

Vilniaus universitetas  
Fizikos fakultetas  
Kvantinės elektronikos katedra

Ada Gajauskaitė

VEKTORINIŲ SUFOKUSUOTŲ ŽIDINIO MODŲ SKLIDIMO TIESINĖJE  
DISPERSINĖJE DIELEKTRINĖJE TERPĖJE MODELIAVIMAS

Magistro studijų baigiamasis darbas

(studijų programa – LAZERINĖ FIZIKA IR OPTINĖS TECHNOLOGIJOS)

Studentė:	Ada Gajauskaitė
Darbo vadovas:	dr. Sergejus Orlovas
Recenzentė:	dr. Viktorija Tamulienė
Katedros vedėjas:	prof. habil. dr. Valdas Sirutkaitis

Vilnius 2017

# Turinys

Įvadas .....	1
1 Literatūros apžvalga .....	3
1.1 Vektoriniai nedifraguojantys pluoštai.....	3
1.2 Azimutinė ir radialinė poliarizacijos .....	5
1.3 Nedifraguojantys impulsai.....	6
1.4 Beselio X impulsai .....	7
1.5 X bangos .....	11
1.6 Sufokusuotos židinio modos .....	12
1.7 Nedifraguojančių impulsų gavimo būdai .....	14
1.8 Taikymas lazeriniame medžiagų apdirbime .....	15
2 FWM modeliavimo metodika .....	16
3 Modeliavimo rezultatai ir jų aptarimas .....	19
3.1 Vektorinių FWM savybės .....	19
3.2 FWM bangų kampinės dispersijos kreivių analizė.....	23
3.3 FWM impulsų, turinčių neigiamą grupinį greitį, sklidimas ore.....	26
3.4 Vektorinių FWM bangų sklidimas tiesinėje dispersinėje dielektrinėje terpėje .....	27
3.5 Subciklinių impulsų sklidimas BK7 stiklu .....	31
4 Išvados .....	33
Padėka .....	33
Literatūros sąrašas .....	34
Santrauka .....	37
Priedai .....	38
Priedas Nr. 1. Vektorinių Beselio pluoštų analitinės išraiškos.....	39
Priedas Nr. 2. Vektorinių Beselio X impulsų analitinės išraiškos .....	40

# Įvadas

Nedifraguojančių ir dispersiškai neplintančių lazerio šviesos impulsų generavimas ir matematinis aprašymas tiesinėje dispersinėje terpėje yra viena iš nedaugelio aktualių šiandienos klasikinės optikos temų. Šiuo metu esančios technologijos leidžia sukurti trumpus, siekiančius kelias fs trukmės, nedifraguojančius impulsus, kurių aprašymui yra sukurta keletas modelių (X bangos, Beselio X impulsai, sufokusuotos židinio modos (angl. *Focus Wave modes*, trump. *FWM*) ir kt.) [1, 2]. Pastarasis modelis yra bendriausias nedifraguojančio impulso aprašymas visoje medžiagos dispersijos srityje.

Vektorinės nedifraguojančių impulsų savybės pasireiškia tuomet, kai impulsai aštriai fokusuojami ir impulsą sudaro tiek skersine, tiek išilgine kryptimis nukreiptas elektrinis laukas [3]. Taip pat vektorinė teorija leidžia aprašyti impulsus, kurie pasižymi nehomogenine (nevienalyte) poliarizacija. Viena iš idomių FWM savybių yra galimybė valdyti impulso grupinį greitį. Priklausomai nuo kampinės dispersijos didumo, grupinis greitis gali būti didesnis, mažesnis, lygus šviesos greičiui ar net neigiamas [4, 5].

Šiame darbe nagrinėjamos tiesinės, azimutinės ir radialinės poliarizacijos vektorinės FWM ir jų sklidimas trijose tiesinėse terpėse: BK7 stikle, safyre ir LN kristale. Taip pat aptariama neigiamo grupinio greičio suformavimo galimybė.

Šio darbo tikslas yra išanalizuoti vektorinių sufokusuotų židinio modų sklidimą tiesinėje dispersinėje terpėje. Darbo uždaviniai iškeliami šie: apžvelgti vektorinių FWM savybes; gauti kampinės dispersijos kreives nagrinėjamose medžiagose; išanalizuoti FWM sklidimą skirtingose medžiagos dispersijos srityse.

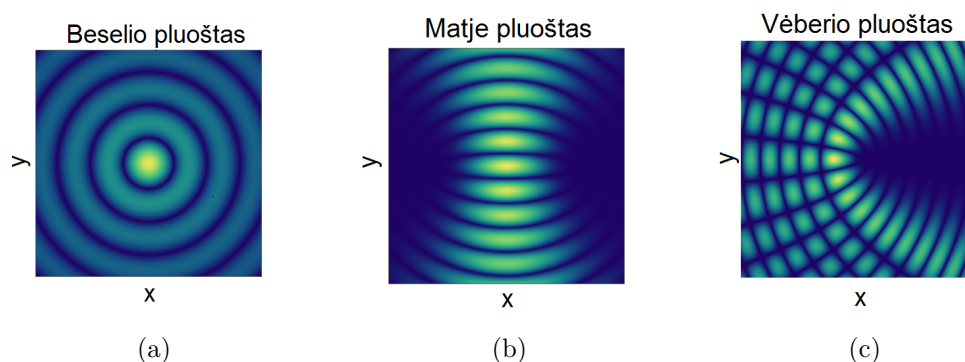
# 1 Literatūros apžvalga

## 1.1 Vektoriniai nedifraguojantys pluoštai

Pirmą kartą nedifraguojantys pluoštai paminėti 1941 m. Stratton'o [6] ir eksperimentiškai stebėti 1987 m. [7]. Nedifraguojantys pluoštai ypatingi tuo, kad sklidimo metu skersinis pluošto intensyvumo skirstinys nekinta (t.y. nepriklauso nuo sklidimo koordinatės). Matematiškai nedifraguojantys pluoštai aprašomi atskiriant pluošto kompleksinės amplitudės  $\psi$  skersinę ir išilginę dalis:

$$\psi(x_1, x_2, z) = A(x_1, x_2)e^{ik_z z} \quad (1)$$

čia  $x_1, x_2$  – yra tam tikros koordinatės skersinėje plokštumoje,  $k_z$  – bangos vektoriaus projekcija į sklidimo ašį. Nustatyta, kad kompleksinės amplitudės sprendinys atsiskiria į dvi nepriklausomas dalis keturiose koordinatinių sistemose: Dekarto, cilindrinėse apskritinėse, cilindrinėse eliptinėse ir cilindrinėse parabolinėse koordinatinių sistemose. Nedifraguojantys pluoštai cilindrinėse koordinatėse atitinkamai vadinami Beselio, Matje ir Vėberio pluoštais, kurių skersiniai elektrinio lauko pasiskirstymai parodyti 1 pav. Kai kur šie keturi baigtinės energijos nedifraguojantys pluoštai dar vadinami Helmholtzo-Gauso pluoštais [8, 9].



1 pav. Nedifraguojančių pluoštų skersiniai elektrinio lauko skirstiniai (a) Beselio pluošto (b) lyginio Matje pluošto, (c) lyginio Vėberio pluošto, kai  $m = 0$ .

Pirmas teoriškai aprašytas ir eksperimentiškai gautas buvo Beselio nedifraguojantis pluoštas, kuris pasižymi apskritimine cilindrine simetrija. Šio pluošto skaliarinė kompleksinė amplitudė:

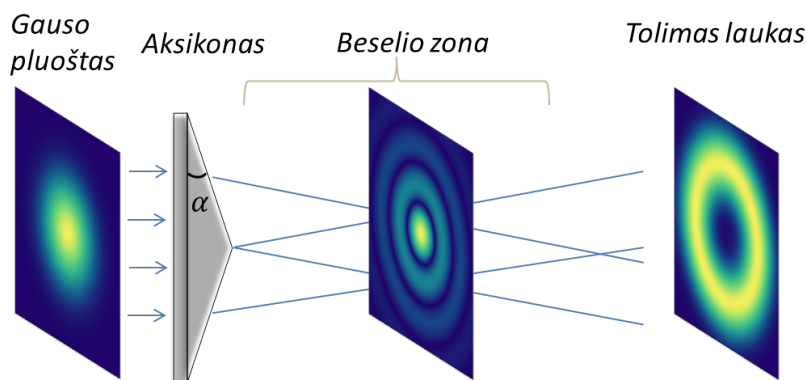
$$\psi(\rho, \varphi, z) = J_m(\beta\rho)e^{im\varphi}e^{ik_{z0}z} \quad (2)$$

čia  $J_m(\cdot)$  –  $m$ -tos eilės pirmos rūšies Beselio funkcija,  $m$  – topologinis krūvis,  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  – bangos skaičius,  $\lambda_0$  – bangos ilgis,  $\theta_0$  – plokščių bangų sudaromas kampas su sklidimo kryptimi,  $\beta = k_0 \sin \theta_0$ ,  $k_{z0} = k_0 \cos \theta_0$  – bangos vektoriaus projekcijos į sklidimo ir skersinę ašis. Beselio

pluošto erdvinis spektras yra begalo siauro pločio žiedas:

$$A(k_\rho) = \frac{1}{2\pi\beta} \delta(k_\rho - \beta), \quad (3)$$

čia  $\delta$  – Dirako delta funkcija,  $k_\rho = k_0 \sin \theta$ . Eksperimentiškai Beselio pluoštas gali būti gautas keletu būdu. Durnin savo pirmame eksperimente Beselio pluoštą gavo panaudojus apskritimą apertūrą t.y. suformavus artimą Beselio pluoštui erdvinį spektrą [7]. Kitas efektyvesnis būdas sukurti Beselio pluoštą yra naudoti kūginę prizmę, dar vadinamą aksikonu (angl. *axicon*) (žr. 2 pav.). Taip pat nedifraguojantys pluoštai gali būti gaunami skaitmeninėmis hologramomis ar naudojant erdvinius šviesos modulatorius.



2 pav. Beselio pluošto gavimo kūginę prizmę principinė schema.

Lyginant su skaliariniais, vektoriniai pluoštai pasižymi naujomis savybėmis: jie gali turėti santykinai didelę išilginę lauko komponentę. Vektorinis pluoštų aprašymas būtinas fokusuojant šviesą į mažesnę nei skaliarinio artinio židini. Eksperimentiškai azimutinės ir radialinės poliarizacijos vektoriniai Beselio pluoštai gali būti gauti iš tiesinės poliarizacijos Beselio pluošto panaudojant erdvines fazines plokšteles ar  $q$ -plokšteles [10]. Buvo nustatyta, kad nehomogeninės poliarizacijos vektoriniai pluoštai pasižymi poliarizacijos rekonstrukcijos savybe t.y. poliarizacija atsistato už pluošto sklidimo kelyje esančios kliūtis [10].

Matematiškai vektoriniai Beselio pluoštai gali būti aprašyti naudojant klasikinį metodą, kuriame skaičiuojami vektoriniai  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{N}$  laukai [11]. Vektoriniai laukai apskaičiuojami naudojant skaliarinio Beselio pluošto išraišką (2):

$$\mathbf{L} = \nabla\psi(\mathbf{r}), \quad \mathbf{M} = \nabla\psi(\mathbf{r}) \times \mathbf{a}, \quad \mathbf{N} = \frac{1}{k}(\nabla \times \mathbf{M}) \quad (4)$$

čia  $\mathbf{a}$  – pasirenkamas vektorius.  $\mathbf{L}$  laukas aprašo išilginę bangą, o  $\mathbf{M}$  ir  $\mathbf{N}$  laukai – skersinę elektromagnetinę bangą. Vektorinių laukų savybės:

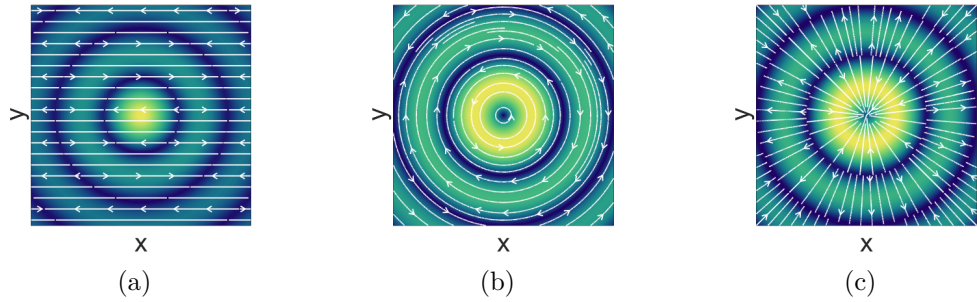
$$\nabla \times \mathbf{L} = 0, \quad \nabla \mathbf{M} = 0, \quad \nabla \mathbf{N} = 0, \quad (5)$$

Elektrinio ir magnetinio lauko stipriai aprašomi  $\mathbf{M}$  ir  $\mathbf{N}$  laukų suma [6]:

$$\mathbf{E} = b\mathbf{M} + c\mathbf{N} \quad (6)$$

$$\mathbf{H} = -\frac{k}{i\omega\mu}(b\mathbf{N} + c\mathbf{M}) \quad (7)$$

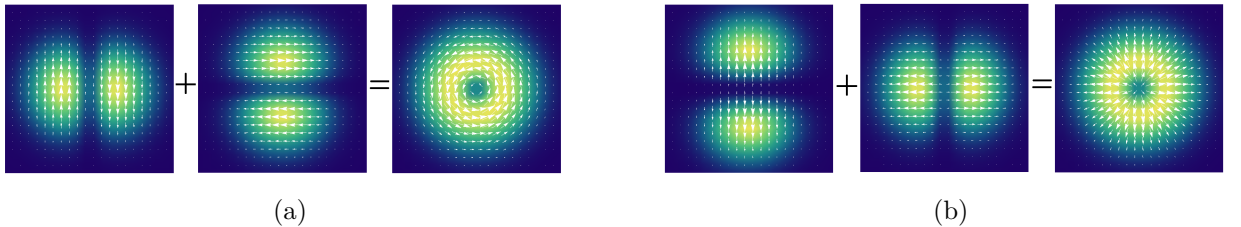
čia  $b$  ir  $c$  – koeficientai,  $\mu$  – magnetinė skvarba. Kai  $c = 0$ , elektrinis laukas, yra laikoma, kad yra  $TE$  modoje, o kai  $b = 0$  –  $TM$  modoje [6, 12], o magnetinis laukas aprašomas priešingai. Vektorinių Beselio pluoštų skirstiniai parodyti 3 pav.



3 pav. Vektorinių Beselio pluoštų skersiniai elektrinio lauko skirstiniai, esant (a) tiesinei, (b) azimutinei ir (c) radialinei poliarizacijai. Linijos parodo elektrinio lauko kryptį.

## 1.2 Azimutinė ir radialinė poliarizacijos

Dažniausiai sutinkamos lazerio pluošto poliarizacijos yra tiesinė ir eliptinė (apskritiminė). Šios poliarizacijos įprastai sukuriamos lazerio rezonatoriuje įterpiant poliarizacinį elementą. Daugelyje taikymų pastebėta, kad efektyvu naudoti pluoštus, kurių poliarizacija pasižymi cilindrine simetrija – tokios yra azimutinė ir radialinė poliarizacijos. Azimutinės poliarizacijos elektrinis laukas nukreiptas išilgai  $\mathbf{e}_\varphi$  orto, o radialinės – išilgai  $\mathbf{e}_\rho$  orto cilindrinėje koordinatinių sistemoje (žr. 4 pav.). Azimutinė ir radialinė poliarizacijos gali būti gautos sumuojant tiesinės poliarizacijos aukštesnės eilės Hermito-Gauso ( $HG_{01}$  ir  $HG_{10}$ ) modas (žr. 4 pav.). Vienas

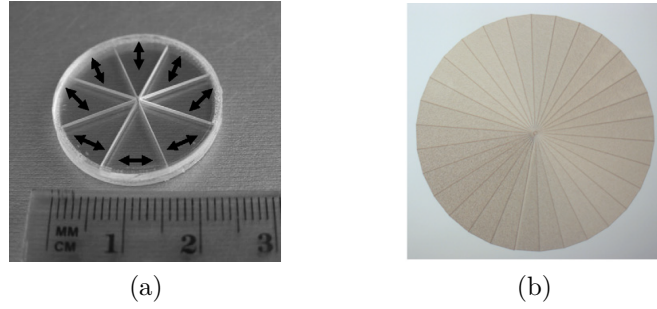


4 pav. (a) azimutinė ( $\mathbf{e}_y HG_{10} - \mathbf{e}_x HG_{01}$ ) ir (b) radialinė ( $\mathbf{e}_x HG_{01} + \mathbf{e}_y HG_{10}$ ) pluoštų poliarizacijos.

iš tokios poliarizacijos realizavimo sprendimų yra lazerio rezonatoriuje įdėti elementus, kurie

diskriminuotų (silpnintų) nereikalingas modas [13]. Tačiau dažnai norima nekeičiant lazerio charakteristikų, panaudojant pagrindinę Gauso modą ( $HG_{00}$ ), lazerio rezonatoriaus išorėje interferometriniiais metodais ar kitais optiniais elementais gauti azimutinę ir radialinę poliarizacijas.

Vienas iš galimų optinių elementų poliarizacijos gavimui yra erdvinės fazinės plokštelės. Pradžioje tokios plokštelės buvo gaminamos iš atskirų keturių ar daugiau sekcijų, kuriose dvi- gubai laužiančio optinio kristalo lėtoji ašis buvo parenkama taip, kad plokštelę praėjusi šviesa būtų radialinės ar azimutinės poliarizacijos (žr. 5 pav. (a)). Pastaruoju metu fazinės erdvinės



5 pav. (a) Aštuonių sekcijų erdvinė fazinė plokštelė [14], (b) erdvinė fazinė plokštelė, suformuota nanogardelių pagrindu [15]

plokštelės gaminamos silicio plokštelėje sukuriant nanogardeles, kurios pasižymi anizotropinėmis optinėmis savybėmis [15]. Tokiose plokštelėse, priklausomai nuo suformuotų gardelių geometrijos ir gylio, pluošto elektrinio lauko fazės pokytis keičiamas tolydžiai.

### 1.3 Nedifraguojantys impulsai

Nedifraguojantys impulsai sudaromi sumuojant skirtingo dažnio monochromatinius nedifraguojančius pluoštus. Pasinaudojant Furje atvaizdavimu, nedifraguojantį impulsą galima užrašyti:

$$E(\mathbf{r}, t) = \int_0^\infty S(\omega)\psi(\mathbf{r}; \omega)e^{-i\omega t}d\omega \quad (8)$$

čia  $\psi(\mathbf{r}; \omega)$  –  $\omega$  dažnio nedifraguojančio pluošto kompleksinė amplitudė,  $S(\omega)$  – impulso dažnių spektras (arba spektrinė amplitudė). Dažnių spektras aprašo kiekvieno sumuojamo tam tikro dažnio pluošto amplitudę, kuri, bendru atveju, gali būti kompleksinė. Kompleksinis dažnių spektras reiškia, kad impulsas turi pradinę laikinę fazinę moduliaciją (laikinių čirpą). Pasinaudojus (2) ir (8) gauname nedifraguojančio impulso, sudaryto iš Beselio pluoštų, išraišką:

$$E(\rho, \varphi, z, t) = \int_0^\infty S(\omega)J_m(k_\rho\rho)e^{im\varphi}e^{i(k_z z - \omega t)}d\omega \quad (9)$$

Atskiri nedifraguojančių impulsų tipai šiame darbe bus išskiriami pagal kampinę dispersiją, paliekant spektrinę amplitudę laisvai pasirinkamą. Kuomet visi monochromatiniai Beselio pluošt-

tai sklinda tuo pačiu kūgio kampu (t.y.  $\theta = \text{const.}$ ) gaunamos X bangos. Atskiras X bangu atvejis, kai parenkama tam tikra spektrinė gaubtinė, yra Beselio X impulsai. Esant tam tikrai kampinei dispersijai, sudaromos vadinamos sufokusuotos židinio modos.

Vektoriniai impulsai gali būti apskaičiuoti dviem būdais, priklausomai nuo to, ar impulsą aprašanti funkcija turi analitinę išraišką ar ne. Beselio X impulsai, kaip bus aprašyta kitame skyriuje, yra aprašomi analitiškai. Tuomet vektorinį impulsą aprašantys laukai gaunami pagal formules:

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = \nabla \times \mathbf{a} E(\mathbf{r}, t), \quad \mathbf{N}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{k} \nabla \times \mathbf{M}(\mathbf{r}, t) \quad (10)$$

čia  $\mathbf{a}$  - tam tikras pasirenkamas vektorius,  $\nabla$  - nabla operatorius,  $E(\mathbf{r}, t)$  - skaliarinio Beselio X impulso išraiška (žr. (13) lygtį). Kitu atveju, kai (9) integralas skaičiuojamas skaitmeniškai, vektorinius impulsus (X bangas ir FWM) gauname sumuojant vektorinius pluoštus:

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = \int_0^\infty S(\omega) \mathbf{M}_0(\mathbf{r}; \omega) e^{-i\omega t} d\omega, \quad \mathbf{N}(\mathbf{r}, t) = \int_0^\infty S(\omega) \mathbf{N}_0(\mathbf{r}; \omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (11)$$

čia  $\mathbf{M}_0(\mathbf{r}; \omega)$  ir  $\mathbf{N}_0(\mathbf{r}; \omega)$  - vektorinių nedifraguojančių pluoštų laukai. Toliau aptarsime skaliarinius ir vektorinius Beselio X impulsus, X bangas ir sufokusuotas židinio modos.

## 1.4 Beselio X impulsai

Tai nedifraguojančių impulsų tipas, kai kampinės dispersijos nėra ( $\theta(\omega) = \text{const.}$ ), o impulso dažnių spektras yra artimas Gauso funkcijai [1]:

$$S(\omega) = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{\omega}{\omega_0}} \exp \left[ -\frac{\alpha^2(\omega - \omega_0)^2}{2} \right], \quad (12)$$

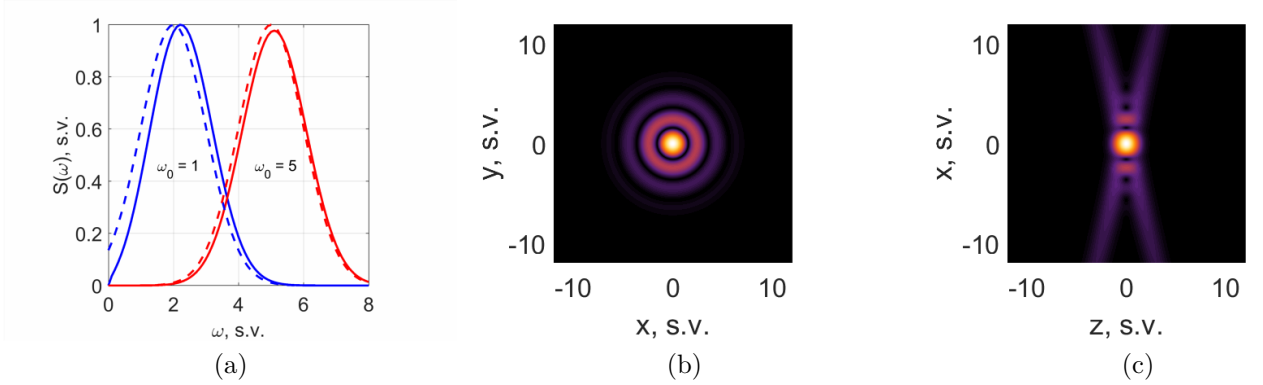
kur  $\omega_0$  - nešantysis Beselio X impulso dažnis,  $\alpha$  - konstanta, nurodanti impulso trukmę. Impulsai, kurie aprašomi šia spektrine funkcija, vadinami Beselio X impulsais. Įvedus pažymėjimą  $\Omega = \omega - \omega_0$ , galime parodyti, kad spektro  $|S(\omega)|^2$  plotis  $1/e$  aukštyje yra  $\Delta\Omega_e = 2/\alpha$ . Lygties (12) nusakoma dažnių spektro gaubtinė skiriasi nuo įprastinės Gauso gaubtinės tuo, kad ties nuliniu dažniu pluošto amplitudė artėja į nulį ir neperžengia į neigiamų dažnių sritį, todėl (12) spektras gerai aprašo realią fizikinę situaciją [1]. Spektrinė dažnių gaubtinė, esant skirtingiems  $\omega_0$  parodyta 6 pav. (a). Įstačius (12) į (9), gaunama analitinė Beselio X impulso, kurio topologinis krūvis  $m$ , elektrinio lauko išraiška [16]:

$$E(\rho, \varphi, z, t) = \sqrt{Z(d)} \exp \left[ -\frac{\rho^2 \sin^2 \theta + d^2}{2c^2 \alpha^2} + i(m\varphi + \omega_0 d) \right] J_m[Z(d)\rho\omega_0 \sin \theta/c], \quad (13)$$

kur  $Z(d) = 1 + id/\omega_0 \alpha^2$  ir  $d = z \cos \theta/c - t$ . Ši analitinė išraiška gauta pritaikius aproksimaciją - naudojant modifikuotos Beselio funkcijos asimptotinę išraišką. Nurodoma, kad ši aproksimacija tiksliai aprašo impulsą visame regimajame diapazone ir net esant kelių fs impulso trukmei [1].



Skersiniai ir išilginiai Beselio X impulso elektrinio lauko skirstiniai parodyti 6 pav.



6 pav. (a) Spektrinė impulso gaubtinė, esant skirtingam  $\omega_0$ ; skaliarinio Beselio X impulso (b) skersinis ir (c) išilginis skirstiniai, kai  $t = 0$ ,  $m = 0$ ,  $\theta = 14^\circ$ ,  $\Delta = 0.2$ .

Vektoriniai impulsai sudaromi iš skaliarinių Beselio X impulsų pagal (10) formules. Impulsų vektorizavimui reikia parinkti vektorių  $\mathbf{a}$ , kuris pagal kraštines simetrijos sąlygas gali būti:  $\mathbf{a} = \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z, \mathbf{R}$  [11]. Apžvelgsime tris pirmus atvejus.

1. Vektorizavimo vektorių yra Dekarto koordinatinių sistemos ortas  $\mathbf{a} = \mathbf{e}_x$ . Elektrinio lauko  $TE$  modos ( $\mathbf{M}$  lauko) pasiskirstymas aprašomas komponentėmis Dekarto koordinatinių sistemoje:

$$M_x = 0 \quad (14)$$

$$M_y = \sqrt{Z(d)} \exp\left(-\frac{\rho^2 \sin^2 \theta + d^2}{2\alpha^2 c^2}\right) \left[ J_m(a) \cos \theta \left( -\frac{z \cos \theta}{c^4 \alpha^2} + \frac{i\omega_0}{c} + \frac{i}{2\omega_0 \alpha^2 c Z_d} \right) + J'_m(a)_z \right] \exp(im\varphi + i\omega_0 d) \quad (15)$$

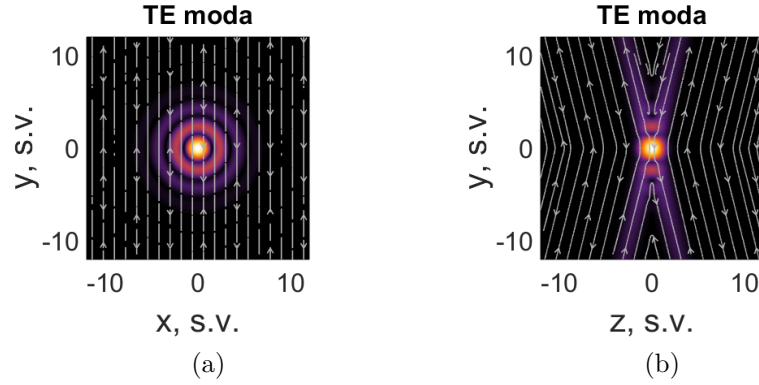
$$M_z = -\sqrt{Z(d)} \exp\left(-\frac{\rho^2 \sin^2 \theta + d^2}{2\alpha^2 c^2}\right) \left[ J_m(a) \left( -\frac{\rho \sin^2 \theta}{\alpha^2 c^2} \sin \varphi + \frac{im}{\rho} \cos \varphi \right) + J'_m(a)_\rho \right] \exp(im\varphi + i\omega_0 d), \quad (16)$$

čia  $a = Z(d)\rho\omega_0 \sin \theta/c$ ,  $J'_m(a)_x$  – pirmos eilės dalinė išvestinė pagal kintamąjį  $x$ . Kaip matyti, elektrinio lauko  $x$  komponentė lygi nuliui, laukas tiesiškai poliarizuotas  $y$  ašimi. Elektrinio lauko  $TE$  modos skersiniai ir išilginiai skirstiniai parodyti 7 pav.

Elektrinis laukas  $TM$  modoje ( $\mathbf{N}$  laukas) turi visas tris lauko komponentes cilindrinėje koordinatinių sistemoje, kurių išraiškos ir elektrinio lauko skirstiniai pateikti 1 priede.

2. Vektorizavimo vektorių yra Dekarto koordinatinių sistemos ortas  $\mathbf{a} = \mathbf{e}_y$ . Elektrinio lauko  $TE$  modos komponentės Dekarto koordinatinių sistemoje yra:

$$M_x = -\sqrt{Z(d)} \exp\left(-\frac{\rho^2 \sin^2 \theta + d^2}{2c^2 \alpha^2}\right) \left[ J_m(a) \cos \theta \left( -\frac{z \cos \theta}{c^4 \alpha^2} + \frac{i\omega_0}{c} + \frac{i}{2\omega_0 \alpha^2 c Z_d} \right) + J'_m(a)_z \right] \exp(im\varphi + i\omega_0 d) \quad (17)$$

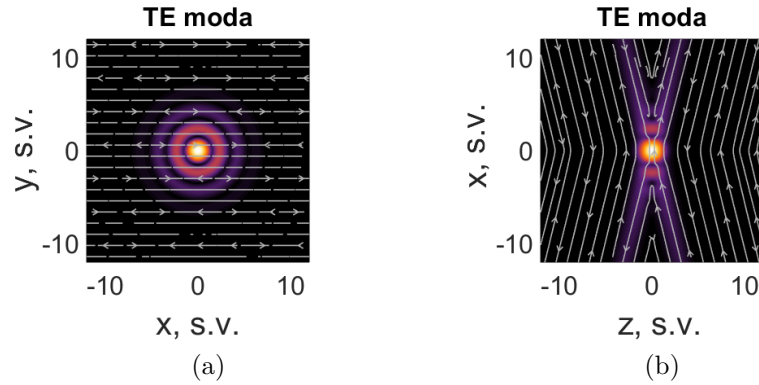


7 pav.  $x$  poliarizacijos Beselio X impulso elektrinio lauko skersinis (a) ir išilginis (b) skirstiniai, kai  $m = 0$ ,  $\theta = 14^\circ$ ,  $\Delta = 0.2$ ,  $t = 0$ .

$$M_y = 0 \quad (18)$$

$$M_z = \sqrt{Z(d)} \exp\left(-\frac{\rho^2 \sin^2 \theta + d^2}{2\alpha^2 c^2}\right) \left[ J_m(a) \left( -\frac{\rho \sin^2 \theta}{\alpha^2 c^2} \cos \varphi + \frac{im}{\rho} \sin \varphi \right) + J'_m(a)_\rho \right] \exp(im\varphi + i\omega_0 d) \quad (19)$$

Elektrinis laukas šioje modoje yra tiesiškai poliarizuotas  $x$  ašimi, o apskaičiuoti elektrinio lauko skirstiniai parodyti 8 pav. Elektrinio lauko  $TM$  modos išraiškos ir skersiniai ir išilginiai skirstiniai pateikti 1 priede.



8 pav.  $y$  poliarizacijos Beselio X impulso elektrinio lauko skersinis (a) ir išilginis (b) skirstiniai, kai  $m = 0$ ,  $\theta = 14^\circ$ ,  $\Delta = 0.2$ ,  $t = 0$

Tiesinės poliarizacijos vektoriniai Beselio X impulsai taip pat buvo gauti naudojant Hertco potencialų metodą [16].

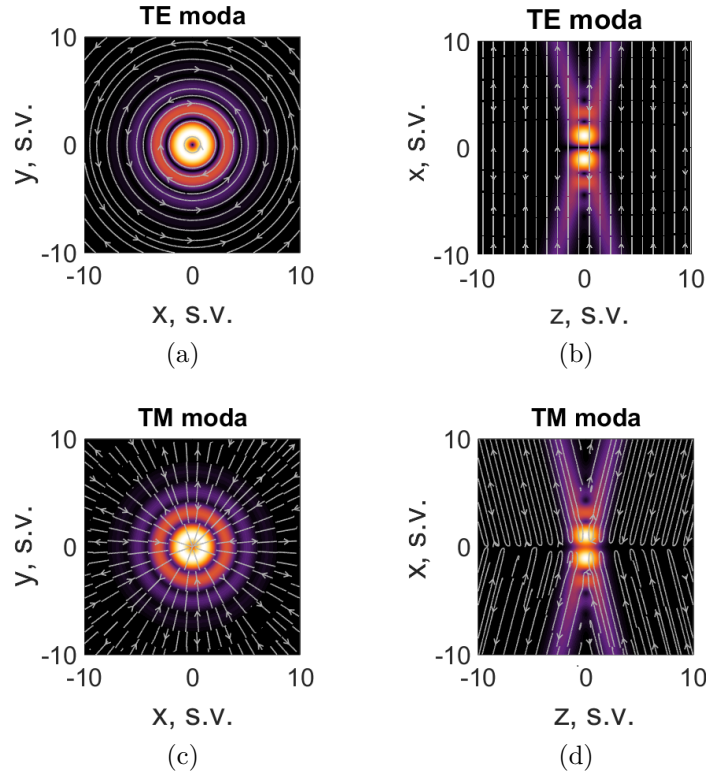
3. Vektorizavimo vektorius yra Dekarto koordinatinių sistemos ortas  $\mathbf{a} = \mathbf{e}_z$ .  $TE$  modos elektrinio lauko ( $\mathbf{M}$ ) išraiškos cilindrinėje koordinatinių sistemoje yra:

$$M_\rho = \frac{im}{\rho} \sqrt{Z(d)} \exp\left(-\frac{\rho^2 \sin^2 \theta + d^2}{2\alpha^2 c^2}\right) J_m \left[ Z(d) \frac{\rho \omega_0 \sin \theta}{c} \right] \exp(im\varphi + i\omega_0 d) \quad (20)$$

$$M_\varphi = \sqrt{Z(d)} \exp\left(-\frac{\rho^2 \sin^2 \theta + d^2}{2\alpha^2 c^2}\right) \left( J_m \left[ Z(d) \frac{\rho \omega_0 \sin \theta}{c} \right] \frac{\rho \sin^2 \theta}{\alpha^2 c^2} - \right. \\ \left. \left\{ J_{m-1} \left[ Z(d) \frac{\rho \omega_0 \sin \theta}{c} \right] - J_{m+1} \left[ Z(d) \frac{\rho \omega_0 \sin \theta}{c} \right] \right\} \frac{Z(d) \omega_0 \sin \theta}{2c} \right) \exp(im\varphi + i\omega_0 d) \quad (21)$$

$$M_z = 0 \quad (22)$$

Elektrinio lauko  $TE$  modos skersiniai ir išilginiai skirstiniai parodyti 9 pav. (a), (b). Elektrinis laukas šioje modoje yra azimutinės poliarizacijos, kai  $m = 0$ .  $N$  lauko komponentių išraiškos



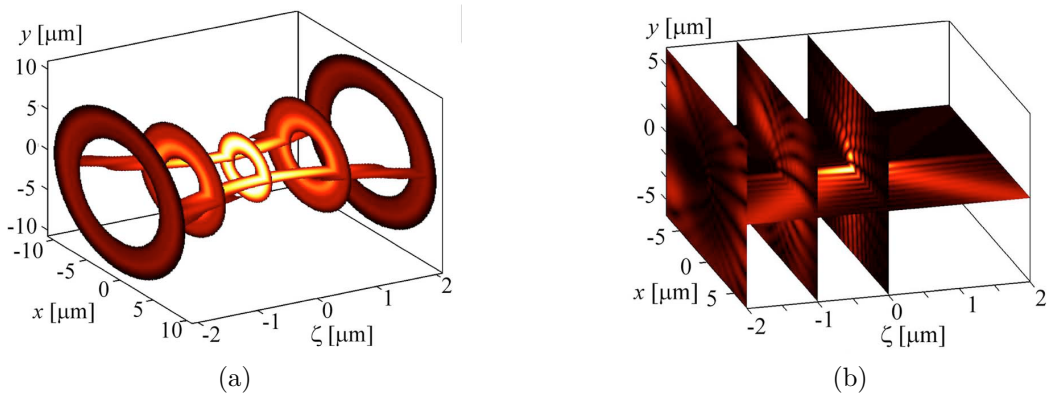
9 pav. Azimutinės (a),(b) ir radialinės (c),(d) poliarizacijos Beselio X impulso elektrinio lauko skersiniai ir išilginiai skirstiniai, kai  $m = 0$ ,  $t = 0$ ,  $\theta = 14^\circ$ ,  $\Delta = 0.02$ .

pateiktos 1 priede. Skersiniai ir išilginiai elektrinio lauko  $TM$  modos skirstiniai parodyti 9 pav. (c), (d). Elektrinis laukas šiuo atveju yra radialinės poliarizacijos skersinėje plokštumoje, kai  $m = 0$ .

Beselio X impulsų analitinė išraiška gaunama tik kai impulsas sklinda vakuume, todėl praktiniu požiūriu šis impulsų tipas naudojamas retai. Norint aprašyti nedifraguojančius impulsų sklidinimą medžiagoje reikia (9) integruoti skaitiškai, tuomet gaunamas kitas impulsų tipas – X bangos.

## 1.5 X bangos

X bangos yra vienas iš nedifraguojančių impulsų tipų. Bendru atveju X bangos gali būti sudarytos iš Beselio, Matje ar parabolinių nedifraguojančių pluoštų [17]. Kai X banga sudaryta iš Beselio pluoštų, gaunami panašūs impulsai į anksčiau aptartus Beselio X impulsus. Įdomiomis savybėmis pasižymi X bangos, sudarytos iš Matje ir parabolinių pluoštų (žr. 10 pav.). X bangos, sudarytos iš sraigtinių (angl. *helical*) Matje pluoštų, skersinėje plokštumoje suformuoja eliptinį žiedą. Dėl sudėtingos bėgančių (angl. *traveling*) parabolinių pluošto fazinės struktūros, energijos tėkmė šių impulsų skersinėje plokštumoje vyksta išilgai parabolinių trajektorijų, kurios, kaip matyti, nėra uždaros (žr. 10 (b) pav.) [17]. Elektromagnetinės energijos pasiskirstymas vektorinėse X bangose analizuotas darbuose [3, 18].



10 pav. X bangos elektrinio lauko skirstiniai, kai impulsai suformuoti iš (a) sraigtinių Matje pluoštų ir (b) lyginių parabolinių pluoštų [17].

Tiesinėje dispersinėje terpėje X bangos aprašomos skaitiškai integruojant (9), įvertinant medžiagos lūžio rodiklio dispersiją  $n(\omega)$ . Bangos vektorius medžiagoje priklausys nuo šviesos dažnio:  $k(\omega) = \omega n(\omega)/c$ . Skirtingo dažnio bangos turės skirtingas bangų vektorių projekcijas sklidimo ašyje, todėl pasireikš impulso dispersinis plitimas. X bangų sklidimo nepasireiškiant dispersijai dispersinėje terpėje sąlyga: išilginis bangos vektorius turi tiesiškai priklausyti nuo kampinio dažnio [19]:

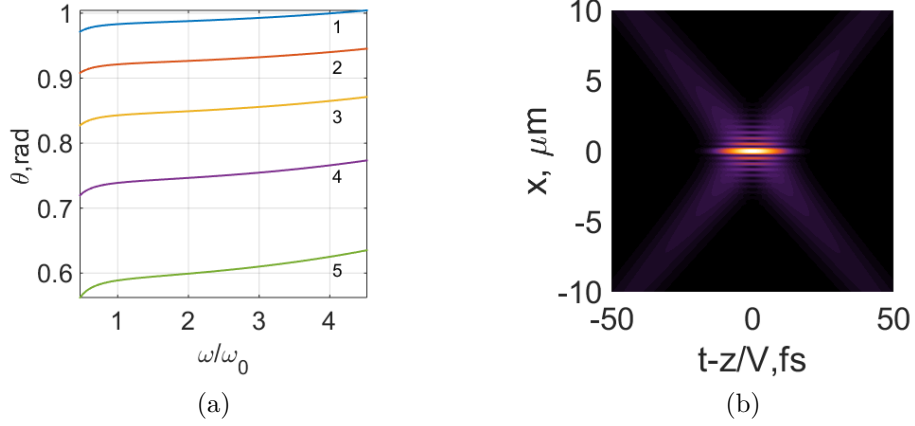
$$k_z(\omega) = \frac{\omega n(\omega) \cos \theta}{c} = \frac{\omega}{V} \quad (23)$$

čia  $V$  – laisvai pasirenkama konstanta, kurios fizikinė prasmė – impulso grupinis greitis. Tiesinėje dispersinėje terpėje lūžio rodiklio dispersija gali būti kompensuota įvedus tam tikrą kampinę dispersiją. Iš (23) gauname kampinės dispersijos dėsnį:

$$\theta(\omega) = \arccos \left[ \frac{c}{V n(\omega)} \right] \quad (24)$$

Kampinės dispersijos kreivės normalios lūžio rodiklio dispersijos srityje BK7 stikle, esant skirtingoms parametro  $V$  vertėms parodytos 11 pav. BK7 stikle sklindančios X bangos išilginis

elektrinio lauko skirstinys parodytas 11 (b) pav.



11 pav. (a) kampinės dispersijos kreivės BK7 stikle, kai  $V/c$ : 1.2 (1), 1.1 (2), 1.0 (3), 0.9 (4), 0.8 (5), (b) X bangos elektrinio lauko išilginis skirstinys BK7 stikle, kai  $V/c = 1.2$ ,  $\omega_c = 1.884 \text{ fs}^{-1}$ ,  $\Delta t = 10 \text{ fs}$ .

Kaip matyti iš kampinės dispersijos kreivės, normalios dispersijos srityje didesnio dažnio plokščios bangos turi skliti kūgiu su didesniu kampu (sudaroma teigiama kampinė dispersija). Siauresniame dažnių intervale kampinės dispersijos kreivės gali būti aproksimuojamos tiesėmis.

X bangos fazinis greitis laisvoje erdvėje yra superluminarus ir priklauso nuo nešančiojo dažnio kūgio puskampio:  $v_p = \omega/k_z = c/\cos\theta_0$ , o grupinis greitis lygus faziniam greičiui. Medžiagoje X bangos fazinis ir grupinis greičiai gali būti tiek didesni tiek mažesni už šviesos greitį, priklausomai nuo medžiagos lūžio rodiklio ir aksikono kūgio kampo.

## 1.6 Sufokusuotos židinio modos

Sufokusuotos židinio modos yra vienas iš nedifraguojančių impulsų tipų, kuris skiriasi nuo X bangų kampinės dispersijos dėsnio. FWM išilginės bangos vektorius dedamosios  $k_z$  sąryšis:

$$k_z(\omega) = \frac{\omega}{c}n(\omega) \cos\theta = \frac{\omega}{V} + \gamma \quad (25)$$

čia  $V$  ir  $\gamma$  – pasirenkamos konstantos. Iš (25) gaunamas FWM bangų kampinės dispersijos dėsnis:

$$\theta(\omega) = \arccos \left[ \frac{c}{Vn(\omega)} + \frac{\gamma c}{\omega n(\omega)} \right] \quad (26)$$

Detali FWM kampinės dispersijos kreivių analizė tiesinėse dispersinėse terpėse pateikta darbe [20]. (26) lygtis reiškia, kad kiekviena pradinį impulsą sudaranti monochromatinė  $\omega$  dažnio banga turi būti kovertuojama į Beselio pluoštą, kurio kūgio pusė kampo yra  $\theta(\omega)$ . Esant šiai kampinei dispersijai, nedifraguojantys impulsai, turintys pradinę kampinę dispersiją, medžiaga sklinda be grupinio greičio dispersijos. Kai šaltinio generuojamo pradinio impulso spektrinė

gaubtinė yra reali (t.y. pradinis impulsas yra be laikinio čirpo), gaunami ribotojo spektro FWM impulsai.

Pasinaudojus (25) FWM bangos fazinis greitis  $v_f = \omega/k_z$  medžiagoje išreiškiamas kaip [19]:

$$v_f = \frac{V}{1 + \gamma V/\omega} \quad (27)$$

Parenkant  $V$  ir  $\gamma$  parametrus galima valdyti FWM bangų fazinį greitį. Daliniu atveju, kai  $\gamma = 0 \mu m^{-1}$ , turime fazinį greitį lygų grupiniam greičiui, kas atitinka X bangos atvejį.

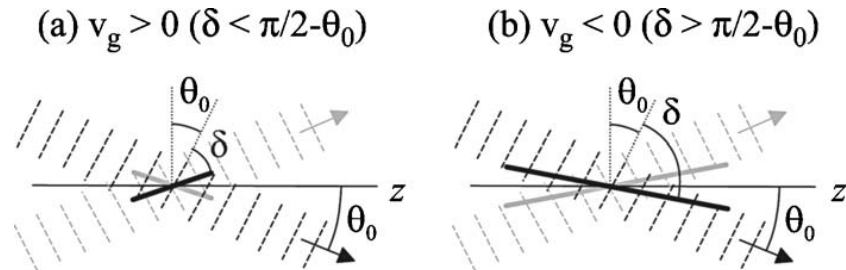
Galima suformuoti FWM impulsus, kurių gaubtinė judėtų neigiama  $z$  kryptimi, nors ji sudarantys sudarančios plokščios bangos sklinda į priekį [4]. Šiuo atveju FWM bangos fazinis greitis  $v_f > 0$ , o grupinis  $V < 0$ . Parinkus  $V < 0$  iš (27) gauname apribojimus  $\gamma$  parametrai:

$$\gamma > 0, \gamma > \frac{\omega}{|V|} \quad (28)$$

Kaip matyti, impulso kampinė dispersija turi būti teigiama ir būti tam tikro didumo. Teigiama kampinė dispersija sukuria impulso amplitudinio fronto pokrypį fazinio fronto atžvilgiu [4]. Parametrų  $V$  ir  $\gamma$  vertės gali būti susietos su pakrypusius impulsus aprašančiais dydžiais:

$$\omega \frac{d\theta}{d\omega} \tan \theta = \frac{\gamma V}{\omega + \gamma V} \quad (29)$$

Neigiamą FWM grupinį greitį galima paaikšinti remiantis 12 pav. [4]. Kampinė dispersija  $d\theta/d\omega$  sukuria impulso pokrypį. Kai impulso pokrypio kampo  $\delta$ , sukurto kampinės dispersijos, ir Beselio kūgio kampo centriniam impulso dažniui  $\theta_0$  suma didesnė už  $\pi/2$ , gaunamas neigiamas impulso grupinis greitis. Tuomet kūgio paviršiumi sklindančių impulsų pradžia susikerta laike pirmiausia ir sankirtos vieta erdvėje juda atgal impulsams sklindant į priekį (žr. 12 pav. (b)). O kai šių dviejų kampų suma mažesnė už  $\pi/2$ , impulso grupinis greitis yra teigiamas, kurio didumą galima valdyti parenkant kampinės dispersijos didumą.



12 pav. Impulso fazinio ir amplitudinio fronto padėtys, kai grupinis greitis (a) teigiamas, (b) neigiamas [4].

## 1.7 Nedifraguojančių impulsų gavimo būdai

Beselio nedifraguojančius impulsus eksperimentiškai galima gauti keliais būdais.

1. Vienas paprasčiausių būdų gauti nedifraguojančius impulsus yra naudoti apskritiminę apertūrą ir Furje lęšį, kurie apšviečiami impulsiniu pluoštu. Gauta kampinė dispersija nusakoma dėsniu [2]:

$$\sin \theta(k) = \sin \left[ \arctan \left( \frac{D}{f} \right) \right] = \sin \theta_0 \quad (30)$$

čia  $D$  – apertūros diametras,  $f$  – lęšio židinio nuotolis. Su šia kampine dispersija gaunami Beselio X impulsai.

2. Nedifraguojančius impulsus galima gauti naudojant kūginę prizmę – aksikoną. Apšviečiant aksikoną skirtingo dažnio plokščiomis bangomis gauname skirtingų dažnių Beselio pluoštų superpoziciją, kai kiekvieno Beselio kūgio kampas nusakomas aksikono medžiagos dispersijos:

$$\sin \theta(\omega) = [1 - n(\omega)] \tan \alpha, \quad (31)$$

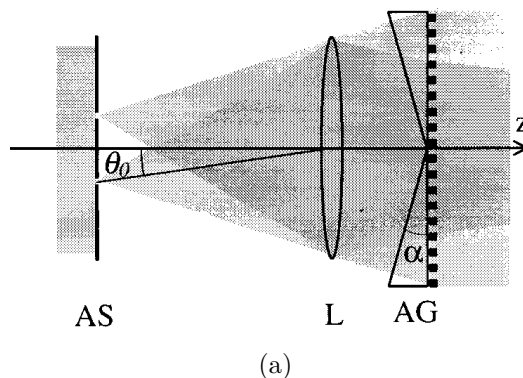
čia  $\alpha$  – aksikono kūgio kampas [2]. Tuomet formuojama kampinė dispersija gali būti valdoma parenkant aksikono pagrindo kampą. Tačiau dažniausiai aksikono suformuojama kampinė dispersija būna per maža kompensuoti skysčio ar dielektrinės medžiagos dispersijos.

3. Kitas būdas gauti kampinę dispersiją yra naudoti apskritiminę gardelę. Šią gardelę apšvietus skirtingų dažnių plokščiomis bangomis gaunami Beselio pluoštai, kurių kūgio kampai yra:

$$\sin \theta(k) = \frac{2\pi}{kd} \quad (32)$$

čia  $d$  – gardelės konstanta.

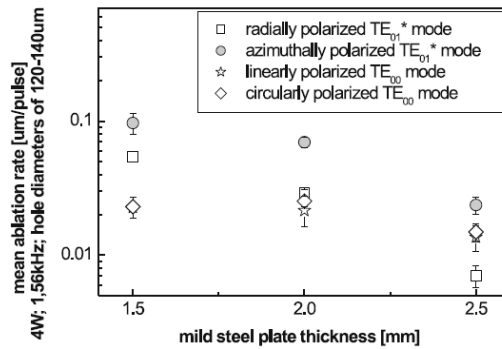
4. Sudėtingesnės sandaros kampinė dispersija gali būti gaunama panaudojus kelis optinius elementus, pavyzdžiui, apskritiminę difrakcinę gardelę ir aksikoną [2]. Tam tikrame spektro intervale FWM kampinė dispersija gali būti aproksimuota panaudojant kelis optinius elementus (žr. 13 pav.): apskritiminę apertūrą, lęšį, apskritiminę difrakcinę gardelę ir aksikoną [2].



13 pav. Principinė optinė FWM generavimo schema [2].

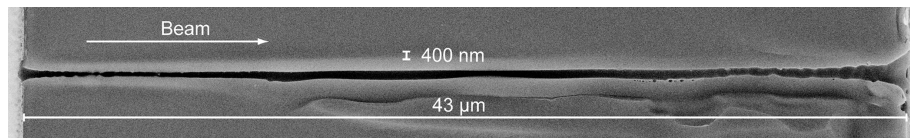
## 1.8 Taikymas lazeriniame medžiagų apdirbime

Viena iš didžiausių lazerio pritaikymo sričių yra lazerinis medžiagų apdirbimas. Lazeris pakeitė mechanines apdirbimo stakles tokiose srityse kaip metalo pjovimas, gręžimas, virinimas. Pereinant prie mikrometrinių matmenų, nustatyta, kad apdirbimo kokybei didelę įtaką turi naudojamo pluošto poliarizacija ir geometrija. Pirmiausia, buvo išmatuota, kad lazerinis metalo pjovimas yra efektyviausias naudojant radialinės poliarizacijos pluoštą [21]. Kiek vėliau, pluošto poliarizacijos įtaka apdirbimo kokybei tiksliau įvertinta gręžiant skylės [22]. Šiame darbe gauta, kad naudojant azimutinę ar radialinę poliarizaciją, skylių gręžimo efektyvumas (abliacijos sparta) yra didesnis negu naudojant įprastines pluošto poliarizacijas (tiesinę ar apskritiminę). Kai kuriais atvejais, gręžimo efektyvumas naudojant azimutinę poliarizaciją yra didesnis nuo 1.5 - 4 kartus lyginant su tiesine poliarizacija [22] (žr. 14 pav.). Galiausiai buvo prieita prie išvadų, kad radialinė poliarizacija efektyviausia gręžiant didelio diametro ir mažo gylio skylės, o azimutinė – gręžiant didelio kraštinių santykių skylės (labai plonas ir ilgas) [23].



14 pav. Skylių gręžimo vidutinė abliacijos sparta skirtingo storio plieno bandiniuose, esant skirtingoms pluošto poliarizacijoms [22].

Tam tikruose taikymuose efektyvu naudoti nedifraguojantį Beselio pluoštą [24]. Beselio pluošto intensyvumas išlieka pastovus daug didesniame ilgyje, lyginant su Gauso pluošto Relejaus ilgiu, todėl jie imti taikyti labai siaurų ir ilgų kanalų formavimui [25]. Azimutinės ir



15 pav. Stikle suformuotas nanokanalas, panaudotas Beselio impulsinį pluoštą, kurio  $\theta = 11^\circ$ , o impulso energija  $3.1 \mu J$  [25].

radialinės poliarizacijos vektoriniai Beselio pluoštai nors jau ir gaunami eksperimentiškai, tačiau jų panaudojimas medžiagų apdirbimui dar neištirtas.



## 2 FWM modeliavimo metodika

Impulsų sklidimas skaičiuojamas pasirinktose trijose medžiagose: BK7 stikle, safyre ir netiesiniame LN kristale normalios dispersijos srityje. BK7 stiklas dažnai naudojamas optinių komponentų gamyboje, safyras ir taip pat BK7 stiklas dažnai naudojami lazeriniame apdirbime, o netiesinis LN kristalas pasižymi išskirtinėmis optinėmis savybėmis, kurios taikomos netiesinėje optikoje. Skalariškos FWM medžiagoje skaičiuojamos įvertinus kampinę dispersiją (26):

$$E(\rho, \varphi, z, t) = e^{i\gamma z} \int_0^\infty S(\omega) J_m(k_\rho \rho) e^{im\varphi} e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (33)$$

čia  $\tau = t - z/V$  – „bėgantis laikas“. Skalariškos impulso trukmė skaičiuojama FWHM aukštyje impulso intensyvumui  $|E(\rho, \varphi, z, t)|^2$ . Spektrinė gaubtinė parinkta Gauso formos:

$$S(\omega) = \exp[-\Delta t^2(\omega - \omega_c)^2/4] \quad (34)$$

čia  $\omega_c$  – centrinis spektro dažnis,  $\Delta t$  – spektro plotis, apibrėžiamas laike. Integralas (33) integruojamas remiantis  $3\sigma$  taisykle: integruojama tokiaje dažnių intervale, kuris apima 99,7 % spektrinės funkcijos  $S(\omega)$  verčių.

Vektorinės FWM gaunamos sumuojant vektorinius pluoštus:

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = e^{i\gamma z} \int_0^\infty S(\omega) \mathbf{M}_0(\mathbf{r}; \omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (35)$$

$$\mathbf{N}(\mathbf{r}, t) = e^{i\gamma z} \int_0^\infty S(\omega) \mathbf{N}_0(\mathbf{r}; \omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (36)$$

čia  $\mathbf{M}_0(\mathbf{r}; \omega)$  ir  $\mathbf{N}_0(\mathbf{r}; \omega)$  – vektorinių nedifraguojančių pluoštų laukai, kurių išraiškos pateiktos priede nr. 2. Vektorinių pluoštų poliarizacija nusakoma parenkant vektorizavimo vektorių  $\mathbf{a}$ . Tiesinei poliarizacijai parenkame  $\mathbf{a} = \mathbf{e}_x$ . Tuomet tiesinės poliarizacijos impulsą aprašys  $\mathbf{M}$  vektorinis laukas. Azimutinei ir radialinei poliarizacijai parenkame  $\mathbf{a} = \mathbf{e}_z$ . Šiuo atveju  $\mathbf{M}$  vektorinis laukas aprašys azimutinės, o  $\mathbf{N}$  laukas radialinės poliarizacijos impulsą.

Skalariškos ir vektorinių impulsų skersiniai matmenys įvertinami skaičiuojant integralinį impulso plotį pagal (37) formulę.

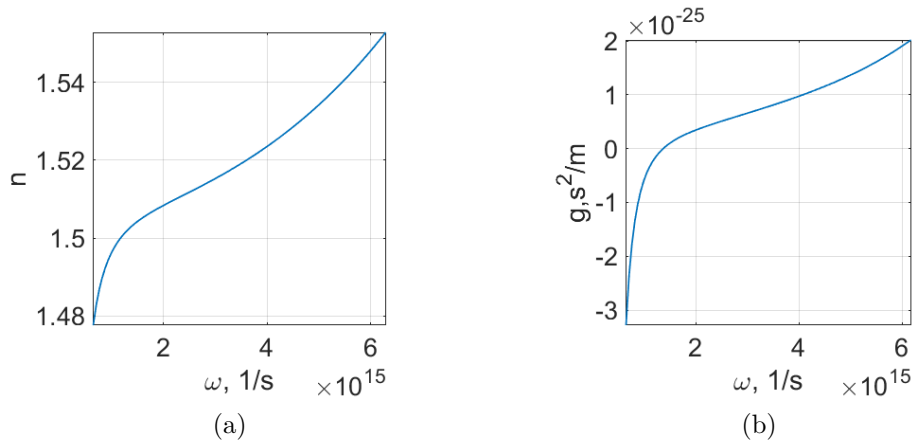
$$w_{int} = \left( \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \rho^2 |f(\rho)|^2 d\rho}{\int_{-\infty}^{\infty} |f(\rho)|^2 d\rho} \right)^{1/2} \quad (37)$$

čia  $f(\rho)$  – skalariškos impulsui  $E(\rho)$ , o vektoriniams –  $\mathbf{M}(\rho)$  arba  $\mathbf{N}(\rho)$ .

Nagrinėjimų medžiagų savybės aptartos toliau.

### Stiklas BK7

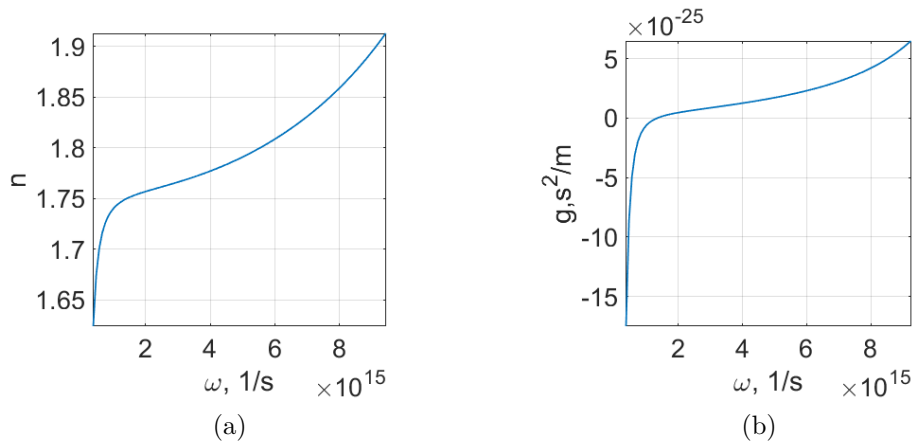
Grupinių greičių dispersijos nulis yra ties  $\lambda_0 = 1.356 \mu m$  ( $\omega_0 = 1.389 \times 10^{15} s^{-1}$ ), mažesnių bangos ilgių srityje grupinių greičių dispersija normali, o didesnių – anomali. Lūžio rodiklio ir grupinio greičio dispersijos kreivės parodytos 16 pav. [26].



16 pav. BK7 stiklo (a) lūžio rodiklio priklausomybė nuo dažnio, (b) grupinio greičio dispersijos koeficiento priklausomybė nuo dažnio.

### Safyras ( $\alpha - Al_2O_3$ )

Grupinių greičių dispersijos nulis yra ties  $\lambda_0 = 1.363 \mu m$  ( $\omega_0 = 1.382 \times 10^{15} s^{-1}$ ), mažesnių bangos ilgių srityje grupinių greičių dispersija normali, o didesnių – anomali. Lūžio rodiklio ir grupinio greičio dispersijos kreivės parodytos 17 pav. [27].

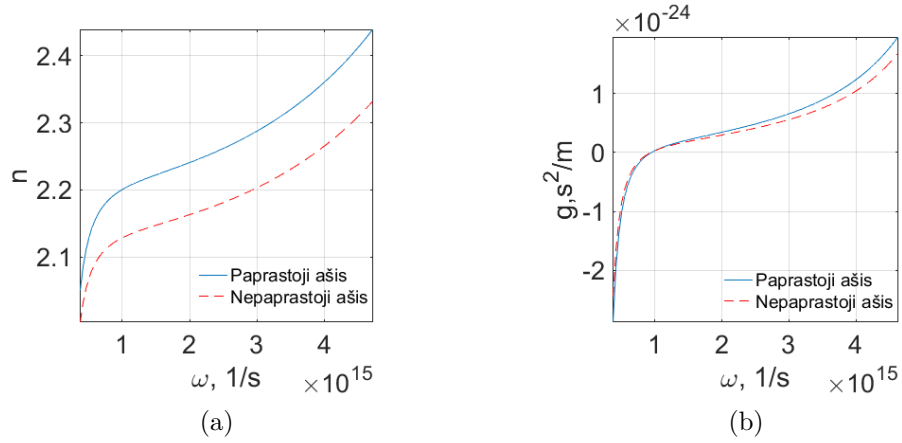


17 pav. Safyro (a) lūžio rodiklio priklausomybė nuo dažnio, (b) grupinio greičio dispersijos koeficiento priklausomybė nuo dažnio.

### Netiesinis LN kristalas ( $LiNbO_3$ )

Ličio niobatas yra vienašis neigiamas netiesinis kristalas. Lūžio rodiklio ir GVD koeficiento kitimas paprastajai (o) ir nepaprastajai (e) bangoms parodyti 18 pav. Grupinių greičių

dispersijos nulis paprastajai bangai (o) yra ties  $\lambda_0 = 1.903 \mu m$  ( $\omega_0 = 9.9 \times 10^{14} s^{-1}$ ), mažesnių bangos ilgių srityje grupinių greičių dispersija normali, o didesnių – anomali. Lūžio rodiklio ir grupinio greičio dispersijos kreivės parodytos 18 pav. [28, 29].



18 pav. Safyro (a) lūžio rodiklio priklausomybė nuo dažnio, (b) grupinio greičio dispersijos koeficiento priklausomybė nuo dažnio.

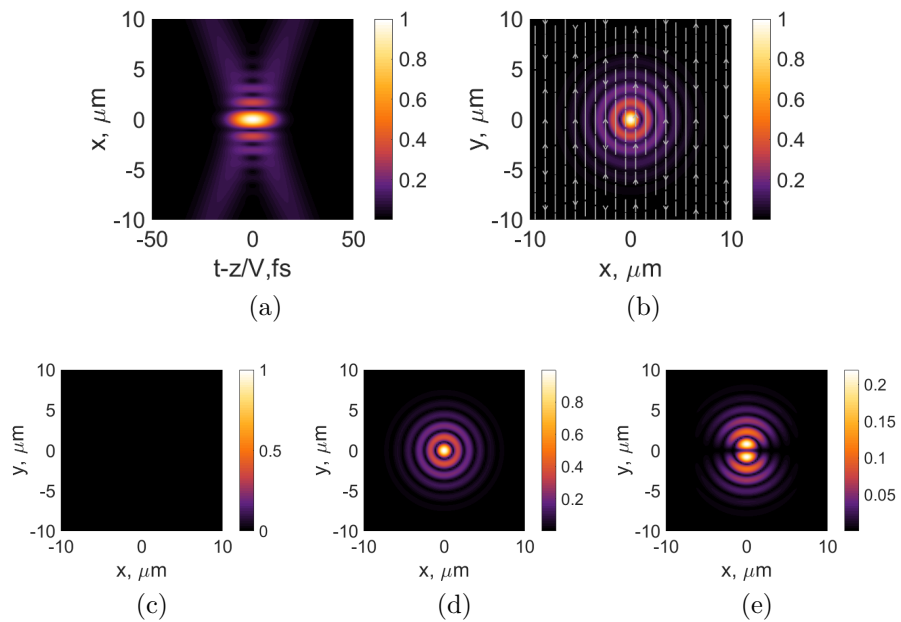
Grupinių greičių dispersijos nulis nepaprastajai bangai yra ties  $\lambda_0 = 1.992 \mu m$  ( $\omega_0 = 9.462 \times 10^{14} s^{-1}$ ), mažesnių bangos ilgių srityje grupinių greičių dispersija normali, o didesnių – anomali.

## 3 Modeliavimo rezultatai ir jų aptarimas

### 3.1 Vektorinių FWM savybės

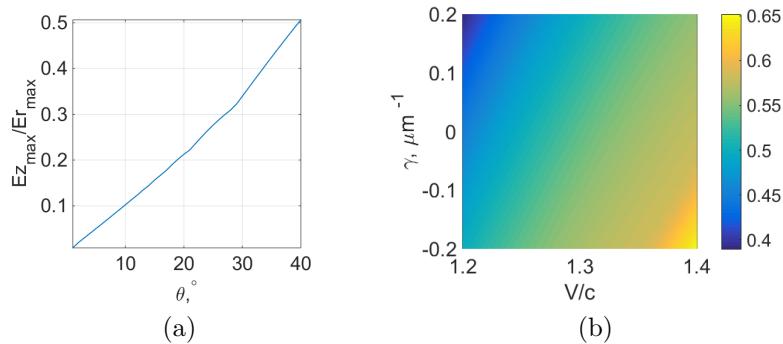
Pradžioje aptarsime vektorinių tiesinės, azimutinės ir radialinės poliarizacijos FWM bangų savybes vakuume ( $n(\omega) = 1$ ).

**Tiesinė poliarizacija** Vektoriniai tiesinės poliarizacijos impulsai apskaičiuoti pagal (36), parinkus  $\hat{\mathbf{a}} = (1, 0, 0)$ . Skersinis ir išilginis elektrinio lauko skirstiniai bei atskiros komponentės parodytos 19 pav.



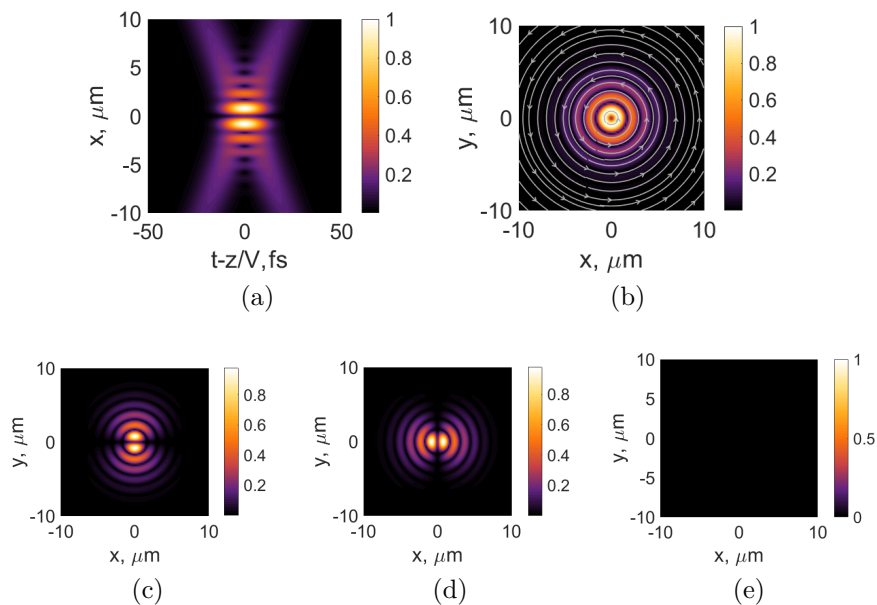
19 pav. Tiesinės poliarizacijos FWM bangos elektrinio lauko (a) išilginis, (b) skersinis skirstinys ir (c)-(e) lauko komponentės skersinėje plokštumoje, kai  $V/c = 1.2$ ,  $\gamma = 0.628 \mu\text{m}^{-1}$ ,  $\omega_c = 1.884 \text{ fs}^{-1}$ ,  $\Delta t = 10 \text{ fs}$ ,  $m = 0$ .

Tiesinės poliarizacijos impulsas turi intensyvią vieną iš skersinių komponentių ir mažiau intensyvią išilginę komponentę, kurios didumas priklauso nuo  $\theta$  kampo. Išilginės elektrinio lauko komponentės ( $E_z$ ) maksimalios vertės santykis su skersinės komponentės ( $E_r = (E_x^2 + E_y^2)^{1/2}$ ) maksimalia verte, kintant  $\theta$  kampui parodytas 20 pav. Kaip matyti, išilginės komponentės didumas priklauso tiesiškai nuo  $\theta$  kampo,  $V$  ir  $\gamma$  parametrų, tačiau savo didumu išilginė komponentė nėra didesnė už skersinę. Trukmė tiesinės poliarizacijos impulse nepriklauso nuo  $V$  bei  $\gamma$  parametrų ir sutampa su skaliarinio impulso trukme – 19 pav. parodytu atveju impulso trukmė 11,8 fs.



20 pav. Tiesinės poliarizacijos impulso išilginės komponentės maksimalios vertės santykio su skersine komponente priklausomybė nuo (a) kampo  $\theta$ , kai  $\gamma = 0 \mu\text{m}^{-1}$ , (b)  $V$  ir  $\gamma$  parametų.

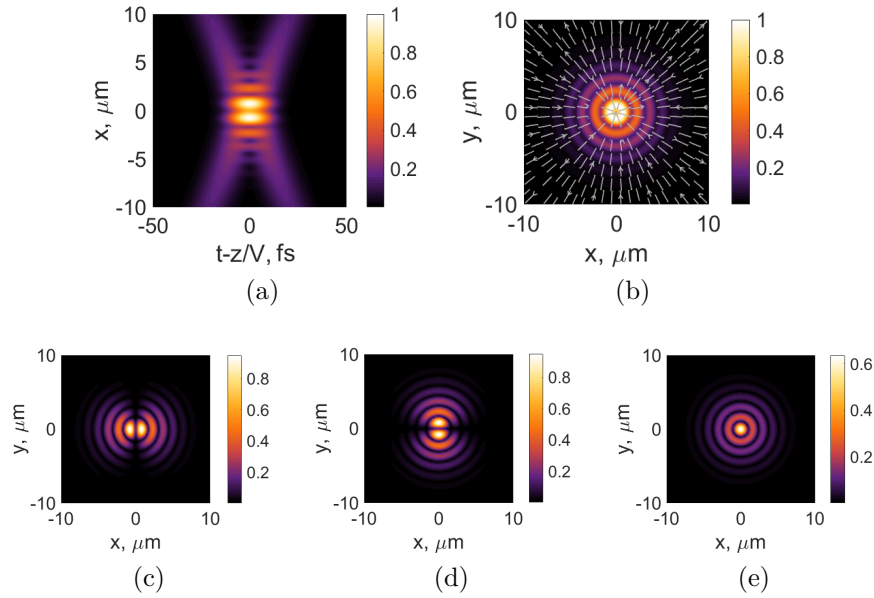
**Azimutinė poliarizacija** Azimutinės poliarizacijos vektoriniai FWM impulsai gauti parinkus  $\hat{\mathbf{a}} = (0, 0, 1)$ . Skersinis ir išilginis impulso skirstinys bei atskiros komponentės pavaizduoti 21 pav. Kaip matyti, azimutinės poliarizacijos impulsas neturi išilginės elektrinio lauko kompo-



21 pav. Azimutinės poliarizacijos FWM bangos elektrinio lauko (a) išilginis, (b) skersinis skirstinys ir (c)-(e) lauko komponentės skersinėje plokštumoje, kai  $V/c = 1.2$ ,  $\gamma = 0.628 \mu\text{m}^{-1}$ ,  $\omega_c = 1.884 \text{fs}^{-1}$ ,  $\Delta t = 10 \text{fs}$ ,  $m = 0$ .

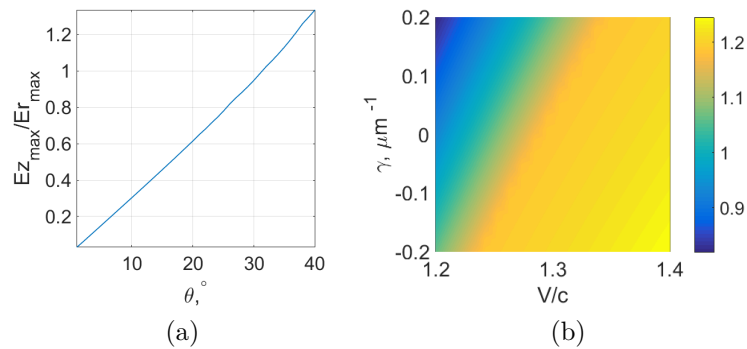
nentės  $E_z$ , o skersinės komponentės  $E_x$  ir  $E_y$  yra vienodo didumo. Impulso trukmė nepriklauso nuo  $V$  ir  $\gamma$  parametų, tačiau yra šiek tiek didesnė nei skaliarinio impulso trukmė – 11,94 fs.

**Radialinė poliarizacija** Radialinės poliarizacijos vektoriniai FWM impulsai gauti parinkus  $\hat{\mathbf{a}} = (0, 0, 1)$ . Skersinis ir išilginis impulso skirstinys bei atskiros komponentės pavaizduoti 22 pav.



22 pav. Radialinės poliarizacijos FWM bangos elektrinio lauko (a) išilginis, (b) skersinis skirstinys ir (c)-(e) lauko komponentės skersinėje plokštumoje, kai  $V/c = 1.2$ ,  $\gamma = 0.628 \mu\text{m}^{-1}$ ,  $\omega_c = 1.884 \text{fs}^{-1}$ ,  $\Delta t = 10 \text{fs}$ ,  $m = 0$ .

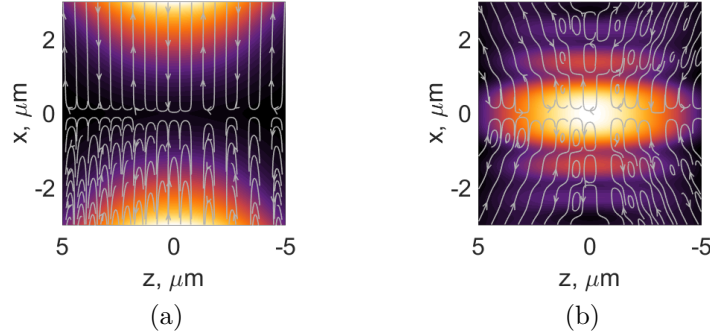
Iš 22 pav. matyti, kad radialinės poliarizacijos impulsas turi intensyvią išilginę elektrinio lauko komponentę, kuri intensyviausia ties impulso centru. Impulso išilginės komponentės ( $E_z$ ) santykio su skersine elektrinio lauko komponente ( $E_r = (E_x^2 + E_y^2)^{1/2}$ ) priklausomybė nuo  $\theta$  kampo, bei  $V$  ir  $\gamma$  parametų parodyta 23 pav.



23 pav. Radialinės poliarizacijos impulso išilginės komponentės maksimalios vertės santykio su skersine komponente priklausomybė nuo (a) kampo  $\theta$ , kai  $\gamma = 0 \mu\text{m}^{-1}$ , (b) parametų  $V$  ir  $\gamma$ .

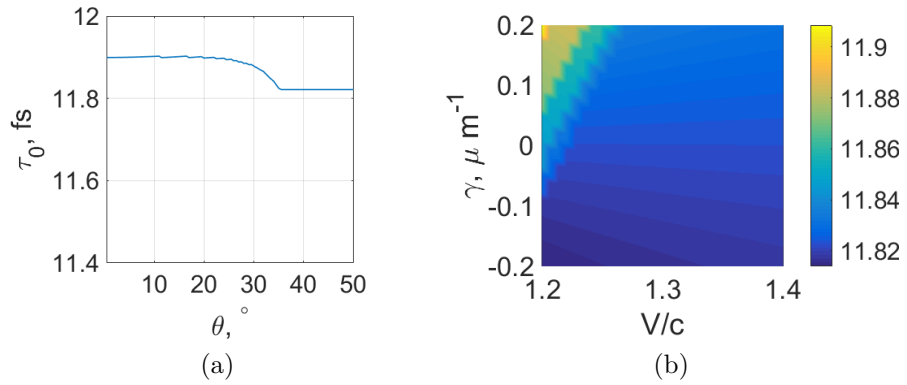
Padidinta centrinė FWM impulso dalis  $xz$  plokštumoje parodyta 24 pav. Kaip matyti, elektrinis laukas pluošto centre yra vien tik išilginės poliarizacijos ir elektrinis laukas periodiškai

keičia kryptį ties teigiama ir neigiama  $z$  ašimi. Didėjant kampui  $\theta$ , ir  $V$  ir  $\gamma$  parametrams, impulsas tampa vis labiau lokalizuotas ties optine ašimi.



24 pav. FWM išilginis elektrinio lauko skirstinys arti pluošto ašies, kai (a)  $V/c = 1.1$ , (b)  $V/c = 1.4$ , ir  $\gamma = 0.628 \mu\text{m}^{-1}$ ,  $\omega_c = 1.884 \text{ fs}^{-1}$ ,  $\Delta t = 10 \text{ fs}$ ,  $m = 0$ .

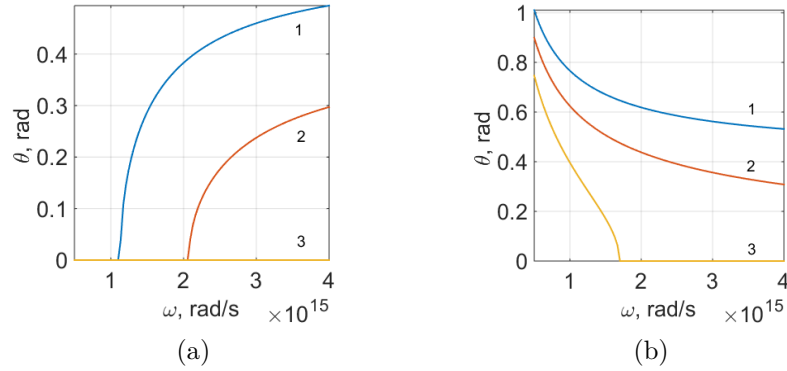
Radialinės poliarizacijos FWM trukmė keičiasi kintant kampui  $\theta$ , nes keičiasi išilginės ir skersinių komponentių santykinis didumas. Išilginės komponentės trukmė yra mažesnė, nei skersinės, todėl ties kampu, kai išilginė komponentė tampa intensyvesnė už skersinę (apie  $30^\circ$ ) trukmė sumažėja ir tampa pastovi, kai parodyta 25 pav.



25 pav. Radialinės poliarizacijos impulso (a) trukmės priklausomybė nuo  $\theta$  kampo, kai  $\gamma = 0$ , (b) trukmės priklausomybė nuo  $V$  ir  $\gamma$  parametrų.

### 3.2 FWM bangų kampinės dispersijos kreivių analizė

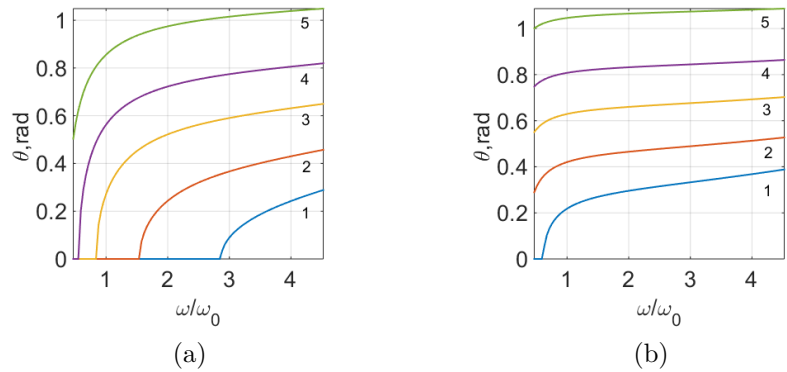
Laisvoje erdvėje FWM banga turi kampinę dispersiją, kuri yra nusakoma pasirenkamo  $\gamma$  parametro ženklu (žr. 26 pav.): kai  $\gamma > 0$ , sudaroma teigiama kampinė dispersija, o kai  $\gamma < 0$ , kampinė dispersija neigiama. FWM kampinės dispersijos kreivės ore parodytos 26 pav. Kaip



26 pav. FWM bangų kampinės dispersijos kreivės ore, kai (a)  $\gamma = 0.628 \mu m^{-1}$ ,  $V/c$ : (1) 1.2, (2) 1.1, (3) 1.0 ir (b)  $\gamma = -0.628 \mu m^{-1}$ ,  $V/c$ : (1) 1.1, (2) 1.0, (3) 0.9.

matyti, esant  $\gamma > 0$ , FWM gali sklisti oru tik didesniu už šviesos greitį greičiu, o esant neigiamai kampinei dispersijai ( $\gamma < 0$ ), greitis ore gali būti ir mažesnis už šviesos greitį.

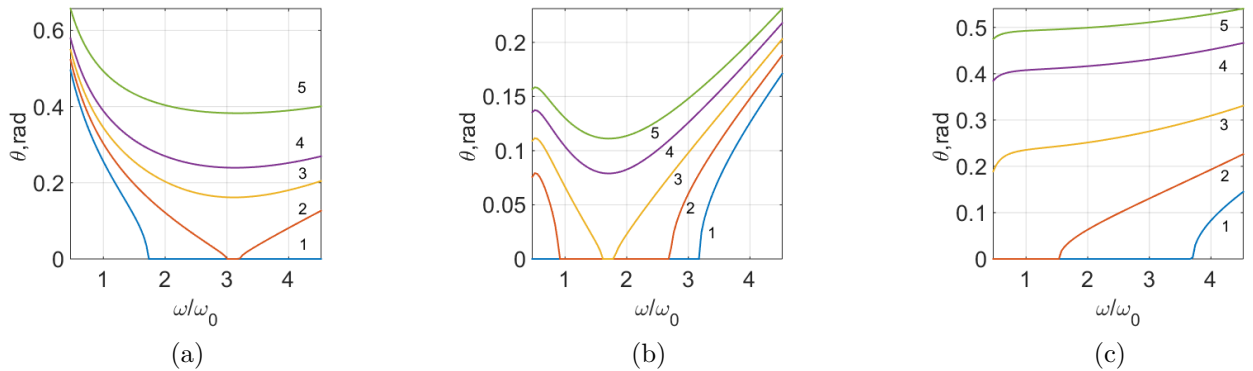
**Kampinės dispersijos kreivės BK7 stikle** FWM bangų kampinė dispersija medžiagoje nusakoma (26) lygtimi. Kintant laisvai pasirenkamų  $\gamma$  ir  $V$  parametrų ženklams ir didumams, keičiasi dispersijos kreivių forma.  $\gamma$  parametrui esant teigiamam, dispersijos kreivės gaunasi monotoniškai didėjančios esant skirtingoms  $V$  vertėms (žr. 27 pav.). FWM impulso grupinis greitis ore esant teigiamai dispersijai gali būti tik didesnis už šviesos greitį, o medžiagoje jis gali būti lygus šviesos greičiui ar mažesnis, priklausomai nuo medžiagos lūžio rodiklio.



27 pav. FWM kampinės dispersijos kreivės BK7 stikle, kai (a)  $\gamma = 1.25 \mu m^{-1}$ , (b)  $\gamma = 0.18 \mu m^{-1}$ , kai  $V/c$ : 0.7 (1), 0.75 (2), 0.85 (3), 1 (4), 1.4 (5).

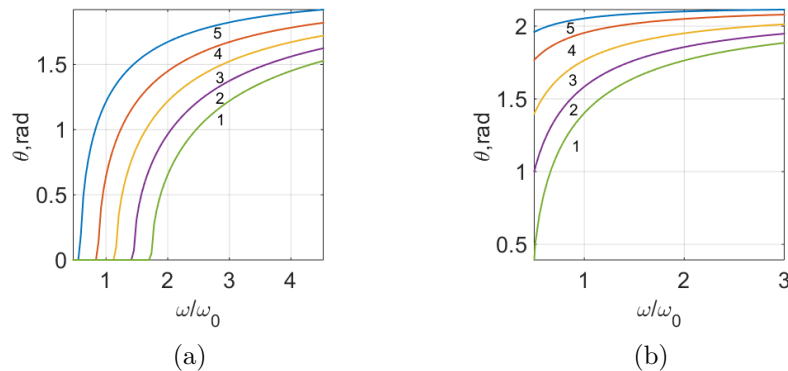


Parinkus neigiamas  $\gamma$  vertes, dispersijos kreivių forma gaunasi sudėtingesnė ir priklauso nuo nulinio GVD taško padėties (žr. 28 pav.) Siauruose dažnių intervaluose dispersijos kreivių forma gali būti aprašoma tiese, hiperbole ar elipse. Kreivių forma jautri mažiems  $V$  ir  $\gamma$  parametru pokyčiams.



28 pav. FWM kampinės dispersijos kreivės BK7 stikle, kai (a)  $\gamma = -0.628 \mu\text{m}^{-1}$ , kai  $V/c$ : 0.629 (1), 0.6368 (2), 0.645 (3), 0.655 (4), 0.685 (5), (b)  $\gamma = -0.125 \mu\text{m}^{-1}$ , kai  $V/c$ : 0.6831 (1), 0.6834 (2), 0.6835 (3), 0.6836 (4), 0.684 (5), (c)  $\gamma = -0.042 \mu\text{m}^{-1}$ , kai  $V/c$ : 0.65 (1), 0.66 (2), 0.68 (3), 0.72 (4), 0.75 (5).

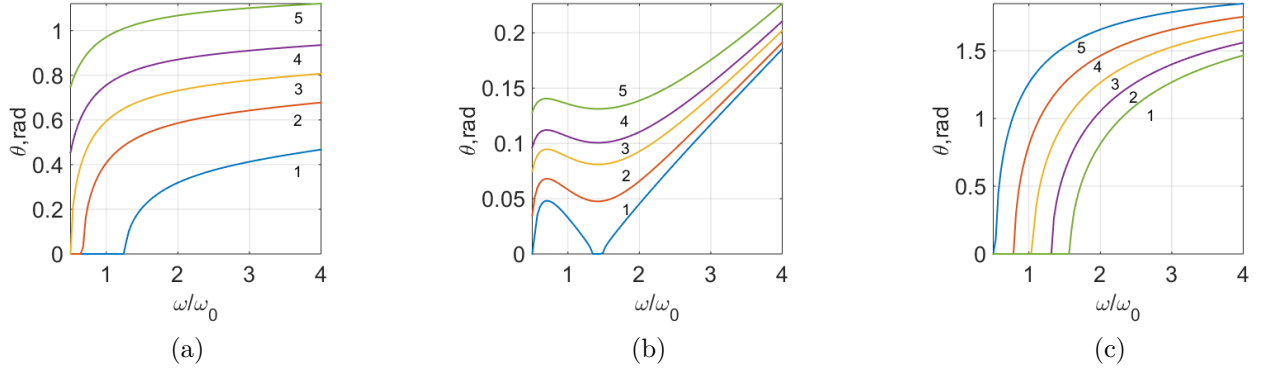
Parinkus neigiamas  $V$  parametro vertes, gautos dispersijos kreivės parodytos 29 pav.: (a) atveju tenkinamos (28) sąlygos, (b) – netenkinamos.



29 pav. FWM kampinės dispersijos kreivės BK7 stikle, kai  $V = -1.2c$ , (a)  $\gamma$ :  $6.28 \mu\text{m}^{-1}$  (1),  $9.42 \mu\text{m}^{-1}$  (2),  $12.56 \mu\text{m}^{-1}$  (3),  $15.7 \mu\text{m}^{-1}$  (4),  $18.84 \mu\text{m}^{-1}$  (5), (b)  $\gamma$ :  $5.03 \mu\text{m}^{-1}$  (1),  $3.77 \mu\text{m}^{-1}$  (2),  $2.51 \mu\text{m}^{-1}$  (3),  $1.26 \mu\text{m}^{-1}$  (4),  $0.628 \mu\text{m}^{-1}$  (5).

Iš 29 pav. matome, kad kai (28) sąlyga tenkinama  $\omega_c = 1.884 \text{fs}^{-1}$  dažniui, kampinės dispersijos kampai yra mažesni už  $90^\circ$ , kas reiškia, kad bangos sklinda teigiama  $z$  kryptimi, o grupinis impulso greitis nukreiptas neigiama  $z$  kryptimi. Priešingu atveju gauname, kad dispersijos kampai yra didesni už  $90^\circ$ , ir tai parodo, kad impulsą sudarančios bangos sklinda neigiama  $z$  ašies kryptimi.

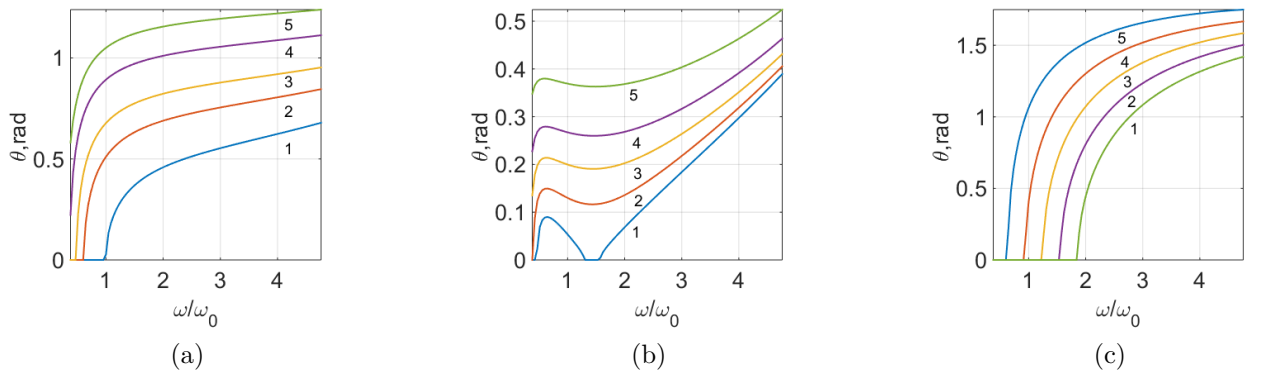
**Kampinės dispersijos kreivės safyre** Safyro ( $Al_2O_3$ ) lūžio rodiklio ir GVD dispersijos kreivės nedaug skiriasi nuo BK7 stiklo dispersijos (žr. 16 ir 17 pav.). Kampinės dispersijos kreivės safyre yra panašios į anksčiau aptartąsias BK7 stikle ir parodytos 30 pav.



30 pav. FWM kampinės dispersijos kreivės safyre, kai (a)  $\gamma = 1.25 \mu m^{-1}$ ,  $V/c$ : 0.65 (1), 0.75 (2), 0.85 (3), 1 (4), 1.4 (5), (b)  $\gamma = 0.125 \mu m^{-1}$ ,  $V/c$ : 0.56316 (1), 0.5638 (2), 0.565 (3), 0.566 (4), 0.568 (5), (c)  $V/c = -1.2$ ,  $\gamma = 18.84 \mu m^{-1}$  (1),  $\gamma = 15.7 \mu m^{-1}$  (2),  $\gamma = 12.56 \mu m^{-1}$  (3),  $\gamma = 9.42 \mu m^{-1}$  (4),  $\gamma = 6.28 \mu m^{-1}$  (5).

30 pav. (a) pavaizduota teigiama kampinė dispersija, (b) – neigiama. 30 pav. (c) parodytos kampinės dispersijos kreivės, kai grupinis impulso greitis safyre yra neigiamas (tenkinamos (28) sąlygos).

**Kampinės dispersijos kreivės netiesiniame LN kristale** Kampinės dispersijos kreivės išilgai paprastosios ašies parodytos 31 pav.

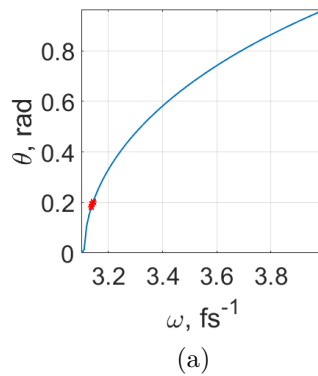


31 pav. FWM kampinės dispersijos kreivės LN kristale, kai (a)  $\gamma = 1.25 \mu m^{-1}$ ,  $V/c$ : 0.55 (1), 0.65 (2), 0.75 (3), 1 (4), 1.4 (5), (b)  $\gamma = 0.251 \mu m^{-1}$ ,  $V/c$ : 0.440 (1), 0.443 (2), 0.448 (3), 0.455 (4), 0.470 (5), (c)  $V/c = -1.2$ ,  $\gamma = 18.84 \mu m^{-1}$  (1),  $\gamma = 15.7 \mu m^{-1}$  (2),  $\gamma = 12.56 \mu m^{-1}$  (3),  $\gamma = 9.42 \mu m^{-1}$  (4),  $\gamma = 6.28 \mu m^{-1}$  (5).

### 3.3 FWM impulsų, turinčių neigiamą grupinį greitį, sklidimas ore

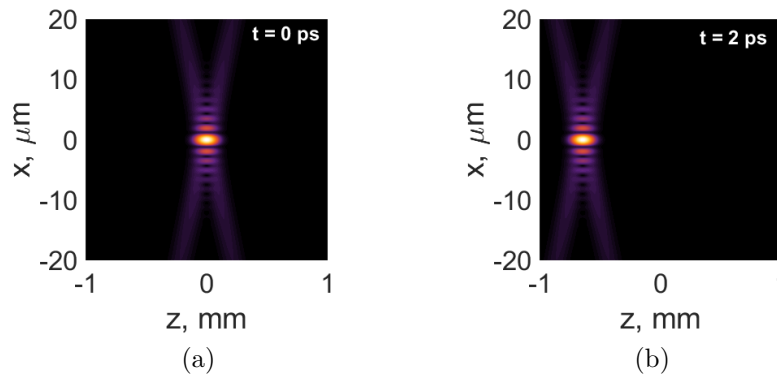
Neigiamas FWM grupinis greitis gaunamas parinkus neigiamą  $V$  parametą ir sudarius teigiamą kampinę dispersiją, kuri tenkina (28) sąlygas. Kampinės dispersijos kampai gali būti ir palyginus maži (apie  $10^\circ$ ), tačiau turi būti sukuriama atitinkamai didesnė kampinė dispersija. Tuomet į priekį sklindantys impulsai sudarys atgal sklindantį nedifraguojantį impulsą. Kaip pavyzdį panagrinėsime neigiamo grupinio greičio gavimą vektoriniuose impulsuose, sklindančiuose oru esant paraksialiniams kampams ir palyginsime su [4] darbo rezultatais.

Parinkti parametrai ir gauta kampinės dispersijos kreivė parodyta 32 pav. Grafike raudonai pažymėti šaltinio spektro centrinis dažnis ir plotis ties FWHM. Tiesinės ir radialinės poliari-



32 pav. Kampinės dispersijos kreivė, kai  $\omega_c = 3.14 fs^{-1}$ ,  $V/c = 1.076$ ,  $\gamma = 20 \mu m^{-1}$ ,  $dt = 280 fs$ .

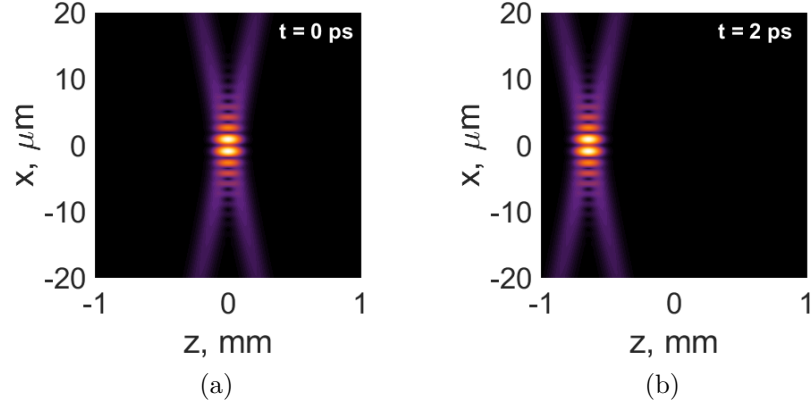
zacijų FWM pasiskirstymas skersinėje plokštumoje laiko momentais:  $t = 0 ps, 2 ps$  parodyti atitinkamai 33 pav. ir 34 pav.



33 pav. Tiesinės poliarizacijos FWM sklidimas oru, kai grupinis greitis neigiamas.

Gauname, kad esant paraksialiniams kampams (apie  $10^\circ$ ) impulsai nepatirdami dispersijos juda neigiama  $z$  ašies kryptimi, kaip ir [4] darbe. Tačiau minėtame darbe impulsui sklindant ilgesnius atstumus impulso centre atsiranda papildoma intensyvumo moduliacija, ko mūsų darbe nepastebėta. Šis skirtumas gali būti paaiškintas tuo, kad [4] darbe buvo naudojama aproksimacija – kampinė dispersija skleista Teiloro eilute centrinio spektro dažnio aplinkoje, paimant

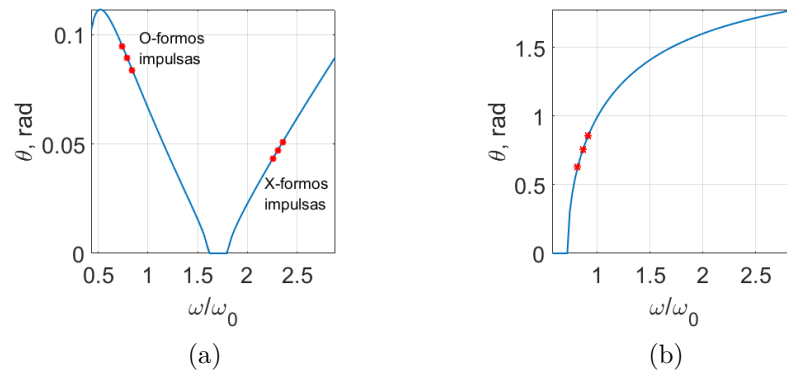
du pirmus narius, o mūsų skaičiavimai yra tikslūs. Šiuo atveju tiesinės poliarizacijos impulsą gerai aprašo skaliarinė teorija, nes išilginės elektrinio lauko komponentės yra nedidelės.



34 pav. Radialinės poliarizacijos FWM sklidimas oru, kai grupinis greitis neigiamas.

### 3.4 Vektorinių FWM bangų sklidimas tiesinėje dispersinėje dielektrinėje terpėje

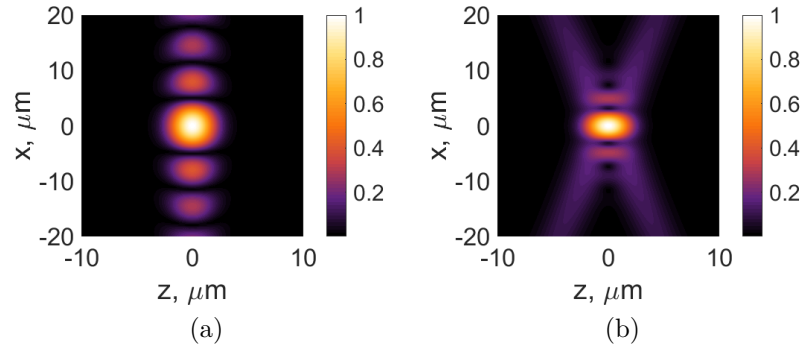
**Stiklas BK7** Nedifraguojančio impulso forma priklauso nuo pradinės kampinės impulso dispersijos ir to, kurioje medžiagos kampinės dispersijos kreivės srityje yra nagrinėjamo impulso nešantysis dažnis. Normalios grupinių greičių srityje gaunamos X-formos bangos, o anomalous GVD srityje – O-formos bangos. X-formos bangos kampinės dispersijos kreivė – hiperbolė, o O-formos bangos – parabolė. Plačiau apžvelgsime atvejus, kai esant neigiamai kampinei dispersijai susidaro O ir X-formos impulsai (35 (a)), bei esant teigiamai kampinei dispersijai gaunamas neigiamas impulso grupinis greitis (35 (b)).



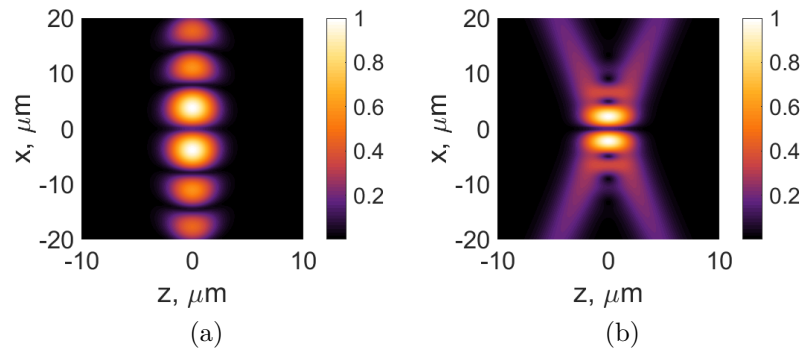
35 pav. FWM kampinės dispersijos kreivės BK7 stikle (a)  $\gamma = -0.1256 \mu m^{-1}$ ,  $V/c = 0.65495$ , (b)  $V/c = -1.1$  ir  $\gamma = 8 \mu m^{-1}$ ,  $\omega_c = 1.2 f s^{-1}$ .

Esant šaltinio spektro centriniam dažniui  $\omega_c = 1.1 f s^{-1}$ , BK7 stikle gaunamos O-formos

FWM, o kai  $\omega_c = 3.2 fs^{-1}$  – X-formos, kaip parodyta tiesinės ir radialinės poliarizacijos atvejais 36 pav. ir 37 pav. Tiek O, tiek X formos impulsai sklinda BK7 stikle be dispersinio plitimo.



36 pav. Tiesinės poliarizacijos FWM skirtingose dispersijos kreivių srityse, kai (a)  $\omega_c = 1.1 fs^{-1}$ , (b)  $\omega_c = 3.2 fs^{-1}$ .

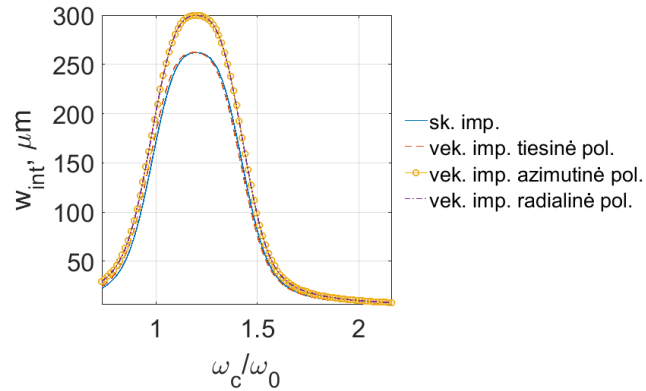


37 pav. Radialinės poliarizacijos FWM skirtingose dispersijos kreivių srityse, kai (a)  $\omega_c = 1.1 fs^{-1}$ , (b)  $\omega_c = 3.2 fs^{-1}$ .

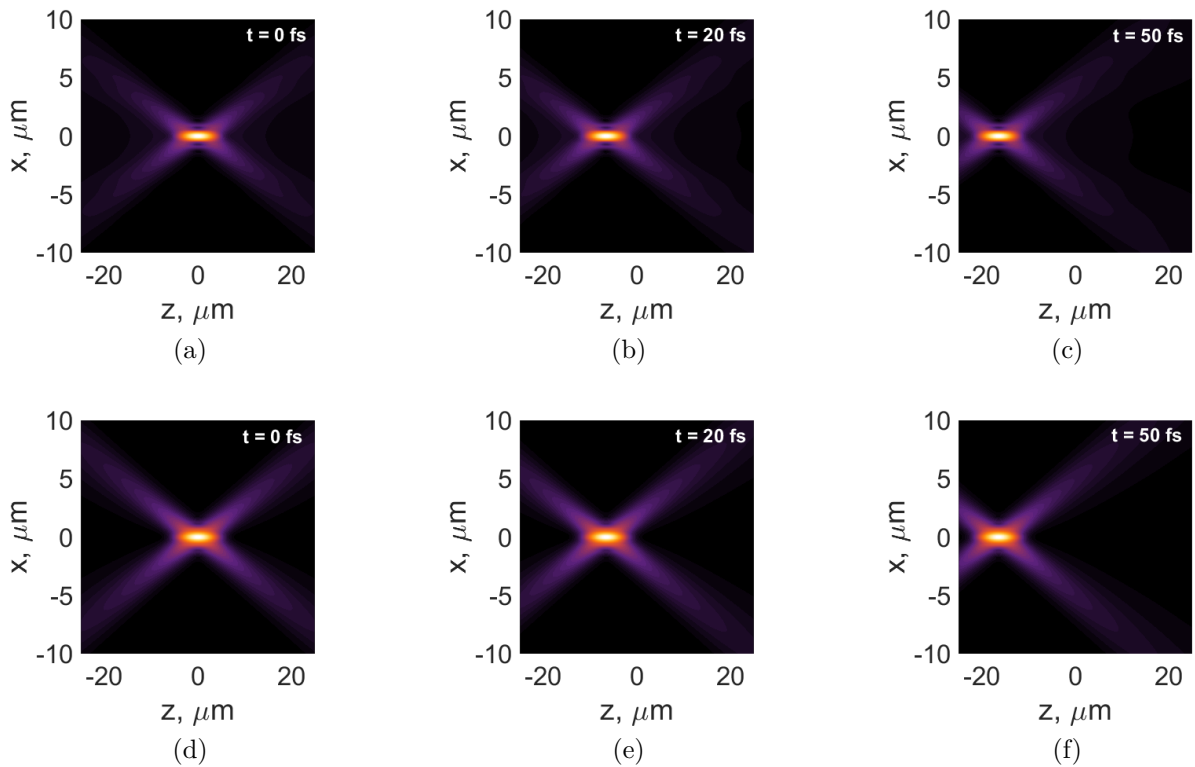
FWM impulso plotis skersine kryptimi priklauso nuo impulso spektro nešančiojo dažnio padėties kampinės dispersijos kreivėje. Didžiausio diametro FWM impulsai formuojami anomalios grupinių greičių dispersijos srityje, kai pluoštų sklidimo kampai yra maži. Integralinis plotis impulso intensyvumui, kintant centriniam šaltinio dažniui  $\omega_c$ , parodytas 38 pav.

Nagrinetu atveju, impulso skersiniai matmenys skaliarinio ir tiesinės poliarizacijos impulso atvejais, bei azimutinės ir radialinės poliarizacijos atvejais, skiriasi nežymiai.

Kaip buvo parodyta, parinkus reikiamus  $V$  ir  $\gamma$  parametrus galima gauti kampinės dispersijos formą, kuri užtikrina neigiamą FWM bangų grupinį greitį (žr. 35 pav. (b)). Atitinkamoje kampinės dispersijos srityje nedifraguojantis impulsas yra X-formos ir sklinda neigiama  $z$  ašies kryptimi nepatirdamas dispersijos, kaip parodyta 39 pav. Tiesinės poliarizacijos FWM sklindimas laiko momentais  $t = 0, 20, 50 fs$  parodytas 39 pav. (a)-(c), o radialinės poliarizacijos FWM tais pačiais laiko momentais – 39 pv.(d)-(f). Atgal sklindančio impulso kampai yra dideli,



38 pav. Skaliarinės FWM bangos ir vektoriųjų tiesinės, azimutinės ir radialinės poliarizacijos impulsų integralinio pločio priklausomybė nuo  $\omega_c$  BK7 stikle, kai  $V/c = 0.656$ ,  $\gamma = -0.1256 \mu\text{m}^{-1}$ .

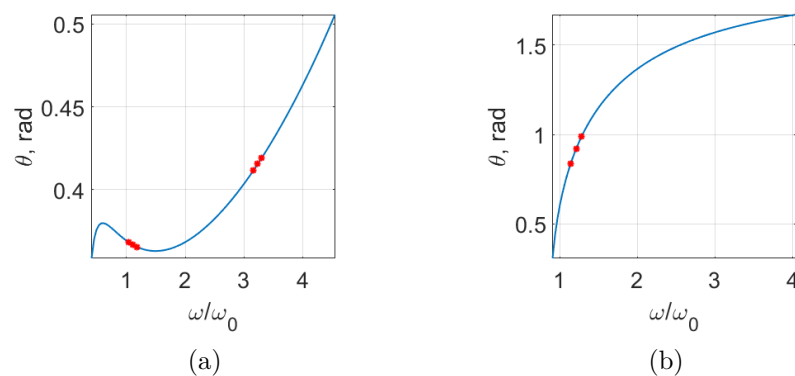


39 pav. Tiesinės (a-c) ir radialinės (d-f) poliarizacijos FWM bangų sklidimas BK7 stiklu, kai kampinė dispersija parodyta 35 pav. (b)

todėl radialinės poliarizacijos FWM bangoje yra intensyvi išilginė elektrinio lauko komponentė. Pastarieji atgal sklidantys impulsai idealiu atveju (ir šiame darbe skaičiuotu atveju) yra begalinės energijos ir susidarę begalybėje sklinda atgal šaltinio link. Tačiau ribotos energijos impulsai susidaro Beselio zonos priekinėje dalyje ir sklinda atgal iki Beselio zonos pradžios t.y. impulsų atgalinis sklidimas formuojamas ribotoje erdvės srityje.

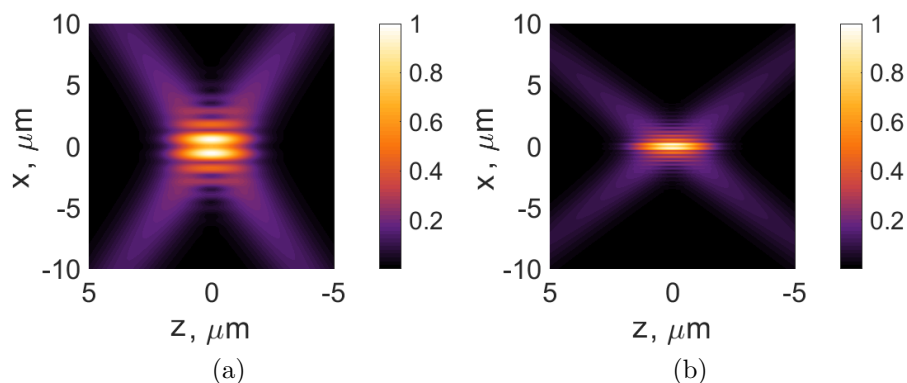
**Safyras** Safyro optinės savybės ir gautos kampinės dispersijos kreivės nedaug skiriasi nuo anksčiau aptarto stiklo. Impulsų formos priklausomybė nuo centrinio spektro dažnio panašūs į 36 pav. ir 37 pav.

**Netiesinis kristalas LN** Netiesinis LN kristalas turi didelį lūžio rodiklį ir didesnę grupinių greičių dispersiją lyginant su prieš tai aptartu stiklu (žr. 18 pav.). Tokios kristalo optinės savybės atitinkamai pakeičia ir kampinės dispersijos kreivės kampų intervalus, bei pačių sklidančių impulsų formą. Kaip pavyzdys nagrinėtos du kampinės dispersijos atvejai: kai kampinė dispersija neigiama (žr. 40 pav. (a)) ir kai kampinė dispersija teigiama (žr. 40 pav. (b))



40 pav. FWM kampinės dispersijos kreivės LN kristale (a)  $\gamma = -0.251\mu\text{m}^{-1}$ ,  $V/c = 0.47$ , (b) —  $V/c = -1.1$  ir  $\gamma = 9\mu\text{m}^{-1}$ ,  $\omega_c = 1.2\text{fs}^{-1}$ .

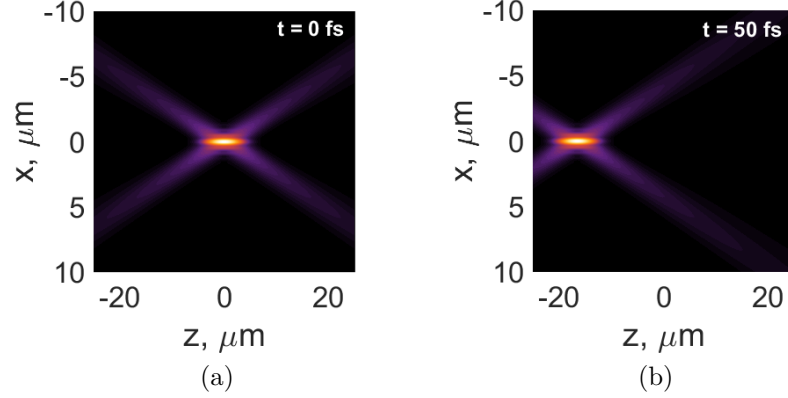
Šaltinio impulso centriniams dažniams esant  $\omega_c = 1,1\text{fs}^{-1}$  ir  $\omega_c = 3,2\text{fs}^{-1}$ , gautos radialinės poliarizacijos FWM yra parodytos 41 pav. Kaip matyti iš 41 pav., kintant impulso



41 pav. FWM skersiniai skirstiniai, kai (a)  $\omega_c = 1,1\text{fs}^{-1}$ , (b)  $\omega_c = 3,2\text{fs}^{-1}$ , kai  $\gamma = -0.251\mu\text{m}^{-1}$ ,  $V/c = 0.47$ .

centriniam dažniui, gaunamo X-formos nedifraguojantys impulsai, tačiau keičiasi impulso skersiniai matmenys.

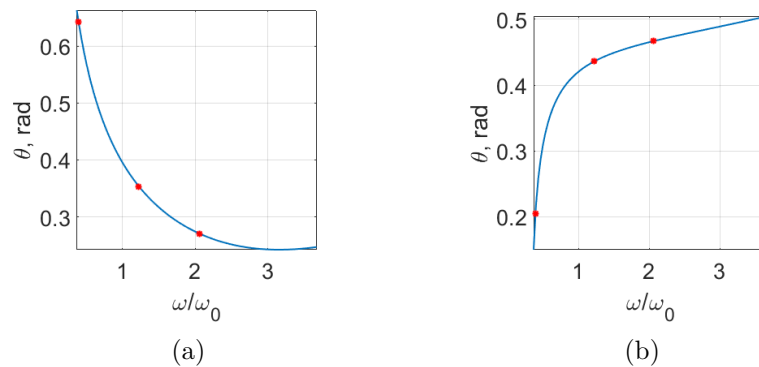
LN kristale taip pat gaunami atgal sklindantys impulsai. Radialinės poliarizacijos vektorinio impulso dinamika parodyta 42 pav.



42 pav. Radialinės poliarizacijos FWM bangų sklidimas LN kristalu, kai kampinė dispersija parodyta 40 pav. (b).

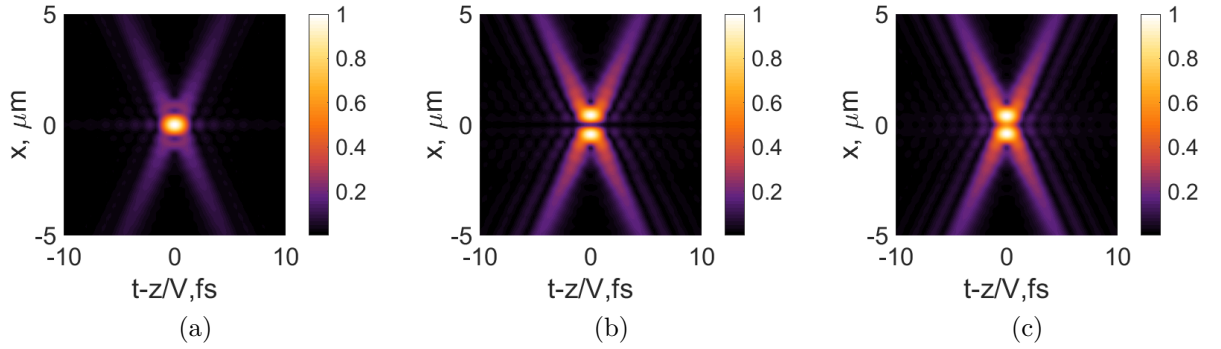
### 3.5 Subciklinių impulsų sklidimas BK7 stiklu

Sufokusuotų židinio modų, turinčių artimas vienam ciklui trukmes, sklidimas tiesine dispersine dielektrine terpe yra apribotas kampinės dispersijos sudarymo sąlygų. Dėl plataus ultratrumpo impulso šaltinio spektro kampinės dispersijos kreivės nusako didelius kampus. Vektorinis impulsų aprašymas neapriboja kampinės dispersijos kampų intervalų, todėl galima formuoti plataus spektro dispersine terpe be dispersijos sklindančius impulsus. 43 pav. pavaizduotos plataus spektro impulso kampinės dispersijos kreivės, esant neigiamai ir teigiamai kampinei dispersijai. Gauti vektoriniai tiesinės, azimutinės ir radialinės poliarizacijos impulsai esant atitinkamai kampinėms dispersijoms, parodytoms 43 (a) ir (b) pav., parodyti 44 ir 45 pav.

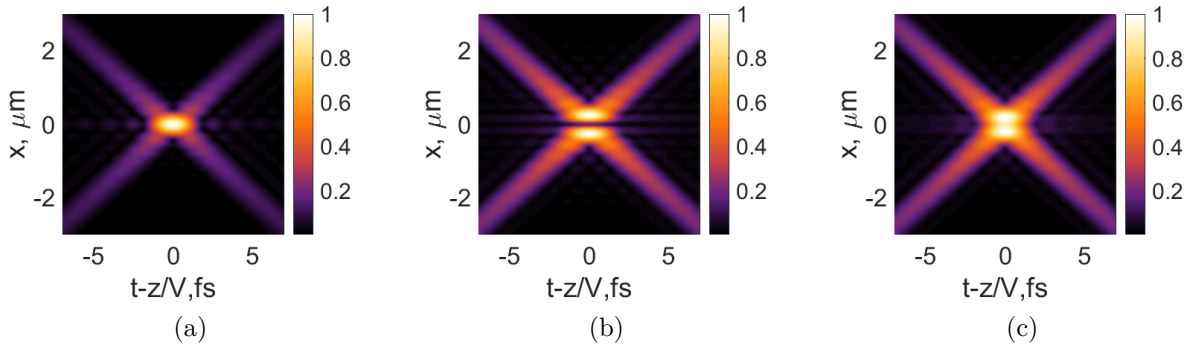


43 pav. FWM kampinės dispersijos kreivės BK7 stiklu (a)  $\gamma = -0.645\mu\text{m}^{-1}$ ,  $V/c = 0.655$ , (b)  $V/c = 0.75$  ir  $\gamma = 0.18\mu\text{m}^{-1}$ , abiem atvejais  $\omega_c = 1.7\text{fs}^{-1}$ .





44 pav. FWM elektrinio lauko išilginiai skirstiniai, kai poliarizacija (a) tiesinė, (b) azimutinė, (c) radialinė. Naudota kampinė dispersija parodyta 43 (a) pav.



45 pav. FWM elektrinio lauko išilginiai skirstiniai, kai poliarizacija (a) tiesinė, (b) azimutinė, (c) radialinė. Naudota kampinė dispersija parodyta 43 (b) pav.

Abiem atvejais, gautų tiesinės poliarizacijos FWM trukmė yra  $\tau_0 = 1.33 fs$ , o spektro pločio santykis su centriniu spektro dažniu yra  $\Delta\omega/\omega_c = 1.35$ . Azimutinės ir radialinės poliarizacijos impulsų trukmė abiem atvejais vienoda ir lygi  $\tau_0 = 1.42 fs$ . Priklausomai nuo centrinio dažnio kampo, keičiasi tik skersiniai sudaromos FWM matmenys.

Anksčiau apartų impulsų sklidimui realiomis sąlygomis turėtų įtakos nenulinė sugertis medžiagoje ir pasireiškiantys netiesiniai efektai, kai spinduliuotės intensyvumas didelis. Sufokusuotų židinio modų sklidimas netiesinėje terpėje būtų paveikiamas netiesinio lūžio rodiklio priedo  $n(\omega, I)$  atsiradimo. Dėl to, kad impulso intensyvumas kinta skersinėje plokštumoje, netiesinėje terpėje sklindantis impulsas pradėtų fokusuotis. Taip pat, dėl impulso intensyvumo priklausomybės nuo laiko, susiformuotų impulso fazės moduliavimasis, ko pasekoje pasireikštų impulso dispersinis plitimas. Netiesinių X bangų sprendiniai, aprašantys erdvėje ir laike lokalizuotus šviesos impulsus, gali būti gauti įvertinus impulso dispersiją medžiagoje ir dispersinį plitimą, atsiradusį dėl netiesinių efektų. Vienas iš tokių pavyzdžių yra solitonų formavimasis anomalios grupinių greičių dispersijos srityje.

## 4 Išvados

1. Išilginės elektrinio lauko komponentės didumas radialinės poliarizacijos vektorinėse sufokusuotose modose gali būti kontroliuojamas keičiant Beselio kūgio kampą ir impulso kampinę dispersiją.
2. Nagrinėjant sufokusuotų židinio modų, turinčių neigiamą grupinį greitį, sudarymą gauta, kad turi būti sukuriama teigiama impulso kampinė dispersija ir tenkinama sąlyga  $\gamma > \omega/|V|$ , čia  $\gamma$  – pasirenkama konstanta,  $\omega$  – šviesos dažnis,  $V$  – impulso grupinis greitis.
3. Norint gauti mažų skersinių matmenų sufokusuotas židinio modas tiesinėje terpėje, reikia atsižvelgti į impulso nešančiojo dažnio padėtį medžiagos dispersijos srityje.

## Padėka

Dėkoju darbo vadovui dr. Sergejui Orlovui už pagalbą ruošiant darbą ir suteiktas žinias. Taip pat dėkoju Fotoninių technologijų industrinės laboratorijos kolegoms už patarimus ir pagalbą.

## Literatūros sąrašas

- [1] P. Saari, H. Sonajalg, Pulsed bessel beams, *Laser Physics* **7**(1), 32–39 (1997).
- [2] K. Reivelt, P. Saari, Optical generation of focus wave modes, *Journal of the Optical Society of America A* **17**(10), 1785–1790 (2000).
- [3] M. A. Salem, H. Bağcı, Reflection and transmission of normally incident full-vector x waves on planar interfaces, *Journal of the Optical Society of America A* **29**(1), 139–152 (2012).
- [4] C. J. Zapata-Rodríguez, M. A. Porras, X-wave bullets with negative group velocity in vacuum, *Optics letters* **31**(23), 3532–3534 (2006).
- [5] M. A. Porras, G. Valiulis, P. Di Trapani, Unified description of bessel x waves with cone dispersion and tilted pulses, *Physical Review E* **68**(1), 016613 (2003).
- [6] J. Stratton, *Electromagnetic Theory*, An IEEE Press classic reissue (Wiley, 2007).
- [7] J. Durnin, Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory, *Journal of the Optical Society of America A* **4**(4), 651 (1987).
- [8] J. C. Gutiérrez-Vega, M. A. Bandres, Helmholtz–gauss waves, *Journal of the Optical Society of America A* **22**(2), 289–298 (2005).
- [9] F. Gori, G. Guattari, C. Padovani, Bessel-Gauss beams, *Optics communications* **64**(6), 491–495 (1987).
- [10] G. Milione, A. Dudley, T. A. Nguyen, O. Chakraborty, E. Karimi, A. Forbes, R. R. Alfano, Measuring the self-healing of the spatially inhomogeneous states of polarization of vector bessel beams, *Journal of Optics* **17**(3), 035617 (2015).
- [11] P. Morse, H. Feshbach, *Methods of theoretical physics*, number 2 tom. in International series in pure and applied physics (McGraw-Hill, 1953).
- [12] Z. Bouchal, M. Olivík, Non-diffractive vector Bessel beams, *Journal of modern optics* **42**(8), 1555–1566 (1995).
- [13] R. Oron, S. Blit, N. Davidson, A. A. Friesem, Z. Bomzon, E. Hasman, The formation of laser beams with pure azimuthal or radial polarization, *Applied Physics Letters* **77**(21), 3322–3324 (2000).
- [14] G. Machavariani, Y. Lumer, I. Moshe, A. Meir, S. Jackel, Spatially-variable retardation plate for efficient generation of radially-and azimuthally-polarized beams, *Optics Communications* **281**(4), 732–738 (2008).

- [15] M. Beresna, M. Gecevičius, P. G. Kazansky, T. Gertus, Radially polarized optical vortex converter created by femtosecond laser nanostructuring of glass, *Applied Physics Letters* **98**(20), 201101 (2011).
- [16] M. Ornigotti, C. Conti, A. Szameit, Universal form of the carrier frequency of scalar and vector paraxial x waves with orbital angular momentum and arbitrary frequency spectrum, *Physical Review A* **92**(4), 043801 (2015).
- [17] J. Davila-Rodriguez, J. C. Gutiérrez-Vega, Helical mathieu and parabolic localized pulses, *Journal of the Optical Society of America A* **24**(11), 3449–3455 (2007).
- [18] M. A. Salem, H. Bağcı, Energy flow characteristics of vector x-waves, *Optics express* **19**(9), 8526–8532 (2011).
- [19] S. Orlovas, Sudėtingos sandaros šviesos pluoštų sklidimas ir parametrinė sąveika. (fizika 02 p) (2007).
- [20] S. Orlov, A. Stabinis, Angular dispersion of diffraction-free optical pulses in dispersive medium, *Optics communications* **240**(1), 1–8 (2004).
- [21] V. Niziev, A. Nesterov, Influence of beam polarization on laser cutting efficiency, *Journal of Physics D: Applied Physics* **32**(13), 1455 (1999).
- [22] M. Meier, V. Romano, T. Feurer, Material processing with pulsed radially and azimuthally polarized laser radiation, *Applied Physics A* **86**(3), 329–334 (2007).
- [23] M. Kraus, M. A. Ahmed, A. Michalowski, A. Voss, R. Weber, T. Graf, Microdrilling in steel using ultrashort pulsed laser beams with radial and azimuthal polarization, *Optics express* **18**(21), 22305–22313 (2010).
- [24] M. Duocastella, C. B. Arnold, Bessel and annular beams for materials processing, *Laser & Photonics Reviews* **6**(5), 607–621 (2012).
- [25] M. Bhuyan, F. Courvoisier, P. Lacourt, M. Jacquot, R. Salut, L. Furfaro, J. Dudley, High aspect ratio nanochannel machining using single shot femtosecond bessel beams, *Applied Physics Letters* **97**(8), 081102 (2010).
- [26] Prieigą per internetą: Optical constants of BK7, <https://refractiveindex.info/?shelf=glass&book=BK7&page=SCHOTT>, žiūrėta: 2017-05-24.
- [27] Prieigą per internetą: Optical constants of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, <https://refractiveindex.info/?shelf=main&book=Al2O3&page=Malitson-o>, žiūrėta: 2017-05-24.

- [28] Prieigą per internetą: Optical constants of LiNbO<sub>3</sub> (Lithium niobate), <https://refractiveindex.info/?shelf=main&book=Al2O3&page=Malitson-o>, žiūrėta: 2017-05-24.
- [29] Prieigą per internetą: Optical constants of LiNbO<sub>3</sub> (Lithium niobate), <https://refractiveindex.info/?shelf=main&book=LiNbO3&page=Zelmon-e>, žiūrėta: 2017-05-24.

MODELING THE PROPAGATION OF VECTOR FOCUS WAVE MODES IN LINEAR  
DISPERSIVE DIELECTRIC MEDIUM

**Summary**

Scalar nondiffracting pulsed Bessel beams nowadays are well studied and can be as short as a few femtoseconds. The advantage of nondiffracting X-waves is not only their nondiffracting property but also a dispersionless propagation inside linear medium. One of the hot topics of modern optics is related to the polarization control of light fields. Linearly polarized nondiffracting X-waves were already studied in the literature [16].

In this work we analyse properties of linearly, azimuthally and radially polarized vector focus wave modes and its propagation in linear dispersive media: glass BK7, sapphire and nonlinear LN crystal. The formation of negative group velocity of focus wave modes is examined.

The aim of this work is to analyse the propagation of vector focus wave modes in linear dispersive dielectric medium.

The main results of this work are:

1. Longitudinal component of electric field in radially polarized focus wave modes can be controlled by changing angle of Bessel cone or angular dispersion.
2. It was shown, that vector focus wave modes with negative group velocity can be formed with positive angular dispersion and magnitude of  $\gamma$  parameter satisfying relation  $\gamma > \omega/|V|$ , where  $\gamma$  is chosen constant,  $\omega$  – frequency of light and  $V$  – group velocity of the pulse.
3. In order to get focus wave modes with small transverse dimensions, we should carefully choose central frequency of the spectrum with respect to the dispersion of the material.

GAJAUSKAITĖ, Ada. *Vektorinių sufokusuotų židinio modų sklidimo tiesinėje dispersinėje dielektrinėje terpėje modeliavimas*: Lazerių fizikos ir optinių technologijų magistro studijų programos baigiamasis darbas. Vad. Sergejus Orlovas. Vilnius: Vilniaus universitetas Fizikos fakultetas, 2017, 42 p.

Šiame darbe buvo tirtos vektorinių sufokusuotų židinio modų savybės. Nagrinėtas impulsų sklidimas tiesinėse dispersinėse dielektrinėse medžiagose. Analizuotos vektorinių sufokusuotų židinio modų, turinčių neigiamą grupinį greitį, sudarymo ir sklidimo sąlygos.

# Priedai

## Priedas Nr. 1. Vektorinių Beselio pluoštų analitinės išraiškos

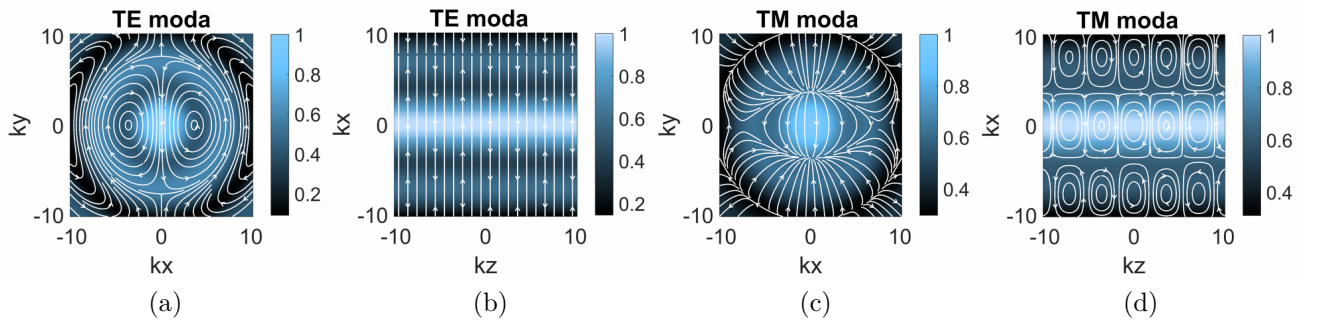
Vektoriniai Beselio pluoštai su topologiniu krūviu  $m$  yra apskaičiuojami panaudojant skaliarinio Beselio pluošto išraišką. Skaičiuojant  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{N}$  vektorinius laukus, vektoriaus  $\mathbf{a}$  parinkimas nusako formuojamo pluošto simetriją. Toliau aptariami atskiri šio vektoriaus parinkimo atvejai.

1. Vektorizacijos vektorius yra  $\mathbf{a} = \hat{\mathbf{e}}_z$ . Vektorinių  $\mathbf{M}$  ir  $\mathbf{N}$  laukų išraiškos yra:

$$\mathbf{M} = \left[ i \frac{m}{\rho} J_m(k_\rho \rho) \hat{\mathbf{e}}_\rho - J'_m(k_\rho \rho) \hat{\mathbf{e}}_\varphi \right] e^{ik_z z + im\varphi} \quad (38)$$

$$\mathbf{N} = \left[ i \frac{k_z}{k} J'_m(k_\rho \rho) \hat{\mathbf{e}}_\rho - \frac{mk_z}{k\rho} J_m(k_\rho \rho) \hat{\mathbf{e}}_\varphi + \frac{k_\rho^2}{k} J_m(k_\rho \rho) \hat{\mathbf{e}}_z \right] e^{ik_z z + im\varphi} \quad (39)$$

Elektrinio lauko skirstiniai parodyti 46 pav.



46 pav. Vektorinio Beselio pluošto elektrinio lauko tankio TE ir TM modų skersiniai (a) (c) ir išilginiai (b) (d) skirstiniai, kai  $m = 1$ ,  $\mathbf{a} = \hat{\mathbf{e}}_z$ . Rodyklės paveikslėliuose parodo elektrinio lauko kryptį

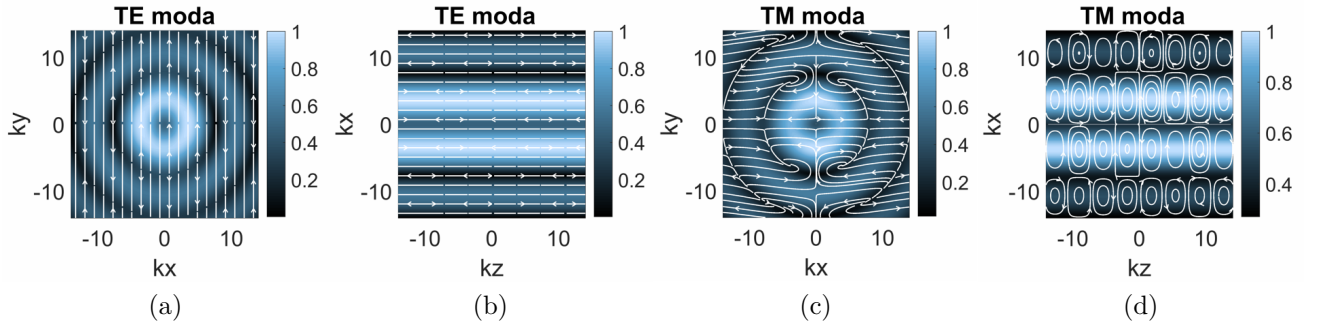
2. Vektorizacijos vektorius yra  $\mathbf{a} = \hat{\mathbf{e}}_x$ . Vektorinių  $\mathbf{M}$  ir  $\mathbf{N}$  laukų išraiškos yra:

$$\mathbf{M} = \left\{ ik_z J_m(k_\rho \rho) \hat{\mathbf{e}}_y - \left[ \sin \varphi J'_m(k_\rho \rho) + im \cos \varphi \frac{J_m(k_\rho \rho)}{\rho} \right] \hat{\mathbf{e}}_z \right\} e^{ik_z z + im\varphi} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{N} = \frac{1}{k} \left( \left\{ -\frac{J'_m(k_\rho \rho)}{\rho} (\cos \varphi + im \sin \varphi) + J_m(k_\rho \rho) \left[ \frac{im}{\rho^2} (\sin \varphi - im \cos \varphi) + k_z^2 \cos \varphi \right] \right\} \hat{\mathbf{e}}_\rho \right. \\ \left. + \left[ J''_m(k_\rho \rho) \sin \varphi + \frac{J'_m(k_\rho \rho)}{\rho} im \cos \varphi - J_m(k_\rho \rho) \left( \frac{im}{\rho^2} \cos \varphi + k_z^2 \sin \varphi \right) \right] \hat{\mathbf{e}}_\varphi \right. \\ \left. + \left[ J'_m(k_\rho \rho) ik_z \cos \varphi + \frac{J_m(k_\rho \rho)}{\rho} k_z m \sin \varphi \right] \hat{\mathbf{e}}_z \right) e^{ik_z z + im\varphi} \quad (41) \end{aligned}$$



Elektrinio lauko skirstiniai parodyti 47 pav.



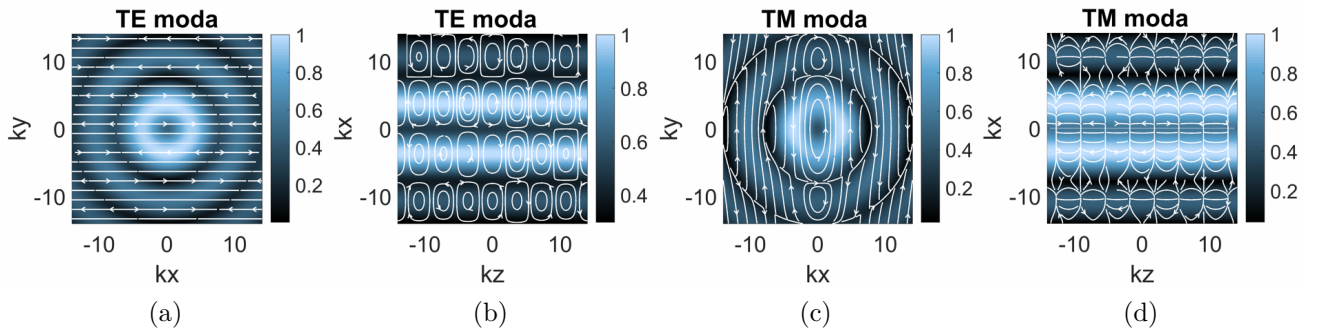
47 pav. Vektorinio Beselio pluošto elektrinio lauko tankio TE ir TM modų skersiniai (a) (c) ir išilginiai (b) (d) skirstiniai, kai  $m = 1$ ,  $\mathbf{a} = \hat{\mathbf{e}}_x$ . Rodyklės paveikslėliuose parodo elektrinio lauko kryptį

3. Vektorizacijos vektorius yra  $\mathbf{a} = \hat{\mathbf{e}}_y$ . Vektorinių  $\mathbf{M}$  ir  $\mathbf{N}$  laukų išraiškos yra:

$$\mathbf{M} = \left\{ -ik_z J_m(k_\rho \rho) \hat{\mathbf{e}}_x + \left[ \cos \varphi J'_m(k_\rho \rho) - im \sin \varphi \frac{J_m(k_\rho \rho)}{\rho} \right] \hat{\mathbf{e}}_z \right\} e^{ik_z z + im \varphi} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{N} = & \left( \frac{1}{k} \left\{ \frac{J'_m(k_\rho \rho)}{\rho} (-\sin \varphi + im \cos \varphi) + J_m(k_\rho \rho) \left[ \frac{im}{\rho^2} (-\cos \varphi - im \sin \varphi) + k_z^2 \sin \varphi \right] \right\} \hat{\mathbf{e}}_\rho \right. \\ & + \left[ -J''_m(k_\rho \rho) \cos \varphi + \frac{J'_m(k_\rho \rho)}{\rho} im \sin \varphi - J_m(k_\rho \rho) \left( \frac{im}{\rho^2} \sin \varphi + k_z^2 \cos \varphi \right) \right] \hat{\mathbf{e}}_\varphi \\ & \left. + \left[ J'_m(k_\rho \rho) ik_z \sin \varphi - \frac{J_m(k_\rho \rho)}{\rho} k_z m \cos \varphi \right] \hat{\mathbf{e}}_z \right) e^{ik_z z + im \varphi} \end{aligned} \quad (43)$$

Elektrinio lauko skirstiniai parodyti 48 pav.



48 pav. Vektorinio Beselio pluošto elektrinio lauko tankio TE ir TM modų skersiniai (a) (c) ir išilginiai (b) (d) skirstiniai, kai  $m = 1$ ,  $\mathbf{a} = \hat{\mathbf{e}}_y$ . Rodyklės paveikslėliuose parodo elektrinio lauko kryptį

## Priedas Nr. 2. Vektorinių Beselio X impulsų analitinės išraiškos

Skaliarinio Beselio X impulso išraišką užrašome trijų funkcijų sandauga:

$$E(\rho, \varphi, z, t) = f_1(\rho, z) f_2(\varphi) f_3(z), \quad (44)$$

kur  $f_1(\rho, z) = \exp\left[-\frac{1}{2\alpha^2 c^2}(\rho^2 \sin^2 \theta + d^2)\right] J_m[Z(d)\rho\omega_0 \sin \theta/c]$ ,  $f_2(\varphi) = \exp(im\varphi)$   
ir  $f_3(z) = \sqrt{Z(d)} \exp(i\omega_0 d)$ .

Tuomet vektorinio lauko  $\mathbf{N}$  komponentes cilindrinėje koordinačių sistemoje galime išreikšti:

1.  $\mathbf{a} = \hat{\mathbf{e}}_z$ .

$$N_\rho = \frac{f_2}{k} (f''_{1\rho z} f_3 + f'_{1\rho} f'_3) \quad (45)$$

$$N_\varphi = \frac{f'_2}{k\rho} (f'_{1z} f_3 + f_1 f'_3) \quad (46)$$

$$N_z = -\frac{f_3}{k\rho} \left( \rho f''_{1\rho\rho} f_2 + f'_{1\rho} f_2 + \frac{1}{\rho} f_1 f''_2 \right) \quad (47)$$

2.  $\mathbf{a} = \hat{\mathbf{e}}_x$ .

$$N_\rho = \frac{f_2}{k} \left[ (f''_{1zz} f_3 + 2f'_{1z} f'_3 + f_1 f''_3 + f'_{1\rho} f_3 - \frac{m^2}{\rho^2} f_1 f_3) \cos \varphi + \frac{im}{\rho^2} (f_1 f_3 + \rho f'_{1\rho} f_3) \sin \varphi \right] \quad (48)$$

$$N_\varphi = \frac{f_2}{k} \left[ (f''_{1zz} f_3 + 2f'_{1z} f'_3 + f_1 f''_3 + f''_{1\rho\rho} f_3) \sin \varphi + \frac{im}{\rho^2} (f_1 f_3 + \rho f'_{1\rho} f_3) \cos \varphi \right] \quad (49)$$

$$N_z = \frac{f_2}{k} \left[ (f''_{1z\rho} f_3 + f'_{1\rho} f_3) \cos \varphi - \frac{im}{\rho} (f'_{1z} f_3 + f_1 f'_3) \sin \varphi \right] \quad (50)$$

3.  $\mathbf{a} = \hat{\mathbf{e}}_y$ .

$$N_\rho = \frac{f_2}{k} \left[ (f''_{1zz} f_3 + 2f'_{1z} f'_3 + f_1 f''_3 + f'_{1\rho} f_3 - \frac{m^2}{\rho^2} f_1 f_3) \sin \varphi + \frac{im}{\rho^2} (f_1 f_3 + \rho f'_{1\rho} f_3) \cos \varphi \right] \quad (51)$$

$$N_\varphi = -\frac{f_2}{k} \left[ (f''_{1zz} f_3 + 2f'_{1z} f'_3 + f_1 f''_3 - f''_{1\rho\rho} f_3) \cos \varphi - \frac{im}{\rho^2} (f_1 f_3 + \rho f'_{1\rho} f_3) \sin \varphi \right] \quad (52)$$

$$N_z = \frac{f_2}{k} \left[ (f''_{1z\rho} f_3 + f'_{1\rho} f_3) \cos \varphi - \frac{im}{\rho} (f'_{1z} f_3 + f_1 f'_3) \sin \varphi \right] \quad (53)$$