

VILNIAUS UNIVERSITETAS

MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS

Milda Pranckevičiūtė

**APIBENDRINTŲ GINI INDEKSŲ TAIKYMAS
REITINGAVIMO MODELIOSE**

Magistro darbas

VILNIUS 2006

Matematinės analizės katedra

Darbo vadovas **prof. A. Račkauskas** _____
(parašas)

Darbas apgintas _____ *2006 m. birželio mėn. 1 d.*
Gynimo posėdžio protokolo Nr. _____

Registravimo Nr. _____
2006-05-20 _____

TURINYS

1. SANTRAUKA	4
2. ĮVADAS	6
3. TRADICINIS GINI INDEKSAS IR JO APIBENDRINIMAI	7
3.1. LORENCO KREIVĖ	7
3.2. GINI INDEKSAS	8
3.3. DAUGIAMATIS GINI INDEKSAS	10
3.3.1. ATSTUMO GINI INDEKSAS	10
3.3.2. TŪRIO GINI INDEKSAS	11
4. REITINGAVIMO MODELIŲ GINI INDEKSAS IR JO APIBENDRINIMAI	12
4.1. FINANSINIAI RODIKLIAI	13
4.2. REITINGAVIMO MODELIO GALIA	15
4.3. GINI INDEKSAS	16
4.4. LORENCO KREIVĖS APATINĖ IR VIRŠUTINĖ APROKSIMACIJOS	18
4.5. NORMOS GINI INDEKSAS	21
4.6. TŪRIO GINI INDEKSAS	23
4.7. REITINGAVIMO MODELIŲ GINI INDEKSŲ STABILUMAS	27
6. LITERATŪRA	34
7. PRIEDAI	35
1 PRIEDAS. FINANSINIAI RODIKLIAI	35
2 PRIEDAS. GINI INDEKSŲ STABILUMO ANALIZĖS GRAFIKAI	40

1. SANTRAUKA

Tarptautinių atsiskaitymų banko (BIS) Bazelio II susitarimo nuostatos dėl bankų minimalaus kapitalo apibrėžia reikalavimus kredito rizikos skaičiavimui. Kredito rizikos vertinimo metodai leidžia naudoti vidines įmonių reitingavimo sistemas. Vienas svarbiausių reitingavimo modelio uždavinių – į modelį parinkti tokius finansinius ar nefinansinius rodiklius, kurie geriausiai klasifikuotų įmones pagal jų finansinio pajėgumo lygį. Populiariausias statistinis atrankos rodiklis yra tikslumo koeficientas dar vadinamas Gini indeksu. Tradicinis Gini indeksas buvo apibrėžtas 1914 m. ir iki šiol yra naudojamas pajamų nelygybei populiacijoje apskaičiuoti. 1995 Mosleris ir Koševojus pristatė k-matį Gini indekso analogą kaip zonoido tūrį. Šio darbo tikslas – naudojantis zonoidų teorijos idėjomis sukonstruoti apibendrintą reitingavimo modelių Gini indeksą. Pirmoje darbo dalyje pateiktos tradicinės Lorenco kreivės bei Gini indekso sąvokos ir Gini indekso apibendrinimai. Antroje darbo dalyje pagal BIS naudojamas reitingavimo modelio galios sąvokas apibrėžtas reitingavimo modelio Gini indeksas. Be to, apibrėžti Lorenco kreivės apatinės ir viršutinės aproksimacijų Gini indeksai bei sudaryti šių indeksų apibendrinimai – normos bei tūrio daugiamačiai Gini indeksai. Pabaigoje analizuojamas atskirų finansinių rodiklių Gini indeksų stabilumas bei bendras Gini indeksų – vienamčio, normos ir tūrio – stabilumas ir pateikiamos išvados.

Bank for International Settlements (BIS) Basel II resolutions on banks regulatory capital include requirements for credit risk calculation. Credit risk evaluation methods define the possibility of using the internal rating system. One of the main tasks to build the powerful scoring model is to select financial and non-financial factors that appropriately classify companies according to their financial situation. The most popular statistical measure used for discriminatory analysis is the accuracy ratio or Gini index. General Gini index presented in 1914 is still widely applied to measure income inequality in the population. The k-dimensional analogue of Gini index as volume of zonoid was defined only in 1995 by Mosler and Koshevoy. The main purpose of this paper is to build the generalized Gini index of scoring model following the theory of zonoids. In the first part of the paper the usual Lorenz curve, traditional Gini index and its summary measures

are presented. The second part presents the definition of the scoring models Gini index according to scoring model power measures applied in BIS resolutions. Furthermore the Gini indexes of Lorenz curve bottom and top approximations are defined and two its summary measures – norm and volume Gini indexes are constructed. Finally the stability of separate financial ratios Gini indexes and the general stability of univariate, norm and volume Gini indexes are analysed and final conclusions are presented.

2. ĮVADAS

Tarptautinių atsiskaitymų banko (BIS) Bazelio II susitarimo nuostatomis apibrėžiami reikalavimai bankų minimaliam kapitalui, o kartu ir kredito rizikos vertinimui. Bazelio komitetas siūlo bankams rinktis iš dviejų metodikų skaičiuojant reikalaujamą kapitalą ir atsižvelgiant į kredito riziką. Viena alternatyva siūlo taikyti standartinius modelius kredito rizikai įvertinti, papildant išorine informacija – tarptautinių agentūrų reitingais. Kita alternatyva leistų bankams naudoti vidines kredito rizikos portfelio įmonių reitingavimo sistemas. Vienas iš reitingavimo modelio uždavinių – pagal banko turimą rizikos portfelį į modelį parinkti tokius finansinius ar nefinansinius rodiklius, kurie geriausiai klasifikuotų įmones pagal jų finansinio pajėgumo lygį. Rodiklių atrankai naudojami statistiniai atrankos metodai. Vienas tinkamiausių statistinių atrankos rodiklių yra tikslumo koeficientas dar vadinamas Gini indeksu. Šis indeksas parodo atskirų finansinių ar nefinansinių rodiklių galimybes tinkamai atskirti finansiškai pajėgias ir bankrutavusias ar turinčias finansinių sunkumų įmones. Žinant, kad tam tikrų finansinių rodiklių dydžiai priklauso nuo įmonės veiklos sektoriaus ar statuso, būtų įdomu atlikti atranką rodiklių poroms, trejetams ir t.t. Be to, kompleksinė rodiklių analizė galėtų būti atliekama atskirai finansinių rodiklių grupėms ir atvirkščiai – į nagrinėjamą rinkinį rodiklius parenkant iš skirtingų rodiklių grupių. Norint atlikti finansinių ar nefinansinių rodiklių rinkinių atranką reikalingas atitinkamas daugiamatis Gini indekso analogas.

Gini indeksas kaip matas tam tikro populiacijos atributo skirtingumui nusakyti buvo apibrėžtas 1914 m. Geometriškai interpretuojant šis indeksas lygus plotui tarp Lorencio kreivės ir vienetinio kvadrato įstrižainės. Gana paprastai skaičiuojamas Gini indeksas dažniausiai kaip populiacijos individų pajamų nelygybės matas naudojamas jau daugiau kaip šimtą metų. Vis dėlto Gini indekso apibrėžimo dviejų ar daugiau rodiklių palyginimui problema sprendžiama iki šiol. Lorencio kreivė pirmą kartą apibrėžta buvo dar 1905 m. ir tik po devyniasdešimties metų produktyvūs žingsniai buvo žengti k-mačiam Lorencio kreivės analogui apibrėžti. 1995 m. Koševojus (Koshevoy) ir Mosleris (Mosler) pristatė Lorencio zonoido sąvoką. Zonoidas bei jo tūris šiuo metu laikomi k-mačiais Lorencio kreivės bei Gini indekso analogais.

Šio darbo tikslas – naudojantis zonoidų teorijos idėjomis sukonstruoti apibendrintą reitingavimo modelių Gini indeksą. Pirmoje darbo dalyje pateiktos tradicinės Lorenco kreivės bei Gini indekso sąvokos ir Gini indekso apibendrinimai. Antroje darbo dalyje pateiktas trumpas finansinių rodiklių aprašymas (detalus aprašymas bei rodiklių apskaičiavimo formulės pateikti 1 Priede), pristatyti du pasaulyje plačiai naudojami reitingavimo modeliai – Altmano (Altman) Z modelis bei reitingavimo agentūros Moody's RiskCalc modelis. Remiantis BIS naudojamomis reitingavimo modelio galios sąvokomis, apibrėžtas reitingavimo modelio Gini indeksas. Be to, apibrėžti Lorenco kreivės apatinės ir viršutinės aproksimacijų Gini indeksai bei sudaryti šių indeksų apibendrinimai – normos bei tūrio daugiamačiai Gini indeksai. Pabaigoje analizuojamas atskirų finansinių rodiklių Gini indeksų stabilumas bei bendras Gini indeksų – vienamčio, normos ir tūrio – stabilumas ir pateikiamos išvados.

3. TRADICINIS GINI INDEKSAS IR JO APIBENDRINIMAI

Tam tikro populiacijos atributo skirtingumui nusakyti paprastai naudojami Lorenco arba jam ekvivalentūs tvarkos sąryšiai. Plačiausiai pripažįstamas ir taikomas nelygybės matas yra Gini indeksas, apibrėžtas 1914 m. Didesnio matavimo erdvėse viskas yra žymiai sudėtingiau. Lorenco kreivė pirmą kartą apibrėžta 1905 m. ir tik 1995 m. Mosleris ir Koševojus pristatė Lorenco zonoidą, kuris laikomas k-mačiu Lorenco kreivės analogu, o zonoido tūris - k-mačiu Gini indeksu.

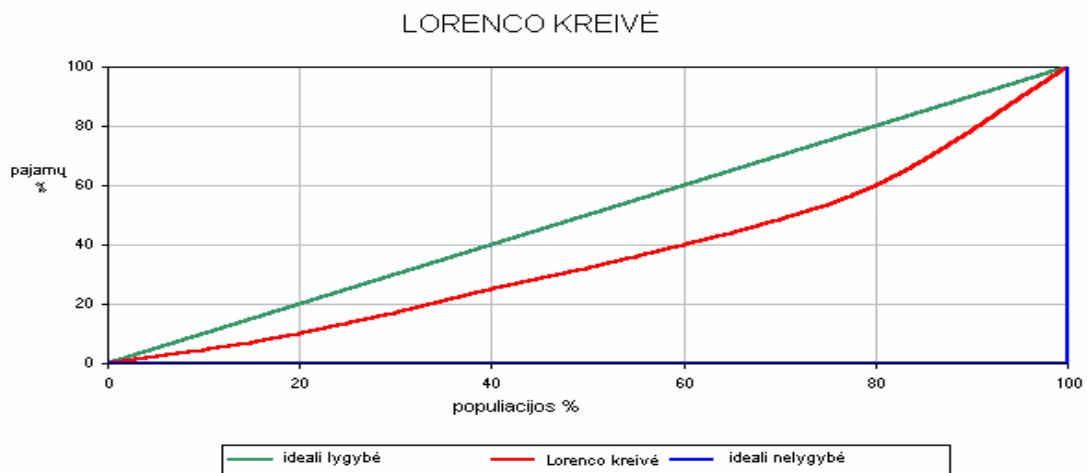
3.1. LORENCO KREIVĖ

Klasikinė Lorenco kreivė aprašo tam tikro rodiklio, pvz.: pajamų, skirtingumą populiacijoje. 1905 m. Lorenas pristatė nelygybės kreivę kaip informatyvesnę alternatyvą tuo metu populiariems rodikliams baigtinės populiacijos tam tikro atributo skirtingumui matuoti. Jis išrikiavo n populiacijos vienetų pajamas didėjančia tvarka $x_{(1)}$, $x_{(2)}$, ..., $x_{(n)}$ ir koordinačių plokštumoje išdėstė $n+1$ tašką: $(0,0)$ ir taškus:

$$\left(\frac{i}{n}, \sum_{j=1}^i x_{(j)} / \sum_{j=1}^n x_{(j)} \right), \quad i=1, 2, \dots, n.$$

Lorenco kreivė gaunama tolydžiai interpoliuojant atidėtus $n+1$ tašką. Vėliau mokslininkai pradėjo taikyti tiesinę interpoliaciją ir dabar manoma, kad tikslinga Lorenco kreivės apibrėžimu laikyti kreivę, gautą tiesiškai interpoliuojant $n+1$ tašką. Gauta išgaubta kreivė buvo patogi baigtinės populiacijos skirtingumo reprezentacija: kuo labiau gauta kreivė yra išgaubta, tuo didesnė nelygybė populiacijoje (1 grafikas).

1 Grafikas. Lorenco kreivė



Remiantis Lorenco idėja, Lorenco kreivės analogą galima gauti bet kokiam neneigiamam integruojamam atsitiktiniam dydžiui. Pažymėkime, \mathcal{L} – klasę pasiskirstymo funkcijų F , apibrėžtų teigiamų realiųjų skaičių aibėje, tenkinančių sąlygą $F(0-)=0$ ir turinčių teigiamą baigtinį vidurkį $\mu(F)=\int_{-\infty}^{\infty} x dF(x) > 0$. Lorenco funkcija L_F apibrėžiama:

$$L_F(t) = \mu^{-1} \int_0^t F^{-1}(s) ds, \quad 0 \leq t \leq 1,$$

$$F^{-1}(s) = \inf \{ x : F(x) \geq s \}, \quad 0 \leq s \leq 1.$$

Įprastinė Lorenco kreivė yra Lorenco funkcijos grafikas.

3.2. GINI INDEKSAS

Gini indeksas yra glaudžiai susijęs su Lorenco kreive. Pagal Arnaudo (Arnaud), Koševojaus ir Moslerio pateikiamą apibrėžimą jis lygus dvigubam srities tarp Lorenco kreivės bei vienetinio kvadrato įstrižainės plotui. Gini indeksas kinta tarp 0 ir 1. Kuo Gini

indekso reikšmė arčiau nulio, tuo tam tikro populiacijos rodiklio pasiskirstymas populiacijoje vienodesnis. Kuo Gini indekso reikšmė artimesnė vienetui, tuo didesnė tam tikro rodiklio nelygybė populiacijoje.

Nagrinėkime pasiskirstymo funkciją F iš klasės \mathcal{L} , turinčią vidurkį μ . Tada

$$M(F) = \frac{1}{2} E(|x - y|) = \frac{1}{2} \int_R \int_R |x - y| dF(x) dF(y)$$

yra pasiskirstymo funkcijos F Gini skirtumų vidurkio indeksas. Dydis, apibrėžtas formule

$$R(F) = \frac{1}{|\mu(F)|} M(F)$$

yra funkcijos F Gini indeksas.

Sakykime, turime empirinę pasiskirstymo funkciją. Tarkime F_a žymi pasiskirstymo funkciją, kuri suteikia vienodą svorį kiekvienam taškui $a_i \in R$, $a_1 \leq \dots \leq a_n$, $a = (a_1, \dots, a_n)$ ir tarkime $\bar{a} = (a_1 + \dots + a_n) / n$. Tuomet Lorencio kreivė plokštumoje yra tiesinė taškų $(k/n, a_1/a + \dots + a_k/a)$, $k = 1, \dots, n$ interpoliacija. Dydis

$$M(a_1, \dots, a_n) = M(F_a) = \frac{1}{2n^2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |a_i - a_j|$$

yra pasiskirstymo funkcijos F_a Gini skirtumų vidurkio indeksas, o

$$R(a_1, \dots, a_n) = R(F_a) = \frac{1}{\bar{a}} M(a_1, \dots, a_n) = \frac{1}{2n^2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \left| \frac{a_i}{\bar{a}} - \frac{a_j}{\bar{a}} \right|$$

yra F_a Gini indeksas su sąlyga, kad imties vidurkis nelygus nuliui.

Egzistuoja ir keletas kitų skirtingumo matų. 1915 m. Pietra pristatė kitą nelygybės matą, kuris apibrėžiamas:

$$P(F) = \frac{1}{2\mu} E(|F - \mu|)$$

Geometrinę šio indekso interpretaciją galima apibūdinti taip: Pietra indeksas nusako skirtumo tarp skirstinio F Lorencio kreivės ir vienetinio kvadrato įstrižainės maksimumą.

Trečias matas, turintis patrauklią geometrinę interpretaciją, yra indeksas, kurį pasiūlė mokslininkai Amato (Amato) ir Kakvani (Kakwani) ir kuris apibrėžiamas kaip Lorencio kreivės ilgis, normuotas taip, kad kistų nuo 0 iki 1.

3.3. DAUGIAMATIS GINI INDEKSAS

Po Lorenzo straipsnio pasirodymo dar daugelį metų kartkartėmis išskildavo diskusijos apie pastangas apibrėžti tinkamą d -matę Lorenzo kreivę, paviršių ar aibę. Lorenzo pasiūlytas apibrėžimas buvo susijęs su populiacijos individų išrikiavimu pagal tam tikrą rodiklį. Pastangos apibendrinti šią sąvoką dažniausiai nepasiteisindavo dėl neapsisprendimo, kaip tinkamai apibrėžti tvarkos sąryšį d -matėje erdvėje. Taguchi (Taguchi) (1972) ir Luneta (Lunetta) (1972) nepriklausomai vienas nuo kito pasiūlė dvimačio Lorenzo paviršiaus vienparametrę versiją. Po jų Arnoldas (Arnold) (1983) pristatė alternatyvią parametrinę manomo Lorenzo paviršiaus dvimačiams skirtiniams versiją. Vis dėlto nė viena iš pasiūlytų paviršių sąvokų nebuvo realiai įgyvendinama daugiausiai dėl sudėtingos interpretacijos.

3.3.1. ATSTUMO GINI INDEKSAS

Gini indekso apibendrinimas daugiamačiam atvejui paprasčiausiai įsivaizduojamas naudojant Gini skirtumų vidurkio indekso apibrėžimą. Pažymėkime, \mathcal{L}^d (\mathcal{L}_0^d) – pasiskirstymo funkcijų, apibrėžtų erdvėje R_+^d ir turinčių baigtinį (baigtinį ir nelygų nuliui) vidurkių vektorių, aibę. Tarkime $F \in \mathcal{L}^d$ – pasiskirstymo funkcija. Tuomet daugiamatis atstumo Gini indeksas apibrėžiamas:

$$M_D(F) = \frac{1}{2d} \int_{R^d} \int_{R^d} \|x - y\| dF(x) dF(y)$$

Čia $\|\cdot\|$ žymi Euklidinį atstumą erdvėje R^d .

Formule $R_D(F) = M_D(\tilde{F})$ apibrėžiamas normuotas atstumo Gini indeksas, \tilde{F} žymi normuotą pasiskirstymo funkcijos $F \in \mathcal{L}_0^d$ pasiskirstymo funkciją, kuri apibrėžiama taip: jei atsitiktinis vektorius $X = (X_1, \dots, X_d)$ pasiskirstęs pagal F , tai dydis $\tilde{X} = \left(\frac{X_1}{|\mu|}, \dots, \frac{X_d}{|\mu|} \right)$ pasiskirstęs pagal \tilde{F} .

Empirinei pasiskirstymo funkcijai Gini indekso apibendrinimas apibrėžiamas taip:

$$M_D(F_A) = \frac{1}{2dn^2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \left(\sum_{s=1}^d (a_{is} - a_{js})^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$R_D(F_A) = \frac{1}{2dn^2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \left(\sum_{s=1}^d \frac{(a_{is} - a_{js})^2}{\bar{a}_s^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Kitas galimas nelygybės koeficiento apibendrinimas į d-matę erdvę:

$$I_g(F) = E(g(\tilde{F}))$$

g – bet kokia tolygi iškila funkcija, apibrėžta erdvėje R^d .

3.3.2. TŪRIO GINI INDEKSAS

Realus pajudėjimas nuo vienmačio į daugiamatį atvejį įvyko pasinaudojus Lorencio kreivės apibrėžimu, kuris nebuvo susietas su stebėjimų išrikiavimu. 1995 m. Koševojus ir Mosleris pasiūlė paprastą idėją – nagrinėti iškilą populiacijos vienetų x_1, x_2, \dots, x_n apvalkalą. Gautas aibės, kuri pavadinta Lorencio zonoidu, apatinė riba yra įprastinė Lorencio kreivė.

Empirinei pasiskirstymo funkcijai $F_A, A \in R_{n \times d}^+$ Lorencio zonoidas apibrėžiamas taip:

$$LZ(F) = \left\{ z \in R_{d+1} : z = \left(\sum_{i=1}^n h(i) \cdot \hat{x}_i \right), 0 \leq h(i) \leq 1, \forall i \right\}$$

čia, $\hat{x}_i = \left(\frac{1}{n}, \frac{x_{i1}}{\sum_{l=1}^n x_{l1}}, \dots, \frac{x_{id}}{\sum_{l=1}^n x_{ld}} \right)$, $h: R_d^+ \rightarrow [0,1]$ - mati funkcija.

Paprasciau – $LZ(F_A)$ yra iškilas taškų $\sum_{i=1}^m \delta_i \hat{x}_i$, $\delta_i \in \{0,1\}$, $i=1, \dots, n$ apvalkalas arba

kitaip – atkarpų suma $\sum_{i=1}^n [0, \hat{x}_i]$.

Mosleris ir Koševojus ($d+1$) dimensijos $LZ(F)$ tūrį pristato kaip daugiamatį Gini indeksą, pavadintą tūrio Gini indeksu:

$$R_V(F) = \frac{1}{2^d - 1} (V_{d+1}(LZ(F) + C^d) - 1)$$

Čia, $C^d = \{(z_0, z_1, \dots, z_d) \in R^{d+1} : z_0 = 0, 0 \leq z_s \leq 1, s = 1, \dots, d\}$ – d-matis kubas erdvėje $R^{(d+1)}$, o Lorencio zonoido tūris skaičiuojamas taip:

$$V_{d+1}(LZ(F)) = \frac{1}{(d+1)!} \frac{1}{n^{d+1}} \sum_{i_1, \dots, i_{d+1}=1}^n |det[(1, \tilde{x}_{i_1}), \dots, (1, \tilde{x}_{i_{d+1}})]|,$$

$$\tilde{x}_{i_j} = \frac{x_{i_j}}{\sum_{l=1}^n x_{l1}}, j = 1, \dots, d+1.$$

Pereisime prie reitingavimo modelių Gini indekso apibrėžimo ir remdamiesi Moslerio ir Koševojaus zonoidų teorija pabandydysime sukonstruoti reitingavimo modelio Gini indekso apibendrinimą.

4. REITINGAVIMO MODELIŲ GINI INDEKSAS IR JO APIBENDRINIMAI

Reitingavimo modeliai sudaromi įmonės bankroto tikimybei prognozuoti ir konstruojami naudojant statistinę informaciją. Imamos dvi – „gerų“ ir „blogų“ – įmonių imtys. „Geromis“ vadinamos tokios įmonės, kurios po tam tikro atskaitos taško per nagrinėjamą laikotarpį netapo „blogomis“ įmonėmis. „Blogas“ įmonės galima apibrėžti labai skirtingai. Paprasčiausia būtų laikyti, kad „bloga“ įmonė yra ta, kuri atskaitos taške būdama „gera“ per nagrinėjamą laikotarpį bankrutavo. Vis dėlto Lietuvoje dalis smulkesnių įmonių vietoj pasiskelbimo bankrutavusia paprasčiausiai „išnyksta“. Todėl logiška būtų „blogomis“ įmonėmis pavadinti ir dingusias įmones. Dar daugiau, remiantis skolos išieškojimo agentūrų duomenimis į „blogų“ įmonių apibrėžimą galima būtų įtraukti įmones turėjusias tam tikrą skaičių neatsiskaitymo faktų.

Tarptautinių Atsiskaitymų Banko Bazelio Komiteto nutarimai leidžia bankams bei draudimo įmonėms sudaryti vidinius kredito rizikos portfelio įmonių reitingavimo modelius. Vienas iš tokio modelio uždavinių – pagal banko turimą rizikos portfelį į modelį atrinkti tokius finansinius ar nefinansinius rodiklius, kurie geriausiai atskirtų „geras“ ir „blogas“ įmones. Tokiai rodiklių analizei naudojami statistiniai atrankos metodai.

4.1. FINANSINIAI RODIKLIAI

Į kiekvieno reitingavimo modelio galutinę formulę reitingui apskaičiuoti įeina tam tikri finansiniai ir nefinansiniai rodikliai. Priklausomai nuo turimų balanso bei pelno (nuostolių) ataskaitos duomenų detalumo galima sudaryti net iki kelių šimtų finansinių rodiklių. Pavyzdžiui, turint kelerių metų finansines ataskaitas galima skaičiuoti turto, įsipareigojimų, pardavimų, pelno ir kt. augimo rodiklius. Sudarant reitingavimo modelį svarbu nagrinėti ir nefinansinius rodiklius – įmonės statusą, veiklą, amžių, registracijos ar buveinės adresą, darbuotojų skaičių, skolos išieškojimo agentūrų duomenis apie neatsiskaitymus ir t.t.

Teorijai iliustruoti šiame darbe naudojami vienos draudimo įmonės, užsiimančios kredito draudimu, Lietuvos įmonių finansiniai duomenys, kurie pateikti šio darbo elektroninėje versijoje. „Blogomis“ įmonėmis vadinamos tokios įmonės, dėl kurių neatsiskaitymo – tyčinio arba netyčinio (bankroto) – draudimo įmonė išmokėjo draudimo išmoką ir neatgavo regresą. Analizei naudojami tik finansiniai rodikliai, apskaičiuoti iš sutrumpintos balanso bei pelno (nuostolių) ataskaitos formos (1 Lentelė). Be to, nagrinėjami duomenys yra vienerių metų, todėl augimo rodikliai nebus analizuojami.

1 Lentelė. Finansinių ataskaitų duomenys

Žymėjimas	Pavadinimas
Balanso duomenys	
B1	Ilgalaikis turtas
B2	Trumpalaikis turtas
B21	Atsargos
B22	Pirkėjų skolos (trumpalaikės)
B3	Kiti aktyvai
B4	TURTAS IŠ VISO
B5	Kapitalas ir rezervai
B51	Įstatinis kapitalas
B52	Nepaskirstytas pelnas
B6	Ilgalaikiai įsipareigojimai
B7	Trumpalaikiai įsipareigojimai
B71	Skolos tiekėjams
B72	Sukauptos sąnaudos
B8	Kiti pasyvai
B9	SAVININKŲ NUOSAVYBĖ IR ĮSIPAREIGOJIMAI IŠ VISO
Pelno (nuostolių) ataskaitos duomenys	
PN1	Pardavimai ir paslaugos
PN2	Prekių ir paslaugų savikaina
PN3	Bendrasis pelnas
PN4	Pelnas (nuostoliai) prieš apmokestinimą
PN5	Grynasis pelnas (nuostoliai)

Net ir turint tik sutrumpintos vienerių metų balanso bei pelno (nuostolių) ataskaitos duomenis galima sudaryti gana daug finansinių rodiklių. Nagrinėjami rodikliai suskirstyti į tokias pagrindines grupes: likvidumo, pelningumo, mokumo bei veiklos efektyvumo. Likvidumo rodikliai parodo tam tikrą įmonės mokumo lygį priklausomai nuo to, kaip greitai įmonė sugeba turtą paversti pinigais. Pelningumo rodikliai padeda investuotojams orientuotis, ar verta investuoti į įmonę. Mokumo rodikliai parodo įmonės sugebėjimą atsiskaityti už ilgalaikius įsipareigojimus. Įmonės veiklos efektyvumo rodikliai apibūdina lėšų judėjimą iš vieno apytakos tako į kitą. Analizuojamų rodiklių apibrėžimai bei detalūs aprašymai pateikti 1 Priede.

Kredito rizikos analitikai vertindami įmonės kredito riziką atsižvelgia tik į pagrindinius visų grupių finansinius rodiklius. Panašiai, į reitingavimo modelius įtraukiama tik ta dalis finansinių rodiklių, kurie geriausiai atspindi įmonės finansinę situaciją.

Vieną pirmųjų įmonės finansinio vertinimo modelių 1960 m. sudarė Altmanas ir jį pavadino Z modeliu, platesnė informacija [7]. Iki šiol populiariaus Z modelio reikšmei apskaičiuoti naudojami penki finansiniai rodikliai:

- Grynojo apyvartinio kapitalo santykis su turtu (GAKS)
- Nepaskirstyto pelno ir turto santykis (NPT)
- Pelno prieš apmokestinimą ir palūkanų santykis su turtu (atitinka TG2)
- Kapitalo ir rezervų bei įsipareigojimų santykis (S2)
- Gryųjų pardavimų ir turto santykis (TG1)

Altmanas sudarė skirtingas Z-reitingo formules valstybinėms įmonėms ir viešosioms įstaigoms bei privačioms įmonėms. Į pastarųjų įmonių reitingo formulę penktasis rodiklis neįeina.

Kitas plačiai naudojamas reitingavimo modelis – reitingavimo agentūros Moody's RiskCalc modelis privačioms įmonėms. Šiuo modeliu nustatomam įmonės reitingui naudojami dešimt finansinių rodiklių:

- Turto rodiklis (apskaičiuojamas kaip turto ir VKI (vartotojų kainų indekso) santykis)
- Atsargų santykis su prekių ir paslaugų savikaina (nagrinėjamas atvirkštinis rodiklis – AA)

- Skolos rodiklis (S1)
- Grynujų pardavimų (bendrojo pelno) ir turto santykis (GPT)
- Grynujų pardavimų (bendrojo pelno) augimas (nenagrinėjamas, nes reikalingi dvejų metų duomenys)
- Greitasis likvidumas (GL1)
- Nepaskirstyto pelno ir turto santykis (NPT)
- Skolos aptarnavimo padengimo rodiklis, apskaičiuojamas kaip pelno prieš apmokestinimą ir palūkanų sąnaudų santykis (nenagrinėjamas dėl trūkstamų duomenų apie palūkanų sąnaudas)
- Grynujų pinigų ir turto santykis (nenagrinėjamas dėl trūkstamų duomenų apie palūkanų sąnaudas)
- Pardavimų augimas (nenagrinėjamas, nes reikalingi dvejų metų duomenys)

Šis modelis buvo sudarytas naudojant didžiulius reitingavimo įmonės Moody's informacijos apie įmones kiekius.

Lietuvos bankams, kredito draudimo įmonėms, informacijos agentūroms Lietuvos įmonių kredito rizikos vertinimui bei reitingavimui nėra tikslinga naudoti aukščiau aprašytų modelių, kadangi pastarieji sudaryti remiantis ne Lietuvos įmonių finansine bei nefinansine informacija. Kaip leidžia Bazelio II nutarimai, šios institucijos gali sudaryti vidinius reitingavimo modelius. Kiekvieno banko, kredito draudimo įmonės ar informacijos agentūros rizikos portfeliai yra skirtingi, todėl vidiniai reitingavimo modeliai turėtų atspindėti šią specifiką, o tai leistų padaryti atitinkamų rodiklių parinkimas į reitingavimo modelį.

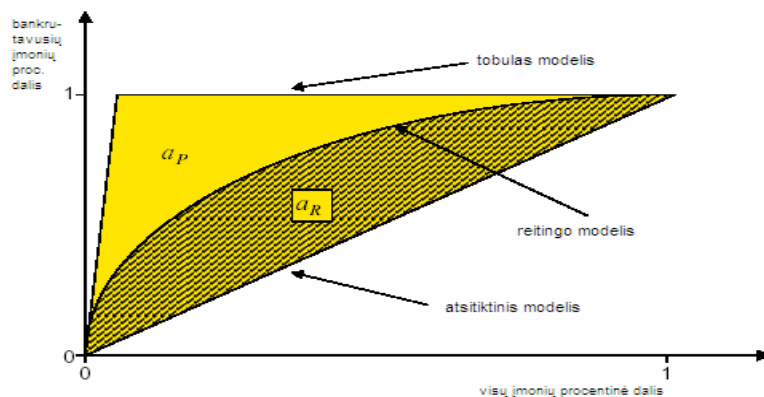
4.2. REITINGAVIMO MODELIO GALIA

Pagal BIS Bazelio komiteto nutarimus išvados apie tam tikro reitingo galią atskirti „geras“ ir „blogas“ įmones daromos naudojant statistinius atrankos rodiklius. Be to, atliekami reitingavimo modelio stabilumo tyrimai. Pastebėta, kad tinkamiausi statistiniai atrankos rodikliai yra tikslumo koeficientas (angl. accuracy ratio) dar vadinamas Gini indeksu bei ROC (angl. receiver operating characteristic) indeksas.

Tikslumo koeficientui apskaičiuoti sudaromos reitingo modelio bei tobulo modelio Lorencio kreivės dar vadinamos Gini kreive ar Galingumo kreive. Visos įmonės

pagal savo reitingą išrikiuojamos didėjimo tvarka nuo labiausiai rizikingos iki saugiausios, t.y. nuo įmonės su žemiausiu reitingu iki įmonės su aukščiausiu reitingu. Kiekvienai įmonių daliai x skaičiuojamas „blogų“ įmonių, turinčių lygų arba žemesnį reitingą už įmonės su aukščiausiu reitingu tarp dalies x , skaičius. Sujungus šiuos taškus, gaunama reitingavimo modelio Lorenco kreivė. Palyginimui sudaroma ir tobulo modelio Lorenco kreivė. Tobulas reitingo modelis yra toks, kuris „blogoms“ įmonėms priskiria žemiausius reitingus. Reitingavimo modelio tikslumo koeficientas šiuo atveju apskaičiuojamas pagal formulę $AR = a_R/a_P$, a_R – plotas tarp reitingo ir atsitiktinio modelio Lorenco kreivių, a_P – plotas tarp tobulo ir atsitiktinio modelio Lorenco kreivių (2 Grafikas). Reitingavimo modelis yra tuo geresnis kuo tikslumo koeficientas artimesnis vienetui.

2 Grafikas. Reitingavimo modelio tikslumo koeficientas



Tokiais pačiais principais galima atlikti atskirų rodiklių – finansinių ir nefinansinių – pagal kuriuos būtų atskiriamos „geros“ ir „blogos“ įmonės analizę. Į galutinį reitingavimo modelį patektų tie rodikliai, kurie geriausiai klasifikuoja „geras“ ir „blogas“ įmones.

4.3. GINI INDEKSAS

Apibrėšime Gini indeksą, naudojamą rodiklių atrinkimui į modelį. Sakykime, turime n „gerų“ įmonių ir m „blogų įmonių“ imtį, o bendrą imties dydį pažymėkime N . Pagal tam tikrą rodiklį išrikiuokime sumaišytą imtį didėjimo tvarka: $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n+m)}$.

Kiekvienam nariui $x_{(k)}$, $k=1, \dots, N$, priskiriame rodiklį $\beta_{(k)}$, pagal tai, ar įmonė „gera“ ar „bloga“:

$$\beta_{(k)} = \begin{cases} 0, & \text{jei } x_{(k)} \text{ – "gera"} \\ 1, & \text{jei } x_{(k)} \text{ – "bloga"} \end{cases}, \quad k=1, \dots, N$$

Pažymėkime,

$$b_k = \frac{\sum_{j=1}^k \beta_{(j)}}{\sum_{j=1}^N \beta_{(j)}}, \quad \text{kai } k=1, 2, \dots, N, \quad b_0=0. \quad (4.3.1)$$

Tuomet plokštumoje atidedami taškai:

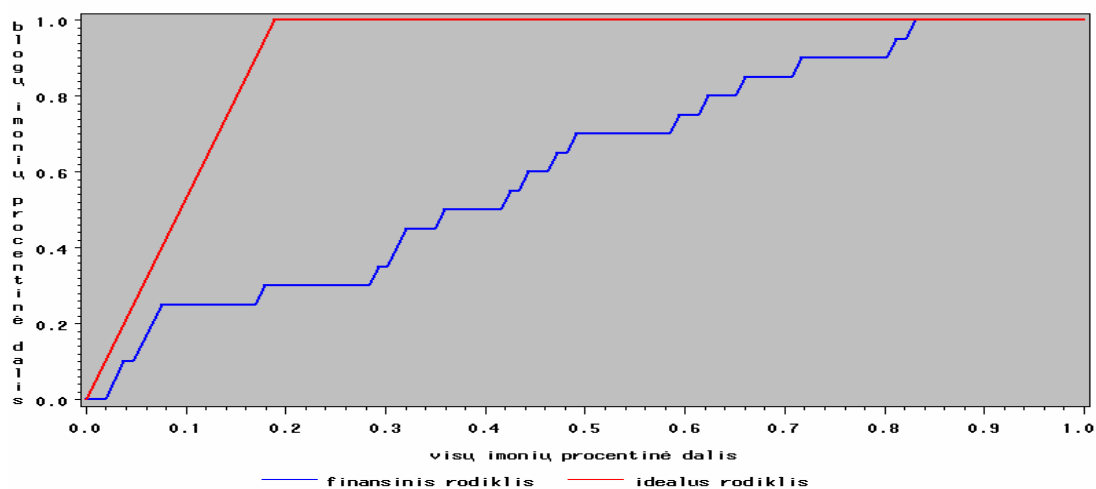
$$\left(\frac{k}{N}, b_k \right), \quad k=0, 1, \dots, N$$

ir tiesiškai interpoliuojant sujungiami į kreivę.

Reitingavimo modelio Gini indeksui apskaičiuoti naudojama idealaus rodiklio sąvoka. Idealiu rodikliu vadinsime tokį rodiklį, pagal kurį didėjimo tvarka išrikiavus nagrinėjamą imtį visos blogos įmonės išsirikiuoja pradžioje. Šiuo atveju kiekvienam imties nariui $x_{(k)}$, $k=1, \dots, N$ priskiriamas rodiklį $\alpha_{(k)}$:

$$\alpha_{(k)} = \begin{cases} 1, & \text{kai } k=1, \dots, m \\ 0, & \text{kai } k=m+1, \dots, N \end{cases}$$

3 Grafikas. Finansinio ir idealaus rodiklių Lorenco kreivės



Reitingavimo modelio rodiklių parinkimo Gini indeksą $G^{(1)}$ apibrėšime kaip plotų po nagrinėjamo finansinio rodiklio $G_{fr}^{(1)}$ ir po idealaus rodiklio $G_{id}^{(1)}$ Lorenco kreivėmis santykį. Reikia pastebėti, kad šis apibrėžimas šiek tiek skiriasi nuo Gini indekso, apibrėžto Bazelio nutarimuose, kur plotai skaičiuojami iki vienetinio kvadrato įstrižainės. Vis dėlto šis skirtumas rodiklių atrankos analizei įtakos neturės.

$$G^{(1)} = \frac{G_{fr}^{(1)}}{G_{id}^{(1)}} = \frac{\frac{1}{2Nm} \sum_{k=1}^N (2(N-k)+1)\beta_{(k)}}{1 - \frac{m^2}{2Nm}} = \frac{\sum_{k=1}^N (2(N-k)+1)\beta_{(k)}}{2Nm - m^2}, \quad (4.3.2)$$

čia

$$G_{fr}^{(1)} = \sum_{k=1}^N \int_{\frac{k-1}{N}}^{\frac{k}{N}} \left[\left(x - \frac{k-1}{N} \right) (b_k - b_{k-1}) \cdot N + b_{k-1} \right] dx$$

Atlikę elementarius veiksmus, gausime formulę:

$$G_{fr}^{(1)} = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N (b_{k-1} + b_k) \quad (4.3.3)$$

Pertvarkius (4.3.3) pagal (4.3.1):

$$G_{fr}^{(1)} = \frac{1}{2N \sum_{k=1}^N \beta_{(k)}} \sum_{k=1}^N (2(N-k)+1)\beta_{(k)} = \frac{1}{2Nm} \sum_{k=1}^N (2(N-k)+1)\beta_{(k)} \quad (4.3.4)$$

Idealus rodiklio Gini indeksas skaičiuojamas pagal taip pat kaip ir bet kuriam finansiniam rodikliui:

$$G_{id}^{(1)} = \frac{1}{2N \sum_{k=1}^N \alpha_{(k)}} \sum_{k=1}^N (2(N-k)+1)\alpha_{(k)} = 1 - \frac{m^2}{2Nm} \quad (4.3.5)$$

Pereisime prie Lorenco kreivės aproksimacijų bei atitinkamų Gini indeksų apibrėžimo.

4.4. LORENCO KREIVĖS APATINĖ IR VIRŠUTINĖ APROKSIMACIJOS

Lorenco kreivę iš viršaus arba iš apačios galima aproksimuoti laiptuota kreive. Lorenco kreivės viršutinės aproksimacijos laiptuotą funkciją brėšime kiekviename

intervale $\left[\frac{k-1}{N}, \frac{k}{N}\right]$, $k=1, \dots, N$ atidedami reikšmę b_k , $k=1, \dots, N$. Taip gauta trūki

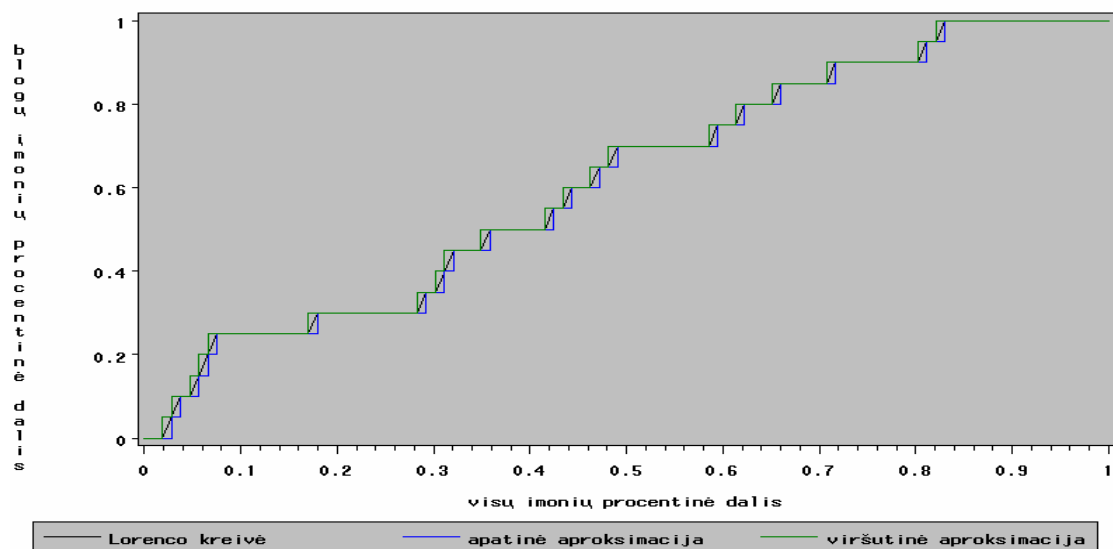
funkcija tiesiškai interpoliuojant sujungiama į laiptuotą kreivę.

Lorenco kreivės apatinės aproksimacijos laiptuota funkcija gaunama panašiai kaip ir

viršutinės aproksimacijos atveju. Intervaluose $\left[\frac{k-1}{N}, \frac{k}{N}\right]$, $k=1, \dots, N$ atidedama reikšmė

b_{k-1} , $k=1, \dots, N$ ir intervalų galų taškai tiesiškai interpoliuojant sujungiami į laiptuotą kreivę.

4 Grafikas. Lorenco kreivės viršutinė ir apatinė aproksimacijos



Reitingavimo modelio rodiklių parinkimo Gini indeksą galima apibrėžti ir kaip plotų po nagrinėjamo finansinio rodiklio bei idealaus rodiklio Lorenco kreivių viršutinę ar apatinę aproksimacijos kreivę santykį.

Viršutinės aproksimacijos kreivės Gini indeksą $Gv^{(1)}$ apibrėžiame taip:

$$Gv^{(1)} = \frac{Gv_{fr}^{(1)}}{Gv_{id}^{(1)}} = \frac{\frac{1}{Nm} \sum_{k=1}^N (N-k+1) \beta_{(k)}}{1 - \frac{m^2 - m}{2Nm}} = \frac{\sum_{k=1}^N (N-k+1) \beta_{(k)}}{Nm - \frac{m^2 - m}{2}} \quad (4.4.1)$$

Bet kurio finansinio bei idealaus rodiklių plotai po Lorenco kreivės viršutinės aproksimacijos kreivę apskaičiuojami pagal formules:

$$Gv_{fr}^{(1)} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N b_k = \frac{1}{N \sum_{k=1}^N \beta_{(k)}} \sum_{k=1}^N (N-k+1) \beta_{(k)} = \frac{1}{Nm} \sum_{k=1}^N (N-k+1) \beta_{(k)} \quad (4.4.2)$$

$$Gv_{id}^{(1)} = \frac{1}{N \sum_{k=1}^N \alpha_{(k)}} \sum_{k=1}^N (N-k+1) \alpha_{(k)} = 1 - \frac{m^2 - m}{2Nm} \quad (4.4.3)$$

Apatinės aproksimacijos kreivės Gini indeksą $Ga^{(1)}$ apibrėžiame taip:

$$Ga^{(1)} = \frac{Ga_{fr}^{(1)}}{Ga_{id}^{(1)}} = \frac{\frac{1}{Nm} \sum_{k=1}^N (N-k) \beta_{(k)}}{1 - \frac{m^2 + m}{2Nm}} = \frac{\sum_{k=1}^N (N-k) \beta_{(k)}}{Nm - \frac{m^2 + m}{2}} \quad (4.4.4)$$

Bet kurio finansinio bei idealaus rodiklių plotai po Lorencio kreivės apatinės aproksimacijos kreive apskaičiuojami pagal formules:

$$Ga_{fr}^{(1)} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N b_{k-1} = \frac{1}{N \sum_{k=1}^N \beta_{(k)}} \sum_{k=1}^N (N-k) \beta_{(k)} = \frac{1}{Nm} \sum_{k=1}^N (N-k) \beta_{(k)} \quad (4.4.5)$$

$$Ga_{id}^{(1)} = \frac{1}{N \sum_{k=1}^N \alpha_{(k)}} \sum_{k=1}^N (N-k) \alpha_{(k)} = 1 - \frac{m^2 + m}{2Nm} \quad (4.4.6)$$

Teoriniams apibrėžimams iliustruoti nagrinėjama imtis, sudaryta iš 86 „gerų“ įmonių ir 20 „blogų“ įmonių. Remiantis (4.3.2), (4.4.1), (4.4.4) formulėmis iš turimų duomenų apskaičiuoti finansinių rodiklių Gini indeksai. Lentelėje pateikiami dvylika rodiklių su aukščiausiais Gini indeksais:

2 Lentelė. Finansiniai rodikliai turintys aukščiausią Gini indeksą

Rodiklio Nr.	Rodiklio pavadinimas	$G^{(1)}$	$Gv^{(1)}$	$Ga^{(1)}$
38	Atsargų apyvartos trukmė (AAT)	0,7349	0,7363	0,7335
29	Atsargų apyvartumas (AA)	0,7104	0,7119	0,7089
18	Akcinio kapitalo pelningumas (AKP)	0,6885	0,6902	0,6869
20	Skolos rodiklis I (S1)	0,6797	0,6813	0,6780
1	Einamojo likvidumo koeficientas (EL)	0,6792	0,6808	0,6775
22	Skolos rodiklis II (S2)	0,6792	0,6808	0,6775
7	Įsipareigojimų koeficientas (IK)	0,6771	0,6788	0,6754
19	Nepaskirstyto pelno ir turto santykis (NPT)	0,6750	0,6767	0,6733
34	Kapitalo apyvartumas (KA)	0,6698	0,6715	0,6681
6	Grynojo apyvartinio kapitalo santykis su turtu (GAK)	0,6656	0,6674	0,6639
33	Turto apyvartumas (TA)	0,6589	0,6606	0,6571
32	Ilgalaikio turto apyvartumas (ITA)	0,6365	0,6383	0,6346

Iš 2 Lentelėje pateiktų rezultatų matome, kad viršutinės bei apatinės Lorencio kreivės aproksimacijų Gini indeksai nuo tikrosios Lorencio kreivės Gini indekso skiriasi tik per 0,0015-0,0017.

Į tinkamiausių rodiklių reitingo modeliui sąrašą pateko visų grupių finansiniai rodikliai: likvidumo – 3, pelningumo – 2, mokumo – 2, veiklos efektyvumo – 5. Tarp tinkamiausių rodiklių yra keletas savo prasme labai artimų: atsargų apyvartos trukmė ir atsargų apyvartumas; kapitalo, turto, ilgalaikio turto apyvartumas. Sprendimui, kuriuos rodiklius imti į galutinį reitingo modelį, galima pasitelkti sudėtingesnę analizės priemonę – daugiamačių Gini indeksą. Tuomet nagrinėjant rodiklių derinius po du, tris ar daugiau ir galima bandyti nustatyti, kurie rodikliai tinkamiausi modeliui. Tačiau visų pirma reikalingas reitingavimo modelių Gini indekso apibendrinimas.

4.5. NORMOS GINI INDEKSAS

Vieną gana paprastą Gini indekso apibendrinimą galima gauti tiesiogiai iš vienmačio Gini indekso formuliu. Nagrinėjame reitingavimo modelių Gini indeksą $G^{(1)}$, užrašytą pagal formules (4.3.2) – (4.3.5):

$$G^{(1)} = \frac{G_{fr}^{(1)}}{G_{id}^{(1)}} = \frac{\frac{1}{2N \sum_{k=1}^N \beta_{(k)}} \sum_{k=1}^N (2(N-k)+1) \beta_{(k)}}{\frac{1}{2N \sum_{k=1}^N \alpha_{(k)}} \sum_{k=1}^N (2(N-k)+1) \alpha_{(k)}} \quad (4.5.1)$$

Turėdami skirtingus finansinius rodiklius, galime sudaryti β -vektorių:

$$\vec{\beta} = (\beta^{(1)}, \beta^{(2)}, \dots, \beta^{(d)}),$$

čia d – nagrinėjamų finansinių rodiklių skaičius.

Tuomet, (4.5.1) formulėje vietoj $\beta_{(k)}$ imdami β -vektoriaus normą,

$$\|\vec{\beta}_{(k)}\| = \|(\beta_{(k)}^{(1)}, \beta_{(k)}^{(2)}, \dots, \beta_{(k)}^{(d)})\| = \left((\beta_{(k)}^{(1)})^2 + (\beta_{(k)}^{(2)})^2 + \dots + (\beta_{(k)}^{(d)})^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad k = 1, \dots, N$$

bei analogiškai apibrėžto α -vektoriaus normą, galime apibrėžti reitingavimo modelio Gini indekso apibendrinimą – normos Gini indeksą:

$$NG^{(d)} = \frac{NG_{fr}^{(d)}}{NG_{id}^{(d)}} = \frac{\frac{1}{2N \sum_{k=1}^N \|\vec{\beta}_{(k)}\|} \sum_{k=1}^N (2(N-k)+1) \|\vec{\beta}_{(k)}\|}{\frac{1}{2N \sum_{k=1}^N \|\vec{\alpha}_{(k)}\|} \sum_{k=1}^N (2(N-k)+1) \|\vec{\alpha}_{(k)}\|} \quad (4.5.2)$$

Remdamiesi viršutinė aproksimacijos kreivės Gini indekso išraiška, gauta iš formulių (4.4.1) – (4.4.3)

$$Gv^{(1)} = \frac{Gv_{fr}^{(1)}}{Gv_{id}^{(1)}} = \frac{\frac{1}{N \sum_{k=1}^N \beta_{(k)}} \sum_{k=1}^N (N-k+1) \beta_{(k)}}{\frac{1}{N \sum_{k=1}^N \alpha_{(k)}} \sum_{k=1}^N (N-k+1) \alpha_{(k)}}$$

bei apatinės aproksimacijos kreivės Gini indeksu, apibrėžtu formulėmis (4.4.4) – (4.4.6),

$$Ga^{(1)} = \frac{Ga_{fr}^{(1)}}{Ga_{id}^{(1)}} = \frac{\frac{1}{N \sum_{k=1}^N \beta_{(k)}} \sum_{k=1}^N (N-k) \beta_{(k)}}{\frac{1}{N \sum_{k=1}^N \alpha_{(k)}} \sum_{k=1}^N (N-k) \alpha_{(k)}}$$

galime užrašyti šių Gini indeksų apibendrinimus – viršutinės aproksimacijos kreivės normos Gini indeksą $NGv^{(d)}$

$$NGv^{(d)} = \frac{NGv_{fr}^{(d)}}{NGv_{id}^{(d)}} = \frac{\frac{1}{N \sum_{k=1}^N \|\vec{\beta}_{(k)}\|} \sum_{k=1}^N (N-k+1) \|\vec{\beta}_{(k)}\|}{\frac{1}{N \sum_{k=1}^N \|\vec{\alpha}_{(k)}\|} \sum_{k=1}^N (N-k+1) \|\vec{\alpha}_{(k)}\|} \quad (4.5.3)$$

ir apatinės aproksimacijos kreivės normos Gini indeksą $NGa^{(d)}$

$$NGa^{(d)} = \frac{NGa_{fr}^{(d)}}{NGa_{id}^{(d)}} = \frac{\frac{1}{N \sum_{k=1}^N \|\vec{\beta}_{(k)}\|} \sum_{k=1}^N (N-k) \|\vec{\beta}_{(k)}\|}{\frac{1}{N \sum_{k=1}^N \|\vec{\alpha}_{(k)}\|} \sum_{k=1}^N (N-k) \|\vec{\alpha}_{(k)}\|} \quad (4.5.4)$$

Remiantis formulėmis (4.5.2) – (4.5.4) apskaičiuoti normos įprastinės Lorencio kreivės bei jos apatinės ir viršutinės aproksimacijų Gini indeksai (3 Lentelė).

3 Lentelė. Dviejų rodiklių normos Gini indeksai

Rodiklių Nr.	Rodiklių sutrumpintas pavadinimas	$NG^{(2)}$	$NGv^{(2)}$	$NGa^{(2)}$
38-29	AAT – AA	0,7188	0,7202	0,7173
38-18	AAT – AKP	0,7127	0,7142	0,7112
38-20	AAT – S1	0,6962	0,6978	0,6946
38-1	AAT – EL	0,7062	0,7077	0,7047
38-22	AAT – S2	0,6954	0,6969	0,6938
38-7	AAT – IK	0,7000	0,7015	0,6984
38-19	AAT – NPT	0,7033	0,7048	0,7017
38-34	AAT – KA	0,6911	0,6927	0,6895
38-6	AAT – GAK	0,6906	0,6922	0,6890
38-33	AAT – TA	0,6817	0,6834	0,6801
38-32	AAT – ITA	0,6729	0,6746	0,6712

3 Lentelėje pateikti normos Gini indeksų, gautų sudarant finansinių rodiklių poras iš 2 Lentelėje nurodytų finansinių rodiklių, rezultatai. Visose porose pirmasis finansinis rodiklis yra atsargų apyvartos trukmė (AAT), turėjęs aukščiausią Gini indekso reikšmę vienmačiu atveju, o antrasis – iš eilės pagal vienamčio Gini indekso dydį einantys finansiniai rodikliai, pateikti 2 Lentelėje. Pastebėtina, kad dvimatis normos Gini indeksas finansinių rodiklių poras išrikiuoja šiek tiek skirtingai nuo vienmačio Gini indekso.

4.6. TŪRIO GINI INDEKSAS

Koševojus ir Mosleris įprastinį Gini indeksą apibendrina remdamiesi paprasta idėja: dvigubas plotas apribotas Lorencio kreive ir vienetinio kvadrato įstrižaine gaunamas sudarant imties taškų x_1, x_2, \dots, x_n iškilą apvalkalą. Nuo plokštumos pereinant į erdvę nagrinėjamos atkarpų $[(0, \vec{0}); (1, \vec{x}_i)]$ sumos Minkovskio prasme. Susumavus tokias atkarpas gauta figūra pavadinta zonoidu, o jos tūris – daugiamatis Gini indeksas – skaičiuojamas naudojantis žinomais faktais apie zonotopų tūrius. Vis dėlto Koševojaus ir

Moslerio zonoidų teorijos reitingavimo modelio Gini indeksui apibendrinti tiesiogiai taikyti negalime. Pagrindinis skirtumas gaunamas dėl to, kad reitingavimo modelių rodiklių Lorencio kreivės ribojama figūra nėra iškila. Jeigu imtume taškų $\beta_{(k)}$, $k=1, \dots, N$, iškila apvalkalą bet kuriuo atveju gautume figūrą, iš viršaus ribojamą idealaus rodiklio Lorencio kreivės ir nebegalėtume klasifikuoti finansinių rodiklių. Jeigu imtume taškų b_k , $k=1, \dots, N$ iškila apvalkalą, gautume figūrą, iš viršaus ribojamą Lorencio kreivės, kuri, deja, neturi jokio atitikmens finansinio rodiklio Lorencio kreivei ir jos Gini indeksas neišrikiuoja finansinių rodiklių pagal jų diskriminavimo galią. Remiantis Koševojaus ir Moslerio zonoidų idėja, panašų apibendrinimą galima sukonstruoti ir reitingavimo modelių Gini indeksui, kuriį pavadinsime tūrio Gini indeksu.

Sukonstruosime Lorencio kreivės viršutinės ir apatinės aproksimacijos Gini indekso apibendrinimą. Lorencio kreivės analogą d -matėje erdvėje vadinsime Lorencio paviršiumi. Naudosime daugiamatės tiesinės interpoliacijos formules viršutinei Lorencio paviršiaus aproksimacijai:

$$B(t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(d)}) = \sum_{k_1=0}^{[Nt^{(1)}]J+1} \sum_{k_2=0}^{[Nt^{(2)}]J+1} \dots \sum_{k_d=0}^{[Nt^{(d)}]J+1} f(\beta_{(k_1)}^{(1)}, \beta_{(k_2)}^{(2)}, \dots, \beta_{(k_d)}^{(d)}), \quad (4.6.2)$$

$$(t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(d)}) \in [0, 1]^d$$

ir apatinei Lorencio paviršiaus aproksimacijai:

$$B(t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(d)}) = \sum_{k_1=0}^{[Nt^{(1)}]J} \sum_{k_2=0}^{[Nt^{(2)}]J} \dots \sum_{k_d=0}^{[Nt^{(d)}]J} f(\beta_{(k_1)}^{(1)}, \beta_{(k_2)}^{(2)}, \dots, \beta_{(k_d)}^{(d)}), \quad (4.6.3)$$

$$(t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(d)}) \in [0, 1]^d$$

Funkciją f galima parinkti įvairiai. Nagrinėsime atvejį, kai funkcija f yra Euklidinė norma:

$$f(\beta_{(k_1)}^{(1)}, \beta_{(k_2)}^{(2)}, \dots, \beta_{(k_d)}^{(d)}) = \left\| (\beta_{(k_1)}^{(1)}, \beta_{(k_2)}^{(2)}, \dots, \beta_{(k_d)}^{(d)}) \right\| =$$

$$= \left((\beta_{(k_1)}^{(1)})^2 + (\beta_{(k_2)}^{(2)})^2 + \dots + (\beta_{(k_d)}^{(d)})^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

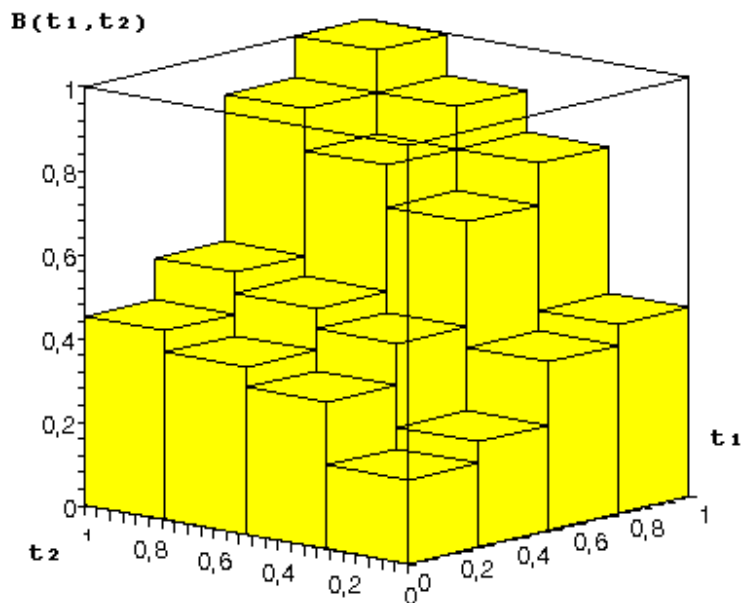
Atskiru atveju, kai $d=2$, Lorencio paviršiaus viršutinė aproksimacija apibrėžiama taip:

$$B(t^{(1)}, t^{(2)}) = \sum_{k_1=0}^{[Nt^{(1)}]J+1} \sum_{k_2=0}^{[Nt^{(2)}]J+1} \left((\beta_{(k_1)}^{(1)})^2 + (\beta_{(k_2)}^{(2)})^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.6.4)$$

$$(t^{(1)}, t^{(2)}) \in [0, 1]^2$$

Nagrinėjami atveju norėdami nubrėžti Lorencio paviršiaus viršutinę aproksimaciją trimatėje erdvėje, x ašyje atidedame $t^{(1)}$, y ašyje atidedame $t^{(2)}$, o z ašyje atidedame $B(t^{(1)}, t^{(2)})$ reikšmes, apskaičiuotas pagal (4.6.4). Gausime erdvinę figūrą, sudarytą iš stačiakampių gretasienių.

5 Grafikas. Lorencio paviršiaus viršutinė aproksimacija trimatėje erdvėje



Apatinė Lorencio paviršiaus aproksimacija atveju, kai $d=2$, apibrėžiama taip:

$$B(t^{(1)}, t^{(2)}) = \sum_{k_1=0}^{\lfloor Nt^{(1)} \rfloor} \sum_{k_2=0}^{\lfloor Nt^{(2)} \rfloor} \left((\beta_{(k_1)}^{(1)})^2 + (\beta_{(k_2)}^{(2)})^2 \right)^{\frac{1}{2}},$$

$$(t^{(1)}, t^{(2)}) \in [0, 1]^2$$

ir trimatėje erdvėje brėžiama analogiškai kaip ir viršutinės aproksimacijos atveju.

Tūrio Gini indeksą apibrėšime kaip figūrų, gautų interpoliuojant bet kokių finansinių rodiklių rinkinio taškus ir idealių rodiklių rinkinio taškus, tūrių santykį. Naudojantis (4.6.2.) formule Lorencio paviršiaus viršutinės aproksimacijos tūrio Gini indeksą apibrėšime:

$$TG_V^{(d)} = \frac{TG_V^{(d)}_{fr}}{TG_V^{(d)}_{id}} \quad (4.6.5)$$

Bet kokių finansinių rodiklių rinkinio tūrio Gini indeksas apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\begin{aligned} TGv_{fr}^{(d)} &= \frac{1}{C_\beta} \frac{1}{N^d} \sum_{k_1=1}^N \sum_{k_2=1}^N \dots \sum_{k_d=1}^N B\left(\frac{k_1}{N}, \frac{k_2}{N}, \dots, \frac{k_d}{N}\right) = \\ &= \frac{1}{C_\beta} \frac{1}{N^d} \sum_{k_1=1}^N \sum_{k_2=1}^N \dots \sum_{k_d=1}^N \sum_{j_1=1}^{k_1} \sum_{j_2=1}^{k_2} \dots \sum_{j_d=1}^{k_d} \left((\beta_{(j_1)}^{(1)})^2 + (\beta_{(j_2)}^{(2)})^2 + \dots + (\beta_{(j_d)}^{(d)})^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \end{aligned}$$

$$\text{čia } t^{(1)} = \frac{k_1}{N}, \dots, t^{(d)} = \frac{k_d}{N},$$

$$C_\beta = \sum_{j_1=1}^N \sum_{j_2=1}^N \dots \sum_{j_d=1}^N (\beta_{(j_1)}^2 + \beta_{(j_2)}^2 + \dots + \beta_{(j_d)}^2)^{\frac{1}{2}}$$

Idealaus rinkinio tūrio Gini indeksas apibrėžiamas analogiškai.

$$TGv_{id}^{(d)} = \frac{1}{C_\alpha} \frac{1}{N^d} \sum_{k_1=1}^N \sum_{k_2=1}^N \dots \sum_{k_d=1}^N \sum_{j_1=1}^{k_1} \sum_{j_2=1}^{k_2} \dots \sum_{j_d=1}^{k_d} (\alpha_{(j_1)}^2 + \alpha_{(j_2)}^2 + \dots + \alpha_{(j_d)}^2)^{\frac{1}{2}},$$

$$\text{čia } C_\alpha = \sum_{j_1=1}^N \sum_{j_2=1}^N \dots \sum_{j_d=1}^N (\alpha_{(j_1)}^2 + \alpha_{(j_2)}^2 + \dots + \alpha_{(j_d)}^2)^{\frac{1}{2}}$$

Naudojantis (4.6.3) formule apibrėžiamas Lorencio paviršiaus apatinės aproksimacijos tūrio Gini indeksas:

$$TGa^{(d)} = \frac{TGa_{fr}^{(d)}}{TGa_{id}^{(d)}} \quad (4.6.6)$$

Bet kokių finansinių rodiklių rinkinio Gini indeksas apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\begin{aligned} TGa_{fr}^{(d)} &= \frac{1}{C_\beta} \frac{1}{N^d} \sum_{k_1=0}^{N-1} \sum_{k_2=0}^{N-1} \dots \sum_{k_d=0}^{N-1} B\left(\frac{k_1}{N}, \frac{k_2}{N}, \dots, \frac{k_d}{N}\right) = \\ &= \frac{1}{C_\beta} \frac{1}{N^d} \sum_{k_1=0}^{N-1} \sum_{k_2=0}^{N-1} \dots \sum_{k_d=0}^{N-1} \sum_{j_1=0}^{k_1} \sum_{j_2=0}^{k_2} \dots \sum_{j_d=0}^{k_d} \left((\beta_{(j_1)}^{(1)})^2 + (\beta_{(j_2)}^{(2)})^2 + \dots + (\beta_{(j_d)}^{(d)})^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \end{aligned}$$

$$\text{čia } t^{(1)} = \frac{k_1}{N}, \dots, t^{(d)} = \frac{k_d}{N}.$$

Idealaus rinkinio Gini indeksas apibrėžiamas analogiškai.

$$TGa_{id}^{(d)} = \frac{1}{C_\alpha} \frac{1}{N^d} \sum_{k_1=0}^{N-1} \sum_{k_2=0}^{N-1} \dots \sum_{k_d=0}^{N-1} \sum_{j_1=0}^{k_1} \sum_{j_2=0}^{k_2} \dots \sum_{j_d=0}^{k_d} (\alpha_{(j_1)}^2 + \alpha_{(j_2)}^2 + \dots + \alpha_{(j_d)}^2)^{\frac{1}{2}}$$

Remiantis formulėmis (4.6.5) – (4.6.6) apskaičiuoti apatinės ir viršutinės Lorencio paviršiaus aproksimacijų tūrio Gini indeksai (4 Lentelė).

4 Lentelė. Dviejų rodiklių tūrio Gini indeksai

Rodiklių Nr.	Rodiklių sutrumpintas pavadinimas	$TGv^{(2)}$	$TGa^{(2)}$
38-29	AAT – AA	0,7458	0,7432
38-18	AAT – AKP	0,7355	0,7328
38-20	AAT – S1	0,7313	0,7286
38-1	AAT – EL	0,7310	0,7283
38-22	AAT – S2	0,7310	0,7283
38-7	AAT – IK	0,7300	0,7273
38-19	AAT – NPT	0,7291	0,7263
38-34	AAT – KA	0,7266	0,7239
38-6	AAT – GAK	0,7246	0,7219
38-33	AAT – TA	0,7214	0,7186
38-32	AAT – ITA	0,7109	0,7080

4 Lentelėje pateikti tų pačių finansinių rodiklių porų, kurioms buvo skaičiuoti normos Gini indeksai (3 Lentelė), tūrio Gini indeksų reikšmės. Finansinių rodiklių porų išrikiavimas pagal normos ir tūrio Gini indeksus skiriasi, tačiau tūrio Gini indeksas finansinių rodiklių poras išrikiavo taip pat kaip vienmatis Gini indeksas.

4.7. REITINGAVIMO MODELIŲ GINI INDEKSŲ STABILUMAS

Turint vienmačio reitingavimo modelio Gini indekso, normos Gini indekso bei tūrio Gini indekso sąvokas ir norint nuspręsti, kuris iš šių matų tinkamiausias rodiklių atrinkimui į reitingavimo modelį, galima analizuoti apibrėžtų Gini indeksų stabilumą. Be to, sudarant reitingavimo modelį analizuojamas atskirų rodiklių Gini indeksų stabilumas. Stabilus rodiklio Gini indeksas leistų užtikrinti, kad pasirinktasis rodiklis gerai atskirs „geras“ įmones nuo „blogų“ ne tik reitingavimo modeliui sudaryti naudojamoje įmonių imtyje, bet ir realybėje, kuri yra itin dinamiška. Stabilių rodiklių parinkimas labai svarbus lietuviškų įmonių reitingavimo modeliui, nes Lietuvos ekonomika yra sparčiai besivystanti (Lietuvos BVP augimo tempai vieni didžiausių Europoje), taigi ir kintanti. Paprastai rodiklių Gini indeksų stabilumas nagrinėjamas pasirenkant skirtingą imtį nuo naudotos reitingavimo modelio sudarymui (angl. out-of-sample validation) bei imant skirtingo laikotarpio duomenis (angl. out-of-date validation). Šiame darbe Gini indekso kitimas nagrinėjamas atsitiktinai renkant „geras“ ir „blogas“ įmones į imtį bei keičiant „blogų“ įmonių dalį imtyje. Atliksime atskirų rodiklių Gini indeksų (vienmačio, normos ir tūrio) stabilumo analizę bei bendrą Gini indeksų stabilumo analizę.

Stabilumo tyrimui fiksuojamas imties dydis, lygus 40 įmonių. Į imtį dešimt kartų atsitiktinai renkamos „geros“ ir „blogos“ įmonės (sunumeruotos „geros“ ir „blogos“ įmonės imamos į imtį pagal reikšmes gaunamas generuojant tolygų tam tikrame intervale atsitiktinį dydį) ir kiekvieną kart apskaičiuojami Gini indeksai, apibrėžti formulėmis (4.3.2), (4.5.2), ir (4.6.5). „Blogų“ įmonių skaičius imtyje keičiamas renkant į imtį nuo 5 proc. iki 50 proc., t.y. nuo 2 iki 20 „blogų“ įmonių. Taigi iš turimų dešimties Gini indeksų kiekvienam „blogų“ įmonių skaičiui imtyje apskaičiuojamas vidurkis bei standartinis nuokrypis. Reitingavimo modelių Gini indekso stabilumo tyrimui iliustruoti pasirinkta po vieną finansinių rodiklių grupės rodiklį, turintį aukščiausią vienmatį Gini indeksą. Daugiamačių Gini indeksų stabilumas nagrinėjamas šių rodiklių poroms, kuriose pirmasis rodiklis su aukščiausiu Gini indeksu yra fiksuotas. 5 Lentelėje pateikti rezultatai apie

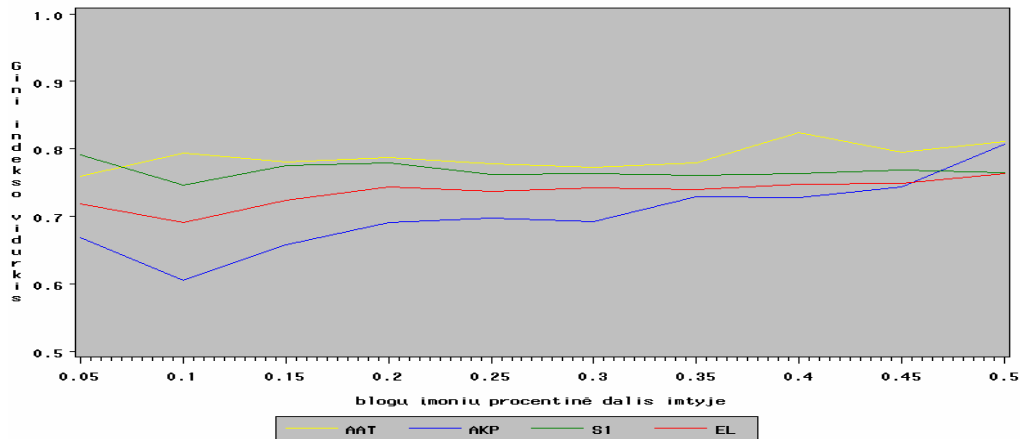
Gini indeksų vidurkius pagal skirtingą blogų įmonių skaičių imtyje.

5 Lentelė. Gini indeksų vidurkiai pagal skirtingą „blogų“ įmonių skaičių imtyje

Gini indeksas	Finansinis rodiklis	„Blogų“ įmonių procentas imtyje										Gini indeksas pagal visą imtį
		5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%	
		Gini indekso vidurkis										
$G^{(1)}$	AAT	0,76	0,79	0,78	0,79	0,78	0,77	0,78	0,82	0,80	0,81	0,73
	AKP	0,67	0,60	0,66	0,69	0,70	0,69	0,73	0,73	0,74	0,81	0,69
	S1	0,79	0,75	0,78	0,78	0,76	0,76	0,76	0,76	0,77	0,76	0,68
	EL	0,72	0,69	0,72	0,74	0,74	0,74	0,74	0,75	0,75	0,76	0,68
$NG^{(2)}$	AAT-AKP	0,71	0,70	0,71	0,73	0,73	0,73	0,75	0,77	0,76	0,79	0,71
	AAT-S1	0,79	0,78	0,77	0,78	0,76	0,76	0,75	0,78	0,77	0,77	0,70
	AAT-EL	0,74	0,74	0,74	0,75	0,75	0,74	0,74	0,76	0,75	0,77	0,71
$TGv^{(2)}$	AAT-AKP	0,72	0,71	0,74	0,76	0,77	0,77	0,79	0,80	0,81	0,85	0,74
	AAT-S1	0,78	0,78	0,78	0,80	0,79	0,80	0,81	0,82	0,83	0,83	0,73
	AAT-EL	0,75	0,76	0,77	0,80	0,79	0,79	0,80	0,81	0,82	0,83	0,73

Pagal 5 lentelėje pateiktus rezultatus reitingavimo modelio rodiklių Gini indekso (4.3.2) vidurkio kitimas pagal skirtingą „blogų“ įmonių skaičių pavaizduotas 6 Grafike, o normos bei tūrio Gini indeksų kitimas pateiktas šio darbo 2 Priedo 1 ir 2 Grafikuose.

6 Grafikas. Gini indeksų vidurkiai pagal skirtingą „blogų“ įmonių skaičių fiksuoto dydžio imtyje.



Iš 6 Grafiko galima matyti, kad nagrinėjamų rodiklių Gini indeksų vidurkiai, esant nedideliame (5–10 proc.) „blogų“ įmonių skaičiui imtyje yra skirtingi, tačiau didėjant „blogų“ įmonių imtyje skaičiui stabilizuojasi. Apskaičiavus pagal visą turimą imtį aukščiausią Gini indeksą turėjo rodiklis AAT. 6 Grafike šis rodiklis taip pat beveik kiekvienam „blogų“ įmonių skaičiui imtyje turi aukščiausią Gini indekso vidurkį. Pastebėtina, kad iš keturių stabilumo analizei naudojamų rodiklių antrą pagal dydį Gini indeksą turėjęs rodiklis AKP beveik visiems „blogų“ įmonių dalies imtyje dydžiams turi mažiausią Gini indekso vidurkį ir tik skaičiuojant pagal visas „blogas“ įmones Gini indekso vidurkis lygus rodiklio AAT Gini indekso vidurkiui. Normos ir tūrio Gini indeksų vidurkiams galima daryti panašias išvadas – Gini indeksų rodiklių poros, kurioje vienas iš rodiklių yra AKP, yra mažesni už kitų rodiklių porų Gini indeksų vidurkius beveik kiekvienam „blogų“ įmonių skaičiui imtyje. Be to, pastebėtina, kad tūrio Gini indeksų vidurkiai, skirtingai nei vienmačio bei normos Gini indekso, didėja didėjant „blogų“ įmonių skaičiui imtyje.

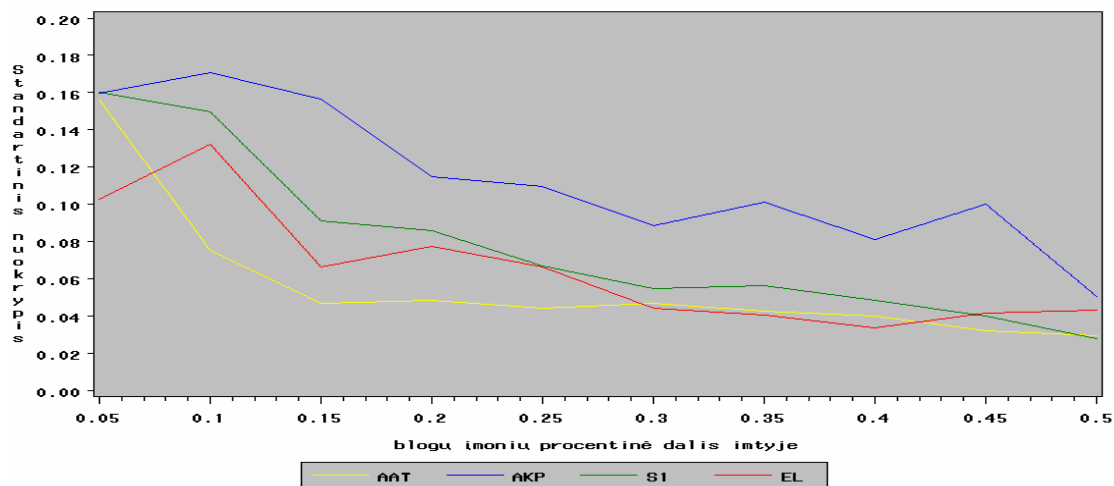
Apie atskirų rodiklių Gini indeksų stabilumą galima spręsti ir iš standartinių nuokrypių, apskaičiuotų Gini indeksų reikšmėms kiekvienam „blogų“ įmonių skaičiui imtyje. 6 Lentelėje pateikti rezultatai apie Gini indeksų standartinius nuokrypius esant skirtingam imties „blogų“ įmonių skaičiui.

6 Lentelė. Gini indeksų standartiniai nuokrypiai pagal skirtingą „blogų“ įmonių skaičių imtyje

Gini indeksas	Finansinis rodiklis	„Blogų“ įmonių procentas imtyje										Gini indeksų vidurkių standartinis nuokrypis
		5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%	
		Gini indekso standartinis nuokrypis										
$G^{(1)}$	AAT	0,16	0,08	0,05	0,05	0,04	0,05	0,04	0,04	0,03	0,03	0,02
	AKP	0,16	0,17	0,16	0,11	0,11	0,09	0,10	0,08	0,10	0,05	0,05
	S	0,16	0,15	0,09	0,09	0,07	0,05	0,06	0,05	0,04	0,03	0,01
	EL	0,10	0,13	0,07	0,08	0,07	0,04	0,04	0,03	0,04	0,04	0,02
$NG^{(2)}$	AAT-AKP	0,11	0,11	0,09	0,07	0,06	0,05	0,05	0,04	0,05	0,03	0,03
	AAT-S	0,13	0,10	0,05	0,05	0,04	0,04	0,03	0,04	0,03	0,02	0,01
	AAT-EL	0,09	0,08	0,05	0,05	0,05	0,04	0,03	0,03	0,03	0,03	0,01
$TGv^{(2)}$	AAT-AKP	0,11	0,11	0,09	0,07	0,06	0,05	0,05	0,04	0,05	0,03	0,04
	AAT-S	0,13	0,09	0,07	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,02	0,01	0,02
	AAT-EL	0,09	0,08	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,03

Pagal 6 lentelėje pateiktus rezultatus reitingavimo modelio rodiklių Gini indekso (4.3.5) standartinio nuokrypio kitimas pagal skirtingą „blogų“ įmonių skaičių pavaizduotas 7 grafike, o normos bei tūrio Gini indeksų kitimas pateiktas šio darbo 2 Priedo 3 ir 4 Grafikuose.

7 Grafikas. Gini indeksų standartiniai nuokrypiai pagal skirtingą „blogų“ įmonių skaičių fiksuoto dydžio imtyje.

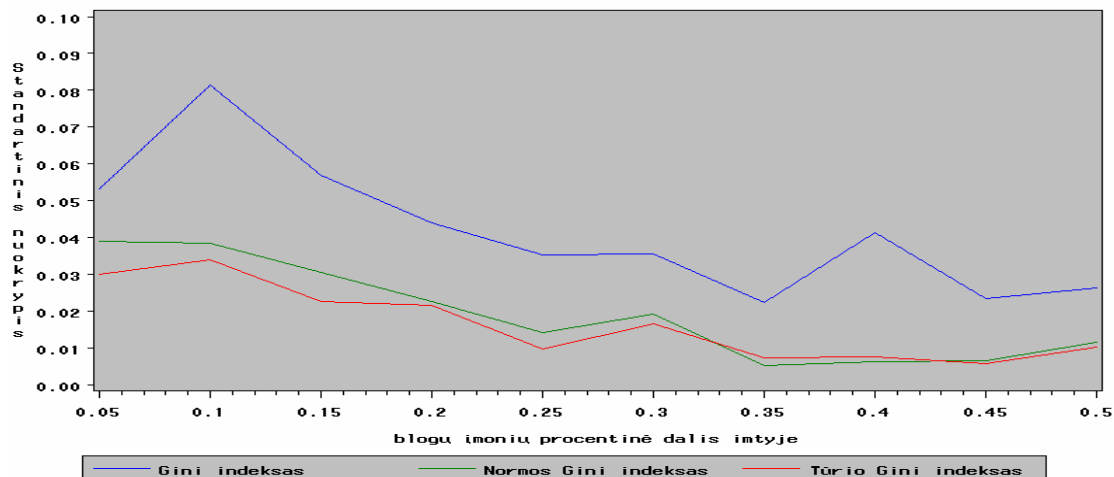


Gini indeksų standartinių nuokrypių analizė papildo ir patvirtina išvadas, gautas analizuojant Gini indeksų vidurkius. Iš 7 Grafiko matyti, kad esant nedideliame „blogų“ įmonių skaičiui imtyje, Gini indeksų standartinis nuokrypis didesnis, nei į imtį imant didesnę „blogų“ įmonių dalį – kuo didesnė „blogų“ įmonių dalis imtyje, tuo mažesnis

Gini indeksų standartinis nuokrypis. Beveik kiekvienam „blogų“ įmonių skaičiui mažiausią Gini indeksų standartinį nuokrypį turi rodiklis AAT, turėjęs aukščiausias Gini indeksų vidurkio reikšmes. Visoms „blogų“ įmonių dalims imtyje didžiausią Gini indeksų standartinį nuokrypį turi rodiklis AKP, kurio beveik visi Gini indeksų vidurkiai buvo mažesni už kitų rodiklių Gini indeksų vidurkius. Normos ir tūrio Gini indeksų standartinių nuokrypių analizė rodo panašius rezultatus. Didžiausią standartinį nuokrypį turi pora, kurios vienas rodiklių yra AKP. Pagal 2 Priedo 3 ir 4 Grafikus galima matyti, kad pagrindinis normos ir tūrio Gini indeksų standartinių nuokrypių skirtumas yra tas, kad rodiklio AAT-AKP tūrio Gini indekso standartinis nuokrypis labiau nutolęs nuo kitų dviejų rodiklių standartinių nuokrypių nei normos Gini indekso atveju.

Atskirų rodiklių vienmačio, normos bei tūrio Gini indeksų stabilumo analizė duoda panašius rezultatus. Sudėtingesnis klausimas – kaip nuspėti, kuris iš trijų matų yra stabiliausias. Remiantis 5 Lentelės Gini indeksų vidurkių pagal skirtingą „blogų“ įmonių skaičių imtyje rezultatais, buvo apskaičiuoti Gini indeksų vidurkių standartiniai nuokrypiai fiksuojant „blogų“ įmonių skaičių imtyje. Skaičiavimų rezultatai pavaizduoti 8 Grafike.

8 Grafikas. Vienmačio, normos ir tūrio Gini indeksų vidurkių standartiniai nuokrypiai pagal skirtingą „blogų“ įmonių skaičių imtyje.



Pagal 8 Grafiko rezultatus galima teigti, kad didžiausias Gini indeksų vidurkių standartinis nuokrypis gautas vienmačio Gini indekso atveju. Viena iš priežasčių, kodėl taip galėjo atsitikti, yra tai, kad vienmačio Gini indekso vidurkių standartiniai nuokrypiai

buvo apskaičiuoti keturiems rodikliams, o normos ir tūrio Gini indeksų vidurkių standartiniai nuokrypiai apskaičiuoti trims rodiklių poroms. Pabandykime vienmačio Gini indekso vidurkių standartinį nuokrypį skaičiuoti trims rodikliams iš keturių ir tuomet lyginti su normos bei tūrio Gini indeksų vidurkių standartiniais nuokrypiais. Šios analizės rezultatai pateikti 2 Priedo 5-8 Grafikuose. Vis dėlto vienmačio Gini indekso vidurkių standartiniai nuokrypiai didesni, nei normos ar tūrio Gini indekso. Tik vieninteliu atveju, kai vienmačio Gini indekso standartinis nuokrypis skaičiuojamas be rodiklio AKP, visų Gini indeksų vidurkių standartiniai nuokrypiai esant „blogų“ įmonių skaičiui imtyje 5–30 proc. yra panašūs. Kai „blogų“ įmonių skaičius imtyje pasiekia 35 proc. vienmačio Gini indekso vidurkių standartinis nuokrypis vėl padidėja lyginant su normos ir tūrio Gini indeksų vidurkių standartiniais nuokrypiais.

5. IŠVADOS

Sudarant įmonių reitingavimo modelį vienas iš svarbiausių etapų – finansinių ir nefinansinių rodiklių, kurie geriausiai klasifikuoja įmones pagal jų finansinę padėtį, parinkimas į modelį. Rodiklių parinkimo į modelį analizei dažniausiai naudojamas matas – Gini indeksas. Remiantis tradicinio Gini indekso apibendrinimų idėjomis, šiame darbe pateikti reitingavimo modelio Gini indekso apibendrinimai – normos Gini indeksas bei tūrio Gini indeksas Lorencio paviršiaus viršutinei ir apatinei aproksimacijoms. Atlikta analizė nedidelei įmonių imčiai parodė, kad vienmatis Gini indeksas bei tūrio Gini indeksas pasirinktus finansinius rodiklius pagal jų gebėjimą atskirti „geras“ įmones nuo „blogų“ klasifikuoja tokia pačia tvarka. Rodiklių normos Gini indeksai duoda šiek tiek kitokį rodiklių išrikiavimą, tačiau bendra tendencija išlieka: rodikliai, turėję aukščiausius vienmačius ar tūrio Gini indeksus, turi ir aukščiausius normos Gini indeksus. Vis dėlto vien tik iš Gini indekso – nesvarbu, ar tai būtų vienmatis, normos ar tūrio – dydžio dar negalima spręsti apie jo tinkamumą reitingavimo modeliui. Kitas labai svarbus kriterijus rodiklio parinkimui į reitingavimo modelį – jo stabilumas. Sudarant reitingavimo modelį stabilumas analizuojamas pasirenkant kitos imties ar kito laikotarpio duomenis. Šiame darbe stabilumo analizė atlikta fiksavus mažesnę už turimą imties dydį atsitiktinai renkant įmones į imtį, esant skirtingai „blogų“ įmonių daliai imtyje, ir skaičiuojant jų vienmatį, normos ir tūrio Gini indeksus. Sprendimui apie atskirų rodiklių Gini indeksų stabilumą

buvo apskaičiuoti Gini indeksų vidurkiai bei standartiniai nuokrypiai kiekvienam „blogų“ įmonių skaičiui imtyje. Skirtingiems rodikliams tiek vienmačio, tiek normos ir tūrio Gini indeksų stabilumo analizė davė panašias išvadas. Be to, norint nuspręsti, kuris matas – vienmatis, normos ar tūrio Gini indeksas – yra stabiliausias, buvo apskaičiuoti skirtingų rodiklių Gini indeksų vidurkių standartiniai nuokrypiai. Gauti rezultatai parodė, kad vis dėlto daugiamačiai Gini indeksai turi mažesnę standartinę nuokrypį arba yra stabilesni, nei vienmatis Gini indeksas.

Šiame darbe pristatyta pradinė reitingavimo modelių Gini indekso ir jo apibendrinimų analizė. Apskritai daugiamačių Gini indeksų teorija yra labai jauna – Mosleris ir Koševojus tik visai neseniai pristatė tradicinio Gini indekso apibendrinimo sąvokas, todėl iki reitingavimo modelių Gini indekso apibendrinimų dar nėra prieita. Gali būti, kad tam tikros analizės šioje srityje yra atliekamos, tačiau visuotinai pripažintų ir naudojamų sąvokų nėra. Norint tinkamai vykdyti Bazelio nutarimuose apibrėžtas portfelio kredito rizikos vertinimo nuostatas atsiranda poreikis bankų vidinių įmonių reitingavimo modelių sudarymui ir šios užduoties paties geriausio sprendimo būdo radimui. Taigi rodiklių parinkimo į įmonių reitingavimo modelį uždavinys – kaip vienas iš modelio sudarymo etapų – neabejotinai tampa vis aktualesnis ir susilaukia didelio susidomėjimo.

6. LITERATŪRA

1. Bank for International Settlements, Basel Committee on Banking Supervision "International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards" (2005)
2. Bank for International Settlements, Basel Committee on Banking Supervision „Studies on the Validation of Internal Rating Systems”, Working paper No.14 (2005).
3. Barry C Arnold „Inequality measures for multivariate distributions“, METRON, **63**, 317-327 (2005).
4. G.A.Koshevoy, K.Mosler „The Lorenz Zonoid of a Multivariate Distribution“, Journal of American Statistical Association, **91**, 873-882 (1996).
5. G.A.Koshevoy, K.Mosler „Multivariate Gini indexes”, Journal of Multivariate analysis, **60**, 252-276 (1997).
6. G.A.Koshevoy, K.Mosler „Multivariate Lorenz dominance based on zonoids, preprint (2005).
7. E.I.Altman „Predicting financial distress of companies: revisiting the Z-score and ZETA models“, (2000).
8. Moody's Investors Service „RiskCalc for private companies: Moody's default model. Rating methodology“, (2000).
9. J. Mackevičius „Įmonių veiklos analizė“, Vilnius, TEV (2005).
10. „Įmonių finansinė analizė. Rodiklių apskaičiavimo metodika“, Vilnius, Nacionalinė vertybinių popierių birža (1995).
11. V.Kvedaraitė „Firmų finansinių rodiklių palyginamoji analizė“, Vilnius, Lietuvos informacijos institutas (1995).
12. V.Kvedaraitė „Firmos finansinė analizė“, Vilnius, Lietuvos informacijos institutas (1996).

7. PRIEDAI

1 PRIEDAS. FINANSINIAI RODIKLIAI

Likvidumo rodikliai

Likvidumas – tai vertybinių popierių ir materialiojo turto pavertimo grynaisiais pinigais galimybė. Jeigu įmonė neturi galimybių paversti pinigais savo vertybinių popierių ir materialiojo trumpalaikio turto, tai ji nesugebės apmokėti įsipareigojimų. Vadinasi, įmonė, norėdama apmokėti visus trumpalaikius įsipareigojimus, privalo turėti ne tik grynujų pinigų, bet ir likvidų turtą, kurį galėtų greitai paversti pinigais.

Pagrindiniai likvidumo rodikliai:

- Einamojo likvidumo koeficientas, parodantis, kiek kartų trumpalaikis turtas didesnis už visus trumpalaikius įsipareigojimus, padeda prognozuoti įmonės mokumo būklę artimiausiu metu. Mažesnė už vienetą rodiklio reikšmė parodo, kad įmonė gali neįvykdyti trumpalaikių įsipareigojimų. Paprastai įvairiose gamybos šakose jis yra skirtingas, todėl analizuojant reikėtų atkreipti dėmesį į šio rodiklio dinamikos tendencijas. Einamojo likvidumo rodiklį būtų galima analizuoti kartu su nefinansiniu rodikliu – įmonės veikla.
- Greitojo likvidumo koeficientas yra griežtesnis įmonės likvidumo vertinimas, nes apskaičiuojant šį rodiklį daroma prielaida, kad atsargos nėra likvidžios. Jeigu greitai likvidus turtas viršija trumpalaikius įsipareigojimus, tokia įmonė turi gerą likvidumo lygį.
- Grynojo apyvartinis kapitalas apskaičiuojamas imant trumpalaikio turto ir trumpalaikių įsipareigojimų skirtumą, kuris turėtų būti teigiamas. Neigiama grynojo kapitalo reikšmė rodo, kad įmonė gali neįvykdyti savo trumpalaikių atsiskaitymų. Paėmus grynojo kapitalo santykį su turtu, galima palyginti įvairaus dydžio įmones. Santykinai aukštesnis rodiklis parodo aukštesnį įmonės likvidumo lygį.

1 Lentelė. Likvidumo rodikliai

Nr.	Rodiklis	Apibrėžimas	Formulė
1	Einamojo likvidumo koeficientas (EL)	trumpalaikis turtas / trumpalaikiai įsipareigojimai	B2 / B7

2	Greitojo likvidumo koeficientas I (GL1)	[trumpalaikis turtas-atsargos] / trumpalaikiai įsipareigojimai	[B2-B21] / B7
3	Greitojo likvidumo koeficientas II (GL2)	[trumpalaikis turtas-atsargos] / įsipareigojimai	[B2-B21] / [B7+B6]
4	Likvidumo koeficientas I (L1)	[trumpalaikis turtas-atsargos-pirkėjų skolos] / trumpalaikiai įsipareigojimai	[B2-B21-B22] / B7
5	Likvidumo koeficientas II (L2)	[trumpalaikis turtas-atsargos-pirkėjų skolos] / įsipareigojimai	[B2-B21-B22] / [B7+B6]
6	Grynojo apyvartinio kapitalo santykis su turtu (GAK)	[trumpalaikis turtas - trumpalaikiai įsipareigojimai] / turtas iš viso	[B2-B7] / B4
7	Įsipareigojimų koeficientas (IK)	įsipareigojimai / savininkų nuosavybė ir įsipareigojimai iš viso	[B6+B7] / B9
8	Įsipareigojimų graža (IG)	pelnas prieš apmokestinimą / įsipareigojimai	PN4 / [B6+B7]
9	Įsipareigojimų struktūra (IS)	trumpalaikiai įsipareigojimai / įsipareigojimai	B7 / [B6+B7]

Pelningumo rodikliai

Pelnas – skirtumas tarp įmonės gaunamų pajamų ir joms uždirbti padarytų sąnaudų – yra įmonės ekonominio vystymosi veiksnys, finansinė nauda, veiklos vertinimo kriterijus, ilgalaikio finansavimo šaltinis, pagrindinis dalykas, dėl kurio konkuruojama perkant ir parduodant prekes rinkoje. Pelningumą galima apibūdinti kaip pelno ir tam tikro įmonės veiklos rodiklio santykį. Pagal pelningumo rodiklius yra sprendžiama, kokią realią naudą gaus akcininkai ir investuotojai. Didesnis pelningumas reiškia aukštesnę įmonės kapitalo vertę. Be to, įmonės su didesniu pelningumu ilgiau užtruks patirti nuostolį krintant pajamoms ar augant išlaidoms.

Pagrindiniai pelningumo rodikliai:

- Grynasis pelningumas parodo, kuri vieno pardavimų lito dalis yra grynasis pelnas, t.y. jis parodo įmonės veiklos efektyvumą. Didesnė rodiklio reikšmė rodo aukštesnį įmonės pelningumą.
- Turto graža parodo, kiek litų grynojo pelno tenka vienam turto litui. Jis atspindi viso įmonės turto panaudojimo efektyvumą: aukštesnė rodiklio reikšmė parodo efektyvesnį turto panaudojimą.
- Kapitalo graža parodo, kapitalo ir rezervų sukurtą pelną ir tam tikru mastu – įmonės vadovybės darbo efektyvumą naudojant investuotą kapitalą.
- Nepaskirstyto pelno ir turto santykis parodo, kiek pelno įmonė sugebėjo reinvestuoti į pačią save. Aukšta šio rodiklio reikšmė rodo, kad įmonė dirbo

pelningai ir sukauptas pelnas jai suteikia didesnę galimybę išgyventi nuostolingais metais.

2 Lentelė. Pelningumo rodikliai

Nr.	Rodiklis	Apibrėžimas	Formulė
10	Grynasis pelningumas (GP)	grynasis pelnas / pardavimai	PN5 / PN1
11	Pelningumas I (P1)	pelnas prieš apmokestinimą / pardavimai	PN4 / PN1
12	Pelningumas II (P2)	bendrasis pelnas / pardavimai	PN3 / PN1
13	Turto graža I (TG1)	grynasis pelnas / turtas iš viso	PN5 / B4
14	Turto graža II (TG2)	pelnas prieš apmokestinimą / turtas iš viso	PN4 / B4
15	Grynųjų pardavimų ir turto santykis (GPT)	bendrasis pelnas / turtas iš viso	PN3 / B4
16	Kapitalo graža I (KG1)	grynasis pelnas / kapitalas ir rezervai	PN5 / B5
17	Kapitalo graža II (KG2)	pelnas prieš apmokestinimą / kapitalas ir rezervai	PN4 / B5
18	Akcinio kapitalo pelningumas (AKP)	grynasis pelnas / įstatinis kapitalas	PN5 / B51
19	Nepaskirstyto pelno ir turto santykis (NPT)	nepaskirstytas pelnas / turtas iš viso	B52 / B4

Mokumo rodikliai

Bendrasis įmonės mokumas – tai jos gebėjimas įvykdyti savo ilgalaikius ir trumpalaikius įsipareigojimus partneriams, mokesčių inspekcijoms, bankams ir kitoms institucijoms. Mokumo koeficientų grupė padeda nustatyti, kokia įmonės finansinė rizika ir ar jai negresia bankrotas.

Prie šios grupės priskirti ir įmonės įsipareigojimų bei turto padengimo rodikliai.

Pagrindiniai mokumo rodikliai:

- *Skolos rodiklis* atspindi, kokia įmonės turto dalis yra įsigyta už skolintas lėšas. Jis yra labai svarbus kreditoriams, nes parodo, kiek apsaugotos jų lėšos. Kuo didesnis rodiklis, tuo žemesnis saugumo lygis.
- *Skolos–nuosavybės rodiklis* parodo, kiek vienam nuosavybės (kapitalo ir rezervų) litui tenka skolintų lėšų.

3 Lentelė. Mokumo rodikliai

Nr.	Rodiklis	Apibrėžimas	Formulė
20	Skolos rodiklis I (S1)	[turtas – kapitalas ir rezervai] / turtas	[B4-B5] / B4
21	Skolos–nuosavybės rodiklis (SNR)	[turtas – kapitalas ir rezervai] / kapitalas ir rezervai	[B4-B5] / B5
22	Skolos rodiklis II (S2)	kapitalas ir rezervai / [trumpalaikiai įsipareigojimai+ilgalaikiai įsipareigojimai]	B5 / [B6+B7]
23	Įsipareigojimų padengimo I	įsipareigojimai / pelnas prieš mokesčių	[B6+B7] / PN4

	(IP1)		
24	Įsipareigojimų padengimo II (IP2)	trumpalaikiai įsipareigojimai / pelnas prieš mokestį	B7 / PN4
25	Turto padengimo koeficientas I (TP1)	kapitalas ir rezervai / ilgalaikis turtas	B5 / B1
26	Turto padengimo koeficientas II (TP2)	kapitalas ir rezervai / atsargos	B5 / B21
27	Turto padengimo koeficientas III (TP3)	[kapitalas ir rezervai+ilgalaikiai įsipareigojimai] / ilgalaikis turtas	[B5+B6] / B1
28	Turto padengimo koeficientas IV (TP4)	[kapitalas ir rezervai+ilgalaikiai įsipareigojimai] / atsargos	[B5+B6] / B21

Veiklos efektyvumo rodikliai

Kiekviena įmonė, norėdama išsilaikyti konkurencinėje rinkoje ir sukurti pelną, savo veiklos procese naudoja įvairius išteklius – materialinius, finansinius, žmogiškuosius. Efektyvumas suprantamas kaip racionalus lėšų gamybos procese cirkuliavimas, duodantis teigiamą gamybos rezultatą, greitą gamybos proceso ciklą, kurio metu ne tik sukuriamas pelnas, bet ir pinigų srautas, reikalingas gamybos proceso tęstinumui palaikyti. Veiklos efektyvumo rodikliai apibūdina lėšų judėjimą iš vieno apytakos etapo į kitą.

Pagrindiniai veiklos efektyvumo rodikliai:

- Atsargų apyvartumas parodo, kiek apyvartų per metus padaro atsargos. Šis rodiklis apibūdina gamybos atsargų realizavimo galimybes bei atsargų valdymo efektyvumą.
- Gautinų sumų apyvartumas parodo, kiek gautinos sumos (debitorinis įsiskolinimas) padaro apyvartų per metus. Be to, jis apibūdina gautinų sumų surinkimo efektyvumą. Didesnė rodiklio reikšmė parodo aukštesnį efektyvumą.
- Grynojo apyvartinio kapitalo apyvartumas parodo, kiek per metus šis kapitalas padaro apyvartų. Maža šio rodiklio reikšmė arba mažėjimo tendencija gali reikšti artėjantį apyvartinių lėšų stygių.
- Ilgalaikio turto ar turto apyvartumas parodo, kiek vienas ilgalaikio turto ar turto litas sukuria pajamų. Kuo didesnė šio rodiklio reikšmė, tuo aukštesnį efektyvumo laipsnį turime.
- Atsargų apyvartos trukmė parodo, per kiek dienų atnaujinamos atsargos.

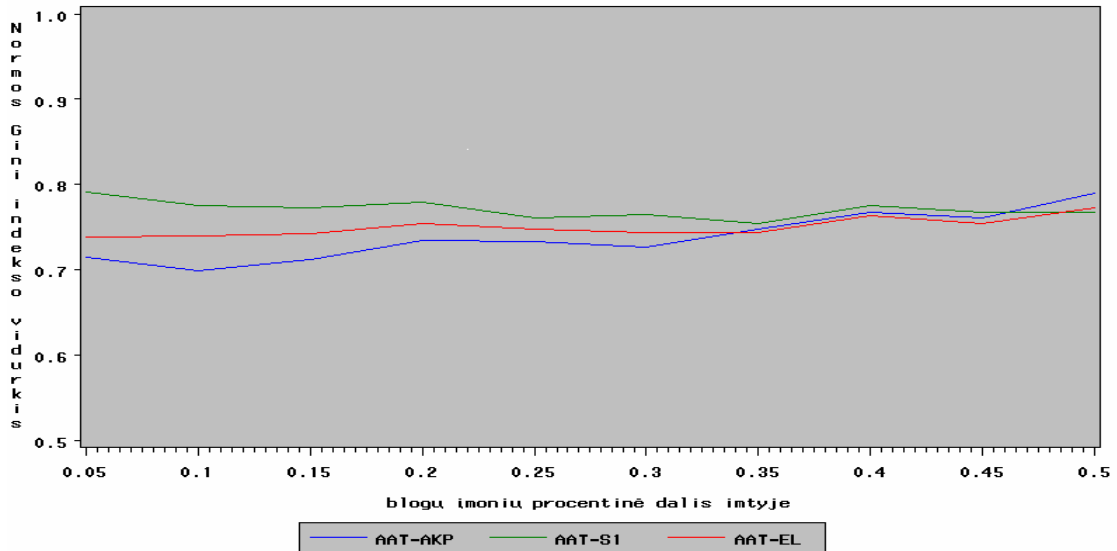
- *Pirkėjų įsiskolinimo trukmė* parodo, per kiek dienų vidutiniškai gaunamas debitorinis įsiskolinimas iš klientų, ir apibūdina sugebėjimą susigrąžinti debitorinius įsiskolinimus.

4 Lentelė. Veiklos efektyvumo rodikliai

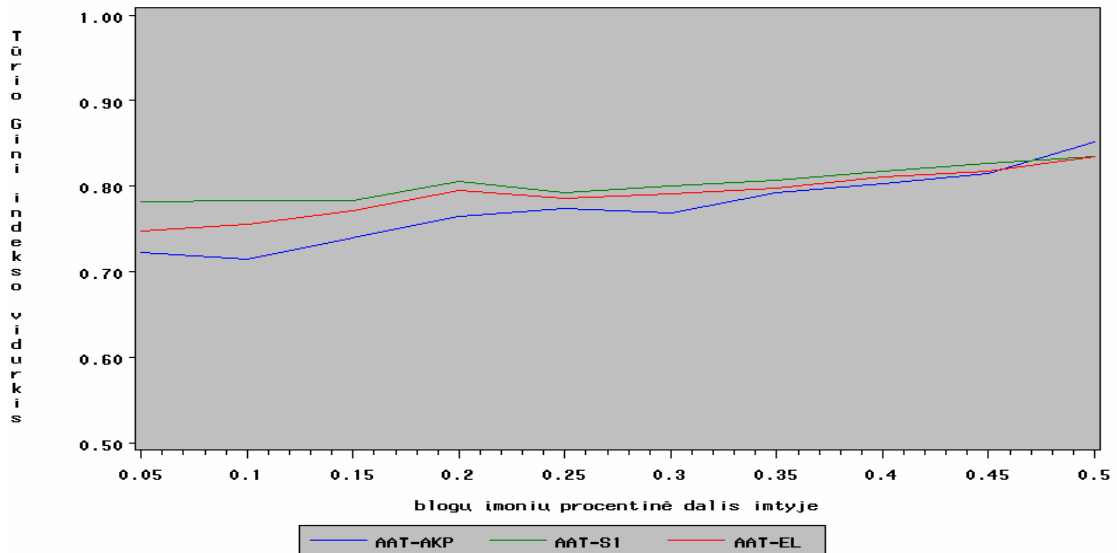
Nr.	Rodiklis	Apibrėžimas	Formulė
29	Atsargų apyvartumas (AA)	prekių ir paslaugų savikaina / metinės atsargos	PN2 / B21
30	Gautinų sumų apyvartumas (GSA)	pardavimai / metinės gautinos sumos	PN1 / B22
31	Grynojo apyvartinio kapitalo apyvartumas (GAKA)	pardavimai / [trumpalaikis turtas-trumpalaikiai įsipareigojimai]	PN1 / [B2-B7]
32	Ilgalaikio turto apyvartumas (ITA)	pardavimai / ilgalaikis turtas	PN1 / B1
33	Turto apyvartumas (TA)	pardavimai / turtas iš viso	PN1 / B4
34	Kapitalo apyvartumas (KA)	kapitalas ir rezervai / pardavimai	B5 / PN1
35	Įsipareigojimų apyvartumas (IA)	[trumpalaikiai įsipareigojimai+ilgalaikiai įsipareigojimai] / pardavimai	[B6+B7] / PN1
36	Trumpalaikių įsipareigojimų apyvartumas (TIA)	trumpalaikiai įsipareigojimai / pardavimai	B7 / PN1
37	Pirkėjų įsiskolinimo trukmė (PIT)	[pirkėjų skolos / pardavimai] × 360	[B22 / PN1] × 360
38	Atsargų apyvartos trukmė (AAT)	[atsargos / pardavimai] × 360	[B21 / PN1] × 360

2 PRIEDAS. GINI INDKESŲ STABILUMO ANALIZĖS GRAFIKAI

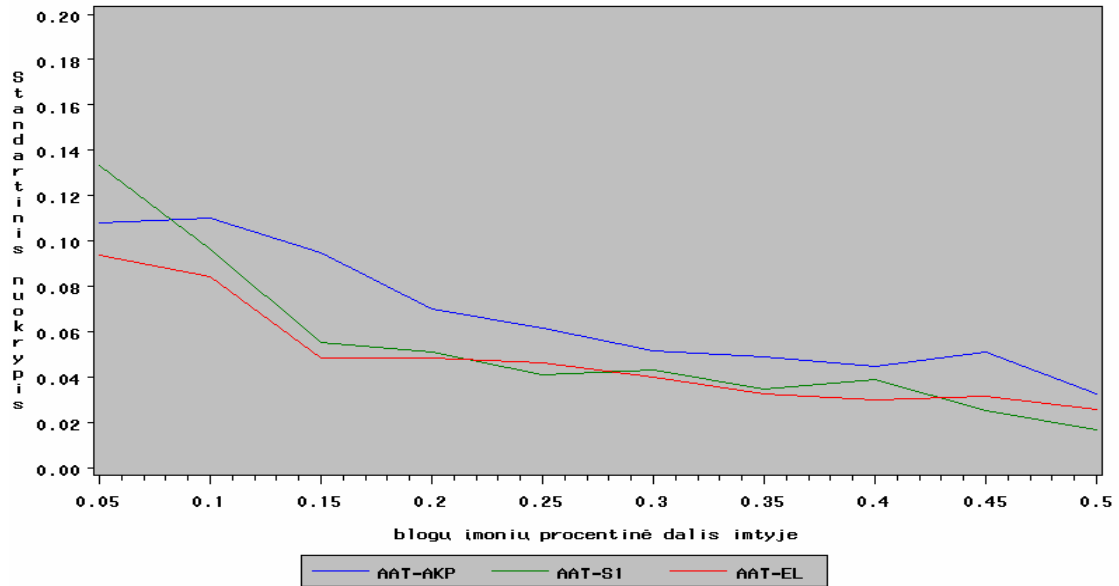
1 Grafikas. Normos Gini indeksų vidurkiai pagal skirtingą „blogų“ įmonių skaičių fiksuoto dydžio imtyje.



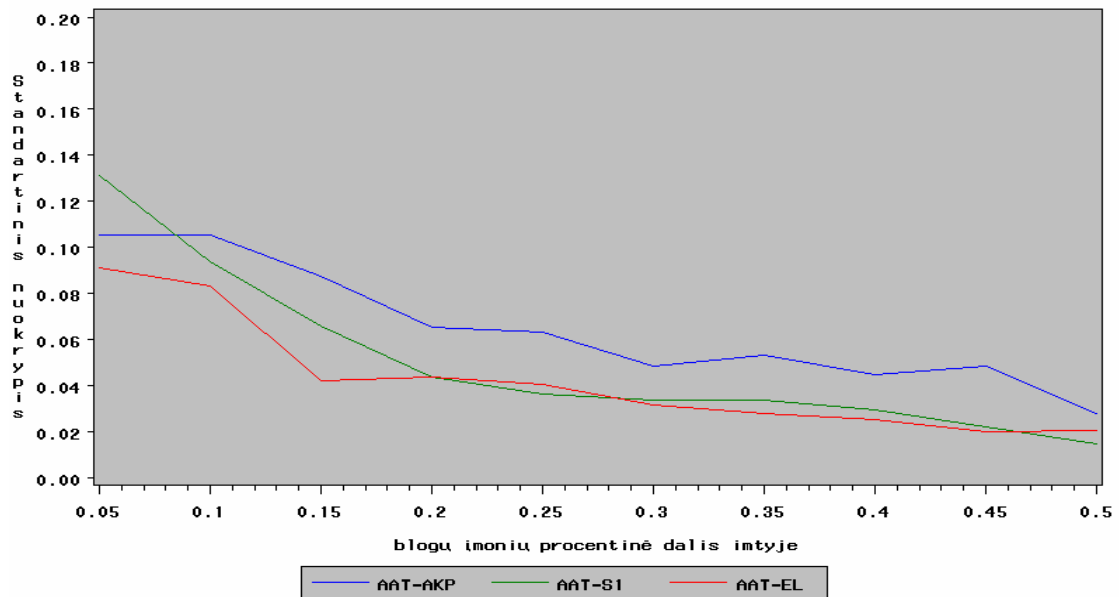
2 Grafikas. Tūrio Gini indeksų vidurkiai pagal skirtingą „blogų“ įmonių skaičių fiksuoto dydžio imtyje.



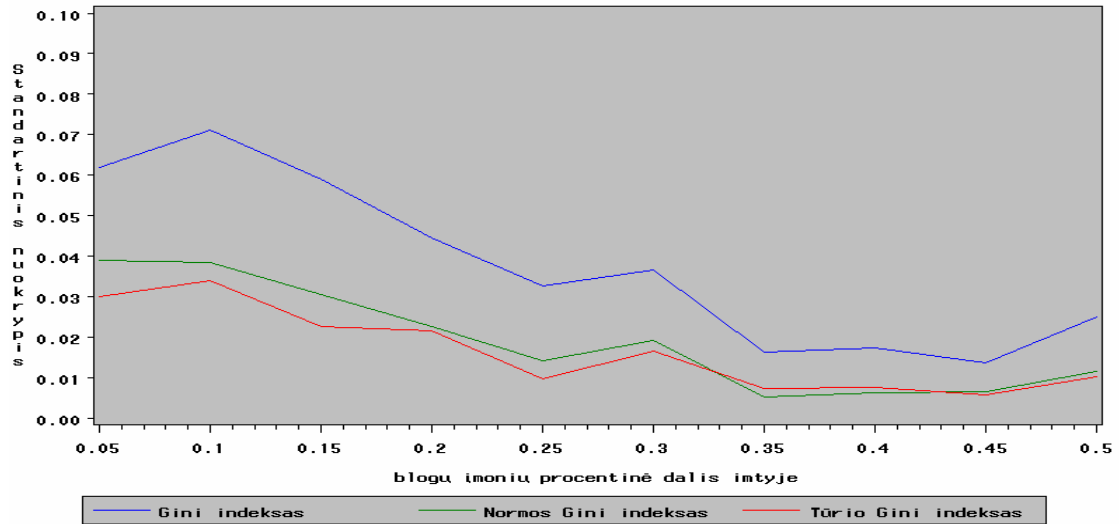
3 Grafikas. Gini indeksų standartiniai nuokrypiai pagal skirtingą „blogų“ įmonių skaičių fiksuoto dydžio imtyje.



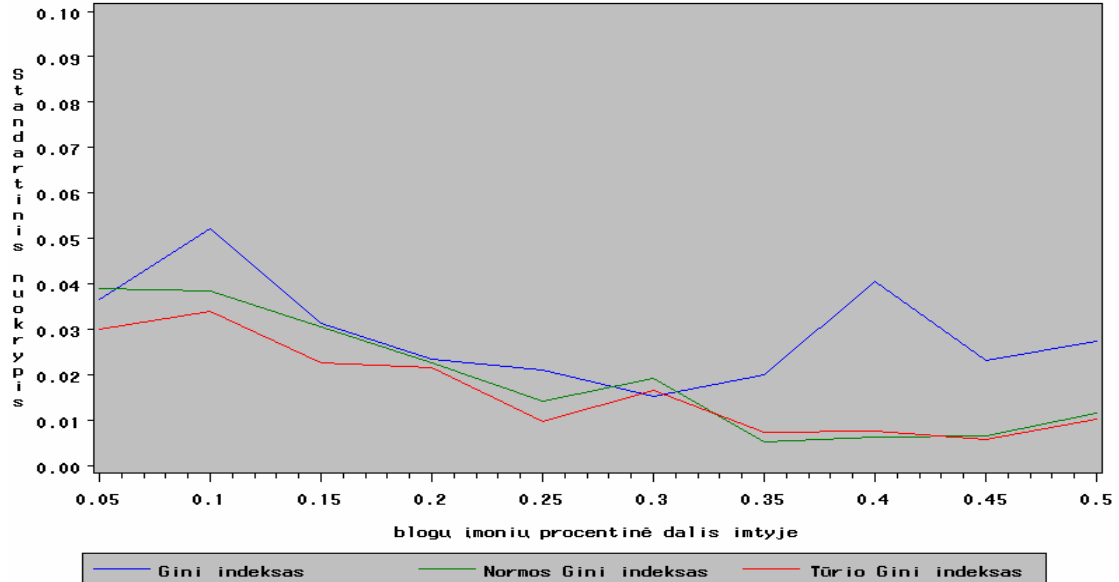
4 Grafikas. Gini indeksų standartiniai nuokrypiai pagal skirtingą „blogų“ įmonių skaičių fiksuoto dydžio imtyje.



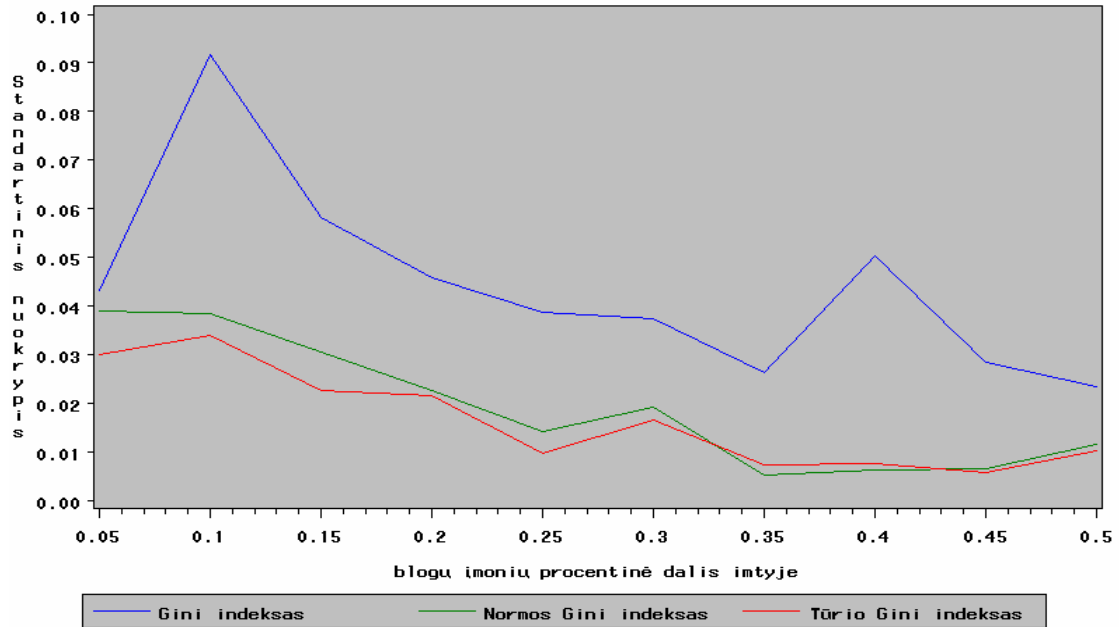
5 Grafikas. Vienmačio (nenagrinėjamas rodiklis AAT), normos ir tūrio Gini indeksų vidurkių standartiniai nuokrypiai pagal skirtingą „blogų“ įmonių skaičių imtyje.



6 Grafikas. Vienmačio (nenagrinėjamas rodiklis AKP), normos ir tūrio Gini indeksų vidurkių standartiniai nuokrypiai pagal skirtingą „blogų“ įmonių skaičių imtyje.



7 Grafikas. Vienmačio (nenagrinėjamas rodiklis S1), normos ir tūrio Gini indeksų vidurkių standartiniai nuokrypiai pagal skirtingą „blogų“ įmonių skaičių imtyje.



8 Grafikas. Vienmačio (nenagrinėjamas rodiklis EL), normos ir tūrio Gini indeksų vidurkių standartiniai nuokrypiai pagal skirtingą „blogų“ įmonių skaičių imtyje.

