

**VILNIAUS UNIVERSITETAS**  
**FIZIKOS FAKULTETAS**  
**ASTRONOMIJOS OBSERVATORIJA**

Marius Čeponis

NAUJAS ŽVAIGŽDĖDAROS ISTORIJOS NUSTATYMO METODAS

Magistrantūros studijų baigiamasis darbas

Teorinės fizikos ir astrofizikos  
studijų programa

Studentas

Darbo vadovas

Recenzentas

Katedros vedėjas

Marius Čeponis

prof. dr. Vladas Vansevičius

dr. Kastytis Zubovas

prof. dr. Vladas Vansevičius

Vilnius 2017

## Turinys

Įvadas .....	3
1 Žvaigždėdaros istorijos nustatymo metodų apžvalga .....	4
2 Žvaigždėdaros istorijos analizės metodas.....	7
2.1 Tikėtinumo funkcija $P(D M)$ .....	10
2.2 Apriorinė tikimybė $P(M)$ .....	11
2.3 Aposteriorinė tikimybė $P(M D)$ .....	14
2.4 Žvaigždžių populiacijos parametrų nustatymas .....	14
2.5 Paklaidų įvertinimas .....	18
3 Sintetinių žvaigždžių populiacijų testai .....	20
Rezultatų apibendrinimas .....	34
Išvados.....	35
Cituoti šaltiniai .....	36
Santrauka.....	37
Summary .....	38

## Ivadas

Be žvaigždžių nebūtų gyvybės ir mūsų. Beveik visi elementai, iš kurių mes padaryti, pagaminti būtent žvaigždėse. Tačiau mes iki šiol iki galo nesuprantame nuo ko tiksliai priklauso žvaigždžių sistemų formavimasis ir vystymasis. Aiškinantis šiuos procesus labai praverčia žvaigždžių formavimosi istorijos.

Šiuo metu vienas populiariausių žvaigždėdaros istorijos nustatymo metodų yra paremtas tiriamų žvaigždžių spalvos-ryškio diagramų skaidymu į sritis ir lyginimu su dirbtinių žvaigždžių populiacijomis. Tiesą pasakius, tai yra bene vienintelis šiuo metu naudojamas metodas sudėtingesnių sistemų žvaigždėdaros istorijoms nustatyti. Žinoma, yra įvairių šio metodo variacijų, tačiau visų jų esminis principas yra tas pats. Dėl to visiems jiems turėtų pasireikšti tos pačios esminės šiam metodui būdingos klaidos. Tačiau, patikrinti šių nuokrypių masto negalima neturint kitokiais metodais nustatytų žvaigždėdaros istorijų. Todėl šio darbo tikslu pasirinkau sukurti naują žvaigždžių formavimosi istorijos nustatymo metodą.

Šiame darbe buvo sukurtas naujas žvaigždėdaros istorijos nustatymo metodas paremtas Bajeso sąlyginių tikimybių teorema. Šis metodas, skirtingai nei anksčiau minėti metodai, neskaido ir nelygina spalvos-ryškio diagramų su dirbtinėmis žvaigždžių populiacijomis. Be to, šiame metode vienu metu galima panaudoti fotometrinius matavimus pro bet kokį skaičių skirtingų filtrų. Taip pat, šiame darbe buvo nustatytos naujo metodo veikimo ribos atliekant testus su įvairias žvaigždėdaros istorijas turinčiomis dirbtinių žvaigždžių populiacijomis ir įvairiu matavimų pilnumu.

**Darbo tikslas:** sukurti naują žvaigždėdaros istorijos atkūrimo metodą ir ištirti jo galimybes.

Darbo tikslui pasiekti buvo iškelti šie **uždaviniai**:

1. Sukurti naują žvaigždėdaros istorijos atkūrimo metodą.
2. Parašyti programą metodo realizavimui.
3. Nustatyti metodo taikymo ribas ir įvertinti patikimumą remiantis sintetinių žvaigždžių populiacijų analize.

# 1 Žvaigždėdaros istorijos nustatymo metodų apžvalga

Literatūroje galima rasti nemažai įvairių žvaigždėdaros istorijos nustatymo metodų, tačiau visi jie paremti tuo pačiu algoritmu – dirbtinių žvaigždžių populiacijų spalvos-ryškio diagramų lyginimu su išmatuotų žvaigždžių duomenimis – Sintetinių populiacijų metodu (angl. *Synthetic CMD method*). Žinoma, yra ir kitais principais paremtų algoritmų, bet jie naudojami tik pavienių žvaigždžių (Jørgensen & Lindegren 2005, Schneider et al. 2014) ar paprastų vieno amžiaus žvaigždžių populiacijų (Valls-Gabaud 2014) amžiams nustatyti. Tuo tarpu Sintetinių populiacijų metodas taikomas bet kokią žvaigždėdaros istoriją bei amžiaus-metalingumo sąryšį turinčioms žvaigždžių populiacijoms.

Sintetinių populiacijų metodo esminis principas yra gana paprastas. Pirmiausia, sugeneruojamos dirbtinės žvaigždžių populiacijos su įvairiomis žvaigždėdaros istorijomis. Tuomet šių populiacijų spalvos-ryškio diagramos yra lyginamos su tiriamų žvaigždžių spalvos-ryškio diagramomis ir pagal tam tikrą apibrėžtą tikėtinumo kriterijų (angl. *Likelihood*) nustatoma geriausiai duomenis atitinkanti žvaigždėdaros istorija. Vis dėlto atrinkti geriausią žvaigždėdaros istoriją iš begalybės galimų nėra paprasta. Tam pasitelkiami įvairiausi algoritmai ir būtent čia pasireiškia skirtingų autorių metodų skirtumai – skirtingi autoriai naudoja skirtingus tikėtinumo kriterijus bei geriausio sprendinio paieškos algoritmus.

Šiuo metu vieni populiariausių žvaigždžių formavimosi istorijos nustatymo metodų yra IAC-star/IAC-pop (Aparicio & Gallart 2004, Aparicio & Hidalgo 2009), MATCH (Dolphin 2002) bei Cole et al. (2007) algoritmai. IAC metode spalvos-ryškio diagramos suskaidomos pagal tam tikrą labai sudėtingą tinklėlį, kuriame atsižvelgta į žvaigždžių evoliucijos ypatumus bei izochronų persiklojimą. Tuomet lyginami dirbtinių ir realių žvaigždžių skaičiai kiekviename tinklelio kvadrato pasitelkus tam tikrą  $\chi^2$  kriterijų. Pasitelkus genetinį algoritmą surandami geriausia žvaigždėdaros istorija bei amžiaus-metalingumo sąryšis.

MATCH metode spalvos-ryškio diagramos skaidomos į tolygų, smulkaus žingsnio tinklėlį. Toliau realių ir dirbtinių žvaigždžių skaičiai tinklelio kvadratuose lyginami pagal Puasoninį  $\chi^2$  kriterijaus atitikmenį ir geriausio sprendinio ieškoma pasitelkus Sujungto gradiento metodo (angl. *Conjugate Gradient Method*) FRPRMN algoritmą.

Cole et al. (2007) metode žvaigždžių spalvos-ryškio diagramos yra suskaidomos į smulkius kvadratus ir, kaip ir IAC metode, lyginami į šiuos kvadratėlius patenkančių dirbtinių ir realių žvaigždžių skaičiai pasitelkus  $\chi^2$  kriterijų. Toliau geriausiai matavimo duomenis atitinkanti žvaigždėdaros istorija ieškoma optimizuojant  $\chi^2$  vertę su Simuliuoto atšalimo metodu (angl. *Simulated annealing method*).

Monelli et al. (2010) darbe buvo palyginti MATCH, IAC ir Cole et al. (2007) metodų gaunami rezultatai panaudojus tuos pačius matavimų duomenis bei tą patį izochronų banką.

Gauti rezultatai labai gerai sutampa tarpusavyje. Tačiau, panaudojus skirtingus matavimų duomenis, gaunami rezultatai gali skirtis iš esmės. Negana to, netgi panaudojus tą patį algoritmą su tais pačiais duomenimis, tačiau šiek tiek pakeitus programos parametrus (pavyzdžiui į kokio dydžio kvadratus dalinama spalvos-ryškio diagrama ar panaudojus kitą izochronų banką) rezultatai gali iš esmės skirtis. Tai ypač gerai matyti palyginus įvairių darbų rezultatus nustatinėjant netaisyklingos nykštukinės Leo A galaktikos žvaigždėdaros istoriją (1 pav.).

Leo A yra Vietinės Grupės galaktika apie 800 kpc (atstumo modulis ( $m - M$ ) = 24,5) atstumu nuo mūsų (Dolphin et al. 2002). Tai mažo metalingumo (van Zee, Skillman & Haynes 2006) netaisyklinga nykštukinė galaktika, kurios bent 80 % masės sudaro tamsioji materija (Brown et al. 2007) ir dujų joje bent pora kartų daugiau, nei žvaigždinės masės:  $M_{\text{HI}} \approx 11 \cdot 10^6 M_{\odot}$  (Young & Lo 1996),  $M_{*} \approx 3 \div 6 \cdot 10^6 M_{\odot}$  (Cole et al. 2014, McConnachie 2012). Nors Leo A yra gana mažo metalingumo, tačiau joje yra įvairių amžių populiacijų. Dolphin et al. (2002) atrastos RR Lyros kintamosios šioje galaktikoje patvirtina seniausių žvaigždžių (>10 mlrd. m.) populiacijos buvimą, o Brown et al. (2006) surastos B spektrinio tipo supermilžinės rodo, kad žvaigždės formavosi ir per paskutinius 30 mln. m.

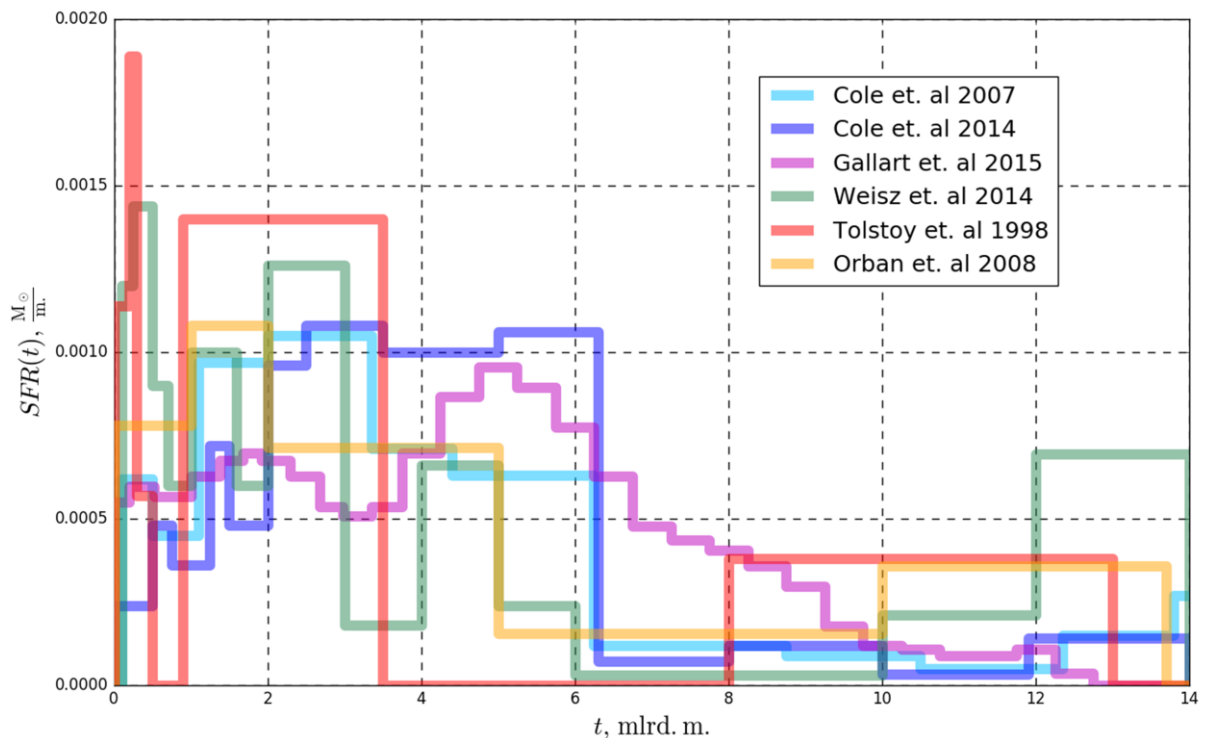
Šiai galaktikai žvaigždėdaros istorija buvo nustatinėjama ne kartą su įvairiais metodais. Be to, MATCH ir Cole et al. (2007) metodai buvo panaudoti ne vieną kartą pakeitus tik algoritmų parametrus. Šie rezultatai puikiai atspindi, kaip smarkiai atkuriamą žvaigždėdaros forma priklauso ne vien nuo naudojamų matavimų duomenų (1 pav.):

1. Tolstoy et al. (1998) darbe žvaigždėdaros istorijai nustatyti buvo naudojami Leo A galaktikos žvaigždžių matavimai su Hubble kosminio teleskopo (HST – *Hubble Space Telescope*) WFPC2 kamera pro tris filtras: F439W, F555W, F814W. Išmatuoti ryškiai buvo perskaičiuoti į standartinę Johnson-Cousins fotometrines sistemą – atitinkamai į  $B$ ,  $V$  ir  $I$  ryškius. Matavimų pilnumai siekia iki  $m_V = 26$ . Nustatinėjant Leo A žvaigždžių formavimosi istoriją, tikėtumo kriterijus buvo apsibrėžtas kaip suma Gauso skirstinio tikimybių kiekvienai dirbtinei žvaigždei būti bet kuria išmatuota žvaigžde. Tačiau jų darbe buvo panaudotas kiek mažesnis atstumo modulis  $m - M = 24,2$  nei šiuo metu priimta vertė  $m - M = 24,5$  (Dolphin et al. 2002). Taip pat, patys autoriai įspėja, kad skirtingų žvaigždėdaros istorijų išsigimimas su jų naudotais duomenimis gana didelis ir jų siūloma žvaigždėdaros istorija yra tik viena iš galimų Leo A galaktikos žvaigždėdaros istorijų.
2. Cole et al. (2007), Cole et al. (2014) ir Gallart et al. (2015) darbuose buvo panaudoti tie patys Leo A žvaigždžių matavimai su HST ACS (*Advanced Camera for Surveys*) kamera pro F475W (atitinka  $B$  filtrą UBVRi sistemoje) ir F814W (atitinka  $I$ ) filtras. Nustatinėjant žvaigždėdaros istoriją išmatuotų ryškių nereikėjo versti į standartinę

UBVRI sistemą, nes buvo panaudotos izochronos su ryškiais F475W ir F814W filtruose. Matavimų pilnumai siekia iki  $(m_{F475W}; m_{F814W}) = (29,0; 27,9)$ . Be to, visuose trijuose darbuose buvo naudojamas tas pats žvaigždėdaros nustatymo metodas (Cole et al. 2007), tik 2014 ir 2015 metų darbuose buvo panaudotos naujesnės izochronos bei naujesnė metodo versija.

- Orban et al. (2008) ir Weisz et al. (2014) darbuose naudotas tas pats MATCH metodas, apie kurį jau papasakojau anksčiau, bei vienodi matavimų duomenys – žvaigždžių ryškiai F555W ir F814W filtruose išmatuoti su HST WFPC2 kamera. Matavimų pilnumai siekia iki  $(m_{F555W}; m_{F814W}) = (26,0; 26,0)$ .

Nors visuose šiuose darbuose buvo taikomi Sintetinių populiacijų metodu paremti algoritmai, tačiau skirtingų autorių rezultatai ganėtinai skiriasi (1 pav.). Šių skirtumų vien naudotais skirtingais matavimų duomenimis negalima paaiškinti, kadangi keletas autorių naudojo tuos pačius duomenis ir vis tiek gavo skirtingas žvaigždėdaros istorijas. Nepaisant to, pagal šių darbų nustatytas žvaigždėdaros istorijas atkuriamos dirbtinių žvaigždžių spalvos-ryškio diagramos gana gerai atitinka išmatuotų žvaigždžių spalvos-ryškio diagramas. Tai tik rodo, kad daugelio parametrų išsigimimai turi didelį poveikį žvaigždėdaros istorijos atkūrimui.



**1 pav.** Leo A galaktikos žvaigždėdaros istorijos pagal įvairių autorių darbus: (Tolstoy et al. 1998) raudona kreivė; (Cole et al. 2007) žydra kreivė; (Orban et al. 2008) oranžinė kreivė; (Cole et al. 2014) mėlyna kreivė; (Weisz et al. 2014) žalia kreivė; (Gallart et al. 2015) violetinė kreivė.

## 2 Žvaigždėdaros istorijos analizės metodas

Šiame darbe buvo sukurtas naujas žvaigždėdaros istorijos nustatymo metodas panaudojantis žvaigždžių fotometrinius duomenis. Ne taip, kaip dauguma kitų literatūroje aptinkamų algoritmų, šis metodas nelygina realių žvaigždžių spalvos-ryškio diagramų su dirbtinių žvaigždžių populiacijų spalvos-ryškio diagramomis. Šiame darbe aprašytas metodas nustato žvaigždėdaros istoriją tiesiogiai pasitelkdamas žvaigždžių evoliucijos modelių rezultatus – žvaigždžių izochronas – bei Bajeso teoremą sąlyginėms tikimybėms. Be to, nustatinėjant žvaigždžių formavimosi istorijas galima pasitelkti iš karto pro įvairius filtrus išmatuotus žvaigždžių ryškius, o ne vien tik dviejų filtrų duomenis, kaip dažniausiai daroma literatūroje randamuose metoduose.

Tiriamos žvaigždžių populiacijos parametrai, įskaitant žvaigždėdaros istoriją, nustatomi tikimybiškai lyginant išmatuotus žvaigždžių duomenis su teorinėmis izochronomis pasitelkus Bajeso teoremą. Ši teorema tiesiogiai seka iš sąlyginių tikimybių apibrėžimo ir leidžia pasinaudoti žinoma apriorine (*prior* – „prieš pažinimą“) informacija apie tiriamą žvaigždžių populiaciją, pavyzdžiui – pradinės masės funkcija. Pažymėkime  $P(M|D)$  kaip sąlyginę tikimybę, jog įvykis  $M$  įvyks, jei įvykis  $D$  jau įvyko. Taip pat, pažymėkime  $P(M)$  kaip tikimybę, jog įvykis  $M$ , o  $P(D)$  – jog įvykis  $D$ . Pasitelkę šiuos žymėjimus, galime užrašyti Bajeso teoremą:

$$P(M|D) = \frac{P(D|M)P(M)}{P(D)}. \quad (1)$$

Šiame darbe  $M$  žymėsime modelio parametrus, o  $D$  – išmatuotus žvaigždžių duomenis. Tuomet aukščiau užrašytos tikimybės, Bajeso analizės kontekste, įgauna tokias reikšmes:

- $P(M|D)$  – **aposteriorinė** tikimybė (*posterior* – „po pažinimo“). Tai tikimybė, kad modelio parametrai  $M$  atitinka tiriamų žvaigždžių populiacijos parametrus atsižvelgus į tai, jog  $D$  yra išmatuoti žvaigždžių duomenys.
- $P(D|M)$  – **tikėtumo** (angl. *Likelihood*) funkcija. Ji atitinka tikimybę, jog matuojant žvaigždžių populiacijos, kurios parametrai  $M$ , žvaigždžių parametrus, gausime duomenis lygius duomenims  $D$ .
- $P(M)$  – **apriorinė** (*prior* – „prieš pažinimą“) tikimybė. Ji nusako tikimybę, jog žvaigždžių populiacijos parametrai atitiks modelio  $M$  parametrus, ir ją gautume prieš išmatuodami žvaigždžių duomenis  $D$ . Ši tikimybė turėtų būti gaunama pasitelkus tik iš anksto turimas žinias apie tiriamą žvaigždžių populiaciją (pavyzdžiui pradinės masės funkciją) prieš atliekant tos populiacijos žvaigždžių matavimus.

- $P(D)$  – tai yra vadinamieji **įrodymai** (angl. *evidences*). Bajeso analizės metuose kartais šis narys naudojamas lyginant skirtingų modelių tikėtinumą, tačiau šiame darbe  $P(D)$  bus naudojamas kaip normavimo konstanta.

Prieš nustatinėjant žvaigždėdaros istoriją, pirmiausia kiekvienai tiriamos populiacijos žvaigždei įvertinamos tikimybės būti tam tikro amžiaus  $t$ , metalingumo  $Z$  ir pradinės masės  $m$  (toliau šiame darbe pradinę žvaigždžių masę vadinsiu tiesiog jų mase), kur šitie parametrai varijuojami per visą leistiną parametrų erdvę (amžiai  $t$  ir metalingumai  $Z$  varijuojami diskrečiais žingsniais, kai tuo tarpu masės  $m$  verčių intervalas skaidomas į tolydžius intervalus ir skaičiuojamos tikimybės būti iš tam tikro intervalo, o ne konkrečios masės). Būtent skaičiuojant šias tikimybes ir yra panaudojama Bajeso teorema:

$$P_n(t, Z, m|D_n) = \frac{P(D_n|t, Z, m)P(t, Z, m)}{P(D_n)}, \quad (2)$$

čia  $P_n(t, Z, m|D_n)$  – aposteriorinė tikimybė, kad  $n$ -oji žvaigždė yra amžiaus  $t$ , metalingumo  $Z$  ir masės  $m$ , kai jos matavimų duomenys yra  $D_n$ ;  $P(D_n|t, Z, m)$  – tikimybė, jog pamatavus amžiaus  $t$ , metalingumo  $Z$  ir masės  $m$  žvaigždę, gausime duomenis lygius  $D_n$  (tikėtinumo funkcija);  $P(t, Z, m)$  – apriorinė tikimybė, kad žvaigždė yra amžiaus  $t$ , metalingumo  $Z$  ir masės  $m$ ;  $P(D_n)$  – šitas narys panaudojamas tik kaip normavimo konstanta per leistiną parametrų erdvę (detalesiau apie šių tikimybių skaičiavimus bei kitus šiame skyriuje minimus dydžius aprašyta sekančiuose skyriuose).

Bendra šio darbo metodo algoritmo schema, aprašoma šiame skyriuje, pavaizduota 2 pav.

Toliau, pasinaudojus šiais rezultatais suskaičiuojamas tikimybinis žvaigždės masės pasiskirstymas per amžius ir metalingumus:

$$m_n(t, Z) = \int m \cdot P_n(t, Z, m|D_n) dm. \quad (3)$$

Panašiai galima įvertinti ir tikėtiniausią žvaigždės masę, jeigu ji būtų tam tikro amžiaus  $t$  ir metalingumo  $Z$ :

$$\bar{m}_n(t, Z) = \frac{\int m \cdot P_n(t, Z, m|D_n) dm}{\int P_n(t, Z, m|D_n) dm}. \quad (4)$$

Šios masių vertės toliau panaudojamos skaičiuojant atkurtą įvairaus amžiaus ir metalingumo populiacijų žvaigždžių pradinių masių skirstinius. Juos lyginant su pradinės masės funkcija gaunami papildomi apribojimai žvaigždžių amžių ir metalingumų verčių tikimybėms. Šie apribojimai seka iš to, kad atkurtą žvaigždėdaros istoriją galima suskaidyti į įvairių amžių, metalingumų ir atitinkamų masių paprastas žvaigždžių populiacijas. Kiekvienos iš šių populiacijų žvaigždžių masių pasiskirstymai turi atitikti pradinės masės funkciją paveiktą matavimų pilnumų ir užgesusių žvaigždžių. Visų tiriamų žvaigždžių amžių ir metalingumų



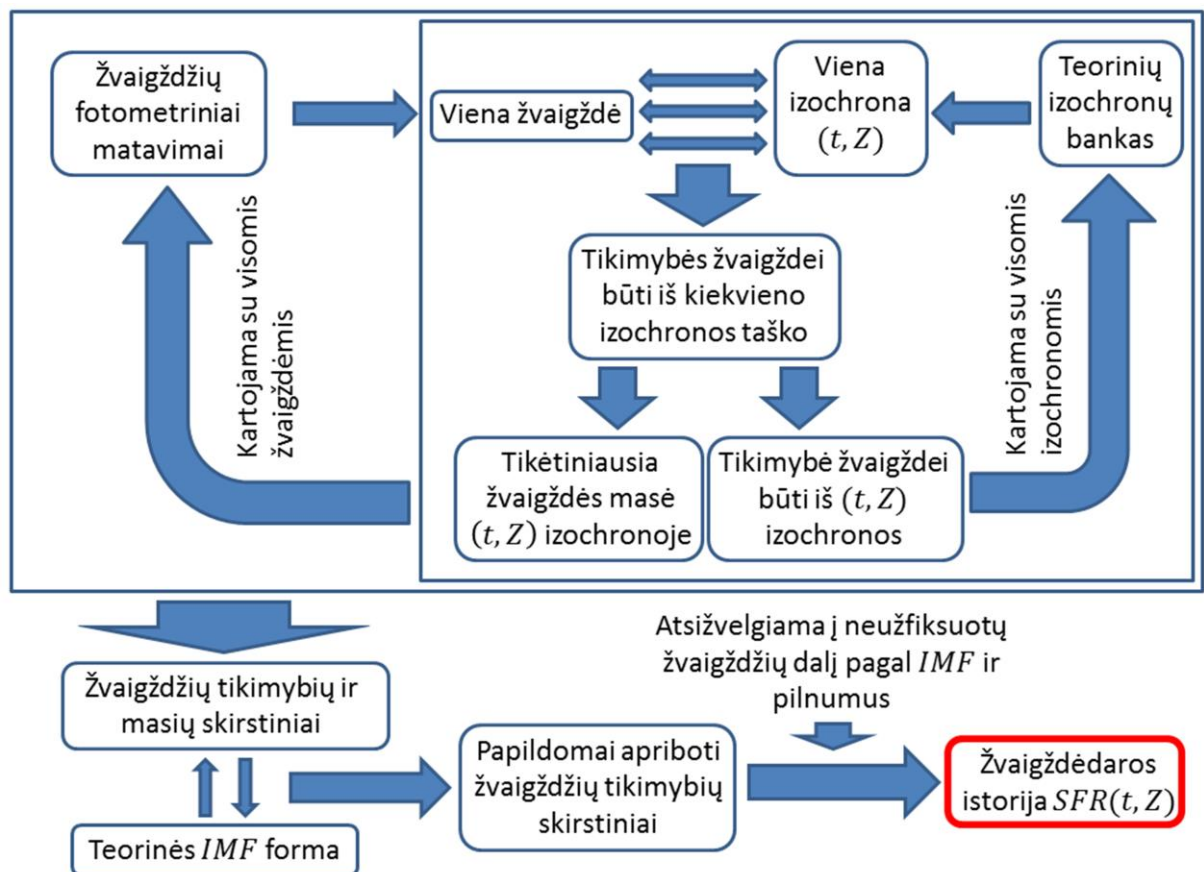
tikimybės yra atitinkamai sumažinamos arba padidintos pagal tai, kaip gerai kiekvieno amžiaus ir metalingumo atkurta populiacija atitinka pradinės masės funkciją:

$$P'_n(t, Z, m|D_n) = \frac{K(t, Z) \cdot P_n(t, Z, m|D_n)}{\iint K(t, Z) \cdot P_n(t, Z, m|D_n) dt dZ'} \quad (5)$$

čia  $P'_n(t, Z, m|D_n)$  – perskaičiuota  $n$ -osios žvaigždės tikimybė būti amžiaus  $t$ , metalingumo  $Z$  ir masės  $m$ , kai jos matavimų duomenys yra  $D_n$ ;  $K(t, Z)$  – amžiaus  $t$  ir metalingumo  $Z$  tikimybių pataisa, visoms žvaigždėms vienoda (priklauso tik nuo amžiaus ir metalingumo); apatinis trupmenos narys skirtas perrašyti naujas tikimybes.

Pasitelkus naujas tikimybes  $P'_n$  vėl perskaičiuojami žvaigždžių masių pasiskirstymai per amžius ir metalingumus:

$$m'_n(t, Z) = \int m \cdot P'_n(t, Z, m|D_n) dm. \quad (6)$$



2 pav. Žvaigždėdaros istorijos nustatymo metodo algoritmo schema.

Toliau panaudojus visų tiriamų žvaigždžių suskaičiuotus masių skirstinius  $m'_n(t, Z)$  suskaičiuojama žvaigždžių formavimosi istorija. Tačiau ji dar papildomai pataisoma atsižvelgus į tai, jog dalis žvaigždžių jau yra užgesusios ir ne visos žvaigždės yra užfiksuojamos dėl matavimų pilnumo efektų:

$$SFR(t, Z) = \frac{I(t, Z) \cdot \sum_n m'_n(t, Z)}{\Delta t(t)}, \quad (7)$$

čia  $SFR(t, Z)$  –  $Z$  metalingumo žvaigždžių formavimosi sparta prieš  $t$  metų;  $I(t, Z)$  – koeficientas įskaitantis jau užgesusių ar neužfiksuotų amžiaus  $t$  ir metalingumo  $Z$  žvaigždžių masę;  $\Delta t(t)$  – laiko žingsnio ties amžiumi  $t$  intervalo ilgis.

Šiame skyriuje buvo aprašytas tik bendras naujo žvaigždėdaros nustatymo metodo veikimo principas (algoritmo schema pavaizduota 2 pav.). Detaliau visi dydžiai ir lygtys aprašyti sekančiuose skyriuose.

## 2.1 Tikėtinumo funkcija $P(D|M)$

Ankstesniame skyriuje aprašant metodo veikimo principą buvo naudojama tikėtinumo funkcija vadinama tikimybe  $P(D_n|t, Z, m)$ , jog pamatavus amžiaus  $t$ , metalingumo  $Z$  ir masės  $m$  žvaigždę, gausime duomenis lygius  $D_n$ . Tačiau nebuvo konkrečiai aprašytas šios tikimybės skaičiavimas pasitelkus žvaigždžių matavimų duomenis bei teorinių izochronų banką. Šiame skyriuje detaliau aprašyti šios tikimybės skaičiavimai bei forma.

Visų pirma, reikia apsibrėžti, kas yra matavimų duomenys  $D_n$  – tai  $n$ -osios tiriamos žvaigždės absoliutiniai ryškiai  $\vec{F}_n$  bei šios žvaigždės išmatuotų regimųjų ryškių koreliacijos matrica  $\Sigma_n$ . Žvaigždės absoliutiniai ryškiai  $\vec{F}_n$  suskaičiuojami iš jos išmatuotų regimųjų ryškių atėmus atstumo modulį bei ekstinkcijos įtaką. Tuo tarpu koreliacijos matrica gaunama iš dirbtinių žvaigždžių testų (angl. *Artificial Star Tests* – AST).

Toliau, pati tikėtinumo funkcija skaičiuojama lyginant konkretų  $t_i$  amžiaus ir  $Z_j$  metalingumo izochronos tašką su tiriamos žvaigždės ryškiais. Tačiau, imamas ne pačios izochronos taškas, bet vidurio vertė tarp dviejų jos taškų ir tuo pačiu šiai vertei priskiriamas visas masių intervalas  $[m_{ijl}; m_{ijl+1})$  (čia  $l$  yra izochronos taško numeris,  $m_{ijl}$  – pirmojo taško masės vertė ir atitinkamai  $m_{ijl+1}$  – sekančio taško masės vertė). Šitaip žvaigždės ryškiai iš karto lyginami su visu izochronos intervalu, o ne diskrečiais jos taškais, kad vėliau integravimą išilgai izochronos būtų galima nesunkiai pakeisti sumavimu.

Žvaigždės ryškių palyginimas su izochronos intervalo vertėmis atliekamas skaičiuojant daugiamačio Gausinio skirstinio tikimybę, jog izochronos intervalo vidurio tašką atitinkančios žvaigždės ryškių matavimai galėtų sutapti su  $\vec{F}_n$  dėl matavimo paklaidų, kurias nusako koreliacijos matrica  $\Sigma_n$ :

$$\begin{aligned} P(D_n|t, Z, m) &= P_n(\vec{F}_n, \Sigma_n | t_i, Z_j, [m_{ijl}; m_{ijl+1})) \\ &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^k |\Sigma_n|}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\vec{F}_n - \vec{f}_{ijl})^T \Sigma_n^{-1} (\vec{F}_n - \vec{f}_{ijl})\right], \end{aligned} \quad (8)$$

čia  $\vec{F}_n$  –  $n$ -osios tiriamos žvaigždės suskaičiuoti absoliutiniai ryškiai,  $\Sigma_n$  –  $n$ -osios žvaigždės matuotų ryškių kovariacijos matrica,  $|\Sigma_n|$  – kovariacijos matricos  $\Sigma_n$  determinantas,  $k$  – išmatuotų skirtingų žvaigždės ryškių skaičius,  $t_i$  – teorinės izochronos amžius,  $Z_j$  – izochronos metalingumas,  $\vec{f}_{ijl} = \vec{f}(t_i, Z_j, [m_{ijl}; m_{ijl+1}])$  – teorinės izochronos su  $t_i$  amžiumi ir  $Z_j$  metalingumu  $l$ -ojo intervalo  $[m_{ijl}; m_{ijl+1})$  absoliutiniai ryškiai.

## 2.2 Apriorinė tikimybė $P(M)$

Apriorinė tikimybė yra kitas svarbus narys skaičiuojant žvaigždės aposteriorinę tikimybę būti tam tikro amžiaus, metalingumo ir masės. Ši tikimybė atspindi mūsų išankstines žinias apie tiriamą žvaigždžių populiaciją, pačias žvaigždes, jų evoliuciją, žvaigždžių parametrų matavimus ir visa kita, kas tik susiję su tiriamais objektais bei jų matavimais.

Kadangi šiame darbe ieškomi žvaigždės modelio parametrai  $M$  susideda iš trijų narių ( $t_i, Z_j, [m_{ijl}; m_{ijl+1})$ ), todėl ir pačią apriorinę tikimybę  $P(M)$  galime išskaidyti į tris narius:

$$P(M) = P(t_i, Z_j, [m_{ijl}; m_{ijl+1})) = P([m_{ijl}; m_{ijl+1})|t_i, Z_j)P(Z_j|t_i)P(t_i). \quad (9)$$

Kiekvienas iš šių trijų narių apibrėžia tikimybę žvaigždei turėti konkrečią atitinkamo parametro vertę nepriklausomai nuo to, kokius žvaigždės matavimus turime. Paskutinis narys  $P(t_i)$  nurodo tikimybę, kad bet kokia žvaigždė gali turėti amžių  $t_i$ . Šiame darbe priimtas bendriausias šios tikimybės variantas ir laikoma, kad visi amžiai yra vienodai tikėtini. Tačiau, naudojamų teorinių izochronų amžiaus žingsnis yra logaritminis. Dėl to, norint užtikrinti vienodas tikimybes visiems amžiams tikimybė  $P(t_i)$  įgauna tokią formą:

$$P(t_i) = \frac{t_{i+1} - t_{i-1}}{2(t_{\max} - t_{\min})}, \quad (10)$$

čia  $t_{\max}$  ir  $t_{\min}$  atitinkamai didžiausias ir mažiausias leistini žvaigždžių amžiai. Šitaip apriorinė amžių tikimybė atsižvelgia į skirtingus amžių intervalų ilgius, kadangi kiekviena diskreti amžiaus vertė atstoja pusę amžių intervalo nuo ankstesnės iki sekančios amžiaus vertės.

Sekantis narys apriorinės tikimybės išraiškoje yra amžiaus-metalingumo sąryšis  $P(Z_j|t_i)$ . Tai tikimybė, jog tam tikro amžiaus  $t_i$  žvaigždė turės metalingumą  $Z_j$ . Šiame darbe žvaigždžių metalingumas fiksuotas ir naudojama tik viena  $Z_j$  vertė, todėl  $P(Z_j|t_i) = 1$ . Tačiau, tiriant kokią nors žvaigždžių populiaciją su šiuo metodu visada yra galimybė panaudoti žinomą amžiaus-metalingumo sąryšį. Vis dėlto, derėtų naudoti tik tikrai patikimą amžiaus-metalingumo sąryšį, nes panaudojus per daug didelius apribojimus galima neteisingai nustatyti žvaigždžių metalingumus, o tai iškraipytų nustatytos žvaigždėdaros istorijos rezultatus.

Paskutinis apriorinės tikimybės narys  $P([m_{ijl}; m_{ijl+1})|t_i, Z_j)$  nusako tikimybę, jog tiriama amžiaus  $t_i$  ir metalingumo  $Z_j$  žvaigždė turės masę pakliūnančią į intervalą  $[m_{ijl}; m_{ijl+1})$ , nepriklausomai kokie tos žvaigždės išmatuoti parametrai. Aišku, negalima neišmatavus žvaigždės parametrų žinoti jos amžių ir metalingumą, tačiau šio darbo metode ši tikimybė naudojama ne tiriama žvaigždei, bet teorinės izochronos taškams su apibrėžtais amžiais ir metalingumais. Tikimybė tiriama žvaigždei būti iš tam tikro izochronos taško (t. y. turėti tos izochronos taško amžių, metalingumą ir masę) šio darbo metode skaičiuojama padarius prielaidą, kad tiriama žvaigždė yra iš būtent to izochronos taško ir matuojant jos ryškiai buvo užfiksuoti kitokios vertės nei yra dėl matavimo paklaidų. Todėl apriorinė tikimybė  $P([m_{ijl}; m_{ijl+1})|t_i, Z_j)$  nepriklauso nuo tiriamos žvaigždės, bet tik nuo izochronos intervalo parametrų, su kuriuo yra lyginama ši žvaigždė.

Bendru atveju tikimybė  $P([m_{ijl}; m_{ijl+1})|t_i, Z_j)$  susideda iš dviejų narių: pradinės masės funkcijos ir matavimų pilnumo funkcijos. Pradinės masės funkcija – tai empiriškai gautas žvaigždžių pradinių masių pasiskirstymas. Jis nusako, kaip dažnai gimsta tam tikros masės žvaigždės lyginant su kitų masių žvaigždėmis. Yra keletas šiuo metu naudojamų empiriškai nustatytų pradinės masės funkcijos formų, tačiau visos jos skiriasi gana nedaug ir didelės įtakos nustatinėjant žvaigždėdaros istoriją nedaro. Matavimų paklaidos bei parametrų išsigimimai nustatomą žvaigždėdaros istoriją iškraipo daug labiau. Dėl to nėra labai didelio skirtumo, kuri iš šiuo metu visuotinai pripažintų pradinės masės funkcijos formų yra naudojama su šio darbo metodu.

Šiame darbe buvo pasirinkta (Kroupa 2001) pradinės masės funkcija:

$$IMF(m) = \frac{1}{N} A m^{-\alpha} \begin{cases} A = 0, & \alpha = 0,3 & , kai & m \leq 0,08 \\ A = 1, & \alpha = 1,3 & , kai & 0,08 < m \leq 0,5 \\ A = 0,5, & \alpha = 2,3 & , kai & 0,5 < m \end{cases} \quad (11)$$

$$N = \int_{M_{\min}}^{M_{\max}} IMF(m) dm,$$

čia  $m$  – žvaigždės masė Saulės masės vienetais  $M_{\odot}$ ,  $N$  – normavimo konstanta,  $M_{\min}, M_{\max}$  – atitinkamai minimali ir maksimali teoriškai galimos žvaigždžių pradinės masės (šiam darbe naudotos tokios vertės:  $M_{\min} = 0,1 M_{\odot}$ ;  $M_{\max} = 100 M_{\odot}$ ),  $A$  – tolydumą užtikrinančios konstantos.

Kadangi šiame darbe aprašomame metode pradinės masės funkcija naudojama konkrečios izochronos masių intervalams, todėl apibrėšime tokį dydį:

$$\overline{IMF}(m_{ijl}, m_{ijl+1}) = \frac{1}{N} \int_{m_{ijl}}^{m_{ijl+1}} IMF(m) dm, \quad (12)$$

$$N = \int_{m_{\min,ij}}^{m_{\max,ij}} IMF(m) dm,$$

čia  $\overline{IMF}(m_{ijl}, m_{ijl+1})$  nusako tikimybę, kad amžiaus  $t_i$  ir metalingumo  $Z_j$  žvaigždės masės vertė pakliūs į intervalą  $[m_{ijl}; m_{ijl+1})$  (atsižvelgus į tai, kad dalis to amžiaus žvaigždžių jau yra užgesusių);  $m_{\max,ij}$  – dar neužgesusios masyviausios amžiaus  $t_i$  ir metalingumo  $Z_j$  žvaigždės masės vertė;  $m_{\min,ij}$  – minimali galima amžiaus  $t_i$  ir metalingumo  $Z_j$  žvaigždės masės vertė.

Matavimų pilnumo funkcija  $C(\vec{f}, \vec{X})$  nusako tikimybę žvaigždei būti išmatuotai, jeigu jos ryškiai yra  $\vec{f}$  ir padėtis nuotraukoje yra  $\vec{X}$ . Kadangi kuo silpnesnė žvaigždė, tuo sunkiau yra ją išskirti iš bendro fotonų triukšmo nuotraukoje, tuo ir tikimybė tokią silpną žvaigždę pamatuoti yra mažesnė. Be to, tikimybė užfiksuoti žvaigždę taip pat priklauso ir nuo jos padėties nuotraukoje. Taip nutinka dėl įvairių priežasčių. Keletas iš jų gali būti CCD kameros nevienodas jautrumas skirtingose jos dalyse, optikos sukelti iškraipymai, skirtingas fono lygis ar tiesiog didesnis žvaigždžių tankis skirtingose nuotraukos vietose. Matavimų pilnumo funkcija gaunama iš AST testų rezultatų. Šiame darbe atliekant testus su dirbtinėmis žvaigždžių populiacijomis buvo panaudota laipto formos matavimų pilnumo funkcija be priklausomybės nuo žvaigždės padėties:

$$C(\vec{f}_{ijl}) = \begin{cases} 0, & \text{kai } m_{vijl} \geq m_{V\max} \\ 1, & \text{kai } m_{vijl} < m_{V\max} \end{cases}, \quad (13)$$

čia  $m_{vijl}$  – amžiaus  $t_i$ , metalingumo  $Z_j$  izochronos  $l$ -ojo intervalo vidurio taško regimasis ryškis pro  $V$  filtrą;  $m_{V\text{limit}}$  – didžiausias regimasis ryškis pro  $V$  filtrą, iki kurio dar užregistruojamos žvaigždės. Kaip ir į pradinės masės funkciją, į pilnumo funkciją įstatomi ne tiriamos žvaigždės ryškiai, bet teorinės izochronos taško ryškiai, su kuriuo tuo metu yra lyginama tiriamą žvaigždę.

### 2.3 Aposteriorinė tikimybė $P(M|D)$

Žvaigždės aposteriorinė tikimybė  $P_n(t, Z, m|D_n)$  nusako tikimybę, jog žvaigždės parametrai yra lygūs  $(t, Z, m)$  atsižvelgus į turimus žvaigždės matavimus  $D_n$ . Dabar, sustačius visų jos narių konkrečias išraiškas į (2) lygtį, galima užrašyti pilną aposteriorinės tikimybės formą:

$$\begin{aligned}
 P_n(t, Z, m|D_n) &= P_n(t_i, Z_j, [m_{ijl}; m_{ijl+1}] | \vec{F}_n, \Sigma_n) \\
 &= \frac{1}{N} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^k |\Sigma_n|}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (\vec{F}_n - \vec{f}_{ijl})^T \Sigma_n^{-1} (\vec{F}_n - \vec{f}_{ijl}) \right] \\
 &\quad * C(\vec{f}_{ijl}, \vec{X}_n) \overline{IMF}(m_{ijl}, m_{ijl+1}) P(Z_j | t_i) \frac{t_{i+1} - t_{i-1}}{2(t_{\max} - t_{\min})}, \\
 N &= \sum_i \sum_j P_n(t_i, Z_j, [m_{ijl}; m_{ijl+1}] | \vec{F}_n, \Sigma_n),
 \end{aligned} \tag{14}$$

čia  $n$  – tiriamos žvaigždės numeris;  $\vec{F}_n$  – tiriamos žvaigždės suskaičiuoti absoliutiniai ryškiai;  $\Sigma_n$  – žvaigždės ryškių matavimų koreliacinė matrica;  $k$  – panaudotų skaičiavimuose žvaigždės skirtingų ryškių skaičius;  $i$  – teorinės izochronos amžiaus  $t_i$  numeris;  $j$  – teorinės izochronos metalingumo  $Z_j$  numeris;  $m_{ijl}$  – amžiaus  $t_i$  ir metalingumo  $Z_j$  izochronos  $l$ -ojo taško masės vertė;  $\vec{f}_{ijl}$  – amžiaus  $t_i$  ir metalingumo  $Z_j$  izochronos  $l$ -ojo masių intervalo vidurio taško absoliutiniai ryškiai;  $N$  – normavimo konstanta;  $\vec{X}_n$  – tiriamos žvaigždės padėties koordinatės nuotraukoje;  $C(\vec{f}_{ijl}, \vec{X}_n)$  – matavimų pilnumo funkcija  $\vec{f}_{ijl}$  ryškiais ir  $\vec{X}_n$  koordinatėms nuotraukoje (iš (13) lygties);  $\overline{IMF}(m_{ijl}, m_{ijl+1})$  – pradinės masės funkcijos integralas  $[m_{ijl}; m_{ijl+1}]$  masių intervale;  $P(Z_j | t_i)$  – amžiaus-metalingumo sąryšis;  $t_{\min}, t_{\max}$  – minimali ir maksimali leistina žvaigždžių amžių vertės.

### 2.4 Žvaigždžių populiacijos parametrų nustatymas

Pasinaudojus suskaičiuotomis tiriamų žvaigždžių tikimybėmis  $P_n(t, Z, m|D_n)$ , toliau įvertinama kiekvienos iš šių žvaigždžių tikėtiniausia masė, jeigu žvaigždė būtų tam tikro amžiaus  $t_i$  ir metalingumo  $Z_j$ :

$$\overline{m}_n(t_i, Z_j) = \frac{\sum_l \left( \frac{m_{ijl} + m_{ijl+1}}{2} \right) P_n(t_i, Z_j, [m_{ijl}; m_{ijl+1}] | \vec{F}_n, \Sigma_n)}{\sum_l P_n(t_i, Z_j, [m_{ijl}; m_{ijl+1}] | \vec{F}_n, \Sigma_n)}. \tag{15}$$

Iš šių tikėtiniausių masių suskaičiuojami atkurtų populiacijų žvaigždžių masių pasiskirstymai konkretiems amžiams  $t_i$  ir metalingumams  $Z_j$ :

$$Y(m, t_i, Z_j) = \sum_n \delta_{m, \overline{m}_n(t_i, Z_j)} \sum_l P_n(t_i, Z_j, [m_{ijl}; m_{ijl+1}] | \vec{F}_n, \Sigma_n), \tag{16}$$

$$\delta_{x,y} = \begin{cases} 1, & \text{kai } x = y \\ 0, & \text{kai } x \neq y \end{cases}$$

čia antroji suma per izochronos taškus yra lygi tikimybei, kad  $n$ -toji žvaigždė yra amžiaus  $t_i$  bei metalingumo  $Z_j$  ir turi masę  $\overline{m}_n(t_i, Z_j)$ ;  $\delta_{x,y}$  – Kronekerio delta funkcija realiems skaičiams.

Tuomet šie atkurti  $Y(m, t_i, Z_j)$  masių pasiskirstymai lyginami su pradinės masės funkcija, atsižvelgus į matavimų pilnumų įtaką bei užgesusias žvaigždes. Iš to suskaičiuojami papildomi svoriai  $K(t_i, Z_j)$  kiekvienam amžiui ir metalingumui – kuo geriau tam tikro amžiaus ir metalingumo atkurtos populiacijos žvaigždžių masių pasiskirstymas atitinka pradinės masės funkciją, tuo ta amžiaus ir metalingumo kombinacija yra labiau tikėtina. Ir atvirkščiai – blogai atkurtų pasiskirstymų –  $(t_i, Z_j)$  mažiau tikėtini.

Pirmiausia, suskaičiuojami pradinės masės funkcijos pasiskirstymai kiekvieno amžiaus ir metalingumo izochronoms, su kuriais bus lyginami atkurti pasiskirstymai  $Y(m, t_i, Z_j)$ . Atliekant skaičiavimus, taip pat reikia įskaityti matavimų pilnumą ir užgesusias žvaigždes:

$$Y_{\text{Teor}}(m, t_i, Z_j) = \frac{1}{N} \delta_{m, \left(\frac{m_{ijl} + m_{ijl+1}}{2}\right)} \overline{IMF}(m_{ijl}, m_{ijl+1}) \frac{\sum_n C(\vec{f}_{ijl}, \vec{X}_n)}{\sum_n 1},$$

$$N = \int_{m_{\min, ij}}^{m_{\max, ij}} Y_{\text{Teor}}(m, t_i, Z_j) dm, \quad (17)$$

$$\delta_{x,y} = \begin{cases} 1, & \text{kai } x = y \\ 0, & \text{kai } x \neq y \end{cases}$$

čia  $\delta_{x,y}$  – Kronekerio delta funkcija realiems skaičiams, o kiti žymėjimai tokie pat kaip (14) lygtyje.  $Y_{\text{Teor}}(m, t_i, Z_j)$  sunormuota taip, kad  $\int_0^{+\infty} Y_{\text{Teor}}(m, t_i, Z_j) dm = 1$ .

Prieš lyginant teorinį masių pasiskirstymą su atkurtu, dar kiekvienam izochronos intervalui suskaičiuojami svoriai pagal tai, kiek yra gretimų izochronų intervalo vidurio taškui vienos ryškių matavimų paklaidos atstumu ryškių erdvėje (atsižvelgiama į skirtingus izochronų išsigimimus skirtingose izochronos vietose). Taip pat, atitinkamai koreguojamas intervalo svoris pagal tai, kokia dalis visų populiacijos žvaigždžių turėtų patekti į tą masių intervalą:

$$\beta(t_i, Z_j, [m_{ijl}; m_{ijl+1}]) = \frac{\overline{IMF}(m_{ijl}, m_{ijl+1})}{Q_{\text{gret.}}^2}, \quad (18)$$

čia  $\beta(t_i, Z_j, [m_{ijl}; m_{ijl+1}])$  – amžiaus  $t_i$  ir metalingumo  $Z_j$  izochronos  $[m_{ijl}; m_{ijl+1}]$  masių intervalo svoris;  $Q_{\text{gret.}}$  - kiek vienos ryškių matavimų paklaidos atstumu ryškių erdvėje yra gretimų izochronų  $[m_{ijl}; m_{ijl+1}]$  intervalo vidurio taškui.

Tuomet atkurtas  $Y(m, t_i, Z_j)$  ir teorinis  $Y_{\text{Teor}}(m, t_i, Z_j)$  masių pasiskirstymai kiekvienai izochronai atskirai suskaidomi į didesnius masių intervalus, kad atsitiktiniai mažo žvaigždžių skaičiaus svyravimai darytų mažesnę įtaką skirstinių palyginimui. Intervalai parenkami taip, kad

pagrindinėje sekoje į kiekvieną masių intervalą pakliūtų bent po 5 žvaigždes, o vėlyvesnių evoliucinių stadijų izochronos daly – bent po 3. Jei žvaigždžių neužtenka, paliekami du intervalai – pagrindinės sekos ir vėlyvesnių evoliucinių stadijų izochronos intervalai.

Toliau lyginami masių pasiskirstymai ir skaičiuojami papildomi svoriai  $K(t_i, Z_j)$  kiekvienam amžiui ir metalingumui. Pirmiausia, skaičiuojamos Puasoninio skirstinio tikimybės, jog į atitinkamą izochronos masių intervalą paklius  $Y([m_{ijs}; m_{ijs+1}], t_i, Z_j)$  skaičius žvaigždžių (toliau sutrumpintai žymėsiu  $Y_{ijs}$  – nustatytas žvaigždžių skaičius, pakliūvantis į  $s$  masių intervalą), jeigu vidutiniškai turėtų pakliūti  $Y_{Teor,ijs} \cdot W$  žvaigždžių (teoriškai suskaičiuotas žvaigždžių skaičius, kuris turėtų pakliūti į  $s$  masių intervalą). Čia  $W$  yra  $\int Y(m, t_i, Z_j) dm$  – visas  $(t_i, Z_j)$  izochronai priskirtas žvaigždžių skaičius. Be to, kiekviena iš šių tikimybių padauginama iš atitinkamo intervalo svorio  $\bar{\beta}(t_i, Z_j, [m_{ijs}; m_{ijs+1}])$  (čia  $\bar{\beta}$  yra visų izochronos masių intervalų svorių  $\beta$  vidurkis, kurie pakliūva į didesnę  $[m_{ijs}; m_{ijs+1}]$  intervalą).

Taip pat, analogiškai suskaičiuojamos tokios pat Puasoninio skirstinio tikimybės kiekvienam masių intervalui, tik visas izochronai priskirtų žvaigždžių skaičius laikomas ne  $W$ , bet išskaičiuojamas iš vienam intervalui priskirtų žvaigždžių skaičiaus –  $W_s' = Y_{ijs}/Y_{Teor,ijs}$ . Tokios pat tikimybės suskaičiuojamos kartojant  $W_s'$  skaičiavimus su visais izochronos intervalais. Taip papildomai sumažinami rezultatų svyravimai atsirandantys dėl to, kad tik tam tikroms izochronos dalims galėjo būti priskirta didesnis ar mažesnis nei turėtų žvaigždžių skaičius.

Tada, kiekvienai tos pačios izochronos masių intervalų porai  $(s, u)$  suskaičiuojamos sąlyginės tikimybės turėti atitinkamai  $Y_{ijs}$  ir  $Y_{iju}$  žvaigždžių, kai tikrosios vidutinės žvaigždžių skaičiaus vertės tuose intervaluose atitinkamai yra  $Y_{Teor,ijs}$  ir  $Y_{Teor,iju}$ . Šios tikimybės formą galima išvesti iš Puasono skirstinio. Jei  $X$  ir  $Y$  yra du nepriklausomi atsitiktiniai Puasoniniai dydžiai su atitinkamais  $a$  ir  $b$  vidurkiais, tuomet ir dydis  $X + Y$  yra Puasoninis atsitiktinis dydis su vidurkiu  $a + b$ . Tada visiems  $0 \leq k \leq n$  tikimybė, kad  $X = k$ , kai  $X + Y = n$ :

$$P(X = k | X + Y = n) = \frac{P(X = k)P(Y = n - k)}{P(X + Y = n)} = \frac{\varphi_a(k)\varphi_b(n - k)}{\varphi_{a+b}(n)}, \quad (19)$$

$$\varphi_a(\tau) = e^{-a} \frac{a^\tau}{\tau!},$$

Šiek tiek pertvarkius viršutinę lygtį gauname, kad ši tikimybė atitinka binominį skirstinį:

$$P(X = k | X + Y = n) = \frac{n!}{k!(n - k)!} p^k (1 - p)^{n - k}, \quad (20)$$

$$p = \frac{a}{a + b},$$



Pasinaudojant šia lygtimi suskaičiuojamos tikimybės  $P(Y_{ijs} = k | Y_{ijs} + Y_{iju} = n)$ , su vidurkais  $a = Y_{\text{Teor},ijs}$  ir  $b = Y_{\text{Teor},iju}$ .

Galiausiai, skaičiuojami kiekvienam amžiui ir metalingumui papildomi svoriai  $K(t_i, Z_j)$ . Pirmiausia, sudauginamos visų trijų tipų tikimybės visiems vienos izochronos intervalams. Kiekviena atitinkamo intervalo tikimybė pakeliama laipsniu  $\bar{\beta}_{ijs}$  (tikimybės, skaičiuotos iš dviejų intervalų  $s$  ir  $u$ , pakeliamos tų intervalų svorių geometrinium vidurkiu  $\sqrt{\bar{\beta}_{ijs}\bar{\beta}_{iju}}$ ). Tuomet iš visos šios tikimybių sandaugos ištraukiama tokio laipsnio šaknis, kiek sandaugoje yra narių – gaunamas tikimybių su svoriais geometrinis vidurkis:

$$K(t_i, Z_j) = \left[ \left( \prod_{s=1}^V \varphi_{Y_{\text{Teor},ijs} \cdot W}(Y_{ijs}) \bar{\beta}_{ijs} \right) * \left( \prod_{s=1}^V \prod_{u=1}^V \varphi_{Y_{\text{Teor},iju} \cdot W_s'}(Y_{iju}) \sqrt{\bar{\beta}_{ijs}\bar{\beta}_{iju}} \right) * \left( \prod_{s=1}^V \prod_{u=1}^V P_{Y_{\text{Teor},ijs}|Y_{\text{Teor},iju}}(Y_{ijs} = k | Y_{ijs} + Y_{iju} = n) \sqrt{\bar{\beta}_{ijs}\bar{\beta}_{iju}} \right) \right]^{\frac{1}{V+2V^2}}, \quad (21)$$

$$P_{a|b}(X = k | X + Y = n) = \frac{n!}{k!(n-k)!} \left( \frac{a}{a+b} \right)^k \left( 1 - \frac{a}{a+b} \right)^{n-k},$$

$$\varphi_\alpha(\tau) = e^{-\alpha} \frac{\alpha^\tau}{\tau!}, \quad W_s' = Y_{ijs}/Y_{\text{Teor},ijs}, \quad W = \sum_{s=1}^S Y_{ijs},$$

čia  $V$  – į kokį skaičių intervalų suskaidyta izochrona; kiti žymėjimai tokie pat, kaip ankstesnėse šio skyriaus lygtyse.

Tuomet, pasinaudojus (5) lygtimi perskaičiuojamos tikimybės žvaigždei būti amžiaus  $t_i$ , metalingumo  $Z_j$  ir su mase pakliūvančia į intervalą  $[m_{ijl}; m_{ijl+1})$ :

$$P'_n(t_i, Z_j, [m_{ijl}; m_{ijl+1}) | \vec{F}_n, \Sigma_n) = \frac{K(t_i, Z_j) \cdot P_n(t_i, Z_j, [m_{ijl}; m_{ijl+1}) | \vec{F}_n, \Sigma_n}{\sum_i \sum_j K(t_i, Z_j) \cdot P_n(t_i, Z_j, [m_{ijl}; m_{ijl+1}) | \vec{F}_n, \Sigma_n}. \quad (22)$$

Bei pasinaudojus (6) lygtimi perskaičiuojami žvaigždžių masių pasiskirstymai per amžius ir metalingumus:

$$m'_n(t_i, Z_j) = \sum_l \frac{m_{ijl} + m_{ijl+1}}{2} \cdot P'_n(t_i, Z_j, [m_{ijl}; m_{ijl+1}) | \vec{F}_n, \Sigma_n). \quad (23)$$

Galiausiai, pasinaudojus šiais rezultatais, pagal (7) lygtį suskaičiuojama žvaigždžių formavimosi istorija:

$$SFR(t_i, Z_j) = \frac{\sum_n I_n(t_i, Z_j) \cdot m'_n(t_i, Z_j)}{\Delta t(t_i)}, \quad (24)$$

$$I_n(t_i, Z_j) = \frac{\int_{M_{\min}}^{M_{\max}} m \cdot IMF(m) dm}{\sum_l C(\vec{f}_{ijl}, R_n) IMF(m_{ijl}, m_{ijl+1})}$$

čia  $SFR(t_i, Z_j)$  –  $Z_j$  metalingumo žvaigždžių formavimosi sparta prieš  $t_i$  metų;  $I_n(t_i, Z_j)$  – koeficientas įskaitantis jau užgesusių ar neužfiksuotų amžiaus  $t_i$  ir metalingumo  $Z_j$  žvaigždžių masę;  $\Delta t(t_i)$  – laiko žingsnio ties amžiumi  $t_i$  intervalo ilgis;  $M_{\min}, M_{\max}$  – atitinkamai minimali ir maksimali teoriškai galimos žvaigždžių pradinės masės (šiam darbe naudotos tokios vertės:  $M_{\min} = 0,1 M_{\odot}$ ;  $M_{\max} = 100 M_{\odot}$ ).

## 2.5 Paklaidų įvertinimas

Šis skyrius parengtas remiantis magistro studijų mokslo tiriamuoju darbu III/III (Čeponis 2017).

Nėra lengva įvertinti nustatytos žvaigždėdaros istorijos patikimumo ribas. Įvairių parametų išsigimimai, statistinės paklaidos, pilnumai, matavimų paklaidos, žvaigždžių modelių netikslumai visai iškreipia atkuriamos žvaigždėdaros formą. Pilnai išnarplioti, kaip kuris veiksnys veikia rezultatų patikimumą, labai sudėtinga. Šiame skyriuje aprašyta, kaip šio darbo metode bandoma bent iš dalies atsižvelgti į keleto didžiausias paklaidas suteikiančių veiksnių įtaką rezultatų patikimumui.

Pirmiausia, prieš skaičiuojant žvaigždėdaros istoriją, kiekvienai nagrinėjamai žvaigždei sugeneruojama papildomai dar po 9 matavimus. Matavimai imituojami iš naujo sugeneruojant žvaigždės ryškius pasitelkus daugiamačią normalųjį skirstinį ir žvaigždės ryškių paklaidas. Pradiniai žvaigždės ryškiai panaudojami kaip normaliojo skirstinio vidurkiai. Po šios procedūros gaunami 10 tiriamos žvaigždžių populiacijos variantų. Kiekvienam iš jų atskirai nustatoma žvaigždėdaros istorija. Šių dešimties žvaigždėdaros istorijų vidurkis laikomas nustatyta tiriamos žvaigždžių populiacijos žvaigždėdaros istorija, o jos paklaidos prilyginamos iš dešimties žvaigždėdaros istorijų išskaičiuotiems standartiniams nuokrypiais  $\sigma_{\alpha}(t, Z)$  ties kiekvienu amžiumi  $t$  ir metalingumu  $Z$ .

Toliau dar papildomai atsižvelgiama į tai, jog tam tikro amžiaus  $t$  ir metalingumo  $Z$  žvaigždžių populiacijoje gimė diskretus baigtinis skaičius žvaigždžių. Ši stochastika įneša papildomas paklaidas. Joms įvertinti, pirmiausia, suskaičiuojama, kiek vidutiniškai turėjo gimti žvaigždžių kiekvieno amžiaus  $t$  ir metalingumo  $Z$  populiacijose laikant, kad tos populiacijos pradinė masė lygi nustatytajai  $M(t, Z) = SFR(t, Z)\Delta t(t)$  pagal (24) lygtį. Pasinaudojus izochronomis, pradinės masės funkcija ir matavimų pilnumo funkcija, suskaičiuojama, kokią vidutinę pradinę masę turi šiuo metu dar matomos (taip pat įskaitant matavimų pilnumą) tos populiacijos žvaigždės. Padalinus šiuo metu dar matomų amžiaus  $t$  ir metalingumo  $Z$  populiacijos žvaigždžių masę iš apskaičiuotos vidutinės masės gaunama koks skaičius  $N_{zv.}(t, Z)$  tos populiacijos žvaigždžių turėtų būti stebimos. Kadangi visa šios populiacijos masė buvo

nustatyta iš šių  $N_{zv.}(t, Z)$  žvaigždžių, todėl ir visos pradinės masės santykinė paklaida  $\sigma_S(t, Z)$  turėtų būti lygi šių dar matomų  $N_{zv.}(t, Z)$  žvaigždžių skaičiaus santykinei paklaidai  $\frac{\sqrt{N_{zv.}(t, Z)}}{N_{zv.}(t, Z)} = \sigma_S(t, Z)$  (laikome, kad atsitiktinis žvaigždžių skaičius seka Puasono skirstinį).

Galiausiai bendrą nustatytos žvaigždėdaros paklaidą  $\sigma_{SFR}(t, Z)$  gauname iš aprašytų paklaidų geometrinio vidurkio  $\sigma_{SFR}(t, Z) = \sqrt{\sigma_S^2(t, Z) + \sigma_\alpha^2(t, Z)}$ . Aišku, šios paklaidos neatsižvelgia pilnai į parametrų išsigimimo, statistinių paklaidų, pilnumų, matavimų paklaidų poveikį nustatytos žvaigždėdaros istorijos tikslumui. Tačiau jos bent nurodo apatinę paklaidų ribą.

### 3 Sintetinių žvaigždžių populiacijų testai

Patikrinti šiame darbe aprašyto žvaigždėdaros istorijos nustatymo algoritmo veikimui bei rezultatų patikimumui buvo atlikti testai su dirbtinių žvaigždžių populiacijomis sugeneruotomis pagal įvairias užduotas žvaigždėdaros istorijas.

Dirbtinės žvaigždžių populiacijos buvo generuojamos taip: pagal užduotą žvaigždėdaros istoriją  $SFR_{užd.}(t, Z)$  sugeneruojama atitinkamos pradinės masės  $M_{užd.}(t, Z) = SFR_{užd.}(t, Z) \cdot \Delta t(t)$ , tam tikro amžiaus  $t$  ir metalingumo  $Z$  žvaigždžių populiacija. Pirmiausia, pagal žvaigždžių pradinės masės funkciją  $IMF(m)$  atsitiktinai sugeneruojamos populiacijos žvaigždžių pradinių masių vertės (tiek, kad visų žvaigždžių suminė masė būtų lygi  $M_{užd.}(t, Z)$ ). Naudojantis sugeneruotomis pradinių masių vertėmis, iš interpoliuotų teorinių izochronų išskaičiuojama, kokius absoliutinius  $B$ ,  $V$  ir  $I$  filtrų ryškius šiuo metu turėtų turėti atitinkamos masės, amžiaus ir metalingumo žvaigždės (jau užgesusios žvaigždės pašalinamos). Teorinės izochronos interpoliuotos išilgai, kad kiekvienos izochronos taškai būtų išsidėstę pakankamai tolydžiai - dviejų gretimų izochronos taškų žvaigždinės masės vertės nesiskirtų daugiau nei per  $0,1 M_{\odot}$ . Toliau prie sugeneruotų žvaigždžių absoliutinių ryškių pridedami atstumo modulio vertė  $(m - M)$  bei ekstinkcijos koeficientai atitinkamiems ryškiams. Tuomet gauti ryškiai paveikiami Gausinėmis matavimo paklaidomis atitinkančiomis Subaru teleskopo Suprime-Cam kameros atliekamų žvaigždžių matavimų fotometrines paklaidas. Joms įvertinti buvo panaudotas Leo A žvaigždžių katalogas (Stonkutė 2007, Stonkutė et al. 2014) (3 pav.). Galiausiai visos likusios dirbtinės žvaigždės paveikiamos matavimų pilnumo funkcija: jei tam tikrai žvaigždei matavimų pilnumo funkcijos vertė yra  $C_n$ , tuomet atsitiktinai generuojamas skaičius  $\alpha$  intervale  $[0; 1]$ ; jei  $\alpha \leq C_i$ , žvaigždė paliekama; jei  $\alpha > C_i$ , žvaigždė ištrinama. Ši procedūra kartojama visiems amžiams  $t$  ir metalingumams  $Z$  – gaunama dirbtinių žvaigždžių populiacija su  $SFR_{užd.}(t, Z)$  žvaigždėdaros istorija.

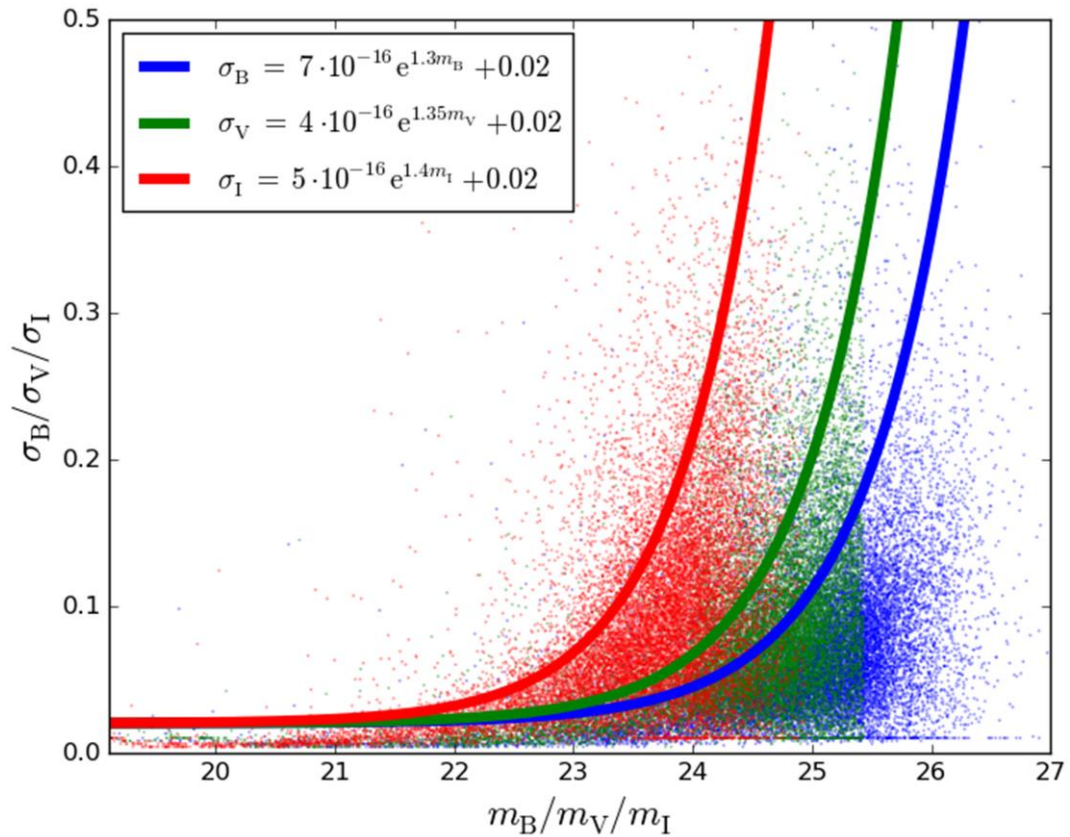
Visi žvaigždėdaros nustatymo skaičiavimai šiame darbe atlikti naudojantis Padova duomenų bazės teorinėmis izochromomis (Bressan et al. 2012, Chen et al. 2014, Maíz Apellániz 2006, Tang et al. 2014). Naudojama *UBVR<sub>I</sub>JHK* fotometrinė sistema (Bessell 1990). Visos dirbtinai sugeneruotos žvaigždžių populiacijos bei teorinės izochronos vieno metalingumo  $Z = 0,0007$ . Naudotų izochronų amžių intervalas nuo 4 mln. metų iki 14 mlrd. m. Generuojant žvaigždžių populiacijas panaudotas logaritminis amžiaus žingsnis  $\Delta t_{gen} = 0,05$  dex, o atkuriant žvaigždėdaros istoriją – dvigubai didesnis  $\Delta t_{atk} = 0,1$  dex. Taip siekiama užtikrinti didesnę rezultatų patikimumą. Be to, realybėje laikas yra tolydus, todėl naudojant mažesnius laiko žingsnius žvaigždžių generavimui nei žvaigždėdaros istorijos atkūrimui gaunami labiau realių objektų tyrimus atspindintys rezultatai.

Pagal aukščiau aprašytą dirbtinių žvaigždžių populiacijų generavimo algoritmą buvo sugeneruotos įvairias žvaigždėdaros istorijas turinčios žvaigždžių populiacijos su įvairiu matavimų pilnumu. Visoms populiacijoms užduotas tas pats atstumas  $d = 100\,000$  kpc, tai atitinka  $(m - M) = 20$  atstumo modulį. Tarpžvaigždinė ekstinkcija nemodeliuota ir visoms generuotoms žvaigždėms lygi nuliui. Žvaigždėdaros istorijos nustatytos naudojantis trijų filtrų  $B$ ,  $V$  ir  $I$  ryškiais, o matavimų pilnumo funkcijos panaudotos laipto formos – laikoma, kad iki tam tikro regimojo žvaigždžių ryškio  $m_{V_{\max}}$  pro  $V$  filtrą užfiksuojamos visos žvaigždės, o silpnesnės  $m_V > m_{V_{\max}}$  – neišmatuojamos. Pagal užduotas žvaigždėdaros istorijas testai suskirstyti į keturias grupes:

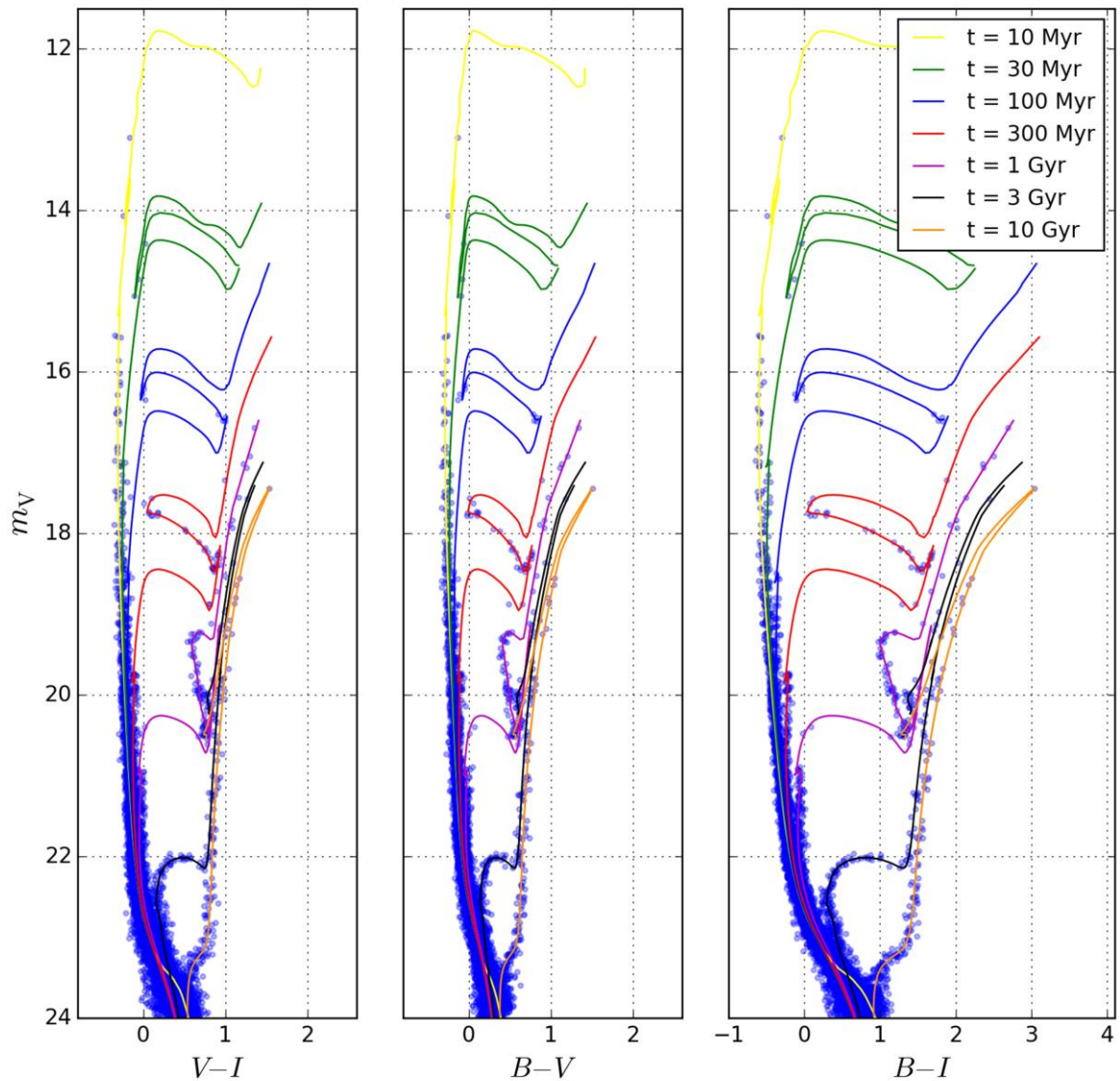
1. Užduodamas tik vienas žvaigždėdaros žybsnis – sugeneruojama tik viena žvaigždžių populiacija susikūrusi per vieną amžiaus žingsnį  $\Delta t_{\text{gen}} = 0,05$  dex. Vienos tokios žvaigždžių populiacijos pradinė masė  $M_{\text{užd.}} = 10\,000 M_{\odot}$ . Tokia masės vertė pasirinkta tam, kad kiekvieno amžiaus populiacijose būtų matoma pakankamai žvaigždžių žvaigždėdaros istorijai nustatyti ir atitiktų tipišką vienos žvaigždžių populiacijos ar padrikojo spiečiaus masę. Populiacijos sugeneruotos septynių skirtingų amžių  $t_{\text{pop}} = \{10 \text{ Myr}; 30 \text{ Myr}; 100 \text{ Myr}; 300 \text{ Myr}; 1 \text{ Gyr}; 3 \text{ Gyr}; 10 \text{ Gyr}\}$  (atitinka  $\{7.0; 7.5; 8.0; 8.5; 9.0; 9.5; 10.0\}$  dex m. amžius) ir su šešiomis skirtingomis matavimų pilnumo ribomis  $m_{V_{\max}} = \{19.0; 20.0; 21.0; 22.0; 23.0; 24.0\}$ . Kiekvienai populiacijos amžiaus  $t_{\text{pop}}$  ir  $m_{V_{\max}}$  vertei sugeneruota po 100 populiacijų, kad rezultatai nepriklausytų nuo stochastikos. Kiekvienai iš 100 populiacijų nustatoma žvaigždėdaros istorija atskirai, bet bendras rezultatas pateikiamas kaip šių 100 realizacijų žvaigždėdaros istorijų vidutinė vertė.
2. Užduodami trys žvaigždėdaros žybsniai – sugeneruojamos trys žvaigždžių populiacijos, kurių kiekviena susikuria per vieną amžiaus žingsnį  $\Delta t_{\text{gen}} = 0,05$  dex ir turi pradinę masę  $M_{\text{užd.}} = 10\,000 M_{\odot}$ . Panaudotos keturios amžių kombinacijos: trys su 1,0 dex tarpais tarp dviejų amžių  $t_{\text{pop1}} = \{10 \text{ Myr}; 100 \text{ Myr}; 1 \text{ Gyr}\}$ ,  $t_{\text{pop2}} = \{30 \text{ Myr}; 300 \text{ Myr}; 3 \text{ Gyr}\}$ ,  $t_{\text{pop3}} = \{100 \text{ Myr}; 1 \text{ Gyr}; 10 \text{ Gyr}\}$  ir viena su 1,5 dex tarpais tarp dviejų amžių  $t_{\text{pop4}} = \{10 \text{ Myr}; 300 \text{ Myr}; 10 \text{ Gyr}\}$ . Visos populiacijos sugeneruotos su šešiais skirtingais  $m_{V_{\max}} = \{19.0; 20.0; 21.0; 22.0; 23.0; 24.0\}$  matavimų pilnumais. Kiekvienai populiacijos amžių kombinacijai ir  $m_{V_{\max}}$  vertei vėlgi sugeneruota po 100 realizacijų ir nustatytos vidutinės žvaigždėdaros istorijos.
3. Užduodami septyni žvaigždėdaros žybsniai - sugeneruojamos septynios žvaigždžių populiacijos, kurių kiekviena susikuria per vieną amžiaus žingsnį  $\Delta t_{\text{gen}} = 0,05$  dex ir turi pradinę masę  $M_{\text{užd.}} = 10\,000 M_{\odot}$  (4 pav.). Panaudoti pilnumai  $m_{V_{\max}} =$

{19.0; 20.0; 21.0; 22.0; 23.0; 24.0} ir amžiai –  $t_{\text{pop}} = \{10 \text{ Myr}; 30 \text{ Myr}; 100 \text{ Myr}; 300 \text{ Myr}; 1 \text{ Gyr}; 3 \text{ Gyr}; 10 \text{ Gyr}\}$ . Vėlgi kiekvienai  $m_{V\text{max}}$  vertei sugeneruota po 100 realizacijų ir nustatytos vidutinės žvaigždėdaros istorijos.

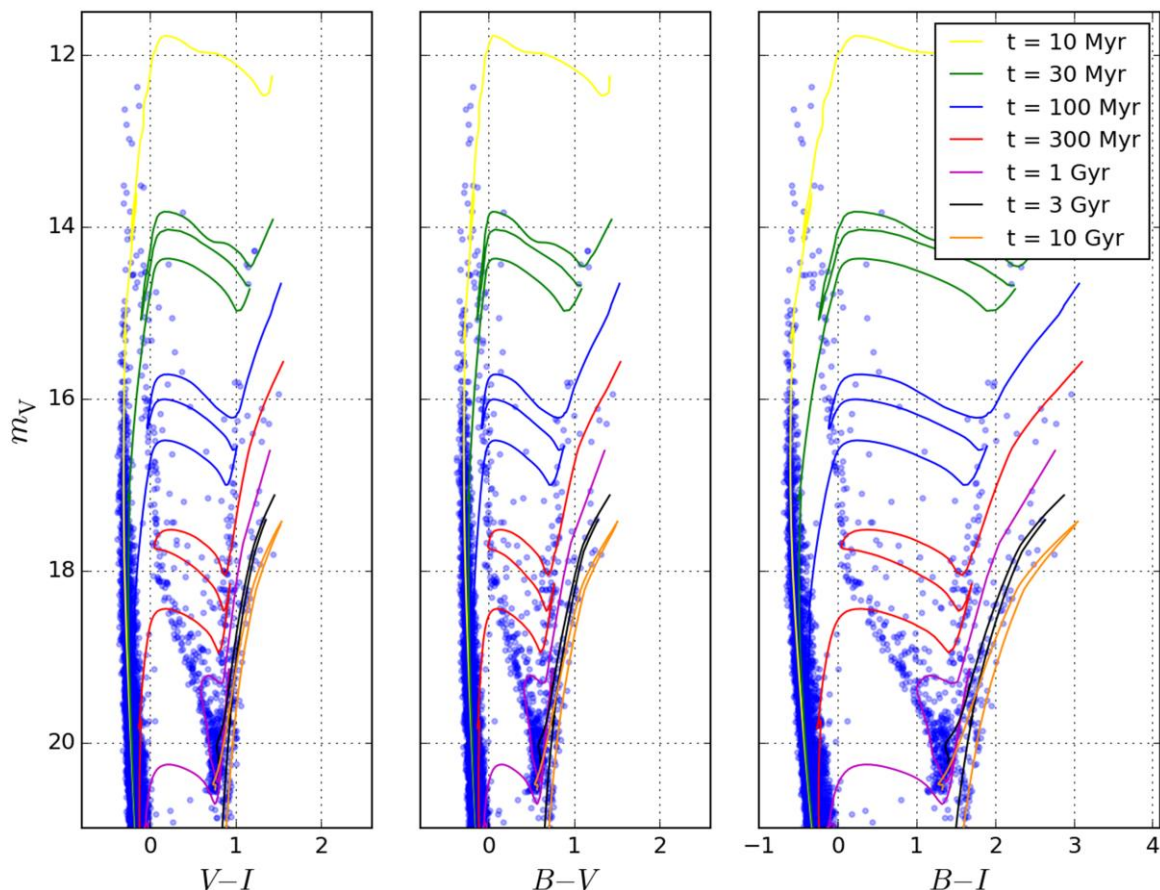
4. Užduodama tolygi žvaigždėdaros istorija –  $t = [4 \text{ Myr}; 14 \text{ Gyr}]$  (atitinka [6,6; 10.15] dex m.) amžių intervale sugeneruojamos žvaigždžių populiacijos ties kiekviena amžiaus vertė turinčios po  $M_{\text{užd.}} = 5\,000 M_{\odot}$  pradinę masę (5 pav.). Viena populiacija aprėpia  $\Delta t_{\text{gen}} = 0,05 \text{ dex}$  amžiaus intervalą. Tačiau nustatinėjama žvaigždėdaros istorija naudojantis  $\Delta t_{\text{atk}} = 0,1 \text{ dex}$  žingsniu, todėl į vieną tokį amžiaus žingsnį pakliūva dvi sugeneruotos  $M_{\text{užd.}} = 5\,000 M_{\odot}$  masės populiacijos ir idealiu atveju atkuriamą žvaigždinę masę turėtų būti  $M_{\text{užd.}} = 10\,000 M_{\odot}$ . Panaudoti pilnumai  $m_{V\text{max}} = \{19.0; 20.0; 21.0\}$ . Kiekvienai  $m_{V\text{max}}$  vertei sugeneruota po 10 realizacijų ir nustatytos vidutinės žvaigždėdaros istorijos.



**3 pav.** Subaru teleskopo Suprime-Cam kamera atliekamų matavimų fotometrinių paklaidų  $\sigma_B, \sigma_V, \sigma_I$  priklausomybės nuo išmatuotų žvaigždžių regimųjų ryškių  $m_B, m_V, m_I$ . Mėlynais taškais pažymėti  $(m_B; \sigma_B)$  matavimai, žaliais -  $(m_V; \sigma_V)$ , raudonais -  $(m_I; \sigma_I)$ . Matavimų duomenys iš Leo A žvaigždžių katalogo (Stonkutė 2007, Stonkutė et al. 2014). Ištisinėmis kreivėmis pavaizduotos priderintos atitinkamų ryškių fotometrinių paklaidų priklausomybės nuo išmatuotų ryškių.



**4 pav.** Septynių dirbtinai sugeneruotų žvaigždžių populiacijų (amžiai nurodyti legendoje) vienos realizacijos spalvos-ryškio diagramos. Vertikalioje ašyje atidėti regimieji ryškiai  $m_V$ , horizontalioje – iš kairės į dešinę atitinkamose diagramose  $B - V$ ,  $V - I$ ,  $B - I$  spalvos indeksai. Kiekvieno amžiaus žvaigždžių populiacijai taip pat skirtingomis spalvomis pavaizduotos atitinkamo amžiaus teorinės izochronos. Matyti, kad pagrindinėje sekoje skirtingų amžių populiacijų žvaigždės labai susimaišiusios ir atskiroms šios sekos žvaigždėms nustatyti konkretų amžių neįmanoma.



**5 pav.** Dirbtinai sugeneruotos tolygios žvaigždėdaros istorijos žvaigždžių populiacijos spalvos-ryškio diagramos (per vieną 0,05 dex ilgio amžiaus žingsnį gimsta  $5\,000\,M_{\odot}$  masės žvaigždžių populiacija). Vertikalioje ašyje atidėti regimieji ryškiai  $m_V$ , horizontalioje – iš kairės į dešinę atitinkamose diagramose  $B - V$ ,  $V - I$ ,  $B - I$  spalvos indeksai. Skirtingomis spalvomis pavaizduotos septynių amžių teorinės izochronos (amžiai nurodyti legendoje).

Visų atliktų testų su vieno amžiaus bei trijų amžių žvaigždėdaros žybsniais nustatytą žvaigždėdaros istoriją šiame darbe pavaizduoti būtų netikslinga ir užimtų per daug vietos, todėl rezultatai buvo parametrizuoti. Pavienių žvaigždėdaros žybsnių atkuriamas nesudėtingos formos žvaigždėdaros istorijas galima gana tiksliai perteikti dviem parametrais:

- $\langle |M(t) - M_{\text{TIKRAS}}| / M_{\text{TIKRAS}} \rangle$  – kiek vidutiniškai atkuriamo žvaigždėdaros žybsnio populiacijos masė ( $M(t)$  – kokia žvaigždžių masė atkuriamas ties tikruoju sugeneruotos populiacijos amžiumi) skiriasi nuo sugeneruotos populiacijos tikrosios masės (6 pav.). Šis parametras iš dalies atspindi, kiek labai atkurtasis žvaigždėdaros žybsnis yra išplitęs palyginus su užduotuoju žybsniu bei koku patikimumu yra atkuriamas kiekvienos populiacijos bendra žvaigždžių pradinė masė;
- $\langle |t_{\text{TIKRAS}} - t_{\text{MAX}}| \rangle$  – per kiek vidutiniškai skiriasi atkurto žvaigždėdaros žybsnio nustatytas amžius ( $t_{\text{MAX}}$  – amžius, ties kuriuo atkurta didžiausia pradinė žvaigždžių

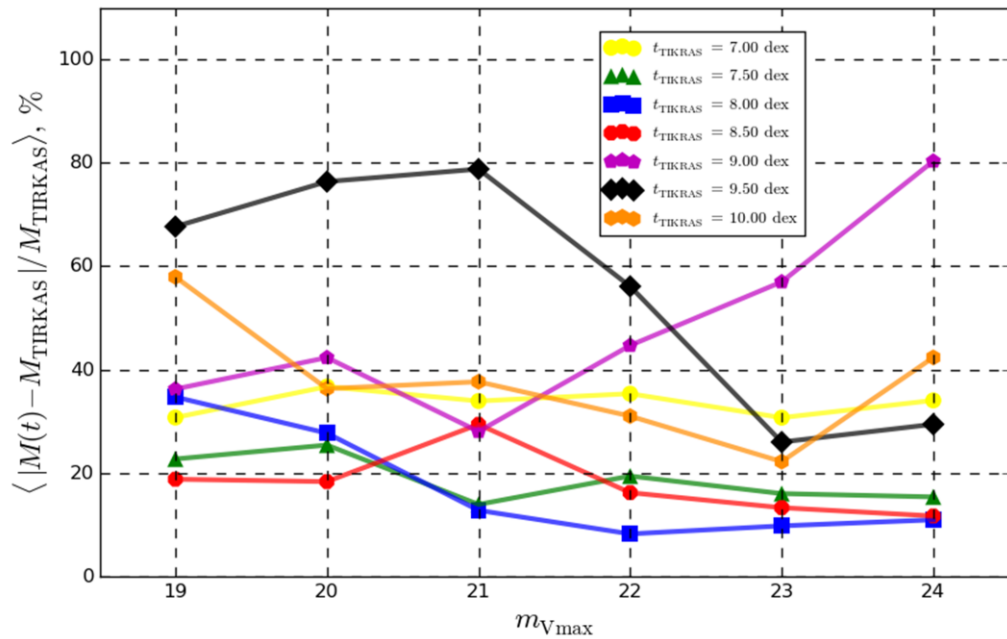


masė) nuo realaus sugeneruotos populiacijos amžiaus (7 pav.). Šis parametras atspindi su koku patikimumu yra atkuriamas kiekvienos populiacijos tikrasis amžius.

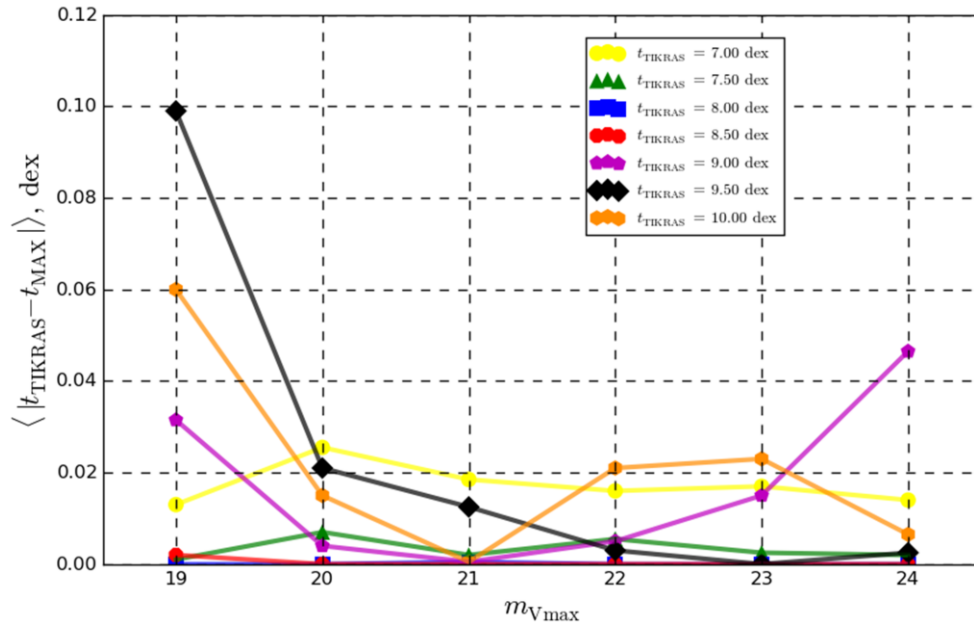
Atliktų testų rezultatai rodo, kad pavienių žvaigždėdaros žybsnių amžius nustatomas labai gerai - atkuriami populiacijų amžiai nesiskiria nuo tikrųjų daugiau kaip per vieną amžiaus žingsnį  $\Delta t = 0,1 \text{ dex}$  (7 pav.). Tačiau, pradinės populiacijų masės atkuriamos ne taip gerai. Atkuriamos masių vertės dažniausiai skiriasi nuo tikrųjų per 20-40 % (6 pav.). Be to, 3 Gyr (9,5 dex) amžiaus atkuriamą žvaigždžių populiacijos masę skiriasi nuo realios net 60-80 % tol, kol matavimų pilnumai nepasiekia šios populiacijos submilžinių sekos ir pagrindinės sekos posūkio taško (tik nuo  $m_{V_{\max}} = 23$ ) (4 pav.). Tai galima paaiškinti tuo, kad šiai populiacijai iki  $m_{V_{\max}} = 22$  stebima tik Raudonųjų milžinių (toliau *RGB* – angl. *Red Giant Branch*) bei Asimptotinė milžinių (toliau *AGB* – angl. *Asymptotic Giant Branch*) sekos, kuriose nėra labai daug žvaigždžių ir dar iš abiejų pusių tankiai išsidėsčiusios kitų amžių izochronų RGB bei AGB sekos. Visa tai neleidžia nustatyti konkrečių žvaigždžių amžių ir dėl to atkuriamas žybsnis būna smarkai išplitęs – tuo pačiu nustatoma per maža žvaigždinė masė ties tikroju amžiumi.

Kita problemiška populiacija yra ties 1 Gyr (9,0 dex). Šio amžiaus populiacijai atkuriamą masės vertę iš pradžių skiriasi nuo realios mažiau nei 40 %, tiek pat kaip ir kitų, kol pilnumai nepasiekia  $m_{V_{\max}} = 22$ . Kaip matyti, kuo matavimų pilnumai siekia didesnius ryškius, tuo šio amžiaus populiacijos masė nustatoma su mažesniu patikimumu (6 pav.), nors pačios populiacijos amžius nustatomas vis dar tiksliai (7 pav.). Galbūt šie netikslumai auga dėl to, kad nuo  $m_{V_{\max}} > 21$  pasiekiamą vis didesnę pagrindinės sekos dalis, kur skirtingų amžių izochronos yra išsidėsčiusios arčiau viena kitos, be to, fotometrinių paklaidos ten daug didesnės. Negana to, pagrindinėje sekoje žvaigždžių yra daug daugiau nei vėlyvesnės evoliucinės stadijos srityse. Visa tai tik didina nustatomų žvaigždžių parametrų neapibrėžtumą. Kita vertus, panašių rezultatų nematome su 300 Myr (8,5 dex) amžiaus populiacija, nors nuo  $m_{V_{\max}} > 20$  šiai populiacijai pasiekiamą vis didesnę išsigimusios pagrindinės sekos dalis. Galbūt taip yra todėl, kad 300 Myr amžiaus populiacijos viršutinė izochronos dalis, tiksliau mėlynoji kilpa (toliau *BL* – angl. *Blue Loop*), yra gana toli nuo kitų amžių izochronų taškų ir ši dalis daug smarkiau apriboja populiacijos parametrus, nei atitinkama 1 Gyr amžiaus populiacijos viršutinė izochronos sritis. Tai išspręsti galbūt būtų galima dar labiau nei dabar sumažinant smarkiai išsigimusios pagrindinės sekos svorį nustatinėjant konkrečios populiacijos atkuriamo masių pasiskirstymo atitikimą pradinės masės funkcijai. Tačiau, neišku kaip tai paveiktų geriau atkuriamų populiacijų parametrų nustatymą. Tam reiktų detalesnių tyrimų.

Kitų amžių populiacijoms nepastebima jokių aiškių parametrų atkūrimo tikslumo priklausomybių nuo matavimų pilnumo. Tik matyti, kad ties mažiausia  $m_{V_{\max}} = 19$  verte, visų amžių populiacijoms atkuriami parametrai turi šiek tiek didesnius nuokrypius.



**6 pav.** Testų su vienu žvaigždėdaros žybsniu pradinės žvaigždžių masės atkūrimo rezultatai. Vertikaloje ašyje – vidutinis nuokrypis atkuriamos žvaigždžių populiacijos masės nuo realios vertės. Horizontalioje ašyje – maksimali žvaigždžių regimojo ryškio  $m_V$  vertė (atstumo modulis  $(m - M) = 20$ ), iki kurios žvaigždės yra užfiksuojamos ir naudojamos atkuriant žvaigždėdaros istoriją. Kiekvienas taškas suskaičiuotas iš 100 tokių pačių parametų populiacijų realizacijų. Skirtingomis spalvomis pažymėti skirtingų amžių žybsnių rezultatai (nurodyta legendoje). Masės atkūrimo patikimumo priklausomybės nuo matavimų pilnumo nesimato.



**7 pav.** Testų su vienu žvaigždėdaros žybsniu amžiaus atkūrimo rezultatai. Vertikaloje ašyje – vidutinis nuokrypis atkuriamo žvaigždžių populiacijos amžiaus nuo realios vertės. Horizontalioje ašyje – maksimali žvaigždžių regimojo ryškio  $m_V$  vertė (atstumo modulis  $(m - M) = 20$ ), iki kurios žvaigždės yra užfiksuojamos ir naudojamos atkuriant žvaigždėdaros istoriją. Kiekvienas taškas suskaičiuotas iš 100 tokių pačių parametų populiacijų realizacijų. Skirtingomis spalvomis pažymėti skirtingų amžių žybsnių rezultatai (nurodyta legendoje). Matyti, kad atkuriami populiacijų amžiai nesiskiria nuo tikrųjų daugiau kaip per vieną amžiaus žingsnį  $\Delta t = 0,1$  dex.

Testų su trimis žvaigždėdaros žybsniais (kur skirtumas tarp dviejų žybsnių amžių  $\Delta t = 1,0$  dex) rezultatai (8, 9 pav.) panašūs į testų su vienu žybsniu. Kaip ir testuose su vienu žybsniu, atkuriami populiacijų amžiai nesiskiria nuo tikrųjų daugiau kaip per vieną amžiaus žingsnį  $\Delta t = 0,1$  dex. Esminis skirtumas tik tas, kad dabar populiacijų nustatomų masių vidutinis skirtumas nuo realios masės yra didesnis (8 pav.). Be to, kuo matavimų pilnumai siekia didesnius ryškius, tuo didesnis vidutinis masių skirtumas. Nors ši priklausomybė nėra labai didelė – vidutinis masių skirtumas kinta nuo 20-40 % iki 40-60 %. Blogesnio patikimumo su sudėtingesne žvaigždėdaros istorija ir buvo galima tikėtis. Tačiau, nustatomos masės patikimumo blogėjimas naudojant vis gilesnę fotometriją anksčiau buvo pastebimas tik vienai 1 Gyr amžiaus populiacijai. Dabar gi, tokia pati priklausomybė atsirado ir visoms kitoms populiacijoms. Tai, turbūt, paaiškinama tuo, jog kuo matavimų pilnumai siekia didesnius ryškius, tuo daugiau naudojama žvaigždžių iš smarkiai išsigimusios pagrindinės sekos dalies. Testuose su vienu žybsniu tai buvo pastebima tik vienai populiacijai greičiausiai dėl to, kad esant žvaigždėms iš trijų skirtingo amžiaus populiacijų padidėja leistinų amžių skaičius (daugiau amžių, kuriems nustatomi masių pasiskirstymai bent kažkiek atitinka pradinės masės funkciją) ir tuo pačiu padidėja žvaigždės parametrų nustatymo neapibrėžtumas.

Palyginus testų rezultatus su trimis žybsniais, kur skirtumas tarp dviejų žybsnių amžių  $\Delta t = 1,5$  dex (10, 11 pav.), su analogiškais trijų žybsnių testais tik su  $\Delta t = 1,0$  dex, populiacijų masės atitinkamiems amžiams nustatomos šiek tiek geriau (10 pav.) – vidutinis masių skirtumas neviršija 60 %. Šis rezultatas patvirtina hipotezę, kad masių nustatymo patikimumas mažėja dėl išsigimimo tarp skirtingų populiacijų. Kadangi, šiuo atveju žvaigždėdaros žybsniai sugeneruojami su didesniais amžių skirtumais nei prieš tai, todėl ir populiacijų išsigimimas mažesnis bei atitinkamai masės nustatomos geriau. Lygiai dėl tos pačios priežasties, esant vienam žvaigždėdaros žybsniui, išsigimimai dar mažesni ir masės nustatomos dar tiksliau.

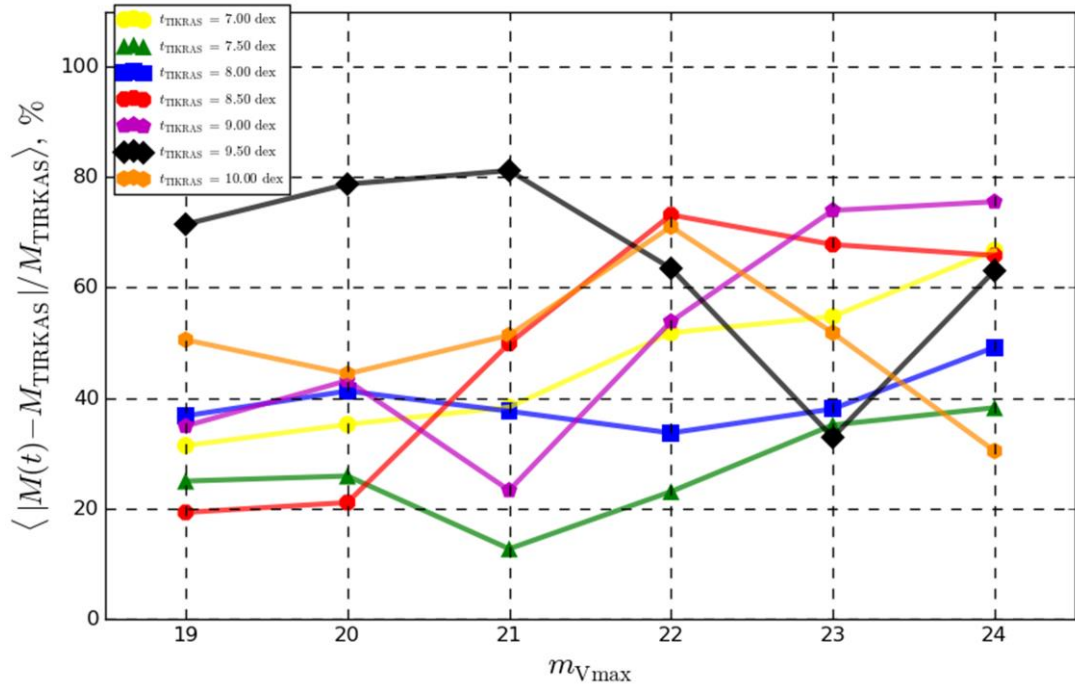
Testų su septyniais žvaigždėdaros žybsniais rezultatai pavaizduoti nustatytais žvaigždėdaros istorijomis (100 realizacijų nustatytų žvaigždėdaros istorijų vidurkiai) esant įvairiam matavimų pilnumui (12, 13 pav.). Prie visų matavimų pilnumų išskiriami visi septyni žvaigždėdaros žybsniai, nors seniausi trys (1 Gyr, 3 Gyr, 10 Gyr) žybsniai atkuriami labai išplitę ar net sunkiai atskiriami, kol matavimų pilnumai nepasiekia kiekvieno atitinkamo žybsnio populiacijos submilžinių sekos bei posūkio taško (1 Gyr amžiaus populiacijai  $m_{V_{\max}} = 20$ ; 3 Gyr -  $m_{V_{\max}} = 23$ ; 10 Gyr -  $m_{V_{\max}} = 24$ ). Tačiau, toliau panaudojant vis didesnio ryškio žvaigždes iš pagrindinės sekos žybsnių atkūrimas nepagerėja. Priešingai, kaip ir trijų žybsnių atkūrimo atveju, atkuriamos žybsnio populiacijos masės sklaida tik padidėja, nors pačių žybsnių amžių atkūrimas išlieka labai tikslus. To geriausias pavyzdys yra 300 Myr amžiaus populiacija – jos posūkio taškas pasiekiamas ties  $m_{V_{\max}} = 20$  ir ties šiuo matavimų pilnumu žybsnis

atkuriamas beveik tobulai. Tačiau didinant  $m_{V_{\max}}$  vertę šio žybsnio masė atkuriamą vis prasčiau, nors pats žybsnio amžius nustatomas taip pat gerai. Vėlgi, tai paaiškinama tuo, kad pradėjus įskaityti vis daugiau pagrindinės sekos žvaigždžių, išsigimimas tarp amžių tik didėja. Tačiau ne nulines tikimybes turintys amžiai išlieka tie patys, kadangi vėlyvesnių nei pagrindinės sekos evoliucijos stadijų žvaigždės apriboja galimus amžius labai tiksliai, nes jų ryškių paklaidos mažos bei išsigimimai su kitomis izochromomis nedideli. Vis dėlto, vien šių žvaigždžių yra per mažai ir dėl jų mažo skaičiaus pasireiškianti stochastika neleidžia tiksliai apriboti populiacijos masės. Dėl to, pagrindinės sekos žvaigždės, kurių daug daugiau, turi didesnę įtaką konkrečios populiacijos masės vertės nustatymui nei tos populiacijos amžiaus apribojimui.

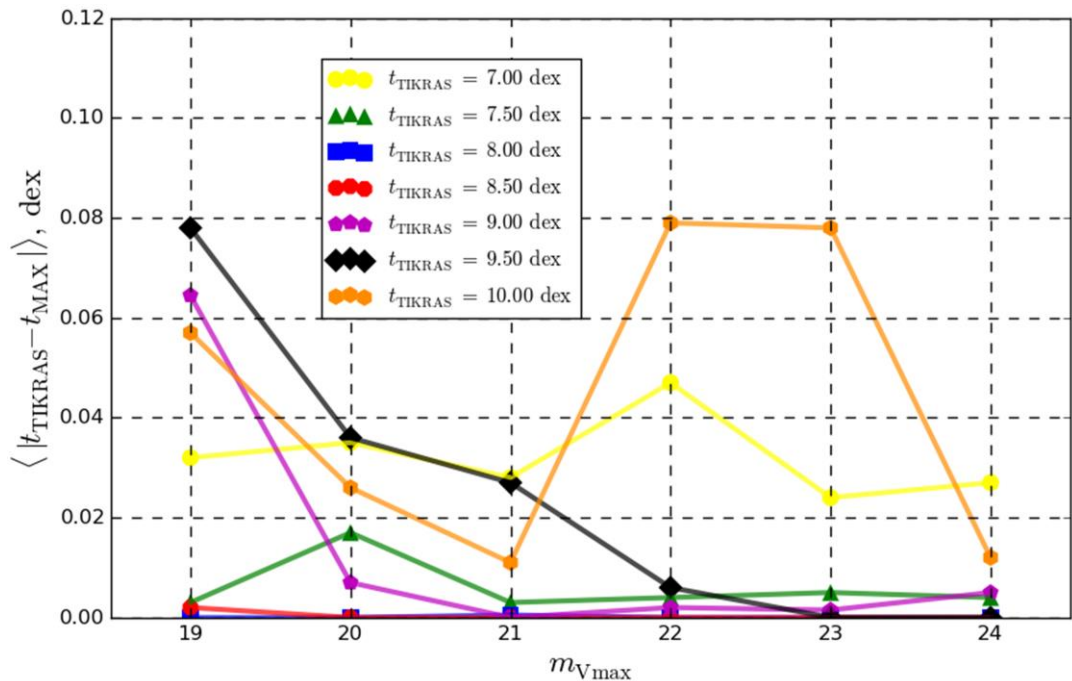
Testų su tolygios žvaigždėdaros populiacijomis rezultatai šiek tiek prastesni (14 pav.). Nors daugumai amžių atstatoma žvaigždinė masė skiriasi nuo užduotos 30-40 % kaip ir testų su žvaigždėdaros žybsniais atveju, tačiau ties keletu amžių vertėmis šie nuokrypiai smarkiai išauga.

Pirmiausia, senesnių nei maždaug 3 Gyr amžiaus populiacijų atkuriamą masę smarkiai nukrypsta nuo užduotosios kol matavimų pilnumas nesiekia  $m_{V_{\max}} = 21$ . Kaip matyti iš spalvos-ryškio diagramų (5 pav.), esant mažesnėms  $m_{V_{\max}}$  vertėms nepasiekiamos šių populiacijų izochronų dalys, kuriose bent kažkiek labiau atsiskirtų skirtingų amžių vėlyvųjų evoliucinių stadijų žvaigždės. Todėl šie atkuriamos masės nuokrypiai yra tik per mažo matavimų pilnumo pasekmė ir jie išsilygina pasiekus didesnius ryškius ( $m_{V_{\max}} = 21$ ).

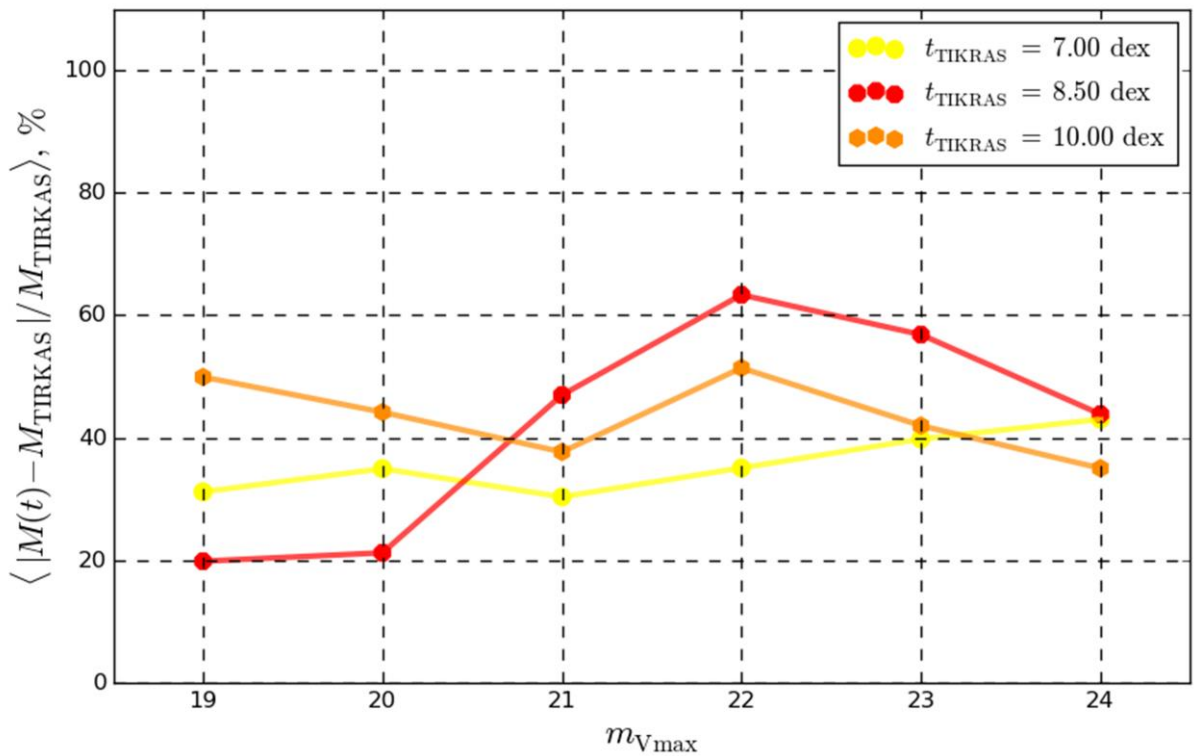
Kita problema matoma ties jaunesniais amžiais 50 Myr – 120 Myr (atitinka 7,7 – 8,1 dex). Ties šiais amžiais nustatoma žvaigždinė masė 1,5-2 kartus didesnė, nei užduotoji. Be to, didinant  $m_{V_{\max}} = 21$  vertę šie nuokrypiai tik auga ir jų maksimumo padėtis iš lėto slenka senesnių amžių link. Šio nuokrypio priežastis nėra visiškai aiški. Tačiau, atsižvelgus į tai, kad testuose su žvaigždėdaros žybsniais nustatoma populiacijų masė daugiausia priklauso nuo pagrindinės sekos žvaigždžių, galima daryti išvadą, jog ir čia kaltos pagrindinės sekos žvaigždės. Ties  $m_{V_{\max}} = 19$  masės nuokrypio maksimumas yra ties ~50 Myr, ties  $m_{V_{\max}} = 20$  – 60 Myr, ties  $m_{V_{\max}} = 21$  – 120 Myr. Visi šie amžiai atitinka izochronas, kurių pagrindinės sekos matoma tik pati viršutinė dalis ties atitinkama pilnumo riba, bet jau pakankamai didelė, kad skaičiuojant atkuriamos populiacijos žvaigždžių masių pasiskirstymą ši dalis būtų padalinta į vieną ar du intervalus. Vien iš dviejų pagrindinės sekos intervalų tiksliai įvertinti masių pasiskirstymo atitikimą pradinės masės funkcijai sudėtinga, o vėlyvesnės stadijos žvaigždžių šiose populiacijose yra nedaug ir dėl to jos silpnai apriboja masių pasiskirstymą. Todėl, algoritmas gali priimti didesnės masės vertę kaip labiau tikėtiną, nes į pagrindinės sekos intervalus išplinta žvaigždės iš kitų amžių pagrindinių sekų. Pagrindinės sekos skirtingų amžių išsigimimas yra pagrindinė šio žvaigždėdaros nustatymo metodo problema. Šią problemą galbūt būtų galima išspręsti koreguojant pagrindinės sekos intervalų įtakos rezultatams svorius.



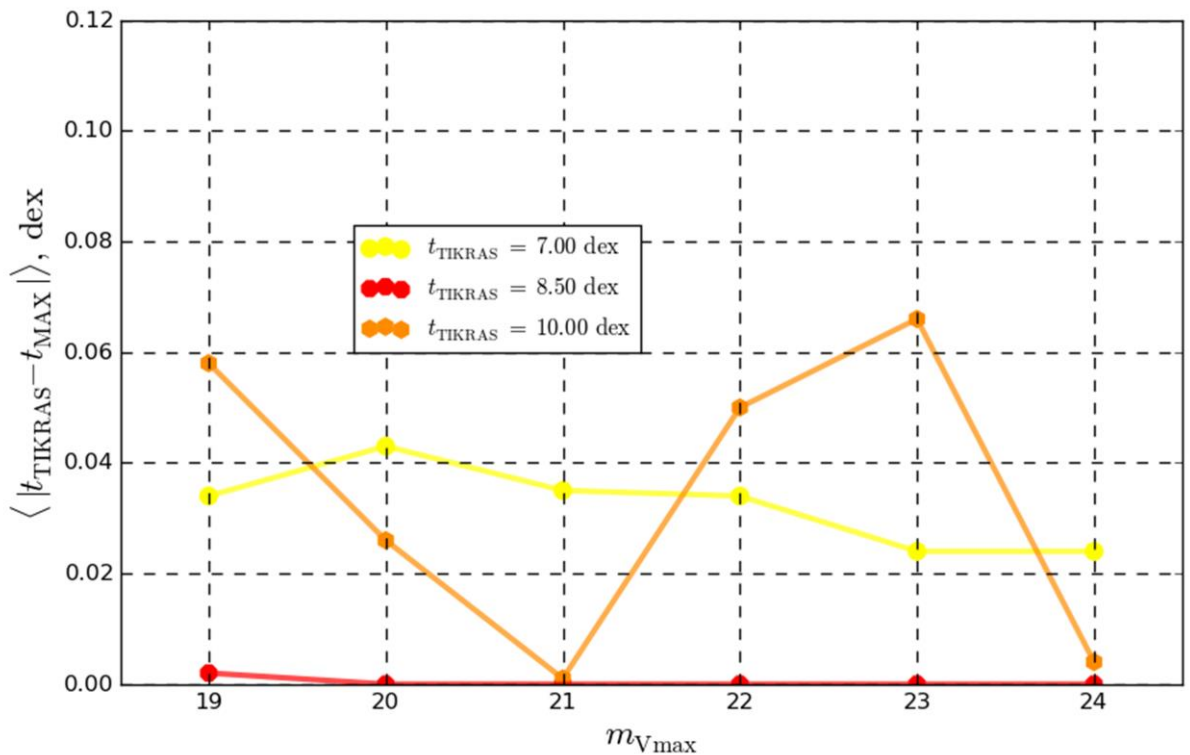
**8 pav.** Testų su trimis žvaigždėdaros žybsniais (skirtumas tarp dviejų žybsnių amžių 1,0 dex) pradinės žvaigždžių masės atkūrimo rezultatai. Visi žymėjimai tokie patys kaip ir 6 pav. Skirtingai nei testuose su vienu žybsniu, čia matoma silpna atkuriamos masės patikimumo priklausomybė nuo matavimų pilnumo – ku žemesnės izochronų dalys pasiekiamos, tuo mažesniu patikimumu atkuriamos populiacijų masės. Nors šis pablogėjimas nėra labai žymus – nuo 20-40 % vidutinio masių skirtumo iki 40-60 %.



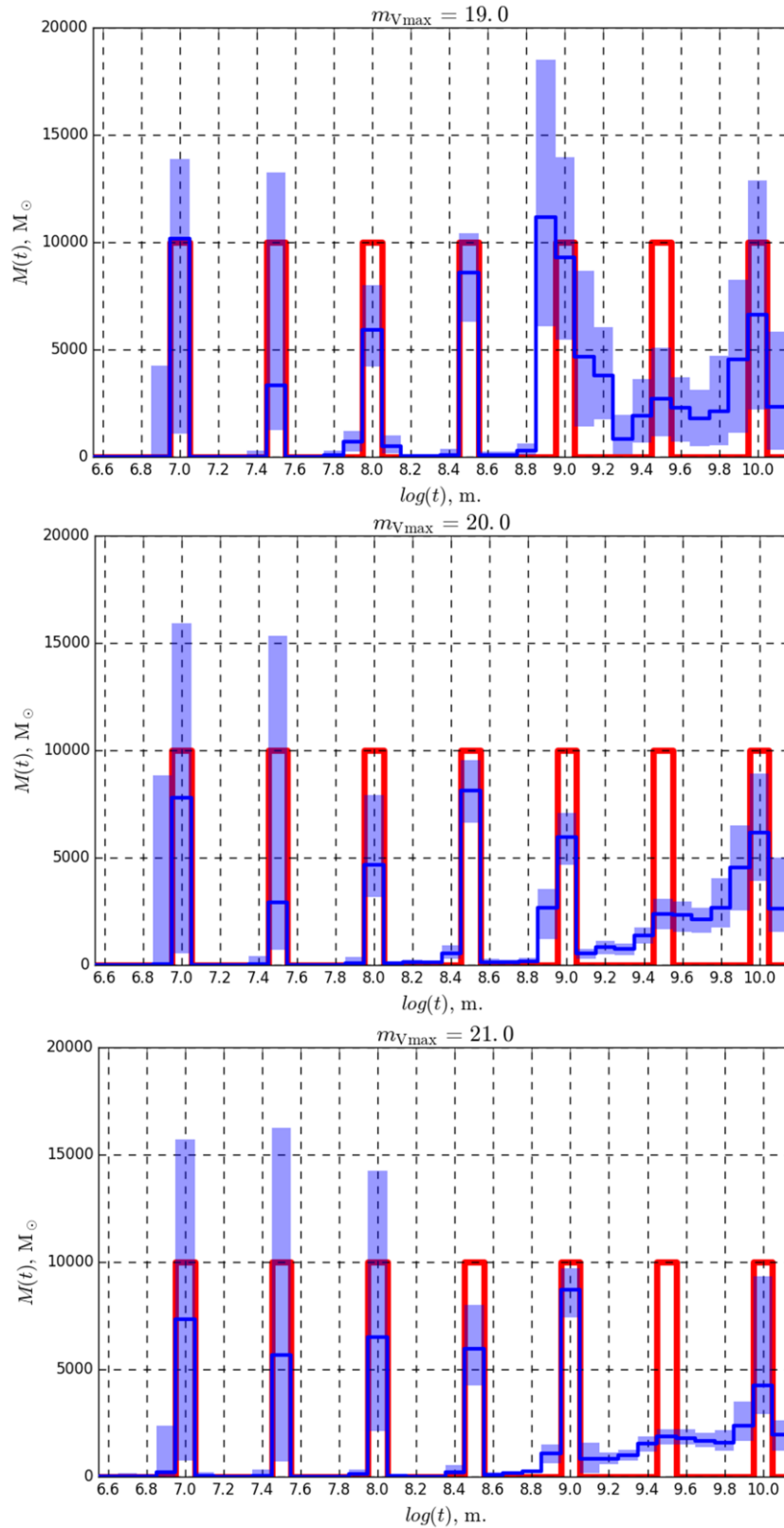
**9 pav.** Testų su trimis žvaigždėdaros žybsniais (skirtumas tarp dviejų žybsnių amžių 1,0 dex) amžiaus atkūrimo rezultatai. Visi žymėjimai tokie patys kaip ir 7 pav. Matyti, kad atkuriami populiacijų amžiai nesiskiria nuo tikrųjų daugiau kaip per vieną amžiaus žingsnį  $\Delta t = 0,1$  dex, kaip ir vieno žybsnio atveju. Tačiau, dabar jau šiek tiek dažniau nustatomas amžius skiriasi nuo tikrojo – nustatomų amžių nuokrypiai didesni.



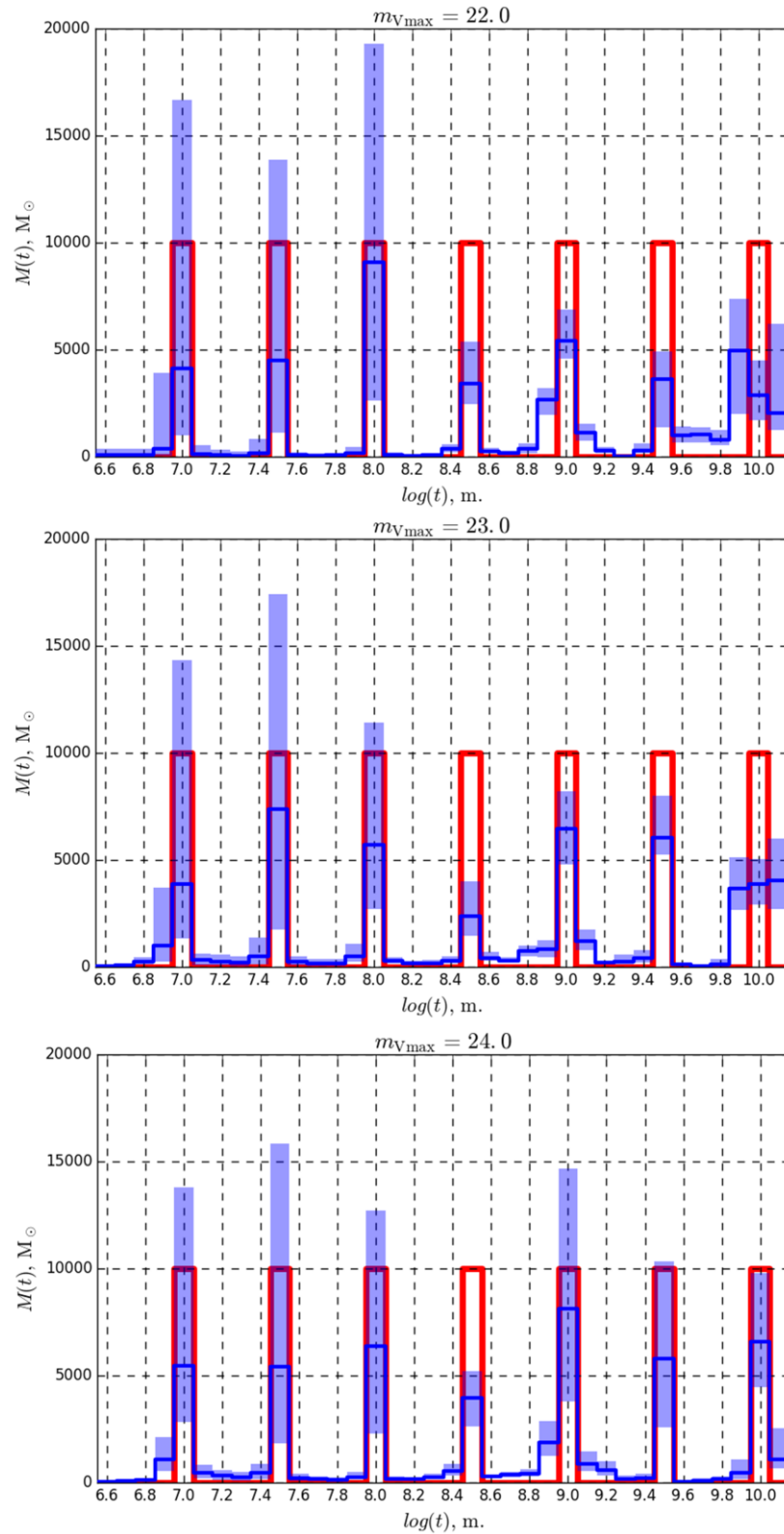
**10 pav.** Testų su trimis žvaigždėdaros žybsniais (skirtumas tarp dviejų žybsnių amžių 1,5 dex) pradinės žvaigždžių masės atkūrimo rezultatai. Visi žymėjimai tokie patys kaip ir 6 pav. Palyginus su rezultatais iš testų su trimis žybsniais, kur skirtumas tarp dviejų žybsnių amžių 1,0 dex, populiacijų masės atitinkamiems amžiams nustatomos šiek tiek geriau.



**11 pav.** Testų su trimis žvaigždėdaros žybsniais (skirtumas tarp dviejų žybsnių amžių 1,5 dex) amžiaus atkūrimo rezultatai. Visi žymėjimai tokie patys kaip ir 7 pav. Rezultatai mažai kuo skiriasi nuo testų su trimis žybsniais, kur skirtumas tarp dviejų žybsnių amžių 1,0 dex.

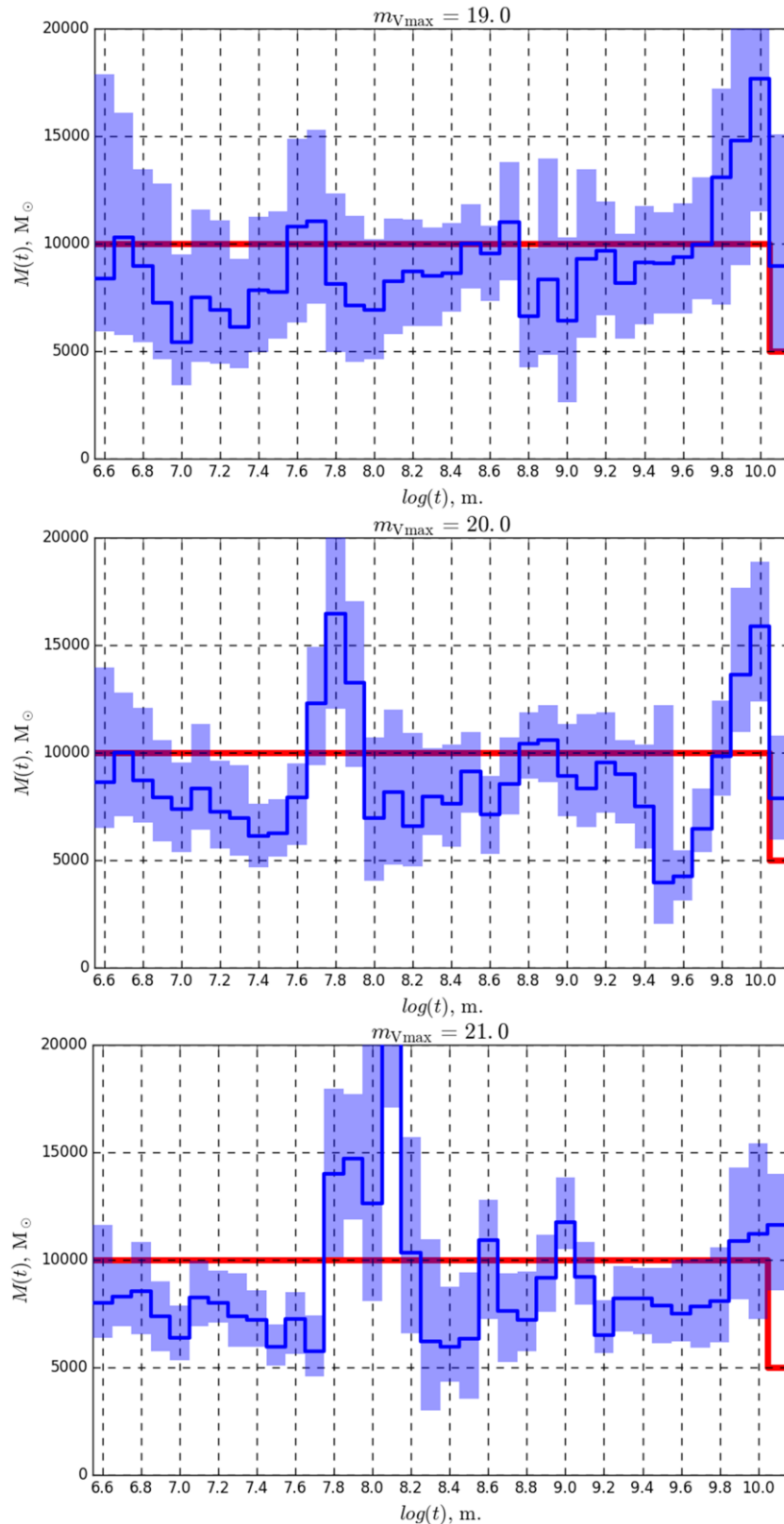


**12 pav.** Testų su septyniais žvaigždėdaros žybsniais rezultatai – atkurtos žvaigždėdaros istorijos esant trim skirtingiems matavimų pilnumams – didžiausias regimasis žvaigždžių ryškis  $m_{V\max}$  nurodytas kiekvienos diagramos viršuje. Horizontalioje ašyje nurodytas amžius logaritminėje skalėje. Vertikaliuoje ašyje – atkurta atitinkamo amžiaus  $t$  žvaigždžių masė  $M(t)$  Saulės masės vienetais  $M_{\odot}$ . Raudona ištisinė kreivė pažymėta sugeneruotų populiacijų žvaigždėdaros istorija, tamsiai mėlyna kreivė – atkurtų 100 realizacijų žvaigždėdaros istorijų vidurkis. Šviesiai mėlyna spalva nurodyti  $1\sigma$  standartiniai nuokrypiai suskaičiuoti iš 100 realizacijų atkurtų žvaigždėdaros istorijų.



**13 pav.** Testų su septyniais žvaigždėdaros žybsniais rezultatai – atkurtos žvaigždėdaros istorijos esant trim skirtingiems matavimų pilnumams – didžiausias regimasis žvaigždžių ryškis  $m_{V_{\max}}$  nurodytas kiekvienos diagramos viršuje. Visi žymėjimai tokie pat kaip 12 pav. Aiškiai matyti, kad kuo didesnius  $m_{V_{\max}}$  ryškius siekia matavimų pilnumai, tuo mažiau yra išplitę nustatomi seniausi trys žybsniai (1 Gyr, 3 Gyr, 10 Gyr) bei tiksliau atkuriami jų amžiai.





**14 pav.** Testų su tolygia žvaigždėdaros istorija rezultatai – atkurtos žvaigždėdaros istorijos esant trim skirtingiems matavimų pilnumams - didžiausias regimasis žvaigždžių ryškis  $m_{V\max}$  nurodytas kiekvienos diagramos viršuje. Visi žymėjimai tokie pat kaip 12 pav. Paskutiniame amžių žingsnyje užduota masė (raudona kreivė) lygi tik  $5000 M_{\odot}$ , nes žvaigždės generuotos 0,05 dex ilgio amžių žingsniu (vienam tokio ilgio intervalui sugeneruota po  $5000 M_{\odot}$  masės populiacija), o žvaigždėdara nustatinėjama 0,1 dex ilgio amžių žingsniu ir į paskutinį tokį intervalą pakliūna tik viena  $5000 M_{\odot}$  masės populiacija.

## Rezultatų apibendrinimas

Šiame darbe buvo sukurtas naujas žvaigždėdaros istorijos nustatymo metodas. Taip pat, naudojantis sintetinėmis žvaigždžių populiacijomis buvo įvertintos šio metodo veikimo ribos bei patikimumas.

Buvo sugeneruotos įvairias žvaigždėdaros istorijas (vieno žvaigždėdaros žybsnio, trijų žybsnių, septynių žybsnių ir tolygios) turinčios dirbtinės žvaigždžių populiacijos esant įvairioms matavimų pilnumo riboms. Naudojant šiame darbe aprašytą naują metodą buvo atkurtos šių populiacijų žvaigždėdaros istorijos. Nustatyta, kaip gerai konkrečių amžių žvaigždėdara atkuriamą priklausomai nuo matavimų pilnumo. Be to, buvo įvertinta kaip nuo visos žvaigždžių populiacijos žvaigždėdaros istorijos formos priklauso atkuriamų rezultatų patikimumas.

Nustatyta, kad geriausiai atkuriami pavieniai žvaigždėdaros žybsniai. Jų amžių vertės nustatomos labai gerai (nustatomi amžiai nesiskiria nuo tikrųjų ne daugiau kaip per vieną amžiaus žingsnį  $\Delta t = 0,1 \text{ dex}$ ) ir mažai priklauso nuo matavimų pilnumo. Tačiau atkuriamos pradinės populiacijų masės vertės skiriasi nuo tikrųjų verčių iki 40 % (keletui amžių ir daugiau) ir mažai pagerėja didinant matavimų pilnumą.

Atkuriant trijų žvaigždėdaros žybsnių populiacijas gaunami rezultatai tik šiek tiek prastesni nei su pavieniais žybsniais. Nustatomi amžiai taip pat nesiskiria nuo tikrųjų ne daugiau kaip per vieną amžiaus žingsnį. Nors atkuriamos masių vertės skiriasi nuo tikrųjų iki 60 %. Šis skirtumas auga nuo 20-40 % iki 40-60 % didinant matavimų pilnumą (nuo  $m_{V_{\max}} = 19$  iki  $m_{V_{\max}} = 24$ ). Šis nuokrypio augimas atsiranda dėl pagrindinės žvaigždžių sekos išsigimimo įtakos – kuo didesnė  $m_{V_{\max}}$  vertė, tuo didesnė pagrindinės sekos dalis panaudojama skaičiavimuose.

Testai su septyniais žvaigždėdaros žybsniais parodė, kad metodas gali išskirti bent septynis skirtingus žvaigždėdaros etapus. Konkretaus amžiaus žybsnis geriausiai atkuriamas, kai matavimų pilnumai siekia to amžiaus populiacijos pagrindinės sekos posūkio tašką, tačiau ne giliau. Kaip ir atkuriant trijų žybsnių populiacijas, konkretaus amžiaus žybsnis atkuriamas tuo prasčiau, kuo didesnė pagrindinės sekos dalis panaudojama skaičiavimuose. Nors žvaigždėdaros žybsnių amžiai atkuriami taip pat gerai, nepriklausomai nuo to, kokia pagrindinės sekos dalis panaudojama skaičiavime. Žvaigždžių pagrindinės sekos išsigimimas didžiausią įtaką daro atkuriamos masės patikimumui.

Testuose su tolygia žvaigždėdaros istorija atkuriamą konkretaus amžiaus masė nesiskiria nuo užduotos daugiau kaip 40 % išskyrus seniausius amžius  $> 3 \text{ Gyr}$  ir maždaug 50 – 120 Myr amžiaus intervalą. Seniausiuose amžiuose nustatomos masės nuokrypiai dideli dėl per mažo matavimų pilnumo. Šie nuokrypiai išnyksta pasiekus užtektinai didelį matavimų pilnumą. Kita vertus, masės nuokrypis ties jaunais amžiais atsiranda dėl žvaigždžių pagrindinės sekos išsigimimo ir nemažėja didinant matavimų pilnumą.

## **Išvados**

1. Sukurtas naujas žvaigždėdaros istorijos nustatymo metodas gali būti labai plačiai taikomas žvaigždėdaros tyrimui įvairaus tipo galaktikose.
2. Patikrintos metodo veikimo ribos bei įvertintas patikimumas naudojantis sintetinėmis žvaigždžių populiacijomis rodo, kad metodas yra geresnis už šiuo metu naudojamus pasaulyje.
3. Šiuo metodu galima atskirti ne mažiau kaip septynis skirtingus žvaigždėdaros istorijos etapus 13 mlrd. metų laikotarpyje.
4. Atskirų žvaigždžių populiacijų masė nustatoma su mažesne nei 50 % paklaida.

## Cituoti šaltiniai

- Aparicio A, Gallart C. 2004. *Astron. J.* 128(3):1465–77
- Aparicio A, Hidalgo SL. 2009. *Astron. J.* 138(2):558–67
- Bessell MS. 1990. *Astron. Soc. Pacific.* 102:1181–99
- Bressan A, Marigo P, Girardi L, et al. 2012. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 427(1):127–45
- Brown WR, Geller MJ, Kenyon SJ, Kurtz MJ. 2006. *Astrophys. J.* 647(1):303–11
- Brown WR, Geller MJ, Kenyon SJ, Kurtz MJ. 2007. *Astrophys. J.* 666(1):231–35
- Čeponis M. 2017. *Nykštukinės netaisyklingos Leo A galaktikos dvimatė žvaigždėdaros istorija, magistro studijų mokslo tiriamasis darbas III/III (Vilniaus universitetas)*
- Chen Y, Girardi L, Bressan A, et al. 2014. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 444(3):2525–43
- Cole AA, Skillman ED, Tolstoy E, et al. 2007. *Astrophys. J.* 659(1):L17–L20
- Cole AA, Weisz DR, Dolphin AE, et al. 2014. *Astrophys. J.* 795(1):11
- Dolphin AE. 2002. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 332(1):91–108
- Dolphin AE, Saha A, Claver J, et al. 2002. *Astron. J.* 123(6):3154–98
- Gallart C, Monelli M, Mayer L, et al. 2015. *Astrophys. J. Lett.* 811(2):6
- Jørgensen BR, Lindegren L. 2005. *Astron. Astrophys.* 436(1):127–43
- Kroupa P. 2001. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 322(2):231–46
- Maíz Apellániz J. 2006. *Astron. J.* 131(2):1184–99
- McConnachie AW. 2012. *Astron. J.* 144(1):36
- Monelli M, Gallart C, Hidalgo SL, et al. 2010. *Astrophys. J.* 722(2):1864–78
- Orban C, Gnedin OY, Weisz DR, et al. 2008. *Astrophys. J.* 686(2):1030–44
- Schneider FRN, Langer N, de Koter A, et al. 2014. *Astron. Astrophys.* 570:14
- Stonkutė R. 2007. *Žvaigždžių fotometrija tankiuose laukuose. Stebėjimai Subaru Suprime-Cam, dr. disertacija.* Vilniaus universitetas
- Stonkutė R, Arimoto N, Hasegawa T, et al. 2014. *Astrophys. J. Suppl. Ser.* 214(2):7
- Tang J, Bressan A, Rosenfield P, et al. 2014. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 445(4):4287–4305
- Tolstoy E, Gallagher JS, Cole AA, et al. 1998. *Astron. J.* 116(3):1244–62
- Valls-Gabaud D. 2014. *Ages Stars. EAS Publ. Ser.* 65:225–65
- Van Zee L, Skillman ED, Haynes MP. 2006. *Astrophys. J.* 637(1):269–82
- Weisz DR, Dolphin AE, Skillman ED, et al. 2014. *Astrophys. J.* 789(2):23
- Young LM, Lo KY. 1996. *Astrophys. J.* 462:203–14

# NAUJAS ŽVAIGŽDĖDAROS ISTORIJOS NUSTATYMO METODAS

Marius Čeponis

## Santrauka

Be žvaigždžių nebūtų gyvybės ir mūsų. Beveik visi elementai, iš kurių mes padaryti, pagaminti būtent žvaigždėse. Tačiau mes iki šiol iki galo nesuprantame nuo ko tiksliai priklauso žvaigždžių sistemų formavimasis ir vystymasis. Aiškinantis šiuos procesus labai praverčia žvaigždžių formavimosi istorijos.

Šiame darbe buvo sukurtas naujas žvaigždėdaros istorijos nustatymo metodas paremtas Bajeso sąlyginių tikimybių teorema. Šis metodas naudojami išmatuotais atskirų žvaigždžių fotometriniiais parametrais pro neribotą skaičių skirtingų filtrų. Taip pat, šiame darbe buvo nustatytos naujo metodo veikimo ribos atliekant testus su įvairias žvaigždėdaros istorijas turinčiomis dirbtinių žvaigždžių populiacijomis ir naudojant įvairias fotometrinių matavimų pilnumo ribas.

**Darbo tikslas:** sukurti naują žvaigždėdaros istorijos atkūrimo metodą ir ištirti jo galimybes.

### Rezultatai:

1. Sukurtas naujas žvaigždėdaros istorijos nustatymo metodas ir parašyta programa.
2. Patikrintos metodo veikimo ribos bei įvertintas patikimumas naudojantis sintetinėmis žvaigždžių populiacijomis.
3. Metodas gali atskirti ne mažiau kaip septynis skirtingus žvaigždėdaros istorijos etapus.
4. Žvaigždžių populiacijos masė nustatoma su mažesne nei 50 % paklaida.

# A NEW METHOD FOR DETERMINATION OF STAR FORMATION HISTORY

Marius Čeponis

## Summary

Without stars there would not be any life and us. Almost all elements in our bodies are made in stars. Yet we still don't fully understand all the processes governing formation and evolution of stellar systems. Their star formation histories really help in trying to understand these processes.

In this work a new Bayesian method for determination of star formation history is proposed. This method uses photometric data of resolved stars and is not restricted to just two filters usually taken into account in star formation history studies. This method was tested and its reliability was evaluated using synthetic stellar populations and different photometry completeness limits.

**The aim of this work** is to develop a new method for determination of star formation history and to evaluate its reliability.

### Main results:

1. A new method for determination of star formation history was developed.
2. This method was tested using synthetic stellar populations.
3. This method can distinguish at least seven different star formation episodes.
4. The mass of star population can be derived with an error smaller than 50 %.