrese"*, pp. 51-54, 2014, VI "Vibroengineering".
- [11] C. MARCHETTI, "A Forecasting Model for Research and Innovation Activities in Selected Areas: A Support for Strategic Choices," Presented at the International Course on Research and Innovation Management, organized by

---

<sup>6</sup> Literatūros sąrašas sudarytas pagal IEEE 2006 standartą.

UNIDO and ICS, Venice, 1991.

- [12] „Loglet Lab 2 programinis paketas,“ [Tinkle]. Prieiga tinkla: <http://phe.rockefeller.edu/LogletLab/logletlab.pdf>. [Kreiptasi 20 06 2008].
- [13] N. NAKICENOVIC, Software package for the logistic substitution model, Austria: International Institute for Applied Systems Analysis, 1979.
- [14] Z. GRILICHES, "Hybrid corn: An exploration in the economics of technological change," *Econometrica, Journal of the Econometric Society*, pp. 501-522, 1957.
- [15] E. MANSFIELD, „Technical change and the rate of imitation,“ *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pp. 741-766, 1961.
- [16] E. M. ROGERS, "New product adoption and diffusion," *Journal of consumer Research*, pp. 290-301, 1976.
- [17] C. MARCHETTI and N. NAKICENOVIC, The Dynamics of Energy Systems and the Logistic Substitution Model, International Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg, Austria, 1979.
- [18] S. GIRDIJAUSKAS, J. ČEPINSKIS ir E. JURKONYTĖ, „Transformations in Insurance Market: Modern Accounting Method of Insurance Tariffs / Transformations in Business and Economics,“ 2008.
- [19] P. M. YELLAND, "A model of the product lifecycle for sales forecasting," 2004.
- [20] A. GRÜBLER and N. NAKICENOVIC, "Long waves, technology diffusion, and substitution," Review (Fernand Braudel Center), International Institute for Applied Systems Analysis. Laxenburg, Austria. pp. 313-343, 1991.
- [21] A. GRÜBLER, "Time for a change: on the patterns of diffusion of innovation," *Technological Trajectories and the Human Environment. Washington, DC: National Academy Press*, pp. 14–32, 1997.
- [22] D. KUCHARAVY and R. De GUIO, "Application of S-shaped curves," *7th ETRIA TRIZ Future Conference, November*, pp. 81-88, 2007.
- [23] A. GRÜBLER, Introduction to diffusion theory, Computer Integrated Manufacturing 3, pp. 3-52, 1991.
- [24] M. HIROOKA, "Nonlinear dynamism of innovation and business cycles,"

- Journal of Evolutionary Economics*, vol. 13, no. 5, pp. 549-579, 2003.
- [25] A. GRÜBLER, "Diffusion: Long-term patterns and discontinuities," *Technological Forecasting and Social Change*, vol. 39, pp. 159-80, 1991.
- [26] M. DUBNIKOVAS, V. MOSKALIOVA ir S. GIRDZIJAUSKAS, „Analysis of the Share Price Burbles in the Baltic Countries,“ įtraukta *Lecture Notes in Business Information Processing*, 2009.
- [27] S. GIRDZIJAUSKAS, A. PIKTURNA, F. IVANAUSKAS, E. MERKEVIČIUS ir V. MOSKALIOVA, „Investigation of the elasticity of the price bubble functions,“ įtraukta *Continuous optimization and knowledge-based technologies : 20th EURO Mini conference (EurOPT-2008)*, 2008.
- [28] S. GIRDZIJAUSKAS, J. ČEPINSKIS ir E. JURKONYTĖ, „Modern Accounting Method in Insurance Tariffs – Novelty on the Insurance Market,“ įtraukta *Technological and Economic Development of Economy*, Vilnius, 2007.
- [29] S. GIRDZIJAUSKAS, A. MIALIK ir R. MACKEVICIUS, „Modeling the Fragile Economic Situations,“ įtraukta *CSEDU 2010, 2nd International Conference on Computer Supported Education, Valencia, Spain, 07 -10 April. ISBN: 978-989-674-023-8.*, 2010.
- [30] S. GIRDZIJAUSKAS ir D. ŠTREIMIKIENĖ, „Logistinės funkcijos taikymas ribinių dydžių dėsnų analizėje,“ įtraukta *Ekonomika: mokslo darbai/Vilniaus universitetas*, 2007.
- [31] I. KNYVIENĖ, S. GIRDZIJAUSKAS ir D. GRUNDEY, „Market Capacity from the Viewpoint of Logistic Analysis,“ *Technological and Economic Development of economy*, pp. 690–702 p., 16(4), ISSN 2029-4913, 2010.
- [32] S. GIRDZIJAUSKAS, G. GARŠVA and E. MERKEVIČIUS, "Logistika regado de kreditoj," *Scienca revuo*, vol. 59, no. 2, pp. 101-109, 2008.
- [33] S. GIRDZIJAUSKAS ir V. BOGUSLAUSKAS, „The Possibilities for the Application of the Logistic,“ 2005.
- [34] C. PEREZ, *Technological revolutions and financial capital: The dynamics of bubbles and golden ages*, Edward Elgar Publishing, 2002.
- [35] A. TCHANTCHANE, "Categorical Data Modeling: Logistic Regression Software," *World Academy of Science, Engineering and Technology*, vol. 51,

- 2009.
- [36] D. KUCHARAVY, E. SCHENK and R. De GUIO, "Long-Run Forecasting of Emerging Technologies with Logistic Models and Growth of Knowledge," *Proceedings of the 19th CIRP Design Conference–Competitive Design*, Cranfield University Press, 2009.
- [37] I. P. CABRERA, P. CORDERO and M. OJEDA-ACIEGO, "Fuzzy logic, soft computing, and applications," *Bio-Inspired Systems: Computational and Ambient Intelligence*. Springer Berlin Heidelberg, pp. 236-244, 2009.
- [38] S. GIRDZIJAUSKAS and D. ŠTREIMIKIENĖ, "Logistic Growth Models for Analysis of Stocks Markets Bubbles," in *The 2008 International Conference of Financial Engineering, Lecture Notes in Engineering and Computer Science*, 2008.
- [39] N. S. ASFIJI, R. D. ISFAHANI, R. B. DASTJERDI and M. FAKHAR, "Analyzing the Population Growth Equation in the Solow Growth Model Including the Population Frequency: Case Study: USA," *International Journal of Humanities and Social Science*, Vols. 2 No. 10, [Special Issue – May 2012], pp. 134-144, 2012.
- [40] S. DAVIES, "The Diffusion of Process Innovations," *Cambridge University Press*, 1979.
- [41] S. GIRDZIJAUSKAS, *Logistinė kapitalo valdymo teorija : determinuotieji metodai : monografija*, Vilnius, 2006.
- [42] S. A. GIRDZIJAUSKAS, A. MIALIK and M. DUBNIKOVAS, "Financial Leverage Trap," *International Journal of Business and Social Science (IJBSS)*. ISSN 2219-1933 (Print), 2219-6021 (Online)., Vols. Vol. 3 No.11, June, pp. 29-37, 2012.
- [43] S. GIRDZIJAUSKAS, A. MIALIK, E. JOCIŪTĖ ir N. ZUJYTĖ, „Modeling the Economic Saturation,“ įtraukta *3rd Workshop AKTB 2011, 14th International Conference on Business Information Systems – BIS 2011 Poznan, Poland, 15 – 17 June, 2011*.
- [44] D. ŠTREIMIKIENĖ ir S. GIRDZIJAUSKAS, „ Sustainable development and logistic growth of resource consumption,“ įtraukta *International business development: globalization, opportunities, challenges : international scientific*

conference, 15-16 of May Vilnius Lithuania, 2008.

- [45] P. WONNACOTT ir R. WONNACOTT, Makroekonomika, Litterae universitetas. Vertė Lydeka Z., 1994.
- [46] G. KANCEREVYČIUS, Finansai ir investicijos, Kaunas: ISBN 9955-551-93-3, 2006.
- [47] J. J. SIEGEL, "What is an asset price bubble? An operational definition.," *European Financial Management*, vol. Vol 9 No 1, pp. 11-24, 2003.
- [48] S. GIRDZIJAUSKAS, D. STREIMIKIENE and A. MIALIK, "Failures of Capitalism and Unknown Economic Paradoxes," *Sustainability*, vol. Vol 4 (11), pp. 2818-2837, 2012.
- [49] V. MOSKALIOVA ir S. GIRDZIJAUSKAS, „The risk of investment: Determinate models,“ įtraukta *Proceedings of the 2006 seventh international Baltic conference on databases and information systems (Baltic DB&IS 2006)*, 2006.
- [50] A. JIMENEZ and J. C. VILELLA, "Understanding Economic Bubbles," 2011.
- [51] P. WANG and Y. WEN, "Speculative Bubbles and Financial Crisis," *American Economic Journal: Macroeconomics*, vol. 4, no. 3, pp. 184-221, 2012.
- [52] D. SORNETTE, „Why Stock Markets Crash: Critical Events in Complex Financial Systems,“ *Princeton University Press*, 2003.
- [53] P. JUCHEM NETO, J. C. R. CLAEYSSEN, D. RITELLI ir G. MINGARI SCARPELLO, „Migration in a Solow Growth Model 2009,“ 2009. [Tinkle]. Prieiga tinkle: <http://ssrn.com/abstract=1578565>. [Kreiptasi 15 01 2011].
- [54] T. MODIS, The End of the Internet Rush, *Technological Forecasting & Social Change*. Vol. 72, pp. 940-941, 2005.
- [55] S. GIRDZIJAUSKAS ir D. ŠTREIMIKIENĖ, The Role of Logistic Anglysis in Economic Theory. Коллективная монография: Экономические системы и их трансформация в XXI веке: теория, методология, практика. Экономические исследования/ под ред. д.э.н., проф. А.А. Абишева, д.э.н. Т.И.Мухамбетова, Алматы: Экономика. 900 p., (pp. 706-722), 2010.
- [56] P. Y. PAK, The World Economy After the Global Crisis: A New Economic Order for the 21st Century, B. J. Eichengreen, & B. Park (Eds.). World

Scientific., 2012.

- [57] S. GIRDZIJAUSKAS, D. ŠTREIMIKIENĖ, J. ČEPINSKIS, V. MOSKALIOVA, E. JURKONYTĖ ir R. MACKEVIČIUS, „Formation of Economic Bubbles: Causes and Possible Preventions // Technological and Economic Development of Economy,“ *Baltic Journal on Sustainability*, pp. 267-280 p., ISSN 1392-8619, 15 (2)., 2009.
- [58] S. GIRDZIJAUSKAS ir R. MACKEVIČIUS, „Kapitalo augimo modeliai ir logistinė kapitalo valdymo teorija. Naujas požiūris į ekonomines krizes,“ įtraukta *Ekonomika ir vadyba*. ISSN 1822-6515, 2009.
- [59] V. GRONSKAS, D. ŠTREIMIKIENĖ ir S. GIRDZIJAUSKAS, „Rec. kn.: Gilys, Povilas. Ekonomika, antiekonomika ir globalizacija,“ įtraukta *Transformations in business and economics*, 2008.
- [60] S. A. GIRDZIJAUSKAS, *Sovereign Debt Crisis: Logistic Analysis*, Vilnius: Vilniaus universiteto leidykla. ISBN 978-9955-634-52-2. 40 p, 2011.
- [61] B. MARTINKUS ir V. ŽILINSKAS, *Ekonomikos pagrindai*, Kaunas: Technologija., 1997.
- [62] A. BURNS and W. MITCHELL, "Measuring Business Cycles. – N.Y. National of Economic Research," 1946.
- [63] T. R. MALTHUS, *An Essay on the Principle of Population*, London: Electronic Scholarly Publishing Project, 1998., 1798.
- [64] T. R. MALTHUS, "Malthus and his legacy: The population debate after 200 years," 1998.
- [65] B. GOMPERTZ, Benjamin Gompertz Finds that Mortality Increases Exponentially with Age, London, England: The Royal Society, 1825.
- [66] C. P. WINSOR, "The Gompertz Curve as a Growth Curve," *National Academy of Sciences*, vol. Vol 18, 1932.
- [67] H. FOERSTERIS von, P. MORA and L. AMIOTAS, "Combined Population Papers. Doomsday: Friday, 13 November," *Science*, vol. Vol 132, pp. 1291–1295, 1960.
- [68] D. STRZALKA, "Connections between von Foerster coalition growth model and Tsallis q-exponential.," *Acta Physica Polonica B*, vol. Vol 40 No 1, p. 41,

2009.

- [69] P. F. VERHULST, "A note on the law of population growth.," *Mathematical Demography. Springer Berlin Heidelberg*, pp. 333-339, 1977.
- [70] A. J. LOTKA, "Elements of physical biology," 1925.
- [71] V. SUNDARAPANDIAN, "Exponential Observers for Lotka-Volterra Systems," *International Journal*, 2011.
- [72] K. KAUTZ and J. PRIES-HEJE, (Eds.). Diffusion and adoption of information technology, Springer., 1996.
- [73] F. B. BASS, "A new product growth for model consumer durables," *Management Science*, vol. 15, no. 5, pp. 215-227, 1969.
- [74] F. M. BASS, "Comments on "A New Product Growth for Model Consumer Durables The Bass Model," *Management science*, vol. Vol 50 No 12, pp. 1833-1840, 2004.
- [75] J. C. FISHER and R. H. PRY, "A Simple Substitution Model of Technological Change," *Technological Forecasting and Social Change*, no. 3, pp. 75-88, 1971.
- [76] "A Clarification of the Labeling of "Fisher-Pry" Transform Figures," [Online]. Prieiga tinkle: [http://phe.rockefeller.edu/LogletLab/FP\\_Clarification.pdf](http://phe.rockefeller.edu/LogletLab/FP_Clarification.pdf). [Accessed 20 06 2008].
- [77] P. S. MEYER and J. H. AUSUBEL, "Carrying Capacity: A Model with Logistically Varying Limits," *Technological Forecasting and Social Change*, vol. 61, no. 3, pp. 209-214, 1999.
- [78] A. TSOULARIS, "Analysis of logistic growth models," *I.I.M.S., Massey University Albany Campus, Auckland, New Zealand*, vol. Vol 2, pp. 23-46, 2001.
- [79] D. KUCHARAVY and R. De GUIO, "Logistic substitution model and technological forecasting," *TRIZ Future 2008 - Synthesis in Innovation*, 2008.
- [80] „Transitions to New Technologies - Software. IIASA Logistic Substitution Model II,“ [Tinkle]. Prieiga tinkle: <http://www.iiasa.ac.at/Research/TNT/WEB/Software/LSM2/lsm2-index.html>. [Kreiptasi 25 07 2012].

- [81] „Logistic Substitution Model II. User Guide,“ [Tinkle]. Prieiga tinkle: <http://webarchive.iiasa.ac.at/Research/TNT/WEB/Software/LSM2/lsm2-userguide.html?sb=4?sb=7>. [Kreiptasi 25 07 2012].
- [82] B. GOLD, "Technological Diffusion in Industry: Research Needs and Shortcomings," *Journal of Industrial Economics*, vol. Vol 24, pp. 247-269, 1981.
- [83] „The Oil Drum. The Loglet Analysis,“ 07 09 2006. [Tinkle]. Prieiga tinkle: <http://www.theoil Drum.com/story/2006/9/3/113719/7594>. [Kreiptasi 11 07 2012].
- [84] S. GIRDZIJAUSKAS, D. ŠTREIMIKIENĖ ir M. DUBNIKOVAS, „Analyzing Banking Capital with LOGLET Lab Software Package // Transformations in business and economics.,“ 2009.
- [85] N. ZUJYTĖ, E. JOCIŪTĖ, A. MIALIK ir S. SLANYS, „„Logistinės analizės įrankio“ projektavimas,“ įtraukta 16-oji tarpuniversitetinė magistrantų ir doktorantų konferencija, Kaunas, 2011.
- [86] J. W. YUNG, P. S. MEYER and J. H. AUSUBEL, "The Loglet Lab Software: A Tutorial," *Technological Forecasting and Social Change*, vol. 61, pp. 273–295, 1999.
- [87] L. ZHANG, M. H. TONG, T. K. MARKS, H. SHAN and G. W. COTTRELL, "SUN: A Bayesian framework for saliency using natural statistics," *Journal of Vision*, vol. Vol 8 No 1, 2008.
- [88] S. GIRDZIJAUSKAS, The Logistic Theory of Capital Management: Deterministic Methods, Monograph No 1, published a peer-reviewed Supplement A to Transformations in Business & Economics. Vol. 7, No 2(14), 163 p., 2008.
- [89] D. ŠTREIMIKIENĖ ir S. GIRDZIJAUSKAS, Logistic Growth Models for Anglysis of Sustainable Growth / Transformations in business and economics, ISSN 1648-4460. 2008, vol. 7, No. 3 (15), pp. 218-235, 2008.
- [90] S. GIRDZIJAUSKAS ir D. ŠTREIMIKIENĖ, „Logistic Analysis of Business Cycles, Economic Bubbles and Crises. Chapter 3. Business Intelligence in Economic Forecasting: Technologies and Techniques.,“ įtraukta *Publisher in the USA by Information Science Reference (an imprint of IGI Global)*, 2010.



- [91] S. GIRDZIJAUSKAS ir D. ŠTREIMIKIENĖ, Application of Logistic Models for Stock Market Bubbles Analysis // *Journal of Business Economics and Management*, Vilnius: Technika: ISSN 1611-1699. Vol. 10, No. 1, pp. 45-51, 2009.
- [92] R. N. ELLIOTT, *The wave principle*, Collins. New York, 1938.
- [93] S. W. POSER, *Applying Elliott Wave Theory Profitably*, Published by John Wiley & Sons, Ltd. ISBN 0-471-42007-7, 256 p., 2003.
- [94] S. GIRDZIJAUSKAS, *Finansinė analizė: kiekybiniai metodai*, 2005.
- [95] S. GIRDZIJAUSKAS ir M. DUBNIKOVAS, „Logistic Analysis of Price Bubble and Current Situation in USA Real Estate,“ įtraukta *Business Information Systems Workshops: BIS 2010 International Workshops*, Berlin, Germany, May 3-5, 2010.
- [96] C. MARCHETTI, "Longevity and life expectancy," *Technological Forecasting and Social Change*, vol. Vol 55 No 3, pp. 281-299, 1997.
- [97] R. SIMUTIS, *Skaitinio intelekto taikymai*, Kaunas, 2008.
- [98] L. A. ZADEH , "Fuzzy Sets," in *Information and Control* 8, 1965.
- [99] K. S. KIM, T. C. WANG and X. B. YANG, "Simulation of apparent infection rate to predict severity of soybean rust using a fuzzy logic system.," *Phytopathology*, Vols. 95, No. 10, pp. 1122-1131, 2005.
- [100] R. SIMUTIS and S. MASTEIKA, "Intelligent stock trading systems using fuzzy-neural networks and evolutionary programming methods," in *Solid State Phenomena*, 2004.
- [101] S. STRIGUNAITE ir D. KRIKSCIUNIENE, „Fuzzy Expert System for Virtual Team Collaboration and Work Evaluation,“ įtraukta *BIS (Workshops)*, 2012.
- [102] A. MIALIK, Skolos sąstū logistinis modeliavimas IT priemonėmis, Tarpuniversitetinė magistrantų ir doktorantų konferencija IVUS. ISSN 2029-4824, pp. 73-76, 2013.
- [103] S. MASTEIKA, "Techninės analizės indikatorių formalizavimas ir taikymas vertybinių popierių rinkose.," Vilnius, VU leidykla, 2007, p. 147 p.
- [104] A. HERVE, "The Method of Least Squares," *The University of Texas at Dallas. Richardson, TX 75083-0688, USA*, 2007.

- [105] S. J. MILLER, "The Method of Least Squares," *Mathematics Department Brown University*, pp. 1-7, 2006.
- [106] K. PLUKAS, „Skaitiniai metodai ir algoritmai,“ Kaunas:, 2001.
- [107] S. A. MARTIŠIUS and V. KĖDAITIS, STATISTIKA I dalis. Statistinės analizės teorija ir metodai, Vilnius: Vilniaus universiteto leidiniai. ISBN: 978-9955-33-585-6, 408 p, 2010.
- [108] A. C. DAVISON and D. KUONEN, "An Introduction to the Bootstrap with Applications in R," *Statistical Computing & Statistical Graphic Newsletter*, vol. 13, no. 1, 2003.
- [109] . B. EFRON and R. J. TIBSHIRANI, *An Introduction to the Bootstrap*, Vol. 57. CRC press, 1994.
- [110] T. LANCASTER, "A note on bootstraps and robustness," *Working Paper, Brown University, Department of Economics*, 2003, 2006-06.
- [111] „Lietuvos Statistikos departamentas,“ [Tinkle]. Prieiga tinkle: [www.statgov.lt](http://www.statgov.lt). [Kreiptasi 25 04 2013].
- [112] P. SIMUKAITIS, „Nekilnojamojo turto rinkos analizė ir gyvenamojo būsto kainų prognozė lietuvis pavyzdžiu,“ Magistrinis darbas, Kaunas, 2013.
- [113] "2013 - 2014 m. Lietuvos ekonomikos ir nekilnojamojo turto rinkos apžvalga," UAB Inreal nekilnojamasis turtas, [Tinkle]. Prieiga tinkle: <http://www.inreal.lt/nekilnojamasis-turtas/lt/rinkos-apzvalgos/2013-2014-m.-lietuvis-ekonomikos-ir-nekilnojamojo-turto-rinkos-apzvalga-5051>. [Kreiptasi 04 03 2014].
- [114] "SEB Technology Fund," [Tinkle]. Prieiga tinkle: <https://www.seb.lt/taupymas-ir-investavimas/investiciniai-fondai/akciju-fondai/seb-technology-fund#fondo-apzvalgos-ir-kt-dokumentai>. [Kreiptasi 10 11 2013].
- [115] R. BARNES, „Economic Indicators: Consumer Price Index (CPI),“ [Tinkle]. Prieiga tinkle: <http://www.investopedia.com/university/releases/cpi.asp>. [Kreiptasi 04 01 2014].
- [116] R. BARNES, „Economic Indicators: Gross Domestic Product (GDP),“ [Tinkle]. Prieiga tinkle: <http://www.investopedia.com/university/releases/gdp.asp>. [Kreiptasi 04 01 2014].

- [117] R. BARNES, „Economic Indicators: Personal Income and Outlays,“ [Tinkle].  
 Prieiga tinkle: <http://www.investopedia.com/university/releases/-personalconsumption.asp>. [Kreiptasi 04 01 2014].
- [118] „Standard & Poor's 500 Index - S&P 500,“ [Tinkle]. Prieiga tinkle:  
<http://www.investopedia.com/terms/s/sp500.asp>. [Kreiptasi 04 01 2014].
- [119] J. NGUYEN, "4 Key Factors That Drive The Real Estate Market," 18 February  
 2011. [Tinkle]. Prieiga tinkle: <http://www.investopedia.com/articles/mortgages-real-estate/11/factors-affecting-real-estate-market.asp>. [Kreiptasi 04 01 2014].
- [120] T. PETTINGER, „Factors that affect the housing market,“ 26 November 2013.  
 [Tinkle]. Prieiga tinkle: <http://www.economicshelp.org/blog/377/housing/factors-that-affect-the-housing-market/>. [Kreiptasi 04 01 2014].
- [121] "United State Unemployment Rate," [Tinkle]. Prieiga tinkle:  
<http://www.tradingeconomics.com/united-states/unemployment-rate>. [Kreiptasi  
 04 01 2014].
- [122] S. L. Fred, "Federal Reserve Economic Data," FRED. Economic Data, [Tinkle].  
 Prieiga tinkle: <http://research.stlouisfed.org/fred2/>. [Kreiptasi 04 01 2014].
- [123] „Real Estate Charts. United States House Prices,“ [Tinkle]. Prieiga tinkle:  
<http://www.jparsons.net/housingbubble/>. [Kreiptasi 21 12 2013].
- [124] F. O'CONNOR, "Everything that rises must converge," *Macmillan*, 1965.

## PRIEDAI

### Priedas Nr. 1

Lentelėje pateikiami pagrindinių ekonominių rodyklių procentiniai pokyčiai.

Ekonominių rodiklių procentinis kintamumas, 2001 – 2012 metai				
Metai	DU	BVP	Vilibor	Infliacija
2001	1.17	5.89	5.73	2.04
2002	3.12	6.63	3.78	-0.91
2003	5.47	8.53	2.98	-1.34
2004	6.67	9.15	2.88	2.76
2005	9.94	12.99	2.82	2.93
2006	14.68	13.01	4.06	4.35
2007	17.02	16.13	7.31	7.58
2008	16.23	11.34	10.68	7.80
2009	-4.65	-21.61	6.79	1.16
2010	-3.42	3.45	2.58	3.50
2011	2.83	10.39	2.51	3.35
2012	4.26	6.02	1.18	2.84

Šaltinis: sudaryta autorės pagal Statistikos departamento duomenų bazę [111].

### Priedas Nr. 2

Pateikiamos fuzzy Lietuvos NT rinkos prisotinimo ekspertinio sistemos modelio sudarytos taisyklės, formuojant kintamojo „Prisotinimas“ prognozavimą, 81 taisyklė.

Nr.	DU	BVP	„Vilibor“	Infliacija	Prisotinimas
1	-1	-1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	0	-1
3	-1	-1	-1	1	-1
4	-1	-1	0	-1	-1
5	-1	-1	0	0	-1
6	-1	-1	0	1	0
7	-1	-1	1	-1	-1
8	-1	-1	1	0	0
9	-1	-1	1	1	0
10	0	-1	-1	-1	-1
11	0	-1	-1	0	-1
12	0	-1	-1	1	0
13	0	-1	0	-1	-1
14	0	-1	0	0	0
15	0	-1	0	1	0
16	0	-1	1	-1	0
17	0	-1	1	0	0
18	0	-1	1	1	0
19	1	-1	-1	-1	-1
20	1	-1	-1	0	-1

Nr.	DU	BVP	„Vilbor“	Infliacija	Prisotinimas
21	1	-1	-1	1	0
22	1	-1	0	-1	-1
23	1	-1	0	0	0
24	1	-1	0	1	0
25	1	-1	1	-1	0
26	1	-1	1	0	0
27	1	-1	1	1	1
28	-1	0	-1	-1	-1
29	-1	0	-1	0	-1
30	-1	0	-1	1	0
31	-1	0	0	-1	-1
32	-1	0	0	0	0
33	-1	0	0	1	0
34	-1	0	1	-1	0
35	-1	0	1	0	0
36	-1	0	1	1	1
37	0	0	-1	-1	-1
38	0	0	-1	0	0
39	0	0	-1	1	0
40	0	0	0	-1	0
41	0	0	0	0	0
42	0	0	0	1	0
43	0	0	1	-1	0
44	0	0	1	0	0
45	0	0	1	1	1
46	1	0	-1	-1	-1
47	1	0	-1	0	0
48	1	0	-1	1	0
49	1	0	0	-1	0
50	1	0	0	0	0
51	1	0	0	1	1
52	1	0	1	-1	0
53	1	0	1	0	1
54	1	0	1	1	1
55	-1	1	-1	-1	-1
56	-1	1	-1	0	0
57	-1	1	-1	1	0
58	-1	1	0	-1	0
59	-1	1	0	0	0
60	-1	1	0	1	1
61	-1	1	1	-1	0
62	-1	1	1	0	1
63	-1	1	1	1	1
64	0	1	-1	-1	0
65	0	1	-1	0	0
66	0	1	-1	1	0
67	0	1	0	-1	0
68	0	1	0	0	0
69	0	1	0	1	1
70	0	1	1	-1	0
71	0	1	1	0	1

Nr.	DU	BVP	„Viliber“	Infliacija	Prisotinimas
72	0	1	1	1	1
73	1	1	-1	-1	0
74	1	1	-1	0	0
75	1	1	-1	1	1
76	1	1	0	-1	0
77	1	1	0	0	1
78	1	1	0	1	1
79	1	1	1	-1	1
80	1	1	1	0	1
81	1	1	1	1	1

### Priedas Nr. 3

Pateikiamos fondo „*SEB Technology Fund*“, investuojantis daugiausia į JAV rinkos kompanijas, rinkos prisotinimo *fuzzy* ekspertinio sistemos modelio sudarytos taisyklės, formuojant kintamojo „Prisotinimas“ prognozavimą, 81 taisyklė.

Nr.	NAW	GDP	SP500	CPI	Prisotinimas
1	-1	-1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	0	-1
3	-1	-1	-1	1	-1
4	-1	-1	0	-1	0
5	-1	-1	0	0	0
6	-1	-1	0	1	0
7	-1	-1	1	-1	0
8	-1	-1	1	0	0
9	-1	-1	1	1	0
10	-1	0	-1	-1	-1
11	-1	0	-1	0	-1
12	-1	0	-1	1	-1
13	-1	0	0	-1	0
14	-1	0	0	0	0
15	-1	0	0	1	0
16	-1	0	1	-1	0
17	-1	0	1	0	0
18	-1	0	1	1	0
19	-1	1	-1	-1	-1
20	-1	1	-1	0	0
21	-1	1	-1	1	0
22	-1	1	0	-1	0
23	-1	1	0	0	0
24	-1	1	0	1	0
25	-1	1	1	-1	0
26	-1	1	1	0	0
27	-1	1	1	1	1
28	0	-1	-1	-1	-1
29	0	-1	-1	0	-1
30	0	-1	-1	1	-1
31	0	-1	0	-1	0

Nr.	NAW	GDP	SP500	CPI	Prisotinimas
32	0	-1	0	0	0
33	0	-1	0	1	0
34	0	-1	1	-1	0
35	0	-1	1	0	0
36	0	-1	1	1	0
37	0	0	-1	-1	-1
38	0	0	-1	0	0
39	0	0	-1	1	0
40	0	0	0	-1	0
41	0	0	0	0	0
42	0	0	0	1	0
43	0	0	1	-1	0
44	0	0	1	0	0
45	0	0	1	1	1
46	0	1	-1	-1	0
47	0	1	-1	0	0
48	0	1	-1	1	0
49	0	1	0	-1	0
50	0	1	0	0	0
51	0	1	0	1	0
52	0	1	1	-1	1
53	0	1	1	0	1
54	0	1	1	1	1
55	1	-1	-1	-1	-1
56	1	-1	-1	0	0
57	1	-1	-1	1	0
58	1	-1	0	-1	0
59	1	-1	0	0	0
60	1	-1	0	1	0
61	1	-1	1	-1	0
62	1	-1	1	0	0
63	1	-1	1	1	1
64	1	0	-1	-1	0
65	1	0	-1	0	0
66	1	0	-1	1	0
67	1	0	0	-1	0
68	1	0	0	0	0
69	1	0	0	1	0
70	1	0	1	-1	1
71	1	0	1	0	1
72	1	0	1	1	1
73	1	1	-1	-1	0
74	1	1	-1	0	0
75	1	1	-1	1	0
76	1	1	0	-1	0
77	1	1	0	0	0
78	1	1	0	1	0
79	1	1	1	-1	1
80	1	1	1	0	1
81	1	1	1	1	1

#### Priedas Nr.4

Pateikiamos JAV NT turto indekso rinkos prisotinimo *fuzzy* ekspertinio sistemos modelio sudarytos taisyklės, formuojant kintamojo „Prisotinimas“ prognozavimą, 81 taisyklė.

Nr.	NAW	GDP	CUR	CPI	Prisotinimas
1	-1	-1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	0	-1
3	-1	-1	-1	1	-1
4	-1	-1	0	-1	-1
5	-1	-1	0	0	-1
6	-1	-1	0	1	0
7	-1	-1	1	-1	-1
8	-1	-1	1	0	-1
9	-1	-1	1	1	0
10	-1	0	-1	-1	-1
11	-1	0	-1	0	-1
12	-1	0	-1	1	0
13	-1	0	0	-1	-1
14	-1	0	0	0	0
15	-1	0	0	1	0
16	-1	0	1	-1	-1
17	-1	0	1	0	0
18	-1	0	1	1	0
19	-1	1	-1	-1	-1
20	-1	1	-1	0	0
21	-1	1	-1	1	0
22	-1	1	0	-1	0
23	-1	1	0	0	0
24	-1	1	0	1	0
25	-1	1	1	-1	0
26	-1	1	1	0	0
27	-1	1	1	1	1
28	0	-1	-1	-1	-1
29	0	-1	-1	0	-1
30	0	-1	-1	1	0
31	0	-1	0	-1	-1
32	0	-1	0	0	0
33	0	-1	0	1	0
34	0	-1	1	-1	-1
35	0	-1	1	0	0
36	0	-1	1	1	0
37	0	0	-1	-1	-1
38	0	0	-1	0	0
39	0	0	-1	1	0
40	0	0	0	-1	0
41	0	0	0	0	0
42	0	0	0	1	0
43	0	0	1	-1	0
44	0	0	1	0	0
45	0	0	1	1	1



Nr.	NAW	GDP	CUR	CPI	Prisotinimas
46	0	1	-1	-1	0
47	0	1	-1	0	0
48	0	1	-1	1	1
49	0	1	0	-1	0
50	0	1	0	0	0
51	0	1	0	1	1
52	0	1	1	-1	0
53	0	1	1	0	1
54	0	1	1	1	1
55	1	-1	-1	-1	-1
56	1	-1	-1	0	0
57	1	-1	-1	1	0
58	1	-1	0	-1	0
59	1	-1	0	0	0
60	1	-1	0	1	0
61	1	-1	1	-1	0
62	1	-1	1	0	0
63	1	-1	1	1	1
64	1	0	-1	-1	0
65	1	0	-1	0	0
66	1	0	-1	1	1
67	1	0	0	-1	0
68	1	0	0	0	0
69	1	0	0	1	1
70	1	0	1	-1	0
71	1	0	1	0	1
72	1	0	1	1	1
73	1	1	-1	-1	0
74	1	1	-1	0	1
75	1	1	-1	1	1
76	1	1	0	-1	0
77	1	1	0	0	1
78	1	1	0	1	1
79	1	1	1	-1	1
80	1	1	1	0	1
81	1	1	1	1	1