

VILNIAUS UNIVERSITETAS

MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS

Mindaugas Stundža

Išsilavinimo įtaka Lietuvos ekonomikos augimui

Magistro darbas

VILNIUS 2006

Matematinės analizės katedra

Darbo vadovas **prof. habil. dr. A. Račkauskas**

(parašas)

Darbas apgintas _____ *2006 m. birželio mėn. 1 d.*

Gynimo posėdžio protokolo Nr. _____

Registravimo Nr. _____

2006-05-20 _____

TURINYS

TURINYS	1
Abstract	2
Santrauka.....	3
Įvadas	4
Modelio specifikacija.....	6
Žmogiškasis kapitalas ir jo vertinimas.....	7
Fizinis kapitalas ir jo vertinimas	12
Duomenys	14
Bendrojo vidaus produkto modeliavimas	16
Išvados ir rezultatai	21
LITERATŪRA	23
A PRIEDAS	24
B PRIEDAS	27

Absract

The purpose of this paper is to find the impact of Human Capital on Gross Domestic Product (GDP) in Lithuania. The Human Capital was estimated as average number years of schooling, while perpetual inventory method was used to construct Physical Capital stock for Lithuania. *Cobb-Douglas* production function was used to get a relationship between these variables.

Santrauka

Pagrindinis šio darbo uždavinys yra nustatyti, kaip žmogiškasis kapitalas įtakoja Lietuvos bendrąjį vidaus produktą (BVP). Žmogiškasis kapitalas šiame darbe vertinamas kaip vidutinis mokymosi metų skaičius, o fizinio kapitalo laiko eilutei sudaryti buvo pritaikytas nuolatinių atsargų metodas. *Cobb-Douglas* produkcijos funkcija buvo panaudota tam, kad įvertintume ryšį tarp šių dydžių.

Įvadas

Šiais laikais vis labiau tikima, kad žmogiškasis kapitalas veikia ekonomikos augimą. Visgi, jo matavimo problema išlieka viena iš diskusijų objektų. Trys populiariausi matavimo būdai yra šie: išlaidų, pajamų ir išsilavinimo.

Išlaidomis paremto būdo pradininkas buvo *Engel* (1883), kuris įvertino žmogiškąjį kapitalą kaip išlaidas, tenkančias tėvam auginat vaiką. Pasak *Engel*, šios išlaidos yra lygios sumai išlaidų, reikalingų vaikui išlaikyti ir užauginti nuo gimimo iki 25 metų.

Petty (1690) buvo pirmasis, kuris suskaičiavo žmogiškąjį kapitalą naudodamas atlyginimų dydį. Tačiau šis grubus įvertinimas nedavė jokios naudos, kadangi ekonominiu požiūriu jo rezultatai buvo nereikšmingi ir mažai adekvatūs tikrovei. Vėlesni pajamų metodai rėmėsi prielaida, kad žmogiškasis kapitalas yra pajamų, kurias žmonės tikisi gauti per visą savo būsimą gyvenimą, diskontuota suma.

Trečiasis metodas remiasi prielaida, kad žmogiškasis kapitalas gali būti matuojamas kaip išsilavinimo kiekis. Vienas iš mokslininkų, kurie naudojo būtent šį būdą buvo *Lundger J. Loening* (2002), kuris nagrinėjo išsilavinimo įtaką Gvatemalos ekonomikos augimui.

Visų pirma jis išsilavinimą išskirstė į keturis lygius: jokie išsilavinimo, pradinis išsilavinimas, vidurinis išsilavinimas, aukštasis išsilavinimas. Kiekvienam išsilavinimo lygiui buvo sukonstruoti modeliai, pagal kurias buvo įvertintas žinių lygis kiekviename išsilavinimo lygmenyje, o po to- vidutinis mokymosi metų skaičius.

Lundger J. Loening gavo, jog labiau išsilavinusi darbo jėga daro reikšmingą teigiamą poveikį ekonomikos augimui Gvatemaloje- 1% padidinus vidutinį mokymosi metų skaičių, BVP padidėja 0,16%.

Kaip tik šio autoriaus idėja, kaip vertinti žmogiškąjį kapitalą, ir remiamasi šiame darbe.

Taip pat fiziniam kapitalui įvertinti buvo panaudotas nuolatinių atsargų metodas. Tačiau norint jį taikyti, visų pirma reikia įvertinti pradinį kapitalo dydį. Čia buvo pasiremta *Igor Vetlov* (2003) gautu įverčiu.

Ryšiu tarp BVP, darbo jėgos, žmogiškojo ir fizinio kapitalo įvertinti buvo naudojamos *Cobb-Douglas* produkcijos funkcijos: tiek įtraukiant žmogiškąjį kapitalą

kaip kintamąjį, kuris daro tiesioginį poveikį, tiek ir neįtraukiant. Naudojant mažiausių kvadratų metodą buvo įvertinti parametrai ir gauti tokie modeliai:

$$Y = 1574,983 \cdot K^{1,262} \cdot H^{-3,682} \cdot L^{3,42}$$

$$Y = 2,933 \cdot H^{0,585} \cdot L^{0,415}$$

Taip pat buvo pastebėta, kad egzistuoja stiprus ryšys tarp žmogiškojo ir fizinio kapitalo. Įvertinus koeficientus, buvo gautas toks sąryšis:

$$K = 0,000116 \cdot H^{5,346}$$

Modelio specifikacija

Dabartiniu metu labai daug pastangų dedama paaiškinti ekonomikos augimą. Jau dabar yra sukurta tūkstančiai modelių ir jie vis dar kuriami. Kuo toliau, tuo daugiau bandoma naudoti duomenų ir įtraukti kintamųjų į modelius. Kai kurie iš jų visiems gerai žinomi, ir jau seniai aišku, kaip juos vertinti. Antra vertus, yra ir tokių kintamųjų, kurie modelį padaro sudėtingą vien jau dėl to, kad juos pačius įvertinti ar gauti jų skaitinę išraišką yra labai sudėtinga. Vienas iš tokių kintamųjų yra žmogiškasis kapitalas.

Šio darbo tikslas ir yra įvertinti žmogiškojo kapitalo¹ įtaką ekonomikos augimui. Tam naudosime Cobb-Douglas gamybos funkciją, į kurią įeina ne tik fizinis, bet ir žmogiškasis kapitalas.

$$Y = A \cdot K^{\alpha} \cdot H^{\beta} \cdot L^{1-\alpha-\beta} \quad (0)$$

Čia:

A - bendras gamybos veiksnių našumo (arba technologijos) parametras;

Y - realus BVP;

K - fizinis kapitalas;

H - žmogiškasis kapitalas;

L - 15 metų ir vyresnės darbo jėgos kiekis.

α , β - parametrai.

¹ Vėliau detalizuosime žmogiškojo kapitalo matavimo vienetus.

Žmogiškasis kapitalas ir jo vertinimas

Visų pirma apibrėšime, kas yra tas žmogiškasis kapitalas bendrąją prasme. Vienas iš pirmųjų apibrėžimų skamba labai paprastai: žmogiškasis kapitalas – tai sugebėjimai ir žinios, kurias turi žmonės. Vėliau šis apibrėžimas buvo patobulintas ir skambėjo taip: tai individų turimos žinios, įgūdžiai, sugebėjimai ar savybės, kurios palengvina (pagerina) asmeninio, socialinio ir ekonominio gerbūvio kūrimą. Kiek vėliau prie šio apibrėžimo dar buvo prijungti ir įgimti gebėjimai.

Iš tokio apibrėžimo darosi akivaizdu, kad šio dydžio matavimas ar vertinimas yra labai sudėtingas. Juk įvertinti žinias ar gebėjimus ne taip jau paprasta. Galimas ne vienas būdas, kaip galima būtų vertinti šį rodiklį. Šiame darbe buvo pasirinkta žmogiškąjį kapitalą matuoti mokymosi metais. Čia iškyla mažiausiai dvi matavimo problemos. Pirmą, kiekvieni mokymosi metai nepadidina žmogiškojo kapitalo vienodu dydžiu, kadangi tai priklauso nuo to, ar žmogus mokosi pagrindinėje, ar vidurinėje ar aukštojoje mokykloje. Antra, matuojant vidutinį mokymosi metų skaičių, neatsižvelgiama į švietimo sistemos pasikeitimus. Jei žmogiškąjį kapitalą apibrėžtume kaip vidutinį mokymosi metų skaičių, tai tuomet turėtume daryti prielaidą, kad kiekvieni metai turi tokį patį svorį, kas yra neteisinga. Juk aišku, kad atlyginimas priklauso nuo to, kokį išsilavinimą žmogus turi. Todėl, norint įvertinti tiksliau, visiškai logiška kiekvieniems metams suteikti skirtingus svorius. Mes išsilavinimą suskirstysime į keturis lygius: neįgytas pagrindinis išsilavinimas, įgytas pagrindinis išsilavinimas, įgytas vidurinis išsilavinimas, įgytas aukštasis arba aukštesnysis² išsilavinimas.

Toliau sukonstruosime modelius 15 metų ir vyresnės darbo jėgos kitimui aprašyti, atsižvelgiant į šiuos išsilavinimo lygius.

$$\begin{aligned}H_{0,t} &= H_{0,t-1}(1 - \delta_{t-1}) + (L0_t - L1_t) \cdot D0_t \\H_{1,t} &= H_{1,t-1}(1 - \delta_{t-1}) + (L1_t - L2_t) \cdot D1_t \\H_{2,t} &= H_{2,t-1}(1 - \delta_{t-1}) + (L2_t - L3_t) \cdot D2_t \\H_{3,t} &= H_{3,t-1}(1 - \delta_{t-1}) + L3_t \cdot D3_t\end{aligned}\tag{1}$$

Čia:

$L0_t$ - ikimokyklinio, pradinio ir pagrindinio ugdymo mokinių skaičius;

² Nuo šiol sakysime “aukštasis”, turėdami omenyje, kad aukštesnysis taip pat įeina į šią grupę.

$L1_t$ - įgijusių pagrindinį išsilavinimą mokinių skaičius;

$L2_t$ - įgijusių vidurinį išsilavinimą mokinių skaičius;

$L3_t$ - įgijusių aukštąjį išsilavinimą mokinių skaičius;

$D0_t$ - dirbančiųjų dalis tarp mokinių, neturinčių pagrindinio išsilavinimo;

$D1_t$ - dirbančiųjų dalis tarp mokinių, turinčių pagrindinį išsilavinimą;

$D2_t$ - dirbančiųjų dalis tarp mokinių, turinčių vidurinį išsilavinimą;

$D3_t$ - dirbančiųjų dalis tarp mokinių, turinčių aukštąjį išsilavinimą;

$H_{i,t}$ - 15 metų ir vyresnės darbo jėgos, kurios aukščiausias išsilavinimas yra i -ojo lygio, kiekis ($i = 0$ reiškia, kad neturi pagrindinio išsilavinimo, $i = 1$ – turi pagrindinį išsilavinimą, $i = 2$ – turi vidurinį išsilavinimą, $i = 3$ – turi aukštąjį išsilavinimą);

δ_t - mirtingumo lygis.

Indeksas t reiškia laiką.

$D_{i,t}$, $i = 0, 1, 2, 3$ vertinsime taip:

$$D0_t = 0$$

Kadangi pagal Lietuvos Respublikos įstatymus dirbti galima tik sulaukus 16 metų, tai, mokiniai, neįgiję pagrindinio išsilavinimo (t.y. jiems dar nesukako 16 metų) neturi teisės dirbti. Todėl dirbančiųjų skaičius tarp šios mokinių dalies yra lygus 0.

$$D1_t = D2_t = \frac{L_t^{15-19}}{LF_t^{15-19}}$$

Dėl duomenų stokos, darome prielaidą, kad dirbančiųjų dalis tarp mokinių, turinčių pagrindinį išsilavinimą ir dirbančiųjų dalis tarp mokinių, turinčių vidurinį išsilavinimą yra ta pati ir lygi 15-19 metų gyventojų daliai tarp 15-19 metų darbo jėgos. Mat mokiniai, turintys pagrindinį ir vidurinį išsilavinimą kaip tik ir patenka į šią amžiaus grupę.

$$D3_t = \frac{L_t^{20-24}}{LF_t^{20-24}}$$

Analogiškai kaip ir prieš tai, mokiniai (studentai), turintys aukštąjį išsilavinimą, kaip tik patenka į 20-24 metų amžiaus grupę.

Čia:

L_t^{15-19} ir L_t^{20-24} yra atitinkamai 15-19 metų ir 20-24 metų amžiaus grupių vidutinis gyventojų skaičius t- taisiais metais;

LF_t^{15-19} ir LF_t^{20-24} yra atitinkamai 15-19 metų ir 20-24 metų amžiaus grupių vidutinis darbo jėgos skaičius t- taisiais metais.

15 metų ir vyresnės darbo jėgos mirtingumą vertinsime pagal tokią formulę:

$$\delta_{t-1} = \frac{L_{t-1} - (L_t - L15_t)}{L_{t-1}} \quad (2)$$

Čia:

L_t - 15 metų ir vyresnės darbo jėgos kiekis t-taisiais metais;

$L15_t$ - vidutinis penkiolikmečių skaičius t-taisiais metais.

Pastebėsime, kad čia visiškai neatsižvelgiame į migraciją, bei laikome, kad mirtingumas yra vienodas kiekviename mokymosi lygmenyje.

Dydis $L_t - L15_t$ rodo išgyvenusiųjų skaičių nuo praėjusiųjų metų. Atėmę šį dydį iš L_{t-1} , gausime mirusiųosius. Taigi (2) rodo darbo jėgos dalį, kuri neišgyveno nuo praetų metų.

Įvesime naują kintamąjį $h_{i,t}$. Jo reikšmė yra: vidutinis žinių lygis i-ajame išsilavinimo lygmenyje ir jis yra skaičiuojamas taip:

$$h_{i,t} = \frac{H_{i,t}}{L_t}; i=0, 1, 2, 3$$

Pagaliau, formulė, skirta skaičiuoti žmogiškajam kapitalui, apima įvertintą vidutinį žinių lygį bei mokymosi metų skaičių kiekviename mokymosi lygyje.

$$h_t = \sum_{i=0}^3 h_{i,t} d_{i,t} \quad (3)$$

Čia:

h_t - vidutinis mokymosi metų skaičius vienam darbo jėgos vienetui;

$h_{j,t}$ - įvertintas žinių lygis, kurį turi darbo jėga j- ajame mokymosi lygyje;

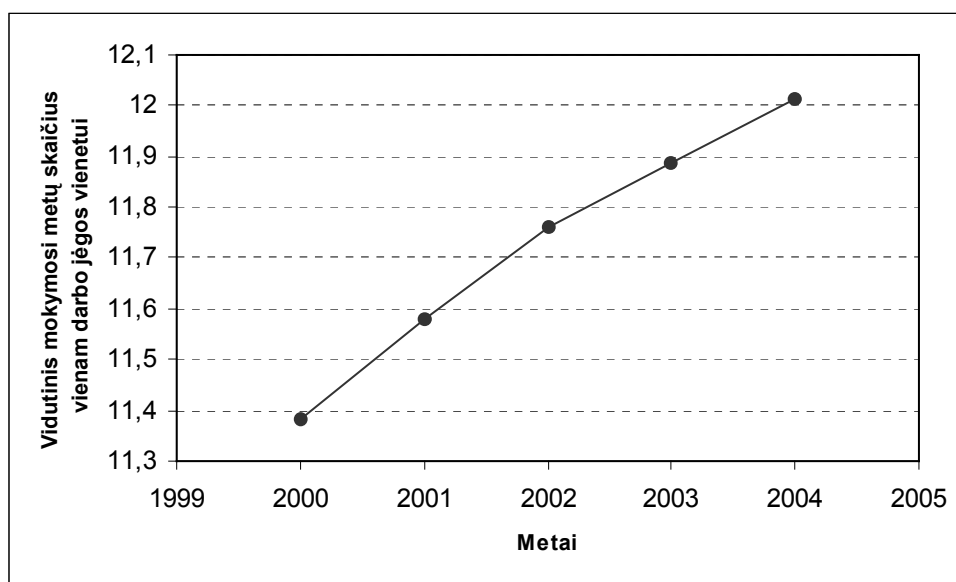
$d_{j,t}$ - vidutinis mokymosi metų skaičius j- ajame mokymosi lygyje.

Nuliniame lygmenyje šis parametras yra lygus 4. Kadangi labai sunku nustatyti, kiek vidutiniškai metų mokosi žmogus, kuris neturi pagrindinio išsilavinimo, tai darome prielaidą, jog mokiniai, kurie įgyja pradinį išsilavinimą (mokosi 4 metus) ir toliau mokosi, gauna ir pagrindinį išsilavinimą. Tai yra susiję ir su dabartine švietimo sistema. Mat po 10 metų mokymosi visi mokiai gauna pagrindinį išsilavinimą. O tie mokiniai, kurie toliau nebesimoko kaip tik ir yra neįgiję pagrindinio išsilavinimo, t.y. mokėsi tik 4 metus.

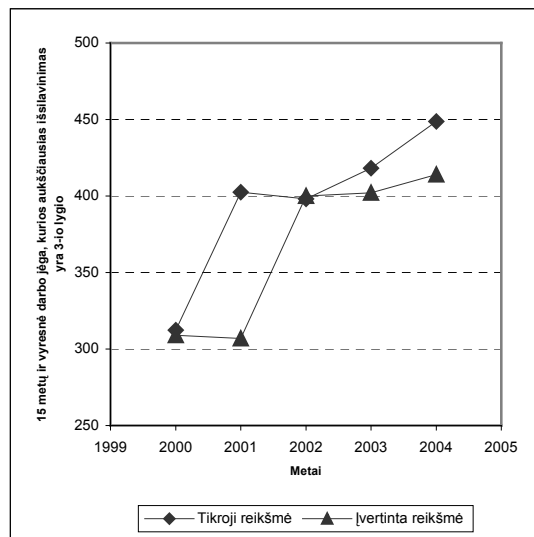
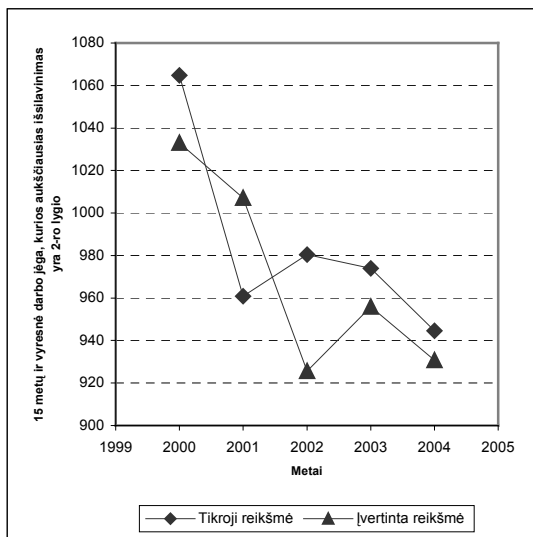
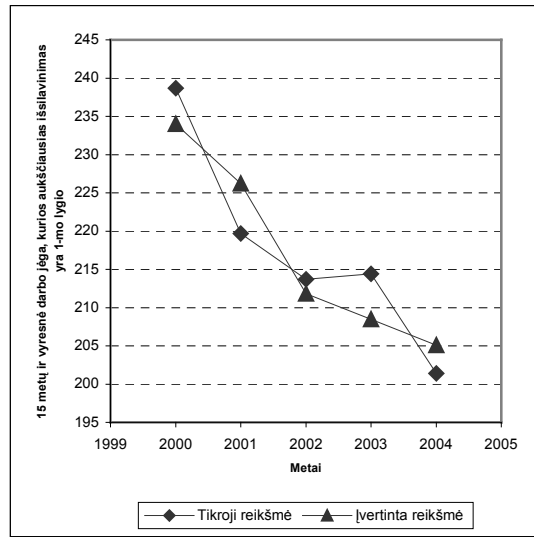
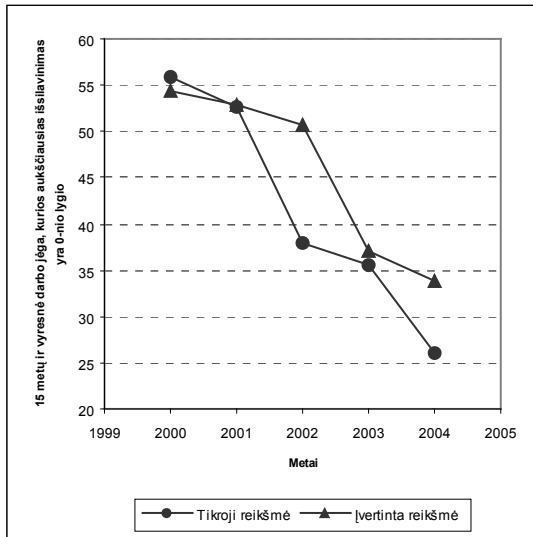
Buvo gauti tokie h_t įvertinimai:

Metai	2000	2001	2002	2003	2004
h_t	11,38	11,58	11,76	11,89	12,01

Žemiau esančiame paveiksle matome, kaip h_t kinta laike.



1 pav. Vidutinio mokymosi metų skaičiaus vienam darbo jėgos vienetui kitimas laike



2-5 pav. 15 metų ir vyresnės darbo jėgos (tūkst.), kurios aukščiausias išsilavinimas i-ojo lygio, kitimas laike (tikrosios ir įvertintos reikšmės)

Fizinis kapitalas ir jo vertinimas

Fizinio kapitalo vertinimas taip pat yra gana sudėtingas, kadangi nėra pakankamai informacijos apie dabartinį fizinio kapitalo dydį bei kapitalo nusidėvėjimo normą. Dažnai fizinio kapitalo laiko eilutės sudaromos taikant nuolatinių atsargų metodą: fizinis kapitalas lygus praeityje padarytų grynujų (atėmus pagrindinio kapitalo nuvertėjimo sumą) investicijų ir pradinio fizinio kapitalo sumai. Matematinė šio metodo išraiška yra tokia:

$$K_t = K_{t-1} \cdot (1 - r) + I_t \quad (4)$$

Čia:

K_t - fizinio kapitalo vertė momentu t ;

r - pagrindinio kapitalo nusidėvėjimo norma³;

I_t - realios investicijos į pagrindinį kapitalą padarytos per laikotarpį t . (Bendro pagrindinio kapitalo formavimas)

Taikant (4) lygtį, kai $t=1, 2, 3$ ir t.t. laikotarpio pabaigoje gausime tokį fizinio kapitalo dydį:

$$K_t = K_0 \cdot (1 - r)^t + \sum_{j=1}^t I_j \cdot (1 - r)^{t-j} \quad (5)$$

Dabar belieka apskaičiuoti pradinį fizinį kapitalą. Tam yra taikomas regresinės analizės metodas. Juo pasinaudojus, buvo gauta, kad $K_0 = 47243,12$ mln. Lt⁴ (pradinis kapitalas yra įvertintas 1995 metams).

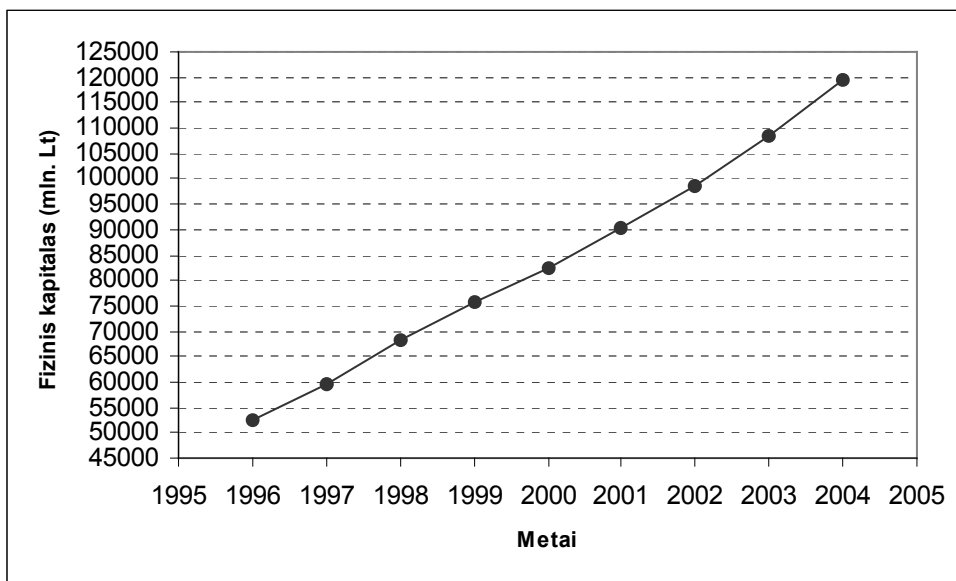
Taigi, pasinaudojus šiuo įverčiu, gavome tokius sekančių metų fizinio kapitalo dydžius:

Metai	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
K (mln. Lt)	52673,64	59585,1	68119,97	75826,57	82496,21	90157,3	98703,77	108548,8	119659,4
K/L (tūkst. Lt.)	29,53386	33,59367	39,69695	44,45221	49,34869	55,11511	60,5396	66,11169	73,8319

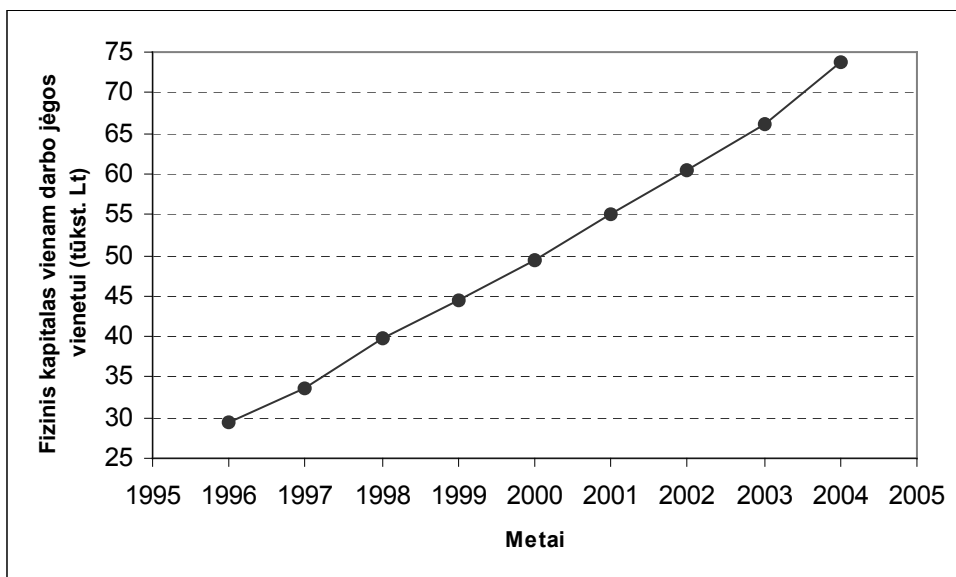
Žemiau pateiktame paveiksle, matome grafinį fizinio kapitalo kitimą laike.

³ Darysime prielaidą, kad ši norma yra pastovi ir lygi 0,025 arba 2,5 procentinių punktų kiekvienais metais.

⁴ Įvertis yra paimtas iš Igor Vetlov straipsnio "Baltijos šalių ekonomikos augimo apskaita". Plačiau apie pradinio fizinio kapitalo vertinimą skaitykite A PRIEDE.



6 pav. Fizinio kapitalo kitimas laike



7 pav. Fizinio kapitalo vienam darbo jėgos vienetui kitimas laike

Duomenys

Dalis skaičiavimams naudojamų duomenų – 15 metų ir vyresnė darbo jėga, realusis BVP – yra oficialiai skelbiami. Kiti duomenys nėra skelbiami. Fizinį ir žmogiškąjį kapitalą įvertinome. Visgi žmogiškojo kapitalo duomenų nėra daug, todėl, prieš atlikdami tolesnę analizę, įvertinsime žmogiškojo kapitalo dydį keletą metų atgal pasinaudoję jau turimais duomenimis.

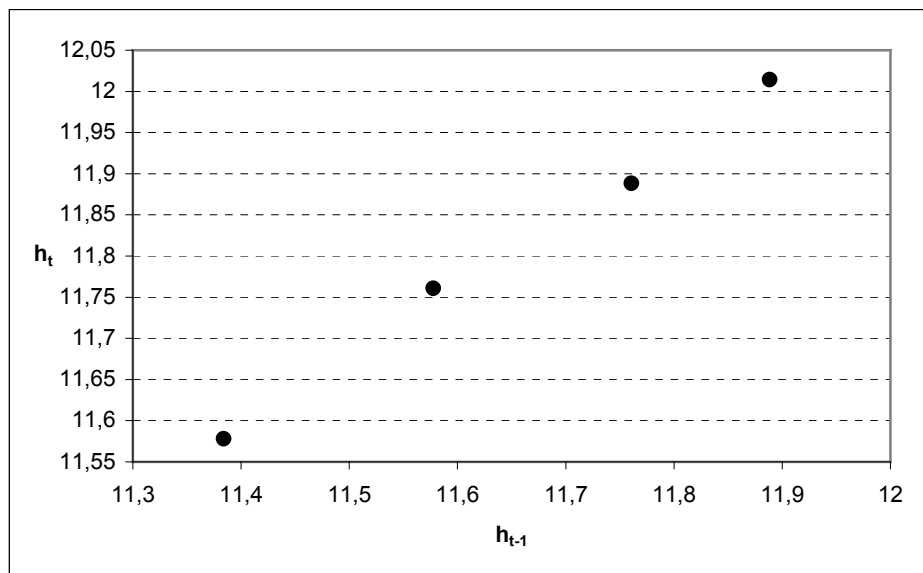
Tam panaudosime autoregresiją:

$$h_t = ah_{t-1} + b + \varepsilon_t$$

Čia ε_t - atsitiktinis dydis, kuris atspindi modelio netikslumus. Jis dar vadinamas modelio triukšmu. Laikysime, kad jis tenkina tam tikras prielaidas:

1. $E\varepsilon_1 = E\varepsilon_2 = \dots = 0$
2. Paklaidos ε_t su kiekvienu t turi pastovią dispersiją σ^2
3. ε_t su kiekvienu t yra nepriklausomi vienodai pasiskirstę pagal $N(0, \sigma^2)$ atsitiktiniai dydžiai

Pažvelkime į grafinį taškų išsidėstymą:



8 pav.

Matome, jog egzistuoja ryški tiesinė priklausomybė. Nežinomus koeficientus a ir b įvertinsime mažiausių kvadratų metodu. Gauti tokie rezultatai:

$$\hat{h}_t = 0,8463 \cdot h_{t-1} + 1,9491 \quad (6)$$

Be to buvo gauta, kad determinacijos koeficientas $R^2 = 0,996$, o apibendrintas determinacijos koeficientas $\bar{R}^2 = 0,994$.

Atlikus paklaidų analizę, buvo gauti tokie rezultatai:

Vidurkis	Standartinė paklaida	Dispersija
0,000	0,011679	0,000136

Dėl mažos imties, normalumui tikrinti naudojome Shapiro-Wilks statistiką. Gavome, kad ji yra 0,988 (ją atitinkanti p-reikšmė yra 0,9276), kas rodo jog nėra pagrindo atmesti hipotezės apie tai, jog paklaidos pasiskirsčiusios pagal normalųjį dėsnį su 95% tikimybe.

Pasinaudoję šia lygtimi galime įvertinti žmogiškojo kapitalo dydį vienam darbo jėgos vienetui keletą metų atgal.

Gauti tokie rezultatai:

Metai	1996	1997	1998	1999
h	10,15	10,54	10,87	11,15

Bendrojo vidaus produkto modeliavimas

Norėdami įvertinti žmogiškojo kapitalo įtaką ekonomikos augimui, naudosime (0) lygties išraišką:

$$Y_i = A \cdot K_i^\alpha \cdot H_i^\beta \cdot L_i^{1-\alpha-\beta} \cdot e^{u_i} \quad (7)$$

Dar kartą priminsime, kad:

A - bendras gamybos veiksnių našumo (arba technologijos) parametras;

Y_i - realus BVP;

K_i - fizinis kapitalas;

H_i - žmogiškasis kapitalas;

L_i - 15 metų ir vyresnės darbo jėgos kiekis.

u_i - modelio triukšmas, tenkinantis tas pačias prielaidas, kaip ir ankstesniame skyriuje.

Beliaka įvertinti nežinomus parametrus A, α, β . Tam visų pirma (7) lygtį padalinysime iš L_i ir po to išlogaritmuosime:

$$\ln y_i = \ln A + \alpha \cdot \ln k_i + \beta \cdot \ln h_i + u_i \quad (8)$$

Čia:

$$y_i = \frac{Y_i}{L_i}, \quad k_i = \frac{K_i}{L_i}, \quad h_i = \frac{H_i}{L_i}.$$

Buvo gauti tokie rezultatai:

1 lentelė

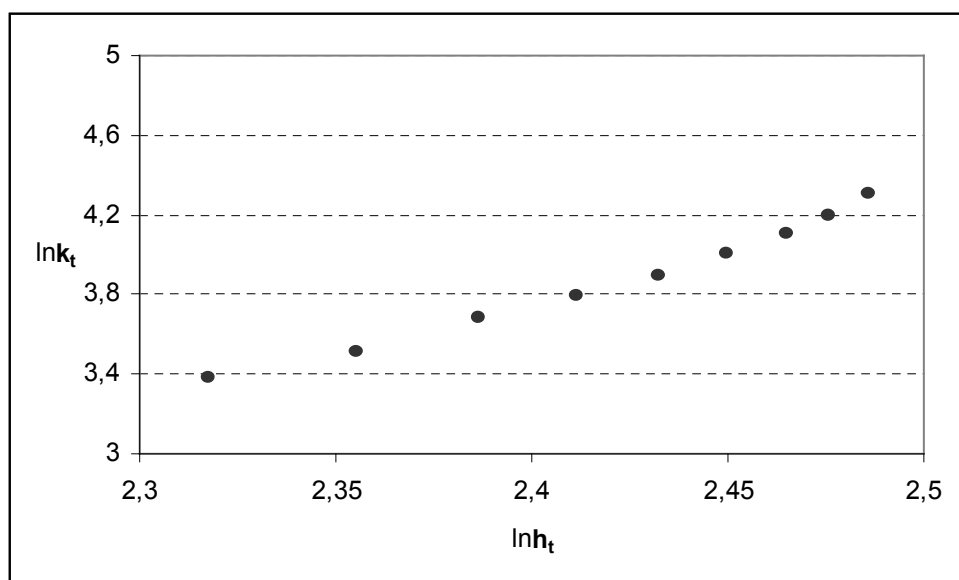
	Koeficientas	Standartinė paklaida	t-statistika	p-reikšmė	Tolerancijos koeficientas
$\ln A$	7,362	2,048	3,594	0,011	
α	1,262	0,222	5,682	0,001	0,017
β	-3,682	1,198	-3,074	0,022	0,017

Nors buvo gauta, kad $R^2 = 0,986$, o $\bar{R}^2 = 0,981$ (kas reiškia, kad regresijos lygtis "gerai" aprašo duomenis), tačiau matome, kad rezultatai rodo, jog žmogiškasis kapitalas neigiamai veikia BVP. Bet praktikoje žinoma, jog didesnis išsimokslinimas turėtų didinti BVP. Paieškokime priežasčių kodėl gavome tokį β koeficientą.

Viena iš jų galėtų būti didelė priklausomybė tarp $\ln k_t$ ir $\ln h_t$. Tam paskaičiuokime koreliacijos koeficientą tarp šių dydžių. Pasirodo, kad jis yra lygus 0,991. Beje, gavome kad koreliacija yra statistiškai reikšminga su pasiklovimo lygmeniu 0,01.

Taigi, tai ir gali būti viena iš priežasčių, kodėl (8) lygtyje β koeficientą gavome neigiamą. Esant dideliai koreliacijai tarp paaiškinančiųjų kintamųjų atsiranda taip vadinama multikolinearumo problema. Tai, jog šis efektas yra, galima spręsti ir iš 1 lentelėje pateiktos tolerancijos koeficiento reikšmės. Jeigu tolerancijos koeficiento reikšmė yra mažesnė negu 0,1, tai ir rodo multikolinearumo egzistavimą.

Dabar nustatysime sąryšį tarp $\ln k_t$ ir $\ln h_t$. Multikolinearumo efektas reiškia ne ką kitą, kaip tiesinio sąryšio egzistavimą tarp kintamųjų.



8 pav. $\ln h_t$ ir $\ln k_t$ priklausomybė

Nagrinesime tokią lygtį:

$$\ln k_t = \pi + \lambda \cdot \ln h_t + \nu_t$$

Čia $\nu_t \sim N(0, \sigma^2)$ nepriklausomi vienodai pasiskirstę atsitiktiniai dydžiai.

Iš 2 lentelės matome, kad tiek π , tiek ir λ koeficientai tikrai statistiškai reikšmingi. Taigi, gavome tokį sąryšį:

$$\hat{\ln k} = 5,346 \cdot \ln h - 9,061; R^2 = 0,983; \bar{R}^2 = 0,98 \quad (9)$$

Čia “^” žymi įvertintą dydį.

2 lentelė

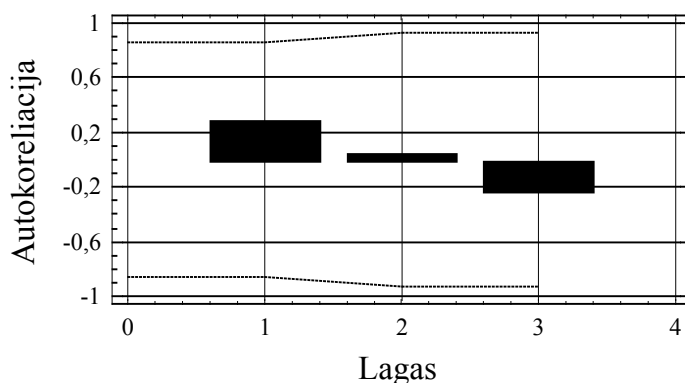
	Koeficientas	Standartinė paklaida	t-statistika	p-reikšmė
π	-9,061	0,646	-14,031	0,000
λ	5,346	0,267	20,038	0,000

Atliksime paklaidų analizę.

$\ln k$	3,3855	3,5143	3,6813	3,7944	3,8989	4,0094	4,1033	4,1913	4,3018
$\hat{\ln} k$	3,32901	3,53059	3,69541	3,83138	3,94055	4,03369	4,11616	4,17493	4,22862
ν	0,05653	-0,01625	-0,01414	-0,03697	-0,04163	-0,02427	-0,01286	0,01641	0,07317

Patikrinsime, ar $\nu_t \sim N(0, \sigma^2)$ ir yra nepriklausomi. Iš tikrųjų, atlikę Kolmogorovo testą normalumui tikrinti, gavome, kad p-reikšmė yra 0,437, o tai reiškia, kad su 90% ir didesniu patikimumu nėra pagrindo atmesiti hipotezės, kad ν_t pasiskirstę pagal normalųjį dėsnį.

	Vidurkis	Dispersija
ν_t	-0,000001	0,001642



8.1 pav. ν_t autokoreliacijos diagrama (reikšmingumo lygmuo 5%)

Iš 8.1 paveikslo matome, kad paklaidos nekoreliuoja. Atliksime keletą nepriklausomumo testų. Naudosime šiuos testus: nepriklausomumo pagal medianą testą (NM), nepriklausomumo pagal reikšmių kitimą testą (NK) ir Box-Pierce testą.

Pirmasis testas skaičiuoja kiek kartų reikšmės kerta medianos reikšmę. Šio testo p-reikšmė yra 0,252. Antrasis testas skaičiuoja kiek kartų reikšmės didėjo ar mažėjo. Šio testo p-reikšmė 0,302. Box-Pierce testas paremtas pirmų 24

autokoreliacijos koeficientų kvadratų suma. Šio testo p-reikšmė yra 0,751. Kadangi visų testų p-reikšmės yra didesnės negu 0,1, tai nėra pagrindo atmesti hipotezės, kad paklaidos yra nepriklausomos su 90% ir didesniu patikimumu.

Vienas iš būdų, kaip panaikinti multikolinearumo efektą, yra tiesiog išmesti kintamąjį su didžiausia p-reikšme (žr. 1 lentelę) iš regresijos lygties. Šiuo atveju išmesime kintamąjį $\ln h_t$. Ir vėl iš naujo įvertinsime (7) regresijos lygties koeficientus.

3 lentelė

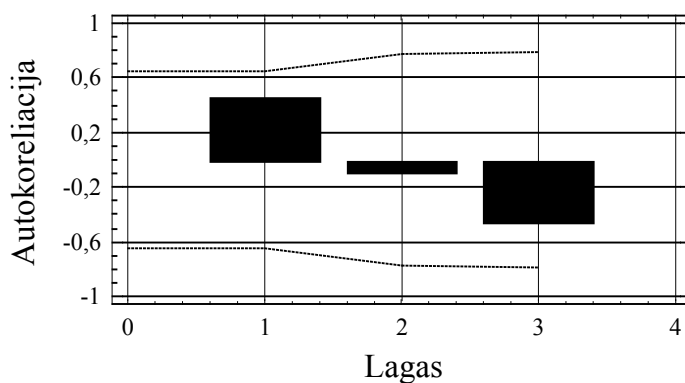
	Koeficientas	Standartinė paklaida	t-statistika	p-reikšmė
$\ln A$	1,076	0,168	6,409	0,000
α	0,585	0,043	13,552	0,000

Dabar grįžę prie (0) lygties formos, kai H_t kintamasis yra pašalintas, gausime tokį sąryšį:

$$\hat{Y} = 2,933 \cdot K^{0,585} \cdot L^{0,415} \quad (10)$$

Ištirkime paklaidas u_i .

	Vidurkis	Dispersija
u_i	-0,000001	0,001252



8.2 pav. u_i autokoreliacijos diagrama (reikšmingumo lygmuo 5%)

Kaip ir prieš tai, patikrinsime, ar $u_i \sim N(0, \sigma^2)$. Atlikę Kolmogorovo testą normalumui tikrinti, gavome, p-reikšmė yra 0,529. Taigi, nėra pagrindo atmesti hipotezės, kad paklaidos pasiskirsčiusios pagal normalųjį dėsnį, su 90% ir didesniu

patikimumu. Toliau ištirkime paklaidų nepriklausomumą. Atlikus jau anksčiau minėtus testus buvo gauti tokie rezultatai.

Testas	p-reikšmė
NM	0,252
NK	0,302
Box-Pierce	0,280

Kadangi visų trijų testų p-reikšmės yra didesnės negu 0,1, tai nėra pagrindo atmesti hipotezės, kad paklaidos yra nepriklausomi dydžiai, su 90% ir didesniu patikimumu.

Išvados ir rezultatai

Plačiau panagrinėkime (7), (8) ir (9) lygtis. Akivaizdu, kad jas galima perrašyti tokiu būdu:

$$y = 1574,983 \cdot k^{1,262} \cdot h^{-3,682} \quad (11a)$$

$$k = 0,000116 \cdot h^{5,346} \quad (11b)$$

$$y = 2,933 \cdot k^{0,585} \quad (11c)$$

Panagrinėkime, kas atsitiks, žmogiškąjį kapitalą (vidutinį mokymosi metų skaičių vienam darbo jėgos vienetui) padidinus 1%.

Pasirinkime $h = 12,01$. Šis skaičius nėra pasirinktas atsitiktinai. Kadangi paskutiniu laikotarpiu mokymosi metų skaičius vienam darbo jėgos vienetui kaip tik ir buvo toks⁵. Panagrinėkime, kas būtų buvę, jei 2004 metais h būtų didesnis 1%. Tada k (fizinis kapitalas vienam darbo jėgos vienetui išreikštas tūkst. Lt) iš (11b) lygties bus 68,50068. Dabar padidinkime h 1%. Gausime, kad k padidės 5,46%.

Dabar nagrinėkime (11a) lygtį. Iš jos nesunku gauti, kad y (BVP vienam darbo jėgos vienetui išreikštas tūkst. Lt) padidės 3,096%.

Tuo tarpu iš (11c) lygties gauname, kad y padidėja 3,161%.

Dabar įvertinsime kokia žmogiškojo kapitalo įtaka galėtų būti 2005-2007 metais. Pasinaudoję (6) formule, galime prognozuoti h keliems metams į priekį:

Metai	2005	2006	2007
Įvertintas h	12,11	12,20	12,27

Nežinodami k , bendrąjį vidaus produktą galima įvertinti pagal (11b) ir (11c) lygtis.

Metai	2005	2006	2007
k	71,60553	74,4968	76,81058
y	35,68254	36,51847	37,17777

⁵ Kalbama apie gautą h įvertinimą 2004 metais.

Pažiūrėkime, kokią įtaką BVP daro vidutinio mokymosi metų skaičiaus vienam darbo jėgos vienetui padidėjimas.

h padidėjimas procentais	h (vidutinis mokymosi metų skaičius vienam darbo jėgos vienetui)			y (tūkst. Lt vienam darbo jėgos vienetui)			y padidėjimas (tūkst. Lt vienam darbo jėgos vienetui)		
	2005	2006	2007	2005	2006	2007	2005	2006	2007
1%	12,2311	12,322	12,3927	36,8104	37,6728	38,3529	1,129	1,154	1,175
2%	12,3522	12,444	12,5154	37,9623	38,8516	39,5530	2,280	2,333	2,375
5%	12,7155	12,81	12,8835	41,5646	42,5383	43,3063	5,882	6,020	6,129

Kaip jau matėme, tiesioginę žmogiškojo kapitalo įtaką BVP nustatyti labai sudėtinga, kadangi fizinis ir žmogiškasis kapitalas koreliuoja tarpusavyje. Tai sukelia multikolinearumo efektą, dėl kurio regresijos koeficientų įvertinimai nėra tikslūs. Galima daryti išvadą, jog toks žmogiškojo kapitalo vertinimo būdas, t.y. žmogiškąjį kapitalą vertinant kaip išsilavinimo lygį, Lietuvos situacijai nėra labai geras.

LITERATŪRA

1. Ludger J. Loening, *The Impact of Education on Economic Growth in Guatemala*, preprint Nr. 87, Georg- August- Universitat Gottingen (June 2002)
2. Igor Vetlov, *Baltijos šalių ekonomikos augimo apskaita*, Pinigų studijos, septintieji metai, Nr. 3, 14-34 (2003 Rugsėjis)
3. Damodar N. Gujarati, *Basic Econometrics*, International Edition (1995)
4. V. Čekanavičius, G. Murauskas, *Statistika ir jos taikymai I*, TEV, Vilnius (2000)
5. V. Čekanavičius, G. Murauskas, *Statistika ir jos taikymai II*, TEV, Vilnius (2002)
6. *Lietuvos statistikos metraštis 2005*, Statistikos departamentas prie LR vyriausybės, Vilnius (2005)
7. *Lietuvos nacionalinės sąskaitos 2003*, Statistikos departamentas prie LR vyriausybės, Vilnius (2006)
8. *Lietuvos nacionalinės sąskaitos 2002*, Statistikos departamentas prie LR vyriausybės, Vilnius (2004)
9. *Darbo jėga, užimtumas ir nedarbas 1999-2004 (Tyrimo duomenys)*, Statistikos departamentas prie LR vyriausybės, Vilnius (2005)

Internetinės svetainės:

www.std.lt - Statistikos departamentas prie LR Vyriausybės,

www.lb.lt - Lietuvos banko internetinė svetainė

A PRIEDAS

Norint įvertinti fizinio kapitalo laiko eilutę, taikant nuolatinių atsargų metodą, reikalingas pradinis fizinio kapitalo dydis. Taigi buvo pasinaudota *Igor Vetlov* gautu įvertinimu.

Čia pateikiama ištrauka iš *Igor Vetlov* straipsnio “Baltijos šalių ekonomikos augimo apskaita”.

<...>

Visuminės gamybos funkcija

Daroma prielaida, kad visuminės gamybos funkcija yra *Cobb-Douglas* funkcijos, kuri apibūdina pastovaus gražos masto ekonomiką ir *Hicks* neutralią technologinę pažangą, formos (žr. Romer, 1996; Room, 2001; Fagan ir kt., 2001):

$$y_t = q_t \cdot k_{t-1}^\beta \cdot l_t^{(1-\beta)}, \quad (1)$$

kur: y_t - reali visuminė pasiūla (realus BVP); q_t - bendras gamybos veiksnių našumas (BGVN); k_t - realusis kapitalo fondas laikotarpio pabaigoje; l_t - darbas (dirbančiųjų skaičius); t - laiko indeksas; β - visuminės gamybos elastingumo kapitalo fondo atžvilgiu koeficientas.

Darant prielaidą, kad gamybos veiksnių rinkai būdinga tobula konkurencija, visuminės gamybos funkcijos elastingumo koeficientų aproksimacijai galima taikyti kapitalo ir darbo pajamų dalies BVP rodiklius. Ketvirtiniai BVP duomenys ir dirbančiųjų gyventojų skaičius oficialiai skelbiami, tačiau duomenys apie kapitalo fondo kitimą neskelbiami. Šiame straipsnyje kapitalo fondo laiko eilutės sudarytos taikant statistinius metodus, o vėliau BGVN apskaičiuojamas kaip *Solow* likutinis dydis (Romer, 1996).

Kapitalo fondo vertinimas

Kapitalo fondo laiko eilutės sudaromos taikant nuolatinių atsargų metodą (*perpetual inventory method*): kapitalo fondas lygus praeityje padarytų grynųjų

(atėmus pagrindinio kapitalo nusidėvėjimo sumą) investicijų ir pradinio kapitalo fondo sumai. Tai galima atvaizduoti matematiškai.

Tegul k_0 - pradinė kapitalo fondo vertė, t.y. kapitalo fondas $t = 0$ laikotarpio pabaigoje; δ - pagrindinio kapitalo vartojimo (arba nusidėvėjimo) norma; i_t - realiosios investicijos į pagrindinį kapitalą, padarytos per t laikotarpį. Taigi kapitalo fondo vertė $t = 1$ laikotarpio pabaigoje yra $k_1 = k_0 \cdot (1 - \delta) + i_1$, $t = 2$ laikotarpio pabaigoje - $k_2 = k_1 \cdot (1 - \delta) + i_2$, ..., o bendriausiu atveju t laikotarpio pabaigoje - $k_t = k_{t-1} \cdot (1 - \delta) + i_t$. Taikant šias lygtis, nesunku apskaičiuoti kapitalo fondo vertę t laikotarpio pabaigoje:

$$k_t = k_0 \cdot (1 - \delta)^t + \sum_{j=1}^t \{i_j \cdot (1 - \delta)^{[t-j]}\} \quad (2)$$

Pradiniam kapitalo fondui apskaičiuoti taikomas regresinės analizės metodas. Tačiau, prieš taikant šį metodą, būtina apibrėžti BGVN. Empiriniuose darbuose BGVN dažnai aproksimuojamas paprastu tiesiniu trendu, kuris rodo, kad BGVN yra egzogeninis, atitinkantis klasikinę interpretaciją, dydis (Solow, 1956; Swan, 1956). Šiame straipsnyje daroma prielaida, kad BGVN duomenų generavimo procesas turi tokią specifikaciją:

$$q_t = e^{\varphi + \psi T} \cdot v_t \quad (3)$$

kur: $e \approx 2,718$; φ ir ψ - BGVN parametrai; T - laiko trendas; v_t - stochastinė BGVN komponentė (*innovation*).

Įrašius 2 ir 3 lygtis į 1 lygtį, pastaroji įgauna stochastinės lygties su k_0 , φ , ir ψ parametrais pavidalą (žr. 4 lygtį). Taip pat daroma prielaida, kad pagrindinio kapitalo nusidėvėjimo norma (δ) yra pastovi ir lygi 0,025, t.y. kiekvieną ketvirtį 2,5 procento kapitalo fondo nusidėvi.

$$y_t = e^{\varphi + \psi T} \cdot \left\{ k_0 \cdot (1 - \delta)^{t-1} + \sum_{j=1}^{t-1} \{i_j \cdot (1 - \delta)^{[t-j-1]}\} \right\}^\beta \cdot I_t^{(1-\beta)} \cdot v_t \quad (4)$$

<...>

3. Kapitalo fondo įvertinimas

Baltijos šalių ekonomikos augimo apskaitai atlikti reikia įvertinti kapitalo fondą, kadangi šio rodiklio duomenys oficialiai neskelbiami. Taigi pagal 1 skyriuje išdėstyta

metodologiją iš pradžių įvertinami (4) lygties pradinio kapitalo fondo ir BGVN parametrai. Parametrų vertinimams gauti taikytas mažiausių kvadratų metodas (žr. 1 lentelę).

(4) lygties parametrų vertinimai

Šalis	Parametrai	Įverčiai	t-statistika	Koreguotas R ²
Lietuva	φ	5,0006	29,295	0,92
	ψ	0,0085	2,133	
	k_0	47243,12	2,009	

<...>

B PRIEDAS

Duomenys

Besimokančiųjų skirstymas švietimo lygmenimis (tūkst.)

	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Ikimokyklinis ugdymas	93,444	87,959	88,533	90,434	88,297	87,282
Pagrindinis mokymas	218,181	211,65	197,463	183,542	170,216	158,115
Vidurinis mokymas	322,885	332,097	336,096	335,632	333,834	323,801

Moksleivių, įgijusių išsilavinimą, skaičius (tūkst.)

	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Pagrindinį	42,2	42,6	45,3	47,7	50	51,7
Vidurinį	32,6	32,7	36,1	41,1	44	44,8
Aukštesnįjį	7	8,1	8,7	9,2	6,9	5,3
Aukštąjį neuniversitetinį			0,03	0,05	4,6	8,8
Aukštąjį universitetinį	9,1	10,3	11,6	12,7	14,7	15,8

15 metų ir vyresnė darbo jėga (tūkst.)

1996 m.	1997 m.	1998 m.	1999 m.	2000 m.	2001 m.	2002 m.	2003 m.	2004 m.
1783,5	1773,7	1716	1705,8	1671,7	1635,8	1630,4	1641,9	1620,7

15- mečių skaičius (tūkst.)

1996 m.	1997 m.	1998 m.	1999 m.	2000 m.	2001 m.	2002 m.	2003 m.	2004 m.
50,768	51,026	53,38	55,238	55,777	56,855	56,64	54,627	52,864

Darbo jėga pagal amžiaus grupes (tūkst.)

Amžiaus grupė	1999 m.	2000 m.	2001 m.	2002 m.	2003 m.	2004 m.
15-19 m.	45,7	30,3	22,8	18,4	20,6	14,8
20-24 m.	162,6	149,9	139,6	137,4	135,7	123,1

Gyventojai pagal amžiaus grupes (tūkst.)

Amžiaus grupė	1999 m.	2000 m.	2001 m.	2002 m.	2003 m.	2004 m.
15-19 m.	262,75	263,3	270,15	276,45	278	275,5
20-24 m.	248,25	236,2	236,75	239,9	245,45	250,6

Bendras vidaus produktas (mln. Lt)

1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
38820,8	41541,3	44565,2	43809,5	45848,4	48802,4	52097,3	57567,8	61585,7

Bendras pagrindinio kapitalo formavimasis (mln. Lt)

1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
6611,6	8228,3	10024,5	9409,6	8565,3	9723,5	10800,4	12312,6	13824,3

15 metų ir vyresnės darbo jėgos išsilavinimas (tūkst.)

	1999 m.	2000 m.	2001 m.	2002 m.	2003 m.	2004 m.
Aukštasis	313,8	312,3	287,3	292,4	311,6	332,4
Aukštesnysis			115,3	105,8	106,5	116,3
Spec vidurinis	421,9	414,6	345,8	349,4	336,1	310,3
Povidurinis			124,5	113,7	117,1	127,8
Vidurinis su prof kvalif.	298,6	308,5	146,1	160	166,6	168,9
Vidurinis	368,2	341,7	344,4	357,4	354,1	337,6
Pagrindinis su prof kval.	96	92,1	79,1	64,2	62,3	54,4
Pagrindinis	149,8	146,6	140,6	149,5	152,1	147
Pradinis su prof kvalif.			10,5	8,2	7,3	6,9
Pradinis	57,5	55,9	42,2	29,8	28,2	19,1