

VILNIAUS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
KOMPIUTERIJOS KATEDRA

Baigiamasis magistro darbas

Nestacionarios paviršių padalinimo schemos

Atliko: 2 M kurso, 1 grupės studentai

Tomas Džiovalas

Andrius Chaževskas

Darbo vadovas:

asist. Saulius Narkevičius

Recenzentas:

doc. Severinas Zubė

Vilnius
2006

Turinys

1	Anotacija.....	4
2	Summary.....	5
3	Įvadas.....	6
4	Padalinimo paviršiai.....	8
	4.1 Reguliarus tinklelis	8
	4.2 Šablonų taikymas.....	10
	4.3 Kaukių taikymas.....	11
5	Klasikinės padalinimo schemos	14
	5.1 Doo-Sabin.....	14
	5.2 Catmull-Clark.....	15
	5.3 Loop.....	16
	5.4 Kaukių konstravimas	18
6	Nestacionarios padalinimo schemos.....	21
	6.1 Nestacionarių schemų privalumai.....	21
	6.2 Eksponentinis padalinimas kreivėms.....	23
	6.3 Trigonometrinis padalinimas kreivėms.....	24
	6.4 Nestacionarių kaukių konstravimas.....	26
	6.5 Kaukių konstravimas paviršiams.....	28
7	Nestacionarių schemų taikymas paviršiams.....	30
	7.1 Padalinimas.....	30
	7.2 Kaukės taikymas ir krašto problema.....	30
	7.3 Krašto problemos sprendimai.....	32
	7.4 Tempimo parametras.....	33
8	Paviršių galerija.....	35
9	Nestacionarių schemų taikymas uždariems paviršiams.....	39
	9.1 Tinklelio dalinimas.....	39
	9.2 Kaukės taikymas ir nereguliarių taškų problema.....	39
	9.3 I nereguliarių taškų problemos sprendimo būdas.....	41
	9.4 II nereguliarių taškų sprendimo būdas.....	43
10	Uždarų paviršių galerija.....	45

11	Smulkinimas ir užaštrinimas.....	51
12	Klasikinės CAD figūros.....	54
	12.1 Nestacionarios schemos taikymas.....	54
	12.2 Sukimo paviršiai.....	55
13	Išvados ir rekomendacijos.....	59
14	Literatūros sąrašas.....	60

1 Anotacija

Padalinimo paviršiai – greitas ir efektyvus glodžių paviršių konstravimas trimatėje erdvėje, naudojamas animacijoje. Nestacionarios padalinimo schemas, kitaip nei klasikinės (*Catmull – Clark, Loop, Doo-Sabin*), kiekviename padalinimo žingsnyje leidžia keisti padalinimo taisyklę, todėl galima išgauti žymiai platesnę paviršių aibę. Parašėme programinę įrangą, kuri pagal įvedamą tempimo parametą γ konstruoja nestacionarias kaukes su trigonometrinėmis funkcijomis ir jas pritaiko paviršiams, turi galimybę pavaizduoti paviršiaus tinklą 3D erdvėje ir gali jį eksportuoti į VRML formato failą. Nestacionarių padalinimo schemų ir sukimo paviršių pagalba, gavome plačią paviršių aibę į kurią įeina ir klasikinės CAD figūros.

2 Summary

VARIATIONAL SUBDIVISION SCHEMES

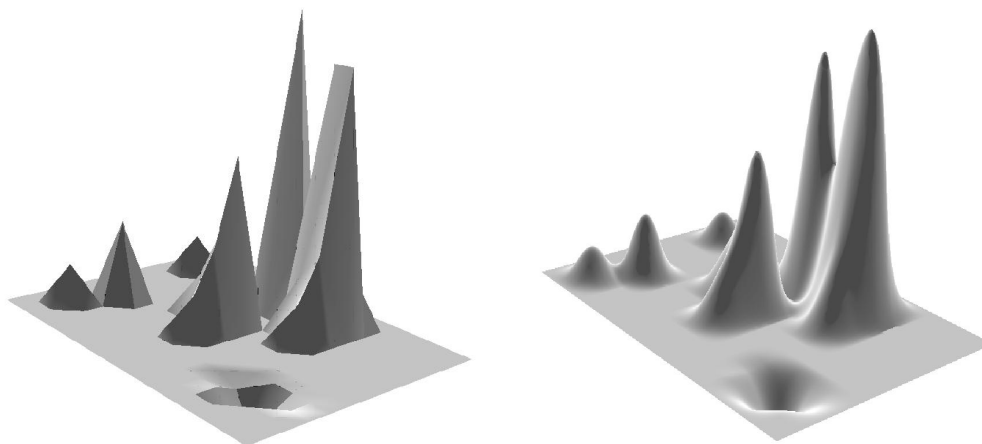
The purpose of this master job – to familiarize and realize variational subdivision schemes and to show the advantages over stationary subdivision schemes.

Subdivision surfaces are currently one of the most powerful surface representations used to model smooth shapes. The term of surface's subdivision is analyzing for 20 years. Subdivision surfaces were introduced in 1978 by both Catmull – Clark and Doo – Sabin. Variational subdivision schemes as distinct from classical (*Catmull – Clark, Loop, Doo-Sabin*) in every subdivision step allows to change the subdivision rule. Therefore we are able to get wider set of smooth surfaces. We made a software that using the entered parameter γ constructs variational subdivision mask with trigonometric functions and applies it to surfaces. Software is able to show surface in 3D space with move, rotate and zoom abilities. Software also can export surfaces to VRML file format. Subdividing surfaces by our software we faced with border and extraordinary vertex problems. We suggested and realized two solving methods for both problems. Our software is able to control the surface's smoothness and sharpness in all subdivision steps.

Using variational subdivision schemes and rotation methods, we can generate a wide set of surfaces witch also includes classical CAD figures (sphere, cylinder).

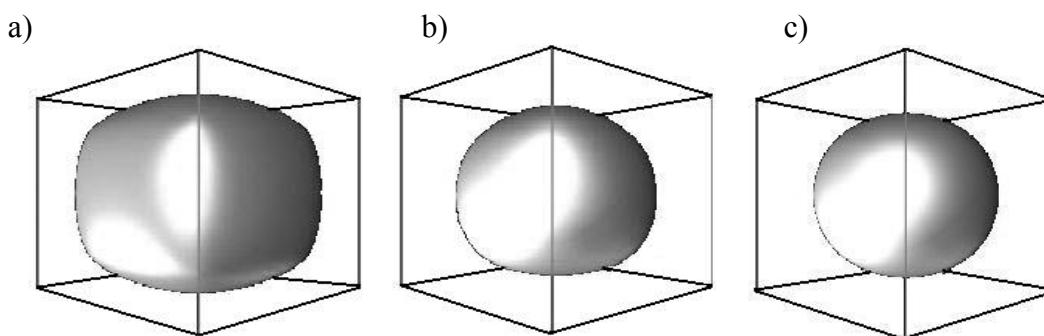
3 Įvadas

Sudėtingų paviršių konstravimas trimatėje erdvėje – nelengvas uždavinys. Vienas iš efektyviausių ir paprasčiausių būdų, naudojamų išgauti glotnias kreives ir paviršius - padalinimo paviršių taikymas. Pagrindinės idėjos apie padalinimą yra gana senos. Jų randama net keturiasdešimtųjų praėjusio šimtmečio metų G.De Rham darbuose. Vienas pirmųjų paviršių padalinimo schemų 1978 m. sukūrė mokslininkai E.Catmull kartu su J. Clark ir D. Doo kartu su M. A. Sabin. Tačiau šių paviršių panaudojimas komerciniams tikslams, animacijai paplito visai neseniai - tik apie 1997 metus.



1. Paviršiaus konstravimas:
kairėje - grubus pavišius, dešinėje - paviršius gautas pritaikius padalinimo schemą.

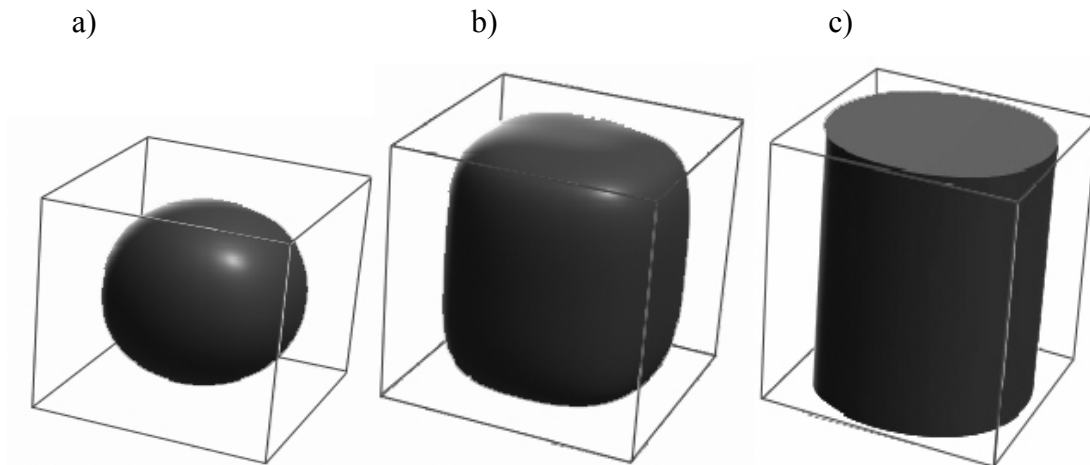
Klasikiniai padalinimo paviršiai kiekviename padalinimo žingsnyje taiko tą pačią padalinimo schemą, tai yra nauji taškai gaunami iš senųjų pagal pasirinktą stacionarią schemą. Klasikinių paviršių padalinimo schemas tiesiai susiję su neracionaliais polinomais, todėl jų pagalba negalime gauti apskritimų, sferų ar elipsoidų:



2. Stacionariųjų paviršiaus padalinimo schemų pritaikymo rezultatai:
a) Doo-Sabin; b) Loop; c) Catmull – Clark.

Nors Catmull-Clark padalinimo schema padalintas paviršius atrodo panašus į sferą, tačiau tai – tik vizualus efektas. Iš tikrųjų, tai nėra sfera.

Nestacionarios paviršių padalinimo schemas leidžia keisti taisyklę tarp padalinimo žingsnių. Galima atlikti keletą žingsnių taikant vieną paviršiaus padalinimo schemą, keletą žingsnių – naudojant kitą paviršiaus padalinimo schemą (pvz.: viena schema aštrintų paviršių, o kita - apvalintų):



3. Nestacionarių paviršiaus padalinimo schemų pritaikymo rezultatai:
a) sfera; b) cilindras suapvalintais kraštais; c) cilindras

Nestacionarių paviršių padalinimo schemų naudojimas praplečia išgaunamų figūrų aibę. Atsiveria platesnės galimybės paviršių padalimus taikyti animacijoje bei kompiuteriniame modeliavime.

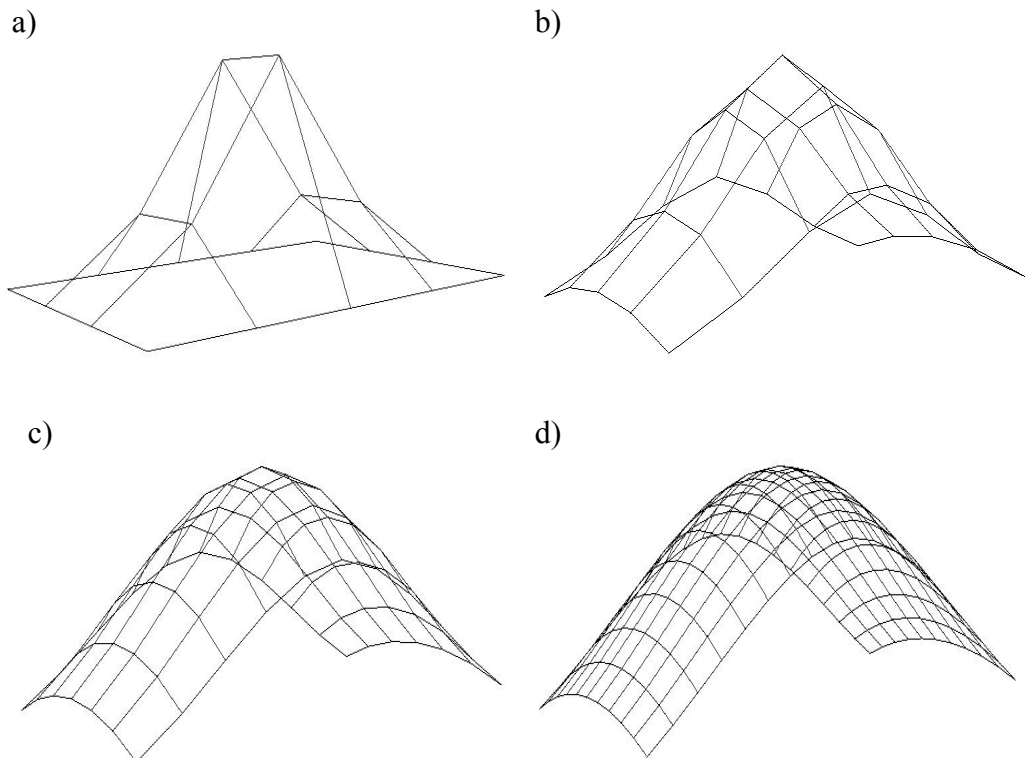
Šio darbo tikslai yra:

1. Susipažinti su stacionariomis paviršiaus padalinimo schemomis.
2. Susipažinti su nestacionariomis paviršiaus padalinimo schemomis.
3. Realizuoti nestacionarių padalinimo paviršių algoritmą.
4. Vizualizuoti populiariausias CAD figūras.

4 Padalinimo paviršiai

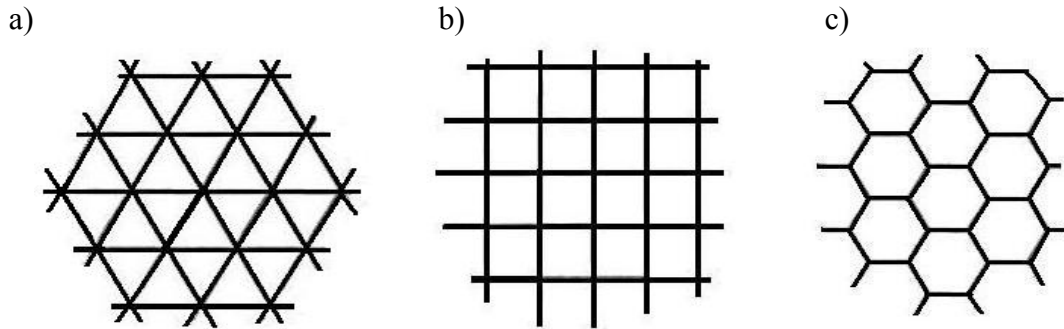
4.1 Reguliarus tinklelis

Paviršiaus dalinimo principas nėra labai sudėtingas. Grubų paviršių, aprašytą tinkleliu smulkiname, gaudami naujus taškus. Priklausomai nuo naudojamos padalinimo schemos kiekvienam gautam naujam taškui priskiriame sumą kaimyninių taškų su svoriais. Tai yra vienas padalinimo žingsnis.



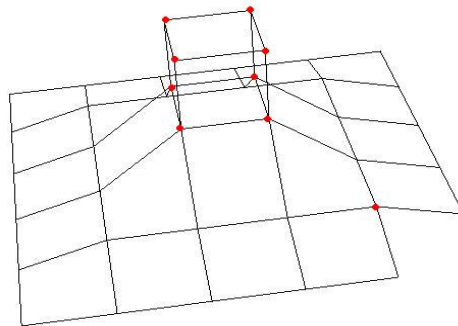
4. Tinklelio glodinimas taikant Catmull-Clark padalinimo schemą:
a) pradinis paviršius; b) paviršius po pirmo padalinimo žingsnio;
c) paviršius po antro padalinimo žingsnio; d) paviršius po trečio padalinimo

Kiekvienas tiriamas paviršius, pirmiausia aprašomas tinkleliu. Kaip matome ketvirtame paveikslėlyje (4 pav.) paviršius yra sukonstruotas naudojant keturkampį tinklelį. Klasikiniai, reguliarūs tinkleliai, iš kurių konstruojami įvairūs paviršiai yra trys.



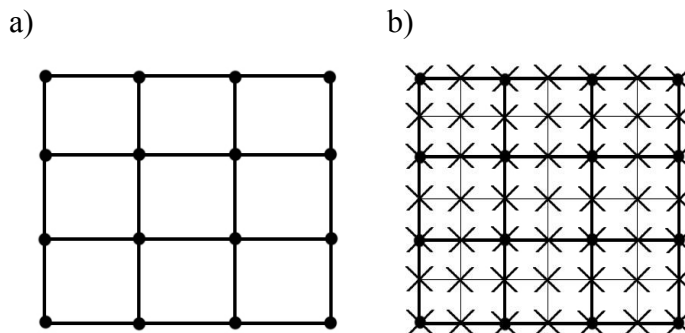
5. *Reguliarūs tinkleliai:*
 a) *trikampis;* b) *keturkampis;* c) *šešiakampis*

Kiekvienas reguliaraus tinklelio taškas aplink save turi vienodą skaičių sienų. Keturkampio reguliaraus tinklelio taškai turi po 4 sienas, trikampio po – 6, šešakampio – 3. Praktikoje dažniausiai susiduriama su nereguliais tinkleliais, turinčiais taškų, kurių sienų skaičius yra didesnis arba mažesnis, nei visų taškų. Tinklelis (6 pav.), kurio nereguliarūs taškai paryškinti.



6. *Nereguliarus keturkampis tinklelis.*

Norėdami padalinti paviršių, aprašytą reguliariu tinkleliu, iš pradžių turime padalinti patį tinklelį. Tai yra, šalia senųjų tinklelio taškų gauname naujus taškus.

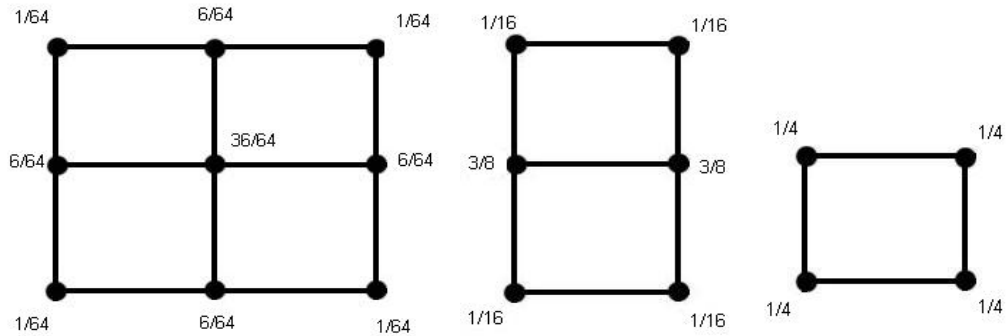


7. *Keturkampio tinklelio dalinimas (• – senieji taškai X – naujieji taškai):*
 a) *pradinis tinklelis;* b) *padalintas tinklelis*

Padalinę tinklelį jau galime konstruoti klasikinius padalinimo paviršius. Tai atliekame kaukių (mask) arba šablonų (stencil) pagalba. Abu būdai duoda identiškus rezultatus.

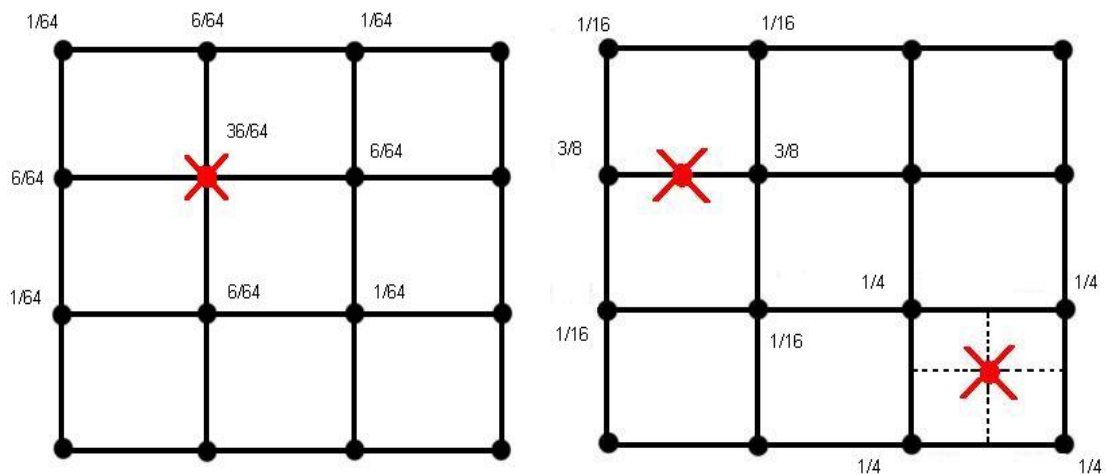
4.2 Šablonų taikymas

Šiuo metu paviršių konstravimas šablonų pagalba yra labiau paplitęs, nes programavimas jais yra žymiai lengvesnis ir paprastesnis nei kaukėmis. Jų esmė aiškinama taip: kiekvieno naujo taško padėtį lemia šalia esantys seni tinklelio taškai (tinklelio taškai prieš padalinimą), t.y. naujas taškas pasiima dalį svorio iš šalia esančių senų taškų ir taip pakeičia savo padėtį. Kokie senieji taškai lemia naujo taško padėtį priklauso nuo taikomų šablonų.



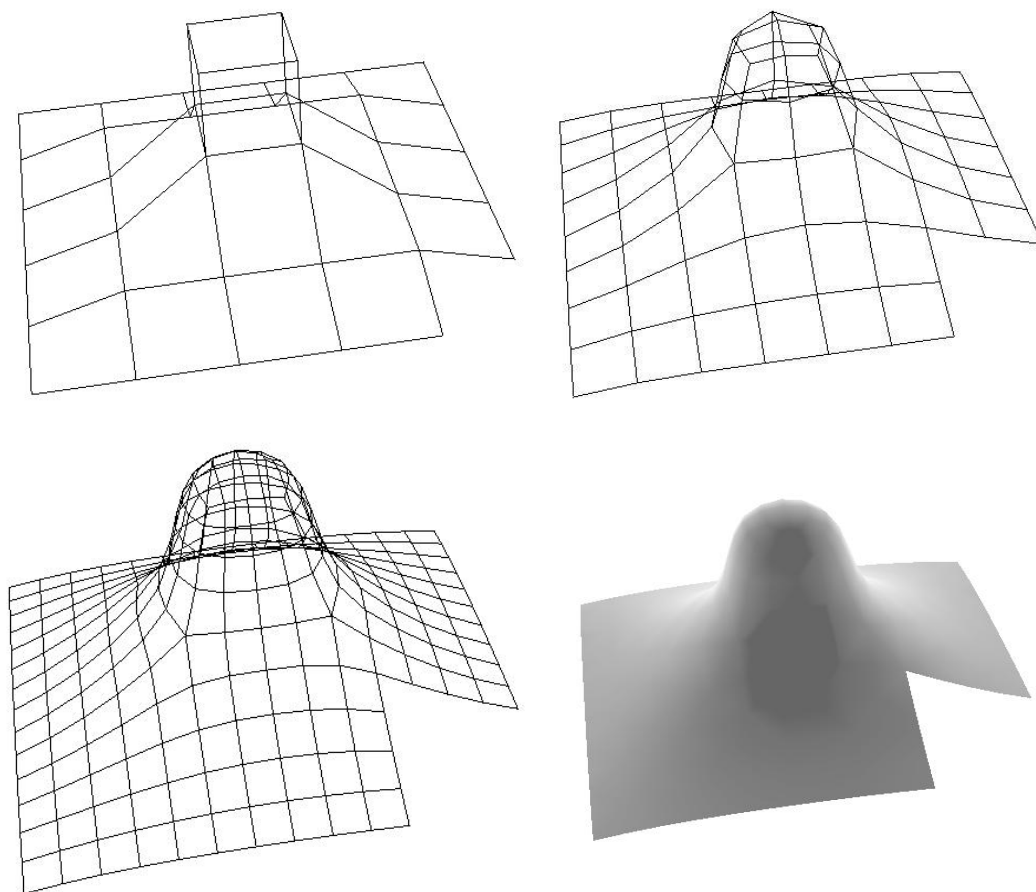
8. Šablonai naudojami Catmull-Clark paviršiui konstruoti

Paveikslėlyje matome kokius svorius turime priskirti naujiems tinklelio taškams, esantiems topologiniuose šablonų centruose, norėdami sukonstruoti Catmull-Clark padalinimo paviršių. Kiekvieno naujo tinklelio taško padėtį apskaičiuojame taikydami vieną iš trijų šablonų:



9. Catmull-Clark šablonų taikymas ant padalinto tinklelio

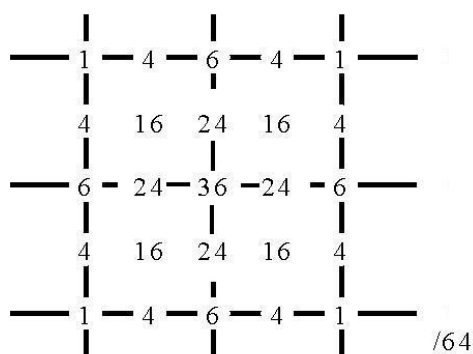
Pritaikius reguliarius *Catmull-Clark* šablonus (9 pav.) padalinto tinklelio taškams gaunamas pakankamai glodus paviršius (10 pav.).



10. Gautas paviršius naudojant Catmull-Clark šablonus

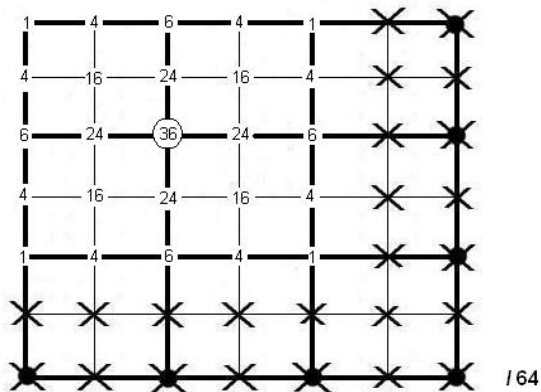
4.3 Kaukių taikymas

Kaukės pradėtos naudoti vėliau nei šablonai. Daugumoje straipsnių figūruoja tik šablonai, kuriuos autoriai dažniausiai vadina kaukėmis (*mask*). Tačiau tai klaidingas požiūris. Kaip žinome, šablono centre esantis naujas taškas pasiima dalį iš šalia esančių senų taškų, taip keisdamas savo padėtį. Kaukės elgiasi visiškai kitaip. Svarbus yra seno taško (t.y. tinklelio taškas prieš padalinimą) indėlis naujiems taškams. Kaukės sąvoką galima suformuluoti taip: kiekviena kaukė topologiškai turi seną tašką centre, kuris lemia šalia esančių taškų padėtis, t.y. mums svarbu, kiek centrinis senas taškas “savęs išdalija” šalia esantiems naujiems taškams.



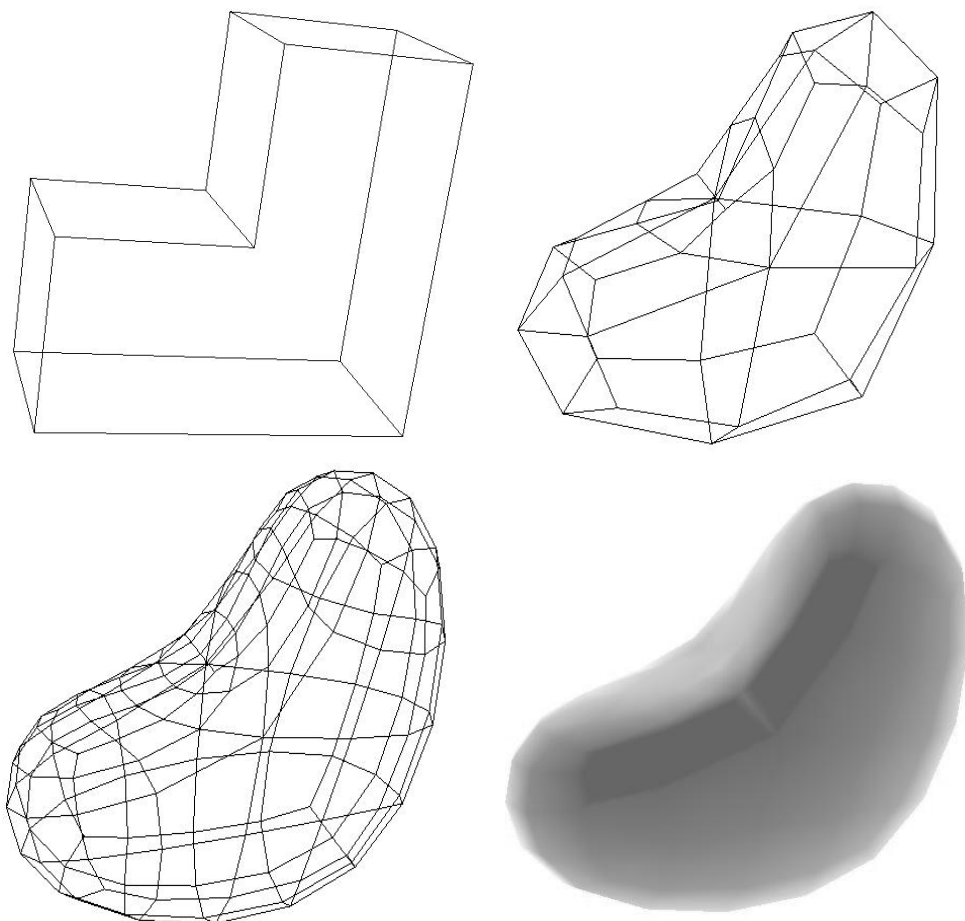
11. Kaukė, naudojama Catmull-Clark paviršiui konstruoti

Paveikslėlyje matome kokius svorius turime priskirti naujiems tinklelio taškams iš kaukės topologiniame centre esančio seno taško, kad sukonstruotume Catmull-Clark padalinimo paviršių. Šią padalinimo schemą taikome kiekvienam senam tinklelio taškui.



12. Catmull-Clark padalinimo kaukės taikymas padalintam tinkleliui

Ar taikytume *Catmull-Clark* šablonus, ar padalinimo kaukę tinklelio taškams, gautas paviršius būtų identiškas (13 pav.).



13. Gautas paviršius naudojant Catmull-Clark padalinimo kaukę

Kaukių taikymas padalinimo paviršiuose yra paprastesnis nei šablonų dėl šių priežasčių:

1. Padalinimo paviršių nusako daug šablonų, o kaukė yra tik viena, todėl schematinis pavaizdavimas yra paprastesnis ir šiek tiek lengviau suprantamas.
2. Kaukėje aiškiau matyti, kuri viršūnė, kokią dalį atiduoda savęs kitoms šalia esančioms viršūnėms.
3. Geriau matosi simetriškumas, aiškesnė topologija.

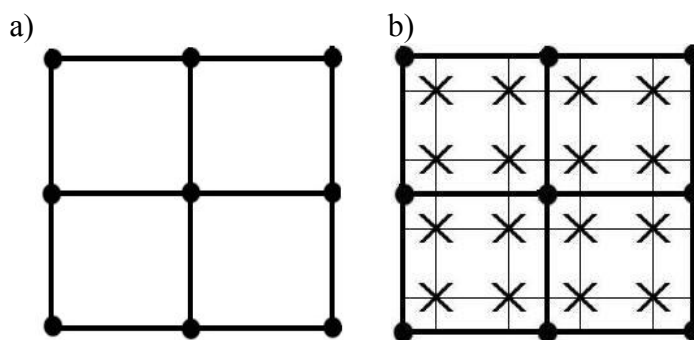
Nežiūrint į kaukių privalumus, padalinimo paviršius realizuoti šablonais yra žymiai lengviau. Turint kaukę galima gauti šablonus, o turint šablonus galima iš jų gauti kaukę.

5 Klasikinės padalinimo schemas

Daug įvairių schemų yra sukurta padalinimo paviršiams konstruoti. Smulkiau panagrinėsime tris klasikines padalinimo schemas: Doo-Sabin, Catmull-Clark ir Loop.

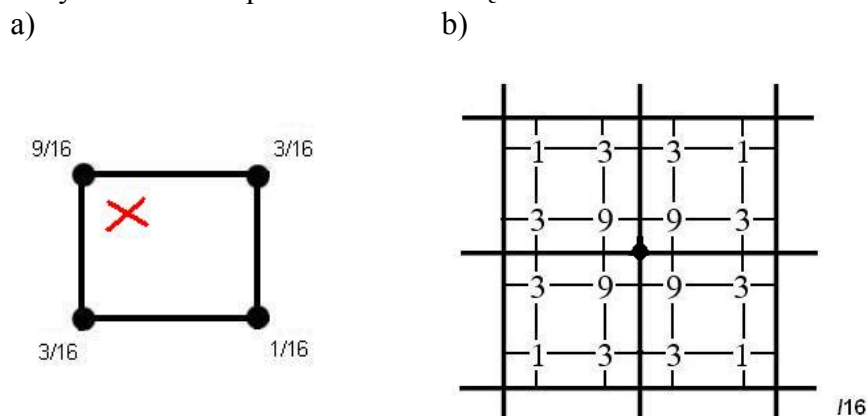
5.1 Doo-Sabin

Ši padalinimo schema skirta keturkampiams tinkleliams. Iš pradžių padalinkime tinklelį. Pagal padalinimo schemą kiekviename tinklelio keturkampyje, sudarytame iš senų taškų, atidedamos naujos tinklelio viršūnės ir atitinkamai sujungiamos (14 pav.).



14. Tinklelio dalinimas pagal Doo-Sabin schemą (• – senieji taškai X – naujieji taškai):
a) pradinis tinklelis; b) padalintas tinklelis

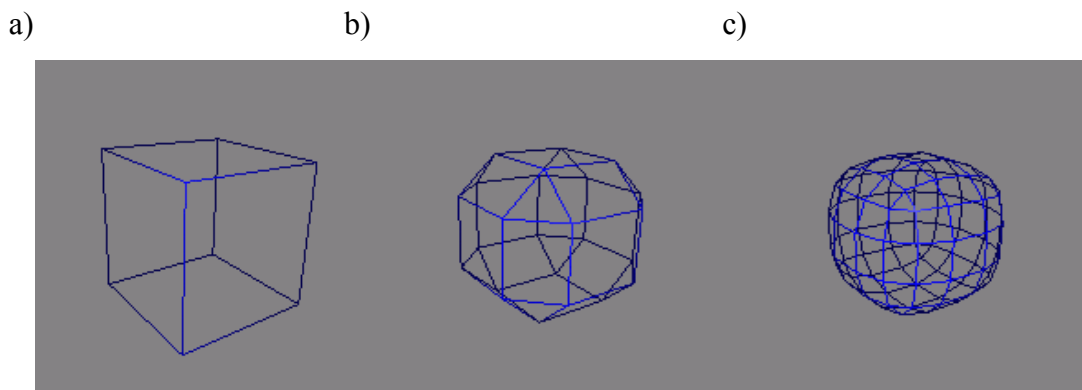
Tinklelio naujų taškų reikšmės suteikiamos pagal pateiktą šabloną arba kaukę (15 pav.). Tinkleliui pritaikyti Doo-Sabin padalinimo schemą reikia tik vieno šablono arba vienos kaukės.



15. Doo-Sabin paviršiaus konstravimas
a) šablonas; b) kaukė

Taikant Doo-Sabin padalinimo schemą gaunami glodūs paviršiai. Norėtusi gauti klasikines geometrines figūras, pvz.: sferą ar cilindrą. Paimkime kubą ir atlikime keletą padalinimo

žingsnių (16 pav.).

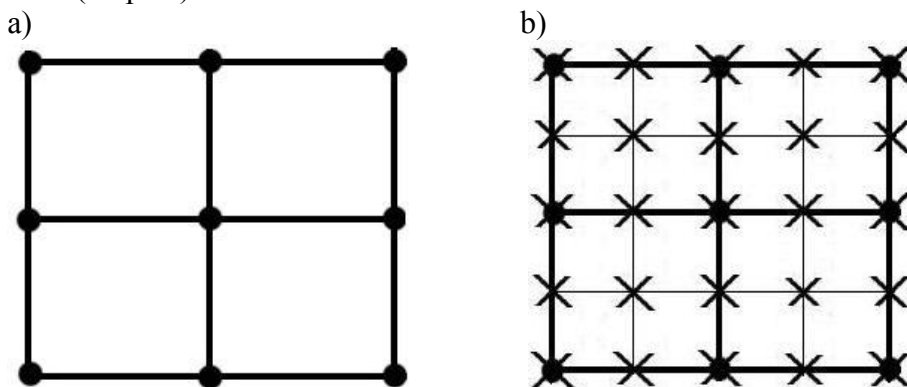


16. Kubo dalinimas taikant Doo-Sabin schemą:
a) kubas; b) kubas po pirmo padalinimo; c) po antro padalinimo

Atlikus 2 padalinimo žingsnius naudojant Doo-Sabin schemą kubas tapo panašus į sferą, tačiau ir plika akimi matosi kūno neatitikimas sferai. Taikant šią schemą sferos gauti neįmanoma, nes ji pagrįsta neracionaliais bikvadratiniais polinomais.

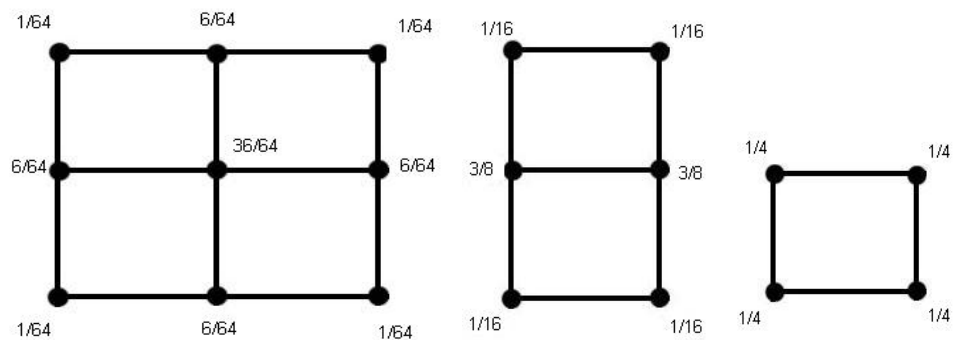
5.2 Catmull-Clark

Padalinkime keturkampį tinklę pagal Catmull-Clark padalinimo schemą. Tinklelio naujieji taškai atidedami į vidurį tarp gretimų senųjų taškų ir vietoj jų pačių. Kaip sudalinamas tinklėlis pavaizduota (17 pav.).

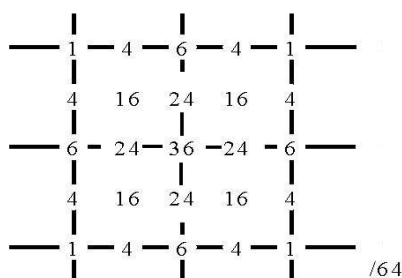


17. Tinklelio dalinimas pagal Catmull-Clark schemą (• – senieji taškai X – naujieji taškai):
a) pradinis tinklėlis; b) padalintas tinklėlis

Catmull-Clark padalinimo schema yra truputi sudėtingesnė už Doo-Sabin. Čia naujų taškų reikšmėms nustatyti galime naudoti vieną kaukę arba 3 šablonus, nes yra 3 skirtingos taškų rūšys: taškai esantys senųjų taškų vietoje, taškai esantys ant seno tinklėlio briaunos ir taškai esantys seno tinklėlio 4 taškų viduryje. Catmull-Clark šablonai pavaizduoti (18 pav.), o kaukė (19 pav.).



18. Šablonai naudojami Catmull-Clark paviršiui konstruoti



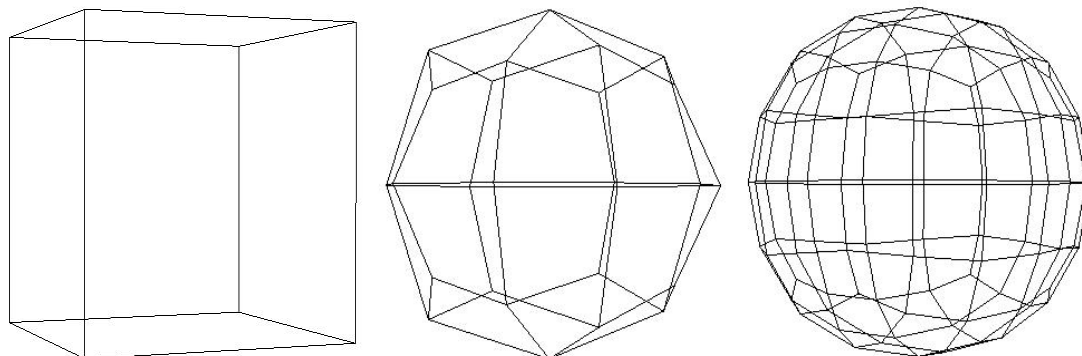
19. Kaukė naudojama Catmull-Clark paviršiui konstruoti

Pritaikius pateiktus šablonus arba kaukę naujų taškų reikšmėms gauti atliekamas vienas padalinimo žingsnis. Pabandykime pritaikyti Catmull-Clark schemą kubui. Ar gausime sferą?

a)

b)

c)



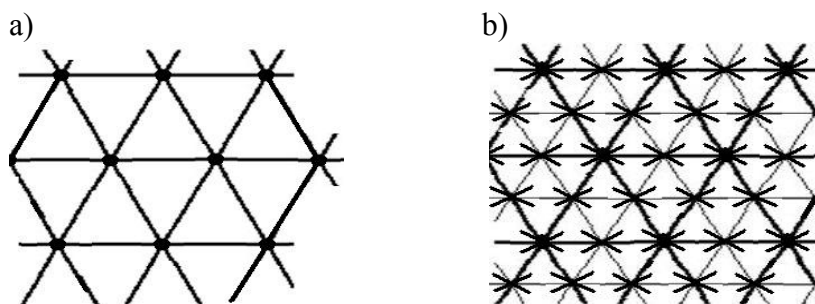
20. Kubo dalinimas taikant Catmull-Clark schemą
a) kubas; b) kubas po pirmo padalinimo; c) po antro padalinimo

Atlikus kelis padalinimo žingsnius taikant Catmull-Clark schemą padalintas kubas tapo panašus į sferą. Panašumas į sferą didesnis, nei pritaikius Doo-Sabin schemą. Atlikus dar daugiau padalinimo žingsnių kūnas glodėja, tačiau riboje negauname sferos.

5.3 Loop

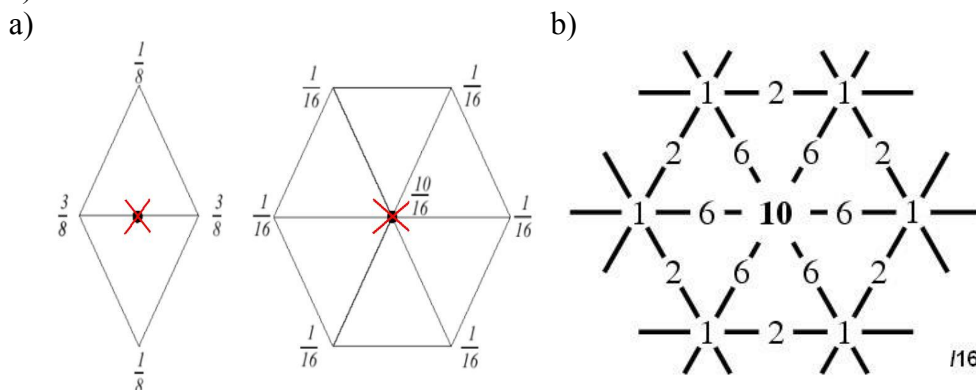
Loop padalinimo schema naudoja trikampį tinklelį. Tinklelio nauji taškai susideda iš senųjų ir

seno tinklelio briaunų viduriuose atidedami nauji taškai. Nauji taškai atitinkamai sujungiami ir gaunamas padalintas tinklelis (21 pav.). Iš vieno seno trikampio gaunami 4 nauji trikampiukai.



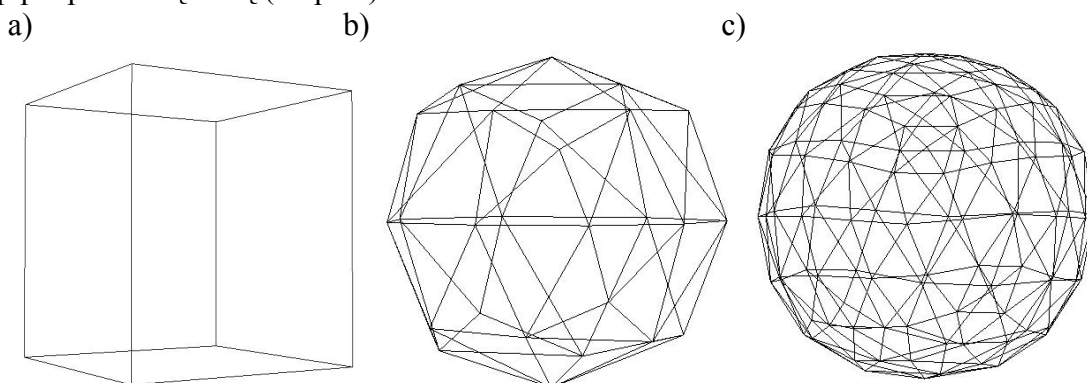
21. Tinklelio dalinimas pagal Loop schemą (• – senieji taškai X – naujieji taškai):
a) pradinis tinklelis; b) padalintas tinklelis

Naujiems tinklelio taškams apskaičiuoti, taikomi šablonai pavaizduoti (22a pav.) arba kaukė (22b pav.).



22. Loop paviršiaus konstravimas:
a) šablonai; b) kaukė

Kadangi Loop padalinimo schema naudoja trikampį tinklelį, negalime šios padalinimo schemos tiesiogiai taikyti kubui. Pirmiausia paviršių turime sutrikampiuoti (t.y gauti trikampį tinklelį) ir tik tada taikyti Loop padalinimo schemą. Pritaikius šią schemą kubui, gaunamas kūnas taip pat panašus į sferą (23 pav.).



23. Kubo dalijimas taikant Loop schemą:
a) kubas; b) kubas po pirmo padalinimo; c) po antro padalinimo

Norint gauti geometrinius kūnus: sferas, cilindrus, elipsoides; neužtenka naudoti klasikines padalinimo schemas.

5.4 Kaukių konstravimas

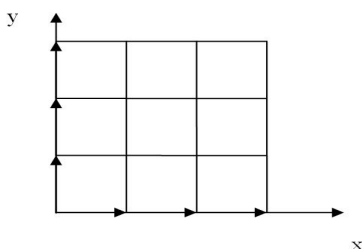
Jau minėjome, kad klasikinių paviršių padalinimo schemas taip pat susiję su neracionaliais polinomais. Ankstesniuose skyreliuose pristatėme Loop, Doo-Sabin ir Catmull-Clark kaukes bei pavaizdavome, kokią kaukę ir kokiems padalinto tinklelio taškams reikia ją taikyti. Kaip konstruojamos padalinimo kaukės polinomų pagalba, galime pademonstruoti žemiau pateikta formule:

$$s^{\Sigma}[x, y] = 4 \prod_{[a,b] \in \Sigma} \frac{1 + x^a y^b}{2} \quad (1)$$

24. Padalinimo kaukės konstravimas (S-kaukė pagal (x,y) , Σ -krypties vektorių aibė)

Σ - krypties vektorių multi aibė, kur leidžiami pasikartojimai. Tokiu atveju Σ sudaro pasikartojantys vektoriai $\{1,0\}$, $\{0,1\}$ ir $\{1,1\}$. Nagrinėjame padalinimą ne daugiau kaip trimis kryptimis $[a,b]$ aibės Σ elementai. Pasirinkime krypties vektorių multi-aibę

$\Sigma = \{\{1,0\}, \{1,0\}, \{1,0\}, \{0,1\}, \{0,1\}, \{0,1\}\}$ (pav. 25).



25. Doo-Sabin krypties vektorių seka

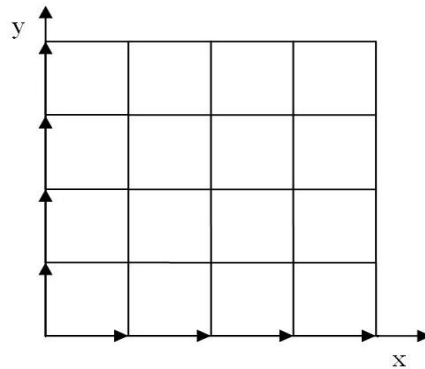
Pritaikę pirmą formulę (1) iš 24 pav. gauname polinomų išraiškas:

$$s^{\Sigma}[x, y] = 4 \left(\left(\frac{(1+x)}{2} \frac{(1+x)}{2} \frac{(1+x)}{2} \right) \left(\frac{(1+y)}{2} \frac{(1+y)}{2} \frac{(1+y)}{2} \right) \right) \quad (2)$$

$$s^{\Sigma}[x, y] = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 \\ 3 & 9 & 9 & 3 \\ 3 & 9 & 9 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 1 \\ y \\ y^2 \\ y^3 \end{pmatrix} \quad (3)$$

26. Doo-Sabin polinomų išraiška

26 paveikslėlyje matome, kad gauta polinomų koeficientų matrica yra lygiai tokia pati kaip ir mūsų pristatyta Doo-Sabin paviršiaus padalinimo kaukė (15 pav.). Sukonstruosime Catmull-Clark padalinimo kaukę. Pasirenkame krypties vektorių multi-aibę $\Sigma = \{\{1,0\}, \{1,0\}, \{1,0\}, \{1,0\}, \{0,1\}, \{0,1\}, \{0,1\}, \{0,1\}\}$ (27 pav.).



27. Catmull-Clark krypties vektorių multi aibė

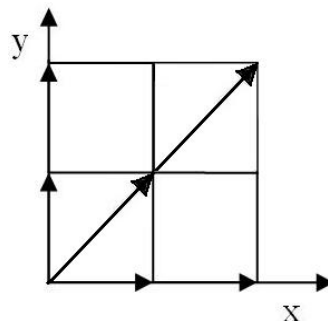
Pritaikę pirmą formulę (1) iš 24 pav. gauname polinomų išraiškas:

$$s^{\Sigma}[x, y] = 4 \left(\left(\frac{(1+x)}{2} \frac{(1+x)}{2} \frac{(1+x)}{2} \frac{(1+x)}{2} \right) \left(\frac{(1+y)}{2} \frac{(1+y)}{2} \frac{(1+y)}{2} \frac{(1+y)}{2} \right) \right)$$

$$s^{\Sigma}[x, y] = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 & x^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{64} \begin{pmatrix} 1 \\ y \\ y^2 \\ y^3 \\ y^4 \end{pmatrix}$$

28. Catmull-Clark polinomų išraiška

28 paveikslėlyje gauta polinomų koeficientų matrica atitinka Catmull-Clark padalinimo kaukę. Sukonstruosime ir Loop padalinimo kaukę. Pasirenkame krypties vektorių aibę $\Sigma = \{\{1,0\}, \{1,0\}, \{0,1\}, \{0,1\}, \{1,1\}, \{1,1\}\}$ (29 pav.).



29. Loop krypties vektorių multi aibė

Pritaikę pirmą formulę (1) iš 24 pav. gauname polinomų išraiškas:

$$s^{\Sigma}[x, y] = 4 \left(\left(\frac{(1+x)}{2} \frac{(1+x)}{2} \right) \left(\frac{(1+y)}{2} \frac{(1+y)}{2} \right) \left(\frac{(1+xy)}{2} \frac{(1+xy)}{2} \right) \right)$$

$$s^{\Sigma}[x, y] = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 6 & 6 & 2 \\ 1 & 6 & 10 & 6 & 1 \\ 2 & 6 & 6 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 1 \\ y \\ y^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & x^2 y^2 \\ 0 & xy & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

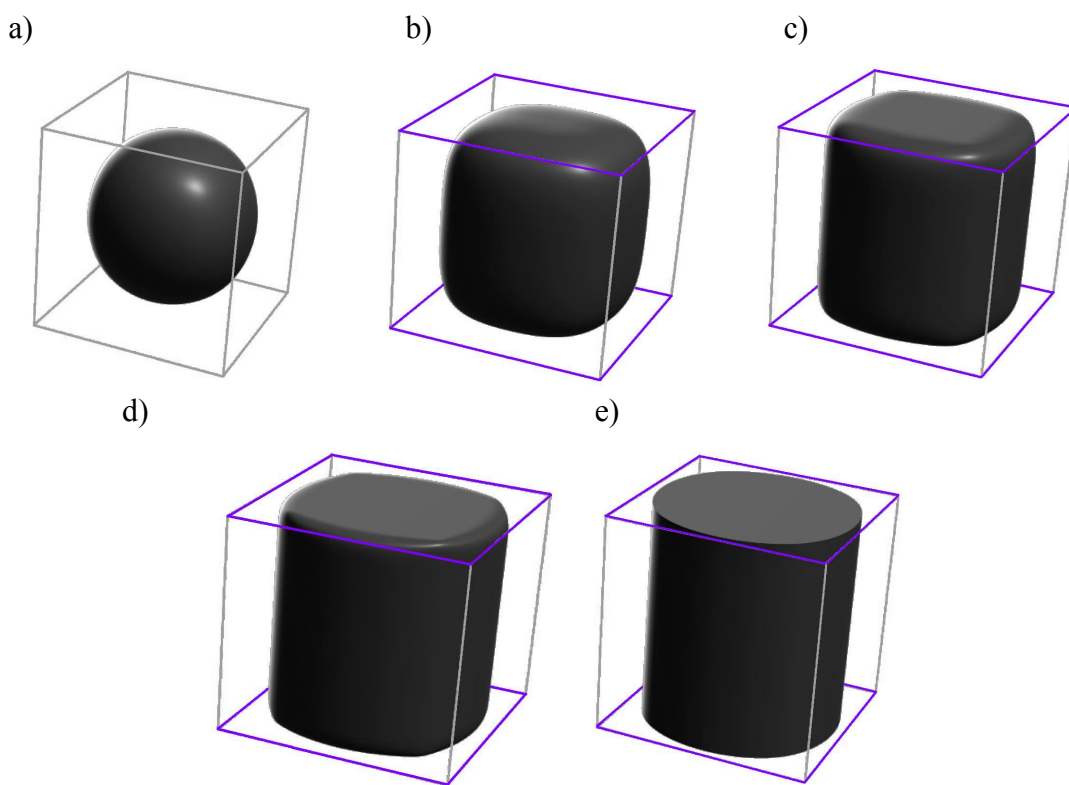
30. Loop polinomų išraiška

30 paveikslėlyje gauta polinomų koeficientų matrica atitinka Loop padalinimo kaukę.

6 Nestacionarios padalinimo schemas

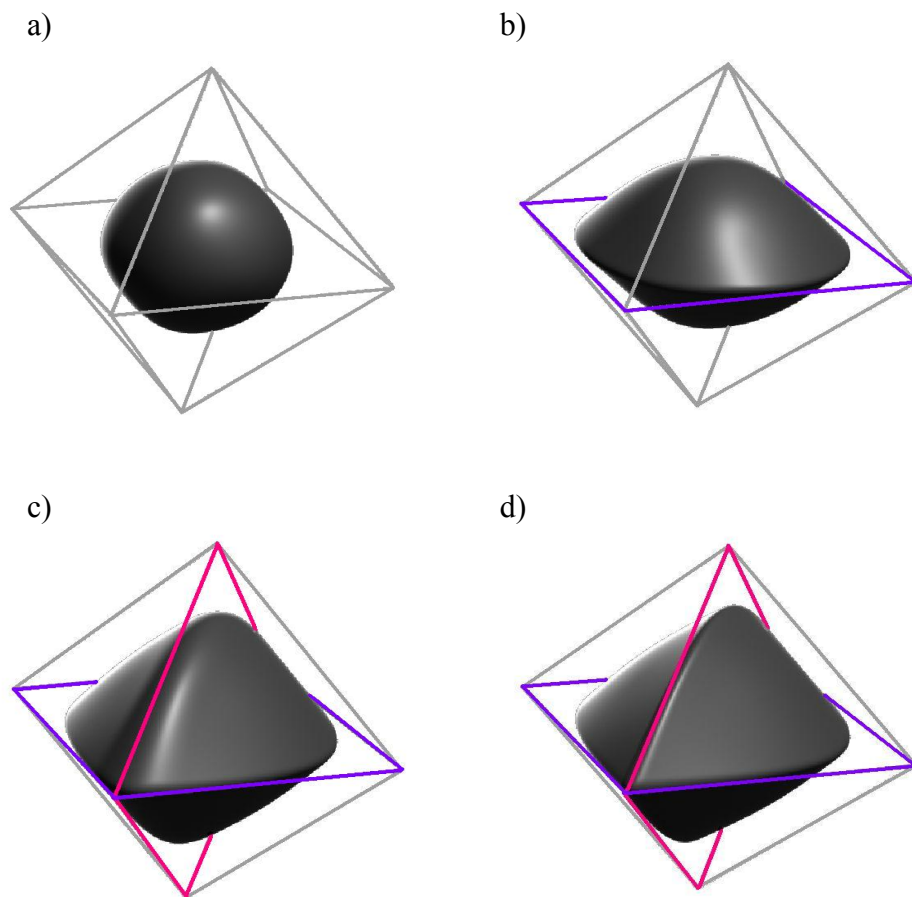
6.1 Nestacionarių schemų privalumai

Ketvirtame ir penktame skyreliuose naudojome stacionarias, klasikines padalinimo schemas: Doo-Sabin, Catmull-Clark, Loop. Kaip matėme, šių schemų pagalba galima sukonstruoti glodžius paviršius ir kūnus, tačiau minėtų schemų pagalba mes negalime gauti sferos ar cilindro, nėra galimybės reguliuoti kūnų užaštrinimo. Modeliuojant animacinius personažus padalinimo paviršių pagalba yra labai svarbu gauti kuo įvairesnių figūrų aibę, todėl kalsikinių padalinimo schemų jau neužtenka. Nestacionarios padalinimo schemas praplečia modeliuojamų figūrų aibę. Šių schemų pagalba galime konstruoti norimas geometrines figūras (pvz. sferą, cilindrą) bei reguliuoti kūno glodumą t.y jį aštrinti arba glodinti.



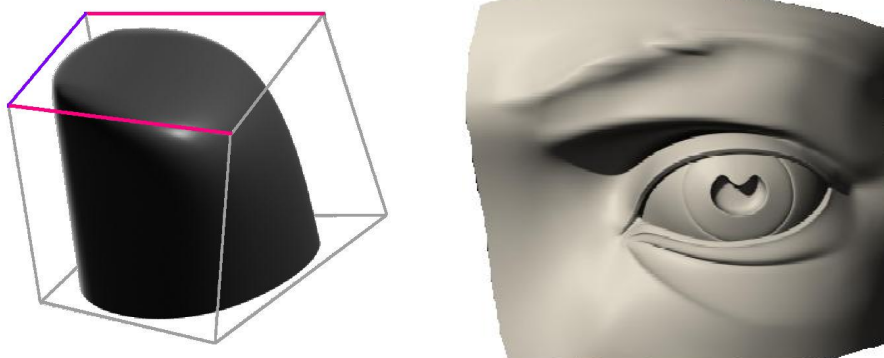
31. Figūros gautos, naudojant nestacionarias padalinimo schemas:
a) sfera; e) cilindras

Kaip matome 31 pav. visų figūrų kontrolinis tinklelis yra kubas. Taikydami nestacionarias padalinimo schemas ir glodindami kubą visomis kryptimis, galime gauti sferą (31a pav.). Nestacionarių padalinimo schemų pagalba galime reguliuoti kūno aštrinimą ar glodinimą. Galime kubo šonus glodinti, o viršų ir apačią kelis žingsnius glodinti, o kelis - aštrinti. Gaunami rezultatai (31 b,c,d pav.). Jei glodinsime tik kubo šonus, gausime cilindrą (31e pav.).



32. *Kelių padalinimo schemų taikymas*

31 ir 32 paveikslėliuose naudojame kelias padalinimo taisykles. Viena padalinimo schema yra taikoma kelis padalinimo žingsnius, po kurių taikoma kita padalinimo taisyklė ir taip iki dalinimo pabaigos.



33. *Aštrumo valdymas nestacionariomis schemomis*

Naudojant nestacionarias schemas galima aštrinti ir glodinti ne tik kūno kraštus, bet ir pasirinktus atskirus tinklelio taškus. Sudėtingesnis pavyzdys pateiktas 33 paveikslėlyje. Nestacionarių schemų pagalba galime pilnai valdyti gaunamą paviršių ar figūrą.

6.2 Eksponentinis padalinimas kreivėms

Stacionarios schemas konstruojamos polinomų pagalba, padalinimo kaukė gaunama iš polinomo koeficientų matricos. Naudodami tik polinomus, negalime gauti figūrų, kurių ribinė kreivė $p[x]$ (čia $p[x]$ - kreivės funkcija) yra apskritimas. Be polinomų reikalingos trigonometrinės funkcijos $\{\text{Cos}[x], \text{Sin}[x]\}$. Polinomus ir trigonometrines funkcijas galime realizuoti eksponentinių splainų pagalba.

$$s_{k-1}[x] = 2 \prod_{i=1}^m \left(\frac{1 + \eta[k, \alpha_i]x}{1 + \eta[k, \alpha_i]} \right)$$

$$\eta[k, \alpha_i] = e^{2^{-k} \cdot \alpha_i}$$

34. Padalinimo kaukė eksponentiniams splainams

Kaip matome (34 pav.) eksponentinių splainų padalinimo schema yra nestacionari kaukė $S_{k-1}[x]$, kadangi jos reikšmės priklauso nuo padalinimo žingsnio numerio k , o α_i – šaknys polinomų lygties, sudarančios eksponentinius splainus. Norėdami turėti galimybę valdyti glodinimą į eksponentinių splainų kaukę įvedame tempimo parametą γ . Šis parametras yra gaunamas iš splainų diferencialinės lygties (35 pav.).

$$p^{(4)}[x] - \gamma^2 p^{(2)}[x] == 0$$

35. Diferencialinė lygtis

Parametras γ yra reali konstanta. Kad sukonstruotume padalinimo kaukę $S_{k-1}[x]$ su tempimo parametru, turime skaičiuoti polinomo $x^2(x^2 - \gamma^2) = 0$ šaknis. Kadangi šaknų reikšmės yra $\{0, 0, -\gamma, \gamma\}$, tai tempiamų splainų atkarpos yra tiesinės reikšmių kombinacijos $\{1, x, e^{(-\gamma x)}, e^{(\gamma x)}\}$. Toliau apsirašome hiperbolinį sinusą ($\text{Sinh}[x] = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$) ir hiperbolinį kosinusą ($\text{Cosh}[x] = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$). Pastebime, kad ribinės kreivės $p[x]$ segmentų tiesinės kombinacijos yra $\{1, x, \text{Sinh}[\gamma x], \text{Cosh}[\gamma x]\}$. Įstatę šias reikšmes į 34 pav. pateiktą formulę gauname padalinimo kaukę $S_{k-1}[x]$ su tempimo parametru (36 pav.).

$$s_{k-1}[x] = \frac{1}{2}(1+x)^2 \left(\frac{1 + (e^{\gamma 2^{-k}} + e^{-\gamma 2^{-k}})x + x^2}{e^{-\gamma 2^{-k}} + 2 + e^{\gamma 2^{-k}}} \right)$$

$$== \frac{1}{2}(1+x)^2 \left(\frac{1 + 2 \text{Cosh}[2^{-k}\gamma]x + x^2}{2 + 2 \text{Cosh}[2^{-k}\gamma]} \right)$$

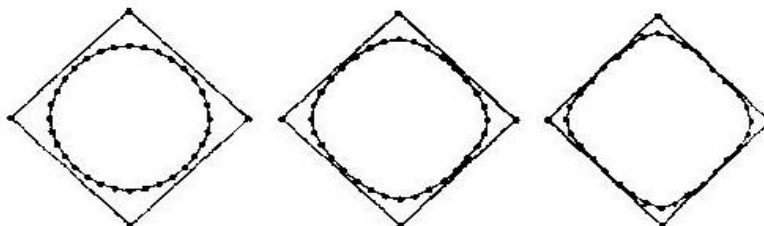
36. Kaukė $S_{k-1}[x]$ su tempimo parametru γ

Taikant gautą padalinimo kaukę $S_{k-1}[x]$ kiekviename padalinimo žingsnyje reikalingas $\text{Cosh}[2^{(k)}\gamma]$ reikšmės radimas, kuriam apskaičiuoti naudojame rekurentinę formulę (37 pav.).

$$\text{Cosh}[2^{-k}\gamma] = \sqrt{\frac{1 + \text{Cosh}[2^{-(k-1)}\gamma]}{2}}$$

37. Rekursinis įvertinimas

Pritaikius padalinimo schemą duotiems kontroliniams taškams $p_0 = \{ \{1,0\}, \{0,1\}, \{-1,0\}, \{0,-1\} \}$ gaunami rezultatai pavaizduoti 38 paveikslėlyje.



38. Tempimo pavyzdžiai

Kairėje esančios kreivės tempimo parametras $\gamma = 0$, kitos dvi centre ir dešinėje esančios kreivės turi tempimo parametrus atitinkamai lygūs $\gamma = \cosh^{-1} [10]$, $\gamma = \cosh^{-1} [100]$.

6.3 Trigonometrinis padalinimas kreivėms

Sukonstravome padalinimo schemą, kurios ribinės kreivės susideda iš polinomų ir hiperbolinių segmentų. Dabar konstruosime schemą, kurios segmentai yra polinamai ir trigonometrinės funkcijos. Šių mišrių kreivių pagalba galime gauti apskritimą. Ribinės kreivės segmentai yra lygties sprendiniai:

$$p^{(4)}[x] + \gamma^2 p^{(2)}[x] = 0$$

39. Diferencialinė lygtis

Parametras γ yra reali konstanta. Kad sukontruotume padalinimo kaukę $S_{k-1}[x]$ su mišriomis trigonometrinėmis funkcijomis, turime skaičiuoti polinomo $x^2(x^2+\gamma^2)=0$ šaknis. Kadangi šaknų reikšmės yra $\{0, 0, -\gamma i, \gamma i\}$, tai spline'ų atkarpos yra tiesinės reikšmių kombinacijos $\{1, x, e^{(-\gamma i x)}, e^{(\gamma i x)}\}$. Toliau apsirrašome sinusą ($\text{Sin}[x] = \frac{1}{2}(e^{ix} - e^{-ix})$) ir kosinusą ($\text{Cos}[x] = \frac{1}{2}(e^{ix} + e^{-ix})$). Pastebime, kad ribinės kreivės $p[x]$ segmentų tiesinės kombinacijos yra $\{1, x, \text{Sin}[\gamma x], \text{Cos}[\gamma x]\}$. Kadangi Sin ir Cos yra periodinės funkcijos, konstantos γ reikšmės yra iš intervalo $0 < \gamma \leq \pi$. Įstatę šaknis $\{0, 0, -\gamma i, \gamma i\}$ į 34 pav. pateiktą formulę gauname padalinimo kaukę $S_{k-1}[x]$ su trigonometrinėmis funkcijomis (40 pav.)

$$\begin{aligned} s_{k-1}[x] &= \frac{1}{2}(1+x)^2 \left(\frac{1 + (e^{\gamma i 2^{-k}} + e^{-\gamma i 2^{-k}})x + x^2}{e^{-\gamma i 2^{-k}} + 2 + e^{\gamma i 2^{-k}}} \right) \\ &= \frac{1}{2}(1+x)^2 \left(\frac{1 + 2 \text{Cos}[2^{-k}\gamma]x + x^2}{2 + 2 \text{Cos}[2^{-k}\gamma]} \right) \end{aligned}$$

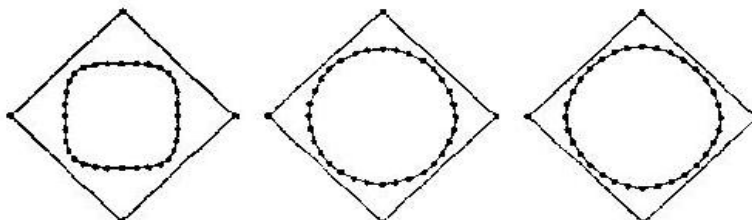
40. Kaukė $S_{k-1}[x]$ su trigonometrinėmis funkcijomis

Taikant gautą padalinimo kaukę $S_{k-1}[x]$ kiekviename padalinimo žingsnyje reikalingas $\text{Cos}[2^{(-k)}\gamma]$ reikšmės radimas, kuriam apskaičiuoti naudojame rekurentinę formulę (41 pav.).

$$\cos[2^{-k}\gamma] = \sqrt{\frac{1 + \cos[2^{-(k-1)}\gamma]}{2}}$$

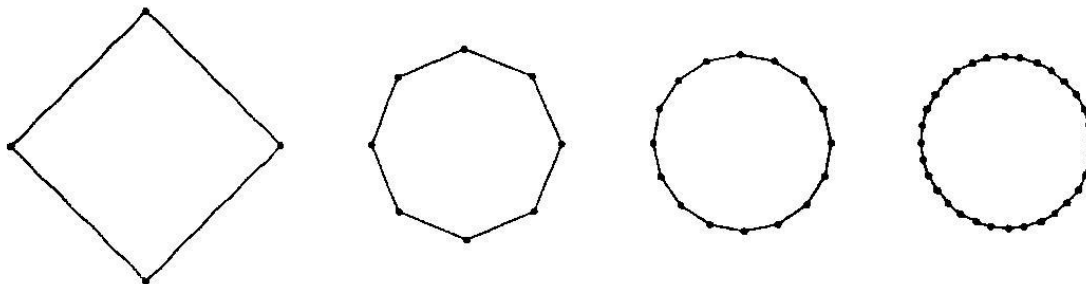
41. Rekursinis įvertinimas

Pritaikius padalinimo schemą duotiems kontroliniams taškams $p_0 = \{\{1,0\}, \{0,1\}, \{-1,0\}, \{0,-1\}\}$ gaunami rezultatai pavaizduoti 42 paveikslėlyje.



42. Mišrių trigonometrinių splineų pritaikymas

Paveikslėlio dešinėje yra kreivė kurios tempimo parametras $\gamma=0$. Kitos dvi kreivės kairėje yra mišrios trigonometrinės kreivės, kurių tempimo parametrai atitinkamai lygūs: $\gamma=\pi/2$, $\gamma=\pi$. Pastebėkime, kad kai γ didinamas gaunamos kreivės yra labiau užapvalinamos, priešingai nei elgiasi kreivės didinant tempimo parametą. Šiame pavyzdyje trigonometrinė kreivė kurios $\gamma=\pi/2$ (centre esanti kreivė) yra tikslus apskritimas. Paveikslėlyje 43 pateikti trys padalinimo žingsniai naudojant $\gamma=\pi/2$.



43. Trys padalinimo žingsniai kai $\gamma=\pi/2$

6.4 Nestacionarių kaukių konstravimas

Skyreliuose 6.2 ir 6.3 pristatėme dvi nestacionarias padalinimo schemas su tempimo parametru γ ir trigonometrinėmis funkcijomis.

$$\begin{aligned} s_{k-1}[x] &= \frac{1}{2}(1+x)^2 \left(\frac{1 + (e^{\gamma i 2^{-k}} + e^{-\gamma i 2^{-k}})x + x^2}{e^{-\gamma i 2^{-k}} + 2 + e^{\gamma i 2^{-k}}} \right) \\ &= \frac{1}{2}(1+x)^2 \left(\frac{1 + 2 \cos[2^{-k}\gamma]x + x^2}{2 + 2 \cos[2^{-k}\gamma]} \right) \end{aligned}$$

44. Kaukė $S_{k-1}[x]$ su trigonometrinėmis funkcijomis

Pasižymėkime $a_k = \cos[2^{-k}\gamma]$ ir įsistatykime į formulę (44 pav.). Gauname išraišką:

$$S_{k-1} = \frac{(1+x)^2 (1+2a_k x + x^2)}{2(2+2a_k)}$$

$$S_{k-1} = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & 2(1+a_k) & & & \\ & & 2(1+2a_k) & & \\ & & & 2(1+a_k) & \\ & & & & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{(4+4a_k)} \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}$$

Gavome formulės išraišką su atskirtais kaukės koeficientais. Pabandykime įsistatyti į gautą formulę pasirinktas γ reikšmes.

Kai $\gamma = 0$:

$a_k = \cos[2^{-k}\gamma] = \cos[0] = 1$. Matome, kad šiuo atveju a_k reikšmės nuo koeficiento k nepriklauso. Kadangi a_k nekinta - nekinta ir S_{k-1} . Kaukė nuo padalinimo žingsnių nepriklauso, t.y. kaukė yra stacionari. Įsistatę a reikšmes gauname išraišką:

$$S = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & 4 & & & \\ & & 6 & & \\ & & & 4 & \\ & & & & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{(8)} \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}$$

Gautos polinominės išraiškos koeficientai atitinka kubinių B-splainų kaukę.

Kai $\gamma = \pi/2$:

Norėdami gauti apskritimą pasirinkime tempimo parametą $\gamma = \pi/2$ ir apskaičiuokime kaukę S_{k-1} kai $k=1, 2, 3$.

Skaičiuojame a reikšmę kai $k=1$ ir gauname S_0 :

$$a_1 = \cos[2^{-1}\gamma] = \cos\left[\frac{\pi}{4}\right]$$

$$S_0 = \begin{pmatrix} 1 & 2(1 + \cos\left[\frac{\pi}{4}\right]) & 2(1 + 2\cos\left[\frac{\pi}{4}\right]) & 2(1 + \cos\left[\frac{\pi}{4}\right]) & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{(4 + 4\cos\left[\frac{\pi}{4}\right])} \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}$$

$$S_0 = \begin{pmatrix} 1 & 3,41 & 4,83 & 3,41 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{(6,83)} \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}$$

Skaičiuojame a reikšmę kai $k=2$ ir gauname S_1 :

$$a_2 = \cos[2^{-2}\gamma] = \cos\left[\frac{\pi}{8}\right]$$

$$S_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2(1 + \cos\left[\frac{\pi}{8}\right]) & 2(1 + 2\cos\left[\frac{\pi}{8}\right]) & 2(1 + \cos\left[\frac{\pi}{8}\right]) & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{(4 + 4\cos\left[\frac{\pi}{8}\right])} \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}$$

$$S_1 = \begin{pmatrix} 1 & 3,85 & 5,7 & 3,85 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{(7,7)} \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}$$

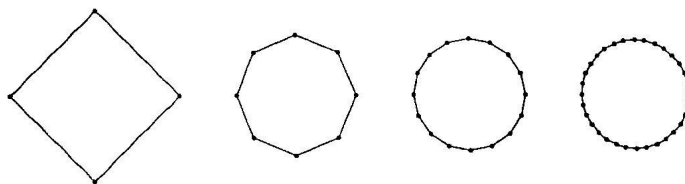
Skaičiuojame a reikšmę kai $k=3$ ir gauname S_2 :

$$a_3 = \cos[2^{-3}\gamma] = \cos\left[\frac{\pi}{16}\right]$$

$$S_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2(1+\cos[\frac{\pi}{16}]) & 2(1+2\cos[\frac{\pi}{16}]) & 2(1+\cos[\frac{\pi}{16}]) & 1 \\ 2(1+\cos[\frac{\pi}{16}]) & 2(1+2\cos[\frac{\pi}{16}]) & 2(1+\cos[\frac{\pi}{16}]) & 1 & 2(1+\cos[\frac{\pi}{16}]) \\ 2(1+2\cos[\frac{\pi}{16}]) & 2(1+\cos[\frac{\pi}{16}]) & 1 & 2(1+\cos[\frac{\pi}{16}]) & 2(1+2\cos[\frac{\pi}{16}]) \\ 2(1+\cos[\frac{\pi}{16}]) & 1 & 2(1+\cos[\frac{\pi}{16}]) & 2(1+2\cos[\frac{\pi}{16}]) & 1 \\ 1 & 2(1+\cos[\frac{\pi}{16}]) & 2(1+2\cos[\frac{\pi}{16}]) & 2(1+\cos[\frac{\pi}{16}]) & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{(4+4\cos[\frac{\pi}{16}])} \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}$$

$$S_2 = \begin{pmatrix} 1 & 3,96 & 5,92 & 3,96 & 1 \\ 3,96 & 5,92 & 3,96 & 1 & 3,96 \\ 5,92 & 3,96 & 1 & 3,96 & 5,92 \\ 3,96 & 1 & 3,96 & 5,92 & 1 \\ 1 & 3,96 & 5,92 & 3,96 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{(7,92)} \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}$$

Naudodami tempimo parametą $\gamma = \pi/2$ kiekviename žingsnyje k gauname skirtingas kaukes. Pritaikius S_0, S_1, S_2 kvadratui gausime rezultatus pateiktus 45 paveikslėlyje. Taikant toliau šią padalinimo schemą, riboje galime gauti apskritimą.



45. Trys padalinimo žingsniai kai $\gamma=\pi/2$

6.5 Kaukių konstravimas paviršiams

Ankstesniame skyrelyje apskaičiavome, nestacionarios kaukės S_{k-1} skirtos kreivėms reikšmes S_0, S_1, S_2 , su tempimo parametru $\gamma = \pi/2$ ir parodėme kaip taikant šias reikšmes kvadratui galima gauti apskritimą (45 pav.). Dabar iš gautos nestacionarios kaukės kreivėms sukonstruosime kaukę paviršiams. Imkime apskaičiuotas kaukės S_0 reikšmes ir sudarykime iš jų dvi vienodas aibes A ir B , turinčias reikšmes:

$$A, B = \left\{ \frac{1}{(6,83)}, \frac{3,41}{6,83}, \frac{4,83}{6,83}, \frac{3,41}{6,83}, \frac{1}{6,83} \right\}$$

Mūsų ieškoma kaukė bus matrica sudaryta iš šių dviejų aibių A ir B elementų dekartio sandaugos $A \times B$ (visos galimos aibių elementų sandaugos):

$$A \times B = \{(a,b) | a \in A, b \in B\}$$

Apskaičiavę aibių A ir B elementų dekartio sandaugą formuojame matricą, kurios pirmą eilutę sudarys aibės A pirmo elemento sandaugos su visais aibės B elementais. Pirmą formuojamos matricos eilutė bus:

$$\left(\frac{1}{6,83^2} \quad \frac{3,41}{6,83^2} \quad \frac{4,83}{6,83^2} \quad \frac{3,41}{6,83^2} \quad \frac{1}{6,83^2} \right)$$

Analogiškai apskaičiuojame kitas matricos eilutes, taip suformuodami mūsų ieškomą kaukę paviršiams S_0 kai $k=1$ ir $\gamma = \pi/2$:

$$S_0 = (1 \ y \ y^2 \ y^3 \ y^4) \begin{pmatrix} 1 & 3,41 & 4,88 & 3,41 & 1 \\ 3,41 & 11,63 & 16,64 & 11,63 & 3,41 \\ 4,88 & 16,64 & 23,81 & 16,64 & 4,88 \\ 3,41 & 11,63 & 16,64 & 11,63 & 3,41 \\ 1 & 3,41 & 4,88 & 3,41 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{6,83^2} \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}$$

Tuo pačiu principu apskaičiuojame kaukes S_1 ir S_2 kai $k=2,3$ su tempimo parametru $\gamma=\pi/2$:

$$S_1 = (1 \ y \ y^2 \ y^3 \ y^4) \begin{pmatrix} 1 & 3,85 & 5,7 & 3,85 & 1 \\ 3,85 & 14,82 & 21,95 & 14,82 & 3,85 \\ 5,7 & 21,95 & 32,49 & 21,95 & 5,7 \\ 3,85 & 14,82 & 21,95 & 14,82 & 3,85 \\ 1 & 3,85 & 5,7 & 3,85 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{7,7^2} \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}$$

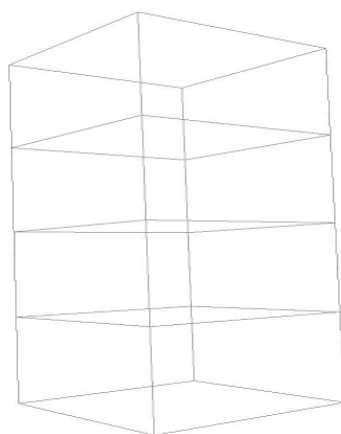
$$S_2 = (1 \ y \ y^2 \ y^3 \ y^4) \begin{pmatrix} 1 & 3,96 & 5,92 & 3,96 & 1 \\ 3,96 & 15,68 & 23,44 & 15,68 & 3,96 \\ 5,92 & 23,44 & 35,04 & 23,44 & 5,92 \\ 3,96 & 15,68 & 23,44 & 15,68 & 3,96 \\ 1 & 3,96 & 5,92 & 3,96 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{7,92^2} \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}$$

Gavome naujas kaukes paviršiams S_0 , S_1 , S_2 . Tai nestacionarios schemos pirmų trijų padalinimo žingsnių kaukės, kurių tempimo parametras $\gamma = \pi/2$.

7 Nestacionarių schemų taikymas paviršiams

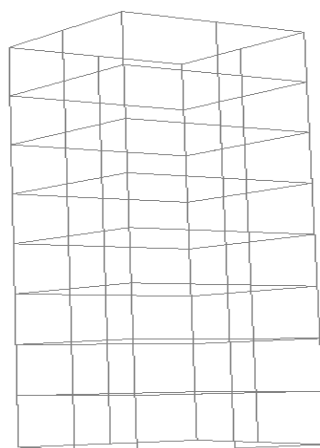
7.1 Padalinimas

Pradiniai duomenys nuskaitomi iš tekstinio (*.dat) failo. Faile saugomas tinklelio viršūnių bei sienų skaičius, viršūnių koordinatės ir sienos (aprašytos taškų, per kuriuos eina jo briaunos, sąrašu).



46. Pradinis tinklelis

47 paveikslėlyje pavaizduotas vieną kartą (žingsnį) padalintas pradinis tinklelis. Iš vienos tinklelio sienos gaunamos keturios naujos sienos (po kiekvieno žingsnio paviršiaus sienų skaičius padidėja 4 kartus).



47. Padalintas tinklelis nepritaikius kaukės

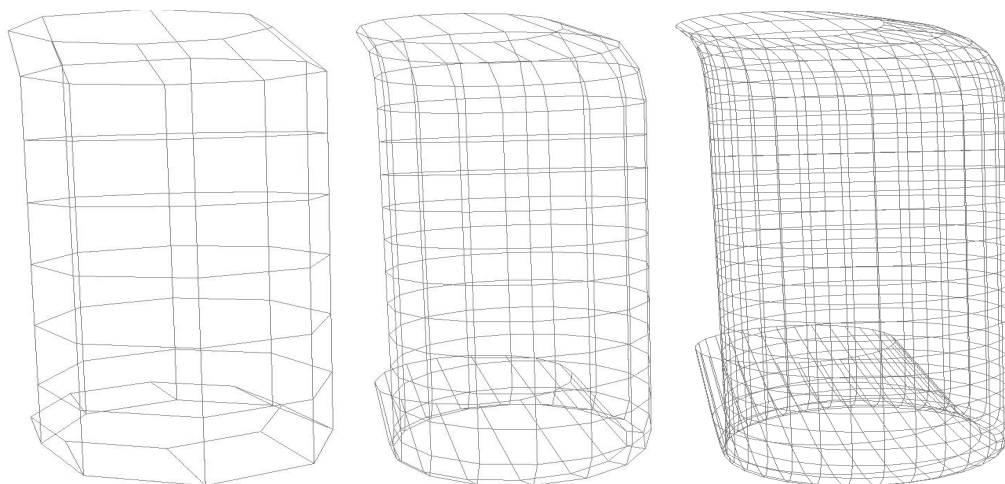
7.2 Kaukės taikymas ir krašto problema

Realizavome nestacionarių kaukių konstravimą. Įvedus tempimo parametą γ ir pasirinkus

žingsnių skaičių, sukonstruojamos kaukės kiekvienam padalinimo žingsniui. Pasirinkus $\gamma = \pi/2$ pirmuose 3 žingsniuose gauname tokias kaukes:

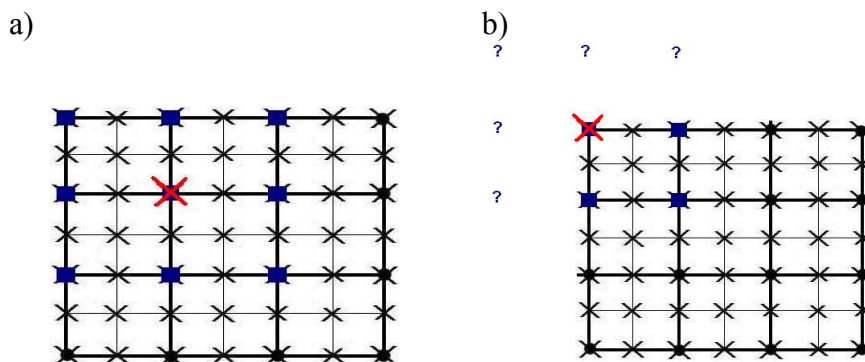
$$\begin{pmatrix} 1 & 3.41 & 4.88 & 3.41 & 1 \\ 3.41 & 11.63 & 16.64 & 11.63 & 3.41 \\ 4.88 & 16.64 & 23.81 & 16.64 & 4.88 \\ 3.41 & 11.63 & 16.64 & 11.63 & 3.41 \\ 1 & 3.41 & 4.88 & 3.41 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{6.83^2} \quad \begin{pmatrix} 1 & 3.85 & 5.7 & 3.85 & 1 \\ 3.85 & 14.82 & 21.95 & 14.82 & 3.85 \\ 5.7 & 21.95 & 32.49 & 21.95 & 5.7 \\ 3.85 & 14.82 & 21.95 & 14.82 & 3.85 \\ 1 & 3.85 & 5.7 & 3.85 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{7.7^2} \quad \begin{pmatrix} 1 & 3.96 & 5.92 & 3.96 & 1 \\ 3.96 & 15.68 & 23.44 & 15.68 & 3.96 \\ 5.92 & 23.44 & 35.04 & 23.44 & 5.92 \\ 3.96 & 15.68 & 23.44 & 15.68 & 3.96 \\ 1 & 3.96 & 5.92 & 3.96 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{7.92^2}$$

Pritaikome šias kaukes pradiniam padalintam tinkleliui (47 pav). Po kiekvieno kaukės pritaikymo tinklelis smulkinamas. Gautas rezultatas pateiktas (48 pav.).



48. Tinklelis po 3 padalinimo žingsnių

Iškilo problema su tinklelio kraštiniais taškais. Taip atsitiko todėl, kad kraštiniai tinklelio taškai po padalinimo pritaikant kaukę, gauna svorių iš mažesnio skaičiaus “senų” taškų, nei kiti taškai.



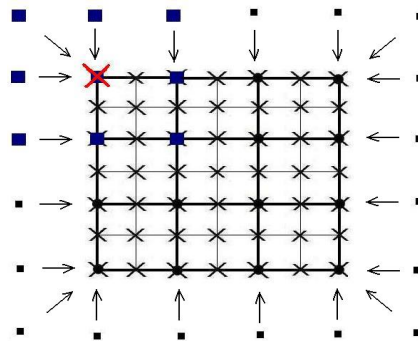
49. Naujas taškas (X) gauna svorių iš senų (■) taškų:
 a) naujas taškas gauna svorių iš 9 taškų
 b) naujas taškas pilnai nepamaitintas- gauna svorių iš 4 taškų

Kiekvienas naujas taškas turi gauti svorių iš 9 aplink jį esančių taškų (49a pav.). Nauji taškai esantys kraštuose arba kampuose, nebus pilnai pamaitinti senųjų taškų svoriais. Kraštinis taškas gaus svorių iš 6 senųjų taškų, o kampinis gaus iš – 4 (49b pav.). Dėl šios priežasties, atlikus kelis

padalinimo žingsnius pilnai nepamaitinami ir šalia kraštinių taškų esantys taškai. Po kelių padalinimo žingsnių gauname, paviršiaus krašto traukimosi į koordinatinių pražią, efektą.

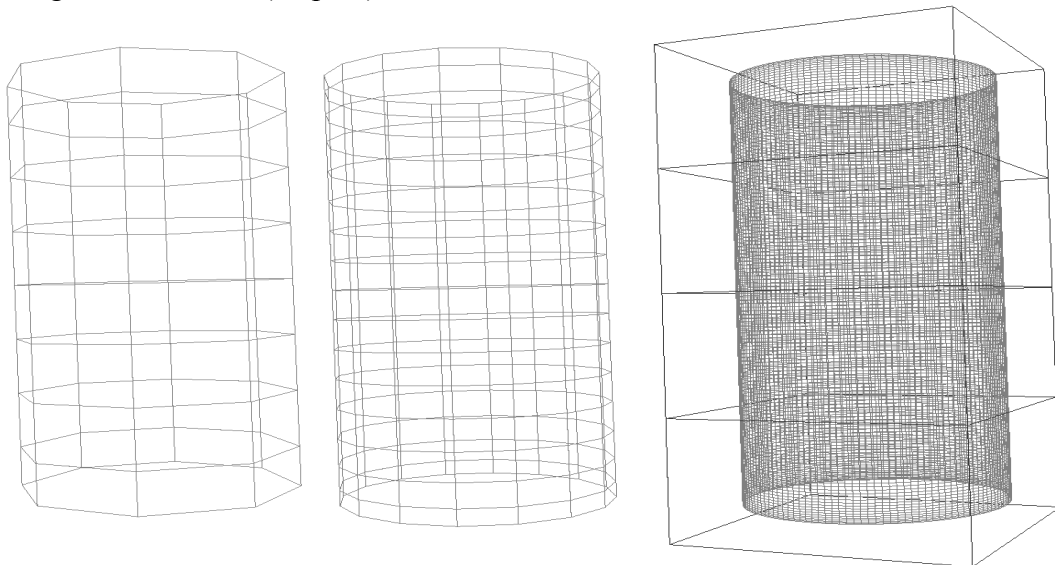
7.3 Krašto problemos sprendimai

Naujas taškas pilnai “pamaitinamas”, kai gauna iš senųjų tinklelio taškų svorius, kurių koeficientų (lygių arba didesnių už 0) suma yra lygi 1. Jei koeficientų suma bus mažesnė už 1 naujasis taškas artės į 0, kitu atveju, kai koeficientų suma > 1 – naujasis taškas artės į begalybę. Tai vadinama iškila kombinacija. Pirmame padalinimo žingsnyje tik kraštiniai tinklelio taškai pilnai “nepamaitinami” - senųjų taškų atiduodamų svorių koeficientų suma < 1 . Tik paviršiaus kraštelis traukiasi į koordinatinių pradžių. Atlikus daugiau padalinimo žingsnių, “nepamaitinamų” taškų skaičius didėja ir iškraipomas visas paviršius. Kad išspęsti krašto problemą, reikia kraštiniam taškams kompensuoti negaunamus svorius. Tam tikslui ant tinklelio krašto sukuriame fiktyvius taškus, o jų koordinatinių reikšmėms priskiriame artimiausiai (topologiškai) esenčių senųjų taškų koordinatinių reikšmes (50 pav.).



50. Pridedami fiktyvūs taškai

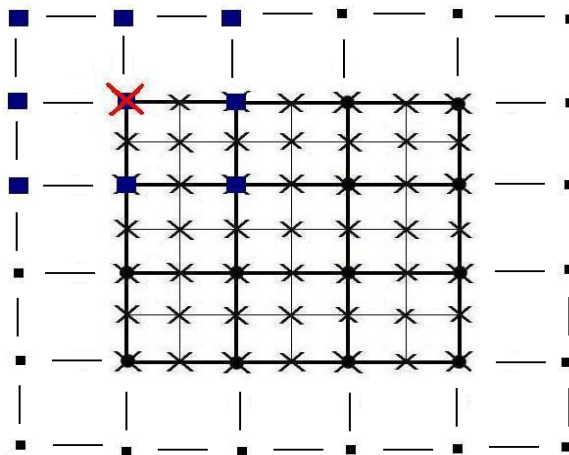
Fiktyvių taškų pagalba kompensuojame trūkstamus svorius. Atlikus šią modifikaciją gaunami žymiai geresni rezultatai (51 pav.).



51. Krašto problemos sprendimas

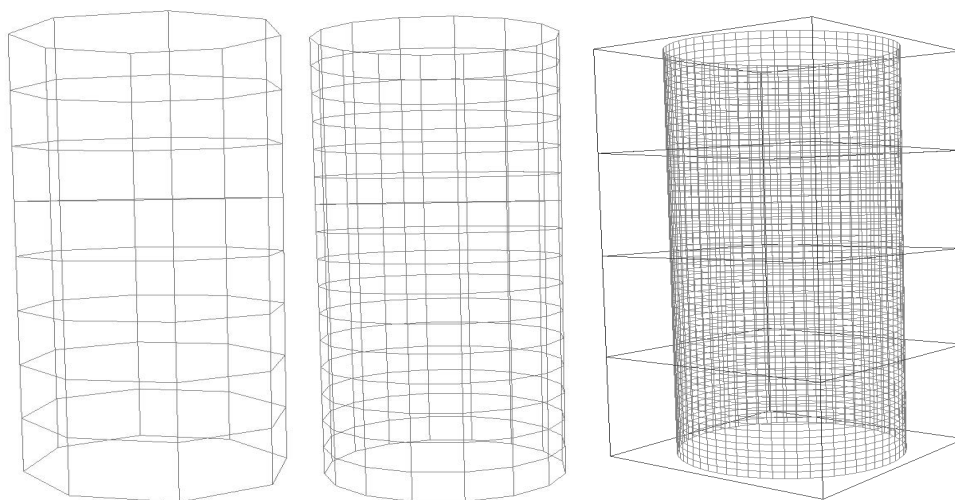
Kraštiniai taškai atlikus kelis padalinimo žingsnius, neartėja į koordinacių pradžių. Krašto problema vizualiai išspęsta, tačiau (51 pav.) matosi, kad kiekviename žingsnyje paviršiaus viršutinė/apatinė juostelė siaurėja.

Kitas krašto sprendimo būdas – pratęsti senų taškų tinklą fiktyviais taškais ir jų svorius išdalinti kraštiniam taškams (52 pav.).



52. Fiktyviais taškais pratęsimas tinklelis

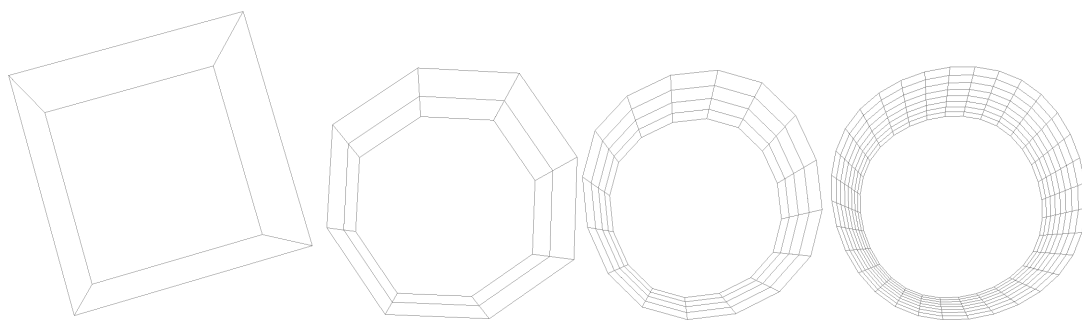
Atlikus šį modifikavimą, gaunami dar geresni rezultatai nei pirmuoju krašto problemos sprendimo būdu (53 pav.).



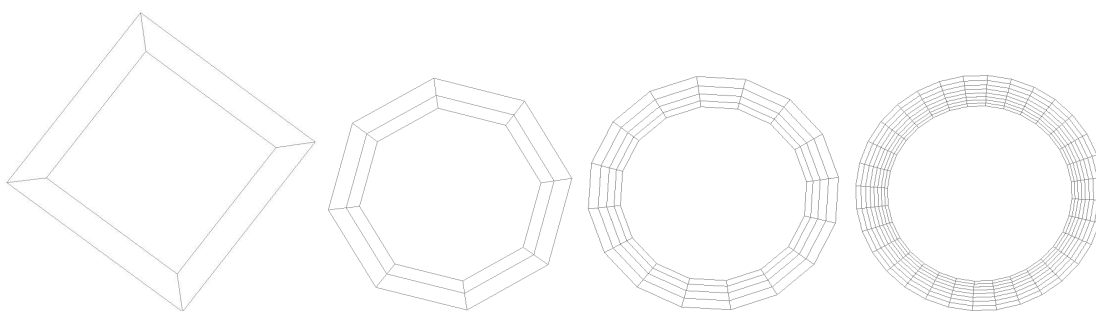
53. Krašto problemos sprendimas pratęsiant tinklelį

7.4 Tempimo parametras

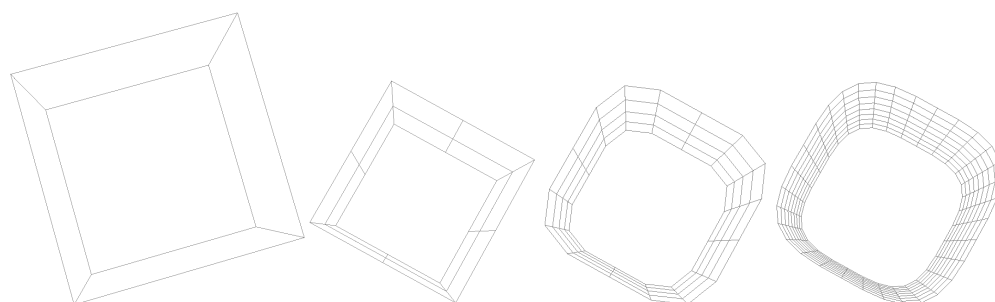
Nestacionarios kaukės konstruojamos įvedant tempimo parametą γ . Kaip jau buvo minėta, pasirinkus $\gamma = \pi/2$, atlikus daug padalinimų, gausime apskritimą.



54. Kubas be dugno ir viršaus, 3 padalinimo žingsniai su $\gamma = 0$ (Catmull Clark)



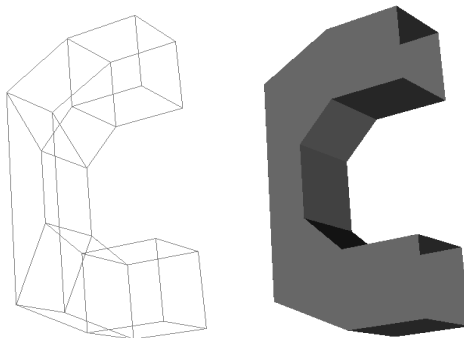
55. Kubas be dugno ir viršaus, 3 padalinimo žingsniai su $\gamma = \pi/2$



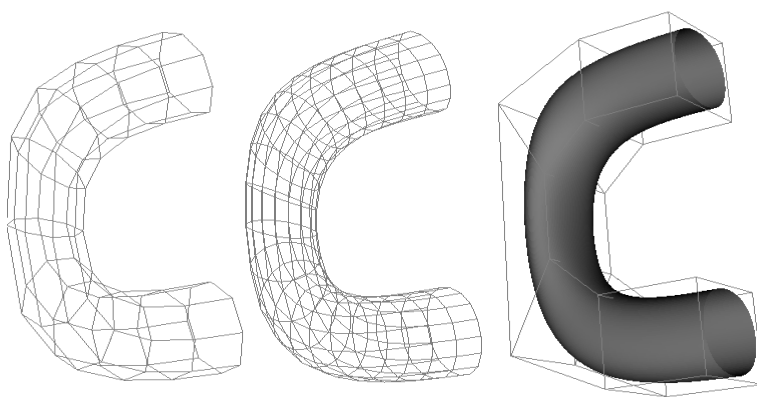
56. Kubas be dugno ir viršaus, 3 padalinimo žingsniai su $\gamma = \pi$

8 Paviršių galerija

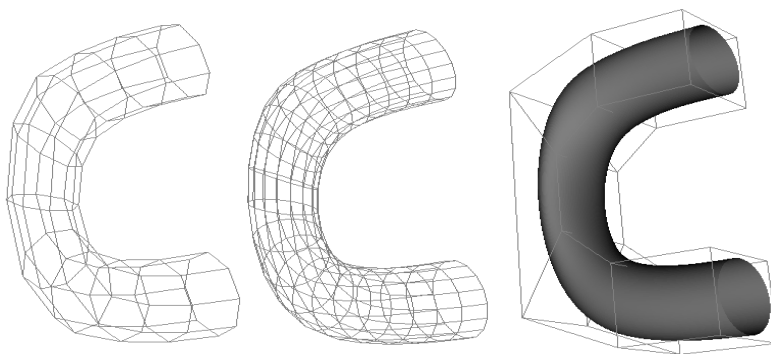
Taikėme nestacionarią kaukę skirtingiems paviršiams kartu įvesdami skirtingas tempimo parametro γ reikšmes. Kai $\gamma = 0$, tai mūsų generuojama padalinimo schema yra lygi *Catmull Clark* padalinimo schemai.



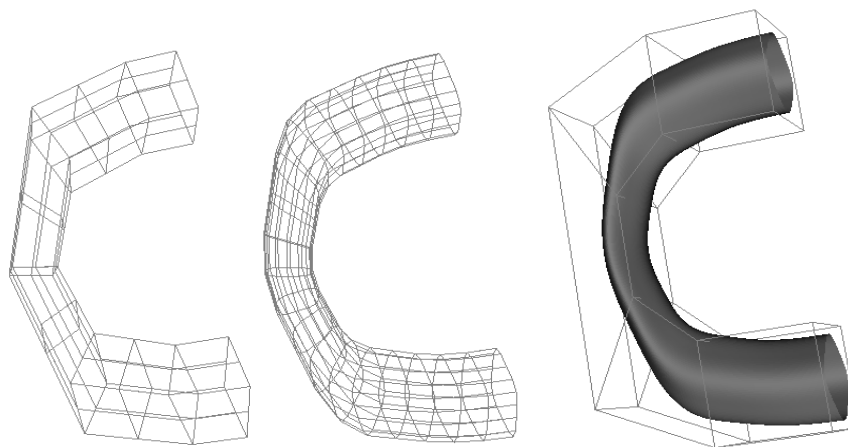
57. Pradinis paviršius



58. Tempimo parametras $\gamma=0$

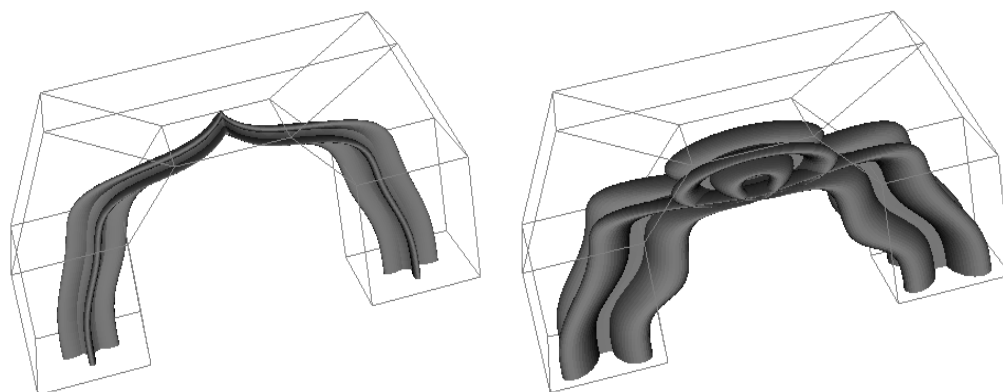


59. Tempimo parametras $\gamma= \pi/2$

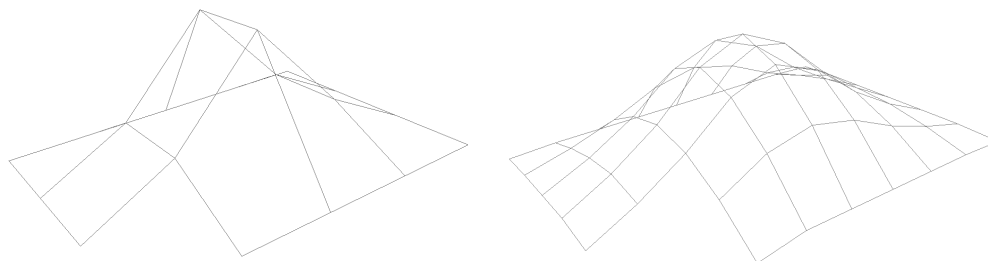


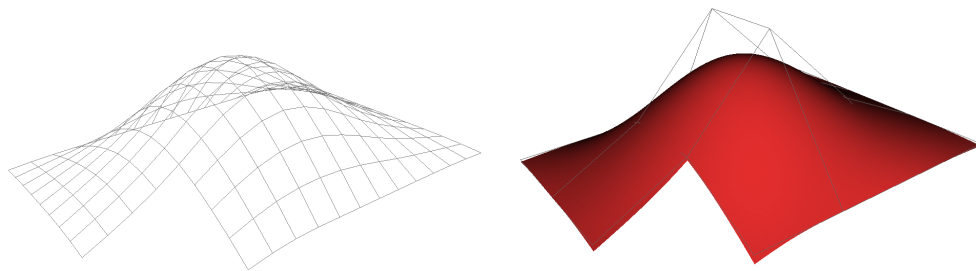
60. Tempimo parametras $\gamma = \pi$

Tempimo parametro γ reikšmės standartiškai parenkamos iš intervalo $[0, \pi]$. Pabandėme įvesti reikšmes nepatenkančias į šį intervalą. Tempimo parametras pasirinkome $\gamma = 7\pi/5$ ir $\gamma = 8\pi/5$, gauti rezultatai (61 pav.).

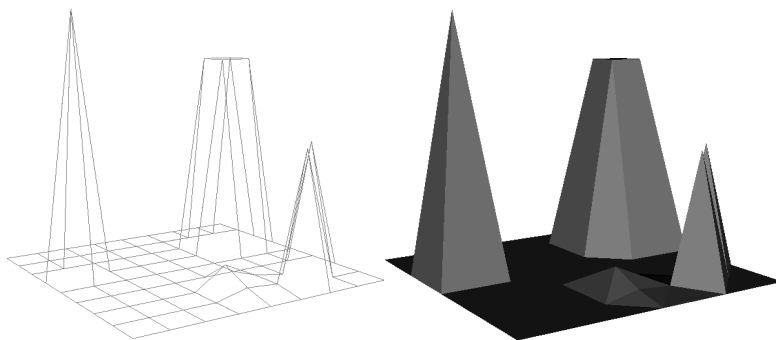


61. Tempimo parametras $\gamma = 7\pi/5$ ir $\gamma = 8\pi/5$

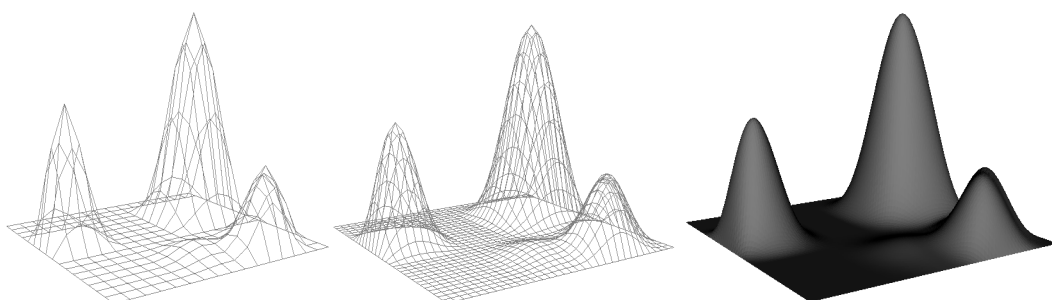




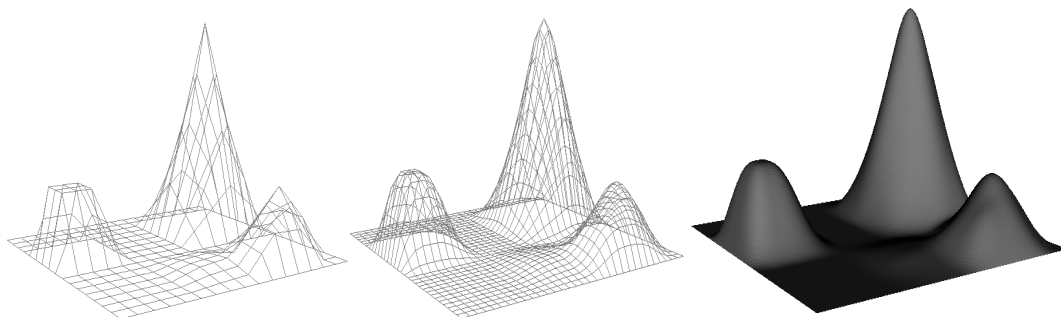
62. Tempimo parametras $\gamma = \pi/2$



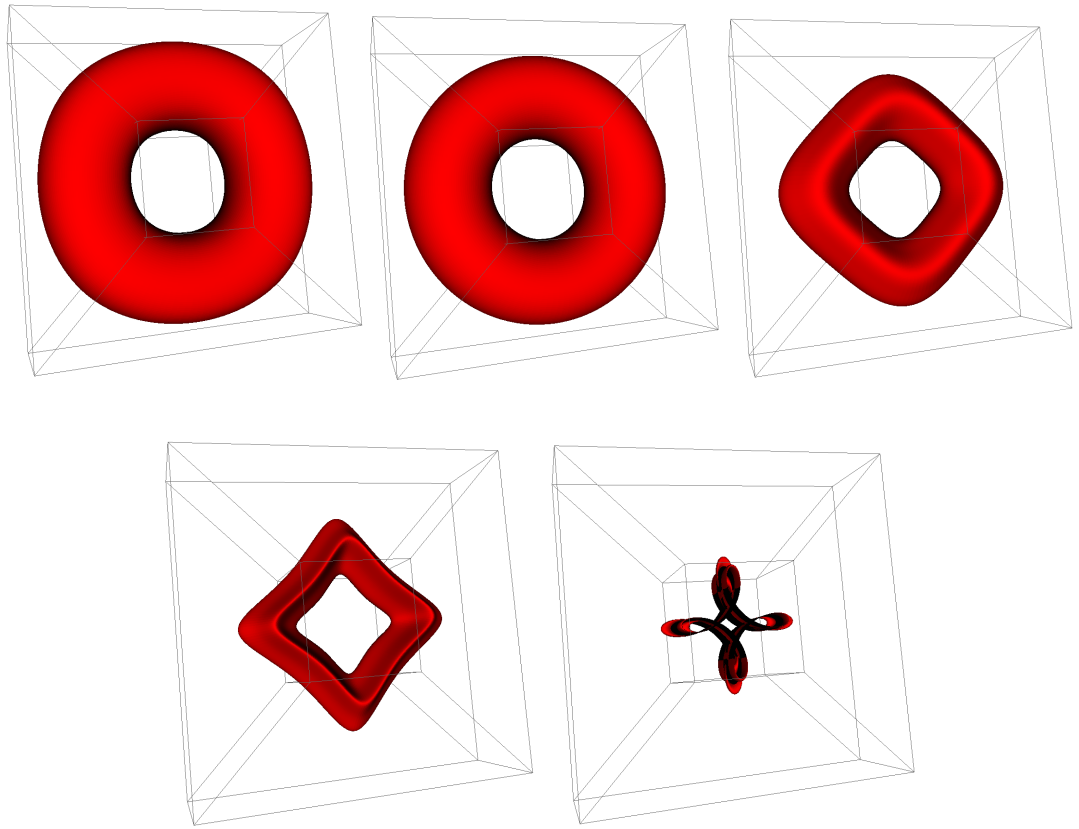
63. Pradinis paviršius



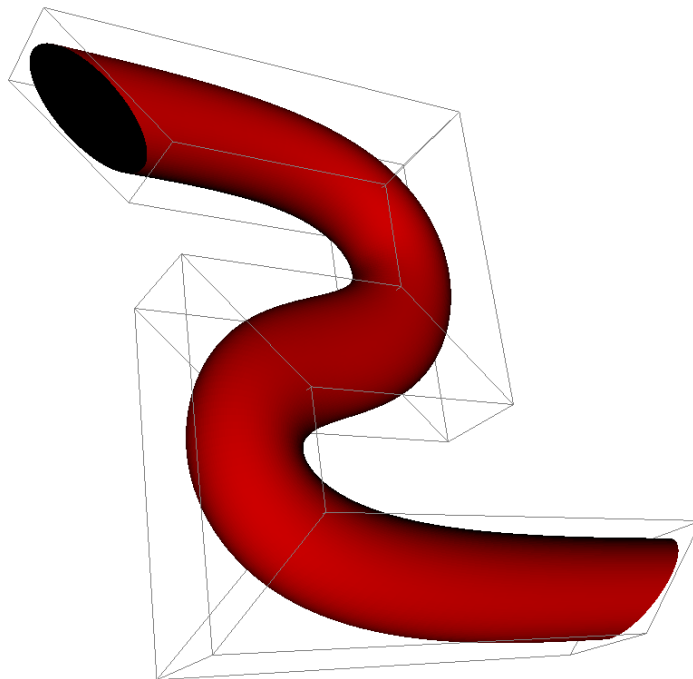
64. Tempimo parametras $\gamma = \pi/2$



65. Tempimo parametras $\gamma = \pi$



66. Tempimo parametrai $\gamma=0, \gamma=0.5, \gamma=\pi, \gamma=\pi, \gamma=1.2\pi, \gamma=1.4\pi$



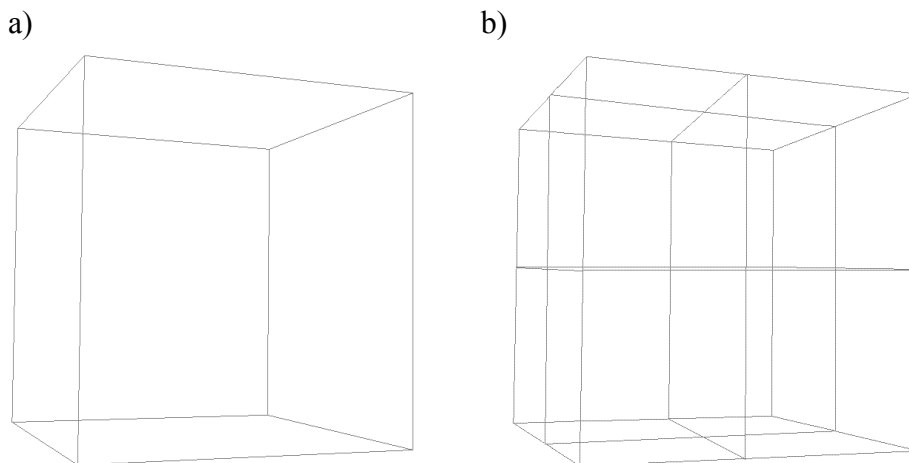
67. Tempimo prametras $\gamma = \pi/2$

9 Nestacionarių schemų taikymas uždariems paviršiams

Skyriuje Nr. 7 pristatėme nestacionarių schemų taikymus neuždariems paviršiams (reguliariems ir nereguliariems keturkampiams tinkleliams). Norint išgauti dar didesnę figūrų aibę naudojant nestacionarias padalinimo schemas reikia panagrinėti šių metodų taikymą ir uždariems paviršiams. Šiame skyrelyje nagrinėsime nestacionarių schemų taikymą uždariems paviršiams.

9.1 Tinklelio dalinimas

Paimkime kubo formos pradinį tinklelį (68a pav.). Kaip ir neuždariems paviršiams atlikime kubo padalinimą, nepritaikant padalinimo kaukės.



68. Tinklelio dalinimas:
a) pradinis kubo formos tinklelis; b) padalintas tinklelis

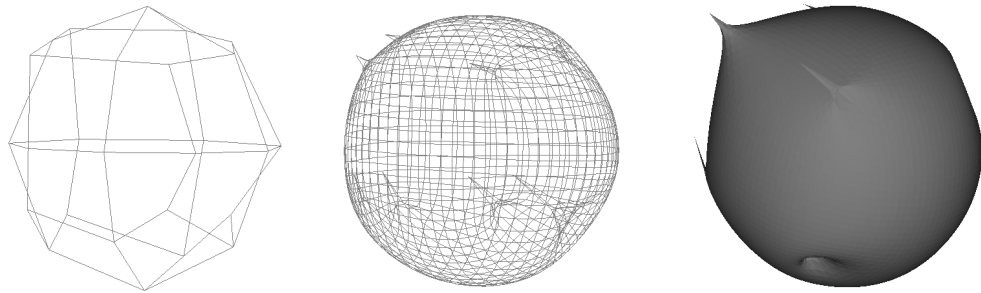
Po padalinimo iš vienos tinklelio sienos gaunamos keturios naujos sienos (68b pav) (po kiekvieno žingsnio paviršiaus sienų skaičius padidėja 4 kartus).

9.2 Kaukės taikymas ir nereguliarių taškų problema

Kaip ir neuždarų paviršių atveju, sukonstruojame padalinimo kaukę įvedus tempimo parametą γ ir pasirinkus žingsnių skaičių. Sukonstruojamos kaukės kiekvienam padalinimo žingsniui. Pasirinkus $\gamma = \pi/2$ pirmuose 3 žingsniuose gauname tokias kaukes:

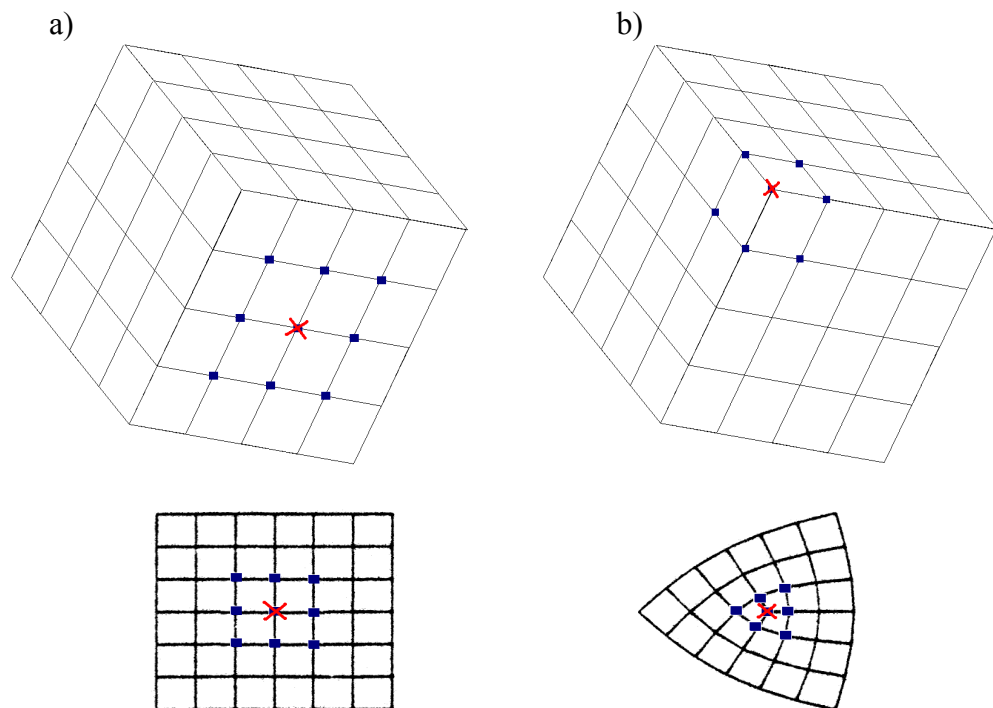
$$\begin{pmatrix} 1 & 3.41 & 4.88 & 3.41 & 1 \\ 3.41 & 11.63 & 16.64 & 11.63 & 3.41 \\ 4.88 & 16.64 & 23.81 & 16.64 & 4.88 \\ 3.41 & 11.63 & 16.64 & 11.63 & 3.41 \\ 1 & 3.41 & 4.88 & 3.41 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{6.83^2} \quad \begin{pmatrix} 1 & 3.85 & 5.7 & 3.85 & 1 \\ 3.85 & 14.82 & 21.95 & 14.82 & 3.85 \\ 5.7 & 21.95 & 32.49 & 21.95 & 5.7 \\ 3.85 & 14.82 & 21.95 & 14.82 & 3.85 \\ 1 & 3.85 & 5.7 & 3.85 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{7.7^2} \quad \begin{pmatrix} 1 & 3.96 & 5.92 & 3.96 & 1 \\ 3.96 & 15.68 & 23.44 & 15.68 & 3.96 \\ 5.92 & 23.44 & 35.04 & 23.44 & 5.92 \\ 3.96 & 15.68 & 23.44 & 15.68 & 3.96 \\ 1 & 3.96 & 5.92 & 3.96 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{7.92^2}$$

Pritaikome šias kaukes padalintam tinkleliui (68 pav). Po kiekvieno kaukės pritaikymo žingsnio tinklelis smulkinamas. Gautas rezultatas pateiktas (69 pav.).



69. Tinklelis pritaikius 3 nestacionarios schemas žingsnius

Iškilo problema su tinklelio nereguliais taškais (taškais turinčiais 3 sienas). Taip atsitiko todėl, kad nereguliarūs tinklelio taškai po padalinimo pritaikant kaukę, gauna svorių iš mažesnio skaičiaus “senų” taškų, nei reguliarūs taškai (taškai turintys 4 sienas).

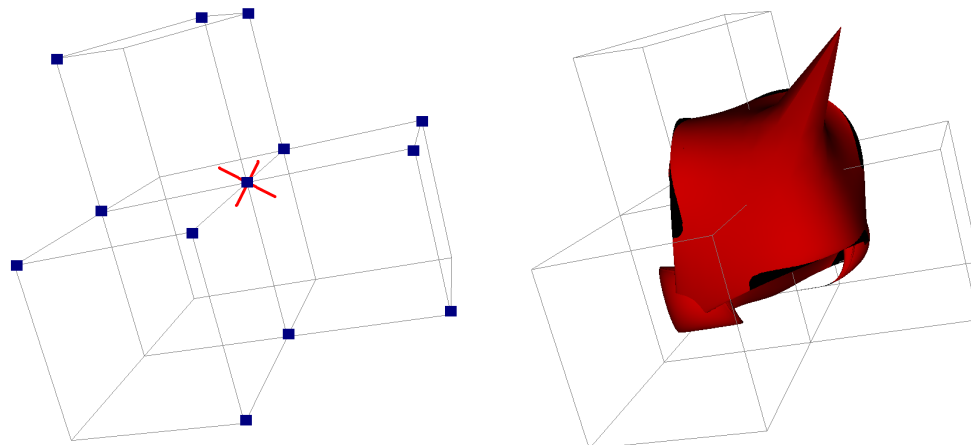


70. Naujas taškas (X) gauna svorių iš senų (■) taškų:

a) naujas taškas gauna svorių iš 9 taškų;

b) naujas taškas pilnai nepamaitintas - gauna svorių iš 7 taškų

Kiekvienas naujas taškas turi gauti svorių iš 9 aplink jį esančių taškų (pav. 70a). Nauji taškai esantys kampuose (turintys 3 sienas), nebus pilnai pamaitinti senųjų taškų svoriais. Nereguliarus taškas gaus svorių iš 7 senųjų taškų (pav. 70b). Dėl šios priežasties, atlikus kelis padalinimo žingsnius pilnai nepamaitinami ir šalia nereguliarių taškų esantys taškai. Po kelių padalinimo žingsnių gauname, paviršiaus nereguliaraus taško ir jo aplinkos traukimosi link koordinatų pradžios, efektą.

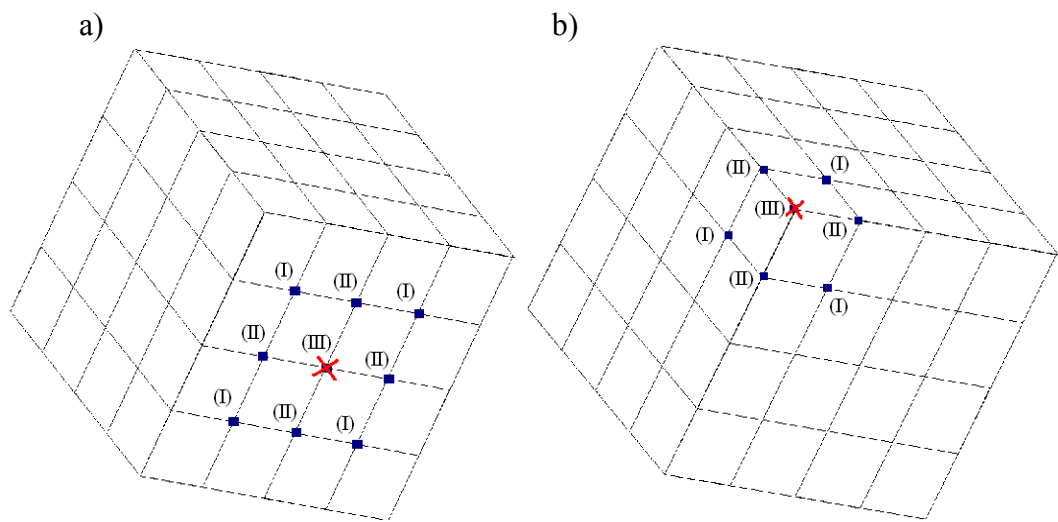


71. Figūra su nereguliariom viršūnėm

Figūros pavaizduotos (71 pav.) beveik visi taškai yra nereguliarūs. Pastebėkime, kad figūros viduryje pažymėta viršūnė turi aplink save 6 sienas, kampinės viršūnės – po 3 sienas, o kraštinės – po 5. Kadangi aplink pažymėtą viršūnę yra 6 sienos, padalinimo žingsnio metu ji gauna svorių iš 13 viršūnių – per daug pamaitinama. Dėl šios priežasties, atlikus kelis padalinimo žingsnius per daug pamaitinami ir šalia nereguliarių taškų esantys taškai. Po kelių padalinimo žingsnių gauname, paviršiaus nereguliaraus taško (turinčio 6 sienas) ir jo aplinkos traukimosi nuo koordinatų pradžios, efektą.

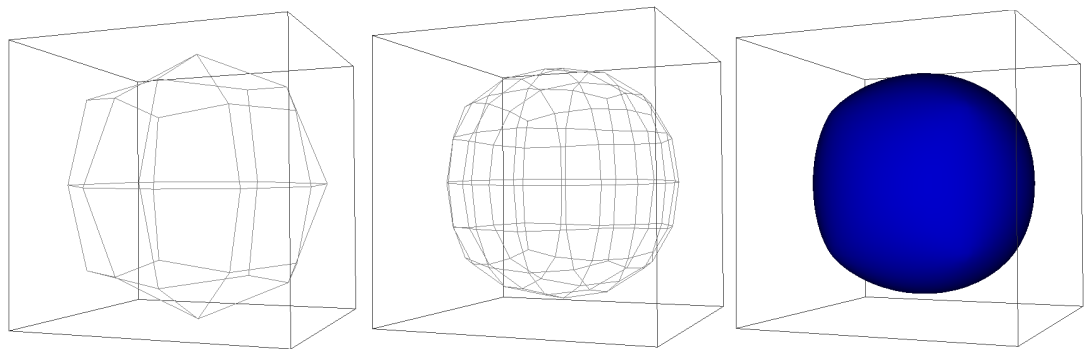
9.3 I nereguliarių taškų problemos sprendimo būdas

Naujas tinklelio taškas pilnai “pamaitinamas”, kai gauna iš senųjų tinklelio taškų svorius, kurių koeficientų (lygių arba didesnių už 0) suma yra lygi 1. Jei koeficientų suma bus mažesnė už 1 naujasis taškas artės į 0, kitu atveju, kai koeficientų suma > 1 – naujasis taškas artės į begalybę. Tai vadinama iškila kombinacija. Pirmame padalinimo žingsnyje tik nereguliarūs tinklelio taškai pilnai “nepamaitinami” arba “permaitinami” - senųjų taškų atiduodamų svorių koeficientų suma yra atitinkamai < 1 arba > 1 . Tik paviršiaus nereguliarūs taškai traukiasi arba tolsta nuo koordinatų pradžios. Atlikus daugiau padalinimo žingsnių, “nepamaitinamų” arba “permaitinamų” taškų skaičius didėja ir iškraipomas visas paviršius. Kad išspęsti nereguliarių taškų problemą, reikia tiems taškams kompensuoti negaunamus ir per daug gaunamus svorius. Tam tikslui atlikome nereguliarių taškų gaunamų svorių analizę ir nustatėme kokius svorius jie turėtų gauti, kad paviršius būtų neiškraipomas. Reguliarus naujas taškas esantis senojo taško vietoje gauna svorių iš 9 aplink jį esančių taškų. Kadangi padalinimo kaukė yra simetrinė, galime išskirti tris kaukės koeficientų grupes (koeficientai esantys kaukės kampuose, koeficientai – kraštuose ir koeficientas kaukės viduryje)(72 pav.). Kiekvienos grupės koeficientai tarpusavyje yra lygūs.



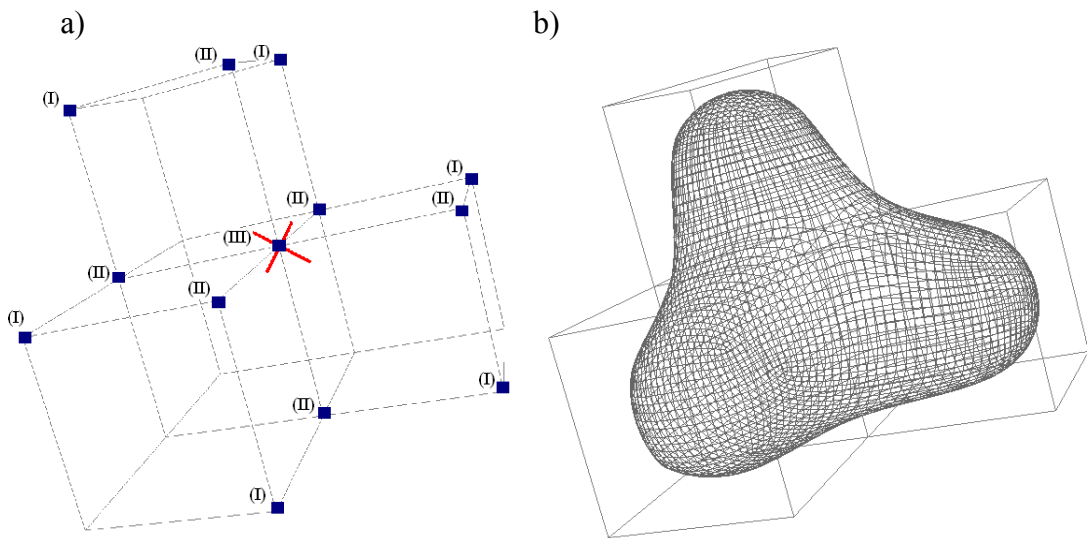
72. Koeficientų grupės: pirma - (I), antra - (II), trečia - (III).

Reguliariu atveju naujasis taškas gauna svorių iš 4 aplink jį esančių taškų padaugintų iš (I) grupės koeficientų, iš 4 taškų padaugintų iš (II) grupės koeficientų ir vieno taško padauginto iš (III) grupės koeficientų (72a pav.). Nereguliariu atveju (72b pav.) naujasis taškas gauna svorių analogiškai iš 3 aplink jį esančių taškų padaugintų iš (I) grupės koeficientų, 3-jų taškų padaugintų iš (II) grupės ir vieno taško iš (III) grupės. Kad naujasis nereguliarus taškas būtų pilnai pamaitintas negaunamus (I) ir (II) grupės koeficientus išdalinkime aplink jį esančioms viršūnėms. Tokiu būdu apie nereguliarų tašką esančias viršūnes dauginame ne iš koeficientų (I),(II),(III), o iš koeficientų $(I) \cdot 4/3$, $(II) \cdot 4/3$, (III). Taip dauginamų koeficientų suma yra lygi 1 (nereguliariam taškui su 3 sienom) ir nereguliarus taškas neturi traukimosi į koordinatinių pradžių efekto.



73. Keli padalinimo žingsniai išsprendus nereguliarių taškų problemą

Išsprendėm nereguliarus taško (turinčio aplink save 3 sienas) problemą (73 pav.). Panagrinėkime nereguliarų tašką turintį apie save 6 sienas.

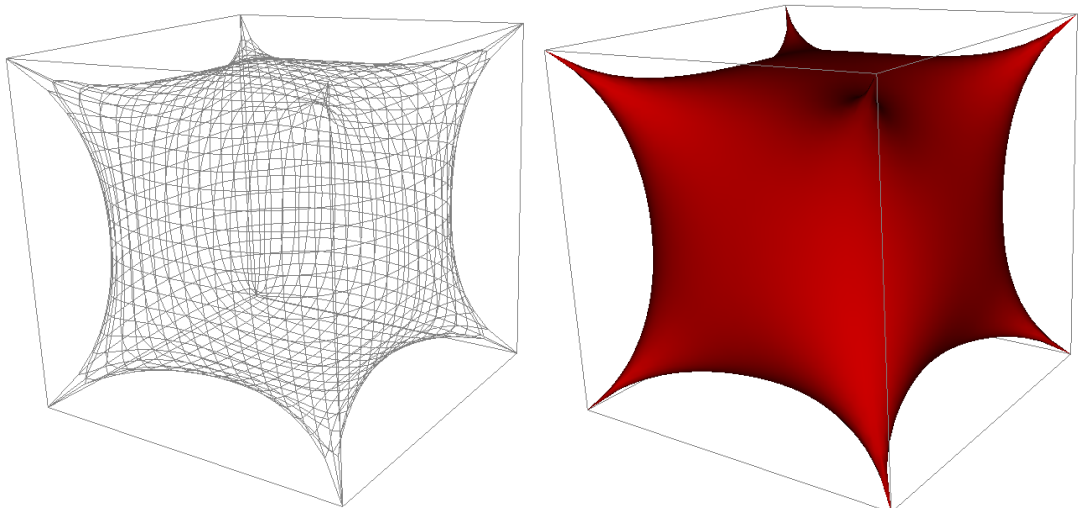


74. Koeficientų grupės: pirma - (I), antra - (II), trečia - (III).

Pavaizduotos figūros (74a pav.) pažymėtas taškas aplink save turi 6 sienas. Taškas yra maitinamas iš aplink jį esančių 13 senų taškų, todėl yra permaitinamas ir po kelių padalinimo žingsnių turi traukimosi nuo koordinatų pradžios efektą. Šio nereguliaraus taško problemą spęsimė tokiu pat metodu, kaip ir taško turinčio apie save 3 sienas. Tokiu būdu apie nereguliarų tašką esančias viršūnes dauginame ne iš koeficientų (I),(II),(III), o iš koeficientų $(I)*4/6$, $(II)*4/6$, (III). Taip dauginamų kaukės koeficientų suma yra lygi 1. Atlikę tokius veiksmus gauname rezultatą (74b pav.). Tokiu metodu išsprendėme ir kitus nereguliarių taškų atvejus.

9.4 II nereguliarių taškų sprendimo būdas

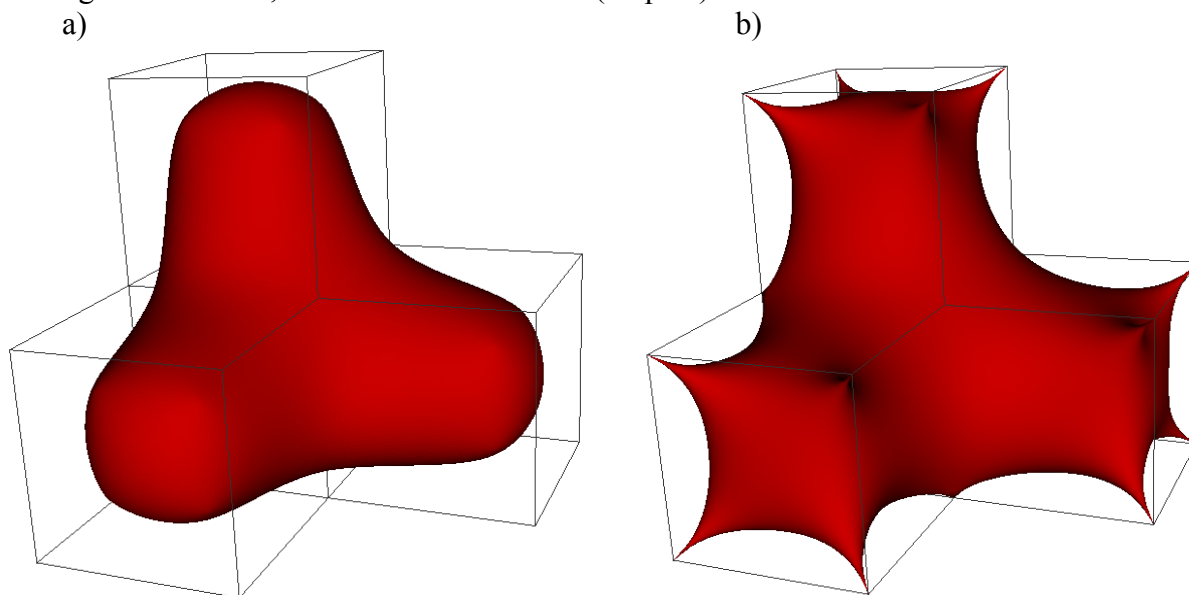
Kitas nereguliarių taškų sprendimo būdas – kompensuoti negaunamus svorius naujoms apie nereguliarus taškus esančioms viršūnėms (kaip ir pirmu atveju), o pačius nereguliarus taškus palikti tokiais kokie jie buvo.



75. II nereguliarių taškų sprendimo būdas

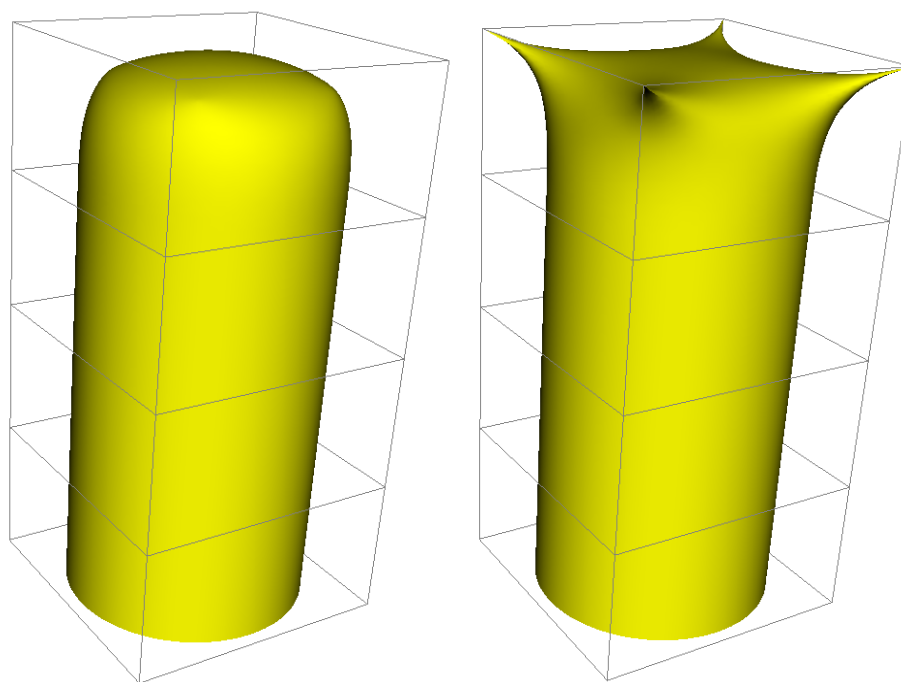
Antruoju būdu sprendžiant nereguliarių taškų problemą, paviršius glodėja išskyrus

neregularius taškus, kurie lieka savo vietose (75 pav.).



76. Nereguliarių taškų sprendimo būdai:
a) I būdas; b) II būdas

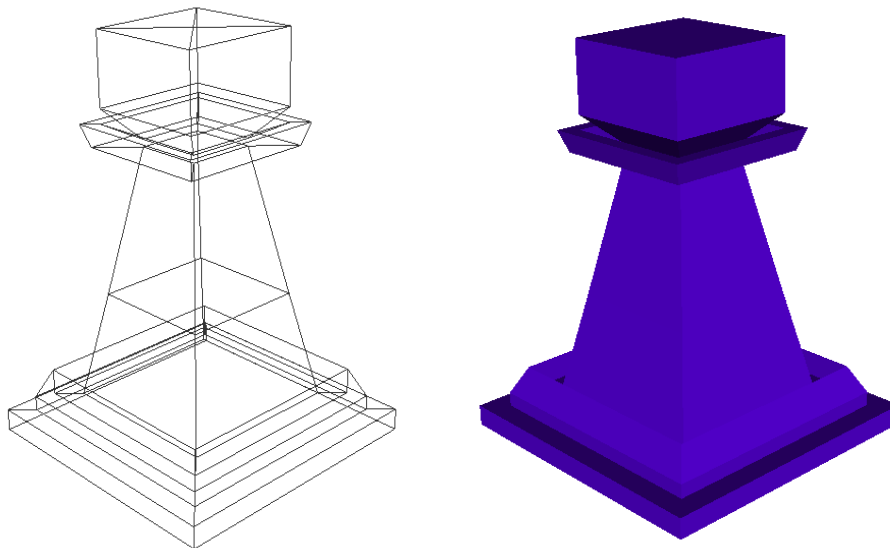
Tai pačiai figūrai pritaikėme abu nereguliarių taškų sprendimo būdus (76 pav.). Pirmasis būdas neregularius taškus užglodina (76a, 77a pav.), antrasis – užaštrina (76b, 77b pav.).



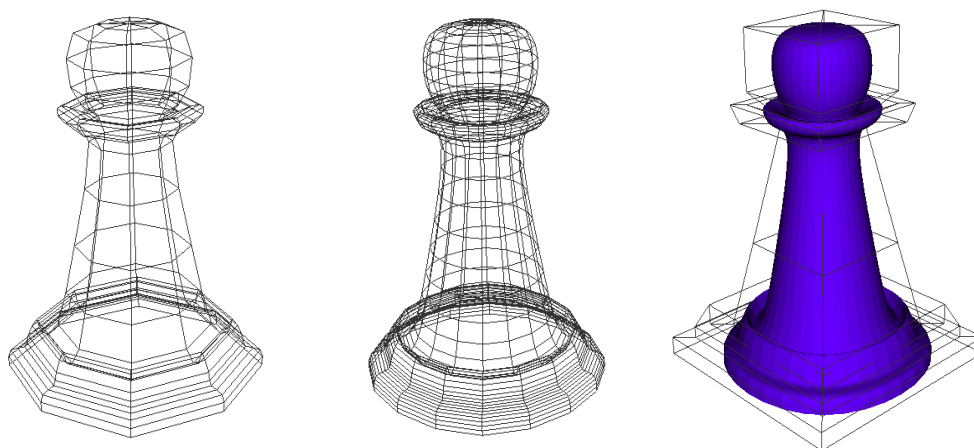
77. Nereguliarių taškų sprendimo būdai:
a) I būdas; b) II būdas

10 Uždarų paviršių galerija

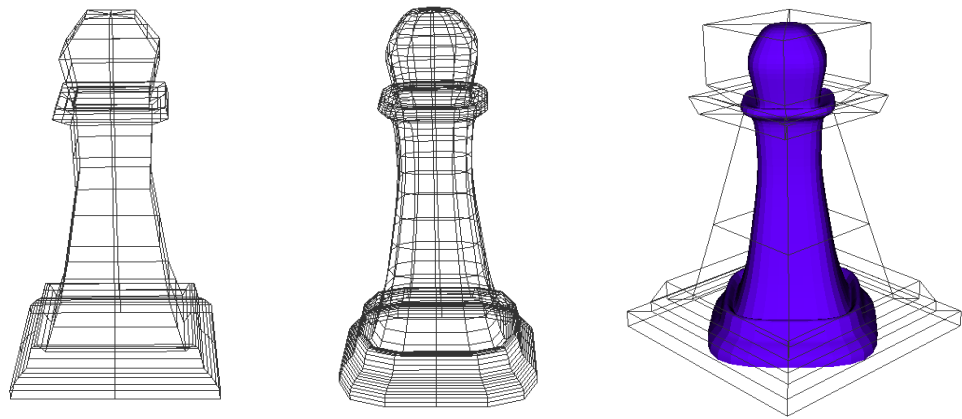
Taikėme nestacionarią kaukę skirtingiems uždariems paviršiams, kartu įveddami skirtingas tempimo parametro γ reikšmes.



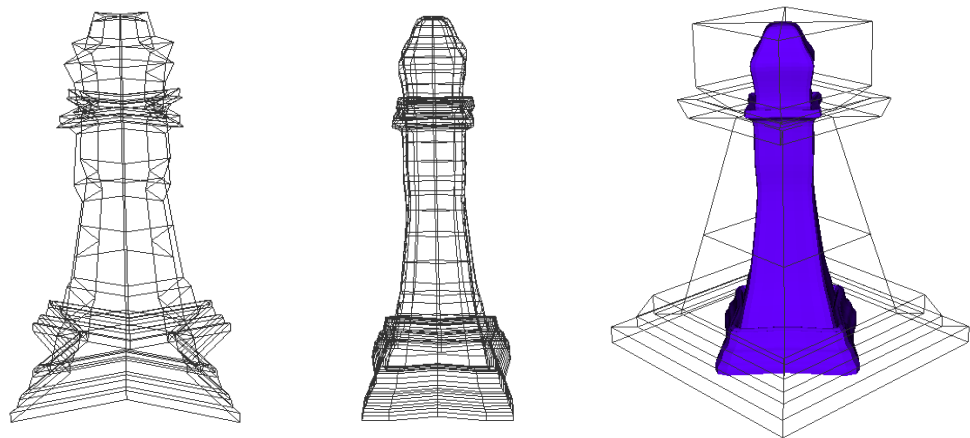
78. Pradinis paviršius



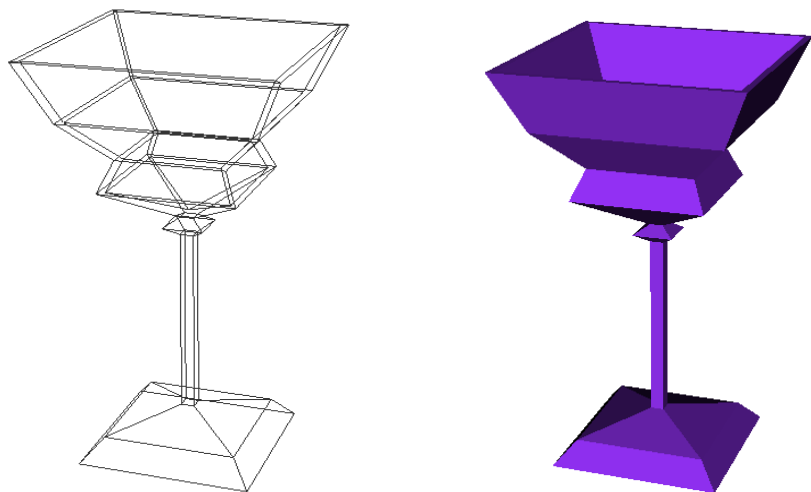
79. Paviršius kai tempimo parametras $\gamma = 0$



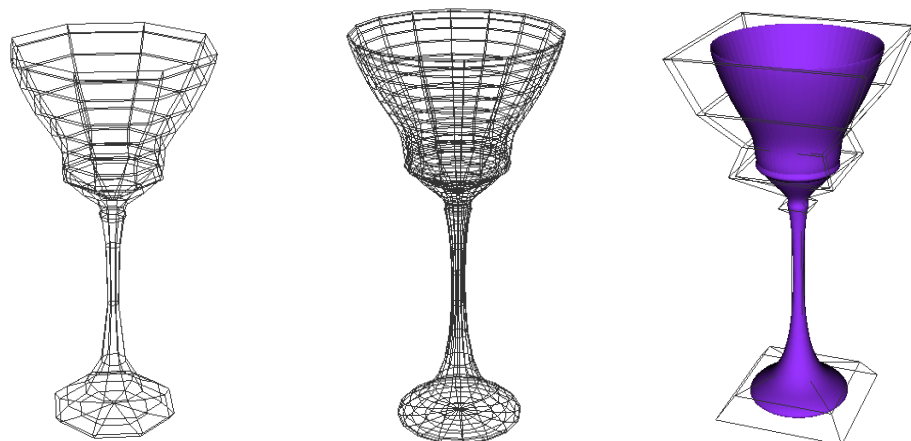
80. Paviršius kai tempimo parametras $\gamma = \pi$



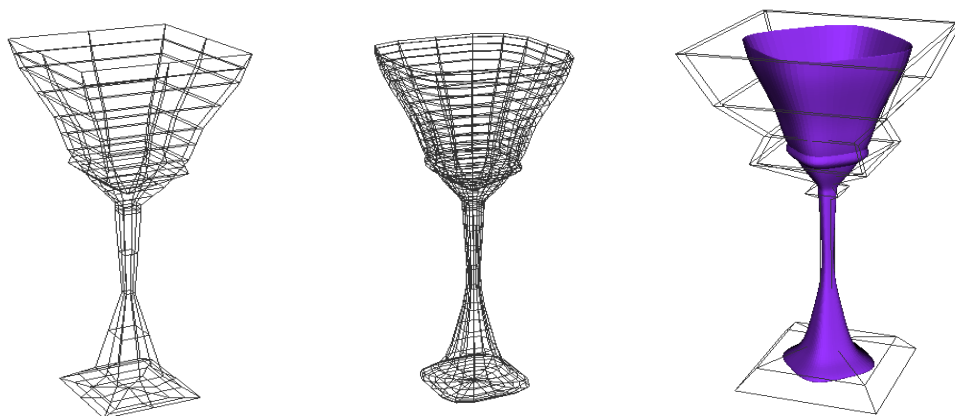
81. Paviršius kai tempimo parametras $\gamma = 6\pi/5$



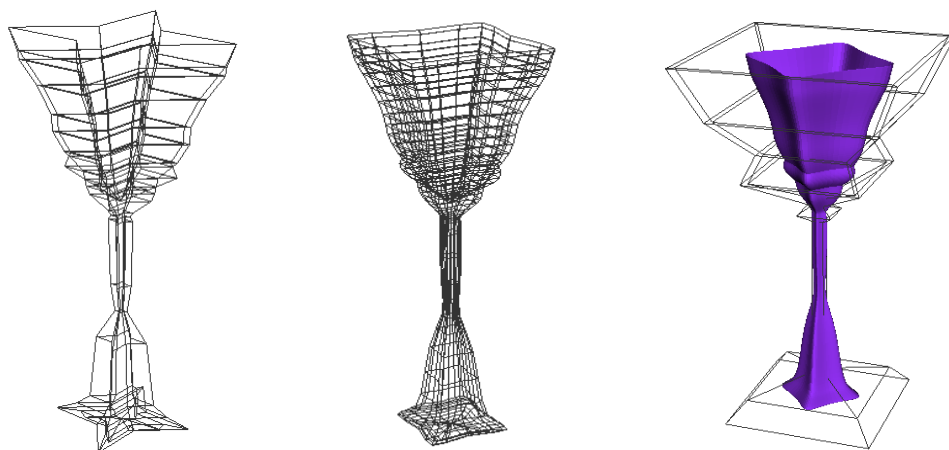
82. Pradinis paviršius



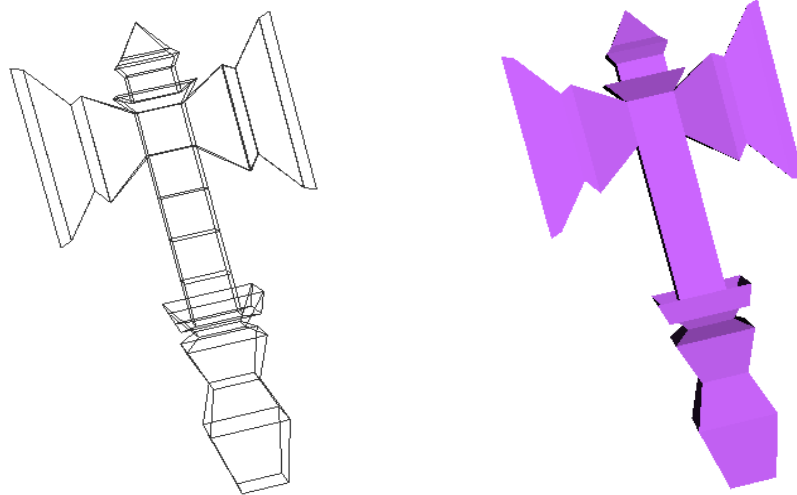
83. Paviršius kai tempimo parametras $\gamma = \pi/2$



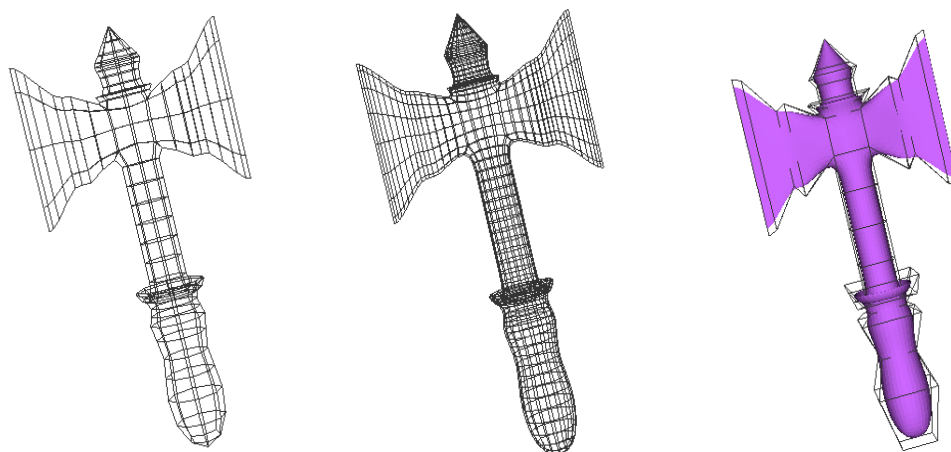
84. Paviršius kai tempimo parametras $\gamma = \pi$



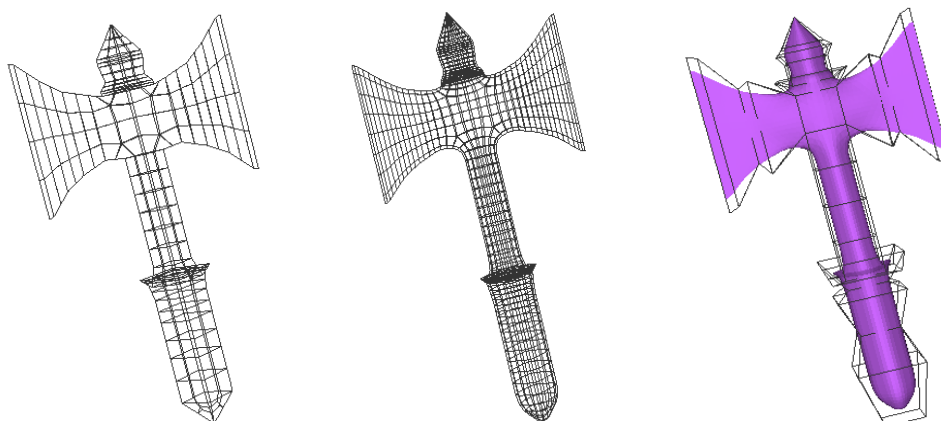
85. Paviršius kai tempimo parametras $\gamma = 6\pi/5$



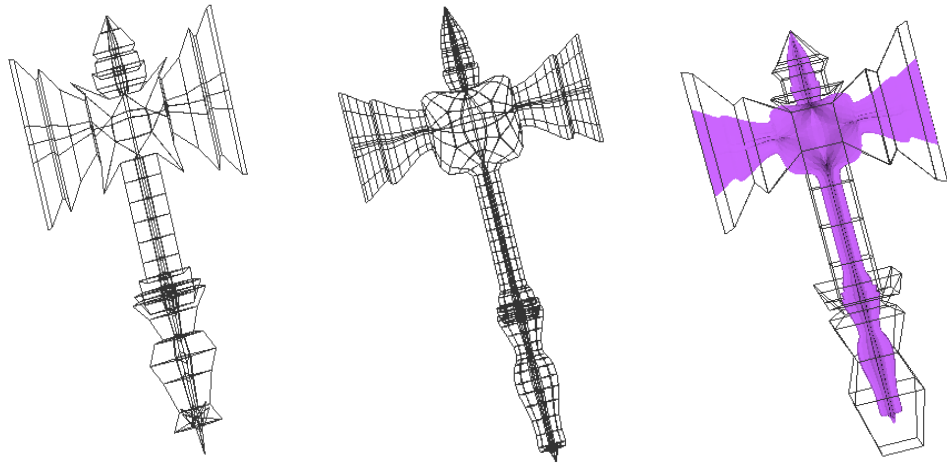
86. Pradinis paviršius



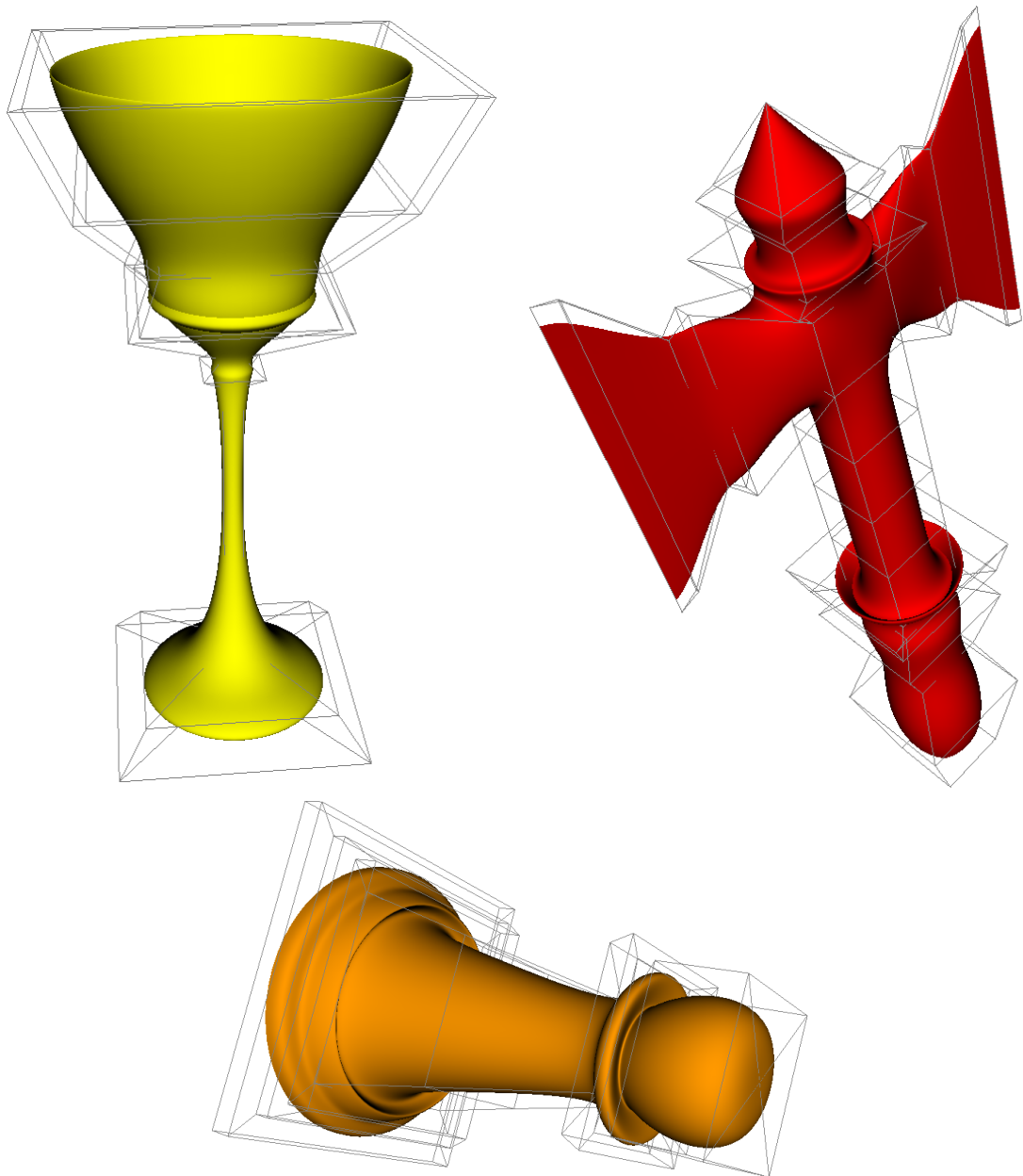
87. Paviršius kai tempimo parametras $\gamma = \pi/2$

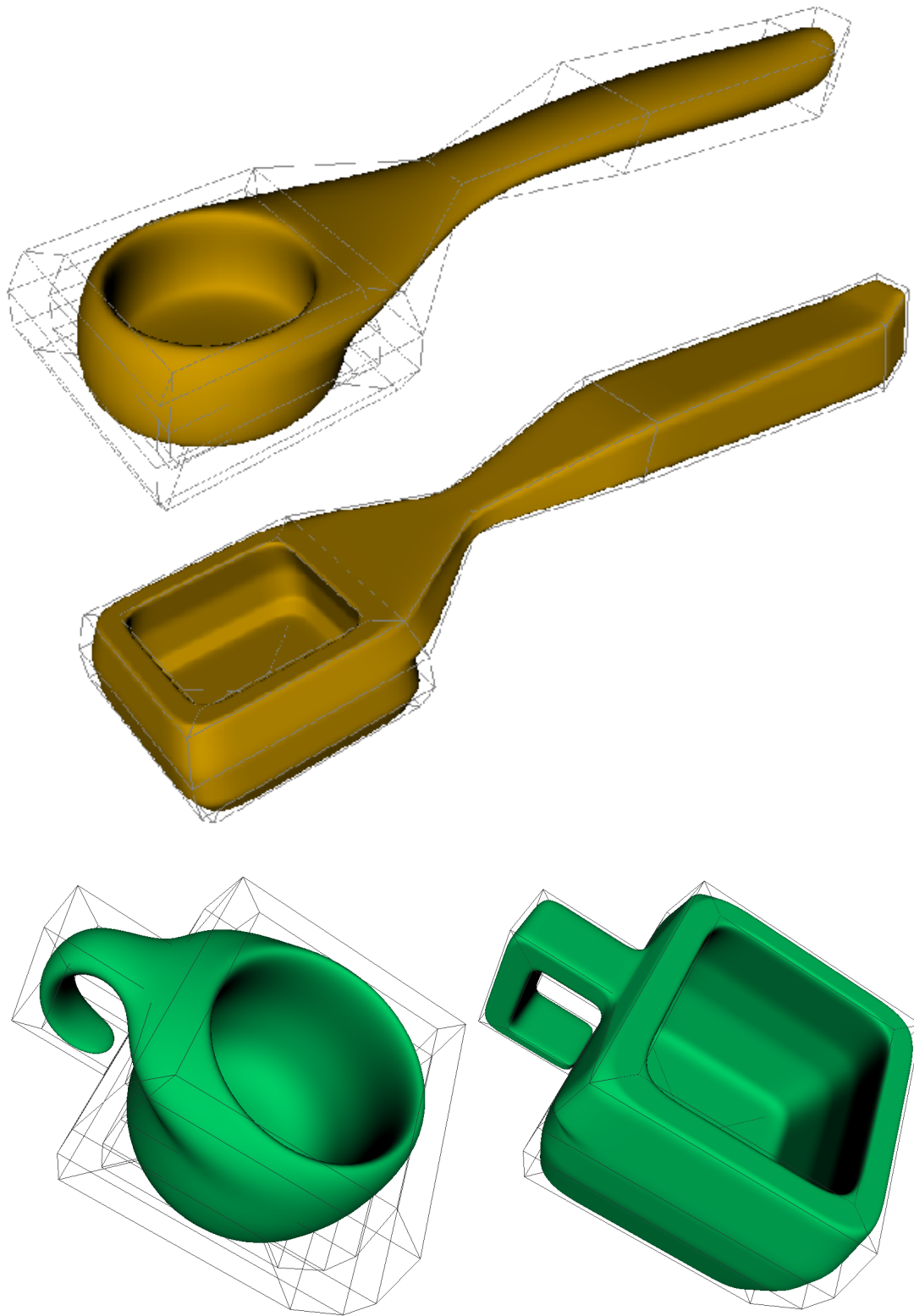


88. Paviršius kai tempimo parametras $\gamma = \pi$



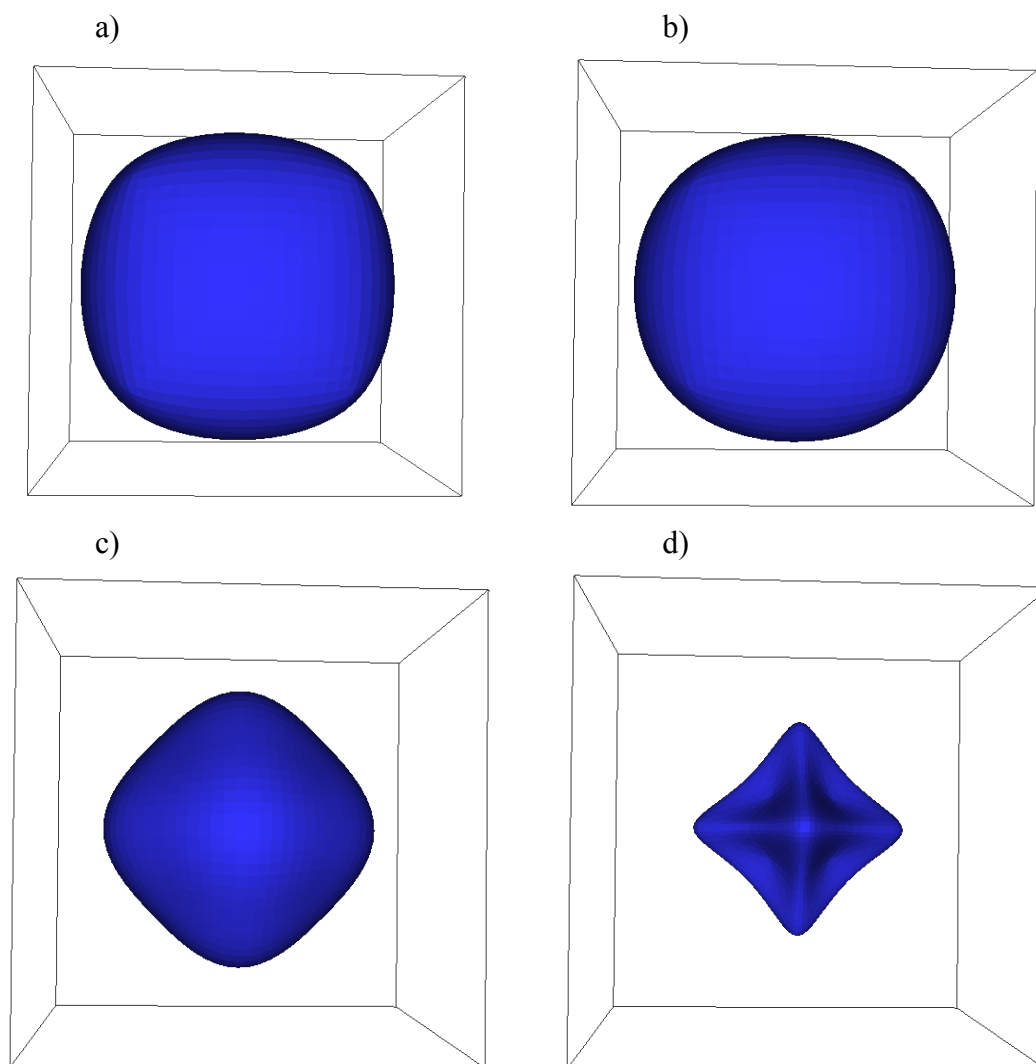
89. Paviršius kai tempimo parametras $\gamma = 7\pi/5$





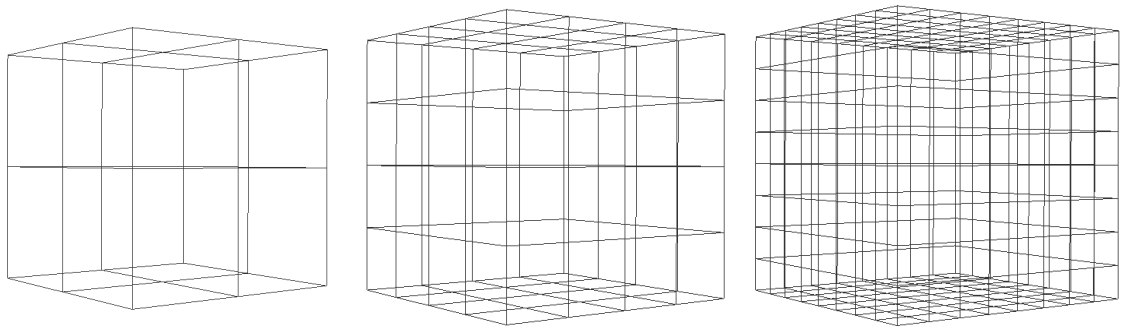
11 Smulkinimas ir užaštrinimas

Ankstesniuose skyriuose taikėme nestacionarią padalinimo schemą įvairiems paviršiams, nurodydami atliekamų padalinių skaičių ir keisdami tempimo parametro γ reikšmes. Dalindami tą patį pradinį paviršių ir pasirinkdami skirtingas γ parametro reikšmes iš intervalo $[0.. \pi]$, o kartais ir didesnius, gavome daug glodžių, skirtingų paviršių.



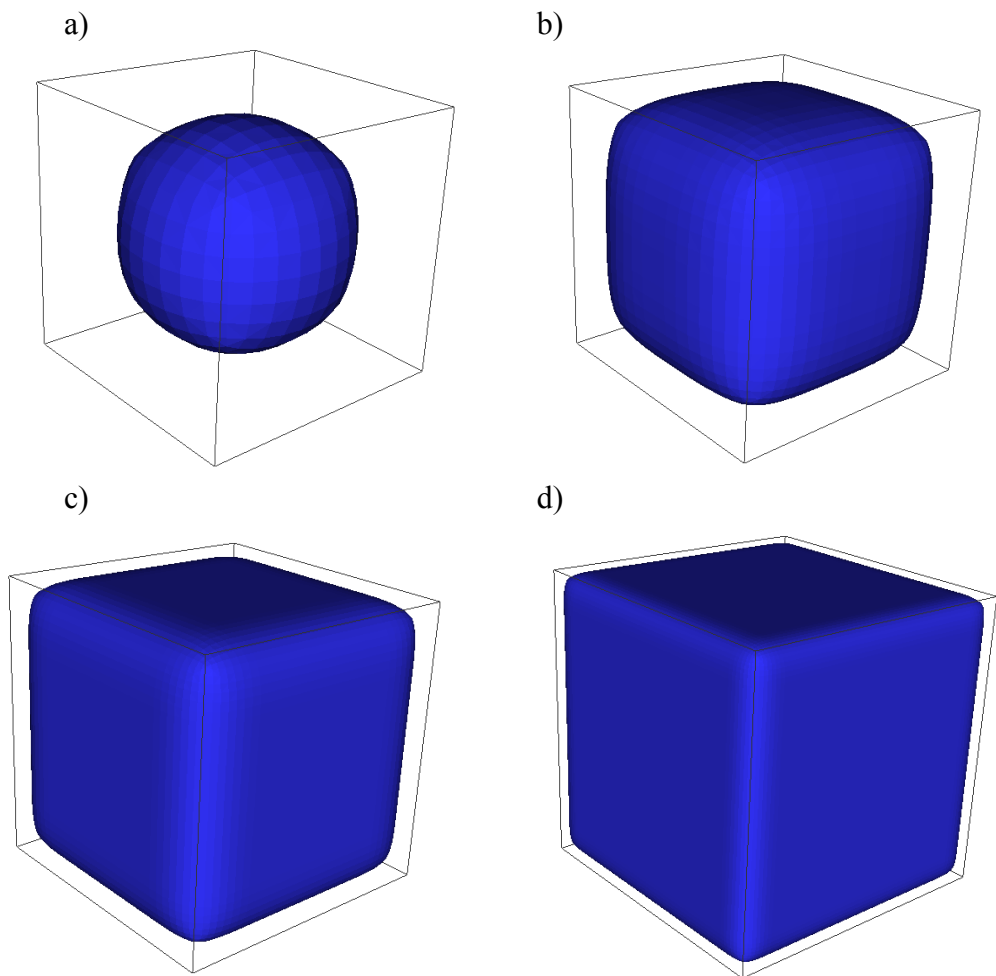
90. Padalintas kubas taikant skirtingas γ reikšmes:
a) $\gamma=0$; b) $\gamma = \pi/2$; c) $\gamma = \pi$; d) $\gamma = 6\pi/5$

Kaip matome (90 pav.) iš vieno kubo galime gauti daug įvairių ir glodžių paviršių. Tačiau visi, po padalinimo gauti paviršiai, nei iš tolo neprimena kubo. Ką daryti jeigu mums reikia gauti kubą, pavyzdžiui tik su suapvalintais kampais? Kaip išsaugoti paviršiaus aštrumą? Atsakant į šiuos klausimus pabandykime smulkinti paviršiaus tinklą t.y. per vieną padalinimo žingsnį iš vienos sienos sukurti keturias naujas sienas ir netaikyti jokios padalinimo schemos. Kiekvienos sienos (mūsų atveju sienos keturkampės) kraštines daliname pusiau ir sujungiame (91 pav.).



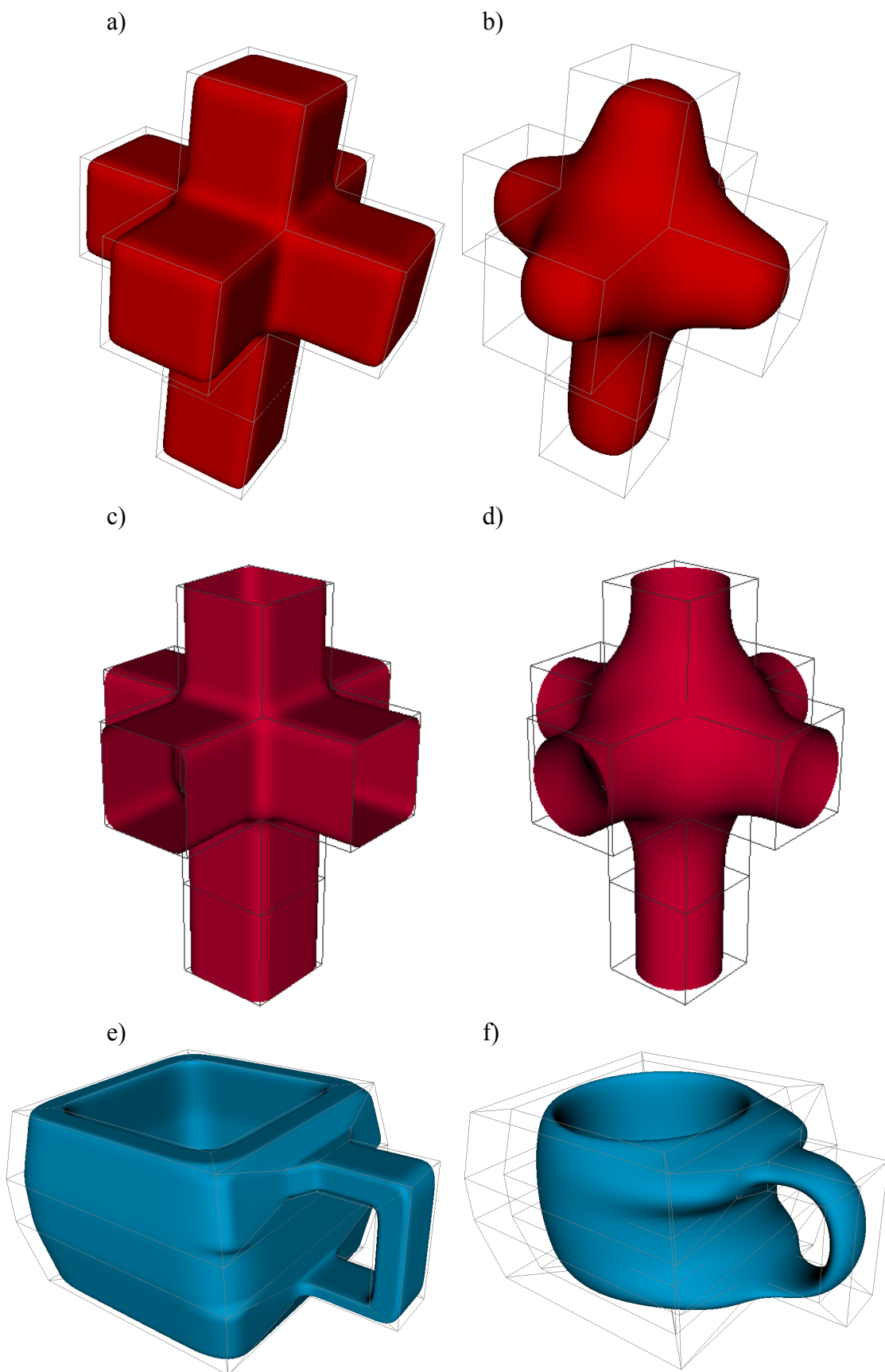
91. Kubo smulkinimas

Kelis kartus pasmulkintam kubui taikome nestacionarią padalinimo schemą.



92. Kaukės taikymas pasmulkintam kubui:
 a) nesmulkintas kubas; b) 1 kartą smulkintas kubas;
 c) 2 kartus smulkintas kubas; d) 3 kartus smulkintas kubas.

Taikant nestacionarią padalinimo kaukę, prieš tai pasmulkintam paviršiui gaunami paviršiai, kurie yra aštresni t.y. labiau panašūs į pradinio paviršiaus formą tik su užglodintais kampais. Tinklelio smulkinimo dėka mes galime žymiai daugiau praplėsti gaunamų paviršių aibę.



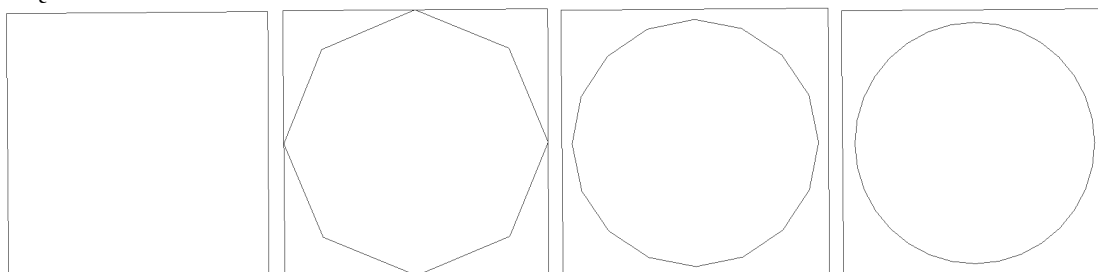
93. Paviršių glodinimas ir aštrinimas:
a), c), e) 2 kartus smulkinti ir 3 kartus glodinti paviršiai;
b), d), f) 4 kartus glodinti paviršiai;

12 Klasikinės CAD figūros

Darbo pradžioje jau minėjome, kad taikydami klasikines padalinimo schemas *Catmull – Clark*, *Loop*, *Doo-Sabin* negausime sferos ar cilindro. Kadangi nestacionarių paviršių padalinimo schemų naudojimas praplečia išgaunamų figūrų aibę, tai pabandykime, mūsų sukonstruotos nestacionarios padalinimo schemas pagalba, gauti klasikines CAD figūras: sferą ir cilindrą.

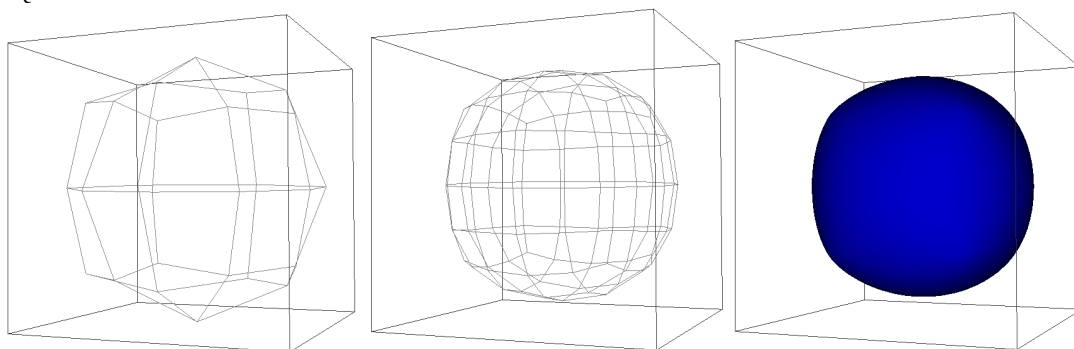
12.1 Nestacionarios schemas taikymas

Aprašėme ir sukonstravome nestacionarią padalinimo schemą su tempimo parametru γ ir trigonometrinėmis funkcijomis (žiūrėkite 6 skyrių), kurios pagalba iš kvadrato galime gauti apskritimą.



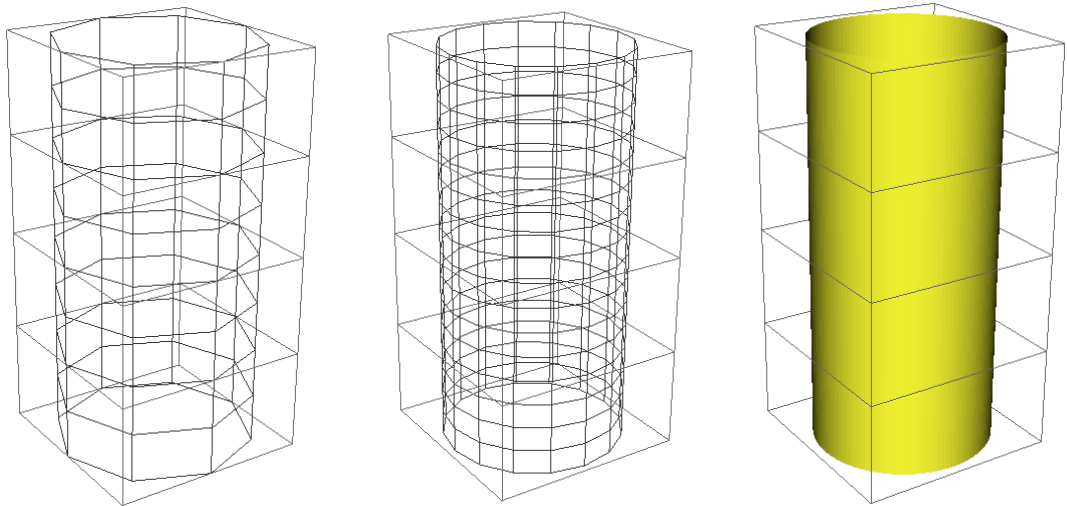
94. Trys kvadrato padalinimo žingsniai kai $\gamma=\pi/2$

Dabar pabandykime nestacionarią padalinimo kaukę, kai $\gamma=\pi/2$ taikyti kubui ir jos pagalba gauti sferą.



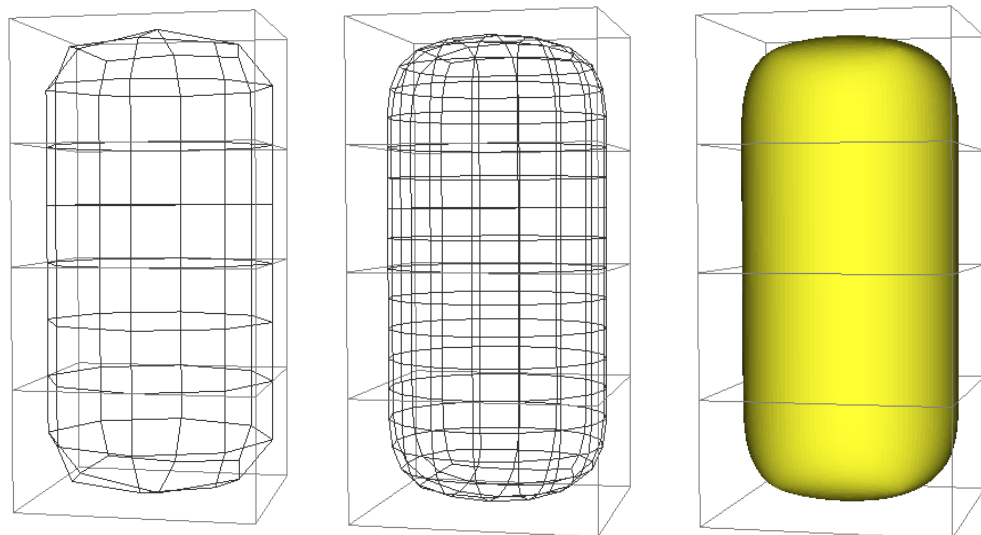
95. Paviršius po kelių padalinimo žingsnių

Net ir plika aikimi matome, kad gautas paviršius nėra sfera, todėl galime tvirtinti, kad naudojant mūsų sukonstruotą nestacionarią padalinimo schemą iš kubo sferos negauname. Dabar sukurkime kvadratinį vamzdį (vamzdžio skerspjūvis yra kvadratas) su atvirais galais ir jį kelis kartus padalinkime (tempimo parametras $\gamma=\pi/2$).



96. Paviršius po kelių padalinimo žingsnių

Gavome vamzdį, kurio skerspjūvį sudaro apskritimas, tačiau tai dar nėra cilindras. Uždarykime mūsų sukonstruotą kvadratinį vamzdį ir pritaikykime kelis kartus nestacionarią padalinimo kaukę, kai $\gamma = \pi/2$.



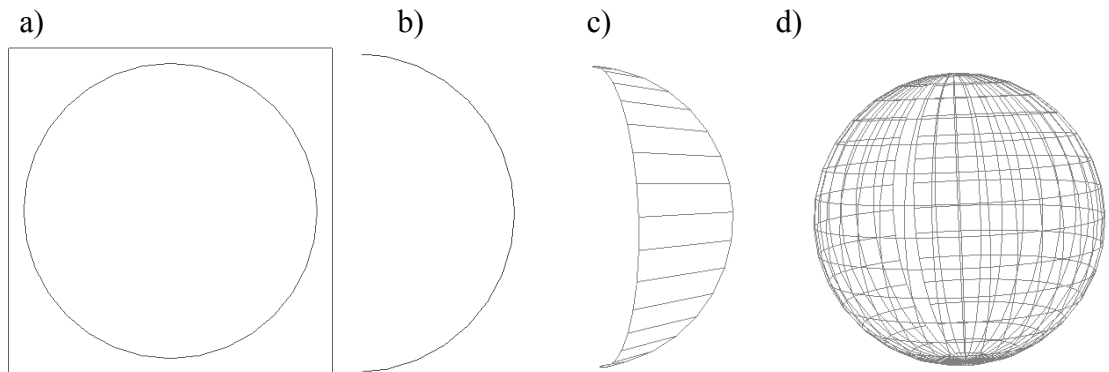
97. Paviršius po kelių padalinimo žingsnių

Matome, kad gautas paviršius yra glodus, tačiau tai nėra cilindras. Išsiaiškinome, kad taikant vien tik nestacionarią padalinimo schemą klasikinių CAD figūrų negauname. Dabar pabandykime sukonstruoti sferą ir cilindrą naudodami kreivių sukinius.

12.2 Sukimo paviršiai

Tris kartus padalinkime kvadratą, taikydami nestacionarią padalinimo schemą, kai tempimo parametras $\gamma = \pi/2$. Gauname kreivę lygią apskritimui (žiūrėkite 94 pav.). Sukimo paviršiaus konstravimui naudojame pusę gautos kreivės (apskritimo) taškų. Apskritimo lanką sudarančius

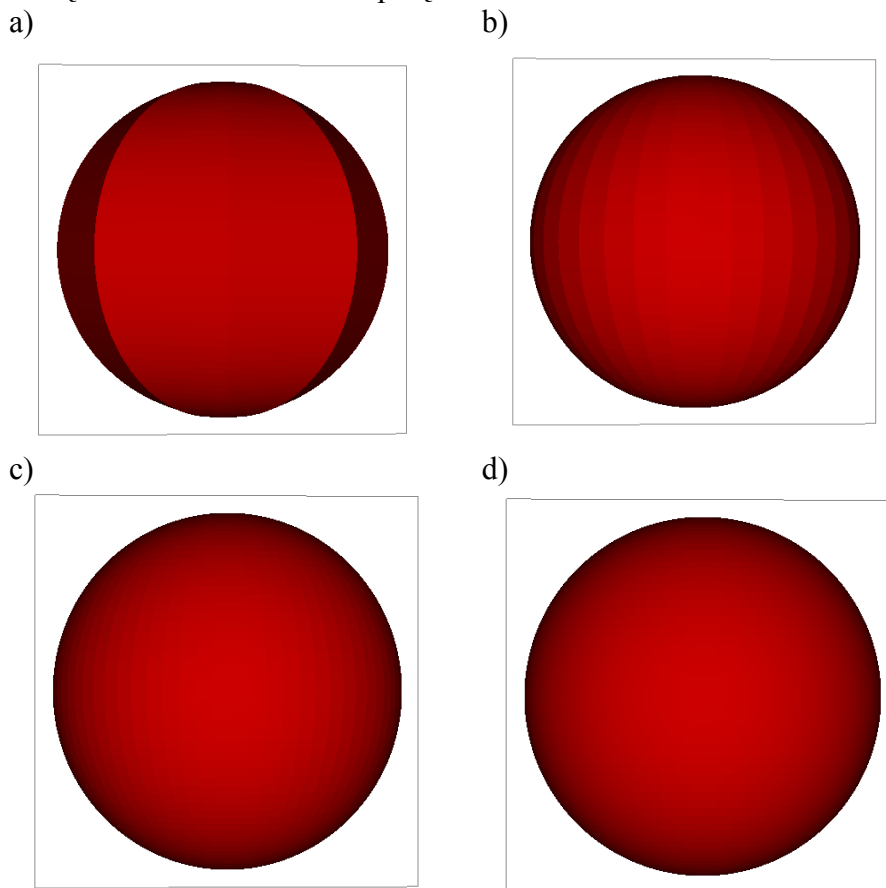
taškus pasukame pavyzdžiui apie Y ašį, dešimčia laipsnių. Gauname naują apskritimo lanką sudarytą iš naujų taškų. Konstruojame keturkampias sienas iš senų ir naujų taškų, sudarančių apskritimo lankus. Toliau gautą lanką pasukame vėl dešimčia laipsnių ir taip kartojame kol neapsisukame 360 laipsnių kampu.



98. Sukimo paviršiaus konstravimas:

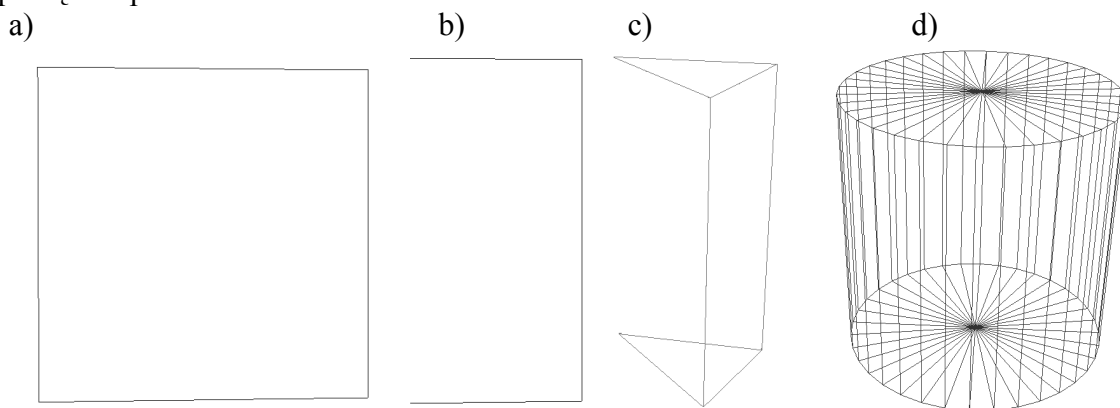
- a) apskritimas gautas iš 3 kartus padalinto kvadrato; b) pusė apskritimo taškų (lankas);
c) 10 laipsnių pasuktas lankas sujungtas su pradiniu lanku; d) paviršius gautas apsisukus 360 laipsnių

Matome, kad gautas sukimo paviršius yra labai panašus į sferą. Pabandykime dar labiau padalinti apskritimą ir sumažinti sukimo laipsnį.



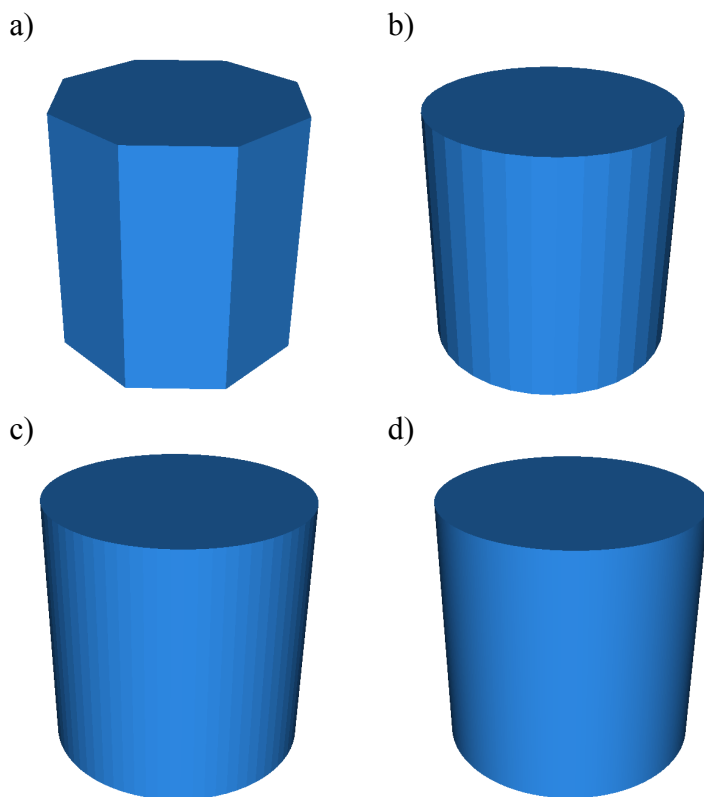
99. Paviršiai sukonstruoti iš apskritimo lanko gauto 5 kartus padalinus kvadratą:
a) sukimo kampas 45° ; b) sukimo kampas 10° ; c) sukimo kampas 5° ; d) sukimo kampas 1°

Matome (99 pav.), kad vis labiau smulkinant apskritimą bei mažinant sukimo kampą gaunamas paviršius panašėja į sferą. Esant vienam sukimo laipsniui (99d pav.) gautas paviršius atrodo tiksliai kaip sfera, jokių nelygumų plika akimi nesimato. Tokiu pačiu sukimo metodu iš kvadrato pabandykime gauti cilindrą. Paimkime kreivę, atitinkančią pusę kvadrato taškų ir pasukime pavyzdžiui apie Y ašį, dešimčia laipsnių. Gauname kreivę sudarytą iš naujų taškų. Konstruojame keturkampias sienas iš senų ir naujų taškų, sudarančių pasuktą ir sukamą kreives. Gautą (pasuktą) kreivę pasukame vėl dešimčia laipsnių ir taip kartojame kol neapsisukame 360 laipsnių kampu.



100. Sukimo paviršiaus konstravimas:
 a) kvadratas; b) kreivė iš pusės kvadrato taškų;
 c) 10 laipsnių pasukta kreivė sujungta su sukama kreive; d) paviršius gautas apsisukus 360 laipsnių

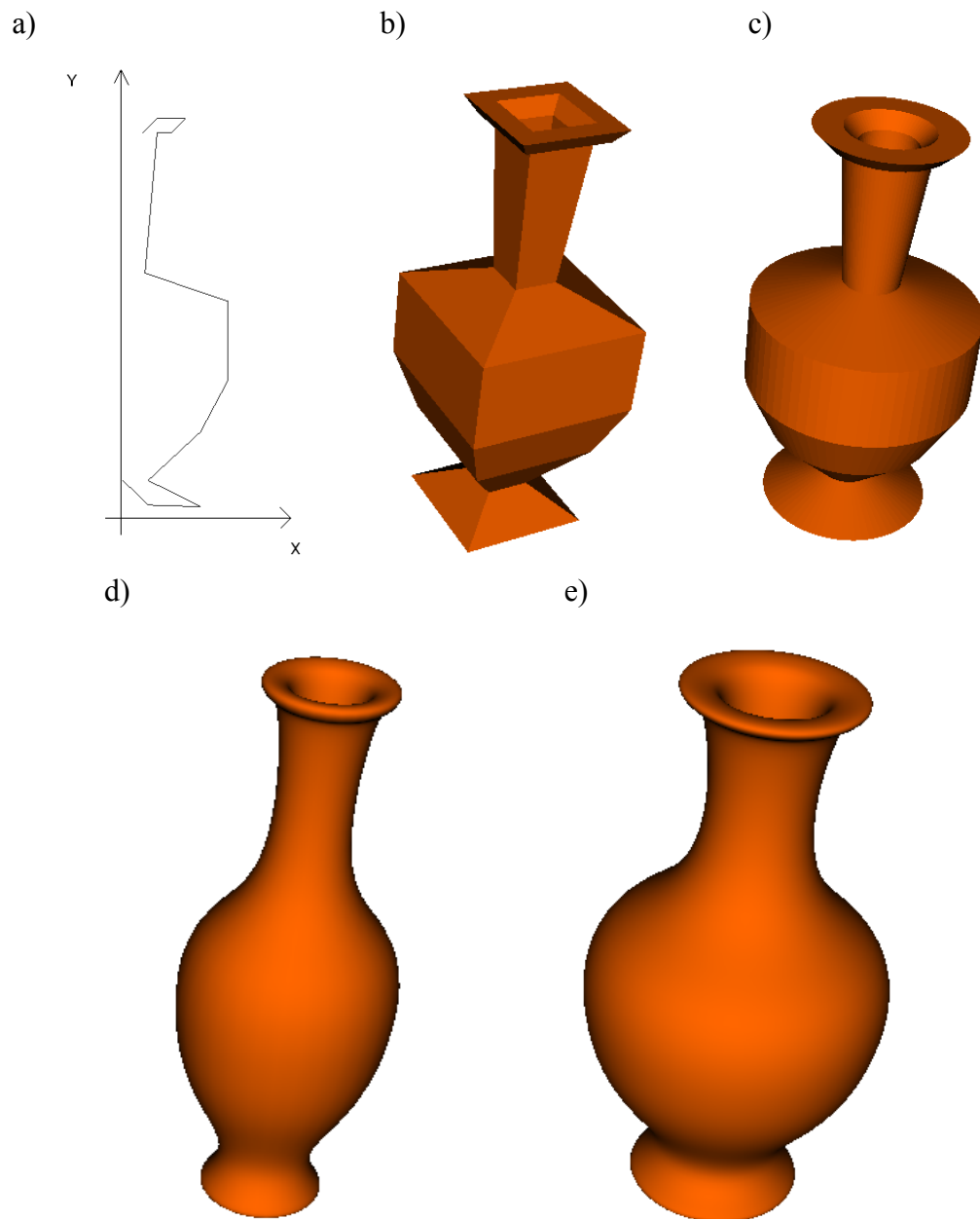
Gautas sukimo paviršius panašus į cilindrą (100d pav.). Pabandykime dar labiau sumažinti sukimo laipsnį.



101. Paviršiai sukonstruoti iš pusės kvadrato taškų:
 a) sukimo kampas 45° ; b) sukimo kampas 10° ; c) sukimo kampas 5° ; d) sukimo kampas 1°

Iš 101 paveikslėlio matome, kad vis labiau mažinant sukimo kampą gaunamas paviršius panašėja į cilindrą. Esant vienam sukimo laipsniui (101d pav.) gautas paviršius atrodo tiksliai kaip cilindras.

Sukdami kreives gavome klasikinės CAD figūras: sferą ir cilindrą, o taikydami nestacionarias padalinimo schemas, sukimo paviršiams, dar labiau praplečiame gaunamų glodžių paviršių aibę.



102. Sukimo paviršius:

- a) sukama kreivė; b) kreivės sukimo kampas 90°; c) kreivės sukimo kampas 5°;*
- d) 3 kartus padalintas paviršius, kai kreivės sukimo kampas 90°;*
- e) 3 kartus padalintas paviršius, kai kreivės sukimo kampas 5°;*

13 Išvados ir rekomendacijos

Išvados:

Susipažinome su stacionariomis padalinimo schemomis, kurios kiekviename padalinimo žingsnyje taiko tą pačią padalinimo taisyklę. Klasikinės *Catmull – Clark, Loop, Doo-Sabin* paviršių padalinimo schemas taip pat susiję su neracionaliais polinomis, todėl jų pagalba negalime gauti apskritimų, sferų ar elipsoidų.

Susipažinome su nestacionariomis padalinimo schemomis, kurios kiekviename padalinimo žingsnyje leidžia keisti padalinimo taisyklę. Parašėme programinę įrangą, kuri pagal įvedamą tempimo parametą γ konstruoja nestacionarias kaukes su trigonometrinėmis funkcijomis ir jas pritaiko paviršiams. Yra galimybė pavaizduoti paviršiaus tinklą 3D erdvėje ir jį eksportuoti į VRML formato failą.

Taikydami nestacionarią padalinimo chemą paviršiams:

- Susidūrėme su paviršiaus tinklo krašto taškų problema, kuriai išspręsti pasiūlėme ir realizavome du būdus.
- Susidūrėme su uždaro paviršiaus tinklo nereguliarių taškų problema, kuriai išspręsti pasiūlėme ir realizavome du būdus.
- Pademonstravome paviršiaus glodinimą su skirtingom γ parametro reikšmėmis iš intervalo $[0..\pi]$.
- Paviršiaus aštrinimo valdymui realizavome tinklo smulkinimo metodą.
- Realizavome kreivės sukimo algoritmą, leidžiantį konstruoti sukimo paviršius ir jiems taikyti nestacionarią padalinimo schemą.

Nestacionarios schemas pagalba iš kvadrato gavome apskritimą, tačiau iš kubo sferos gauti nepavyko. Klasikinės CAD figūras (cilindrą, sferą) gavome panaudojus kreivių sukinius. Naudojant nestacionarias padalinimo schemas išplečiama gaunamų figūrų aibė.

Rekomendacijos:

Realizavus nestacionarią paviršių padalinimo schemą su tempimo parametru γ , paviršiaus smulkinimo metodu ir kreivės sukimo algoritmu galime išgauti plačią įvairių paviršių aibę. Norint dar labiau praplėsti išgaunamų paviršių aibę, reikėtų paviršių aprašymui naudoti duomenų struktūrą saugančią briaunų kryptis, tokiu būdu galima būtų realizuoti padalinimą tik pasirinkta kryptimi, taip užaštrinant paviršių kitomis kryptimis. Dar didesniai paviršiaus glodinimo, aštrinimo valdymui, turėtų būti realizuota galimybė pasirinkti dalinamus tinklo taškus.

14 Literatūros sąrašas

- [Sab03] **M.Sabin.** *Solid Modelling 03 conference. Subdivision Tutorial Workbook.* Numerical Geometry Ltd., 2003, 60 pages.
- [WW01] **J.Warren, H.Weimer.** *Subdivision Methods for geometric design: A Constructive Approach.* Morgan Kaufmann Publishers, 2001, p.p. 28-52.
- [ZS00] **D.Zorin, P.Schröder.** *Subdivision for Modelling and Animation.* SIGGRAPH Course Notes, 2000, 194 pages.
- [CTL87] **Charles Teorell Loop.** *Smooth Subdivision Surfaces Based on Triangles.* Master of Science. Department of Mathematics, the university of Utah, 1987, 60 pages.
- [SL02] **J.Stam, C.Loop.** *Quad/Triangle subdivision.*
<http://www.dgp.toronto.edu/people/stam/reality/Research/pdf/qtEG.pdf>, 2002.
- [CTL02] **Charles Teorell Loop.** *Smooth Ternary Subdivision of Triangle Meshes.*
<http://research.microsoft.com/%7Ecloop/LoopCS2002.pdf>, 2002.