

VILNIAUS UNIVERSITETAS

MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS

FINANSŲ IR DRAUDIMO MATEMATIKOS STUDIJŲ PROGRAMA

Bakalauro baigiamasis darbas

Aristotelio argumento implikacijos logikai ir racionalaus pasirinkimo teorijai

Implications of Aristotle's Argument for Logic and Rational Choice Theory

Lana Misiūnaitė

Darbo vadovas : Doc. Dr. Raivydas Šimėnas

Recenzentas : Prof. (HP) Dr. Jonas Šiaulys

Vilnius
2025

Santrauka

Aristotelis – vienas garsiausių visų laikų filosofų, siejamas su klasikine logika. Tačiau jo kelti klausimai ir idėjos dažnai aptariamos ir neklasikinės logikos kontekste, ypač nagrinėjant Aristotelio argumentą apie būsimųjų įvykių teisingumo reikšmę. Ši problema yra esminis šio baigiamojo bakalauro darbo nagrinėjamas klausimas. Siekiama suprasti, kokias idėjas kėlė Aristotelis, ir kokiu būdu jos implikuoja šiuolaikines neklasikines logikos sistemas. Taip pat analizuojama, kaip Aristotelio argumentas galėtų būti pritaikomas mikroekonomikoje. Aristotelio idėjos nagrinėtose neklasikinėse logikose atsispindi per trečiojo negalimo dėsnio atmetimą arba per modalinių operatorių taikymą. Naudojant vieną iš neklasikinės logikos sistemų – intuicionistinę logiką, Aristotelio argumento idėjos pritaikomos racionalaus pasirinkimo teorijai tais atvejais, kai individas susiduria su informacijos stoka.

Raktiniai žodžiai: Aristotelis, trečiojo negalimo dėsnis, neklasikinė logika, intuicionistinė logika, racionalaus pasirinkimo teorija, naudingumo funkcija.

Summary

Aristotle is one of the most famous philosophers of all time, associated with classical logic. However, the questions he raised and the ideas he proposed are often discussed in the context of non-classical logic, especially when examining Aristotle's argument about future contingents. This problem is the main subject of analysis in this bachelor's thesis. The aim is to understand what ideas Aristotle raised and how they imply modern non-classical systems of logic. The thesis also analyzes how Aristotle's argument could be applied in microeconomics. Aristotle's ideas were found to be reflected in the examined non-classical logic systems, either through the rejection of the law of the excluded middle or through the application of modal operators. Using one of the non-classical logic systems – intuitionistic logic , Aristotle's argument is applied to rational choice theory in cases where an individual faces a lack of information.

Keywords: Aristotle, law of the excluded middle, non-classical logic, intuitionistic logic, rational choice theory, utility function.

Turinys

Santrauka **2**

Summary **3**

Žymėjimai **5**

Įvadas **6**

1. Nuo klasikinės iki neklasikinės logikos **7**

2. Aristotelio argumentas **9**
2.1. Aristotelio aiškinimas 9
2.2. Aristotelio argumento interpretacijos 10

3. Aristotelio argumentas neklasikinėse logikos sistemose **12**
3.1. Daugiareikšmė logika 12
3.2. Modalinė logika 13
3.3. Laiko logika 15
3.4. Intuicionistinė logika 16

4. Aristotelio argumento taikymas racionalaus pasirinkimo teorijoje **18**
4.1. Racionalaus pasirinkimo teorijos pagrindai 18
4.2. Racionalaus pasirinkimo teorijos kritika 19
4.3. Racionalaus pasirinkimo teorijos prielaidos intuicionistinės logikos atžvilgiu 19
4.4. Naudingumo funkcija ir mikroekonominis racionalumas 20

Rezultatai ir išvados **24**

Žymėjimai

- $\therefore$ – išvada
- $\neg$ – neigimas
- $\wedge$ – konjunkcija
- $\vee$ – disjunkcija
- $\rightarrow$ – implikacija
- $\diamond$ – galimumas
- $\Box$ – būtinumas
- $\in$ – priklausymas aibei
- $\Longleftrightarrow$ – loginė ekvivalencija
- $\succeq$ – silpnoji preferencija
- $\emptyset$ – tuščia aibė

Įvadas

Šiame darbe nagrinėjamas Aristotelio iškeltas argumentas apie būsimų įvykių teisingumo reikšmę. Šis argumentas kelia klausimą, ar tikrai teiginiai apie ateitį gali turėti jau nustatytą teisingumo reikšmę dar neįvykus konkrečiam įvykiui [1]. Darbe analizuojama, kaip šis argumentas prieštarauja klasikinei logikos sistemai, kurioje kiekvienas teiginys privalo būti teisingas arba klaidingas. Nors Aristotelio argumentas kai kurių mokslininkų, tokių kaip S. Haack [2], yra vertinamas kritiškai, tačiau Aristotelio idėjos plačiai atsispindi neklasikinėse logikos sistemose.

Pagrindinis darbo tikslas – apžvelgti Aristotelio argumento implikacijas neklasikinėms logikos sistemoms bei, taikant vieną iš šių sistemų – intuicionistinę logiką, parodyti, kaip tai galima būtų pritaikyti racionalaus pasirinkimo teorijai.

Darbo uždaviniai:

1. Išanalizuoti Aristotelio argumentą, siekiant nustatyti autoriaus poziciją dėl būsimų įvykių teisingumo reikšmių.
2. Apžvelgti, kokiu būdu Aristotelio idėjos prieštarauja klasikinei logikos sistemai.
3. Pateikti neklasikines logikos sistemas, kuriose galima įžvelgti Aristotelio idėjas.
4. Parodyti, kaip Aristotelio argumentas gali būti pritaikytas racionalaus pasirinkimo teorijoje.

Darbe pateikiama tiek teorinė Aristotelio argumento analizė, tiek jo praktiniai taikymai. Teorinėje dalyje pateikiama klasikinės logikos sistemos samprata, jos formavimasis ir neklasikinių logikos sistemų atsiradimas, Aristotelio argumentas ir jo reikšmė neklasikinėse logikos sistemose, tokiose kaip: daugiareikšmė logika, modalinė logika, laiko logika ir intuicionistinė logika. Praktinėje dalyje nagrinėjamas Aristotelio argumento taikymas racionalaus pasirinkimo teorijai, nagrinėjant mikroekonominius reiškinius: naudingumo funkciją, jos maksimizavimą ir vartotojo pusiausvyrą. Tokiu būdu Aristotelio filosofinis klausimas įgyja praktinę reikšmę ir tampa pagrindu alternatyviam požiūriui į sprendimų priėmimą esant ribotai informacijai.

1. Nuo klasikinės iki neklasikinės logikos

Priimdami kasdienius sprendimus, dažniausiai vadovaujamės logika, tai reiškia, kad sprendimai turi būti priimami racionaliai, nuosekliai, apgalvotai. Suomių filosofė L. Haaparanta logiką apibūdina kaip taisyklių rinkinį, kuris padeda teisingai mąstyti ir samprotauti, o logikos mokslą apibrėžia kaip discipliną, nagrinėjančią teisingo mąstymo principus [3].

Logikos mokslo šaknys veda į senovės laikus, tiksliau – į senovės Graikiją. Tai patvirtina vieno garsiausių senovės laikų filosofo, Aristotelio, darbai, kuriuose Aristotelis dėsto savo logikos teorijos pagrindus ir kelia klausimus apie teiginių loginę struktūrą, klaidingo samprotavimo formas, silogizmų sandarą, teiginių teisingumą ir klaidingumą bei kitus aspektus, tapusius šiuolaikinės logikos pagrindu. Dėl savo indėlio į loginės struktūros analizę bei samprotavimo sistemų formulavimo Aristotelis laikomas logikos mokslo „tėvu“. Jo sukurta logikos sistema dažnai vadinama silogistine logika, nes pagrindinis dėmesys jo tekstuose skiriamas silogizmui – dedukcinio samprotavimo formai, kurioje iš dviejų prielaidų daroma viena būtina išvada. Pats Aristotelis silogizmą apibūdina kaip įrodymą, kuriame, esant tam tikroms prielaidoms, būtinai išplaukia kažkas kita nei tai, kas buvo pateikta kaip prielaida [4]. Ši Aristotelio sukurta teorija ilgą laiką buvo laikoma svarbiausiu loginio mąstymo pagrindu. Kaip teigia Haaparanta, iki pat devynioliktojo amžiaus logika pagrinde buvo tik aristotelinė [3].

XIX a. antroje pusėje pradėjo formuotis kitoks požiūris į logiką – ji imta suprasti ne tik kaip įprastas samprotavimas, bet kaip griežtai formalizuota sistema, paremta simbolių kalba. Šis pasikeitimas žymi perėjimą nuo tradicinės silogistinės – aristotelinės logikos prie klasikinės formaliosios logikos, kurią šiandien siejame su Boole algebra, Frege sistema bei kitų mokslininkų darbais. Iki tol loginiai samprotavimai buvo reiškiami natūralia, šnekamąja kalba, kaip tai darė Aristotelis. Tačiau tokia kalba yra neapibrėžta, gali būti dviprasmiška, netiksli ir net klaidinanti, o tokie veiksniai gali apsunkinti loginio pagrįstumo vertinimą. Dėl šių priežasčių vienu iš svarbiausių logikos pokyčio dalių tapo dirbtinės, kitaip tariant – formaliosios, kalbos sukūrimas.

Dar XVII a. simbolinės logikos idėją iškėlė vokiečių filosofas, matematikas G. W. Leibniz. Kaip pažymi Lenzen, Leibniz darbai dažnai rėmėsi silogizmais, tačiau tuo pat metu Leibniz turėjo ir ambicingesnį tikslą – sukurti vadinamąjį „universalų skaičiavimą“ , kuris taptų įrankiu, leidžiančiu vertinti loginį pagrįstumą net ir tuomet, kai samprotavimas nėra silogistinis. Kitas svarbus jo siekis buvo sukurti „universalią charakteristiką“ , kurios pagalba būtų galima nuspręsti teiginių tiesos vertę mechaniniu, skaičiavimais pagrįstu būdu [5].

Nors Leibniz idėjos nebuvo realizuotos jo gyvenamu laikotarpiu, tačiau jos leidžia Leibniz laikyti vienu iš simbolinės logikos pradininkų, kurio teoriniai sumanymai padėjo pagrindus vėlesnei logikos raidai.

XIX a. viduryje britų matematikas G. Boole suformulavo algebrinių tapatybių sistemą, kuria siekė aprašyti loginio mąstymo dėsnius [6]. Boole sistemoje teiginiai buvo traktuojami kaip kintamieji, galintys įgyti tik dvi reikšmes – tiesą (1) arba netiesą (0). Loginės operacijos, tokios kaip disjunkcija, konjunkcija ir neigimas, buvo interpretuojamos formaliai kaip matematiniai veiksmai. Tuo tarpu Gottlob Frege 1879 m. išleido knygą „Begriffsschrift”, kurioje jis pristatė loginę kalbą, paremtą aiškiai

apibrėžtais simboliais, leidžiančiais formaliai užrašyti teiginius ir išvedimus [7]. Taigi panašu, jog tiek Boole, tiek Frege iš dalies įgyvendino tai, ką Leibniz iškėlė kaip idėją – jie kūrė formalias sistemas, kuriose svarbūs simboliai, o ne natūrali kalba.

Klasikinei logikai būdingi keli esminiai principai, kuriuos išryškino ir sustiprino XIX a. mokslininkų logikos formalizacijos darbai:

- tapatumo dėsnis – kiekvienas teiginys yra tapatus sau pačiam;
- neprieštaravimo dėsnis – tas pats teiginys tuo pačiu metu negali būti ir teisingas, ir klaidingas;
- trečiojo negalimo dėsnis – kiekvienas teiginys yra arba teisingas, arba klaidingas, nėra kitų teisingumo reikšmių.

Neprieštaravimo ir trečiojo negalimo dėsniai yra glaudžiai susiję. Iš pirmo žvilgsnio net gali pasirodyti, kad jie reiškia tą patį, tačiau taip nėra. Nerieštaravimo dėsnis nuo trečiojo negalimo dėsnio skiriasi tuo, jog jis draudžia būtent prieštarą, kol tuo tarpu trečiojo negalimo dėsnis reikalauja pasirinkimo tarp tik dviejų teisingumo reikšmių. Klasikinėje logikoje iš neprieštaravimo dėsnio galima išvesti trečiojo negalimo dėsnį: jei negalima, kad p ir $\neg p$ būtų teisinga , tuomet p ir $\neg p$ yra neteisinga, tokiu būdu bent vienas iš teiginių p ir $\neg p$ bus neteisingas, o jei $\neg p$ yra neteisingas, tada p yra teisingas, ir atvirkščiai. Tokių būdu gaunama, kad p arba $\neg p$, o būtent tai ir atspindi trečiojo negalimo dėsnį.

Nors klasikinės logikos pagrindai yra stiprūs ir aiškiai pagrįsti, jie nėra visiškai universalūs. Kaip teigia G. Priest, per pastaruosius dešimtmečius atsirado daugybė logikos sistemų, kurios arba siekia papildyti esamą klasikinę logiką, arba ją pakeisti ten, kur ji atrodo esanti netiksli ar ribota [8]. Būtent tokias logikas ir vadiname neklasikinėmis.

Neklasikinės logikos ištakos taip pat siekia Aristotelio laikus. Aristotelis jau savo traktate „De Interpretatione" kėlė klausimą, ar visiems teiginiams tikrai galima priskirti teisingumo ar klaidingumo reikšmes [1].

2. Aristotelio argumentas

2.1. Aristotelio aiškinimas

Šiame skyriuje apžvelsime Aristotelio argumentą taip, kaip jį aiškino pats autorius, remiamasi [1]. Traktate „De interpretatione" Aristotelis nagrinėja žodžių, sakinių ir teiginių prasmę, jų klaidingumą bei teisingumą, struktūrą ir ryšį su tikrove. Devintajame traktato skyriuje gvildenama atsitiktinių teiginių apie ateitį (angl. future contingents) problema. Pagrindinis keliamas klausimas: ar galima teigti, kad teiginiai apie būsimus atsitiktinius įvykius jau dabar turi nustatytą teisingumo reikšmę – yra teisingi arba klaidingi? Kitaip tariant, Aristotelis svarsto ar loginė teiginio struktūra lemia, kad ateitis yra būtina, tai yra ar iš teiginio seka, jog tai kas dar yra neįvykę, o dar tik įvyks, turi įvykti neišvengiamai. Ši problema šiais laikais vadinama loginiu fatalizmu – požiūriu, kad kiekvienas teiginys, įskaitant teiginius apie būsimuosius įvykius, privalo turėti tiesos vertę.

Aristotelio pateiktame pavyzdyje svarstomi du vienas kitam priešingi teiginiai. Vienas jų yra „rytoj įvyks jūrų mūšis", kitas jį neigia – „rytoj jūrų mūšis neįvyks". Pagal klasikinę logikos struktūrą, vienas jų turi būti būtinai teisingas, o kitas būtinai klaidingas, nėra trečiojo varianto. Šiais laikais tai vadinama bivalentiškumo principu. Nors Aristotelio laikais šis principas nebuvo aiškiai suformuluotas, jo samprotavimas leidžia manyti, kad kalbama būtent apie tai. Šis principas galioja praeities ar dabarties įvykiams, tačiau kaip yra su būsimaisiais, dar neįvykusiais įvykiais? Jeigu teigiame, kad vienas iš teiginių apie būsimą laivų mūšį jau dabar yra teisingas, tuomet, pasak Aristotelio, atsitiktiniai įvykiai tampa būtinaisiais įvykiais, nes nėra kitų alternatyvų – tik tiesa arba netiesa, o tai reiškia, kad paneigiamas bet koks būsimų įvykių neapibrėžtumas, atsitiktinumas ir laisvos valios būvimas. Dėl šios priežasties Aristotelis pateikia išvadą, kad niekas nevyksta atsitiktinai, kadangi atsitiktiniai įvykiai negali būti būtini.

Visgi, Aristotelis nesutinka su šia išvada, jo nuomone ne viskas yra arba vyksta iš būtinybės: „Viskas turi būti arba nebūti, nesvarbu, ar dabar, ar ateityje, bet ne visada įmanoma atskirti ir tiksliai nustatyti, kuri iš šių alternatyvų turi įvykti būtinai" [1]. Graikų filosofas tai grindžia tuo pačiu jūrų mūšio pavyzdžiu, sakydamas, kad, jūrų mūšis nebūtinai turi įvykti rytoj, o taip pat ir nebūtinai neįvykti. Kažkuris iš įvykių rytoj būtinai įvyks, tačiau neaišku, kuris. Todėl jis siūlo kitokį požiūrį – teiginiai apie būsimus atsitiktinius įvykius nėra nei teisingi, nei klaidingi tuo metu, kai jie dar neįvykę. Tai reiškia, kad pavyzdinis teiginys „rytoj įvyks jūrų mūšis" nėra teisingas, o taip pat nėra ir klaidingas tol, kol jūrų mūšis dar neįvyko. Tokia Aristotelio pozicija leistų išvengti požiūrio, teigiančio, kad kiekvienas teiginys jau dabar turi teisingumo reikšmę, ir išsaugoti atsitiktinumo galimybę, kadangi nei vienas būsimas įvykis dabartyje nėra būtinai tiesa ar netiesa, ir kol įvykis neįvyks negalima nustatyti teiginio teisingumo. Tai reikštų, kad būsimieji įvykiai yra ne būtini, o galimi, o visa, kas būtina, baigiasi esamuoju laiku.

Taigi, atrodo, kad kalbant apie būsimuosius įvykius, Aristotelis prieštarauja vyravusiam požiūriui, kad kiekvienas teiginys yra teisingas arba neteisingas.

2.2. Aristotelio argumento interpretacijos

Filosofė S. Haack savo knygoje „Deviant and Fuzzy Logic" kritiškai vertina ir interpretuoja Aristotelio argumento pagrįstumą ir modifikuotos logikos poreikį, kurį bando pateikti Aristotelis [2]. Jos nuomone Aristotelio argumentacija atrodo taip:

(1) Jei kiekvienas būsimojo laiko sakinys yra teisingas arba klaidingas, kiekvienoje poroje, susidedančioje iš būsimojo laiko sakinio ir jo neigimo, vienas yra teisingas, kitas yra klaidingas.

(2) Jei iš kiekvienos poros, susidedančios iš būsimojo laiko sakinio ir jo neigimo, vienas turi būti teisingas, o kitas klaidingas, tuomet viskas, kas vyksta, vyksta būtinai.

(3) Tačiau ne viskas, kas vyksta, vyksta būtinai; kai kurie įvykiai yra atsitiktiniai.

$\therefore$ (4) Ne kiekvienas būsimojo laiko sakinys yra teisingas arba klaidingas [2, p. 74].

Haack patvirtina, kad tokiu būdu šis argumentas atrodo logiškai pagrįstas, tačiau prielaidos jai kelia abejones, o ypač, antroji (2), svarbiausioji prielaida Aristotelio argumente.

Analizuodama antrąją prielaidą Haack išskiria jos struktūrą [2, p. 76]:

(i) Jei „e vyksta" yra teisinga [klaidinga], tuomet „e vyksta" visada buvo teisinga [klaidinga].

(ii) Jei „e įvyks" visada buvo teisinga [klaidinga], tuomet e negali neįvykti [negali įvykti].

(iii) Jei e negali neįvykti [negali įvykti], tuomet būtina [neįmanoma], kad e įvyks.

(iv) Vadinasi, jei „e įvyks" visada buvo teisingas [klaidingas], tuomet e yra būtinas [neįmanomas].

Visgi, Haack abejonės dėl šios prielaidos pasitvirtina, analizuodama prielaidą, ji randa taip vadinamą modalinį klaidingumą (angl. modal fallacy). Tai reiškia, kad argumente supainiota tai, kas iš tikrųjų būtina ar įmanoma. Klaidingumas slypi perėjime nuo (ii) iki (iii) . Haack teigia, jog (ii) teisinga, jei interpretuojama kaip L(Jei „e vyks" yra teisinga [klaidinga], tuomet e įvyks [neįvyks]). Čia L reiškia būtinybę visam sąlyginiam teiginiui. Tačiau iš šio sakinio klaidingai išvedama, kad jei p, tuomet būtina q $(p \rightarrow Lq)$. Tokia išvada pažeidžia loginį principą, nes iš $L(p \rightarrow q)$ negalima daryti išvados $p \rightarrow Lq$. Tai Haack ir vadina aiškiu modaliniu klaidingumu. Šiuo atveju būtinybė visam teiginiui supainiojama su būtinybe pačiam įvykiui. Taigi, jei ši argumento interpretacija yra teisinga, Aristotelio išvada, Haack manymu, yra logiškai nepagrįsta [2].

Žinoma, interpretacijų yra daug. Vienos interpretacijos gali įrodyti argumento teisingumą ar pagrįstumą, kitos paneigti, kaip šiuo atveju padarė Haack. Ji svarstė ar tikrai yra toks interpretavimo būdas, kuris leistų logiškai patvirtinti Aristotelio argumentą dėl modifikuotos logikos reikalingumo. Haack pateikė dar vieną interpretaciją: „jei yra teisinga [klaidinga], kad e įvyks, tuomet e yra būtinas, nes to negalima išvengti [neįmanoma, nes to negalima padaryti]. Taigi, jei yra teisinga ar klaidinga, kad e įvyks, e yra neišvengiamas arba neįmanomas" [2, p. 79]. Šiai interpretacijai išanalizuoti ji pateikė pažingsninę schemą:

(i) Jei e įvyks, tam negalima užkirsti kelio;

(ii) Jei e neįvyks, jis negali būti įvykdytas;

(iii) Jei e įvyks, tam nebus užkirstas kelias;

(iv) Jei e neįvyks, jis nebus įvykdytas.

Pagrindinis dalykas, į ką atkreipia dėmesį Haack – (i) teiginys „Jei e įvyks, tam negalima užkirsti kelio“ yra (iii) teiginio „Jei e įvyks, tam nebus užkirstas kelias“ būtinoji forma. Tas pats galioja (ii) ir (iv) teiginiams: „Jei e neįvyks, jis negali būti įvykdytas“ yra teiginio „Jei e neįvyks, jis nebus įvykdytas“ būtinoji forma. Ir tai , pasak Haack, parodo, kad argumentas yra klaidingos formos. Tokiu būdu, Haack patvirtina, kad susiduria su ta pačia pirmosios interpretacijos problema – modaliniu klaidingumu: teiginys „jei p, tada būtina q“ nėra tas pats, kas „būtina, kad jei p, tada q“, ir tai lemia, kad išvada yra logiškai nepagrįsta.

Po šių dviejų interpretacijų analizės Haack pateikia savo mintį, jog nėra jokios Aristotelio argumento interpretacijos, kuri būtų ir logiškai teisinga, ir nebūtų triviali, savaime aiški ir nieko neįrodanti, ir tokio argumento išvada negalėtų būti pagrindas modifikuoti logiką [2].

Visgi svarbu atsižvelgti į tai, kad Aristotelio laikais formalaus loginio argumentavimo, kokį jį suprantame šiandien, dar nebuvo. Visa argumentacija buvo grindžiama šnekamąja kalba, o ne formalizuotomis taisyklėmis. Todėl šiuolaikiniai vertinimai, tokie kaip modalinės loginės klaidos nustatymas, neturėtų būti vienintelis Aristotelio argumento reikšmės kriterijus. Svarbesnė yra paties argumento keliama mintis ir tai, kokį poveikį jis padarė logikos raidai. Taigi, nepriklausomai nuo to, ar Aristotelio argumentas laikomas logiškai pagrįstu ar ne, jo iškeltas klausimas apie būsimų įvykių dabartines tiesos vertes turi gilesnių pasekmių logikos mokslui – atsirado neklasikinės logikos, kurios remiasi panašiomis idėjomis, kurias skleidė Aristotelis. Plačiau apie šias logikas kalbėsime kitame skyriuje.

3. Aristotelio argumentas neklasikinėse logikos sistemose

Šiuolaikinės logikos skirstomos į dvi pagrindines grupes – klasikines ir neklasikines logikas. Būtent pastarosiose galima įžvelgti Aristotelio devintajame „De Interpretatione" skyriuje iškeltų idėjų atspindžius. Šiame skyriuje bus aptartos kelios neklasikinės logikos sistemos, kuriose vienaip ar kitaip atsispindi Aristotelio būsimų kontingentų problema: trinarė, daugiareikšmė, modalinė, laiko ir intuicionistinė logika. Visos jos skirtingais būdais neigia arba modifikuoja klasikinį trečiojo negalimo principą, kurį būsimų įvykių atveju kritikavo Aristotelis.

3.1. Daugiareikšmė logika

Trinarė logika yra viena iš pirmųjų neklasikinių logikos sistemų, kuri buvo sukurta reaguojant į klasikinės logikos trūkumus. Vienas žymiausių šios srities pradininkų – XX a. lenkų logikas J. Lukasiewicz. Ieškoti naujų logikos krypčių jį paskatino antinomijos – teiginiai, kurie nors ir yra vienas kitam prieštaraujantys, bet tuo pačiu gali būti logiškai pagrindžiami. Tokių prieštaravimų egzistavimas, Lukasiewicz nuomone, įrodė, kad klasikinėje, kitaip tariant, aristotelinėje logikoje egzistuoja spragos, o tai reiškia, kad ji nėra universali visiems atvejams. Užpildydamas minėtą spragą, Lukasiewicz teigia peržengęs klasikinės logikos ribas ir transformavęs ją [9].

Lukasiewicz trinarėje logikos sistemoje teisingumo reikšmės apibrėžiamos aibėje $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$. Čia 0 žymi klaidingą teiginį, 1 žymi teisingą teiginį ir $\frac{1}{2}$ žymi teiginį, kuris atspindi galimumą, tai reiškia, kad teiginys nėra determinuotas – nei teisingas, nei klaidingas. Lukasiewicz sistemoje tapatumo principo taikymas parodo, kad lyginant skirtingas teisingumo reikšmes su reikšme $\frac{1}{2}$ gaunamas neapibrėžtumas, tačiau kai lyginamos vienodos reikšmės, rezultatas visuomet yra teisingas. Tai galima parodyti taip:

$$(0 = \tfrac{1}{2}) = (\tfrac{1}{2} = 0) = (1 = \tfrac{1}{2}) = (\tfrac{1}{2} = 1) = \tfrac{1}{2}; \quad (\tfrac{1}{2} = \tfrac{1}{2}) = (1 = 1) = (0 = 0) = 1$$

Trinarės logikos atsiradimas buvo revoliucinis žingsnis, leidęs logikoje formaliai įtvirtinti neapibrėžtumą kaip loginę galimybę. Atsiminkime Aristotelio pateiktą pavyzdį apie būsimą laivų mūšį: teiginiai „rytoj įvyks jūrų mūšis" ir „rytoj neįvyks jūrų mūšis" tradicinėje dviejų reikšmių logikoje jau dabar turėtų turėti priskirtą teisingumo reikšmę. Tačiau Lukasiewicz trijų reikšmių logikoje abu šie teiginiai būtų priskirti trečiajai reikšmei – galimumui, kadangi kol įvykis dar neįvyko, jo tiesos vertė išlieka neapibrėžta. Taigi galima teigti, jog Lukasiewicz įgyvendino tai, ką intuityviai iškėlė Aristotelis – jis formaliai įtvirtino galimybę, kad egzistuoja teiginiai, kurie nėra nei teisingi, nei klaidingi, bet užima tarpinę poziciją.

Nors Jan Lukasiewicz trinarė logika buvo svarbus bandymas išspręsti Aristotelio keltą problemą apie būsimųjų įvykių tiesos reikšmes, tačiau jau ankščiau minėta Haack, kuri teigė, jog Aristotelio argumentas yra logiškai nepagrįstas, sako, kad ši trijų reikšmių sistema nėra pakankama norint pilnai išspręsti Aristotelio keliamas problemas. Haack teigia, kad pagrindinė Lukasiewicz logikos problema kyla dėl jos tiesos-funkcionalumo (angl. truth-functional) [2]. Tiesos-funkcionalumas reiškia, kad sudėtinio teiginio teisingumo reikšmė visiškai priklauso nuo jo dalių teisingumo reikšmių. Aristotelis

savajame argumente dėstė, jog disjunktyvus teiginys „įvyks arba neįvyks“ yra visuomet teisingas, nes kažkuris iš įvykių ateityje nutiks būtinai. Kaip pažymi Haack, būtent šioje vietoje Lukasiewicz kurta logikos sistema neatitinka Aristotelio idėjos [2]. Lukasiewicz atveju disjunkcijos tiesos vertė yra tiesiogiai priklausoma nuo sudedamųjų teiginių tiesos reikšmių. Jei nagrinėsime Aristotelio pavyzdį, kur abu teiginiai apie būsimą įvykį yra neapibrėžti, tai reiškia, kad ir „įvyks“, ir „neįvyks“ reikšmė yra $\frac{1}{2}$, tuomet jų disjunkcija pagal trijų reikšmių logikos taisykles yra:

$$\frac{1}{2} \vee \frac{1}{2}$$

Akivaizdu, kad teiginys „įvyks arba neįvyks“ šiuo atveju neįgyja būtinosios teisingumo reikšmės 1, jo reikšmė $\frac{1}{2}$, todėl jis išlieka tik galimas.

Taigi, Lukasiewicz trijų reikšmių logikos sistema tik iš dalies formalizavo Aristotelio idėjas – pradėta naudoti trečioji reikšmė, kuri nusako galimybę, tačiau neužtikrina teiginio „įvyks arba neįvyks“ teisingumo, taip kaip reikalavo Aristotelis. Lukasciewicz nesustojo ties trijų reikšmių logikos sistema, norėdamas dar tiksliau aprašyti situacijas, kai teiginiai negali būti tik teisingi arba klaidingi, jis pradėjo kurti daugiareikšmę logiką, kurioje teisingumas gali turėti baigtinį arba net begalinį skaičių tarpinių reikšmių. Tai išplečia trijų reikšmių logiką, kurioje buvo tik teisingumas, klaidingumas ir viena tarpinė reikšmė. Pats Lukasiewicz teigia, jog reikšmingiausios sistemos yra trijų reikšmių bei begalinių reikšmių logikos [9]. Begalinių reikšmių logika įsivaizduojama kaip galimumo skalė, kurioje teisingumo reikšmės pasiskirsčiusios intervale [0;1], kuo arčiau teisingumo reikšmės 1, tuo galimumas yra didesnis, kuo arčiau klaidingumo reikšmės 0 – mažesnis. Toks logikos išplėtojimas lengviau pritaikomas realaus gyvenimo situacijose, kuriose galimumas iš tikrųjų varijuoja visoje skalėje, kur vieni įvykiai, priklausomai nuo situacijos, būna labiau tikėtini ir galimi nei kiti.

3.2. Modalinė logika

Modalinė logika – tai dar viena neklasikinės logikos sistema, kuri išplečia klasikinę logiką įvedant papildomus modalinius operatorius, nurodančius būtinumą bei galimumą. Tokiu būdu modalinė logika formalizuoja samprotavimus apie teiginius, kurie gali būti tiek būtini, tiek galimi. Tai reiškia, jog teiginių vertinime svarbi ne tik teisingumo reikšmė, bet ir būtinybės bei galimumo vaidmuo.

Modalinės logikos idėjos tiesiogiai atspindi Aristotelio keltus klausimus apie teiginių būtinumą, galimumą ir atvirą ateitį, nagrinėtus „De Interpretatione” devintajame skyriuje. Todėl galime teigti, kad modalinės logikos ištakos siekia Aristotelio laikus. Moderniosios modalinės logikos pradžia siejama su C. I. Lewis ir jo XX a. pradžioje išleistais darbais „A Survey of Symbolic Logic” [10] ir „Symbolic Logic” [11]. Lewis kritikavo įprastą materialiąją implikaciją, kuri klasikinėje logikoje leidžia teisingais laikyti teiginius tarp kurių nėra tikro loginio ryšio. Pavyzdžiui, tarkime turime du atskirai teisingus teiginius „šiandien lyja“ ir „šiandien yra trečiadienis“, tuomet jų implikacija yra „jei šiandien lyja, tai šiandien trečiadienis“, kadangi abu teiginiai laikomi teisingais, jų implikacija taip pat laikoma teisinga, nors intuityviai tai neatrodo logiška, nes oro sąlygos nepriklauso nuo savaitės dienų. Neteisingam teiginiui, pagal šios implikacijos principus, leidžiama implikuoti į bet kokį kitą teiginį ir tai bus laikoma teisinga implikacija. Imkime kitą pavyzdį, neteisingą teiginį „šiandien yra antradienis“ ir teisingą tei-

ginį „šiandien yra trečiadienis“, tokiu atveju gauname, kad implikacija „šiandien yra antradienis, tai šiandien yra trečiadienis“ yra teisinga, tačiau šiandien negali būti vienu metu ir antradienis, ir trečiadienis. Tokiu būdu vėl susiduriame su Lewis paminėta materialiosios implikacijos problema – loginio ryšio trūkumu. O vienintelis būdas, kad materialioji implikacija būtų neteisinga – kai teisingas teiginys implikuoja klaidingą teiginį [12]. Taigi norėdamas išspręsti šią problemą, Lewis pasiūlė griežtąją implikaciją (angl. strict implication), kuri reikalauja tikro loginio ryšio tarp teiginių.

Svarbiausias Lewis atliktas darbas yra S1 – S5 modalinių sistemų išplėtojimas. Kiekviena sistema įveda vis griežtesnes aksiomas, apibrėžiančias būtinybės, kuri žymima $\Box$, ir galimumo, kuris žymimas $\diamond$, operatorių naudojimą. Sistemos S1 – S3 apibūdinamos kaip silpnesnės, kadangi jos kelia mažiau reikalavimų būtinybei bei galimumui. Akivaizdu, kad silpniausia sistema yra S1, ji grindžiama šiomis aksiomomis [13]:

- $(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge p)$
- $(p \wedge q) \rightarrow p$
- $p \rightarrow (p \wedge p)$
- $((p \wedge q) \wedge r) \rightarrow (p \wedge (q \wedge r))$
- $p \rightarrow \neg\neg p$
- $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r))$
- $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$

S1 sistema yra laikoma bazine. Joje apibrėžtos pagrindinės griežtosios implikacijos taisyklės, tačiau neįvedami modaliniai operatorių reikalavimai, todėl ji taip pat laikoma ir silpniausiąja. Sistemoje S2 prie jau esančių S1 aksiomų pridedama papildoma: $\diamond(p \wedge q) \rightarrow \diamond p$. Šioje aksiomoje jau išreiškiama galimumo operatoriaus savybė, kuri teigia, jog jei galima, kad p ir q, tuomet galima ir p. S3 sistema yra papildoma aksioma $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg \diamond q \rightarrow \neg \diamond p))$, S4 aksioma $\diamond \diamond p \rightarrow \diamond p$, kuri reiškia galimumo pastovumą. Paskutinėje, stipriausioje sistemoje S5 prie bazinės S1 sistemos pridedama aksioma $\diamond p \rightarrow \Box \diamond p$ [13].

Taigi kaip matoma, šių papildomų aksiomų įvedimas sistemose leidžia vis tiksliau apibrėžti būtinybės ir galimumo operatorių taisykles, kurios svarbios aprašant teiginius, kurių teisingumo reikšmė nėra iš anksto determinuota. Naudojant galimumo operatorių ($\diamond$), galima formaliai išreikšti, kad tam tikri būsimi įvykiai yra įmanomi, bet nebūtini, o tai iš esmės išsprendžia Aristotelio būsimųjų įvykių tiesos reikšmės problemą: teiginius „rytoj įvyks jūrų mūšis“ ir „rytoj neįvyks jūrų mūšis“ galima žymėti galimumo ($\diamond$) ženklu.

C. I. Lewis sukurtos sistemos yra modalinės logikos pagrindas, kadangi modalinė logika tiria būtent Lewis sukurtų sistemų savybes, o taip pat kuria ir naujas modalinės logikos sistemas [14]. Po Lewiso modalinė logika buvo plėtojama daugelio kitų mokslininkų, vienas iš reikšmingiausių – S. Kripke, kuris sukūrė taip vadinamą Kripke semantiką modalinei logikai. Kripke modelis apibrėžiamas

$M = (W, R, V)$, kur W žymi netuščią galimų pasaulių aibę (angl. possible worlds), R – pasiekiamumo santykį tarp pasaulių, ir V – vertinimo funkciją, kuri kiekvienam sakiniui p priskiria pasaulių rinkinį $V(p)$ [15].

Matome, kad Kripke apibrėžime naudojama galimų pasaulių aibė. Čia iškart kyla natūralus klausimas, kas yra tie galimi pasauliai, jei gyvename tik viename realiame pasaulyje? Galimas pasaulis apibrėžiamas kaip tam tikras žmogaus proto ir vaizduotės kūrinys, jis gali būti įsivaizduojamas, norimas, numanomas ir t. t., o esamas realus pasaulis, kuriame gyvename, taip pat yra priskiriamas galimiems pasauliams, nes nors jis ir realus, jis tuo pačiu metu yra ir galimas [16].

Galimų pasaulių samprata turi tiesioginę reikšmę teiginių teisingumo reikšmėms. Jei teiginyje naudojamas būtinumo modalinis operatorius, jis bus laikomas teisingu tik tuomet, jei jis teisingas visuose galimuose pasauliuose. Jei bent viename galimame pasaulyje jis būtų klaidingas, teiginys negalėtų būti laikomas būtinai teisingu [16]. Galime apžvelgti Aristotelio pavyzdį apie laivų mūšį: teiginys „rytoj būtinai įvyks laivų mūšis“ nebus būtinas, nes galime įsivaizduoti kitokį pasaulį, kuriame vyrauja taika ir mūšiai nevyksta. Jei naudojamas galimumo modalinis operatorius, tuomet teiginys bus teisingas, jei bent viename pasaulyje egzistuoja tai, kas teigiama tame teiginyje [16]. Pavyzdžiui, „rytoj gali įvykti laivų mūšis“ yra teisingas visuose galimuose pasauliuose, nes net dabartiniame realiame pasaulyje vyksta daug konfliktų, tiek galime naudoti kitą įsivaizduojamą, numanomą pasaulį, kuriame rytoj jūrų mūšis įvyks. Taigi, tokiu būdu, per galimų pasaulių sampratą, yra nustatomas modalinių teiginių teisingumas. Šis metodas ne tik suteikia loginį pagrindą būtinybės bei galimumo sąvokoms, bet ir padeda spręsti Senovės Graikijoje iškeltą Aristotelio būsimų įvykių teisingumo reikšmės klausimą – teiginys „rytoj įvyks laivų mūšis“ nėra būtinas, tik galimas.

3.3. Laiko logika

Laiko logika – neklasikinės logikos sritis, tirianti laiko raišką samprotavimuose [17]. Kitaip tariant ši loginė sistema leidžia analizuoti teiginių teisingumą laiko atžvilgiu. Ši logika laikoma modalinės logikos atšaka, todėl remiasi šios logikos principais. Laiko logika nuo modalinės logikos skiriasi tuo, kad laiko logikoje nėra modalinių operatorių „būtina“ ir „galima“, čia naudojami laiko aspektai, tokie kaip „bus“, „buvo“ ir kiti. Taigi laiko logikoje jau nebesvarbi būtinumo bei galimumo reikšmė, svarbus tik laikas, jo momentai ir pasikartojimai.

Šiuolaikinė laiko logika kilo iš A. Prior XX a. viduryje sukurtos laiko logikos, kuria jis siekė formalizuoti laiką logikoje. Prior naudojo 4 pagrindinius laiko operatorius, du iš jų buvo susiję su praeitimi, kiti du – su ateitimi [18]:

- F (nuo angl. Future) , kuris reiškia, jog teiginys bus teisingas bent viename ateities momente;
- G (nuo angl. Globally), kuris reiškia, kad teiginys bus teisingas visuose ateities laiko momentuose;
- P (nuo angl. Past), kuris reiškia, kad teiginys buvo teisingas bent viename praeities momente;
- H (nuo angl. Historically), kuris reiškia, kad teiginys buvo teisingas visuose praeities momentuose.

Laiko logikoje taip pat galime įžvelgti Aristotelio argumento idėją. Kaip žinoma, pagrindinis Aristotelio keltas klausimas buvo tai, ar galima priskirti tiesos reikšmes teiginiams apie būsimus įvykius. Jo pavyzdyje kalbama apie du teiginius „rytoj įvyks laivų mūšis“, pažymėkime jį p, ir „ rytoj neįvyks jūrų mūšis“, pažymėkime jį q. Žvelgiant iš laiko logikos perspektyvos, visas dėmesys turėtų būti sutelktas į laiko žymę „rytoj“. Taigi Aristotelio teiginiams reikia taikyti ateities operatorių, kuris susijęs su vienu pasikartojimu, būtent F. Tuomet Fp ir Fq reiškia, jog teiginiai bus teisingi, jei bent viename ateities momente p atveju įvyks, o q atveju, neįvyks laivų mūšis. Taigi kol teiginių įvykiai neįvyko, jie neturi teisingumo reikšmės.

Laikui bėgant ši laiko logika keitėsi, tobulėjo, atsirado vis daugiau papildomų laiko operatorių, kurių pagalba vis tiksliau buvo galima analizuoti teiginių teisingumą bei klaidingumą. Vienas iš tokių pavyzdžių yra H. Kamp įvesti du nauji operatoriai S (nuo angl. since – „nuo tada, kai“) ir U (nuo angl. until – „iki tol, kol“) [18]. Šie operatoriai dar geriau formalizuoja Aristotelio problemos sprendimą. Operatorius S leidžia išreikšti, kad tam tikras teiginys buvo nuolat teisingas nuo tam tikro praeities momento iki dabarties, o operatorius U – tam tikras teiginys bus laikomas teisingu ateityje tol, kol įvyks tam tikras kitas įvykis ar bus pasiekta tam tikra sąlyga. Pavyzdžiui, teiginį „rytoj įvyks jūrų mūšis“ galima formalizuoti naudojant U operatorių: šis teiginys dabar nėra teisingas, tačiau jei rytoj iš tiesų įvyks mūšis, jis taps teisingu. Tokiu būdu ateitis gali būti laikoma atvira, nedeterminuota.

Taigi matome, kad Aristotelio keliami klausimai ir pavyzdžiai apie būsimųjų įvykių tiesos reikšmes puikiai atspindimi laiko logikos kontekste.

3.4. Intuicionistinė logika

XX a. pradžioje išplėtota intuicionistinė logika, kurią formaliai suformulavo A. Heyting, remdamasis savo mokytojo L.E.J. Brouwer apibrėžtais matematinio konstruktyvizmo principais. Konstruktyvizmo požiūriu matematinės tiesos nėra tiesiog atrandamos, kaip teigia platonizme, kuris laikosi nuostatos, jog visi matematiniai objektai egzistuoja nepriklausomai nuo žmogaus, o žmogus tik atranda tai, kas jau egzistuoja. Priešingai, konstruktyvizme manoma, kad matematinės tiesos atsiranda tik tuomet, kai žmogus, pasitelkdamas savo proto galią, tas tiesas konstruoja ir įrodo [19]. Standartinis intuicionistinės logikos supratimas išreiškiamas Brouwer-Heyting-Kolmogorov (BHK) interpretacija – ją XX a. pradžioje suformulavo mokslininkai Brouwer, Heyting ir Kolmogorov. Ši interpretacija parodo, kad intuicionistinėje logikoje tiesa nėra tik loginė reikšmė, čia ji suprantama kaip įrodymo rezultatas. BHK interpretacijos esmę atskleidžia šie formaliai apibrėžti įrodymo reikalavimai [20]:

- Konjunkcija $A \wedge B$ yra įrodyta, kai yra tiek A įrodymas, tiek B įrodymas.
- Disjunkcija $A \vee B$ yra įrodyta, jei yra arba A įrodymas, arba B įrodymas.
- Implikacija $A \to B$ yra įrodyta, jei A įrodymas paverčiamas B įrodymu.
- Neigimas $\neg A$ laikomas įrodytu tuomet, kai bet kuris galimas A įrodymas veda prie prieštaravimo.
- Visuotinio kvantoriaus teiginys $\forall x A(x)$ laikomas įrodytu, jei kiekvienam elementui $d \in D$ (čia D – kintamojo reikšmių aibė) pateikiamas $A(d)$ įrodymas.

- Egzistencinio kvantoriaus teiginys $\exists x A(x)$ laikomas įrodytu, jei konkrečiam elementui $d \in D$ pateikiamas $A(d)$ įrodymas.

Kadangi tiek teiginys A, tiek jo neigimas turi būti pagrįsti konstruktyviu įrodymu, intuicionistinėje logikoje negalima teigti, kad jei A nėra įrodytas, tai jo neigimas yra teisingas. Toks požiūris prieštarauja vienam iš pagrindinių klasikinės logikos principų – trečiojo negalimo dėsniui, kurį kritiškai vertino Aristotelis analizuodamas būsimųjų įvykių tiesos reikšmes.

Nagrinėjant Aristotelio argumento pavyzdį apie laivų mūšį intuicionistinėje logikos sistemoje, teiginys „rytoj įvyks laivų mūšis“ negali būti laikomas teisingu esamuoju laiku, nes jam pagrįsti reikalingas konstruktyvus įrodymas. Šiuo atveju toks įrodymas atsirastų tuomet, jei mūšis iš tikrųjų įvyktų. Tas pats principas taikytinas ir teiginiui „rytoj laivų mūšis neįvyks“.

Akivaizdu, jog Aristotelio iškeltas klausimas dėl būsimųjų įvykių teiginių tiesos vertės išlieka prasmingas ir šiuolaikinėje logikoje. Aptartos neklasikinės loginės sistemos savaip reaguoja į šią problemą: modalinė logika leidžia modeliuoti galimumą ir būtinumą, laiko logika akcentuoja teiginių priklausomybę nuo laiko momento, intuicionistinė reikalauja teiginių įrodymų, tam, kad jie būtų pripažinti teisingais, o daugiareikšmė logika siūlo papildomas teisingumo reikšmes. Šiose skirtingose logikos kryptyse aiškiai atsiskleidžia Aristotelio argumento svarba: savo darbuose jis plėtojo ne tik tai, kas vėliau tapo klasikinės logikos pagrindu, bet ir kėlė klausimus, kurie sutampa su šiuolaikinių neklasikinių logikų problematika. Tad nors ir Aristotelis šių sistemų neformalizavo, jo idėjos atpažįstamos ir aktualios įvairiuose šiuolaikinės logikos kontekstuose.

4. Aristotelio argumento taikymas racionalaus pasirinkimo teorijoje

4.1. Racionalaus pasirinkimo teorijos pagrindai

Logiką, kurią suprantame kaip mokslą apie teisingą mąstymą, dažnai siejame ir su racionalumo sąvoka. Įvairios loginės sistemos formuluoja taisykles, pagal kurias sprendimai ar išvados yra laikomos pagrįstomis, todėl racionalus mąstymas dažnai suprantamas kaip toks, kuris atitinka loginius dėsnius. Tačiau nors ir racionalumas glaudžiai siejamas su logikos principais, jo taikymo sritis yra gerokai platesnė. Ekonomikoje laikomasi prielaidos, kad žmones motyvuoja finansinė nauda ir pelno galimybės [21], todėl čia racionalumas suprantamas kaip nuoseklus ir tikslingas elgesys, orientuotas į naudos maksimizavimą. Remiantis tokiu požiūriu, buvo formuluojamos teorijos, prognozuojančios žmonių elgesį bei jų pasirinkimus.

Racionalaus pasirinkimo teorija (angl. rational choice theory) – tai sprendimo priėmimo procesas, kai įvertinus visas galimas alternatyvas pasirenkamas labiausiai tinkantis variantas pagal tam tikrus kriterijus [22]. Šios teorijos idėjų pradininku laikomas A. Smith. Knygoje „Tautų turtas" jis rašo: „Vakarienės tikimės ne iš mėsininko, aludario ar kepėjo geranoriškumo, bet iš jų rūpinimosi savo interesais" [23, p. 19]. Ši Smith mintis puikiai atskleidžia dabartinę racionalaus individo elgseną, pagal kurią sprendimai yra priimami vadovaujantis asmeniniais interesais ir nauda, tačiau toks tikslingas elgesys gali netiesiogiai prisidėti ir prie visuomenės gerovės, net jei tai nebuvo individo tiesioginis siekis.

P. Abell [24] išskiria kelias pagrindines racionalaus pasirinkimo teorijos prielaidas: individualizmą, optimalumą bei savanaudiškumą. Individualizmo prielaida suprantama kaip individo nepriklausomybė ir gebėjimas laisvai priimti sprendimus. M. Ogu [25] nagrinėdamas Abell išdėstytas prielaidas, pabrėžia, jog individai elgiasi kaip racionalios būtybės, kurios veikia apskaičiuotai, savanaudiškai ir siekia maksimalios naudos, todėl iš šios prielaidos, kurią galima būtų pavadinti pagrindine, kyla kitos racionalaus pasirinkimo teorijos prielaidos. Antroji prielaida – optimalumas, Abell apibrėžia optimalumą kaip sprendimą, kuris, konkrečiomis aplinkybėmis, laikomas geriausiu pasiekiamu rezultatu. Svarbu pažymėti, kad optimalus sprendimas yra geriausias konkrečiam individui, kuris priima sprendimą, tai reiškia, kad jis nebūtinai bus geriausias visiems. Savanaudiškumo (angl. self-regard) prielaida – individas veikia orientuotas į savo gerovę bei asmeninę naudą. Autoriaus teigimu net tokie reiškiniai kaip bendradarbiavimas ar labdara gali būti interpretuojami kaip netiesioginis savo vertės didinimas ar socialinio įvaizdžio kūrimas.

Be šių trijų Abell paminėtų prielaidų, racionalaus pasirinkimo teorijoje dažnai išskiriama ir racionalumo prielaida, kurią aptaria M. Krstić bei jau minėtas Ogu. Ji suprantama kaip nuoseklus sprendimo priėmimas pagal savo preferencijas ir nustatytus tikslus. Pasak Ogu , racionalumo prielaida yra dominuojanti, ji reiškia, kad individas pasirenka tokį veiksmų kelią, kuris, jo manymu, yra naudingiausias būtent jam [25]. Tuo tarpu Krstić [26] pažymi, kad racionalumas logiškai apibrėžiamas dviem esminėmis sąlygomis – pilnumu ir tranzityvumu. Pilnumas reiškia, kad tarp bet kurių dviejų alternatyvų x ir y individas turi gebėti apsispręsti, o tranzityvumas – kad jei individas teikia pirmenybę x

vietoj y, ir y vietoj z, jis turėtų teikti pirmenybę ir x vietoj z. Tokiu būdu šios sąlygos užtikrina loginį pasirinkimų nuoseklumą ir leidžia racionalumą suprasti kaip formalų elgesio pagrindą.

4.2. Racionalaus pasirinkimo teorijos kritika

Ar tikrai žmogus visada yra racionalus? Šis klausimas svarbus analizuojant klasikines racionalaus pasirinkimo teorijos prielaidas ir pagrįstumą. Psichologas D. Kahneman teigia, jog racionalumo apibrėžimas yra neįmanomai griežtas, reikalaujantis laikytis loginių taisyklių, kurias žmonių ribotas protas ne visada gali įgyvendinti. Vadovaujantis racionalumo apibrėžimu, kaip teigia autorius, žmonės negalėtų būti laikomi racionaliomis būtybėmis [27].

Čia kyla klausimas – kas gi yra tas ribotas protas. Jį suprasti galima kaip žmogaus ribotumą apdoroti didelius informacijos kiekius vienu metu, tikslingai rinktis preferencijas, visada tiksliai suprasti, kas yra teisinga, tai ypač atsispindi esant sudėtingoms situacijoms. Be to, žmogus nėra tik loginis mąstymo įrankis, sprendimų priėmimą neretai lemia ir emocijos, nuojauta, baimės ar ankstesnė patirtis. Tai rodo, kad racionalumas nėra taip lengvai pasiekiamas, kaip tai galėtų pasirodyti įprastoje racionalaus priėmimo sąvokoje.

Riboto racionalumo sąvoka apibūdina požiūrį, kad žmonės sprendimus priima ne idealiai racionaliai, o taip, kaip leidžia jų pažintiniai gebėjimai, turimos informacijos kiekis ir laiko apribojimai. Šią sąvoką sukūrė mokslininkas H. Simon. Jo teigimu: „Žmogaus proto gebėjimas formuluoti ir spręsti sudėtingas problemas yra labai ribotas, palyginti su tų problemų mastu, kurių sprendimas yra būtinas objektyviai racionaliam elgesiui realiame pasaulyje – ar netgi bent jau priartėjimui prie tokio objektyvaus racionalumo“ [28]. Ši citata atskleidžia pagrindinę mintį, kad žmogaus protas tiesiog nėra pajėgus spręsti visų realiame pasaulyje iškylančių sudėtingų problemų visiškai racionaliai. Bet tai nereiškia, kad žmogus yra iracionalus, veikiantis neapgalvotai, būtent čia ir yra svarbi riboto racionalumo sąvoka ir jos samprata.

Atsižvelgiant į šiuos riboto racionalumo iššūkius, kyla klausimas – kokiais principais remiantis galėtume adekvačiau apibrėžti racionalų sprendimų priėmimą? Viena iš galimų alternatyvų galėtų būti intuicionistinė logika, kurios idėjos ryškiai matomos Aristotelio argumente. Taikant šią logiką galima atsižvelgti į pažinimo ribotumą ir neapibrėžtumą.

4.3. Racionalaus pasirinkimo teorijos prielaidos intuicionistinės logikos atžvilgiu

Klasikiniai racionalaus sprendimo teorijos principai yra pilnumas

$$A \succeq B \vee B \succeq A$$

ir tranzityvumas

$$A \succeq B \wedge B \succeq C \rightarrow A \succeq C.$$

Čia A, B, C yra pasirinkimo variantai, o $\succeq$ žymi silpnąją preferenciją, tai reiškia, kad vienas pasirinkimas yra geresnis ar bent jau toks pat geras kaip kitas.

Nagrinėjant šias sąlygas intuicionistinės logikos perspektyvoje susiduriama su problema, kadangi intuicionistinė logika remiasi konstruktyvizmo principu, kuriame teiginys laikomas teisingu tik tada, kai galima pateikti jo įrodymą. Todėl teiginiui $A \succeq B$ pagrįsti neužtenka vien pasirinkimų A ir B egzistavimo, būtina konstruktyviai įrodyti, kad A tikrai yra neblogesnis nei B.

Tai kelia abejonių dėl pilnumo sąlygos, kadangi intuicionistinėje logikoje ne visada įmanoma konstruktyviai parodyti, kad individas gali palyginti bet kurias dvi alternatyvas. Pasirinkimų palyginimas galimas tik tada, kai bent vienas iš santykių yra pagrįstas konstruktyviai. Jei nei $A \succeq B$, nei $B \succeq A$ negalima pagrįsti įrodymu, tuomet alternatyvos laikomos nepalyginamomis, o pasirinkimas neapibrėžtu.

Tranzityvumo sąlyga taip pat negali būti traktuojama kaip savaime suprantama. Jei $A \succeq B$ ir $B \succeq C$ laikomi teisingais tik esant konkretiems įrodymams, tai $A \succeq C$ taip pat turi būti pagrįstas konstruktyviai – jis neišplaukia savaime.

Taigi intuicionistinė logika meta iššūkį klasikiniams racionalumo modeliams, nes remiasi konstruktyvaus įrodymo principu. Ji leidžia kritiškai vertinti racionalaus pasirinkimo teorijos aksiomas parodydama, kad jos negali būti laikomos universaliai galiojančiomis be tvirto pagrindimo. O tuo pačiu intuicionistinės logikos sprendimų priėmimas galėtų spręsti ankščiau minėtas racionalumo problemas, kurios siejasi su informacijos stoka, negebėjimu reaguoti tam tikrose situacijose. Tai gali būti grindžiama tuo, jog intuicionistinės logikos požiūriu visi priimami sprendimai turi būti pagrįsti, tam, kad jie būtų racionalūs. Tokiu būdu nepagrįstos alternatyvos atkrenta ir pasirinkimas galimas tik tarp konstruktyviai pagrįstų variantų. Kaip žinoma, sprendimų priėmimas tampa lengvesnis, kai galimų pasirinkimų skaičius yra mažesnis, todėl pritaikant intuicionistinę logiką sumažėja individui tenkantis sprendimų priėmimo krūvis.

4.4. Naudingumo funkcija ir mikroekonominis racionalumas

Mikroekonomikoje individo racionalumas siejamas su gebėjimu pasirinkti tarp alternatyvų, remiantis jų teikiamu naudingumu. Naudingumas yra tiesiogiai susijęs su preferencijomis ir grindžiamas pilnumo bei tranzityvumo prielaidomis, tai reiškia, kad individas visada gali nuspręsti, kuris iš dviejų pasirinkimų jam yra naudingesnis. Tokių pasirinkimų modeliavimui taikoma naudingumo funkcija (angl. utility function). Naudingumo funkcija $U(x)$ yra funkcija $U : x \to \mathbb{R}$, kuri priskiria skaitinę reikšmę kiekvienam pasirinkimui $x \in X$ taip, kad aukštesnė reikšmė atitiktų labiau pageidaujamą pasirinkimą. Naudingumo funkcijos ryšys su preferencijomis apibrėžiamas tokiu būdu [29]:

$$x \preceq y \iff U(x) \leq U(y),$$

čia x, y pasirinkimų aibės X elementai. Simbolis $\iff$ reiškia, kad ryšys galioja abiem kryptimis, tai yra, naudingumo funkcija visiškai atspindi preferencijas.

Kalbant apie naudingumą iš intuicionistinės logikos pusės, funkciją reikėtų sieti ir su turima informacija, kuri pagrįstų esantį naudingumą. Tokiu atveju ji galėtų būti apibrėžiama taip:

$$U^i \colon x \to \mathbb{R} \cup \{\emptyset\},$$

čia X žymi sprendimų aibę, o funkcija $U^i(x)$ yra apibrėžta realiųjų skaičių aibėje tik tiems $x \in X$, kurie turi konstruktyvų pagrindimą. Jei įrodymas neegzistuoja, tai laikoma, jog funkcijai nepriskirta jokia reikšmė. Tokiu būdu šis intuicionistinis modelis nuo klasikinio skiriasi tuo, jog skaitinė naudingumo reikšmė yra priskiriama tik pagrįstiems pasirinkimo variantams.

Paprastuoju atveju naudingumo reikšmė yra priskiriama kiekvienai alternatyvai atskirai, tačiau mikroekonomikoje tai nėra pakankama. Individai renkasi ne tik tarp skirtingų prekių, bet ir tarp kiekių, alternatyvų kombinacijų, o taip pat svarbios ir tam tikros ribos, tokios kaip biudžetas. Šie dalykai yra pagrindiniai naudingumo funkcijos maksimizavimo faktoriai.

Tarkime turime naudingumo funkciją $U(x_1,x_2)$, kur x_1 ir x_2 yra dviejų skirtingų prekių kiekiai. Taip pat turime nustatytą biudžetą, pažymėkime jį I, bei prekių x_1 ir x_2 kainas atitinkamai p_1 ir p_2. Tuomet norint rasti optimaliausią prekių x_1 ir x_2 santykį, reikia maksimizuoti turimą naudingumo funkciją $u(x_1,x_2)$, taikant esamus biudžeto apribojimus. Tai padaryti galima naudojant Lagranžo funkciją [30]:

$$L(x_1, x_2, p_1, p_2) = U(x_1, x_2, p_1, p_2) - \lambda \left(x_1 p_1 + x_2 p_2 - I\right),$$

čia – λ Lagranžo daugiklis. Klasikiniu atveju skaičiuojamos dalinės išvestinės pagal visus kintamuosius x_1, x_2 ir λ , jos prilyginamos nuliui:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial U}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{\partial U}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = I - x_1 p_1 - x_2 p_2 = 0. \tag{3}$$

Iš (1) ir (2) gaunama, kad ribinis pakeitimo santykis (angl. marginal rate of substitution) turi būti lygus prekių kainų santykiui:

$$\frac{\dfrac{\partial U}{\partial x_1}}{\dfrac{\partial U}{\partial x_2}} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Vadinasi, vartotojas renkasi taip, kad kiekvienas išleistas euras duotų tiek pat naudos, nepriklausomai nuo to, kurią prekę jis perka. Iš (3) gaunama biudžeto apribojimo lygtis:

$$x_1 p_1 + x_2 p_2 = I.$$

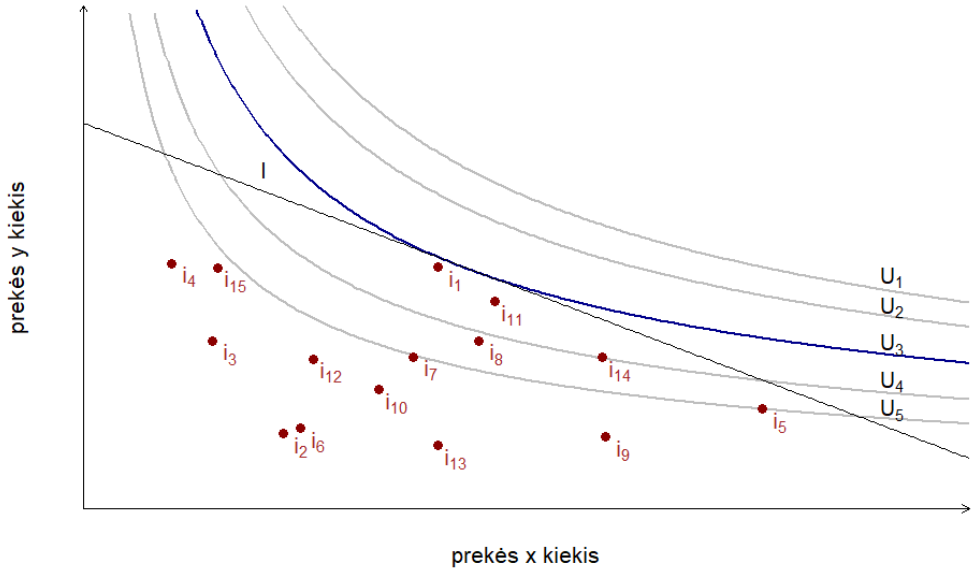
Tokiu būdu turint ribotą biudžetą bus pasiektas optimalumas.

Jei į šią maksimizavimo problemą žiūrėtumėme iš intuicionistinės logikos pusės, tuomet susidurtumėme su apribojimais, kadangi ši logika reiklauja pagrįstumo. Visų pirma negalima teigti, jog visa pasirinkimų $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ aibė yra pasiekiama. Vietoje to turime apsibrėžti naują aibę, pavadinkime ją S, tokią, kad joje būtų tik pagrįstos alternatyvos:

$$S = \left\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; U(x_1, x_2) \text{ yra žinoma (įrodyta) ir } x_1 p_1 + x_2 p_2 \leq I\right\}.$$

Taigi, šiuo atveju pagrįstos alternatyvos suprantamos kaip tokios, kurios yra konstruktyviai įvertintos, kitaip tariant, pagrįstos turima informacija. Tokiu būdu atmetamos visos reikšmės, kurios yra nepagrįstos arba neatitinkančios biudžeto sąlygų. Tačiau neatmetama ir galimybė papildyti aibę reikšmėmis, kurios įgis pagrįstumą vėliau. Tokiu būdu tai neprieštarautų intuicionistinės logikos sistemai, o tuo pačiu iš dalies atspindėtų ir Aristotelio mintį, kad būsimieji įvykiai įgyja teisingumo reikšmę tik po to, kai įvyksta. Šiuo atveju kalbama ne apie ateities įvykius, o sprendimų variantus, kurie laikomi pagrįstais tik tuomet, kai jų reikšmė gali būti įrodyta.

Kadangi atrenkami tik tam tikri funkcijos taškai, aibė S yra diskreti. Dėl to klasikiniam optimizavimui naudotas Lagranžo metodas netenka prasmės, kadangi jis remiasi funkcijos tolydumu ir išvestinių skaičiavimu. Taigi intuicionistiniu požiūriu maksimizavimą galima suprasti kaip pasirinkimą tarp riboto skaičiaus pagrįstų variantų, vertinant kiekvieno naudingumo reikšmes atskirai ir jas lyginant tam, jog didžiausia naudingumo reikšmė būtų visiškai įrodyta. Tokiu būdu didžiausią reikšmę funkcija $U(x,y)$ gali įgyti skirtinguose taškuose, priklausomai nuo taikomo požiūrio: intuicionistiniame požiūryje reikšmė atrenkama iš ribotos aibės, o klasikiniame naudos funkcijos maksimizavimo uždavinyje vertinami visi teoriškai galimi variantai. Skirtumas tarp klasikinio ir intuicionistinio požiūrio iliustruojamas 1 paveikslėlyje.



1 pav. *Klasikinis ir intuicionistinis pasirinkimo modelis*

Paveikslėlyje pažymėtos U_1, U_2, U_3, U_4 ir U_5, tai tik 5 variantai iš daugelio galimų naudingumo funkcijos kreivių, kadangi klasikiniame modelyje teoriškai įmanomos visos naudingumo funkcijos reikšmės ir visi prekių kiekių rinkiniai. Taip pat nubrėžta biudžeto tiesė I ir pažymėti 15 taškų $i_j \quad j = 1, 2, \ldots, 15$, kurie atspindi intuicionistinį požiūrį į naudingumą, šiame pavyzdyje jie yra būtent tokie taškai, kurių naudingumas yra pagrįstas. Šiuo atveju klasikinio modelio naudos funkcijos galima didžiausia reikšmė, taikant biudžeto apribojimą, bus taške, kuriame naudingumo funkcija U_3 lies biudžeto kreivę. Intuicionistiniame modelyje tai bus taškas i_1, kadangi jo naudingumo funkcija, remiantis grafiku, yra didžiausia, nes naudingumo funkcijos reikšmės didėja didėjant prekių kiekiams.

Naudingumo funkcijos maksimizacijas tiesiogiai siejasi su pusiausvyra. Įprastoje mikroekono-

mikos teorijoje teigiama, jog kai $U(X,Y)$ maksimizuojama X ir Y atžvilgiu, esant riboto biudžeto apribojimui, gaunama taip vadinama vartotojo pusiausvyra, kuri apibūdinama kaip taškas, kur vartotojo noras iškeisti tam tikrą vienos gėrybės kiekį į papildomą kitos gėrybės vienetą sutampa su šių prekių kainų santykiu [30]. Intuicionistiniu požiūriu pusiausvyra nebūtinai egzistuos, kadangi ankščiau apibrėžta aibė S gali būti siaura, priklausomai nuo turimo pagrindimo. Todėl nebūtinai intuicionistiniu būdu nustatytas optimalus rinkinys liesis su biudžeto tiese, kaip to reikalauja vartotojo pusiausvyros apibrėžimas. Tačiau, kadangi S aibė riboja tokius pasirinkimus, kur biudžetas bus viršytas, gauta didžiausio naudingumo reikšmė neviršys biudžeto tiesės, bet lyginant su kitais pasiekiamais rinkiniais iš S, ši reikšmė turės didžiausią naudingumą. Tokiu būdu pusiausvyra suprantama kaip geriausias įrodomas sprendimas tarp visų pagrįstų variantų.

Taigi intuicionistinis požiūris į naudingumo funkcijos maksimizavimą ir vartotojo pusiausvyrą leidžia pažvelgti į mikroekonominį racionalumą iš kitos pusės. Klasikinėje teorijoje pusiausvyra paremta prielaida apie visišką informacijos prieinamumą bei gebėjimą palyginti visas galimas alternatyvas. O tuo tarpu intuicionistinė logika reikalauja konstruktyvaus pagrįstumo, todėl sprendimų vertinimas tampa priklausomas nuo esamos informacijos konkrečiu momentu. Šis požiūris artimas Aristotelio argumentui, kurio pagrindinė mintis, jog teiginys apie būsimuosius įvykius negali turėti iš anksto nustatytos tiesos vertės. Mikroekonominiame kontekste tai galėtų reikšti, kad ne kiekviena pasirinkimo alternatyva turi apibrėžtą naudingumo reikšmę tol, kol jos pagrįstumas nėra įrodytas. Toks požiūris suteikia pagrindą kurti lankstesnius mikroekonominius modelius, kurie labiau atitiktų tokias situacijas, kuriose individai susiduria su rizika, informacijos stoka ir negebėjimu pasirinkti tarp esamų variantų.

Rezultatai ir išvados

Šiame bakalauro darbe analizuotas Aristotelio argumentas ir jo implikacijos logikai bei racionalaus pasirinkimo teorijai. Nors Aristotelis siejamas su klasikine logika, šis jo argumentas apie būsimų įvykių teisingumo vertes parodo, kad neklasikinės logikos idėjos taip pat atsispindi Aristotelio keltuose klausimuose.

Darbe nagrinėtos keturios neklasikinės logikos sistemos: daugiareikšmė logika, modalinė logika, laiko logika ir intuicionistinė logika. Daugiareikšmė logika įtraukia papildomas teisingumo reikšmes, modalinė logika modeliuoja galimumą ir būtinumą, laiko logikoje teiginių tiesos vertės priklauso nuo laiko momento, o intuicionistinėje logikoje kiekvienas teiginys privalo turėti įrodymą, tik tuomet jis įgys teisingumo reikšmę. Visose aptartose sistemose atsispindi trečiojo negalimo dėsnio neigimas arba jo modifikavimas. Būtent šį dėsnį, kuris yra vienas iš pagrindinių klasikinėje logikos sistemoje, ateities įvykių atvejams savo argumente kritikavo Aristotelis.

Iš visų nagrinėtų neklasikinės logikos sistemų Aristotelio idėjas geriausiai atspindi intuicionistinė logika, kadangi joje teiginio teisingumo vertė priklauso nuo jo pagrįstumo įrodymo. Šis principas ypač artimas Aristotelio argumentui apie būsimuosius įvykius: intuicionistiniu požiūriu teiginiai apie ateitį negali būti laikomi nei teisingais, nei klaidingais tol, kol pats įvykis neįvyksta ir nėra įrodomas.

Aristotelio argumento idėjos buvo pritaikytos racionalaus pasirinkimo teorijai, kuri siejama ir su mikroekonominiais aspektais, tokiais kaip: naudingumo funkcija, jos maksimizavimas ir vartotojo pusiausvyra. Paaiškėjo, jog intuicionistiniu požiūriu racionalaus pasirinkimo teorijos pilnumo ir tranzityvumo prielaidos negali būti laikomos universaliai galiojančiomis be tvirto pagrindimo. Naudingumo funkcijos samprata intuicionistinėje logikoje taip pat pakinta: ji apibrėžiama tik tiems pasirinkimo variantams, kurie yra žinomi, pagrįsti ir atitinka turimą informaciją. Tokiu būdu pasirinkimų aibė gali būti ne tik tolydi, o diskreti. Vartotojo pusiausvyra intuicionistinės logikos perspektyvoje suprantama kaip geriausias įrodomas pasirinkimas. Apibendrinus, intuicionistinis požiūris, kuris atspindi Aristotelio argumentą, leidžia kurti tokius mikroekonominius modelius, kurie atsižvelgia į informacijos stoką bei sprendimų neapibrėžtumą.

Literatūra ir šaltiniai

[1] Aristotle. „De Interpretatione“. Iš: *The Works of Aristotle*. Sudarė W. D. Ross. Išvertė E. M. Edghill. Tomas 1. Oxford: Clarendon Press, 1928. Skyrius 9.

[2] S. Haack. *Deviant and Fuzzy Logic: Beyond the Formalism*. New York: University of Chicago Press, 1996.

[3] L. Haaparanta. *The Development of Modern Logic*. New York: Oxford University Press, 2009.

[4] Aristotle. *The Complete Works of Aristotle*. Sudarė J. Barnes. Tomas 1. Princeton: Princeton University Press, 1984.

[5] W. Lenzen. „Leibniz's Logic“. Iš: *Handbook of the History of Logic*. Sudarė J. Wood, D. M. Gabbay. Tomas 3. North Holland, 2004, puslapiai 1–83.

[6] S. Koppelberg. „General Theory of Boolean Algebras“. Iš: *Handbook of Boolean Algebras*. Sudarė J. D. Monk, R. Bonnet. Tomas 1. Amsterdam: Nort Holland, 1989.

[7] G. Frege. „Begriffsschrift: A Formula Language, Modeled upon that of Arithmetic, for Pure Thought“. Iš: *From Frege to Godel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*. Cambridge: Harvard University Press, 1967, puslapiai 1–82.

[8] G. Priest. *An introduction to Non-Classical Logic*. New York: Cambridge University Press, 2008.

[9] J. Lukasiewicz. *Selected Works*. Sudarė L. Borkowski. North Holland, 1970.

[10] C. I. Lewis. *A Survey of Symbolic Logic*. Berkeley: University of California Press, 1918.

[11] C. I. Lewis, C. H. Langford. *Symbolic Logic*. The Century CO, 1932.

[12] R. Plečkaitis. *Implikacija*. Visuotinė lietuvių enciklopedija. URL: https://www.vle.lt/straipsnis/implikacija/ (žiūrėta 2025-04-15).

[13] R. Ballarin. „Modern Origins of Modal Logic“. Iš: *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Sudarė E. N. Zalta, U. Nodelman. Fall 2023. Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2023. URL: https://plato.stanford.edu/archives/fall2023/entries/logic-modal-origins/ (žiūrėta 2025-04-15).

[14] R. Plečkaitis. *Logika*. Visuotinė lietuvių enciklopedija. URL: https://www.vle.lt/straipsnis/logika/ (žiūrėta 2025-04-19).

[15] E. N. Zalta. *Basic Concepts in Modal Logic*. Sudarė E. N. Zalta, U. Nodelman. 1995. URL: https://mally.stanford.edu/notes.pdf.

[16] R. Bubelis, V. Jakimenko, V. Valatka. *Logika*. Vilnius: Lietuvos teisės universiteto Leidybos centras, 2012.

[17] R. Pliuškevičius. *Laiko logika*. Visuotinė lietuvių enciklopedija. URL: https://www.vle.lt/straipsnis/laiko-logika/ (žiūrėta 2025-04-22).

[18] V. Goranko, A. Rumberg. „Temporal Logic“. Iš: *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Sudarė E. N. Zalta, U. Nodelman. Summer 2025. Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2025. URL: https://plato.stanford.edu/entries/logic-temporal/ (žiūrėta 2025-04-22).

[19] M. van Atten. „The Foundations of Mathematics as a Study of Life: An Effective but Non-Recursive Function“. Iš: *Progress of Theoretical Physics Supplement* 173 (2008), puslapiai 38–47. https://doi.org/https://doi.org/10.1143/PTPS.173.38.

[20] A. S. Toelstra, D. van Dalen. *Constructivism in Mathematics: An Introduction*. Amsterdam: North Holland, 1988.

[21] J. Scott. „Rational Choice Theory“. Iš: *Understanding Contemporary Society: Theories of the Present*. Sudarė G. Browning, A. Halcli, F. Webster. Sage Publications, 2000, puslapiai 126–138. https://doi.org/https://doi.org/10.4135/9781446218310.n9.

[22] L. Jonathan, P. Milgrom. *Introduction to Choice Theory*. Sudarė E. N. Zalta, U. Nodelman. 2004. URL: https://web.stanford.edu/~jdlevin/Econ%20202/Choice%20Theory.pdf (žiūrėta 2025-04-29).

[23] A. Smith. *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*. 2005. URL: https://www.rrojasdatabank.info/Wealth-Nations.pdf (žiūrėta 2025-04-29).

[24] P. Abell. „Sociological Theory and Rational Choice Theory“. Iš: *The Blackwell Companion to Social Theory*. Sudarė B. S. Turner. Blackwell Publications, 2000, puslapiai 223–244.

[25] M. Ogu. „Rational Choice Theory : Assumptions , Strenghts , and Greatest Weaknesses in Application Outside the Western Milieu Context“. Iš: *Nigerian Chapter of Arabian Journal of Business and Management Review* 1 (2013), puslapiai 90–99. https://doi.org/10.12816/0003628.

[26] M. Krstić. „Rational Choice Theory - Alternatives and Criticisms“. Iš: *Socijalna Ekologija* 31 (2022), puslapiai 9–27. https://doi.org/10.17234/SocEkol.31.1.1.

[27] D. Kahneman. *Thinking, Fast and Slow*. New York: Farrar, Straus ir Giroux, 2011.

[28] H. A. Simon. *Models of Man*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1957.

[29] S. Board. *Preferences and Utility*. 2009. URL: http://www.econ.ucla.edu/sboard/teaching/econ11_09/econ11_09_lecture2.pdf (žiūrėta 2025-05-01).

[30] I. Panavas. *Mikroekonomika: Vadovėlis*. Vilnius: Mykolo Riomerio universitetas, 2013.