

Vilniaus universiteto
Matematikos ir informatikos fakulteto
Finansų ir draudimo matematikos studijų programos studentas

Kasparas Žarskus
(Studento vardas, pavardė)

**STOCHASTINIS INFLIACIJOS RIZIKOS MODELIAVIMAS
SKAIČIUOJANT TECHNINIUS ATIDĖJINIUS CHAIN LADDER
METODU**

Magistro baigiamasis darbas

Vadovas (-ė) Rokas Gylys, Asist., Dr.

Vilnius, 2024

Turinys:

Paveikslėlių sąrašas	4
Lentelių sąrašas	5
Įvadas	6
Techniniai atidėjiniai	7
Ekonominiai veiksniai svarbūs stochastiniame infliacijos rizikos modeliavime skaičiuojant techninius atidėjinius Chain Ladder metodu.	8
Infliacijos poveikis draudimo sektoriui	10
Infliacijos rizikos vertinimas draudimo kontekste	10
Infliacijos įtaka draudimo žaloms ir techniniams atidėjiniams (anksčiau atlikti tyrimai)	12
Makroekonominiai infliacijos aspektai , veikiantys techninius atidėjinius	12
Diskontavimas	14
Aktuariniai skaičiavimai, kuriems reikia diskonto normų nustatymo	15
Žalų trikampiai	17
Stochastinis modeliavimas	20
Stochastinio modeliavimo privalumai ir trūkumai	21
Stochastinis modeliavimas IBNR rezervų apskaičiavimui	22
Chain Ladder metodas	24
Metodo taikymas.....	24
Metodų palyginimas.....	25
Stochastinių modelių pritaikymas Chain Ladder metodui.....	26
Tyrimo metodų analizė	28
Stochastinės infliacijos modelis ARIMA.....	28
Stochastinės infliacijos modelis GARCH.....	30
Monte Carlo simuliacija.....	33
Diskontavimas.....	34
Chain Ladder metodas	34
Praktinė analizė	37
Darbo tikslas	37
Duomenys	37
Programinė įranga.....	37
Rezultatai	38
Techninio atidėjinio apskaičiavimas be infliacijos	38
Techninio atidėjinio apskaičiavimas naudojant ARIMA infliacijos modelį.....	41
Rezervo apskaičiavimas naudojant GARCH infliacijos modelį.....	48
Diskontuotų rezervų apskaičiavimas naudojant infliacijos modelį ARIMA	50
Diskontuotų rezervų apskaičiavimas naudojant infliacijos modelį GARCH	52
Išvados ir rekomendacijos	55

Literatūra ir šaltiniai	58
Summary.....	62
Priedai	63

Paveikslėlių sąrašas

pav. 1. Infliacijos augimas pasaulyje 2021-2022m. [8]	13
pav. 2. Žalų duomenų trikampis [12]	17
pav. 3. Logaritminių vystymosi faktorių grafikas	39
pav. 4. Tikėtinų žalų vystymosi modelis	40
pav. 5. Istoriniai infliacijos duomenys	43
pav. 6. Diferencijuoti infliacijos duomenys	44
pav. 7. Autokoreliacijos funkcijos grafikas	45
pav. 8. Dalinės autokoreliacijos funkcijos grafikas	45
pav. 9. Rezervų su infliacija pasiskirstymas	46
pav. 10. Rezervų tankis	46
pav. 11. Normalusis Q-Q grafikas	47
pav. 12. ACF standartizuotų likučių funkcija	48
pav. 13. PACF standartizuotų likučių grafikas	48
pav. 14. Rezervų pasiskirstymas su infliacija	49
pav. 15. Rezervų pasiskirstymas su infliacija	49
pav. 16. Autokoreliacijos funkcijos liekanos	50
pav. 17. Dalinės autokoreliacijos funkcijos liekanos	50
pav. 18. Normalusis Q-Q grafikas	51
pav. 19. Diskontuotų rezervų su infliacija pasiskirstymas	51
pav. 20. Diskontuotų rezervų su infliacija tankis	52
pav. 21. GARCH modelio liekanos	52
pav. 22. ACF GARCH modelio liekanos	53
pav. 23. PACF GARCH modelio liekanos	53
pav. 24. Q-Q liekanų grafikas	53
pav. 25. Rezervų pasiskirstymas	54
pav. 26. Rezervų tankio funkcija	54
pav. 27. Q-Q rezervų grafikas	54
pav. 28. R kodas skaičiuoti paprastą Chain Ladder modelį be infliacijos ir be diskontavimo	63
pav. 29. R kodas skaičiuoti paprastą Chain Ladder modelį be infliacijos ir be diskontavimo.	64
pav. 30. R kodas skaičiuoti Chain Ladder su stochastiniu ARIMA infliacijos modeliu	65
pav. 31. R kodas skaičiuoti Chain Ladder su stochastiniu ARIMA infliacijos modeliu	66
pav. 32. R kodas skaičiuoti Chain ladder su Stochastiniu GARCH infliacijos modeliu	67
pav. 33. R kodas skaičiuoti Chain ladder su Stochastiniu GARCH infliacijos modeliu	68
pav. 34. R kodas apskaičiuoti diskontuotą Chain Ladder su stochastiniu ARIMA infliacijos modeliu.	69
pav. 35. R kodas apskaičiuoti diskontuotą Chain Ladder su stochastiniu ARIMA infliacijos modeliu.	70
pav. 36. R kodas skaičiuoti diskontuotą Chain Ladder su stochastiniu GARCH infliacijos modeliu	71
pav. 37. R kodas apskaičiuoti diskontuotą Chain Ladder su stochastiniu infliacijos modeliu.	72

Lentelių sąrašas

lentelė 1. Chain Ladder ir Bornhuetter-Ferguson metodų palyginimas.....	26
lentelė 2. Akumuluotų išmokėtų žalų trikampis	38
lentelė 3. Vystymosi periodai	39
lentelė 4. R-kvadratai	39
lentelė 5. Pilnas žalų trikampis su galutinėmis žalomis.....	41
lentelė 6. Modelio rezervai	41
lentelė 7. Prancūzijos infliacija	42
lentelė 8. Monte Carlo simuliacijos apibendrinimas.....	47
lentelė 9. Monte Carlo simuliacijos apibendrinimas.....	49
lentelė 10. Monte Carlo simuliacijos apibendrinimas.....	52
lentelė 11. Monte Carlo simuliacijų apibendrinimas	55
lentelė 12. Modelių apibendrinimas.....	57

Ivadas

Pastaraisiais metais dėl pasaulinių makroekonominių pokyčių ir kylančių infliacijos rodiklių vis didesnę reikšmę įgauna infliacijos rizikos valdymas draudimo sektoriuje. Infliacija daro tiesioginę įtaką draudimo bendrovių veiklai, ypač žalų vertinimo ir atidėjinių nustatymo procesams. Techniniai atidėjiniai yra ypač jautrūs infliacijos svyravimams. Netinkamai įvertinus infliacijos riziką, gali kilti pavojus, kad atidėjiniai bus netinkami, o tai gali neigiamai paveikti įmonės finansinį stabilumą.

Dažniausiai draudimo bendrovėse naudojamas Chain Ladder metodas, siekiant prognozuoti būsimus žalų mokėjimus bei apskaičiuoti atidėjinius. Šis metodas remiasi istorinių žalų duomenimis ir laikosi prielaidos, kad praeities žalų išmokėjimo modeliai gali tiksliai atspindėti ir ateities žalų tendencijas. Tačiau Chain Ladder metodas nėra pakankamai pritaikytas infliacijos įtraukimui į žalų prognozavimą ir nėra pakankamai tikslus, kai yra infliacinės tendencijos kitimas. Todėl šiame darbe siekiama ištirti, kaip infliacijos rizika gali būti modeliuojama naudojant stochastinius metodus, integruojant infliacijos prognozes į Chain Ladder modelį.

Šiame darbe bus kuriamas stochastinis infliacijos rizikos modelis, kuris leistų tiksliau įvertinti techninius atidėjinius, atsižvelgiant į galimus infliacijos pokyčius. Darbo metu bus naudojami viešai prieinami žalų trikampių duomenys. Įtraukus stochastinius infliacijos modelius (ARIMA ar GARCH) bei įvairius kitus metodus, bus atliekamos Monte Carlo simuliacijos, siekiant įvertinti skirtingus infliacijos scenarijus ir jų įtaką atidėjiniams.

Infliacijos įtaka draudimo žalų vertinimui ir techninių atidėjinių skaičiavimui yra aktuali tema, kurios tobulinimas gali reikšmingai prisidėti prie draudimo sektoriaus rizikos valdymo.

Techniniai atidėjiniai

Techniniai atidėjiniai yra kitaip vadinami kaip draudimo įmonės rezervai, kurie atspindi draudimo bendrovės įsipareigojimus draudimo ir perdraudimo veiklose. Techninių atidėjinių vertė turi atitikti tam tikrą sumą, kurią draudimo ir perdraudimo įmonės turėtų mokėti šią dieną, jei jos nedelsdamos perduotų savo draudimo ir perdraudimo įsipareigojimus kitai draudimo arba perdraudimo įmonei. [1]

Techniniai atidėjiniai gali būti skaičiuojami skirtingiems tikslams: mokumo užtikrinimui (pagal Mokumo II direktyvą) arba finansinių ataskaitų rengimui (pagal TFAS 17 standartą). Apskaičiuojant techninius atidėjinius, atsižvelgiama į draudimo ir perdraudimo polisų finansinių garantijų vertę bei sutartyse numatytas pasirinkimo galimybes. Prielaidos turi būti pagrįstos naujausia ir patikimiausia informacija, nurodoma, kaip būsimi finansinių ar nefinansinių sąlygų pokyčiai gali paveikti draudėjų galimybes pasinaudoti sutartyse numatytomis galimybėmis. [2]

Draudimo ar perdraudimo įmonė privalo skaičiuoti techninius atidėjinius pagal draudimo ar perdraudimo sutarties įsipareigojimus, tokius kaip :

1. Techninių atidėjinių vertė turi tiksliai atitikti sumą, kurią draudimo ar perdraudimo įmonė turėtų sumokėti, jei perduotų savo įsipareigojimus kitai įmonei.
2. Techniniai atidėjiniai apskaičiuojami laikantis objektyvių principų, tinkamai įvertinant finansinių rinkų informaciją ir kitus aktualius duomenis apie draudimo riziką.
3. Draudimo ar perdraudimo įmonė privalo užtikrinti, kad techninių atidėjinių skaičiavimams būtų naudojami tikslūs ir išsamūs duomenys.
4. Priežiūros institucijos gali reikalauti pateikti informaciją apie techninių atidėjinių metodus bei naudojamų duomenų pagrįstumą.
5. Jei techniniai atidėjiniai neatitinka teisės aktų reikalavimų, priežiūros institucija gali pareikalauti juos pakoreguoti.
6. Profesinių pensijų kaupimo įmonės techninius atidėjinius apskaičiuoja pagal specialią tvarką, nustatytą teisės aktuose. [3]

Tyrimai, atlikti Aktuarų instituto ir fakulteto (Institute and Faculty of Actuaries), rodo, kad daugumą aktuarinių skaičiavimų, susijusių su diskonto normomis, galima suskirstyti į dvi kategorijas – „atitikties“ arba „biudžetavimo“. [11]

1. Atitikties skaičiavimai

Skaičiavimų grupė, kai įsipareigojimai vertinami remiantis rinkos priemonėmis, siekiant suderinti įsipareigojimų pinigų srautų charakteristikas. Chain Ladder metodo atveju tai leidžia tiksliau prognozuoti nuostolių rezervus (techninius atidėjinius), atsižvelgiant į galimus infliacijos svyravimus. [11]

2. Biudžetavimo skaičiavimai

Skaičiavimų grupė, kai įsipareigojimų vertinimas grindžiamas tuo, kaip tie įsipareigojimai bus finansuojami. Stochastinio infliacijos modelio taikymas padeda įvertinti, kaip įsipareigojimas pakis tolimesniais biudžetavimo periodais. Biudžetavimo skaičiavimai yra ypač svarbūs nustatant būsimus techninius atidėjinius, kurie bus reikalingi užtikrinti įsipareigojimų įvykdymą per ilgą laikotarpį. [11]

Pagrindinės taikymo sritys [11]:

1. Atitikties skaičiavimai dažniausiai tinkami sandoriams:

- Įsipareigojimų apskaičiavimas įmonės sąskaitoms,
- Mokumo rezervai,
- Kapitalo pakankamumo reikalavimai,
- Investicinių portfelių kūrimas, siekiant atitikti ar apsaugoti įsipareigojimus.

Šie skaičiavimai yra svarbūs, kad būtų galima tiksliai apskaičiuoti ir užtikrinti, kad įmonės techniniai atidėjimai būtų pakankami būsimų įsipareigojimų padengimui.

2. Biudžetavimo skaičiavimai tinkamas:

- Ilgalaikiem finansiniam planavimui, kai tikimasi, kad investicinis portfelis kaupsis, kad atitiktų įsipareigojimus.

Tokie skaičiavimai padeda nustatyti, kaip įmonės investicijų strategija ir kaupiami rezervai turėtų būti valdomi, kad ateityje būtų užtikrinti tinkami techniniai atidėjimai, ypač atsižvelgiant į galimus infliacijos pokyčius ir kitus ekonominius veiksnus.

Ekonominiai veiksniai svarbūs stochastiniame infliacijos rizikos modeliavime skaičiuojant techninius atidėjinius Chain Ladder metodu. [36]

1. Palūkanų normos tiesiogiai veikia techninių atidėjinių diskontavimą, nes jos lemia būsimų įsipareigojimų dabartinę vertę. Stochastiniuose modeliuose svarbu įvertinti palūkanų normų svyravimus, nes jie gali sukelti reikšmingus rezervų pokyčius.
2. Infliacija yra esminis veiksnys, lemiantis draudimo žalų dydžio didėjimą per laiką.

3. Rinkos rizika svyravimai gali turėti įtakos diskontavimo normoms ir techniniams atidėjiniams (draudimo įmonės rezervams) , todėl būtina naudoti stochastinius metodus šiai rizikai modeliuoti ir sumažinti galimus finansinius nuostolius.
4. Valiutos kurso svyravimai gali lemti nenumatytus nuostolius, jei techniniai atidėjiniai apskaičiuojami užsienio valiuta. Stochastiniai modeliai leidžia įvertinti šią riziką ir apskaičiuoti rezervus, atsižvelgiant į valiutų kursų kintamumą. [36]

Techniniai atidėjiniai yra draudimo įmonių pagrindas, kurių tikslumui daro įtaką ekonominiai veiksniai, o stochastiniai modeliai derinant su Chain Ladder metodu, padeda efektyviai įvertinti šiuos veiksnius ir užtikrinti rezervų patikimumą.

Infliacijos poveikis draudimo sektoriui

Infliacija – tai nuolatinis prekių ir paslaugų kainų lygio didėjimas ekonomikoje, turintis akivaizdžių padarinių įvairioms pramonės šakoms, įskaitant draudimą. Infliacija gali lemti didesnes draudimo bendrovių išmokas už pretenzijas ir veiklos kaštus, todėl vartotojams padidėja įmokos. Dėl to kai kurie klientai gali būti priversti atsisakyti savo draudimo ar pakeisti polisus, siekdami sumažinti išlaidas. [4]

Dėl savo priklausomybės nuo įvairių kitų verslo sričių draudimo rinka yra ypač linkusi į su infliacija susijusių išlaidų padidėjimą.

2023 m. prie draudimo įkainių kilimo prisidėjo keletas veiksnių, įskaitant:

- Būsto ir darbo sąnaudos
- Mikroschemų trūkumas
- Sveikatos priežiūros išlaidos
- Sumažėjusi perkamoji galia

Padidėjus būsto ir darbo sąnaudoms, padidėjo išmokos už turto ir nelaimingų atsitikimų draudimą. Didėjančios statybinių medžiagų ir darbo sąnaudos padidino sugadinto turto remonto ir keitimo išlaidas, todėl draudikai buvo priversti didinti įmokas šioms padidėjusioms išlaidoms padengti.

Na, o mikroschemų trūkumas turėjo didelį poveikį automobilių pramonei, o vėliau neigiamai paveikė ir draudimo sektorių. Dėl jų trūkumo išaugo naujų automobilių gamybos sąnaudos, o tai lėmė didesnes draudimo įmokas. Be to, automobilių remonto išlaidos padidėjo dėl brangesnių medžiagų ir darbo sąnaudų, todėl draudimo kompanijoms teko padidinti žalų išmokėjimą.

Sveikatos priežiūros išlaidos taip pat kyla, prisidedamos prie bendro draudimo tarifų augimo. Medicinos paslaugų, tokių kaip ligoninės gydymas ir receptiniai vaistai, kainos nuolat didėja, todėl auga ir sveikatos draudimo įmokos. [5]

Galiausiai, infliacija sumažina pinigų perkamąją galią, todėl draudikai yra priversti didinti tarifus, kad galėtų kompensuoti didėjančias išlaidas. [5]

Infliacijos rizikos vertinimas draudimo kontekste

Infliacija daro įtaką tiek gyvybės, tiek ne gyvybės draudimo sektoriui, skatindama draudimo bendroves pritaikyti savo strategijas, siekiant sumažinti riziką ir išlaikyti finansinį stabilumą.

Ne gyvybės draudimą infliacija labiausiai veikia draudimo šakose kaip automobilių ir turto draudimo. Didėjant remonto, atsarginių dalių ir statybos medžiagų kainoms, kyla ir žalų išmokos, kas verčia draudimo bendroves didinti polisų kainas.

Gyvybės draudime infliacija veikia kitaip, nes šio tipo polisai dažnai sudaromi ilgesniam laikotarpiui, todėl jų išmokos yra numatytos iš anksto, tačiau auganti infliacija gali lemti sumažėjusias investicines grąžas ir sumažinti gyventojų perkamąją galią, o tai mažina paklausą.

Remiantis The Geneva Association duomenimis, draudimo įmonės naudoja skirtingas strategijas nuo produkto kūrimo iki investicijų, siekdamos prisitaikyti prie kylančios infliacijos.

Pirmiausia, produktų kūrimo etape, draudikai dažnai trumpina ilgalaikių polisų trukmę, kad sumažintų su infliacija susijusią riziką. Taip pat kuria labiau prieinamus, žemesnės rizikos produktus, orientuotus į esminius vartotojų poreikius, taip siekdami patraukti infliacijos veikiamus klientus. [6]

Pirmiausia, produktų kūrimo etape, draudikai dažnai trumpina ilgalaikių polisų trukmę, kad sumažintų su infliacija susijusią riziką. Taip pat kuria labiau prieinamus, žemesnės rizikos produktus, orientuotus į esminius vartotojų poreikius, taip siekdami patraukti infliacijos veikiamus klientus.

Rizikos vertinimo, kainodaros ir rezervų valdymo srityje draudikai peržiūri rizikų kainas, reguliariai atnaujina rezervus. Tai leidžia tiksliau prisiderinti prie ekonominių pokyčių ir išvengti didesnių nuostolių.

Investicijų valdymo etape draudimo bendrovės gali pasirinkti su infliacija susietus vertybinius popierius, pvz., obligacijas ar „infliacijai atsparų“ nekilnojamąjį turtą, siekdamos apsaugoti savo investicinį portfelį nuo infliacijos poveikio. Šios strategijos leidžia draudimo įmonėms lanksčiai ir greitai reaguoti į besikeičiančią ekonominę aplinką, mažindamos infliacijos keliamą finansinę riziką ir užtikrindamos ilgalaikį veiklos stabilumą. [6]

Papildomai, draudimo sektorius diegia pažangias analitines priemones, siekdamas tiksliau įvertinti infliacijos poveikį. Pavyzdžiui, pažangūs statistiniai modeliai, kurie pabrėžiami kaip svarbi analizės priemonė, padeda prognozuoti galimus žalų dydžio pokyčius atsižvelgiant į infliacijos svyravimus. Modeliai leidžia draudimo bendrovėms tiksliau įvertinti savo ilgalaikius įsipareigojimus ir valdyti techninius atidėjinius. Toks požiūris padeda mažinti riziką, kurią kelia infliacijos netikrumas, ir išlaikyti finansinį stabilumą.

Infliacijos įtaka draudimo žaloms ir techniniams atidėjiniams (anksčiau atlikti tyrimai)

Remiantis Volosovych 2021 metų tyrimu, infliacija turi esminę reikšmę formuojant draudimo žalų ir techninių atidėjinių (rezervų) dinamiką. Infliacija daro reikšmingą įtaką [7] :

1. Žalų išlaidoms.

Infliacija didina prekių ir paslaugų kainas, o tai tiesiogiai veikia žalų išlaidas.

2. Techniniams atidėjiniams.

Augant žalų išlaidoms dėl infliacijos, draudimo bendrovės turi atitinkamai koreguoti savo techninius atidėjinius, nes jie gali didėti. Neatsižvelgus į infliaciją nustatant rezervus, gali kilti rizika, jog atidėjinių nepakaks padengti būsimas išmokas.

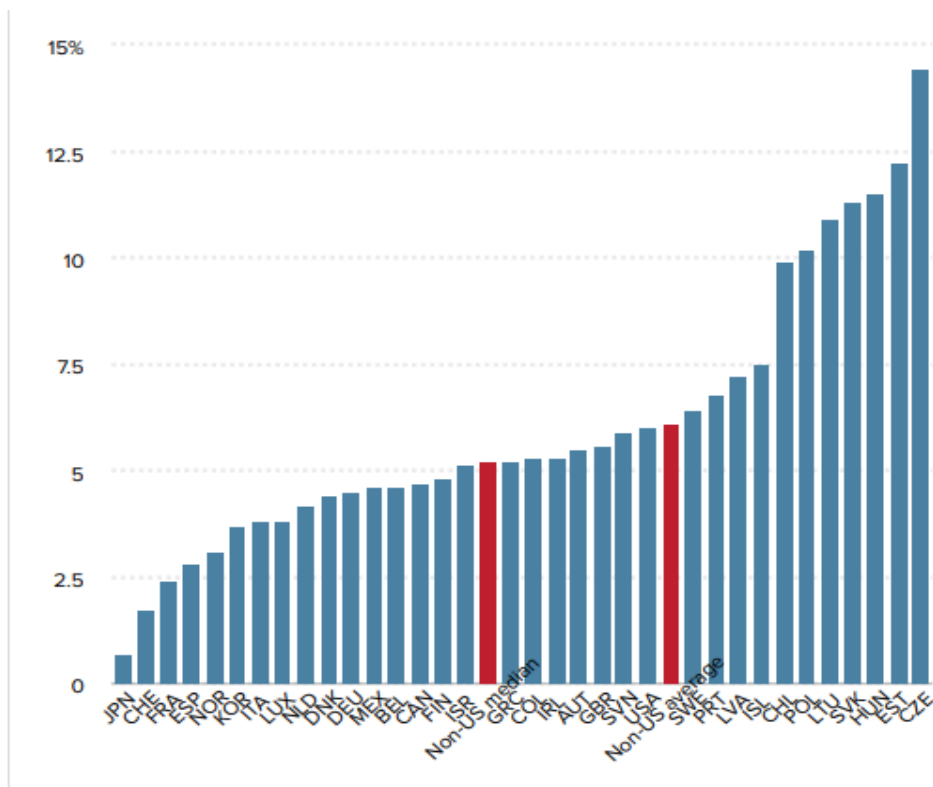
Infliacija yra reikšmingas veiksnys, kurį draudimo bendrovės privalo apsvarstyti nustatydamos rezervus ir žalų prognozes. Neatsižvelgus į infliaciją, draudimo bendrovės gali susidurti su finansinėmis problemomis ateityje. Reguliarus aktuarinių modelių ir rezervų skaičiavimų atnaujinimas, atsižvelgiant į infliacijos pokyčius, yra vienas iš svarbiausių užduočių siekiant išlaikyti draudimo įmonių mokumą ir stabilumą. [7]

Makroekonominiai infliacijos aspektai , veikiantys techninius atidėjinius

Pagrindiniai makroekonominiai veiksniai, turintys įtakos techniniams atidėjiniams [8] :

- Infliacija – jai augant, gali didėti žalos atlyginimo išlaidos, ypač ilgalaikiams draudimo įsipareigojimams, tokiems kaip civilinės atsakomybės ar sveikatos draudimas.
- Palūkanų normos – aukštesnės palūkanų normos gali sumažinti ateities išmokų vertę, jei infliacija taip pat didėja, tai gali lemti, kad draudimo bendrovės turės padidinti savo rezervus.
- Ekonomikos augimas – daro įtaką draudimo sektoriui, nes padidėjusi ekonominė veikla gali sukelti didesnę draudimo paslaugų poreikį, taip pat padidinti žalos atlyginimų išlaidas dėl didesnių atlyginimų ir didesnių paslaugų kainų.
- Valiutų svyravimai – gali paveikti draudimo įmones, ypač jei jos veikia tarptautiniu mastu.
- Tiekimo grandinės sutrikimai – gali sukelti prekių ir paslaugų kainų augimą, kuris paveikia žalos atlyginimus, ypač statybos ar transporto draudimo sektoriuose.
- Darbo rinkos pokyčiai – gali paveikti draudimo riziką, ypač kai kalbama apie darbuotojų kompensacijas ar sveikatos draudimą. [8]

Pandemijos laikotarpiu infliacijai darė įtaką ne tik sektoriniai sukrėtimai, bet ir makroekonominiai, kuriuos ir veikė susiklosčiusi situacija.



pav. 1. Infliacijos augimas pasaulyje 2021-2022m. [8]

Šiame grafike yra pavaizduoti infliacijos pokyčiai procentais pandemijos laikotarpiu įvairiose pasaulio šalyse. Kairėje matomos šalys su žemesne infliacija, o dešinėje – su aukštesne infliacija. Vertikaliajoje ašyje pavaizduoti infliacijos procentai, siekiantys iki 15%, o horizontali ašis žymi skirtingas šalis pagal ISO kodus.

Grafikas rodo, kad skirtingose šalyse infliacijos lygis varijuoja, o tai reiškia, kad techninių atidėjinių valdymo iššūkiai bus skirtingi, priklausomai nuo situacijos. Finansinės institucijos turi atsižvelgti į makroekonominis infliacijos aspektus, įskaitant regioninius skirtumus, pritaikyti savo strategijas, siekiant apsaugoti rezervų vertę bei užtikrinti gebėjimą vykdyti įsipareigojimus. Šalyse su aukštu infliacijos lygiu kyla poreikis dažniau koreguoti rezervus ir atidžiau valdyti investicijų riziką, siekiant kompensuoti prarastą perkamąją galią ir išlaikyti ilgalaikį stabilumą. [8]

Diskontavimas

Diskontavimas – finansų matematikoje naudojamas apskaičiuoti būsimų pinigų dabartinei vertei. Tai remiasi laiko pinigų verte, kuri teigia, kad doleris šiandien gali būti vertas daugiau nei doleris rytoj. Diskontavimas yra svarbus vertinant būsimus pinigų srautus. [9]

Diskontavimo kontekste taip pat yra svarbi diskontavimo norma, kuri nustato, kaip būsimos pinigų sumos yra konvertuojamos į dabartinę vertę. Tai leidžia atsižvelgti į laikino rizikos faktoriaus ir pinigų vertės pokyčius per laiką. Tai esminis komponentas vertinant investicijų ar projektų pelningumą. Pavyzdžiui, didesnė diskonto norma reiškia didesnę atitinkamą rizikos lygį, kuris mažina ateities pinigų vertę. Diskontavimo norma taip pat atspindi tikėtiną investicijų grąžą, taigi ji padeda priimti pagrįstus finansinius sprendimus. [9]

Norint apskaičiuoti diskontuotą vertę galima naudoti šią formulę :

$$PV = \frac{FV}{(1 + r)^t}$$

Kai [9]:

FV - naudojamas būsimai pinigų srautų vertei žymėti

r - naudojamas diskonto normai žymėti

t - naudojamas nurodyti laikotarpį, kurį investicija bus laikoma

Diskontavimas yra naudojamas Jungtinėse Amerikos Valstijose (JAV) nuo 1986 m. ne gyvybės draudimo bendrovėse, kuriose diskontavo nuostolių rezervus, naudodamos metinius diskonto koeficientus ir IRS (Internal Revenue Service, liet. JAV vidaus pajamų tarnyba) paskelbtas palūkanų normas. Šis metodas padeda tiksliai įvertinti būsimų nuostolių vertę realiu momentu.

Nuostolių diskontavimas yra viena iš daugelio sudėtingų mokesčių metodų, kurių privalo laikytis draudimo bendrovės, kadangi pramonė nuolat keičiasi. Pasaulio šalys kasmet atnauja ne gyvybės draudimo nuolaidų veiksnius, o mokesčių mokėtojai kiekvienais metais turi koreguoti mokestinio pagrindo nesumokėtų nuostolių apskaičiavimą pagal naujausius nuostolių diskontavimo veiksnius. [10]

Aktuarai sprendžia daugelį finansinių problemų, tačiau daugelis jų gali būti apibūdinamos kaip būsimų pinigų srauto analizė arba skirtingų pinigų srautų rinkinių palyginimas. Pavyzdžiui, ar būsimi pinigų įplaukų srautai (turtas) bus pakankami tam, kad padengtų atskirą būsimų išmokų srautą .

„Dabartinės vertės“ arba „diskontuotų pinigų srautų“ technika naudojama tam, kad būtų galima susumuoti būsimus pinigų srautus į labiau valdomą dydį – vieną reikšmę, atitinkančią šiandienos

pinigų vertę. Pereinant prie vieno ekvivalentiško dabartinės vertės rodiklio, prarandama dalis informacijos, tačiau diskontuotų pinigų srautų analizė, nors ne visada yra geriausias būdas finansiniams duomenims analizuoti ar pateikti, bet yra labai naudinga. [11]

Ypač ji yra svarbi daugeliui finansinių sandorių, pavyzdžiui, parduodant draudimo portfelį ar atskirą polisą. Tačiau svarbu suprasti, kad dabartinio sandorio kainos įvertis gali būti netikslus rodiklis būsimoms sandorio kainoms, ypač jei sandoriai vyksta retai.

Nepaisant šių sunkumų, svarbu turėti lengvai valdomus dabartinės vertės rodiklius, kurie padėtų įmonių vadovybei ir pensijų fondų patikėtiniams priimti sprendimus, taip pat būtų naudingi bendraujant su potencialiais finansinių produktų pirkėjais, draudimo sutarčių turėtojais ir pensijų programų dalyviais.

Draudimo srityje yra daug situacijų, kai skaičiavimai, susiję su diskonto normomis, yra būtini. Tinkamas diskonto normos nustatymo būdas paprastai priklauso nuo analizės tikslo ir konteksto. Tačiau gali būti naudojami įvairūs metodai ir metodologijos. [11]

Diskonto normos pasirinkimas aktuariniuose skaičiavimuose gali būti itin reikšmingas (mažas diskonto normos pokytis gali stipriai paveikti analizės rezultatus), todėl labai svarbu, kad aktuarų patarimų naudotojai, dažniausiai ne aktuarai, suprastų jiems pateiktą analizę. Bendras diskonto normų klasifikavimo pagrindas siekia palengvinti šį supratimą.

Tam tikrose situacijose gali būti naudinga naudoti mišrų metodą, apimančį tiek atitikties, tiek biudžetavimo skaičiavimų elementus, norint apskaičiuoti diskonto normas.

Techninių atidėjinių modeliavimas Chain Ladder metodu, kai naudojamas stochastinis požiūris į infliacijos riziką, reikalauja suderinti abu metodus. Tai leidžia geriau suprasti neapibrėžtumus ir optimizuoti rezervų paskirstymą.

Aktuariniai skaičiavimai, kuriems reikia diskonto normų nustatymo

- Minimali vertė – kai siekiama įvertinti, kokio turto gali prireikti, kad būtų padengti įsipareigojimų pinigų srautai, jei nėra jokios kitos finansinės paramos.
- Sandoriai – kai siekiama įvertinti (teisingą) turto, kuris bus mainomas už įsipareigojimų pinigų srautus, vertę. Aktuarai turėtų išryškinti, jei yra reikšmingas skirtumas tarp sutartinių turto ar įsipareigojimų pinigų srautų vertės ir jų rinkos arba rinkos atitikmenų vertės, bei paaiškinti pagrindines šio skirtumo priežastis.
- Finansavimas – kai siekiama patarti, kaip kaupti turtą, kad jis padengtų įsipareigojimų pinigų srautus, kai šie taps mokėtini, ir nereikia atsižvelgti į tarpinius laikotarpius (pvz., jei nėra kito finansinės paramos šaltinio gedimo atveju). [11]

Diskonto normos yra esminis įrankis aktuariams, vertinant būsimus pinigų srautus dabartine verte. Jos leidžia įvertinti finansinius įsipareigojimus, suderinti turto ir įsipareigojimų vertes. Tinkamas metodų pasirinkimas – atitiktis ar biudžetavimo – priklauso nuo analizės tikslų.

Aktuarai turi užtikrinti skaidrumą, aiškiai apibrėždami pasirinkimo pagrindus ir rizikas, kurios gali kilti taikant konkrečią diskonto normą. Tai padeda vartotojams suprasti galimas finansines pasekmes ir remtis šiais duomenimis priimant sprendimus.

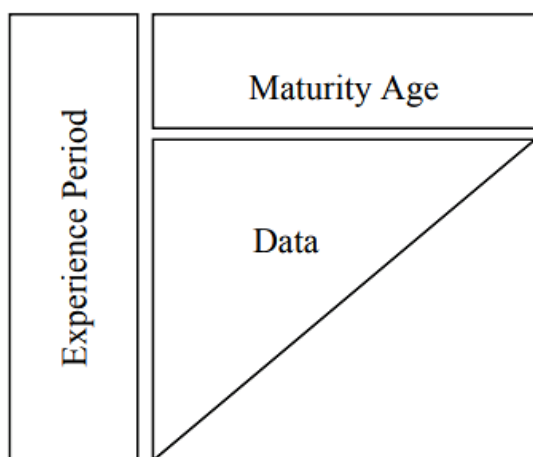
Nors pateikta struktūra daugeliu atvejų yra efektyvi, tam tikrose situacijose gali būti naudingas lankstumas ir alternatyvių metodų taikymas, pritaikant juos prie specifinių klientų poreikių ar unikalių aplinkybių. Todėl diskonto normų taikymas reikalauja ne tik metodologinio tikslumo, bet ir gebėjimo aiškiai iškomunikuoti šiuos aspektus, siekiant skaidrumo ir pagrįstų sprendimų.

Žalų trikampiai

Žalų duomenų trikampiai yra vienas iš svarbiausių įrankių, analizuojant istorinius duomenis ir prognozuojant ateityje galimus įvykius, kad išvengtų nuostolių ateityje. Šie trikampiai sudaromi remiantis nuosekliais agreguotų pretenzijų vertinimais per tam tikrus laiko intervalus. Aktuarai šiuos trikampius naudoja analizuodami įvairius duomenų tipus ir taikydami skirtingus laikotarpius bei amžius, siekdami įvertinti duomenis. [12]

Pagrindiniai žalų duomenų trikampių komponentai :

- Imties laikotarpis
- Amžius
- Duomenys



pav. 2. Žalų duomenų trikampis [12]

- Imties laikotarpis pavaizduotas trikampio eilutėse, gali būti metai, ketvirtis arba net mėnuo. Dažniausiai naudojami laikotarpiai yra įvykio metai ir draudimo metai. Kai kuriose srityse remiamasi pranešimo metais, o savidraudėjams patirties laikotarpis dažnai remiasi finansiniais metais.
- Amžius reiškia laiko intervalą nuo patirties laikotarpio pradžios iki pretenzijų vertinimo datos. Žalų trikampiai gali būti sudaromi remiantis metinėmis, pusmetinėmis, ketvirtinėmis arba mėnesinėmis pretenzijų vertinimo datomis. Trikampiai, pagrįsti metinėmis pretenzijų vertinimo datomis, yra dažniausiai naudojami aktuarinėms analizėms ir finansinėms ataskaitoms, laikantis šiuolaikinės IFRS (tarptautinių finansinių atskaitomybės standartų) reikalavimų.
- Duomenys išsivystymo trikampiuose gali apimti tiek **kumuliacines**, tiek **inkrementines** vertes.

Kumuliacinės vertės reiškia sumą arba skaičius, sukauptus nuo patirties laikotarpio pradžios. Tai yra bendros vertės, kurios kaupiasi per visą laikotarpį, įskaitant visus ankstesnius brandos amžius. Inkrementinės vertės atitinka sumas arba skaičius, kurie atsirado tam tikrame patirties laikotarpio intervale, pereinant nuo vieno brandos amžiaus prie kito. Tai parodo tik naujai atsiradusią vertę per tam tikrą laikotarpį.

Šios vertės leidžia Chain Ladder metodu tiksliai prognozuoti ateities pretenzijas, remiantis tiek kumuliaciniais, tiek inkrementiniais duomenimis.

Kalbant apie nepateiktas ir atviras pretenzijas, vertės išsivystymo trikampiuose atspindi vertes tam tikruose laiko taškuose, skirtingai nei inkrementinės arba kumuliacinės vertės. [12]

Vertės pavaizduotos trikampiuose, rodo, kaip šios pretenzijos gali išsivystyti per laiką. Tai yra svarbu vertinant neapibrėžtumą ir riziką, ypač kai naudojami stochastiniai modeliai, kurie gali apimti infliaciją ir kitus rizikos veiksnius.

Žalų trikampiai klasifikuojami įvairiais būdais priklausomai nuo naudojamų duomenų ir pateikiamos informacijos. Štai keletas pagrindinių trikampių rūšių, kurios yra išskiriamos [13] :

1. Finansiniai trikampiai.

Bendros sumos įsipareigojimų (Gross Incurred) ir sumokėtos (Paid) žalos, kurie rodo bendras išmokas ir įsipareigojimus, įvertindami tiek bruto, tiek neto sumas. Tai padeda analizuoti, kaip draudimo kompanija moka išmokas ir kokie yra jos įsipareigojimai.

Sumos pagal skirtingas kategorijas, kai skirstoma pagal skirtingas žalos rūšis, pavyzdžiui, tik medicininės išlaidas, nuostolių sumas arba išmokas, susijusias su konkrečiomis žalos kategorijomis.

2. Trikampiai pagal perdavimo duomenis.

Šie trikampiai naudojami situacijoms, kai buvo perimta valdymo atsakomybė, pavyzdžiui, kai viena draudimo bendrovė perima kitą arba keičiamas paslaugų tiekėjas. Toks trikampis padeda įvertinti, kaip tokie pokyčiai veikia žalos apdorojimo procesą ir atsakomybę.

3. Trikampiai pagal metų segmentavimą.

Trikampiai gali būti sudaromi pagal skirtingus laikotarpius, tokius kaip kalendoriniai metai, finansiniai metai ar kiti pritaikyti segmentai. Tai leidžia atlikti detalesnę analizę ir prognozes priklausomai nuo to, kaip duomenys yra segmentuojami ir kokius metodus taikysime analizei.

Šie trikampiai yra svarbūs aktuarų darbui, nes jie padeda tiksliai prognozuoti ateities žalos išmokas ir nustatyti tinkamus rezervus ilgo laikotarpio įsipareigojimams įvertinti. [13]

Žalų trikampiai yra naudojami draudimo srityje žalos rezervų apskaičiavimui, ypač kai kalbama apie ilgalaikes pretenzijas (pvz., motorinių transporto priemonių draudimą), kurios gali užtrukti

daugelį metų, kol bus galutinai išspręstos. Atsižvelgiant į šias savybes, žalų trikampiai suteikia įžvalgų apie tai, kiek pretenzijų buvo pranešta per tam tikrą laikotarpį ir kiek dar nebuvo išmokėta, t.y., suteikia prognozes apie būsimas išmokas.

Šiuo tikslu, dažnai naudojami keli metodai, skirti apskaičiuoti IBNR (incurred but not reported) rezervus. Tarp šių metodų yra:

1. Chain Ladder metodas
2. Infliacijos pakoreguotas Chain Ladder metodas
3. Vidutinės išlaidos žalų (average cost per claim) metodas
4. Bornhuetter Ferguson metodas

Kiekvienas metodas gali būti naudojamas priklausomai nuo situacijos ir įmonės specifikos.

Pavyzdžiui, kai naudojamas Chain Ladder metodas, tikslas yra numatyti ateities išmokas, remiantis istorinių duomenų vystymosi faktoriais. Ši metodika ypač naudinga kuriant rezervus ilgalaikėms pretenzijoms, nes ji leidžia ne tik prognozuoti būsimą išmokų apimtį, bet ir tiksliai apskaičiuoti būtiną rezervą, kad draudimo bendrovė galėtų susidoroti su ilgalaikiais finansiniais įsipareigojimais.

Norint suprasti, kaip veikia žalų trikampiai ir kaip jie yra susiję su IBNR rezervų apskaičiavimu yra svarbu žinoti apie rezervų apskaičiavimo metodus ir tai, kaip jie atspindi praneštas ir nepraneštas pretenzijas. [14]

Stochastinis modeliavimas

Stochastiniai metodai pateikia daug statistinės informacijos apie atidėjinių paskirstymą, kaip vidurkis ir dispersija, tačiau dažnai ir visą rezervų paskirstymą. Tokia informacija gaunama naudojant stochastinius modelius, pagal kuriuos vykdomi stebimų procesų vertinimai, o tada taikomas arba analitinis, arba simuliacinis metodas. [15]

Draudimo matematikoje naudojami įvairūs stochastiniai metodai, siekiant modeliuoti atsitiktines žalas, rezervus ir kitus draudimo procesus [15]:

1. Žalų rezervų skaičiavimo stochastiniai metodai.
 - Mack modelis
Naudojamas žalos trikampių analizei ir atsitiktinių klaidų prognozėms.
 - Stochastinis Chain Ladder modelis.
Tradicinio Chain Ladder metodo stochastinė versija, leidžianti įvertinti atsitiktinį neapibrėžtumą prognozuojant rezervus.
 - Bootstrap metodu pagrįsta analizė.
Leidžia generuoti atsitiktines žalos trikampio imitacijas, įvertinant atsitiktinių veiksnių įtaką rezultatams.
2. Laiko eilučių analizei skirti stochastiniai metodai.
 - ARIMA.
Naudojamas draudimo išlaidų arba premijų dinamikai modeliuoti.
 - GARCH.
Naudojamas prognozuoti žalų arba finansinės rinkos kintamumą, ypač ilgalaikiuose draudimo produktuose.
3. Kiti stochastiniai metodai.
 - Monte Carlo metodas.
Naudojamas atsitiktinių scenarijų generavimui ir galutinės rizikos įvertinimui draudime.
 - Markovo grandinės.
Taikomos modeliuoti perėjimams tarp skirtingų būsenų, pavyzdžiui, žalų įvykimo ir mokėjimų procesams
4. Draudimo produktų kainodaros stochastiniai modeliai.
 - Apibendrinti tiesiniai modeliai (GLM).
Naudojami nustatant premijas, remiantis žalų dažniu ir dydžiu.
 - Kopulos modeliai.
Skirti modeliuoti rizikų tarpusavio priklausomybę draudimo portfelyje.

5. Rizikos vertinimo ir kapitalo poreikio stochastinė analizė.

- VaR (Value at Risk) ir CVaR (Conditional Value at Risk).

Naudojami kapitalo poreikio ir ekstremalių žalų įvertinimui.

- Stochastinės diferencialinės lygtys.

Taikomos ilgo laikotarpio rezervų arba investicijų rizikai įvertinti.

Pateikti stochastiniai metodai, tokie kaip Chain Ladder ir jo stochastinės variacijos, leidžia įvertinti techninių atidėjinių neapibrėžtumą, o jų taikymas suteikia galimybę įtraukti atsitiktinius infliacijos pokyčius į rezervų prognozavimą, taip užtikrinant tiksliau apskaičiuotą atidėjinių paskirstymą. [15], [16]

Stochastinio modeliavimo privalumai ir trūkumai

Stochastinis modeliavimas kaip ir kiti modeliai turi tiek privalumų, tiek trūkumų, kuriuos svarbu išsiaiškinti, kad galima būtų tinkamai atlikti analizę ir atsižvelgti į galimus neatitikimus.

Privalumai:

- Daug statistinių duomenų.

Stochastiniai modeliai suteikia išsamią informaciją apie atidėjinių paskirstymą. Tai padeda geriau prognozuoti infliacijos įtaką techniniams atidėjiniams ir leidžia valdyti su infliacija susijusią riziką, įtraukiant papildomus kintamuosius ir būsimų pokyčių įvertinimą.

- Jautrumo analizė ir pasiklivimo intervalai.

Stochastiniai metodai leidžia atlikti jautrumo analizę ir pasiklivimo intervalų skaičiavimus. Tai ypač svarbu siekiant suprasti, kaip vidurkio vertė pasiskirsto įvairiose scenarijų tikimybėse ir kaip stipriai konservatyvus yra rezervas.

- Geresnis rizikos valdymas ir sprendimų priėmimas.

Tokie modeliai leidžia draudimo bendrovėms detaliau valdyti infliacijos riziką, nes gauta informacija suteikia įžvalgų apie rizikos lygį ir galimą atidėjinių konservatyvumą. Taip pat jie padeda įvertinti, ar dabartinės rezervų strategijos atitinka numatomas ekonomines sąlygas. [16]

Trūkumai:

- Didelis duomenų poreikis.

Stochastiniams modeliams reikia daug istorinių duomenų, kad būtų galima sukurti tikslius parametrus ir scenarijus.

- Modelio paklaidos ir interpretavimo sudėtingumas.

Visi stochastiniai modeliai yra jautrūs klaidoms. Nors simuliacijos gali suteikti daug informacijos, jos taip pat gali praleisti retus, tačiau svarbius neigiamus scenarijus. [16]

Analizuojant stochastinius modelius, būtina nustatyti aiškias prielaidas, kurios leistų tiksliai įvertinti infliacijos poveikį techniniams atidėjiniams ir užtikrintų tinkamą metodo taikymą rizikos valdymo kontekste. Todėl analizuojant stochastinę infliacijos rizikos modelį, ypač skaičiuojant techninius atidėjinius naudojant Chain Ladder metodą, yra daromos šios prielaidos [17] :

- Pasirenkamas stochastinis bendrojo kainų lygio $p(t)$ modelis, kuris įvertinamas pagal stebimą VKI laiko eilutę, kuri geriausiai paaiškina bendrąją infliaciją.
- Ekonominės infliacijos neapibrėžtumas nepriklauso nuo techninio neapibrėžtumo.
- Palūkanų normų rizika egzistuoja, t. y. būsimos palūkanų normos yra stochastinės.
- Būsimos tikėtinos infliacijos normos modeliuojamos kaip atsitiktinės.
- Vertinant atsižvelgiama į rizikos premijas.

Lietuvoje stochastiniai infliacijos rizikos modeliai yra ypač svarbūs draudimo bendrovėms ir finansinėms institucijoms, siekiant užtikrinti finansinį stabilumą ir teisingai prognozuoti būsimus nuostolius. Tinkamai taikant Chain Ladder metodą bei kitus stochastinius modelius, galima efektyviau valdyti riziką ir optimizuoti techninius atidėjinius, kas yra esminis aspektas draudimo sektoriuje.

Stochastinis modeliavimas IBNR rezervų apskaičiavimui

IBNR – įvykusios, bet dar nepraneštos žalos, kurias draudimo bendrovės nustato, norėdamos padengti įvykusių nuostolius, kurie dar nėra pranešti. IBNR padeda užtikrinti, jog bendrovė turės lėšų padengti nuostoliams. Yra du žalų rezervų tipai:

- IBNR, kuris nurodo patirtas, bet dar nepraneštas žalias.
- RBNS, kuris nurodo praneštas, bet dar neapskaičiuotas žalias.

IBNR rezervų apskaičiavimui dažniausiai yra naudojami duomenys iš žalų trikampio, kurie leidžia analizuoti istorines žalias ir prognozuoti būsimas žalias. Analizės atlikimui yra naudojami įvairūs aktuariniai metodai. [18]

Tarp jų ir stochastinio modeliavimo metodai, kurie leidžia įvertinti tiek IBNR rezervų dydį, tiek rezultatų pasiskirstymą. IBNR rezervai apima nuostolius, kurių apimtis ir laikas yra nežinomi, todėl stochastinis modeliavimas padeda [18] :

1. Modeliuoti atsitiktinius įvykius, kai įvertinamos atsitiktinės žalų pranešimų dinamikos ir jų dydžių variacijos, leidžiančios tiksliau prognozuoti galimas išmokas.
2. Numatyti rezervų pasiskirstymą, tuo metu apskaičiuojama ne tik vidutinė vertė, bet ir tikimybiniai įvairių scenarijų rezultatai. Tai leidžia draudimo bendrovėms efektyviau valdyti riziką.
3. Naudoti pažangius metodus kaip Monte Carlo simuliacijos, Mack modelis ir Bootstrap technika, kurie sukuria tikslus ir realistiškus rezervų prognozavimo įrankius

Šių metodų taikymas leidžia draudimo įmonėms efektyviau valdyti kapitalą, tiksliai prognozuoti rezervų poreikį ir užtikrinti atitiktį reguliaciniams reikalavimams.

Chain Ladder metodas

Plačiausiai naudojamas neapmokėtų nuostolių rezervų įvertinimo metodas yra Chain Ladder (CLM / liet. grandininių pakopų) metodas, dar vadinamas vystymosi technika, kuris taikomas rezervų skaičiavimo metu. Šis metodas jau daugelį metų naudojamas aktuarų profesijos atstovų dėl savo praktiškumo. Jis leidžia prognozuoti rezervų sumą, reikalingą numatomoms būsimoms žalos padengti, remiantis praeities žalų patirties projekcija į ateitį.[19]

Naudojant Chain Ladder metodą, aktuarai apskaičiuoja neapmokėtą pretenzijų įvertį kaip skirtumą tarp prognozuojamų galutinių pretenzijų ir faktiškai sumokėtų pretenzijų. Kadangi naudojami įvykio metų duomenys, šis neapmokėtasis pretenzijų įvertis apima visas neapmokėtas pretenzijas, įskaitant tiek nebaigtas bylas, tiek plačiąją IBNR (nežinomą, bet jau įvykusių pretenzijų) apibrėžtį. Norint apskaičiuoti IBNR pagal vystymosi techniką, reikia atimti praneštas pretenzijas iš prognozuojamų galutinių pretenzijų arba apskaičiuoti kaip skirtumą tarp bendro neapmokėtų pretenzijų įverčio ir nebaigtų bylų. [34]

Svarbu pažymėti, kad Chain Ladder metodas veikia tik tada, kai manoma, kad ankstesni nuostolių modeliai išliks ir ateityje. Jei dėl kokių nors priežasčių draudiko žalos atlyginimo procesas pasikeičia, grandininių pakopų metodas gali nepateikti tikslaus įvertinimo be tinkamų koregavimų.

Metodo taikymas

Metodo taikymo žingsniai [19]:

1. Surinkti žalų duomenis į žalų trikampį

Žalų duomenys turi būti organizuojami rezervų trikampyje kur kiekviena eilutė atspindi tam tikrus metų duomenis (žalos pagal įvykio metus arba pagal draudimo sutarties metus), o kiekvienas stulpelis – laikotarpį po žalų atsiradimo (dažniausiai kas ketvirtį ar kasmet).

Kiekviena langelyje pateikiama sukaupta žalos suma tam tikru plėtros etapu.

2. Apskaičiuoti žalos vystymosi veiksniai (age-to-age factors)

Veiksniai rodo, kaip žalos vystosi per laiką. Jie apskaičiuojami dalijant sukauptas žalos sumas vėlesniame laikotarpyje iš sukaupėtų sumų ankstesniame laikotarpyje.

Šie koeficientai padeda įvertinti, kaip ankstesnių laikotarpių žalos vystosi iki galutinių sumų.

3. Apskaičiuoti žalos vystymosi veiksnio (age-to-age factors) vidurkius

Kadangi šie veiksniai gali svyruoti skirtingais laikotarpiais, dažnai naudojami šių koeficientų vidurkiai. Galima skaičiuoti įvairius vidurkius, pvz., aritmetinį vidurkį arba pritaikyti svorio koeficientus, siekiant sumažinti išskirčių poveikį.

4. Pasirinkti žalų vystymosi veiksniai

Pasirenkami tinkamiausi žalų vystymosi veiksniai pagal apskaičiuotus vidurkius arba kitus statistinius metodus. Šie veiksniai yra naudojami prognozuojant, kaip toliau vystysis žalos.

Gali būti, kad tam tikri veiksniai bus koreguojami, atsižvelgiant į istorinius modelius ar ekspertinę nuomonę.

5. Pasirinkti „uodegos“ veiksnį

Kai kurios žalos gali vystytis ilgiau nei trikampio duomenys leidžia prognozuoti. Todėl reikalingas „uodegos“ veiksnys, kuris padeda įvertinti tolesnę žalų plėtrą po paskutinio stebimo laikotarpio.

Šis veiksnys paprastai grindžiamas istorine informacija arba aktuarine patirtimi.

6. Apskaičiuoti bendruosius žalų vystymosi veiksniai

Naudojant pasirinktus žalos vystymosi veiksniai ir uodegos veiksnį, apskaičiuojami bendrieji žalų vystymosi veiksniai. Šie veiksniai padeda įvertinti, kiek kartų turės vystytis sukauptos žalos, kad būtų pasiektos galutinės sumos.

7. Prognozuoti galutines žalų sumas

Naudojant apskaičiuotus bendruosius žalų vystymosi veiksniai, galima prognozuoti galutines žalų sumas. Tai yra apskaičiavimas, kiek iš viso bus patirta žalų, atsižvelgiant į pradinis duomenis ir jų vystymąsi per laiką.

Metodų palyginimas

Šiais technologijų laikais yra įvairių metodų norint apskaičiuoti techninius atidėjinius. Todėl svarbu atlikti metodų palyginimą prieš pradedant skaičiuoti techninius atidėjinius, o tai yra svarbus žingsnis siekiant nustatyti, kuris metodas geriausiai atspindi tikrąją draudimo bendrovės finansinę būklę. Draudimo įmonėse techniniai atidėjimai, apimantys ateities išmokų įsipareigojimus, yra labai svarbūs, todėl jų skaičiavimas turi būti kuo tikslesnis. Šiuo atveju lyginami du pagrindiniai metodai yra Chain Ladder ir Bornhuetter-Ferguson.

lentelė 1. Chain Ladder ir Bornhuetter-Ferguson metodų palyginimas

Chain Ladder metodas	Bornhuetter-Ferguson
Grindžiamas prielaida, kad ateities nuostoliai yra susiję su praeities nuostolių dinamikos tendencijomis.	Grindžiamas tiek istorinių duomenų analize, tiek išankstiniu įvertinimu apie ateities nuostolius.
Automatinis metodas, kuriame nėra įtraukiamos išankstinės nuostolių prognozės arba lūkesčiai.	Kombinuotas metodas, nes jis apima tiek istorinius duomenis, tiek išankstinius lūkesčius apie ateities nuostolius.
Tinka turint daug duomenų.	Tinka, kai duomenys yra riboti.
Paprastai atliekamas.	Sudėtingesnis, reikalauja išsamesnių prognozių.

Chain Ladder metodas geriau tinka stochastinio infliacijos rizikos modeliavimui, nes jis remiasi istorinių duomenų santykiais, jis identifikuoti, kaip infliacija galėjo paveikti nuostolių raidos modelį, taip pat padeda apskaičiuoti būsimus atidėjinius, atsižvelgiant į istorinius augimo santykius. Tai ypač naudinga modeliuojant stochastinę infliacijos riziką, nes metodas gali apdoroti ir užfiksuoti nuostolių pokyčius, kuriuos lemia išoriniai ekonominiai veiksniai, tokie kaip infliacija, tuo pačiu atsižvelgiant į praeities duomenų pateiktą informaciją apie šiuos pokyčius.

Tuo tarpu, Bornhuetter-Ferguson metodas, nors ir leidžia naudoti išankstinius prognozių įvertinimus, gali būti sudėtingesnis, kai reikia analizuoti stochastines rizikas, susijusias su infliacija, nes tai reikalauja išankstinių prognozių ir papildomos ekspertinės analizės.

Taip pat Chain Ladder metodas geriau tinka stochastinio infliacijos rizikos modeliavimui, nes jis yra paprastesnis ir greitesnis nei kiti metodai, tokie kaip Bornhuetter-Ferguson. [20]

Stochastinių modelių pritaikymas Chain Ladder metodui

Stochastiniai modeliai yra esminiai siekiant tiksliai apskaičiuoti techninius atidėjinius, ypač naudojant Chain Ladder metodą. Chain Ladder metodas yra vienas populiariausių būdų apskaičiuoti techninius atidėjinius draudimo srityje. Jis leidžia modeliuoti ir prognozuoti būsimus nuostolius remiantis istoriniais duomenimis. Dažniausiai naudojami metodai šiam tikslui apima Monte Carlo simuliaciją, Macko modelį, Bootstrap Chain Ladder, Bajesinius modelius ir apibendrintus tiesinius modelius.

1. Monte Carlo simuliacija

Monte Carlo metodas plačiai taikomas siekiant įvertinti rezultatų pasiskirstymą, ypač kai reikia nustatyti atsargų riziką. Metodas apima atsitiktinių dydžių generavimą pagal tinkamus statistinius

pasiskirstymus ir leidžia simuliuoti įvairius ateities scenarijus. Tai ypač naudinga Solvency II (rizikos ribojimo režimas draudimo ir perdraudimo įmonėms ES) kontekste, kai reikalaujama tikimybinių rezervų įvertinimų aukštu pasitikėjimo lygiu. [21]

2. Macko modelis

Macko modelis suteikia teorinį pagrindą Chain Ladder metodo rezultatų interpretacijai. Modelis remiasi prielaidomis apie nuostolių dydžių nepriklausomybę ir yra naudojamas norint suprasti rezervų skaičiavimo patikimumą ir galimą jų klaidos dydį.

3. Bootstrap Chain Ladder

Bootstrap metodas leidžia generuoti atsitiktinius mėginius iš pradinio duomenų trikampio ir taikyti Chain Ladder metodą kiekvienam mėginiui. Taip gaunamas rezervų pasiskirstymas ir įvertinamas jų variacijos lygis.

4. Bajesiniai modeliai

Bajesiniai modeliai išplečia Chain Ladder metodą, integruojant papildomą informaciją per apriorinius tikimybių paskirstymus. Jie leidžia apskaičiuoti paskirstymą, atsižvelgiant į istorinius duomenis ir ekspertų įžvalgas. [22]

5. Apibendrinti tiesiniai modeliai (GLM)

GLM metodai praplečia tradicinį Chain Ladder metodą, leidžia įtraukti papildomus veiksnus (pvz., infliaciją, sezoniškumą, nuostolių tipo skirtumus) į Chain Ladder modelį. GLM modeliai yra lankstesni ir leidžia daryti sudėtingesnes prognozes.

Chain Ladder metodas gali būti naudojamas atskirai kaip paprastas deterministinis metodas. Tačiau jei reikia įvertinti riziką, rezervų neapibrėžtumą ar įtraukti papildomą informaciją, šie papildomi metodai tampa svarbūs.

Stochastinių modelių taikymas padeda apskaičiuoti techninius atidėjinius, nes jie išsprendžia tradicinio Chain Ladder metodo trūkumus ir leidžia užtikrinti tikslesnes prognozes.

Tyrimo metodų analizė

Tyrimo metu siekiama modeliuoti infliacijos riziką, techninių atidėjinių skaičiavimams, naudojant Chain Ladder metodą kartu su stochastiniais modeliais.

Pagrindiniai taikomi metodai apima GARCH, ARIMA, Monte Carlo simuliacijas ir Chain Ladder, kurie padeda lengviau įvertinti infliacijos poveikį nuostolių vystymosi prognozėms bei nustatyti galimus rizikos veiksnius.

Tyrimo tikslas yra naudoti šiuos metodus kartu su Chain Ladder, kad būtų galima tiksliau apskaičiuoti techninius atidėjinius, įtraukiant infliacijos riziką ir neapibrėžtumą. Stochastiniai modeliai leidžia įvertinti ir modeliuoti riziką, tuo pačiu užtikrinant tikslumą ir patikimumą gaunamose prognozėse.

Stochastinės infliacijos modelis ARIMA

Autoregresinis integruotas slankiojo vidurkio (ARIMA) modelis yra autoregresinio slankiojo vidurkio (ARMA) modelio generalizacija. Remiantis tyrimais buvo nustatyta, kad didesnis neapibrėžtumas pastebėtas prognozuojant ilgalaikius periodus, o trumpalaikiuose laikotarpiuose neapibrėžtumas buvo mažesnis. [23]

ARIMA modelio sudėtingumą ir jo struktūrą apibūdina modelio eilės parametras.

ARIMA modeliai yra apibūdinami trimis parametrais: p , d , q .

ARIMA (p , d , q) procesas gali būti išreikštas kaip AR (p) I (d) MA (q). [23]

$$(1 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_p B^p)(1 - B)^d(X_t - \mu) = (1 + \beta_1 B + \dots + \beta_q B^q)e_t$$

Parametrai apibūdinami taip [24]:

- **B** – operatorius, kuris naudojamas parodyti ankstesnių laikotarpių reikšmėms.
- **p** - atsilikimo stebėjimų skaičius modelyje (atsilikimo tvarka).
- **d** - žalų stebėjimų skirtumo skaičius (skirtumo laipsnis), kuris nurodo kiek kartų duomenys turi būti diferencijuoti, kad būtų užtikrintas stacionarumas.
- **q** - slenkančiojo vidurkio dydis (slenkančiojo vidurkio tvarka).

Yra keletas pagrindinių ARIMA modelių [28]:

ARIMA(1,0,0) - pirmos eilės autoregresinis modelis.

Jei laiko eilutė yra stacionari ir autokoreliuota, galima ją prognozuoti kaip dauginamąją savo ankstesnės reikšmės dalį, pridėjus konstantą.

ARIMA(0,1,0) – atsitiktinis pasivaikščiojimas (random walk).

Atsitiktinis pasivaikščiavimas skiriasi nuo atsitiktinių skaičių sekos tuo, kad kiekviena sekanti reikšmė yra ankstesnės reikšmės modifikacija. Tai dažnai naudojama diferencijuotoms vertėms, jei laiko eilutė nėra stacionari.

ARIMA(1,1,0) - diferencijuotas pirmos eilės autoregresinis modelis.

Jeigu atsitiktinio pasivaikščiavimo modelio klaidos yra autokoreliuotos, problemą galima išspręsti pridėdant vieną priklausomo kintamojo lagą į prognozės lygtį. Tai reiškia, kad pirmasis Y_{t-1} skirtumas regresuojamas pagal save, atsilikęs vienu periodu.

ARIMA(0,1,1) be konstantos - paprastas eksponentinio išlyginimo modelis.

Naudojamas laiko eilučių duomenims, kurie neturi sezoniškumo ar tendencijų. Reikalingas vienas išlyginimo parametras, kuris kontroliuoja istorinių stebėjimų įtakos dydį (parametro reikšmė tarp 0 ir 1).

- Parametrai, artimi 1, reiškia, kad modelis mažai dėmesio skiria ankstesnėms reikšmėms.
- Mažesnės reikšmės nurodo, kad modelis daugiau atsižvelgia į istorinius duomenis prognozėse.

ARIMA(0,1,1) su konstanta - paprastas eksponentinio išlyginimo modelis su augimu.

Šis modelis yra toks pats kaip paprastas eksponentinis išlyginimas, tačiau su papildoma konstanta. Ši konstanta leidžia laiko eilutės Y_t reikšmėms augti, kai ji progresuoja.

ARIMA (1,0,1) autoregresinis integruotas slankiojo vidurkio modelis

Pritaikomas stacionariems duomenims, kurie neturi aiškios ilgalaikės tendencijos, bet rodo autokoreliaciją ir atsitiktinius svyravimus. Naudojamas analizuoti draudimo žalų dažnumą ar dydį, jei šie duomenys yra stacionarūs.

Kiti ARIMA modeliai:

Taip pat yra daug kitų ARIMA modelių, kurie gali būti pritaikyti. Dažnai apskaičiuojami keli modeliai, kurie lyginami tarpusavyje, siekiant išsiaiškinti, kuris geriausiai tinka turimiems duomenims. Visi išvardinti modeliai yra pirmos eilės modeliai, reiškiantys, kad jie aprašo tiesinius procesus, nors yra ir antros eilės modeliai, kurie aprašo kvadratinis procesus, bei aukštesnės eilės modeliai, skirti sudėtingesniems procesams modeliuoti. [28]

ARIMA (p,d,q) prognozavimas

ARIMA modeliai yra bendrinė modelių klasė laiko eilutėms prognozuoti, kurios, jei reikia, gali būti paverčiamos stacionariomis taikant diferencijavimą, gali būti kartu su netiesinėmis transformacijomis, kaip logaritmavimas.

Stacionarioji eilutė neturi trendo, jos svyravimai aplink vidurkį turi pastovią amplitudę, o jos kitimas vyksta nuosekliai. Tai reiškia, kad jos autokoreliacijos išlieka pastovios laikui bėgant.

Atsitiktinis kintamasis, turintis tokią formą, gali būti interpretuojamas kaip signalo ir triukšmo derinys, o signalas gali būti greito arba lėto grįžimo prie vidurkio modelis, sinusoidinis svyravimas, greitas ženklo keitimas arba jis gali turėti sezoniškumo komponentą.

ARIMA modelis gali būti laikomas „filtru“, kuris bando atskirti signalą nuo triukšmo, o signalas vėliau yra ekstrapoliuojamas į ateitį siekiant gauti prognozes. [29]

ARIMA prognozavimo lygtis stacionariai laiko eilutei yra tiesinė (regresijos tipo) lygtis, kurioje prognozuojamieji kintamieji yra priklausomojo kintamojo atsilikimai.

Apibendrinta ARIMA (1, 0, 1) modelio matematinė forma [23]:

$$X_t = \delta + \alpha_1 X_{t-1} + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

Kai:

X_t, X_{t-1} – rodo žalos periodą (t ir $t - 1$)

$\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}$ – rodo likučius per laikotarpius (t ir $t - 1$), kurie sudaro baltąjį triukšmą.

α_1, β_1 – rodo autoregresinių ir judančio vidurkio procesų koeficientus.

Šis ARIMA (1,0,1) modelis yra tinkamas, kai tikslas yra prognozuoti duomenis, kurie turi aiškią autokoreliaciją, tačiau nėra didelio ilgalaikio trendo ar sezoninių svyravimų. Tai dažnai pasitaiko finansų ar draudimo srityse, kai žalos dažnumas ir dydis gali priklausyti nuo praeities žalos įvykių, tačiau nėra ryškių ilgalaikių pokyčių. [24]

ARIMA modeliai yra veiksmingas įrankis prognozėms, tačiau jų sėkmingas taikymas priklauso nuo pasirengimo, įskaitant duomenų analizę, modelių palyginimą ir rezultatų interpretaciją. Šie modeliai yra nepakeičiami, kai reikia analizuoti sudėtingas laiko eilutes ir priimti duomenimis pagrįstus sprendimus ekonomikos, draudimo ir kitose srityse.

Stochastinės infliacijos modelis GARCH

GARCH (generalizuotas autoregresinis sąlyginis heteroskedastiškumas) modelis, kurį 1986 m. pristatė Bollerslev . Šis modelis buvo išvestas iš ARCH (autoregresinis sąlyginai heteroskedastiškas) modelio, kuris yra skirtas laiko eilučių dispersijai . ARCH modeliai naudojami apibūdinti besikeičiančią dispersiją. Pagrindinis skirtumas tarp klasikinio ARCH modelio ir GARCH modelio yra tas, kad GARCH modelio sąlyginė dispersija priklauso ne tik nuo ankstesnių stebimo proceso reikšmių, bet ir nuo ankstesnių pačios dispersijos reikšmių. [30]

GARCH (1,1) modelio dispersijos lygtis [37]:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

Kai:

- σ_t^2 – dabartinė žalų dispersija (kintamumas)
- ω – bazinis žalų kintamumas
- α_1 – ankstesnių žalų staigių pokyčių poveikis dabartiniam kintamumui
- ε_{t-1}^2 – praėjusio laikotarpio žalų ir prognozių skirtumas
- β_1 – ankstesnio laikotarpio žalų dispersijos poveikis
- σ_{t-1}^2 – praėjusio laikotarpio žalų kintamumas

Remiantis šia lygtimi, galima prognozuoti kintamojo X_t nepastovumą.

GARCH modelyje kintamojo reikšmė X_t yra apskaičiuojama :

$$X_t = \mu + \varepsilon_t$$

Kai:

- μ – sąlyginės vidutinės reikšmės komponentė
- ε_t – atsitiktinė klaida

Naudojant GARCH modelį ir integruojant rizikos veiksnus, galima naudoti nepastovumo matricą.

$$\text{Nepastovumo matrica} = \begin{bmatrix} 1 + \sigma_1^2 & 1 + \sigma_2^2 & \cdots & 1 + \sigma_n^2 \\ 1 + \sigma_2^2 & 1 + \sigma_3^2 & \cdots & 1 + \sigma_{n+1}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 + \sigma_n^2 & 1 + \sigma_{n+1}^2 & \cdots & 1 + \sigma_{2n-1}^2 \end{bmatrix}$$

Kai:

- σ_t^2 yra sąlyginė dispersija pagal GARCH modelį.

Laiko eilutės X_t koreguojamos:

$$X'_t = M \cdot X_t$$

Kai:

- X_t – pradiniai laiko eilutės duomenys
- X'_t – nepastovumo koreguoti laiko eilutės duomenys
- M – nepastovumo matrica

GARCH modelis integruoja nepastovumo poveikį laiko eilutei, leidžiant geriau prognozuoti duomenų struktūrą esant nepastovumui.

Statistinės GARCH(1,1) modelio savybės [37] :

1. $\{R_t\}$ yra kovariaciškai stacionari ir ergodinė seka, jeigu $\alpha_1 + \beta_1 < 1$
2. $var(R_t) = E(\varepsilon_t^2) = E(\sigma_t^2) = \frac{\omega}{(1-\alpha_1-\beta_1)}$
3. R_t pasiskirstymas, sąlygotas I_{t-1} yra normalus su vidurkiu μ ir variacija σ_t^2
4. Besąlyginis (marginalinis) R_t pasiskirstymas nėra normalusis, o jo kurtosis yra:

$$kurt(R_t) = \frac{3(1 + \alpha_1 + \beta_1)(1 - \alpha_1 - \beta_1)}{1 - 2\alpha_1\beta_1 - 3\alpha_1^2 - \beta_1^2} \geq 3$$

Yra daugybė GARCH modelių :

1. Standartinis GARCH (SGARCH)
2. Netiesinis GARCH (NGARCH)
3. Netiesinis asimetrinis GARCH (NAGARCH)
4. Integruotas GARCH (IGARCH)
5. Eksponentinis GARCH (EGARCH)
6. GARCH viduje (GARCH-M)
7. Kvadratinis GARCH (QGARCH) ir kiti.

Standartinis GARCH (SGARCH) modelis.

Standartinis GARCH modelis, pasiūlytas Engle (1982) ir Bollerslev (1986), apima autoregresinį (AR) ir vidutinės kvadratinės klaidos (MA) komponentus, leidžiančius modeliuoti kintamumo priklausomybę nuo praeities klaidų ir kintamumo lygio.

Standartinis GARCH modelis remiasi prielaida, kad sąlyginė klaida seka normalųjį paskirstymą.. Norint geriau atitikti tokius duomenis, galima naudoti GARCH modelį su asimetrišku Studento t paskirstymu (STTD). Šis modelis leidžia geriau modeliuoti storasienių ir asimetriškų duomenų savybes, todėl gali suteikti tikslesnes prognozes ir geresnį modelio pritaikymą finansų duomenims. [31]

Stochastinis infliacijos rizikos modeliavimas GARCH metodu, padeda įvertinti infliacijos svyravimus ir numatyti jų poveikį ateities žaloms bei rezervų poreikiui. Tai užtikrina, kad

draudimo įmonės galėtų tinkamai valdyti riziką ir suformuoti pakankamus rezervus ateities žalos atlyginimams padengti, nepriklausomai nuo infliacijos pokyčių.

Monte Carlo simuliacija

Monte Carlo simuliacija yra būdas modeliuoti skirtingų rezultatų tikimybę proceso metu, kurio negalima lengvai numatyti dėl atsitiktinių kintamųjų daromos įtakos. Tai technika, naudojama siekiant suprasti rizikos ir neapibrėžtumo poveikį.

Šiais laikais Monte Carlo simuliacijos vis dažniau naudojamos kartu su naujais dirbtinio intelekto (DI) modeliais. Daugelis finansinių įmonių dabar naudoja aukštos našumo skaičiavimo sistemas Monte Carlo simuliacijoms vykdyti, nes didėjant simuliacijų skaičiui ir plečiantis finansinių aktyvų bei priemonių portfeliams, jų analizė ir interpretavimas tampa vis sudėtingesnis uždavinys. Tokiose situacijose didelį pranašumą suteikia dirbtinio intelekto (DI) technologijos, kurios padeda tiksliau ir greičiau įvertinti simuliacijų rezultatus. Tai leidžia verslui greičiau priimti sprendimus ir sukuria reikšmingą konkurencinį pranašumą, ypač kai laikas iki produkto ar paslaugos pateikimo rinkai yra labai svarbus. [26]

Monte Carlo metodas yra svarbus stochastinio modelio kūrimo įrankis, plačiai taikomas techninių atidėjinių skaičiavimuose naudojant Chain Ladder metodą. Šis metodas leidžia įvertinti ne tik vidutinę atidėjinių vertę, bet ir jų pasiskirstymą, atsižvelgiant į duomenų kintamumą ir neapibrėžtumą.

Monte Carlo taikymas Chain Ladder metoduose:

1. **Parametrų įvertinimas.** Monte Carlo simuliacijos leidžia generuoti daugybę galimų amžiaus faktorių rinkinių, atsižvelgiant į duomenų kintamumą, ir taip sukurti įvairius atidėjinių scenarijus.
2. **Atidėjinių pasiskirstymo įvertinimas.** Naudojant Monte Carlo metodą, galima sukurti daugybę atidėjinių prognozių, kurios sudaro pasiskirstymą.
3. **Rizikos vertinimas.** Monte Carlo simuliacijos padeda įvertinti riziką, susijusią su atidėjinių skaičiavimais, nustatant galimus nuostolių diapazonus ir tikimybes.

Taigi, Monte Carlo metodas suteikia galimybę atlikti išsamesnę stochastinę analizę, kuri padeda geriau suprasti ir valdyti riziką. [32]

Diskontavimas

Diskontavimas yra procesas, kurio metu ateityje gauta pinigų suma paverčiama lygiavertėmis vertėmis, gaunamų pinigų realiuoju laiku. Tai yra svarbu įvertinant, kaip ateities pinigai prilygsta dabartiniams pinigams, nes valiuta, gauta po tam tikro laiko (pvz., 50 metų), gali būti vertinama mažiau nei gauta šiandien. Diskontavimo procesas leidžia konvertuoti vertės vienetų per skirtingus laikotarpius, paversdamas ateities pinigus dabartiniais pinigais.

Diskontavimas į dabartinę vertę apima šiuo metu ekvivalentinę vertę, atsižvelgiant į esamą palūkanų (diskonto) normą, kuri naudojama vertinant būsimas išlaidas ar pajamas. Taip pat, įvertinant ateities vertę, būtina naudoti diskonto normą, kuri atspindi rinkos sąlygas ir rizikas. Dabartinė ekvivalentinė pinigų vertė, gauta ateityje, vadinama jos dabartine verte. [35]

Norint apskaičiuoti, kiek reikštų ateityje gauta suma šiandien, naudojama ši formulė:

$$PV = \frac{F}{(1 + r)^n}$$

Kai:

- PV – dabartinė vertė
- F – ateities vertė
- r – diskonto (palūkanų) norma per laikotarpį
- n – laikotarpio trukmė (metais arba kitais laiko vienetais).

Diskontavimas yra svarbus etapas stochastiniame infliacijos rizikos modeliavime, ypač skaičiuojant techninius atidėjinius. Kai yra prognozuojama ateities infliacija, kuri veikia galutines žalos sumas, diskontavimas leidžia vertinti būsimas išlaidas šiandieninėmis vertėmis, atsižvelgiant į palūkanų normas ir kitus ekonominius faktorius. Tai būtina norint tiksliai apskaičiuoti rezervus, kurių reikia sudaryti, kad padengtų ateityje numatomas išlaidas dėl infliacijos, kuri kinta ir sukuria stochastinę riziką.

Chain Ladder metodas

Chain Ladder (CL) metodas prognozuoja nežinomas galutines žalas $C_{i,j}$, remiantis pagrindinėmis prielaidomis, kad būsimų žalų vystymasis atitiks ankstesnių žalų vystymąsi ir kad dabartinis žalų dydis už įvykio metus $C_{i,j}$ gali būti naudojamas prognozuoti būsimų praneštų žalų dydį. [27]

Pagrindinė CL metodo prielaida yra tokia:

$$E[C_{i,j} + 1] = f_j C_{i,j}$$

Prognozės atliekamos naudojant vadinamuosius žalių vystymosi faktorius (LDF), f_j , padaugintus iš dabartinės žinomos žalių sumos. [27]

Klasikinis Chain Ladder metodas yra deterministinis algoritmas, naudojamas prognozuoti nuostolius, remiantis istoriniais duomenimis. Jis daro prielaidą, kad nuostolių vystymosi proporcijos nuo vieno laikotarpio iki kito yra vienodos visiems metams. [33]

$$f_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} C_{i,k+1}}{\sum_{i=1}^{n-k} C_{i,k}}$$

Kai:

$C_{i,k}$ - kumuliatyviniai mokėjimai ar nuostoliai i-ajam metų rinkiniui per k-ąjį laikotarpį.

f_k - plėtros veiksnys (development factor).

Norint integruoti infliaciją į Chain Ladder metodą pirmiausia yra sudaroma infliacijos matrica iš sugeneruotų istorinių bei prognozuotų duomenų:

$$\text{infliacijos matrica} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\text{infliacija}_1}{100} & 1 + \frac{\text{infliacija}_2}{100} & \dots & 1 + \frac{\text{infliacija}_n}{100} \\ 1 + \frac{\text{infliacija}_2}{100} & 1 + \frac{\text{infliacija}_3}{100} & \dots & 1 + \frac{\text{infliacija}_{n+1}}{100} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 + \frac{\text{infliacija}_n}{100} & 1 + \frac{\text{infliacija}_{n+1}}{100} & \dots & 1 + \frac{\text{infliacija}_{2n-1}}{100} \end{bmatrix}$$

Čia $\text{infliacija}_1, \text{infliacija}_2$ ir taip toliau, atspindi istorines infliacijos normas ir jau modelio sugeneruotas tolimesnes infliacijos normas. Apskaičiuoti infliacijos koreguotą žalių trikampį galima naudojantis šia formule:

$$T' = M \cdot T$$

Kai:

- T' – koreguotas žalių trikampis
- T – istorinis žalių trikampis
- M – infliacijos matrica

Išplėstinė formulė:

$$T' = \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{\text{infliacija}_1}{100}\right) \cdot T_{1,1} & \left(1 + \frac{\text{infliacija}_2}{100}\right) \cdot T_{1,2} & \dots & \left(1 + \frac{\text{infliacija}_n}{100}\right) \cdot T_{1,n} \\ \left(1 + \frac{\text{infliacija}_2}{100}\right) \cdot T_{2,1} & \left(1 + \frac{\text{infliacija}_3}{100}\right) \cdot T_{2,2} & \dots & \left(1 + \frac{\text{infliacija}_{n+1}}{100}\right) \cdot T_{2,n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(1 + \frac{\text{infliacija}_n}{100}\right) \cdot T_{n,1} & \left(1 + \frac{\text{infliacija}_{n+1}}{100}\right) \cdot T_{n,2} & \dots & \left(1 + \frac{\text{infliacija}_{2n-1}}{100}\right) \cdot T_{n,1} \end{bmatrix}$$

Apskaičiavus koreguotą infliacijos žalų trikampį, galima jau taikyti Chain Ladder metodą, techninių atidėjinių apskaičiavimui.

Chain Ladder metodas yra ypač svarbus stochastiniame infliacijos rizikos modeliavime, skaičiuojant techninius atidėjinius, nes jis leidžia prognozuoti nuostolius, atsižvelgiant į istorinius nuostolių duomenis bei sudaryti tikslesnius atidėjinius. Infliacija gali daryti įtaką nuostolių dydžiui ateityje, todėl tikslūs prognozavimai pagal Chain Ladder metodą padeda užtikrinti, kad būsimi atidėjinių rezervai atitiktų numatomą žalų vystymąsi.

Praktinė analizė

Darbo tikslas

Šio magistrinio baigiamojo darbo tikslas yra sukurti stochastinį infliacijos modelį, kuris padėtų apskaičiuoti techninius atidėjinius naudojant Chain Ladder metodą. Tyrimo metu bus naudojami akumuliuoti metiniai draudimo įmonės duomenys apskaičiuoti techninius atidėjinius. Siekiant nustatyti dabartinę techninių atidėjinių vertę, taip pat, bus pritaikomas diskontavimo metodas. Darbe bus siekiama nustatyti, kuris iš metodų turės didžiausią įtaką techninio atidėjinio pokyčiui.

Duomenys

Techninių atidėjinių apskaičiavimui buvo naudojami Prancūzijos ne gyvybės draudimo įmonės metiniai išmokėtų žalų duomenys. Duomenų rinkinio pavadinimas „fretriTPL9207“ iš duomenų paketo CASdatasets_1.2-0.tar.gz, kurį sudaro išmokėtų žalų trikampis nuo 1992 metų iki 2007 metų, tačiau naudojami buvo tik duomenys nuo 1999 metų iki 2007 metų. Išmokėtos žalos yra sudarytos iš trečių šalių atsakomybės ne gyvybės draudimo duomenų. Duomenys rinkinyje buvo pateikti akumuliuoti. Infliacijos duomenims generuoti naudojami istoriniai infliacijos duomenys iš internetinio puslapio „Macrotrends“, kurie atspindi Prancūzijos ekonomikos infliacijos normas nuo 1960 metų iki 1998 metų.

Programinė įranga

Magistriniame darbe buvo naudojama programinė įranga R, kurios pagalba buvo sukurti stochastiniai infliacijos ir diskontavimo modeliai, apskaičiuoti techniniai atidėjiniai naudojant Chain Ladder metodą bei atliktos Monte Carlo simuliacijos.

Šiems veiksams atlikti buvo naudojami įvairūs paketai tokie kaip:

- Dplyr – paketas skirtas duomenims struktūrizuoti, padedantis išspręsti dažniausiai pasitaikančias duomenų tvarkymo kliūtis.
- Chain Ladder – tai paketas, kuriame pateikiami metodai ir modeliai, kurie paprastai naudojami rezervuojant draudimo išmokas.
- Rugarch – paketas naudojamas modeliuoti ir analizuoti vienmačius modelius, kurie yra būtini finansinių laiko eilučių duomenų nepastovumui prognozuoti.
- Forecast – siūlo metodus ir įrankius, skirtus vienmačių laiko eilučių prognozėms rodyti ir analizuoti. Tai apima eksponentinį lyginimą naudojant būsenos erdvės modelius ir automatinį ARIMA modeliavimą.

- Tseries – siūlo įrankius laiko eilučių analizei ir finansinei analizei, įskaitant funkcijas laiko eilučių modeliavimui, prognozavimui bei statistiniams testams.
- Moments – suteikia įrankius statistiniams momentams apskaičiuoti. Ypač naudingas analizuojant duomenų formą ir skirstinį.

Rezultatai

Stochastinis infliacijos modeliavimas, apskaičiuojant techninius atidėjinius naudojant Chain Ladder metodą, apima metodą, kuris padeda prognozuoti būsimus techninius atidėjinius, atsižvelgiant į infliacijos pokyčius. Chain Ladder metodas yra iš vienas iš dažniausiai naudojamų techninių atidėjinių apskaičiavimo metodų draudimo sektoriuje, remiasi istorinių duomenų analizavimu ir tikimybinių metodų taikymu, kad būtų galima nustatyti ateities įsipareigojimus, įvertinant infliacijos įtaką. Stochastinis požiūris leidžia modeliuoti ne tik vidutinę infliacijos poveikį, bet ir kitus atsitiktinius veiksnius, tokius kaip ekonominiai svyravimai, todėl padeda tiksliau prognozuoti ir valdyti finansinius atidėjinius.

Techinio atidėjinio apskaičiavimas be infliacijos

Norint apskaičiuoti techninį atidėjinį Chain Ladder metodu svarbiausia turėti žalų trikampio duomenis. Todėl pirmiausia buvo suformuojamas akumuliuotas žalų trikampis iš pasirinkto duomenų rinkinio.

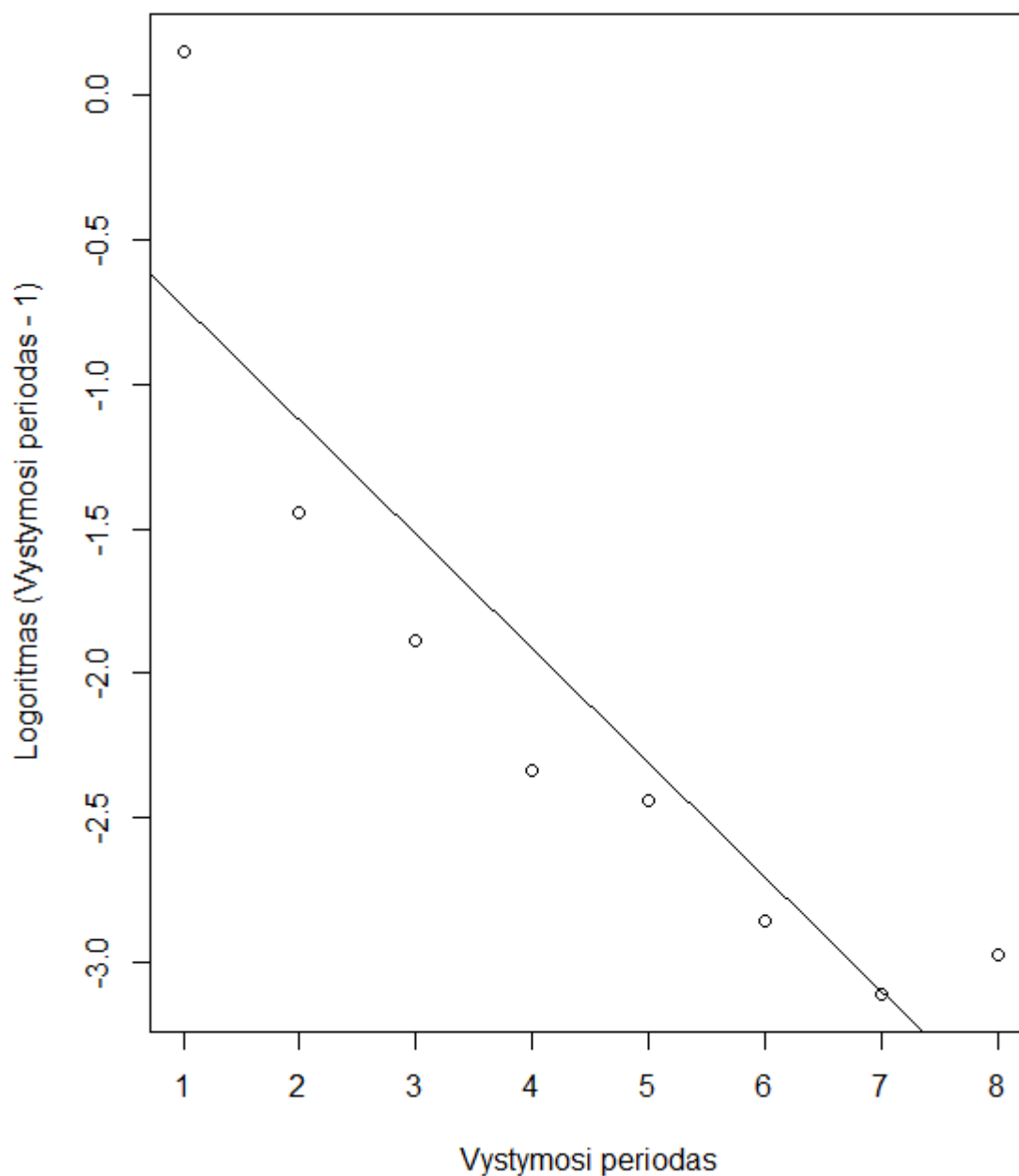
lentelė 2. Akumuluotų išmokėtų žalų trikampis

Įvykio metai	Vystymosi metai								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1999	47208	101851	126707	151286	165532	181423	187495	193840	203755
2000	42939	93406	118897	132404	149050	159125	172016	181726	NA
2001	47924	101669	122358	142197	154408	172426	182935	NA	NA
2002	46468	102884	127963	142476	154987	165410	NA	NA	NA
2003	45161	94787	119215	137156	149715	NA	NA	NA	NA
2004	46804	95901	117573	138386	NA	NA	NA	NA	NA
2005	44790	94021	113387	NA	NA	NA	NA	NA	NA
2006	43643	105067	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
2007	38065	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA

Sudarius išmokėtų žalų trikampį toliau buvo apskaičiuoti išmokėtų žalų trikampio vystymosi faktoriai, kurie toliau padeda apskaičiuoti likusį žalų trikampį bei nustatyti kaip per laikotarpį keitėsi žalos.

lentelė 3. Vystymosi periodai

Vystymosi faktoriai	Vystymosi periodai								
	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	Uodega
	2.16362	1.23605	1.15175	1.09663	1.08719	1.05745	1.04466	1.05115	1.06414



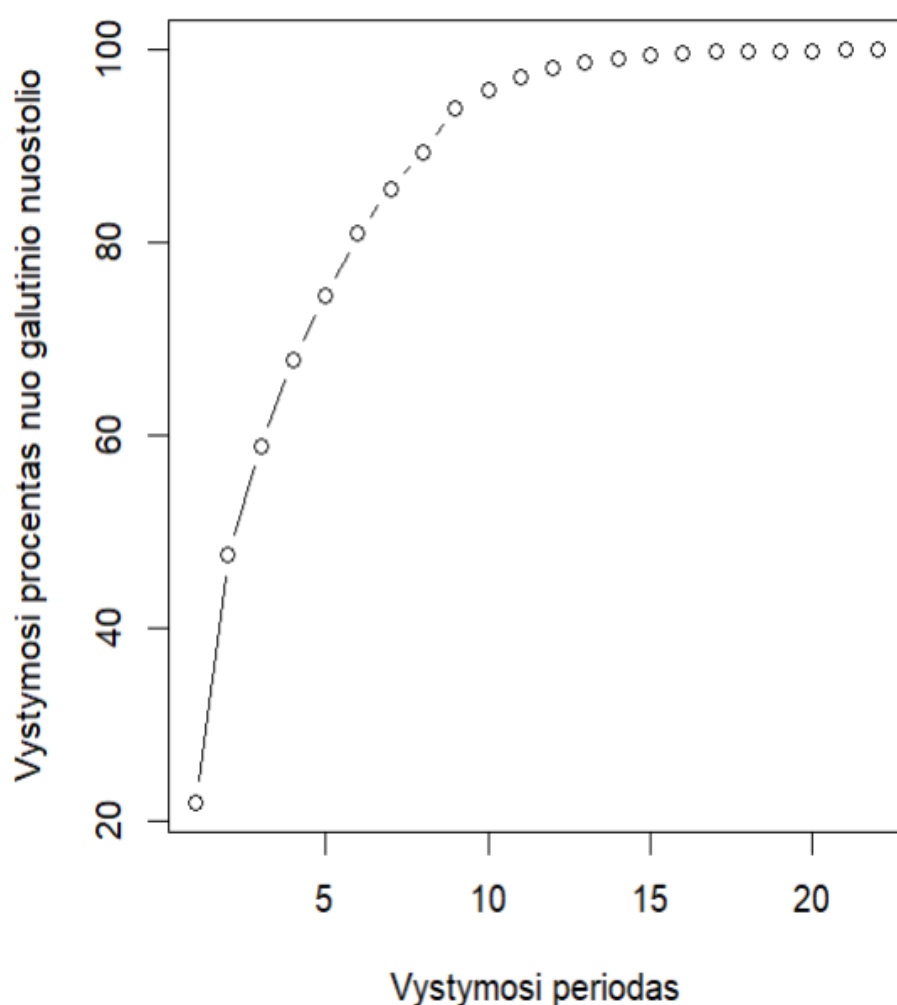
pav. 3. Logaritminių vystymosi faktorių grafikas

lentelė 4. R-kvadratai

R-kvadratas	Pakoreguotas R-kvadratas
0.8138	0.7827

Kaip matome iš vystymosi faktorių, didžiausi žalų augimo periodai buvo iš pirmų metų į antrus (2.16362) ir iš antrų metų į trečius (1.23605). Netoli nuo tiesės išsidėstę taškai parodo, kad Chain

Ladder modelis gerai tinka prognozuoti ateities vystymosi faktorius, tačiau tam pagrįsti buvo atlikti R-kvadrato testai, R-kvadrato reikšmė (0.8138) rodo, jog apie 81% logaritmuotų duomenų variacijos paaiškina šis modelis. Taip pat, gauta didelė F-statistikos reikšmė (26.22) ir maža p-reikšmė (0.002177), kuri yra mažesnė už 0.05 ir parodo, jog regresijos modelis yra statistiškai reikšmingas ir tarp kintamųjų yra stiprus tiesinis ryšys. Nuo pirmų iki aštuntų vystymosi metų žalų augimas mažėjo, kas rodo beveik stabilias ir užbaigtas žalas. Iš istorinių vystymosi faktorių matome, jog koeficientai stabilizuojasi, kas rodo per didelį uodegos vystymosi koeficientą, todėl buvo nuspręsta jį sumažinti nuo 1.06414 iki 1.06, kad nebūtų apskaičiuojami per dideli rezervai ateityje ir būtų išlaikytas tvarkingas eksponentinis grafikas.



pav. 4. Tikėtinų žalų vystymosi modelis

Turint visus vystymosi faktorius buvo apskaičiuotas pilnas trikampis pagal Chain Ladder metodą.

lentelė 5. Pilnas žaľų trikampis su galutinėmis žalomis

Metai	Vystymosi metai									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Galutinė
1999	47208	101851	126707	151286	165532	181423	187495	193840	203755	215980
2000	42939	93406	118897	132404	149050	159125	172016	181726	191021	202483
2001	47924	101669	122358	148197	154408	172426	182935	191104	200880	212932
2002	46468	102884	127963	142476	154987	165410	174913	182725	192071	203595
2003	45161	94877	119215	137516	149715	162769	172121	178907	189005	200435
2004	46804	95901	117573	138386	151758	164490	174470	182261	191584	203079
2005	44790	94021	113387	130594	143213	155700	164646	171998	180796	191644
2006	43643	105067	129868	149576	164029	178332	188577	196999	207075	219500
2007	38065	82358	101799	117247	128577	139788	147819	154420	162319	172058

Iš pilno išmokėtų žaľų trikampio buvo apskaičiuota galutinė numatoma techninio atidėjinio suma. Taigi, gauta visa numatomo rezervo suma yra 543171. Žemiau yra pavaizduotos visos numatomų rezervų sumos pagal metus.

lentelė 6. Modelio rezervai

Metai	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rezervai	12 225.3	20 756.7	29 997.3	38 185.3	50 629.9	64 692.8	78 257	114 433.02	133 993.3

Iš lentelės viršuje matome, jog numatomų rezervų sumos didėja kartu su metais, kas rodo, jog su metais vis mažiau informacijos yra turima apie žaľų vystymasi.

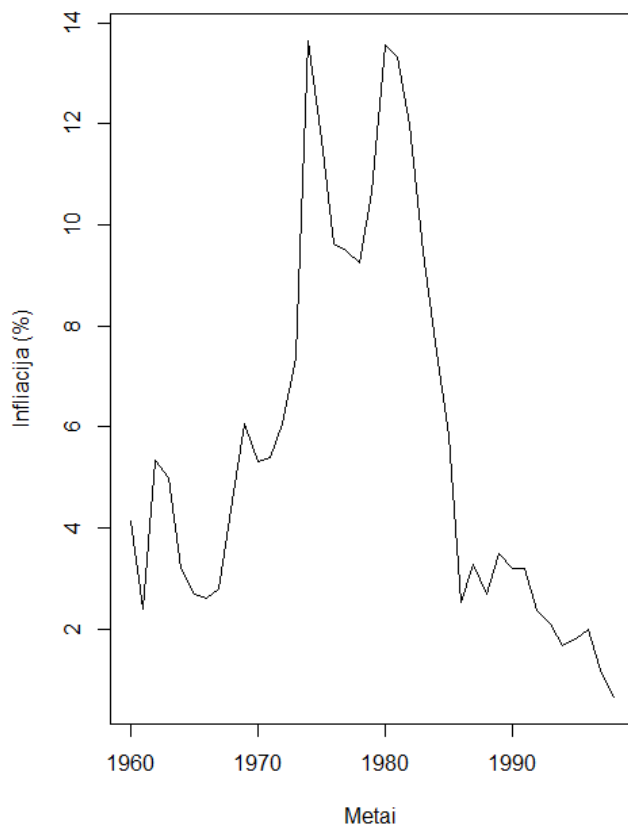
Techninio atidėjinio apskaičiavimas naudojant ARIMA infliacijos modelį

Pirmojoje rezultatų dalyje buvo apskaičiuotas rezervas be infliacijos, todėl to paties veiksmo nekartosime ir atliksime tolimesnius etapus, šiuo atveju infliacijos modelio kūrimą. Taigi pirmiausia buvo pasirinkti infliacijos duomenys nuo 1960 iki 1998 metų, kad būtų galima pritaikyti ARIMA (1,0,1) modelį ir atlikti duomenų prognozę.

lentelē 7. Prancūzijas inflācija

Meti	Inflācijas %
1998	0.65%
1997	1.20%
1996	1.98%
1995	1.80%
1994	1.66%
1993	2.10%
1992	2.36%
1991	3.21%
1990	3.19%
1989	3.50%
1988	2.70%
1987	3.29%
1986	2.54%
1985	5.83%
1984	7.67%
1983	9.46%
1982	11.98%
1981	13.31%
1980	13.56%

Meti	Inflācijas %
1979	10.65%
1978	9.25%
1977	9.49%
1976	9.63%
1975	11.69%
1974	13.65%
1973	7.38%
1972	6.06%
1971	5.40%
1970	5.30%
1969	6.05%
1968	4.54%
1967	2.79%
1966	2.60%
1965	2.70%
1964	3.21%
1963	5.00%
1962	5.33%
1961	2.40%
1960	4.14%



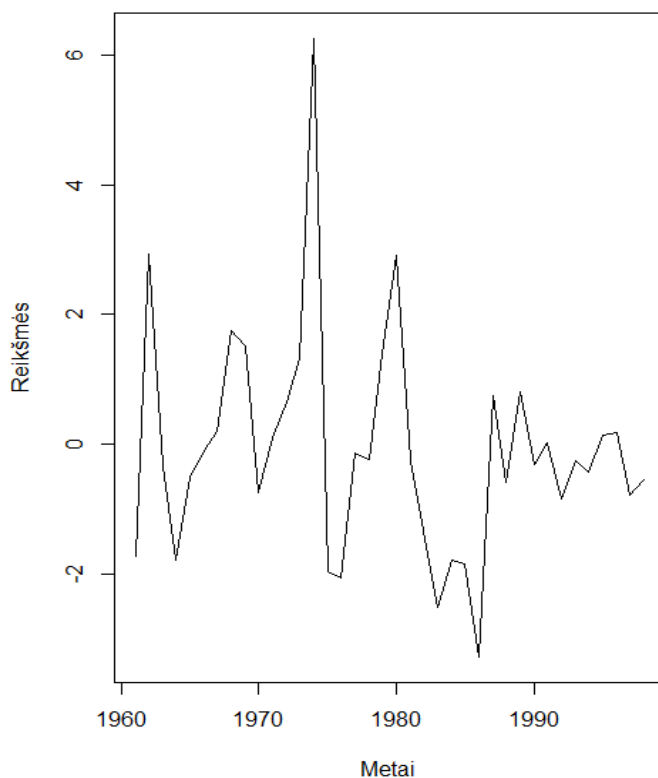
pav. 5. Istoriniai infliacijos duomenys

Pasirinkus istorinius duomenis yra svarbu patikrinti ar jie yra stacionarūs, todėl buvo atliktas augmentacijos Dickey-Fuller testas. Jeigu p -reikšmė yra mažesnė už 0.05 tuomet H_0 hipotezė yra atmetama.

H_0 : Duomenys yra ne stacionarūs.

H_1 : Duomenys yra stacionarūs.

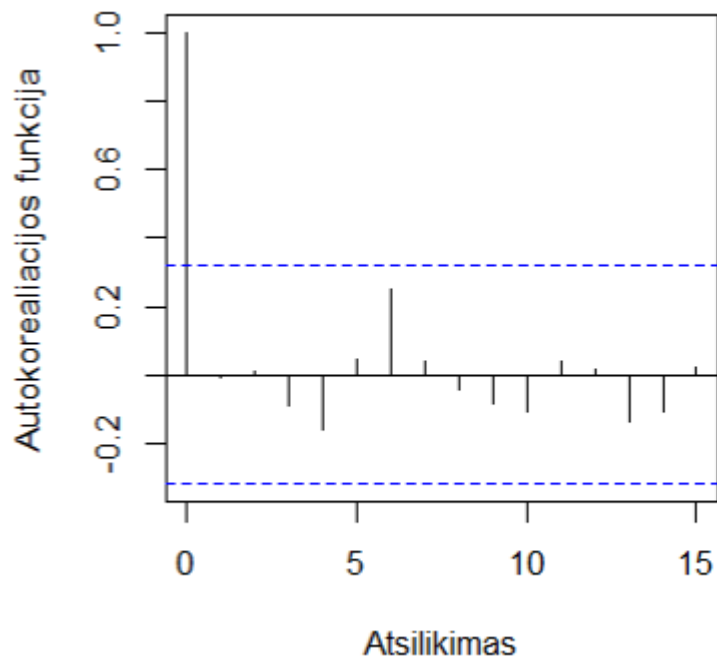
Kadangi ARIMA modeliui yra naudinga turėti stacionarius duomenis, jog galėtų tiksliai nustatyti parametrus ir prognozuoti ateitį, tikslas buvo duomenis paversti stacionariais. Gauta reikšmė iš ADF testo buvo lygi 0.8343, todėl toliau duomenys buvo diferencijuoti, kad jie taptų stacionarūs.



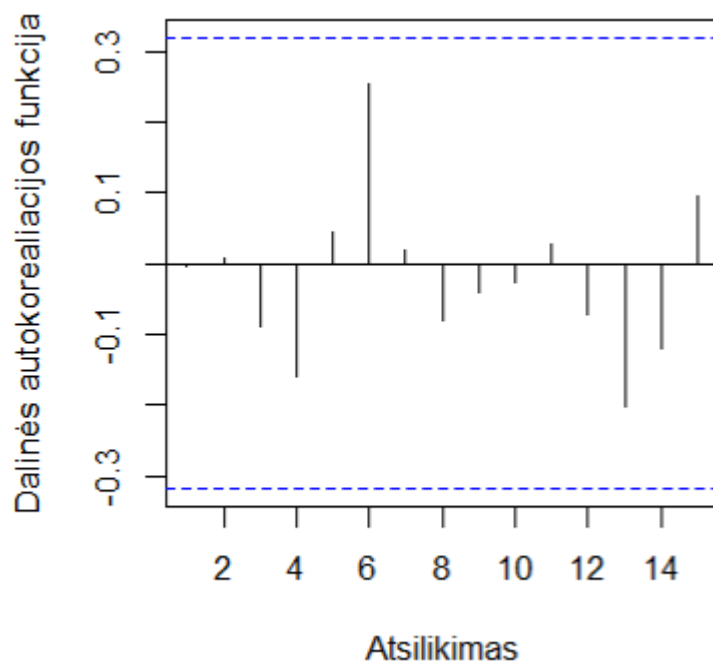
pav. 6. Diferencijuoti infliacijos duomenys

Atlikus diferenciovimą gauta ADF reikšmė buvo lygi 0.02646. Toks gautas rezultatas leidžia atmesti nulinę hipotezę ir priimti alternatyviąją hipotezę, jog duomenys yra stacionarūs.

Toliau iš stacionarių diferencijuotų infliacijos duomenų buvo prognozuojamos tolimesnės infliacijos normos naudojant ARIMA (1,0,1) modelį. Buvo naudojamas ARIMA (1,0,1), nes naudojami jau diferencijuoti duomenys. Sudarytame modelyje autokoreliacija tarp liekanų, atlikus Box-Ljung testą, parodė, jog autokoreliacija tarp liekanų išnyko, nes p-reikšmė buvo lygi 0.8778.

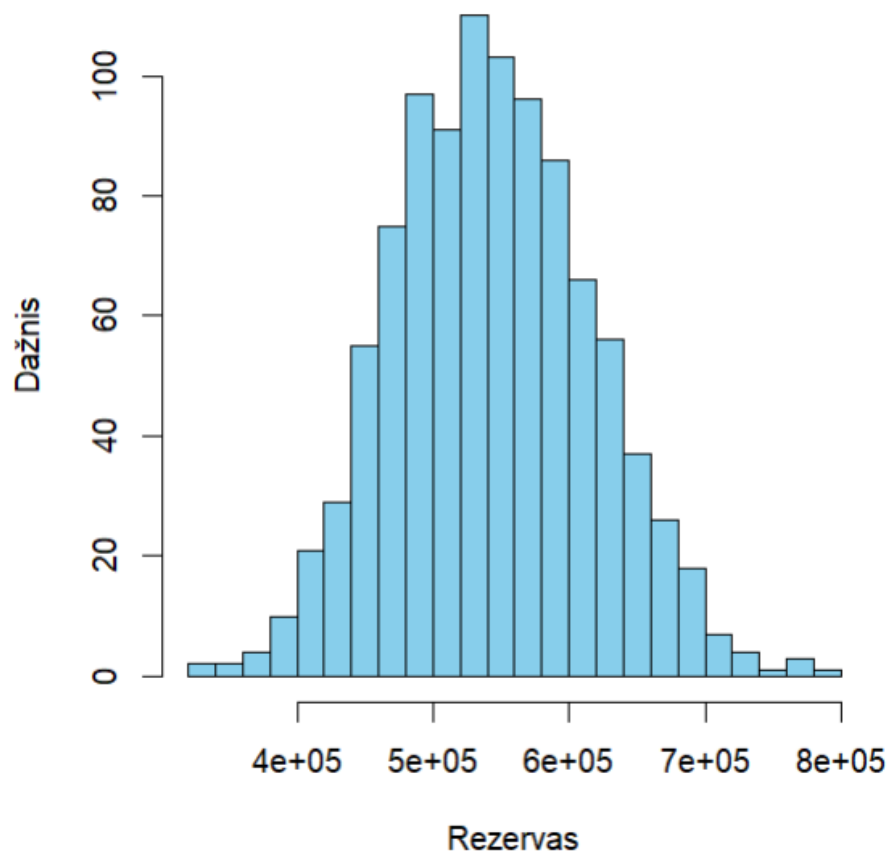


pav. 7. Autokoreliacijos funkcijos grafikas

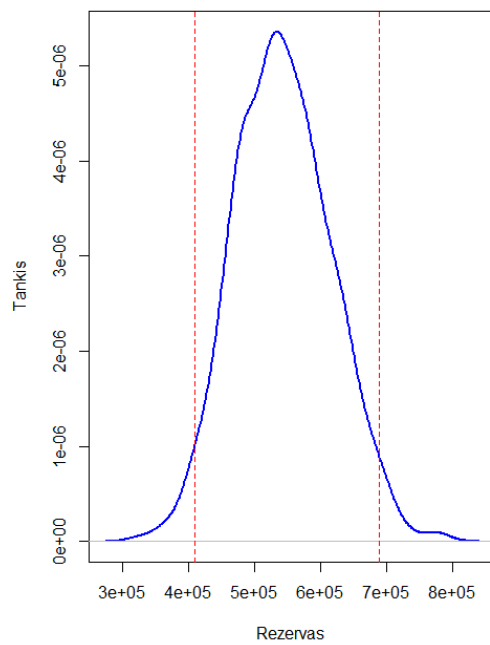


pav. 8. Dalinės autokoreliacijos funkcijos grafikas

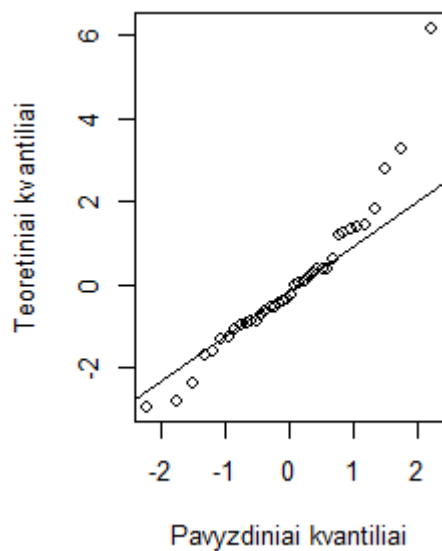
Siekiant gauti tikslesnius rezultatus yra svarbu atsižvelgti į modelio lankstumą, rizikos vertinimą ir atsitiktinius veiksnus. Dėl šios priežasties buvo naudojamos Monte Carlo simuliacijos.



pav. 9. Rezervų su infliacija pasiskirstymas



pav. 10. Rezervų tankis



pav. 11. Normalusis Q-Q grafikas

Iš aukščiau pateiktų grafikų galima matyti, jog rezervai yra pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį. Tam įsitikinti buvo atlikti Shapiro-Wilko normalumo testas (p-reikšmė lygi 0.07) ir Kolmogorovo-Smirnov testas (p-reikšmė lygi 0.4926). Šie testai patvirtino, jog rezervai yra pasiskirstę, pagal normalųjį skirstinį, kadangi abi šios reikšmės buvo gautos daugiau už 0.05.

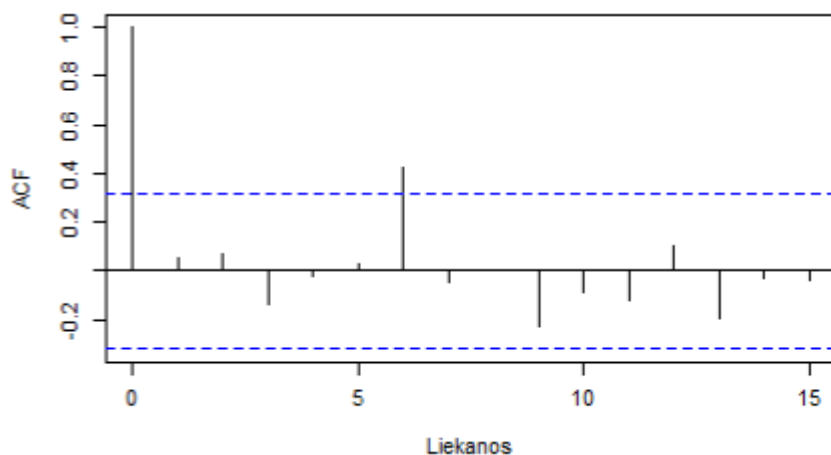
lentelė 8. Monte Carlo simuliacijos apibendrinimas

Minimumas	1-as kvantinilis	Mediana	Vidurkis	3 -ias kvantilis	Maksimumas
321 613	489 084	542 911	577 669	589 848	789 459

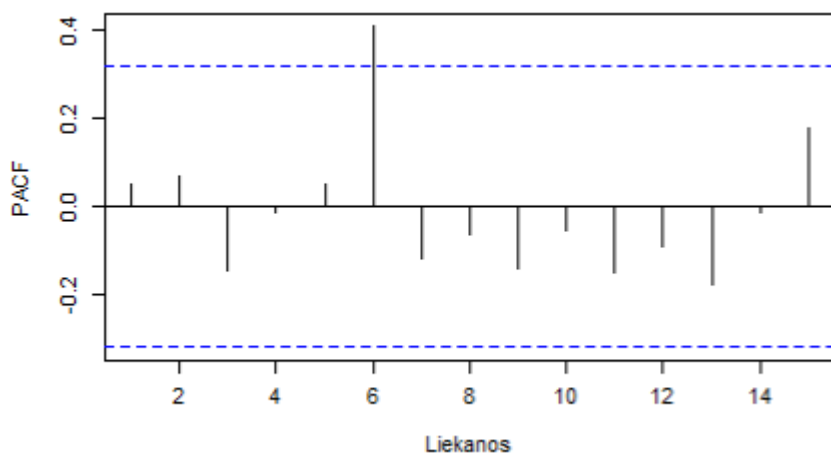
Pagal atliktą Monte Carlo simuliaciją , 95% pasikliautinis intervalas yra [409 845.83 , 688 231.7]. Tai reiškia, jog su 95% tikimybe tikroji vertė bus šio intervalo ribose.

Rezervo apskaičiavimas naudojant GARCH infliacijos modelį

Kaip ir ARIMA metode, istorinė infliacija buvo naudojama, kad sugeneruoti ateities infliaciją. Kadangi GARCH modeliui yra taip pat svarbu turėti stacionarius duomenis, buvo naudojama jau diferencijuota istorinė infliacija. Toliau buvo patikrinti GARCH modelio standartizuoti likučiai.

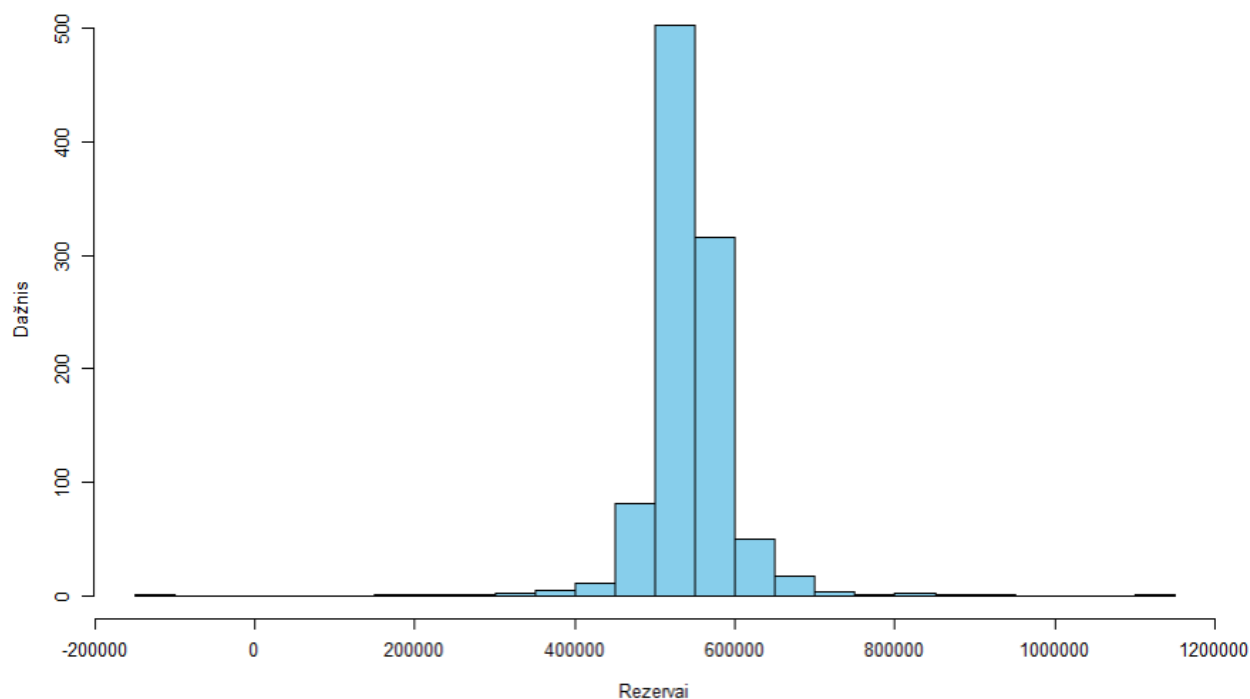


pav. 12. ACF standartizuotų likučių funkcija

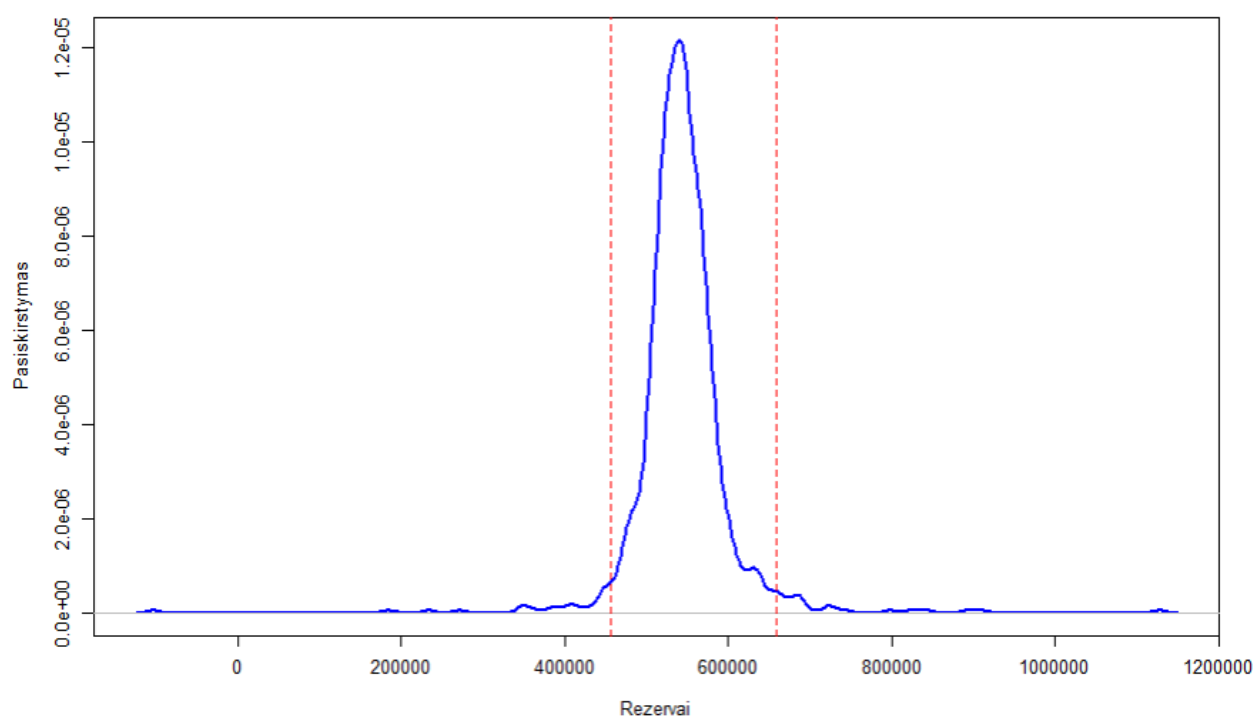


pav. 13. PACF standartizuotų likučių grafikas

Liekanų Ljung-Box testas parodė, jog liekanos yra nepriklausomos, nes p-reikšmė yra lygi 0.2423. Nyblom stabilumo testas parodė, kad visos p-reikšmės yra mažesnės už kritines. Tai reiškia, jog visi parametrai išlieka stabilūs laikui begant, o tai parodo modelio stabilumo. Pearsono tinkamumo testas atskleidė, jog visų grupių p-reikšmės yra daugiau už 0.05, todėl modelis gerai atitinka duomenis.



pav. 14. Rezervų pasiskirstymas su infliacija



pav. 15. Rezervų pasiskirstymas su infliacija

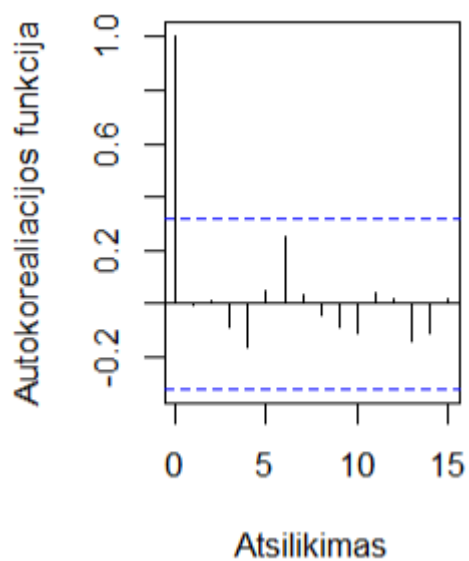
lentelė 9. Monte Carlo simuliacijos apibendrinimas

Minimumas	1-as kvantinilis	Mediana	Vidurkis	3 -ias kvantilis	Maksimumas
-103 779	520 945	541 950	543 767	565 138	1 127 157

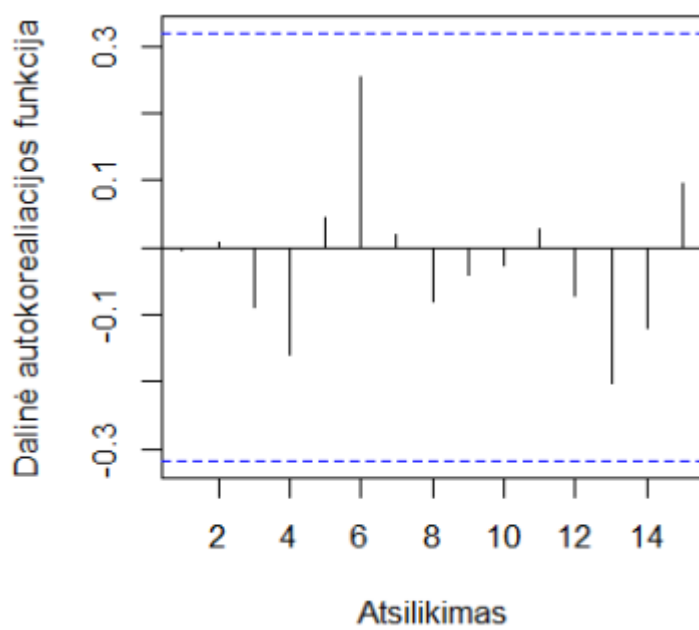
Pagal atliktą Monte-Carlo simuliaciją , 95% pasitikėjimo intervalas [455 444.09 , 657 752.31].

Tai reiškia, jog su 95% tikimybe tikroji vertė bus šio intervalo ribose.

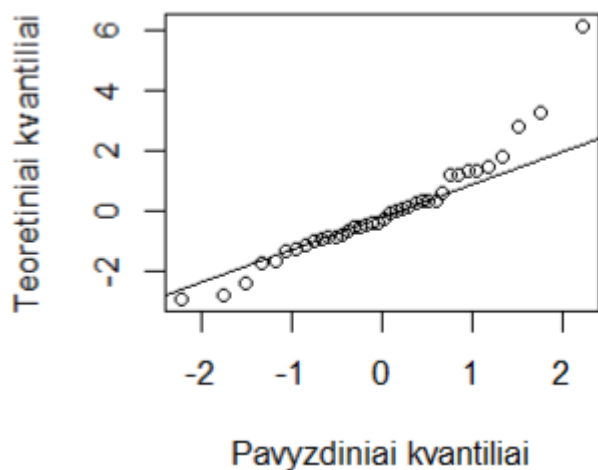
Diskontuotų rezervų apskaičiavimas naudojant infliacijos modelį ARIMA



pav. 16. Autokoreliacijos funkcijos liekanos

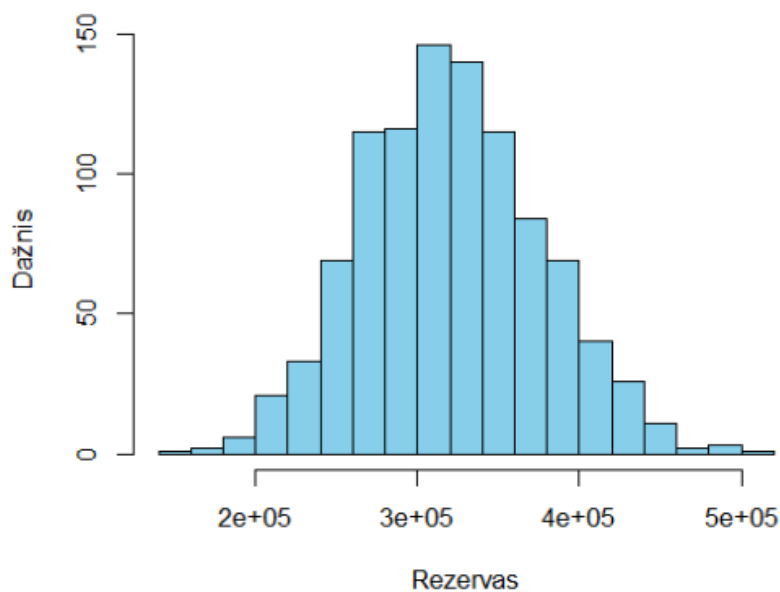


pav. 17. Dalinės autokoreliacijos funkcijos liekanos

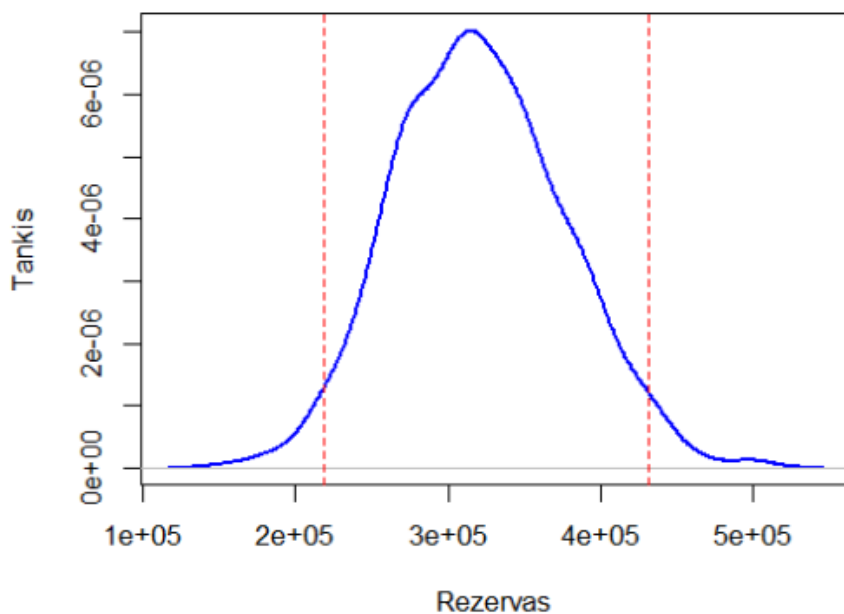


pav. 18. Normalusis Q-Q grafikas

Kaip matome iš aukščiau pateiktų grafikų, ARIMA infliacijos modelis išliko toks pat kaip buvo anksčiau. Toliau buvo sugeneruotos diskonto normos nuo 1960 metų iki 1998 metų pagal parametrus, kurių vidurkis yra 0.03, standartinis pasiskirtymas yra 0.005. Iš gautų diskonto normų buvo sugeneruotos likusios diskonto normos pagal ARIMA (0,0,0) modelį ir suformuoti diskontuoti vystymosi faktoriai. Galiausiai buvo apskaičiuoti rezervai.



pav. 19. Diskontuotų rezervų su infliacija pasiskirstymas



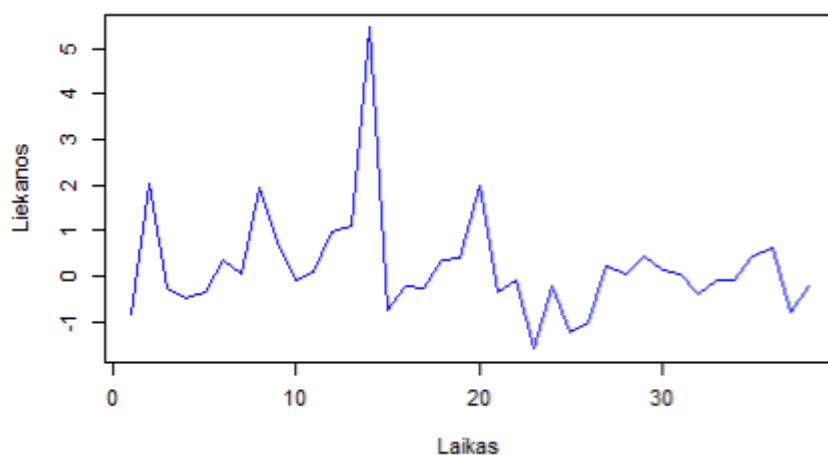
pav. 20. Diskontuotų rezervų su infliacija tankis

lentelė 10. Monte Carlo simuliacijos apibendrinimas

Minimumas	1-as kvantilis	Mediana	Vidurkis	3 -ias kvantilis	Maksimumas
153317	280445	318757	320985	356927	508560

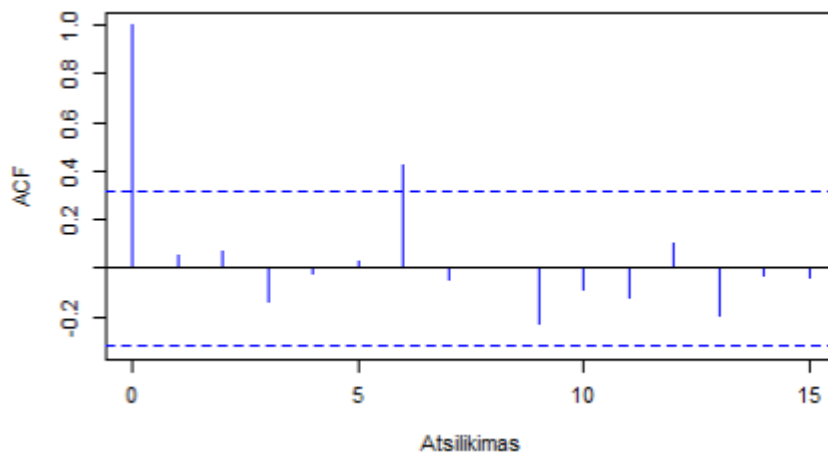
Pagal atliktą Monte Carlo simuliaciją , 95% pasitikėjimo intervalas [219 095.12 , 432 077.35]. Tai reiškia, jog su 95% tikimybe tikroji vertė bus šio intervalo ribose.

Diskontuotų rezervų apskaičiavimas naudojant infliacijos modelį GARCH

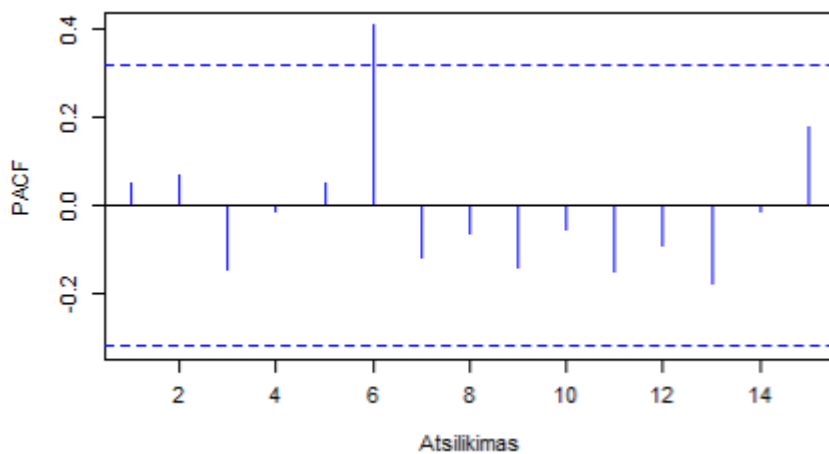


pav. 21. GARCH modelio liekanos

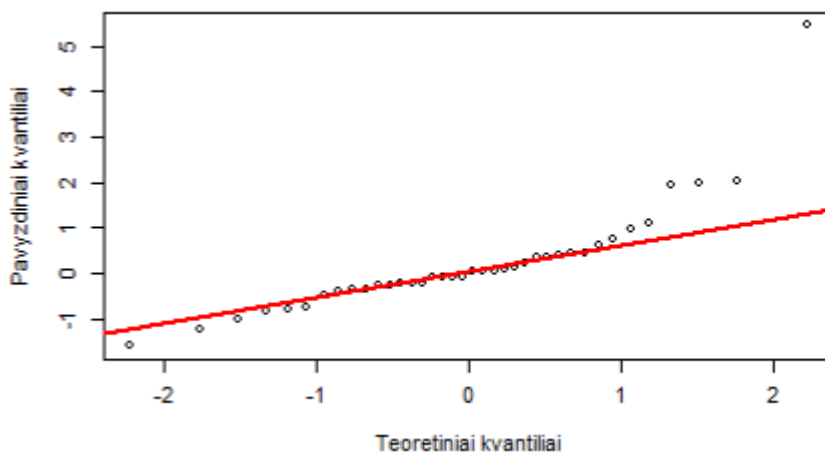
GARCH modelyje infliacija buvo prognozuojama remiantis Studento skirstiniu, kadangi Studento skirstinys labiau atsižvelgia į duomenų svyravimus bei didelius nuokrypius.



pav. 22. ACF GARCH modelio liekanos

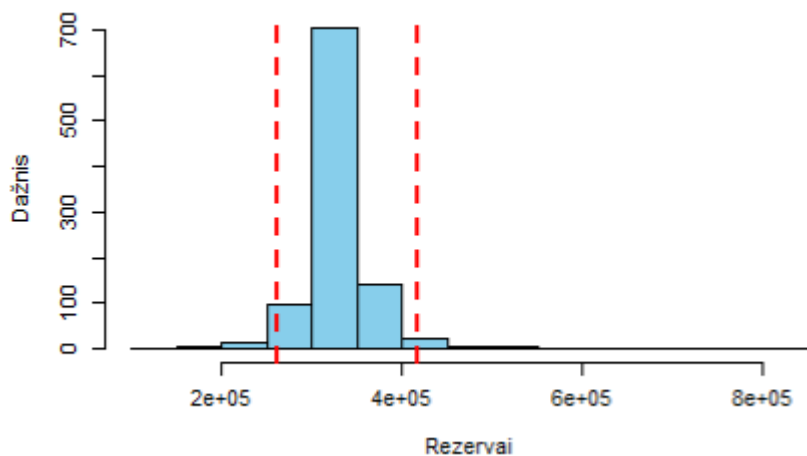


pav. 23. PACF GARCH modelio liekanos

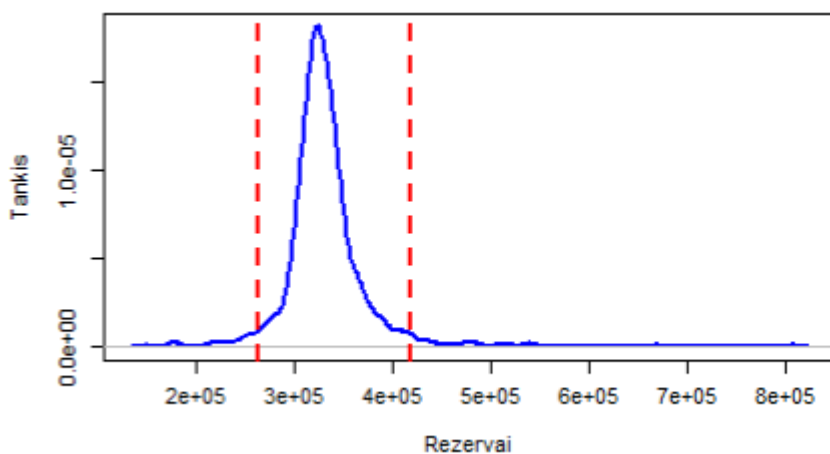


pav. 24. Q-Q liekanų grafikas

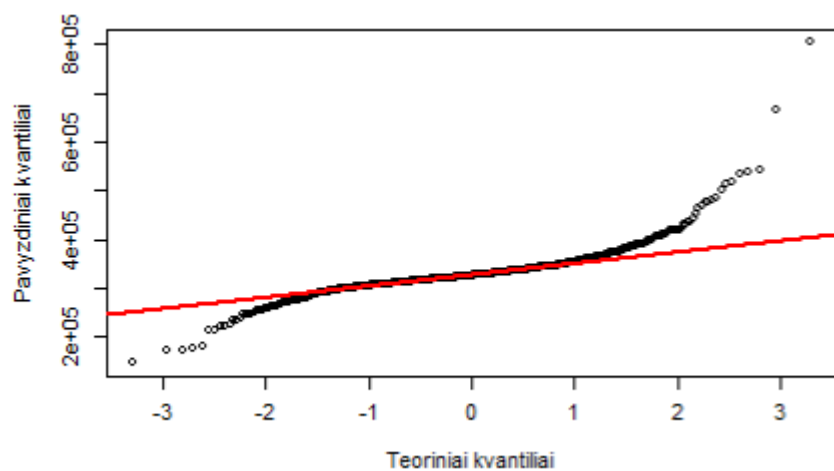
Kaip matome liekanos išliko tokios pačios, kadangi jokie pakeitimai nebuvo atliekami GARCH modelyje. Po to, buvo sugeneruotos diskonto normos nuo 1960 metų iki 1998 metų pagal parametrus, kurių vidurkis yra 0.03, standartinis pasiskirtymas yra 0.005. Toliau buvo atsitiktinai generuotos likusios diskontavimo normos naudojant normalųjį (Gauso) pasiskirstymą.



pav. 25. Rezervų pasiskirstymas



pav. 26. Rezervų tankio funkcija



pav. 27. Q-Q rezervų grafikas

Iš aukščiau pateiktų grafikų matome, jog rezervai nebėra išsidėstę pagal normalųjį skirstinį. Kad įsitikinti, buvo atlikti Kolmogorov-Smirnov testai, gautos p-reikšmės (mažesnės už 0.001) įrodė, jog techniniai atidėjiniai nebėra pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį ar Studento skirstinį.

lentelė 11. Monte Carlo simuliacijų apibendrinimas

Minimumas	1-as kvantinilis	Mediana	Vidurkis	3 -ias kvantilis	Maksimumas
147 512	312 557	326 260	330 614	344 035	806 213

Pagal atliktą Monte Carlo simuliaciją, 95% pasitikėjimo intervalas [261 798.76, 417 448.22]. Tai reiškia, jog su 95% tikimybe tikroji vertė bus šio intervalo ribose.

Išvados ir rekomendacijos

1. Parinktiems trečiųjų šalių asmenų negyvybės draudimo žalų duomenims buvo sukurti penki skirtingi modeliai, kurie skirti apskaičiuoti techninius atidėjinius:
Pirmasis modelis buvo sudarytas, kad apskaičiuoti techninį atidėjinį Chain Ladder metodu, netaikant jokių kitų konfigūracijų.
Antrasis modelis sudarytas iš pirmojo modelio, papildomai pritaikant stochastinį ARIMA infliacijos modelį bei Monte-Carlo simuliacijas, nustatyti techninio atidėjinio pasiskirstymą.
Trečiajame modelyje, kaip ir antrajame, techninis atidėjinys buvo apskaičiuotas lygiai taip pat. Buvo atliekamos Monte-Carlo simuliacijos, tačiau infliacijos modelio kūrimui buvo pritaikytas GARCH metodas.
Ketvirtas modelis yra lygiai toks pat kaip antrasis, tačiau jame papildomai buvo pritaikytas stochastinis diskontavimas, jog būtų galima nustatyti dabartinę žalos vertę ateityje.
Penktasis modelis buvo sukurtas trečiojo modelio pagrindu, pritaikant papildomai stochastinį diskontavimą, kaip ketvirtajame modelyje.
2. Stochastiniam infliacijos modelio kūrimui buvo pasirinkti 2 populiariausi laiko eilučių modeliai, GARCH ir ARIMA.
3. Antrajame ir ketvirtajame modelyje, stochastinis infliacijos modelis buvo kuriamas pagal ARIMA (1,0,1) modelį, o stochastinis diskontavimas buvo prognozuojamas pagal ARIMA (0,0,0) modelį.
4. Trečiajame ir penktajame modeliuose stochastinis infliacijos modelis buvo sukurtas naudojant GARCH (1,1) modelį, o stochastinis diskontavimas buvo prognozuojamas pagal normalųjį (Gauso) pasiskirstymą.
5. Pirmajame modelyje sužinojome, jog Chain Ladder modelis gerai tinka prognozuoti ateities faktorius ir net 81% logaritmuotų duomenų variacijos paaiškina šis modelis. Pastebėjome, jog nuo 1999 metų (periodo pradžios) iki turimų duomenų pabaigos numatomų rezervų sumos didėja su metais ir vis mažiau informacijos yra turima apie žalų vystymąsi.

6. Visuose modeliuose nebuvo apibrėžta prognozuojama infliacija, todėl ji gali būti tiek neigiama, tiek teigiama.
7. Apskaičiuota pirmojo modelio galutinė numatomo rezervo suma buvo lygi 543 171.
8. Antrajame ir ketvirtajame modelyje, istoriniams infliacijos duomenims, buvo atliktas ADF stacionarumo testas įsitikinti ar duomenys yra stacionarūs ir tinkantys ARIMA modelio kūrimui. Kadangi tyrimo metu, buvo atmesta stacionarumo hipotezė, ties šiuo ir ketvirtuoju modeliu infliacija buvo diferencijuojama, jog būtų pasiektas stacionarumas, kas pagerintų ARIMA modelio infliacijos prognozavimą. Atlikus diferenciovimą istoriniai duomenys tapo stacionarūs.
9. ARIMA infliacijos modeliuose, buvo atliekamas liekanų autokoreliacijos testas, jog būtų įsitikinta, kad liekanos neturi autokoreliacijos tarpusavyje. Šiam testui atlikti buvo naudojama Box-Ljung testas, kuris parodė, jog liekanos neturi autokoreliacijos tarpusavyje.
10. Atliktuose antrojo modelio simuliacijose, pastebėjome, jog rezervai yra išsidėstę pagal normalųjį skirstinį. Modelio rezervo vidurkis buvo lygus 577 669, kas yra daugiau už pirmojo modelio vidurkį, o tai parodo, jog daugiau rezervai padidėjo nei sumažėjo. Modelio 95% pasikliautinis intervalas yra [409 845.83 , 688 231.7], tai reiškia, jog su 95% tikimybe tikroji rezervo vertė bus šio intervalo ribose.
11. Trečiajame ir penktajame modeliuose infliacijos modeliams buvo taikomas diferenciovimas, kadangi GARCH modeliui yra svarbu turėti stacionarius duomenis kaip ir ARIMA modeliui.
12. Patikrinus trečiojo modelio stochastinio infliacijos modelio liekanas, buvo nustatyta, jog jos neturi autokoreliacijos tarpusavyje kaip ir antrasis modelis. Taip pat, buvo papildomai atliktas Nyblom stabilumo testas, kuris parodė, jog visos p-reikšmės yra mažesnės už kritines. Tai reiškia, jog visi parametrai išlieka stabilūs laikui bėgant, kas parodo modelio stabilumą. Pearsono tinkamumo testas atskleidė, jog visų grupių p-reikšmės yra daugiau už 0.05, todėl modelis gerai atitinka duomenis.
13. Atlikus Monte Carlo simuliacijas trečiajame modelyje rezervai neišliko išsidėstę pagal normalųjį skirstinį. Vidutinė rezervo suma buvo lygi 543 767, kas yra mažiau nei antrajame modelyje. Gautas pasikliautinis intervalas buvo lygus [455 444.09 , 657 752.31], kas yra mažesnis nei antrajame modelyje, o tai reiškia, dažniausiu atveju, jog tikroji reikšmė yra arčiau prognozuojamų reikšmių.
14. Ketvirtajame modelyje diskonto normos nepakeitė rezervų pasiskirstymo, rezervai išliko išsidėstę pagal normalųjį skirstinį. Vidutinė rezervo suma buvo lygi 320 985, kas yra daug

mažiau nei prieš tai sukurtuose modeliuose. Gautas pasikliautinis intervalas buvo lygus [219 095.12 , 432 077.35], diskonto normos ženkliai sumažino prognozuojamus rezervus.

15. Penktajame modelyje diskonto normos nepakeitė rezervų pasiskirstymo ir jis išliko pasiskirstęs pagal normalųjį skirstinį. Vidutinė rezervo suma yra lygi 326 544, žemiau nei modelio be diskontavimo, tačiau yra aukščiau už ketvirtąjo modelio vidutinę rezervo sumą. Gautas pasikliautinis intervalas yra lygus [316 231.23 , 335 075.65], o tai reiškia, jog penktojo modelio pasikliautinis intervalas yra pats siauriausias.

16.

lentelė 12. Modelių apibendrinimas

Modelis	Vidutinė reikšmė	Pasikliautinis intervalas
1 modelis	543 171	543 171
2 modelis	577 669	[409 845.83 , 688 231.7]
3 modelis	543 767	[455 444.09 , 657 752.31]
4 modelis	320 985	[219 095.12 , 432 077.35]
5 modelis	330 614	[261 798.76 , 417 448.22]

1 modelis – paprastas Chain Ladder modelis be infliacijos ir be diskontavimo.

2 modelis – paprastas Chain Ladder su stochastiniu ARIMA infliacijos modeliu.

3 modelis – paprastas Chain Ladder su stochastiniu GARCH infliacijos modeliu.

4 modelis – diskontuotas Chain Ladder metodas su stochastiniu ARIMA infliacijos modeliu.

5 modelis – diskontuotas Chain Ladder metodas su stochastiniu GARCH infliacijos modeliu.

17. Diskontavimas pasikliautinius intervalus sumažino tiek ARIMA infliacijos modeliui, tiek GARCH infliacijos modeliui.

18. Siauriausias pasikliautinis intervalas buvo gautas penktajame modelyje, kur buvo pritaikytas stochastinis infliacijos GARCH modelis ir diskontavimas. Manau, jog šis modelis geriausiai apibūdino pasirinktus duomenis.

19. Ateityje siūlyčiau šį modelį išbandyti su kitokiais duomenimis, kas galėtų pagerinti rezultatų kokybę.

20. Taip pat, manau geresni rezultatai būtų pasiekti su šiais duomenimis, pritaikius skirtingą rezervų apskaičiavimo metodą ar realias diskontavimo normas remiantis istoriniais duomenimis.

Literatūra ir šaltiniai

1. Kas yra Draudimo Techniniai Atidėjiniai (rezervai)? | VZ.LT žodynas. (n.d.) [žiūrėta 2024-12-12]. Prieiga per : <https://zodynas.vz.lt/draudimo-techniniai-atidejiniai-rezervai>
2. ERGO Life Insurance SE. (2023). *SFCR: Solvency and Financial Condition Report 2022*. [žiūrėta 2024-12-12] Prieiga per: <https://www.ergo.lt/assets/Uploads/ReportFiles/SFCR-ERGO-Life-Insurance-SE-LIT2.pdf>
3. Techniniai atidėjiniai. (n.d.). [žiūrėta 2024-12-12] Prieiga per: <https://www.infolex.lt/ta/109389:str41?refid=13>
4. How do inflation and the rise in interest rates affect your insurance? - EIOPA. (n.d.). [žiūrėta 2024-12-12]. Prieiga per: https://www.eiopa.europa.eu/how-do-inflation-and-rise-interest-rates-affect-your-insurance_en
5. Insurance Inflation: How & Why Rates Are Affected. (n.d.). C&S Insurance. [žiūrėta 2024-12-12]. Prieiga per: <https://www.candsins.com/blog/insurance-inflation/>
6. Schanz, K.-U., & Treccani, P. (n.d.). THE RETURN OF INFLATION: What it means for insurance. (n.d.). [žiūrėta 2024-12-12]. Prieiga per: https://www.genevaassociation.org/sites/default/files/2023-01/inflation_report.pdf
7. Volosovych, S., Zelenitsa, I., Kondratenko, D., Szymła, W., & Mamchur, R. (2021). Transformation of insurance technologies in the context of a pandemic. *Insurance Markets and Companies*, 12(1), 1–13. (n.d.). [žiūrėta 2024-12-12]. Prieiga per: <https://www.businessperspectives.org/index.php/journals/insurance-markets-and-companies/issue-377/transformation-of-insurance-technologies-in-the-context-of-a-pandemic>
8. Bivens, J., & Banerjee, A. (n.d.). Lessons from the inflation of. . (n.d.). [žiūrėta 2024-12-12]. Prieiga per: <https://files.epi.org/uploads/inflation-pdf.pdf>
9. Discounting. *Corporate Finance Institute*. (n.d.). [žiūrėta 2024-12-16]. Prieiga per : <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/valuation/discounting/>
10. Vannoy, D. A.-L., Brandy. (2023, May 3). Why Do Insurance Companies Discount Loss Reserves? Johnson Lambert LLP. (n.d.). [žiūrėta 2024-12-16]. Prieiga per : <https://www.johnsonlambert.com/insights/articles/why-do-insurance-companies-discount-loss-reserves/>
11. Institute and Faculty of Actuaries. Discount rates: A summary framework for actuarial calculations. (n.d.). [žiūrėta 2024-12-16]. Prieiga per: <https://www.actuaries.org.uk/system/files/documents/pdf/discount-rates-web-document-2.pdf>

12. Actuarial Bookstore. *GIRR ACT-33763: Actuarial Textbook Volume I, Chapters 1-36*. Actuarial Bookstore. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-12]. Prieiga per : <https://www.actuarialbookstore.com/samples/GIRR-ACT-33763-T.pdf>
13. McFarlin, K., & Analytics, R. Top 10 Things to Consider when Running Loss Triangles. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-12]. Prieiga per : https://riskandinsurance.com/wp-content/uploads/2016/05/Riskconnect_Top_10_Things_to_Consider_when_Running_Loss_Triangles.pdf
14. Introduction of Run Off Triangles in Reserving • The Actuarial Club. (2019, May 16). The Actuarial Club. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-12]. Prieiga per : <https://theactuarialclub.com/2019/05/16/introduction-of-run-off-triangles-in-reserving/>
15. Carrato, P., McGuire, G., & Scarth, A. (2016). *A practitioner's introduction to stochastic reserving*. Institute and Faculty of Actuaries. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-12]. Prieiga per: <https://www.actuaries.org.uk/system/files/field/document/Carrato%2C%20McGuire%2C%200Scarth%20%282016%29%20-%20%20A%20Practitioner%27s%20Introduction%20to%20Stocha....pdf>
16. PhD, R. F. 1 Introduction | Time Series Analysis. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-12]. Prieiga per: https://bookdown.org/rushad_16/TSA_Lectures_book/introduction.html#topics-to-cover
17. de Felice, M., & Moriconi, F. (2023, July 21). Stochastic Chain Ladder Reserving with Modeled General Inflation. SSRN Scholarly Paper, Rochester, NY: Social Science Research Network. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-12]. Prieiga per: <https://papers.ssrn.com/abstract=4517501>
18. Atatalab, F., & Najafabadi, A. T. P. Prediction of Outstanding IBNR Liabilities Using Delay Probabilities. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-12]. Prieiga per: https://jmmf.atu.ac.ir/article_13839_a5e093dafb560db6fde8ed5b64d87065.pdf
19. Chain Ladder Method (CLM) Definition, Steps to Apply It. Investopedia. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-16]. Prieiga per: https://www.investopedia.com/terms/c/Chain_Ladder-method-clm.asp
20. Bornhuetter-Ferguson Technique: Overview, Calculations. *Investopedia*. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-16]. Prieiga per: <https://www.investopedia.com/terms/b/bornhuetterferguson-technique.asp>
21. Schiegl, M. (2010, September 21). On the Savety Loading for Chain Ladder Estimates: A Monte Carlo Simulation Study. arXiv. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-16]. Prieiga per: <http://arxiv.org/abs/1009.4143>
22. Fauzi, R. R., & Stevanlim, J. J. (2024, February 26). Bayesian Chain Ladder For Cumulative Run-Off Triangle Under Half-Normal Distribution Assumption. arXiv. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-16]. Prieiga per: <http://arxiv.org/abs/2402.16917>

23. Kumar, V. S., Satpathi, D. K., Kumar, P. T. V. P., & Haragopal, V. V. (2020). Forecasting motor insurance claim amount using ARIMA model. *AIP Conference Proceedings*, 2246(1), 020005. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-16]. Prieiga per: <https://doi.org/10.1063/5.0014449>
24. Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) Prediction Model. *Investopedia*. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-16]. Prieiga per: <https://www.investopedia.com/terms/a/autoregressive-integrated-moving-average-arima.asp>
25. 11.1 ARCH/GARCH Models | STAT 510. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-16]. Prieiga per: <https://online.stat.psu.edu/stat510/lesson/11/11.1>
26. Monte Carlo Simulation: What It Is, How It Works, History, 4 Key Steps. *Investopedia*. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-16].
Prieiga per: <https://www.investopedia.com/terms/m/montecarlosimulation.asp>
27. Balona, C., & Richman, R. (2020). *The actuary and IBNR techniques: A machine learning approach*. SSRN. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-16]. Prieiga per: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3697256
28. What are ARIMA Models? | IBM. (2024, May 24) . (n.d.). [žiūrēta 2024-12-20]. Prieiga per: <https://www.ibm.com/think/topics/arima-model>
29. Introduction to ARIMA models. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-20]. Prieiga per: <https://people.duke.edu/~rnau/411arim.htm#pdq>
30. Lyman, S. (2020). *Student-Centered, Interaction-Based, Community-Driven Language Teaching*. Utah State University(n.d.). [žiūrēta 2024-12-20]. Prieiga per: <https://digitalcommons.usu.edu/gradreports/1446>
31. tsafack, idriss. (2021, January 25). GARCH models with R programming: A practical example with TESLA stock. *Idrisstsafack*. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-20]. Prieiga per: <https://www.idrisstsafack.com/post/garch-models-with-r-programming-a-practical-example-with-tesla-stock>
32. Schiegl, M. (2010, September 21). On the Savety Loading for Chain Ladder Estimates: A Monte Carlo Simulation Study. *arXiv*. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-20]. Prieiga per: <http://arxiv.org/abs/1009.4143>
33. Introduction. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-20]. Prieiga per: <https://cran.rstudio.com/web/packages/ChainLadder/vignettes/ChainLadder.html#ChainLadder-methods>
34. Friedland, J., & Llp, K. Estimating Unpaid Claims Using Basic Techniques. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-20].
Prieiga per: https://www.casact.org/sites/default/files/database/studynotes_friedland_estimating.pdf

35. Discounting and Compounding. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-20]. Prieiga per:
<https://www.cbabuilder.co.uk/Discount1.html>
36. Setiadi, H. (2018). *Stochastic inflation risk modelling for technical provisions using the Chain Ladder method* (Doctoral thesis, University of Liverpool). University of Liverpool Repository. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-23]. Prieiga per:
https://livrepository.liverpool.ac.uk/3028750/1/201048448_Set2018_edited_version.pdf
37. CompFinBook. *Bollerslev's GARCH model*. Introduction to computational finance and financial econometrics. (n.d.). [žiūrēta 2024-12-23]. Prieiga per:
<https://bookdown.org/compfinezbook/introcompfinr/bollerslevs-garch-model.html>

STOCHASTIC MODELING OF INFLATION RISK IN CALCULATING TECHNICAL PROVISIONS USING THE CHAIN LADDER METHOD

Kasparas Žarskus

Master thesis

Financial and insurance mathematics

Vilnius University, Faculty of Mathematics and Informatics

Supervisor – Rokas Gylys, Assistant, PhD (Mathematics)

Vilnius, 2024

Summary

72 pages, 37 pictures, 12 tables, 37 references.

The main purpose of this master thesis is to analyze and model the impact of inflation risk on the calculation of technical provisions in the insurance sector, with a focus on the application of stochastic methods in conjunction with the Chain Ladder approach.

The work consists of three main parts: literature analysis, methodology, and practical analysis. The literature analysis reviews key aspects of technical provisions, the influence of inflation on the insurance sector, and stochastic methods for modeling inflation risk. Additionally, it presents various approaches for improving the analysis and compares several methods to demonstrate why the Chain Ladder approach is considered superior in the insurance domain.

Following the literature analysis, an overview of research methods is conducted to deepen the understanding of the selected methods and the rationale behind their application, such as ARIMA, GARCH, etc. After assessing the analytical methods, the practical part follows, where stochastic inflation risk modeling is performed using R software. This involves calculating technical provisions using the Chain Ladder method.

The research revealed how the forecasted reserves change when applying a stochastic inflation model or a stochastic discounting model. The conclusions and recommendations summarize that the analysis indicated that, based on the data used, the Chain Ladder method might not be the optimal choice.

Priedai

```
# -----
# Duomenų paruošimas
# -----
library(dplyr)
library(ChainLadder)
library(forecast)

# Užkrauname duomenų rinkinį ('fretri1TPL9207')
data(fretri1TPL9207)

# Apkarpome duomenų rinkinį
triangle <- fretri1TPL9207[12:20, 1:9]

# Spausdiname trikampį
cat("Žalų trikampis (nuo 1999 iki 2007):\n")
print(triangle)

#####
# -----
# Step 1: Apskaičiuojame vystymosi faktorius (Link Ratios)
# -----
n <- 9 # Metų dydis trikampyje

# Apskaičiuojame vystymosi faktorius
f <- sapply(1:(n-1), function(i) {
  sum(triangle[c(1:(n-i)), i+1]) / sum(triangle[c(1:(n-i)), i])
})

cat("Vystymosi faktorai (Link Ratios):\n")
print(f)

# Vystymosi periodai
dev.period <- 1:(n-1)

# Brėžiame logaritmo tiesinės ekstrapolicijos grafiką (log-linear extrapolation)
plot(log(f-1) ~ dev.period, main="Logaritminiai vystymosi faktorai",
      xlab="Vystymosi periodas", ylab="Logaritmas (vystymosi periodas - 1)")
tail.model <- lm(log(f-1) ~ dev.period) # Tiesinės regresijos ekstrapolicijos uodegos faktorius
abline(tail.model)
summary(tail.model)
# Apskaičiuojame uodegos faktorius
co <- coef(tail.model)
tail <- exp(co[1] + c(n:(n + 100)) * co[2]) + 1 # Ekstrapolijuojame uodegos faktorius
f.tail <- prod(tail) # Dauginame uodegos faktorius, kad gautume galutinę uodegos reikšmę
cat("Uodegos faktorius:", f.tail, "\n")
f.tail <- 1.06
cat("Uodegos faktorius:", f.tail, "\n")

# Apjungiame (link ratios with the tail factor) (pasirinktas uodegos faktorius 1.06)
linkratios <- c(attr(ata(triangle), "vwtd"), tail = f.tail)

# galutiniai vystymosi faktorai apvalinti
cat("Vystymosi faktorai su uodegos faktoriais:\n")
print(round(linkratios, 3))

# Tikėtinų žalų vystymosi modelis (log-transformed)
plot(100 * (rev(1 / cumprod(rev(c(f, tail[tail > 1.0001]))))), t = "b",
     main="Tikėtinų žalų vystymosi modelis",
     xlab="Vystymosi periodas", ylab="Vystymosi procentas nuo galutinio nuostolio")

# -----
# Step 2: Apskaičiuojame visą trikampį be infliacijos
# -----
f <- c(f, f.tail) # Papildome( tail factor to the link ratios)

# Apskaičiuojame trikampį su galutinėmis žalomis
fulltriangle <- cbind(triangle, ult = rep(0, n))
```

pav. 28. R kodas skaičiuoti paprasta Chain Ladder modelį be infliacijos ir be diskontavimo

```

# Projektuojame ateities žalas remiantis vystymosi faktoriais (Chain-Ladder method)
for (k in 1:n) {
  fulltriangle[(n-k+1):n, k+1] <- fulltriangle[(n-k+1):n, k] * f[k]
}

cat("Pilnas žalų trikampis be infliacijos:\n")
print(round(fulltriangle))

# -----
# Step 3: Apskaičiuojame numatomų žalų rezervą (Base Reserve)
# -----
# Naudojant CL apskaičiuojame galutinį rezervą
#(Apskaičiuojame skirtumą tarp galutinės žalos ir vėliausios turimos žalos)
base_reserve <- sum(fulltriangle[, 10] - getLatestCumulative(triangle))

cat("Galutinis numatomas rezervas be infliacijos: ", round(base_reserve), "\n")

```

pav. 29. R kodas skaičiuoti paprastą Chain Ladder modelį be infliacijos ir be diskontavimo.

```

library(dplyr)
library(chainladder)
library(forecast)
library(tseries) # ADF testams

data(frctr11PL9207)

triangle <- frctr11PL9207[12:20, 1:9]

n <- 9
f <- sapply(1:(n-1), function(i) {
  sum(triangle[c(1:(n-1)), 1+i]) / sum(triangle[c(1:(n-1)), 1])
})

# -----
# infliacijos istorinė data ir stacionarumo tikrinimas
# -----
# istorinė infliacijos data (1960-1994)
inflation_data <- c(4.14, 2.40, 5.33, 5.00, 3.21, 2.70, 2.60, 2.79, 4.54, 6.05,
  5.30, 5.40, 6.06, 7.38, 13.65, 11.69, 9.63, 9.49, 9.25, 10.65,
  13.56, 13.31, 11.98, 9.46, 7.67, 5.83, 2.54, 3.29, 2.70, 3.30,
  3.19, 3.21, 2.36, 2.10, 1.66, 1.80, 1.98, 1.20, 0.65)

# paverčiame infliaciją į laiko eilutes
inflation_ts <- ts(inflation_data, start = 1960, frequency = 1)

# 1. infliacijos grafikas
plot(inflation_ts, main = "istorinė infliacijos data", ylab = "infliacija (%)", xlab = "Metai")

# 2. tikriname stacionarumą su ADF testu
adf_result <- adf.test(inflation_ts)
print("ADF testas dėl stacionarumo:")
print(adf_result)

# jei p-reikšmė > 0.05, tuomet duomenys nėra stacionarus
if (adf_result$p.value > 0.05) {
  cat("Duomenys yra ne stacionarus, bus panaudotas diferencijavimas.\n")
  # diferencijuojame
  inflation_ts_diff <- diff(inflation_ts)

  # diferencijuotų duomenų grafikas
  plot(inflation_ts_diff, main = "diferencijuota infliacija", ylab = "reikšmės", xlab = "Metai")

  # dar kartą tikriname stacionarumą
  adf_result_diff <- adf.test(inflation_ts_diff)
  print("ADF testas po diferencijavimo:")
  print(adf_result_diff)
} else {
  cat("Infliacijos duomenys stacionarus.\n")
  inflation_ts_diff <- inflation_ts
}

# -----
# Likėnų diagnostika : autokoreliacijos testas
# -----

# ACF grafikas likėnų
acf(residuals_arima, main = "Auto koreliacijos funkcijos likėnais",
  xlab = "Atsiliikimas", ylab = "Auto koreliacijos funkcija")

# Ljung-box testas
lb_test <- box.test(residuals_arima, lag = 10, type = "Ljung-box")
print("Ljung-box testo rezultatai:")
print(lb_test)

# Ljung-box testo interpretacija:
if (lb_test$p.value > 0.05) {
  cat("Nėra žymios autokoreliacijos tarp likėnų (p-reikšmė = ", lb_test$p.value, "). Likėnais galima naudoti (white-noise).\n")
} else {
  cat("Atkirta atskiri autokoreliacija tarp likėnų (p-reikšmė = ", lb_test$p.value, "). Modelis gali reikšti koreguoti.\n")
}

# -----
# rankinis arima modelis ir likėnų tyrimas
# -----
# sukuriame rankinį arima modelį
manual_arima_model <- Arima(inflation_ts_diff, order = c(1, 0, 1))

# apibendriname arima modelio
summary(manual_arima_model)

# likėnais
residuals_arima <- residuals(manual_arima_model)

# likėnų grafikai
par(mfrow = c(2, 2))
plot(residuals_arima, main = "Arima modelio likėnais", xlab = "Laikas", ylab = "Likėnais")
acf(residuals_arima, main = "Autokoreliacijos funkcijos likėnais", xlab = "Atsiliikimas", ylab = "Autokoreliacijos funkcija")
qqnorm(residuals_arima, main = "Galinės autokoreliacijos funkcijos likėnais", xlab = "Atsiliikimas", ylab = "Galinės autokoreliacijos funkcija")
qqnorm(residuals_arima, main = "Normalusis q-q grafikas", xlab = "Pavysdiniai kvantiliai", ylab = "Teoretiniai kvantiliai")

# atstatome brėžinius
par(mfrow = c(1, 1))

# -----
# rezervų su infliacija monte-carlo simuliacijos
# -----
forecast_horizon <- 21
nui_simulations <- 1000
set.seed(123)

# simuliacijų apibūdinimas
monte_carlo_reserves <- numeric(nui_simulations)

```

pav. 30. R kodas skaičiuoti Chain Ladder su stochastiniu ARIMA infliacijos modeliu

```

# sukuriamas simuliacijas
for (sim in 1:nusimuliacijos) {
  # sukuriamas infliacija naudojant arima modeli
  simulated_inflation <- simulate(manual_arima_model, nsim = forecast_horizon)

  # apjungtame sukurta ir istorinę infliacija
  full_inflation_data <- c(inflation_data, simulated_inflation)

  triangle_years <- 1999:2007

  # sukuriamas infliacijos matrica
  inflation_matrix <- matrix(0, nrow = nrow(triangle), ncol = ncol(triangle))
  for (i in 1:nrow(triangle)) {
    for (j in 1:ncol(triangle)) {
      calendar_year <- triangle_years[i] + j - 1
      inflation_matrix[i, j] <- 1 + full_inflation_data[calendar_year - 1959] / 100
    }
  }

  # pritaikoma infliacija trikampui
  inflated_triangle <- triangle * inflation_matrix

  # panaudojama CL metoda
  f_inflated <- sapply(1:(ncol(triangle) - 1), function(i) {
    sum(inflated_triangle[c(1:(nrow(triangle) - 1)), 1 + i]) / sum(inflated_triangle[c(1:(nrow(triangle) - 1)), 1])
  })
  f_inflated <- c(f_inflated, 1.05) # pridodame uodegos faktorių

  # pilnas trikampis su infliacija
  fulltriangle_inflated <- cbind(inflated_triangle, vtc = rep(0, nrow(inflated_triangle)))
  for (k in 1:ncol(triangle)) {
    fulltriangle_inflated[(nrow(triangle) - k + 1):nrow(triangle), k + 1] <-
      fulltriangle_inflated[(nrow(triangle) - k + 1):nrow(triangle), k] * f_inflated[k]
  }

  # galutinės rezervas
  inflated_reserve <- sum(fulltriangle_inflated[, ncol(triangle) + 1] + getlastcumulative(inflated_triangle))
  monte_carlo_reserves[sim] <- inflated_reserve
}

# -----
# Atliekama rezultatų analizė
# -----
print("Monte Carlo simuliacijų apibendrinimas")
print(summary(monte_carlo_reserves))

# Histograma
hist(monte_carlo_reserves, main = "Rezervų su infliacija pasiskirstymas", xlab = "rezervas", ylab = "dažnis",
     col = "skyblue", breaks = 20)

# 95% confidence interval (patikimumo intervalai)
ci_lower <- quantile(monte_carlo_reserves, 0.025)
ci_upper <- quantile(monte_carlo_reserves, 0.975)
print(paste("95% patikimumo intervalai: [", round(ci_lower, 2), ", ", round(ci_upper, 2), "]", sep = ""))

# Tankio grafikas
plot(density(monte_carlo_reserves), main = "Rezervų tankis",
     xlab = "rezervas", ylab = "tankis", col = "blue", lwd = 2)
abline(v = c(ci_lower, ci_upper), col = "red", lty = 2)

shapiro_test <- shapiro.test(monte_carlo_reserves)
print("Shapiro-Wilk testas:")
print(shapiro_test)

ks_test <- ks.test(monte_carlo_reserves, "pnorm", mean(monte_carlo_reserves), sd(monte_carlo_reserves))
print("Kolmogorov-Smirnov testas:")
print(ks_test)

```

pav. 31. R kodas skaičiuoti Chain Ladder su stochastiniu ARIMA infliacijos modeliu

```

library(dplyr)
library(chainladder)
library(forecast)
library(rugarch)
library(tseries) # stacionarumo testams

data(frtr19PLQ207)

triangle <- frtr19PLQ207[12:20, 1:9]

print("triangle structure:")
print(dim(triangle))

# uždėdame sėda, kad gautume atkroti rezultatus
set.seed(123)

# -----
# infliacijos datos paruošimas ir stacionarumo testavimas
# -----
# istorinė infliacijos data (1960-1994)
inflation_data <- c(4.14, 2.40, 5.33, 5.00, 3.21, 2.70, 2.60, 2.79, 4.54, 6.05,
5.30, 5.40, 6.06, 7.38, 13.65, 11.69, 9.63, 9.49, 9.25, 10.65,
13.56, 13.31, 11.98, 9.46, 7.67, 5.83, 2.54, 3.29, 2.70, 3.30,
3.19, 3.21, 2.36, 2.10, 1.66, 1.80, 1.98, 1.20, 0.65)

# data paverčiame į laiko eilutes
inflation_ts <- ts(inflation_data, start = 1960, frequency = 1)

# infliacijos grafikas
plot(inflation_ts, main = "infliacija (1960-1998 metai)", ylab = "infliacija (%)", xlab = "metai")

# stacionarumo testas - Augmented dickey-fuller test
adf_result <- adf.test(inflation_ts, alternative = "stationary")
print("ADF testas dėl stacionarumo:")
print(adf_result)

# jei p-reikšmė > 0.05, tuomet duomenys nėra stacionarus
if (adf_result$p.value > 0.05) {
  cat("duomenys yra ne stacionarus, bus panaudotas diferencijavimas.\n")
  # diferencijuojame
  inflation_ts_diff <- diff(inflation_ts)

  # diferencijuotų duomenų grafikas
  plot(inflation_ts_diff, main = "diferencijuota infliacija", ylab = "reikšmės", xlab = "metai")

  # dar karta tikriname stacionarumą
  adf_result_diff <- adf.test(inflation_ts_diff)
  print("ADF testas po diferencijavimo:")
  print(adf_result_diff)
} else {
  cat("infliacijos duomenys stacionarus.\n")
  inflation_ts_diff <- inflation_ts
}

# -----
# GARCH modelio kūrimas ir liekanų analizė
# -----
# pastrenkame ir sukuriame GARCH(1,1) modelį
spec <- ugarchspec(variance.model = list(model = "sgarch", garchorder = c(1, 1)),
mean.model = list(armaorder = c(1, 1), include.mean = TRUE),
distribution.model = "std")

# įstatome duomenis į garch modelį
garch_model <- ugarchfit(spec = spec, data = inflation_ts_diff)
print("GARCH(1,1) modelio apibūdinimas:")
print(garch_model)

# liekanų diagnostika
residuals_garch <- residuals(garch_model, standardize = TRUE)

# paverčiame liekanas į laiko eilutes dėl žymėjimo
residuals_ts <- ts(residuals_garch, frequency = 1)

# standartizuotų liekanų grafikai ACF/PACF
par(mfrow = c(2, 2)) # grafikai atvaizduojame 2x2
plot(residuals_ts, xlab = "metai", ylab = "liekanos", main = "standartizuotos liekanos")
acf(residuals_ts, main = "ACF standartizuotos liekanos", ylab = "ACF", xlab = "liekanos") # ACF plot
pacf(residuals_ts, main = "PACF standartizuotos liekanos", xlab = "liekanos", ylab = "PACF") # PACF plot
qqnorm(residuals_ts, main = "Normalusis q-q grafikas", xlab = "pavyzdiniai kvantiliai", ylab = "teoretiniai kvantiliai")
qqline(residuals_ts)
# Ljung-box testas dėl liekanų nepriklausomumo
ljung_box <- box.test(residuals_garch, lag = 10, type = "Ljung-box")
print("Ljung-box testas dėl liekanų nepriklausomumo:")
print(ljung_box)

par(mfrow = c(1, 1))

# -----
# Monte carlo simuliacija rezervams
# -----
set.seed(123)

# apibūdinamos simuliacijos
nui_simulations <- 1000
forecast_horizon <- 21
monte_carlo_reserves <- numeric(nui_simulations)

# generuojame simuliacijas
for (sim in 1:nui_simulations) {
  # simuliuojame infliacija naudojant garch modelį
  garch_sim <- ugarchsim(garch_model, n.sim = forecast_horizon)
  simulated_inflation <- as.numeric(fitted(garch_sim))

  # apjungtame infliacijos duomenis
  full_inflation_data <- c(inflation_ts_diff, simulated_inflation)

  triangle_years <- 1999:2007

```

pav. 32. R kodas skaičiuoti Chain ladder su Stochastiniu GARCH infliacijos modeliu

```

# sukuriame infliacijos matricia
inflation_matrix <- matrix(0, nrow = nrow(triangle), ncol = ncol(triangle))
for (i in 1:nrow(triangle)) {
  for (j in 1:ncol(triangle)) {
    calendar_year <- triangle$years[i] + j - 1
    inflation_matrix[i, j] <- 1 + full_inflation_data[calendar_year - 1959] / 100
  }
}

# prijungtame infliacija
inflated_triangle <- triangle * inflation_matrix

# apskaičiuojame chain-ladder metodu
f_inflated <- sapply(1:(ncol(triangle) - 1), function(i) {
  sum(inflated_triangle[c(1:(nrow(triangle) - i)), i + 1]) / sum(inflated_triangle[c(1:(nrow(triangle) - i)), i])
})
f_inflated <- c(f_inflated, 1.05)

# apskaičiuojame pilną trikampį
fulltriangle_inflated <- cbind(inflated_triangle, vlc = rep(0, nrow(inflated_triangle)))
for (k in 1:ncol(triangle)) {
  fulltriangle_inflated[(nrow(triangle) - k + 1):nrow(triangle), k + 1] <-
    fulltriangle_inflated[(nrow(triangle) - k + 1):nrow(triangle), k] * f_inflated[k]
}

# galutinis rezervas
inflated_reserve <- sum(fulltriangle_inflated[, ncol(triangle) + 1] - getLatestCumulative(inflated_triangle))
monte_carlo_reserves[sim] <- inflated_reserve
}

# -----
# simuliacijų apibendrinimas
# -----
# statistikos apibendrinimas
print("Monte carlo simuliacijų rezultatų apibendrinimas:")
print(summary(monte_carlo_reserves))

# Histograma
hist(monte_carlo_reserves, main = "Rezervų pasiskirstymas su infliacija",
     xlab = "Rezervai", ylab = "dažnis", col = "royalblue", breaks = 20)

# 95% patikimumo intervalai
ci_lower <- quantile(monte_carlo_reserves, 0.025)
ci_upper <- quantile(monte_carlo_reserves, 0.975)
print(paste("95% patikimumo intervalai: [", round(ci_lower, 2), ", ", round(ci_upper, 2), "]\n"))

# tankio grafikas
plot(density(monte_carlo_reserves), main = "Rezervų pasiskirstymas su infliacija",
     xlab = "Rezervai", ylab = "pasiskirstymas", col = "blue", lwd = 2)
abline(v = c(ci_lower, ci_upper), col = "red", lty = 2)

# galutinai pasų rezultatai
cat("AOF testo p-reikšmė:", aof_test$p.value, "\n")
cat("Ljung-box testo p-reikšmė:", ljung_box$p.value, "\n")

shapiro_test <- shapiro.test(monte_carlo_reserves)
print("shapiro-wilk testas:")
print(shapiro_test)

ks_test <- ks.test(monte_carlo_reserves, "pnorm", mean(monte_carlo_reserves), sd(monte_carlo_reserves))
print("kolmogorov-smirnov testas:")
print(ks_test)

```

pav. 33. R kodas skaičiuoti Chain ladder su Stochastiniu GARCH infliacijos modeliu

```

library(dplyr)
library(ChainLadder)
library(forecast)
library(tseries)

data(fretri1TPL9207)

triangle <- fretri1TPL9207[12:20, 1:9]
n <- 9
f <- sapply(1:(n-1), function(i) {
  sum(triangle[c(1:(n-i)), i+1]) / sum(triangle[c(1:(n-i)), i])
})

# -----
# Infliacijos duomenų paruošimas
# -----
# istorinė infliacijos duomenys (1960-1994)
inflation_data <- c(4.14, 2.40, 5.33, 5.00, 3.21, 2.70, 2.60, 2.79, 4.54, 6.05,
  5.30, 5.40, 6.06, 7.38, 13.65, 11.69, 9.63, 9.49, 9.25, 10.65,
  13.56, 13.31, 11.98, 9.46, 7.67, 5.83, 2.54, 3.29, 2.70, 3.50,
  3.19, 3.21, 2.36, 2.10, 1.66, 1.80, 1.98, 1.20, 0.65)

# infliacija paverčiame į laiko eilutes
inflation_ts <- ts(inflation_data, start = 1960, frequency = 1)

# 1. Pinflacijos grafikas
plot(inflation_ts, main = "Istorinė infliacijos data", ylab = "Infliacija (%)", xlab = "Metai")

# 2. ADF stacionarumo testas
adf_result <- adf.test(inflation_ts)
print("ADF Testas stacionarumui:")
print(adf_result)

# jei p-reikšmė > 0.05, duomenys yra ne stacionarus
if (adf_result$p.value > 0.05) {
  cat("Duomenys nestacionarus, bus pritaikytas diferencijavimas.\n")
  # pritaikome diferencijavimą
  inflation_ts_diff <- diff(inflation_ts)

  # diferencijuotų duomenų grafikas
  plot(inflation_ts_diff, main = "Diferencijuota infliacija", ylab = "Reikšmės", xlab = "Metai")

  # dar kartą patikriname stacionarumą
  adf_result_diff <- adf.test(inflation_ts_diff)
  print("ADF Testas po diferencijavimo:")
  print(adf_result_diff)
} else {
  cat("Infliacijos duomenys stacionarus.\n")
  inflation_ts_diff <- inflation_ts
}

# -----
# ARIMA(1,0,1) modelis infliacijai
# -----
manual_arima_model <- Arima(inflation_ts_diff, order = c(1, 0, 1))
summary(manual_arima_model)

# liekanos
residuals_arima <- residuals(manual_arima_model)

# liekanų grafikai
par(mfrow = c(2, 2))
plot(residuals_arima, main = "Arima modelio liekanos", xlab = "Laikas", ylab = "Liekanos")
acf(residuals_arima, main = "Autokoreliacijos funkcijos liekanos", xlab = "Atsilikimas", ylab = "Autokoreliacijos funkcija")
pacf(residuals_arima, main = "Dalinės autokoreliacijos funkcijos liekanos", xlab = "Atsilikimas", ylab = "Dalinė autokoreliacijos funkcija")
qqnorm(residuals_arima, main = "Normalusis Q-Q grafikas", xlab = "Pavyzdiniai kvantiliai", ylab = "Teoretiniai kvantiliai")
qqline(residuals_arima)

# -----
# diskontavimo paruošimas
# -----
# sugeneruojame atsitiktines diskontavimo normas 1960-1998
mean_discount_rate <- 0.03 # vidurkis diskontavimo normų (3%)
sd_discount_rate <- 0.0005 # standartinis pasiskirstymas (1%)
years_discount <- 1960:1998
random_discount_rates <- rnorm(length(years_discount), mean = mean_discount_rate, sd = sd_discount_rate)
random_discount_rates <- pmax(random_discount_rates, 0) # tik teigiamos reikšmės

# sukuriame diskonto normų laiko eilutes
discount_rate_ts <- ts(random_discount_rates, start = 1960, frequency = 1)
arima_model_discount <- auto.arima(discount_rate_ts)

```

pav. 34. R kodas apskaičiuoti diskontuotą Chain Ladder su stochastiniu ARIMA infliacijos modeliu.

```

# simuliuojame stochastines diskonto normas
simulated_discount_rates <- simulate(arma_model_discount, nsim = n)
discount_factors_simulated <- 1 / (1 + simulated_discount_rates) ^ (0:(n - 1))

# -----
# Monte Carlo simuliacijos
# -----
forecast_horizon <- 21
num_simulations <- 1000
set.seed(123)

# apibūdiname simuliacijas
monte_carlo_reserves <- numeric(num_simulations)

# kuriame simuliacijas
for (sim in 1:num_simulations) {
  # sukuriamo infliacija naudojant arima modeli
  simulated_inflation <- simulate(manual_arima_model, nsim = forecast_horizon)

  # apjungiamo infliacijos duomenis
  full_inflation_data <- c(inflation_data, simulated_inflation)

  triangle_years <- 1999:2007

  # sukuriamo infliacijos matricą
  inflation_matrix <- matrix(0, nrow = nrow(triangle), ncol = ncol(triangle))
  for (i in 1:nrow(triangle)) {
    for (j in 1:ncol(triangle)) {
      calendar_year <- triangle_years[i] + j - 1
      inflation_matrix[i, j] <- 1 + full_inflation_data[calendar_year - 1959] / 100
    }
  }

  # pritaikome infliaciją
  inflated_triangle <- triangle * inflation_matrix

  # pritaikome stochastinį diskontavimą
  discounted_inflated_triangle <- inflated_triangle
  for (j in 1:ncol(triangle)) {
    discounted_inflated_triangle[, j] <- inflated_triangle[, j] * discount_factors_simulated[j]
  }

  # chain ladder metodą su infliacija ir diskontavimu
  f_discounted_inflated <- sapply(1:(ncol(triangle) - 1), function(i) {
    sum(discounted_inflated_triangle[c(1:(nrow(triangle) - i)), i + 1]) /
    sum(discounted_inflated_triangle[c(1:(nrow(triangle) - i)), i])
  })
  f_discounted_inflated <- c(f_discounted_inflated, 1.06)

  # pilnas trikampis su inf. ir disc.
  fulltriangle_discounted_inflated <- cbind(discounted_inflated_triangle, Ult = rep(0, nrow(triangle)))
  for (k in 1:ncol(triangle)) {
    fulltriangle_discounted_inflated[(nrow(triangle) - k + 1):nrow(triangle), k + 1] <-
    fulltriangle_discounted_inflated[(nrow(triangle) - k + 1):nrow(triangle), k] * f_discounted_inflated[k]
  }

  # Galutinis rezervas su inf. ir disc.
  reserve <- sum(fulltriangle_discounted_inflated[, ncol(triangle) + 1] - getLatestCumulative(discounted_inflated_triangle))
  monte_carlo_reserves[sim] <- reserve
}

# -----
# Simuliacijų apibendrinimas ir analizė
# -----
print("Monte Carlo Simuliacijų rezultatų apibendrinimas:")
print(summary(monte_carlo_reserves))

# Histogram
hist(monte_carlo_reserves, main = "Rezervų su infliacija ir diskontavimu pasiskirstymas", xlab = "Rezervas", ylab = "Dažnis",
     col = "skyblue", breaks = 20)

# 95% pasiklikovimo intervalai
ci_lower <- quantile(monte_carlo_reserves, 0.025)
ci_upper <- quantile(monte_carlo_reserves, 0.975)
print(paste("95% pasiklikovimo intervalas: [", round(ci_lower, 2), ", ", round(ci_upper, 2), "]", sep = ""))

# tankio grafikas
plot(density(monte_carlo_reserves), main = "Rezervų tankis",
     xlab = "Rezervas", ylab = "Tankis", col = "blue", lwd = 2)
abline(v = c(ci_lower, ci_upper), col = "red", lty = 2)

```

pav. 35. R kodas apskaičiuoti diskontuotą Chain Ladder su stochastiniu ARIMA infliacijos modeliu.

```

library(dplyr)
library(chainladder)
library(forecast)
library(rugarch)
data(frtr1trpL9207)
triangle <- frtr1trpL9207[12:20, 1:9]
set.seed(123)

# -----
# infliacijos duomenys ir garch modelio kūrėmas
# -----
# infliacijos duomenys (1960-1994)
inflation_data <- c(4.14, 2.40, 5.33, 5.00, 3.21, 2.70, 2.60, 2.79, 4.54, 6.05,
  5.30, 5.40, 6.06, 7.38, 13.63, 11.69, 9.63, 9.49, 9.25, 10.65,
  13.56, 13.31, 11.98, 9.46, 7.67, 5.83, 2.54, 3.29, 2.70, 3.90,
  3.19, 3.21, 2.36, 2.10, 1.66, 1.80, 1.95, 1.20, 0.65)

# infliacijos data paverčiame į laiko eilutes
inflation_ts <- ts(inflation_data, start = 1960, frequency = 1)
# infliacijos grafikas
plot(inflation_ts, main = "infliacija (1960-1995 metai)", ylab = "infliacija (%)", xlab = "metai")

# stacionarumo testas - Augmented dickey-fuller test
adf_test <- adf.test(inflation_ts, alternative = "stationary")
print("Adf testas dėl stacionarumo:")
print(adf_test)

# jei p-reikšmė > 0.05, tuomet duomenys nėra stacionarus
if (adf_result$p.value > 0.05) {
  cat("duomenys yra ne stacionarus, bus panaudotas diferencijavimas.\n")
  # diferencijuojame
  inflation_ts_diff <- diff(inflation_ts)

  # diferencijuotų duomenų grafikas
  plot(inflation_ts_diff, main = "diferencijuota infliacija", ylab = "reikšmės", xlab = "metai")

  # dar karta tikriname stacionarumą
  adf_result_diff <- adf.test(inflation_ts_diff)
  print("Adf testas po diferencijavimo:")
  print(adf_result_diff)
} else {
  cat("infliacijos duomenys stacionarus.\n")
  inflation_ts_diff <- inflation_ts
}

# sukuriame GARCH (1,1) modelį
spec <- ugarchspec(variance.model = list(model = "sgarch", garchorder = c(1, 1)),
  mean.model = list(armaorder = c(1, 1), include.mean = TRUE),
  distribution.model = "std")

# įstatuome duomenis į modelį
garch_model <- ugarchfit(spec = spec, data = inflation_ts_diff)

# GARCH modelio diagnostika
cat("\nGARCH modelio diagnostika:\n")
print(garch_model)

# liekanų ACF ir PACF grafikai
par(mfrow = c(2, 2)) # 2x2 grafikai

# residualų plot
residuals_garch <- residuals(garch_model, standardize = TRUE)
residuals_ts <- ts(residuals_garch, frequency = 1)
plot(residuals_ts,
  main = "GARCH modelio liekanos",
  xlab = "laikas",
  ylab = "liekanos", col = "blue")

# ACF liekanų grafikas
acf(residuals_ts,
  main = "ACF liekanų GARCH grafikas",
  ylab = "ACF",
  xlab = "atsiliktumas", col = "blue")

# PACF liekanų grafikas
pacf(residuals_ts,
  main = "PACF of GARCH Residuals",
  ylab = "PACF",
  xlab = "atsiliktumas", col = "blue")

# q-q grafikas
qqnorm(residuals_ts,
  main = "q-q liekanų grafikas",
  xlab = "teoretiniai kvantiliai",
  ylab = "palyzdintai kvantiliai")
qqline(residuals_garch, col = "red", lwd = 2)

par(mfrow = c(1, 1)) # reset layout

# -----
# Monte Carlo simuliacijos rezervams
# -----
set.seed(123)

# apibūdiname simuliacijas
nusimulations <- 1000
forecast_horizon <- 21
monte_carlo_reserves <- numeric(nusimulations)

# diskontavimo įautumo parametrai
mean_discount_rate <- 0.03 # vidurkio diskonto normos (3%)
sd_discount_rate <- 0.0005 # standartinė variacija (0.05%)

for (sim in 1:nusimulations) {
  # simuliuojame infliacija garch modeliu
  garch_sim <- ugarchsim(garch_model, n.sim = forecast_horizon)
  simulated_inflation <- as.numeric(fitted(garch_sim))

  # sujungiame infliacija
  full_inflation_data <- c(inflation_ts_diff, simulated_inflation)

```

pav. 36. R kodas skaičiuoti diskontuotą Chain Ladder su stochastiniu GARCH infliacijos modeliu

```

# simuliuojame diskontavimo normas
simulated_discount_rates <- rnorm(ncol(triangle), mean = mean_discount_rate, sd = sd_discount_rate)
simulated_discount_rates <- pmax(simulated_discount_rates, 0) # tik teigiamas
discount_factors_simulated <- 1 / (1 + simulated_discount_rates) ^ (0:(ncol(triangle) - 1))

triangle_years <- 1999:2007

# sukuriamė infliacijos matricą
inflation_matrix <- matrix(0, nrow = nrow(triangle), ncol = ncol(triangle))
for (i in 1:nrow(triangle)) {
  for (j in 1:ncol(triangle)) {
    calendar_year <- triangle_years[i] + j - 1
    inflation_matrix[i, j] <- 1 + full_inflation_data[calendar_year - 1959] / 100
  }
}

# infliuojame trikampį
inflated_triangle <- triangle * inflation_matrix

# pritaikome diskontavimą
discounted_inflated_triangle <- inflated_triangle
for (j in 1:ncol(triangle)) {
  discounted_inflated_triangle[, j] <- inflated_triangle[, j] * discount_factors_simulated[j]
}

# vystome faktorių atnaujinimas
f_discounted_inflated <- apply(1:(ncol(triangle) - 1), function(i) {
  sum(discounted_inflated_triangle[c(1:(nrow(triangle) - 1)), 1 + i]) /
  sum(discounted_inflated_triangle[c(1:(nrow(triangle) - 1)), 1])
})
f_discounted_inflated <- c(f_discounted_inflated, 1.05) # Add tail factor

# apskaičiuojame pilną trikampį su naujais faktoriais
fulltriangle_discounted_inflated <- cbind(discounted_inflated_triangle, ult = rep(0, nrow(discounted_inflated_triangle)))
for (k in 1:ncol(triangle)) {
  fulltriangle_discounted_inflated[(nrow(triangle) - k + 1):nrow(triangle), k + 1] <-
  fulltriangle_discounted_inflated[(nrow(triangle) - k + 1):nrow(triangle), k] * f_discounted_inflated[k]
}

# apskaičiuojame galutinį rezervą su inf. ir disc.
reserve <- sum(fulltriangle_discounted_inflated[, ncol(triangle) + 1] - getLatestCumulative(discounted_inflated_triangle))

# simuliuojame rezervus
monte_carlo_reserves[sim] <- reserve
}

# -----
# simuliacijų analizė ir apibendrinimas
# -----
# apibendrinimas statistikos
cat("\nMonte Carlo simuliacijų rezultaty apibendrinimas:\n")
print(summary(monte_carlo_reserves))

# apskaičiuojame pasikliautinusius intervalus
ci_lower <- quantile(monte_carlo_reserves, 0.025) # 2.5% kvantilis apatinet ribai
ci_upper <- quantile(monte_carlo_reserves, 0.975) # 97.5% kvantilis viršutinet ribai

# pasikliautintieji intervalai
cat(paste("\n95% pasikliautinasis intervalas: [", round(ci_lower, 2), ", ", round(ci_upper, 2), "]\n"))

# vizualizacija
par(mfrow = c(2, 2)) # 2x2 grafikai

# rezervų histograma su pasikliautinaisiais intervalais
hist(monte_carlo_reserves, main = "Rezervų pasiskirstymas",
     xlab = "Rezervai", ylab = "dažnis", col = "skyblue", breaks = 20)
abline(v = ci_lower, col = "red", lwd = 2, lty = 2) # apatinė riba
abline(v = ci_upper, col = "red", lwd = 2, lty = 2) # viršutinė riba

# tankio grafikas su intervalais
plot(density(monte_carlo_reserves), main = "Rezervų tankio funkcija",
     xlab = "Rezervai", ylab = "tankis", col = "blue", lwd = 2)
abline(v = ci_lower, col = "red", lwd = 2, lty = 2)
abline(v = ci_upper, col = "red", lwd = 2, lty = 2)

# q-q grafikas
qqnorm(monte_carlo_reserves, main = "q-q rezervų grafikas",
      xlab = "teoriniai kvantiliai", ylab = "Pavysdiniai kvantiliai")
qqline(monte_carlo_reserves, col = "red", lwd = 2)

# boxplot rezervų
boxplot(monte_carlo_reserves, main = "Rezervų boxplot",
      ylab = "Rezervai", col = "lightcoral")

par(mfrow = c(1, 1))

shapiro_test <- shapiro.test(monte_carlo_reserves)
print("Shapiro-wilk testas:")
print(shapiro_test)

ks_test <- ks.test(monte_carlo_reserves, "pnorm", mean(monte_carlo_reserves), sd(monte_carlo_reserves))
print("Kolmogorov-smirnov testas:")
print(ks_test)

```

pav. 37. R kodas apskaičiuoti diskontuotą Chain Ladder su stochastiniu infliacijos modeliu.