

VILNIAUS UNIVERSITETAS  
FIZINIŲ IR TECHNOLOGIJOS MOKSLŲ CENTRAS

PAULIUS STANISLOVAITIS

ŠVIESOS SŪKURIŲ FORMAVIMAS IR JŲ TIESINĖS BEI NETIESINĖS  
TRANSFORMACIJOS

Daktaro disertacija

Fiziniai mokslai, fizika (02P)

Vilnius, 2017

Disertacija rengta 2013-2017 metais Vilniaus universitete, fizikos fakulteto kvantinės elektronikos katedros lazerinių tyrimų centre.

Mokslinis vadovas - prof. habil. dr. Valerijus Smilgevičius (Vilniaus universitetas, fiziniai mokslai, fizika - 02 P)

# Turinys

<b>1</b>	<b>Įvadas, darbo tikslai ir ginamieji teiginiai</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Literatūros apžvalga</b>	<b>7</b>
2.1	Dislokacijos šviesos bangų frontuose . . . . .	7
2.2	Šviesos sūkurių savybės . . . . .	9
2.3	Šviesos pluoštų transformacijos tiesinėse ir netiesinėse optinėse terpėse . . . . .	13
2.3.1	Medžiagos poliarizacija bei jos sąsaja su netiesinės optikos reiškiniais . . . . .	13
2.3.2	Šviesos pluoštų tiesinės transformacijos laisvoje erdvėje . . . . .	16
2.3.3	Surištųjų amplitudžių lygtys ir faziniai sąryšiai tarp bangų . . . . .	17
2.4	Šviesos sūkurių netiesinės transformacijos kvadratinio netiesiškumo terpėje . . . . .	19
2.5	Šviesos sūkurių formavimo metodai . . . . .	23
2.5.1	Šviesos sūkurių formavimas amplitudinėmis hologramomis . . . . .	23
2.5.2	Šviesos sūkurių formavimas panaudojant spiralinę fazinę plokštelę bei fazines hologramas . . . . .	25
2.5.3	Šviesos sūkurių formavimas panaudojant erdvinį šviesos moduliatorių . . . . .	27
2.5.4	Šviesos sūkurių formavimas panaudojant cilindrinį lęšių modų keitiklį . . . . .	27
2.5.5	Šviesos sūkurių formavimas radialinės poliarizacijos keitikliu . . . . .	30
2.5.6	Šviesos sūkurių formavimas lazerio rezonatoriuje . . . . .	32
2.5.7	Šviesos sūkurių formavimas mikrosferomis . . . . .	33
2.5.8	Šviesos sūkurių formavimas deformuojamais veidrodžiais . . . . .	34
2.6	Radialinės bei azimutinės poliarizacijos pluoštai . . . . .	37
2.6.1	Radialinės ir azimutinės poliarizacijos pluoštai bei jų savybės . . . . .	37
2.6.2	Radialinės bei azimutinės poliarizacijos pluoštų generavimas . . . . .	38
2.6.3	Radialinės bei azimutinės poliarizacijos pluoštų netiesinės transformacijos . . . . .	39
<b>3</b>	<b>Vienetinio ir pusinio topologinio krūvio šviesos sūkurių formavimas radialinės poliarizacijos keitikliu</b>	<b>41</b>
3.1	Radialinės poliarizacijos elemento matematinis aprašymas Džounso matricomis . . . . .	41
3.2	Bangos ilgio neatitikimo įtaka pluoštams, formuojamiems radialinės poliarizacijos keitikliu . . . . .	44
3.3	Šviesos sūkurių formavimas radialinės poliarizacijos keitikliu . . . . .	45
3.4	Eksperimentas . . . . .	46
3.4.1	Vienetinio topologinio krūvio sūkurių generavimo eksperimento eiga . . . . .	47
3.4.2	Eksperimento rezultatai . . . . .	47
3.4.3	Pusinio topologinio krūvio sūkurių generavimo eksperimento eiga . . . . .	49
3.4.4	Eksperimento rezultatai . . . . .	49
3.5	Išvados . . . . .	49
<b>4</b>	<b>Dvigubo topologinio krūvio šviesos sūkurių formavimas radialinės poliarizacijos keitikliu panaudojant dvigubo praėjimo metodiką</b>	<b>50</b>
4.1	Radialinės poliarizacijos keitiklio poveikis šviesos sūkuriams . . . . .	50
4.2	Dviejų praėjimų schemos veikimo principas . . . . .	52
4.3	Eksperimentas . . . . .	56
4.3.1	Eksperimento eiga . . . . .	56
4.3.2	Eksperimento rezultatai . . . . .	57
4.4	Išvados . . . . .	57

---

<b>5</b>	<b>Šviesos sūkurių pozicijos valdymas interferenciniu metodu</b>	<b>58</b>
5.1	Kolineari Lagero-Gauso pluoštų interferencija : teoriniai pagrindai . . . . .	58
5.2	Antrinių dislokacijų atsiradimas ir anihiliacija . . . . .	61
5.3	Eksperimentas . . . . .	63
5.3.1	Eksperimento eiga . . . . .	63
5.3.2	Eksperimento rezultatai . . . . .	64
5.4	Išvados . . . . .	65
<b>6</b>	<b>Topologinio krūvio tvermės dėsnis pusinio topologinio krūvio sūkuriam antros harmonikos generavimo procese</b>	<b>66</b>
6.1	Topologinis krūvio tvermės dilema dalinio topologinio krūvio sūkuriam . . . . .	66
6.2	Pusinio topologinio krūvio šviesos sūkurių stabilumas ir sklidimo ypatumai . . . . .	67
6.3	Topologinio krūvio tvermės dėsnis ir antros harmonikos generacija panaudojant pusinio topologinio krūvio sūkurį . . . . .	69
6.3.1	Topologinio krūvio tvermės dėsnis . . . . .	69
6.3.2	Skaitmeninis modeliavimas . . . . .	70
6.4	Eksperimentas . . . . .	73
6.4.1	Eksperimento eiga . . . . .	73
6.4.2	Eksperimento rezultatai . . . . .	73
6.5	Išvados . . . . .	74
<b>7</b>	<b>Pluoštų su poliarizacinėmis dislokacijomis generavimas parametriškai stipriant šviesos sūkurius</b>	<b>75</b>
7.1	Pluoštų su poliarizacinėmis dislokacijomis formavimas panaudojant Lagero-Gauso modų superpoziciją . . . . .	75
7.2	Poliarizacinių dislokacijų generavimo technika . . . . .	77
7.3	Eksperimentas . . . . .	81
7.3.1	Eksperimento eiga . . . . .	81
7.3.2	Eksperimento rezultatai . . . . .	82
7.4	Išvados . . . . .	84
<b>8</b>	<b>Pagrindiniai rezultatai ir išvados</b>	<b>85</b>

---

# 1. Įvadas, darbo tikslai ir ginamieji teiginiai

Pirmą kartą dislokacijos bangų frontuose buvo aprašytos 1974 metais mokslininkų Nye ir Berry [1]. Yra trys galimi tokių dislokacijų tipai: sraigtinė dislokacija (I), kraštinė dislokaciją (II) bei mišri sraigtinė-kraštinė dislokacija (III). Šviesos bangų frontuose sraigtinės dislokacijos buvo pavadintos "šviesos sūkuriais" [2]. Šviesos sūkuriai turi savo tamsiąją šerdį - nulinio intensyvumo dėmę, kuri, sklindant pluoštui erdve, neišnyksta. Taip yra dėl azimutinės fazinės moduliacijos - dėl destruktivios bangų interferencijos iš visų pusių apie dislokaciją, tamsioji šerdis išlieka stabili sklidimo metu. Šviesos sūkurių pavyzdžiais galėtų būti nenulinio azimutinio indekso Lagero-Gauso modos bei aukštesnės nei nulinės eilės Beselio pluoštai.

Kita bangos fronto dislokacijų rūšis - kraštinės dislokacijos - pasireiškia kaip tamsios linijos šviesos pluošto intensyvumo skirstinyje, neišnykstančios pluoštui sklindant erdve. Kraštinės dislokacijos gali būti begalinės, kaip pvz. Ermito-Gauso modose, arba uždaros, kaip pvz. Lagero-Gauso modose su aukštesniu nei nuliniu radialiniu indeksu.

Dar viena iš bangos fronto dislokacijų rūšių - tai mišrios kraštinės - sraigtinės dislokacijos. Jos dar kartais yra vadinamos trupmeninio topologinio krūvio šviesos sūkuriais. Šios dislokacijos yra nestabilios ir sklindant erdve transformuojasi į artimiausio topologinio krūvio šviesos sūkurius [3, 4].

Taip pat viena iš plačiai nagrinėjamų temų - šviesos sūkurių netiesinės transformacijos, t.y. šviesos sūkurių transformacijos netiesinėse optinėse

terpėse. Tai - tokios transformacijos kaip antros harmonikos, suminio ar skirtuminio dažnio generavimas bei parametrinė fluorescencija. Šioms temoms yra skirta nemažai mokslinių publikacijų [5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13].

Šiame darbe yra nagrinėjamos šviesos sūkurių transformacijos sklidimo metu tiek tiesinėse, tiek ir netiesinėse terpėse. Darbe yra nagrinėjamos šviesos sūkurių formavimo metodikos bei dalinio topologinio krūvio šviesos sūkurių formavimo bei netiesinių transformacijų ypatumai. Taip pat teoriškai nagrinėjamas ir eksperimentiškai įgyvendintas poliarizacinių dislokacijų formavimo metodas pasinaudojant šviesos sūkurių savybėmis netiesinių optinių procesų metu.

## Darbo tikslai

1. Teoriškai ištyrinėti ir eksperimentiškai įgyvendinti kompiuterizuotą šviesos sūkurių pozicijos valdymą pasinaudojant šviesos interferencija.
2. Teoriškai išnagrinėti ir eksperimentiškai patikrinti galimybę formuoti pusinio topologinio krūvio sūkurius pasinaudojant radialinės poliarizacijos keitikliu.
3. Teoriškai pagrįsti ir eksperimentiškai įgyvendinti metodą formuoti dvigubo topologinio krūvio sūkurius panaudojant dvigubą pluošto praėjimą per radialinės poliarizacijos keitiklį.
4. Teoriškai išnagrinėti ir eksperimentiškai patikrinti topologinio krūvio tvermės dėsnio galiojimą pusinio topologinio krūvio šviesos sūkuriams generuojant antrą harmoniką.
5. Išnagrinėti ir eksperimentiškai pademonstruoti šviesos pluoštų su poliarizacinėmis dislokacijomis formavimą panaudojant šviesos sūkurių parametrinį stiprinimą.

## Darbo rezultatų naujumas

1. Eksperimentiškai įgyvendintas metodas, leidžiantis tiksliai valdyti optinių sūkurių dislokacijas pasinaudojant šviesos interferenciją. Pirmą kartą gyvendintas kompiuterizuotas eksperimentas, leidžiantis tiksliai valdyti šviesos sūkurių pozicijas.

2. Teoriškai išnagrinėtas ir eksperimentiškai įgyvendintas naujas būdas formuoti pusinio topologinio krūvio sūkurius radialinės poliarizacijos keitikliu. Teoriškai išnagrinėta šviesos bangos ilgio neatitikimo įtaka pluoštams, formuojamiems radialinės poliarizacijos keitikliu.

3. Teoriškai išnagrinėtas ir eksperimentiškai įgyvendintas naujas metodas, leidžiantis formuoti dvigubo topologinio krūvio sūkurius panaudojant radialinės poliarizacijos keitiklį. Sukurtas metodo teorinis aprašymas, pasiūlyta kaip galima pritaikyti metodą aukštesniems nei vienetinio topologinio krūvio sūkuriams.

4. Teoriškai išnagrinėtas ir eksperimentiškai pagrįstas topologinio krūvio tvermės desnio galiojimas pusinio topologinio krūvio sūkuriams antros harmonikos generacijos procese. Parodyta, antros harmonikos generavimo procese pusinio topologinio krūvio sūkurio topologinio krūvio tvermės dėsnis galioja.

5. Teoriškai išnagrinėtas ir eksperimentiškai įgyvendintas naujas metodas, leidžiantis generuoti azimutinės ir radialinės poliarizacijos pluoštus bei aukštesnės eilės poliarizacines dislokacijas pasinaudojant šviesos sūkurių parametriniu stiprinimu.

## Ginamieji teiginiai

1. Pasinaudojant Gauso pluošto ir šviesos sūkurio kolinearia interferencija galima valdyti šviesos sūkurio dislokacijos poziciją keičiant Gauso pluošto intensyvumą bei parametrus - šviesos sūkurių dislokacijų pozicijos priklauso



nuo šių dviejų pluoštų intensyvumų santykio bei fazių skirtumo.

2. Radialinės poliarizacijos keitikliu galima formuoti pusinio topologinio krūvio sūkurius, pasinaudojant pluoštu, kurio bangos ilgis yra dvigubai didesnis už tą, kuriam radialinės poliarizacijos keitiklis buvo pagamintas.

3. Pasinaudojant radialinės poliarizacijos keitikliu galima formuoti ne tik vienetinio, bet ir dvigubo topologinio krūvio šviesos sūkurius iš apskritimiškai poliarizuoto šviesos pluošto, pasinaudojant dvigubu praėjimu per radialinės poliarizacijos keitiklį. Galima pagaminti keitiklį ir aukštesnio topologinio krūvio sūkuriams, tačiau šis metodas net ir tokiu atveju leidžia padvigubinti šviesos sūkurio topologinį krūvį.

4. Nepaisant to, jog trupmeninio topologinio krūvio sūkuriai yra nestabilūs ir sklisdami erdve transformuojasi į artimiausio topologinio krūvio sūkurius, generuojant antrą harmoniką pusinio topologinio krūvio sūkuriumi galioja topologinio krūvio tvermės dėsnis ir antroje harmonikoje yra stebimas vienetinio topologinio krūvio sūkurys.

5. Parametriškai stiprinant šviesos sūkurius išsigimusiam pagal bangos ilgį režime netiesiniame kristale antro tipo sinchronizmo sąlygomis, kaupiant Gauso pluoštu yra gaunami du statmenų poliarizacijų bei priešingų topologinių krūvių sūkuriai, kuriuos, parenkant tam tikrą fazių skirtumą tarp signalinės ir šalutinės bangų, tinkamai orientuota  $\lambda/4$  plokšte galima transformuoti į radialinės arba azimutinės poliarizacijos pluoštus arba šviesos pluoštus su aukštesnės eilės poliarizacinėmis dislokacijomis.

## **Autoriaus publikacijos**

### **Straipsniai moksliniuose žurnaluose**

[P1] P. Stanislovaitis, V. Smilgevičius. Control of optical vortex dislocations using optical methods. Lietuvos Fizikos Žurnalas 52(4), p. 295-300 (2012)

[P2] P. Stanislovaitis, V. Smilgevičius. Peculiarities of second harmonic

generation by paraxial beams with radial/azimuthal polarization in type II nonlinear crystal. Lietuvos fizikos žurnalas 54(3) (2014)

[P3] A. Matijošius, P. Stanislovaitis, T. Gertus, V. Smilgevičius. Formation of optical vortices with topological charge  $|l| = 1$  and  $|l| = 1/2$  by use of the S-waveplate, Optics Communications 324, p. 1-9 (2014)

[P4] A. Matijošius, P. Stanislovaitis, T. Gertus, V. Smilgevičius. Formation of second order optical vortices with a radial polarization converter using the double-pass technique, Optics Communications 349, p. 24-30 (2015)

[P5] P. Stanislovaitis, A. Matijošius, M. Ivanov, V. Smilgevičius. Topological charge transformation of beams with embedded fractional phase step in the process of second harmonic generation, priimtas spausdinti į Journal of Optics (2017)

### **Dalyvavimas mokslinėse konferencijose**

[K1] P. Stanislovaitis, V. Smilgevičius. Peculiarities of second harmonic generation by paraxial beams with radial/azimuthal polarization in type II nonlinear crystal, 20-tas Lietuvos-Baltarusijos seminaras „Lazeriai ir optinis netiesiškumas“, Vilnius, 2014

[K2] P. Stanislovaitis, A. Matijošius, T. Gertus, V. Smilgevičius. Formation of optical vortices with topological charge  $|l| = 2$  using the radial polarization converter, Open readings 2014, Vilnius

[K3] P. Stanislovaitis, A. Matijošius, V. Smilgevičius, M. Ivanov. Topological charge conservation of optical vortices with topological charge  $l = 1/2$  in second harmonic generation process. ICONO/LAT 2016, Minskas

[K4] P. Stanislovaitis, V. Smilgevičius. Control of optical vortex dislocations using optical methods, 39-oji Lietuvos Nacionalinė Fizikos Konferencija, 2011, Vilnius

## **Autoriaus asmeninis indėlis**

Autorius suformulavo kai kuriuos iš disertacijos uždavinių ir pasiūlė jų įgyvendinimo būdus, atliko teorinę analizę bei skaitmeninius modeliavimus visuose šioje disertacijoje pateiktuose tyrimuose, dalyvavo visų minėtų mokslinių publicacijų ruošime bei pristatė darbo rezultatus nacionalinėse bei tarptautinėse mokslinėse konferencijose.

## **Publikacijų bendraautorių indėliai**

**Dr. Titas Gertus** pagamino radialinės poliarizacijos keitiklį, naudotą generuoti šviesos sūkurius eksperimentiniuose darbuose.

**Dr. Aidas Matijošius** atliko pusinio topologinio krūvio sūkurių formavimo, antros harmonikos generacijos bei dvigubo topologinio krūvio sūkurių formavimo radialinės poliarizacijos keitikliu eksperimentinius tyrimus bei eksperimentinių duomenų apdorojimą. Taip pat dalyvavo rengiant mokslines publikacijas.

**Prof. Habil. Dr. Valerijus Smilgevičius** formulavo kai kuriuos darbo uždavinius, prisidėjo darant eksperimentus, taip pat dalyvavo rengiant ir koreguojant visas minėtas publikacijas ir pateikė vertingas pastabas.

**Maksym Ivanov** atliko eksperimentą, skirtą pluoštų su poliarizacinėmis dislokacijomis formavimui, dalyvavo ruošiant rankraščius spaudai.

## **Padėkos**

Autorius dėkoja Dr. Viktorijai Tamulienei ir Dr. Vygandui Jaručiui už vertingas diskusijas rengiant mokslines publikacijas ir už vertingus patarimus, padėjusius pagerinti mokslinių publikacijų kokybę.

## 2. Literatūros apžvalga

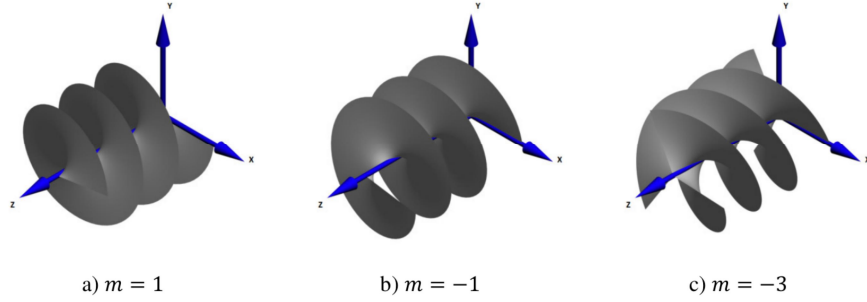
### Dislokacijos šviesos bangų frontuose

1974 metais Nye ir Berry [1] pirmą kartą aprašė dislokacijas bangų frontuose. Šios dislokacijos - tai erdviniai dariniai bangų frontuose, kuriuose bangos intensyvumas lygus nuliui, o fazė - neapibrėžta. Šios dislokacijos gali egzistuoti tiek garso, tiek ir elektromagnetinėse bangose. Nye ir Berry išskyrė tris dislokacijų tipus :

- 1) Sraigtinės dislokacijos;
- 2) Kraštinės dislokacijos;
- 3) Mišrios kraštinės-sraigtinės dislokacijos.

Sraigtinės dislokacijos šviesos bangos frontuose dar yra vadinamos optiniais sūkuriais arba šviesos sūkuriais [2]. Šios dislokacijos pasižymi tuo, kad jose šviesos intensyvumas lygus nuliui ir fazė yra neapibrėžta. Aplink sūkurinę dislokaciją bangos frontas yra helikoidinio pavidalo. Sraigtinės dislokacijos yra charakterizuojamos parametru, vadinamu topologiniu krūviu, kuris nusako fazės kitimo greitį ir kryptį apie sraigtinę dislokaciją. 2.1 pav. pavaizduoti keli šviesos sūkurių bangos frontų pavyzdžiai su skirtingais topologiniais krūviais. Pirmo ir minus pirmo topologinių krūvių sūkurių bangos frontai yra helikoidai, besisukantys priešingomis kryptimis (2.1 pav. (a) ir (b) ). Minus trečio topologinio krūvio sūkurio bangos frontas (2.1 pav. (c)) yra trijų persipynusių helikoidų sistema.

Šviesos sūkuriai pasižymi savybe išlaikyti savo tamsiąją šerdį sklaidimo metu. Tai yra, sklindant erdvėje, sūkurio tamsioji dėmė neišnyksta. Tiksliai



2.1 pav.: Šviesos sūkurių bangos frontai su skirtingais topologiniais krūviais : 1 (a), -1 (b) ir -3 (c).

reikėtų pažymėti, jog aukštesnio nei vienetinio topologinio krūvio dislokacijos ( $|m| > 1$ ) yra nestabilios ir esant koherentiniam fonui skyla į  $|m|$  vienetinio topologinio krūvio dislokacijų [14, 15]. Šviesos sūkurių pavyzdžiais gali būti Lagero-Gauso modos. Lagero-Gauso modų kompleksinė amplitudė cilindriėje koordinatėse yra aprašoma taip:

$$E(r, \phi, z) = \frac{A_0}{W(z)} \left( \frac{\sqrt{2}r}{W(z)} \right)^{|m|} L_p^{|m|} \left( \frac{2r^2}{W^2(z)} \right) \times \exp \left( -\frac{r^2}{W(z)^2} - ik \frac{r^2}{2R(z)} - im\phi - ikz + [|m| + 2p + 1] \arctan \left[ \frac{z}{l_d} \right] \right) \quad (2.1)$$

kur  $r, \phi, z$  yra cilindrinės koordinatės,  $A_0$  yra pluošto amplitudė,  $k = 2\pi/\lambda$  yra bangos skaičius ( $\lambda$  - bangos ilgis),  $L_p^{|m|} \left( \frac{2r^2}{W^2(z)} \right)$  yra apibendrintas Lagero polinomas. Modos savybės nusakomos dviem indeksais : radialiniu indeksu  $p$  ir azimutiniu indeksu (topologiniu krūviu  $m$ ). Kiti parametrai yra tokie:

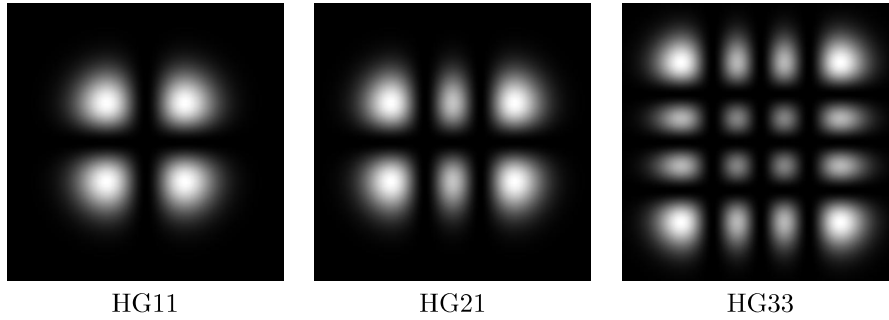
$$W(z) = W_0 \sqrt{1 + (z/l_d)^2} , \quad (2.2a)$$

$$R(z) = z \left( 1 + [l_d/z]^2 \right) , \quad (2.2b)$$

$$\eta(z) = (|m| + 1) \arctan (z/l_d) , \quad (2.2c)$$

$$l_d = kW_0^2/2 . \quad (2.2d)$$

Čia  $W(z)$  yra pluošto spindulys plokštumoje  $z = \text{const}$ ,  $W_0$  yra pluošto spindulys sąsmaukoje (vetoje, kur pluošto spindulys yra mažiausias),  $R(z)$



2.2 pav.: Kraštinių dislokacijų pavyzdžiai : Ermito-Gauso modos. Dislokacijos yra matomos kaip tamsios linijos tarp intensyvumo maksimumų.

yra bangos fronto kreivumo spindulys, o  $l_d$  yra difrakcinis ilgis, dar žinomas kaip Relėjaus parametras.

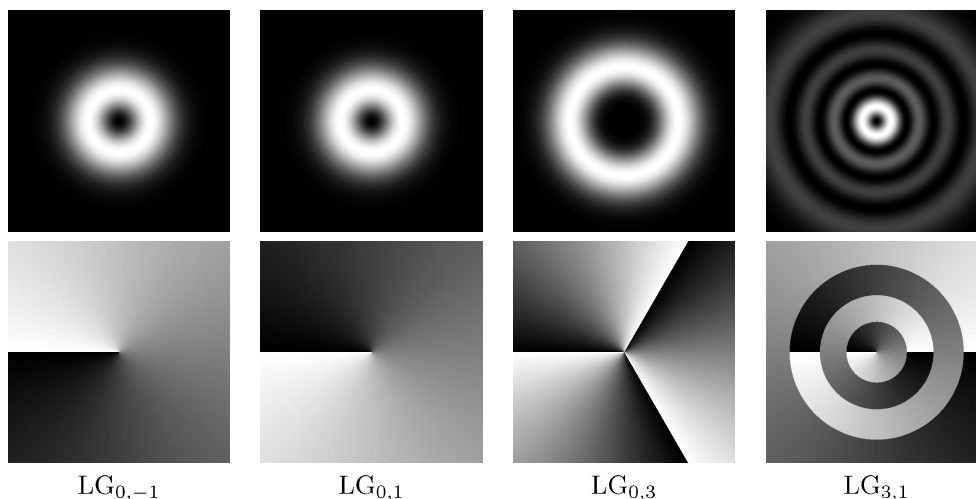
Be sūkurinių dislokacijų egzistuoja kraštinės dislokacijos. Tai yra faziniai šuoliai per  $\pi$  bangų frontuose. Jos pasireiškia kaip linijos šviesos pluoštų intensyvumų skirstiniuose. Kraštinės dislokacijos yra stebimos, pavyzdžiui, Ermito-Gauso modose (2.2 pav.) arba Beselio pluoštuose [16].

Taip pat Nye ir Berry išskiria ir trečią dislokacijų tipą : mišrios kraštinės-sraigtinės dislokacijos. Šios dislokacijos dar vadinamos trupmeninio topologinio krūvio šviesos sūkuriais. Buvo parodyta, kad šios dislokacijos šviesos bangų frontuose yra nestabilios ir sklidimo metu transformuojasi į artimiausio topologinio krūvio sraigtinės dislokacijas [4, 17, 3].

Šiame darbe daugiausiai dėmesio bus skiriama šviesos sūkuriams bei mišrioms kraštinėms-sraigtinėms dislokacijoms.

## Šviesos sūkurių savybės

Tikriausiai vienas iš paprasčiausių šviesos sūkurių pavyzdžių yra Lagero-Gauso modos. Šios modos yra nusakomos dviem indeksais : radialiniu indeksu, nusakančiu kraštinių dislokacijų skaičių radialine kryptimi, kurį žymėsime simboliu  $p$  ir azimutiniu indeksu  $l$ , nusakančiu azimutinę fazės moduliaciją. Šis azimutinis indeksas yra topologinis krūvis fazinės dislokacijos, esančios modos centre (išskyrus tuo atveju, kai  $l = 0$ , tada dislokacija



2.3 pav.: Kai kurių Lagero-Gauso modų pavyzdžiai. Viršuje pavaizduoti intensyvums skirstiniai, o apačioje - faziniai portretai. Faziniuose portretuose visiškai juoda spalva atitinka fazę 0, o visiškai balta -  $2\pi$ . Lagero-Gauso modos šiame paveiksle pažymėtos santrumpa  $LG_{p,l}$ , kur  $p$  yra modos radialinis indeksas, nusakantis minimumų (kraštinių dislokacijų) skaičių radialine kryptimi, o  $l$  yra topologinis krūvis, nusakantis azimutinę fazės moduliaciją.

modos centre neegzistuoja). Šis topologinis krūvis dar yra apibrėžiamas kaip fazės gradiento cirkuliacija uždaru kontūru apie dislokaciją [18]:

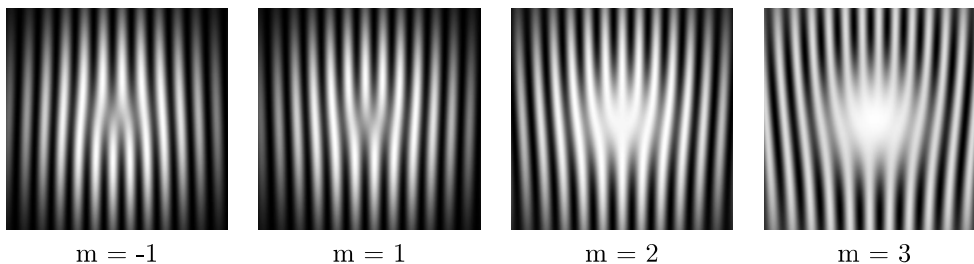
$$l = \frac{1}{2\pi} \oint (\nabla\phi \cdot d\vec{l}) . \quad (2.3)$$

Kitaip tariant, topologinis krūvis nusako, kiek kartų einant uždaru kontūru apie dislokaciją fazė pasikeičia per  $2\pi$ .

Lagero-Gauso modų pavyzdžiai pateikti 2.3 pav. Apatinėje eilėje fazinai portretai suskaičiuoti pagal formulę

$$\psi = \begin{cases} \arctan\left(\frac{\text{Im}(E)}{\text{Re}(E)}\right) , & x \geq 0, y \geq 0 \\ \arctan\left(\frac{\text{Im}(E)}{\text{Re}(E)}\right) + \pi , & x < 0 \\ \arctan\left(\frac{\text{Im}(E)}{\text{Re}(E)}\right) + 2\pi , & x \geq 0, y < 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

kur  $E$  yra Lagero-Gauso modos amplitudė iš lygties 2.1. Paveiksle galima matyti, kad Lagero-Gauso modose egzistuoja azimutinė fazės moduliacija (išskyrus, žinoma, tuo atveju, kai  $l = 0$ , bet jis paveiksle nepavaizduotas). Taip pat galima matyti, kad aukštesnio radialinio indekso modose egzistuoja uždaro kraštinės dislokacijos. Iš fazinio portreto galima matyti, kad jų



2.4 pav.: Šviesos sūkurių interferencija su Gauso pluoštu. Sūkurių topologinis krūvis po vaizdu pažymėtas  $m$ . Gauso pluošto ir sūkurių bangos frantai plokšti. Centre galima matyti interferencinės juostos išsišakojimą. Kiek naujų interferencinių juostų atsiranda - toks ir sūkurių topologinis krūvis. Neigiamo topologinio krūvio atveju interferencinis išsišakojimas būna apverstas.

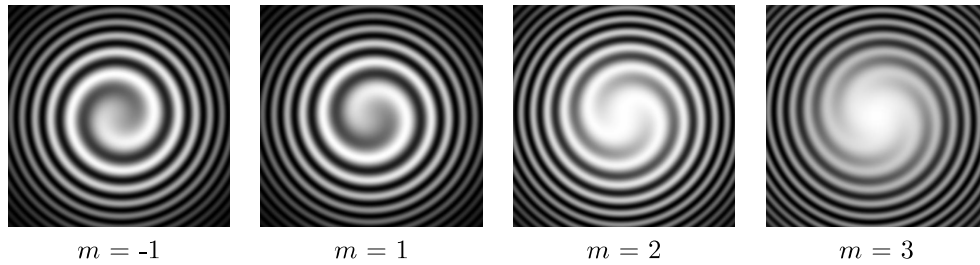
vietose yra fazinis šuolis per  $\pi$ .

Kaip galima suprasti iš modos apibrėžimo, Lagero-Gauso modos sklisdamos erdve nekeičia savo pavidalo. Vadinasi, ir centrinė tamsi dėmė išlieka sklidimo metu. Taip yra dėl azimutinės fazės moduliacijos: centre tamsioji dėmė išlieka dėl destruktuvios bangų interferencijos. Jeigu nebūtų šios azimutinės fazės moduliacijos, tai uždengus pluošto centrą, tolیمame lauke susidarytų Puasono dėmė.

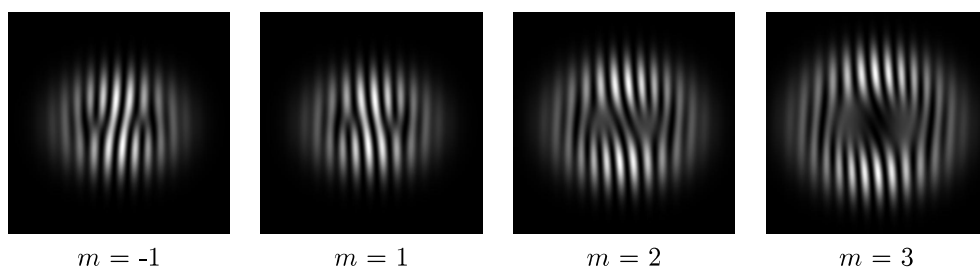
Ši azimutinė fazės moduliacija suteikia šviesos sūkuriams ir kitų unikalių savybių. Viena tokia savybė yra ta, jog šviesos sūkuriai turi orbitinį judesio kiekio momentą [19, 20]. Šviesos sūkuriai gali sukurti fizinius objektus apie pluošto ašį. Ši savybė yra pritaikoma, pavyzdžiui, optiniuose pincetuose [21]. Taip pat šviesa gali turėti dar ir sukutinį judesio kiekio momentą, atsirandantį dėl apskritiminės šviesos poliarizacijos, tačiau orbitinis judesio kiekio momentas atsiranda būtent dėl azimutinės fazinės moduliacijos. Nustatyta, kad Lagero-Gauso modos turi orbitinio judesio kiekio momentą, lygų  $l\hbar$  fotonui [19, 20].

Dar viena šviesos sūkurių savybė - savirekonstrukcija, t.y. kai šviesos sūkurių pluoštas atsistato praėjęs pro kliūtį, kai dalis šviesos pluošto yra užblokuojama [22, 23, 24, 25, 26]. Sūkuriai atsistato net jeigu ir būna uždengtas jų centras [25].





2.5 pav.: Šviesos sūkurių interferencija su kolineariu Gauso pluoštu kai pluoštų bangos frontų kreivumo spinduliai skiriasi. Sūkurių topologinis krūvis po vaizdu pažymėtas  $m$ . Susivijusių spiralių kiekis nusako sūkurio topologinio krūvio modulį, o sukimosi kryptis priklauso tiek nuo topologinio krūvio ženklo, tiek ir nuo to, kurio pluošto - Gauso ar sūkurio - bangos fronto kreivumo spindulys yra didesnis.



2.6 pav.: Šviesos sūkurio interferencija su savimi Maikelsono interferometro išėjime. Sūkurio topologinis krūvis po vaizdu pažymėtas  $m$ . Sūkurio centras interferuoja su jo kraštu, sudarydamas išsišakojančias interferencines juostas. Pagal interferencinių juostų išsišakojimą ir orientaciją galima nustatyti sūkurio topologinį krūvį.

Šviesos sūkurius galima analizuoti interferenciniu metodu. Šviesos sūkuriiui interferuojant su plokščia banga, susidaro sūkuriiui būdingas interferencinis vaizdas su interferencinių juostų išsišakojimu sūkurio centre. Pagal interferencinių juostų išsišakojimą ir jų orientaciją galima nustatyti šviesos sūkurio topologinį krūvį (2.4 pav.). Šviesos sūkuriiui interferuojant su kolineariu Gauso pluoštu, jeigu pluoštų bangos frontų kreivumo spinduliai skirtingi, susidaro spiralinis interferencinis vaizdas (2.5 pav.). Susivijusių spiralių kiekis parodo topologinio krūvio modulį. Spiralių sukimosi kryptis priklauso ne tik nuo topologinio krūvio ženklo, bet ir nuo to, kurio pluošto - Gauso ar sūkurio - bangos fronto kreivumo spindulys didesnis.

Žinoma, sūkurius galima analizuoti pasinaudojant interferencija su Gauso pluoštu, bet spiralių sukimosi kryptis ir interferencinių juostų išsišakojimo orientacija priklauso nuo sistemos suderinimo. Taip pat galima analizuoti šviesos skurius pasinaudojant Maikelsono interferometru, kada sūkurys interferuoja pats su savimi. Tiksliau, sūkurio centras interferuoja su jo kraštu ir susidaro išsišakojančios interferencinės juostos (2.6 pav.), kaip ir minėta prieš tai. Tokiu būdu galima nustatyti šviesos sūkurio topologinį krūvį ir jo ženklą.

## Šviesos pluoštų transformacijos tiesinėse ir netiesinėse optinėse terpėse

### Medžiagos poliarizacija bei jos sąsaja su netiesinės optikos reiškinais

Klasikiniai elektromagnetizmo dėsniai yra aprašomi Maksvelo lygtimis:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} , \quad (2.5a)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} , \quad (2.5b)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho , \quad (2.5c)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 . \quad (2.5d)$$

$\vec{E}$  yra elektrinio lauko vektorius,  $\vec{H}$  yra magnetinio lauko vektorius,  $\vec{D}$  yra elektrinio lauko slinkties vektorius, o  $\vec{B}$  - magnetinė indukcija.  $\vec{J}$  yra elektros srovės tankis, o  $\rho$  - elektrinio krūvio tankis.  $t$  yra laikas, o  $\nabla$  yra Hamiltono operatorius, diferencijuojantis pagal erdvines koordinates. Dekarto koordinačių sistemoje :

$$\nabla = \vec{x}_0 \frac{\partial}{\partial x} + \vec{y}_0 \frac{\partial}{\partial y} + \vec{z}_0 \frac{\partial}{\partial z} , \quad (2.6)$$

čia  $\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$  yra koordinačių sistemos vienetiniai vektoriai. Laukų vektoriai vienas su kitu yra susiję taip:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (2.7a)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (2.7b)$$

kur  $\mu$  yra terpės santykinė magnetinė skvarba,  $\vec{P}$  yra terpės poliarizacijos vektorius, o  $\epsilon_0$  ir  $\mu_0$  yra vakuumo dielektrinė ir magnetinė skvarbos atitinkamai.

Vakuume ir dielektrikuose galima laikyti, kad santykinė dielektrinė skvarba  $\mu = 1$ . Poliarizacijos vektorius medžiagoje:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \vec{E} + \epsilon_0 \chi^{(2)} \vec{E} \vec{E} + \epsilon_0 \chi^{(3)} \vec{E} \vec{E} \vec{E} + \dots \quad (2.8)$$

Čia  $\chi^{(n)}$  yra  $n$ -tos eilės dielektrinis jautris. Pirmos eilės dielektrinis jautris yra antro rango tenzorius, antros - trečio rango ir t.t. Aukštesnės nei pirmos eilės dielektriniai jautriai yra maži (pvz. jau antros eilės dielektrinis jautris yra  $10^{-12}$  m/V eilės, o aukštesnių eilių - dar mažesni), todėl netiesinės optikos reiškiniai pasireškia tik esant labai didelėms pluošto elektrinio lauko amplitudėms. Jeigu elektrinio lauko amplitudės nepakankamai didelės, tuomet netiesiniai poliarizacijos nariai praktiškai neturės įtakos šviesos

pluošto sklidimui. Tokį pluošto sklidimo režimą vadinsime tiesiniu, o pluošto transformacijas sklindant erdve - tiesinėmis transformacijomis.

Tačiau esant pakankamam elektrinio lauko stipriui, gali imti reikštis ir netiesinių poliarizacijos narių įtaka. Elektrinio lauko slinkties vektorius gali būti užrašytas :

$$\vec{D} = \epsilon_0(1 + \chi^{(1)})\vec{E} + \vec{P}_{NL}, \quad (2.9)$$

kur  $\vec{P}_{NL}$  yra medžiagos netiesinė poliarizacija. Jos dėka yra galima sąveika tarp skirtingo dažnio bangų optinėje terpėje. Dėl to yra galimi netiesinės optikos reiškiniai, tokie, kaip pvz. antros harmonikos generacija, skirtuminio dažnio generacija, pluošto fokusavimasis kubinio netiesiškumo terpėje (atsirandantis dėl nario su  $\chi^{(3)}$ ) ir t.t. Tokiu atveju pluošto transformacijas pluoštui sklindant erdve vadinsime netiesinėmis transformacijomis.

Yra žinoma, jog antros eilės netiesiniai optiniai procesai (susiję su antros eilės netiesiniu dielektriniu jautriu  $\chi^{(2)}$ ) gali vykti tik ne centrosimetriniuose kristaluose [27], t. y. kristaluose, neturinčiuose inversijos simetrijos. Todėl terpes, kurios turi nelygūn uliui antros eilės netiesinį dielektrinį jautrį, vadinsime kvadratinio netiesiškumo terpėmis. Jose galimi tokie reiškiniai kaip suminio ir skirtuminio dažnio generacija, parametrinis šviesos stiprinimas, antros harmonikos generacija, optinis lyginimas bei parametrinė fluorescencija.

Terpės, pasižyminčios inversijos simetrija, neturi antros eilės netiesiškumo, t. y.  $\chi^{(2)}$  yra tapatingai lygus nuliui. Tai yra tokios medžiagos, kaip pvz. skysčiai, dujos, amorfinės medžiagos (pvz. stiklas) ir netgi daugelis kristalų. Tokiose terpėse negali pasireikšti antros eilės netiesiniai procesai. Pirmas netiesinio dielektrinio jautrio narys, nelygus nuliui, yra  $\chi^{(3)}$ . Todėl tokias terpes vadinsime kubinio netiesiškumo terpėmis. Kubinio netiesiškumo terpėse yra galimi tokie netiesinės optikos procesai kaip pvz. pluošto fokusavimasis/išsifokusavimas bei trečios harmonikos generacija.

### Šviesos pluoštų tiesinės transformacijos laisvoje erdvėje

Iš Maksvelo lygčių 2.5a-d, neatsižvelgiant į netiesinę medžiagos poliarizaciją, galima yra gaunama bangos lygtis, nusakančią šviesos sklidiną tiesinėje terpėje:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (2.10)$$

čia  $\nabla^2$  yra Laplaso operatorius, o  $c$  yra šviesos greitis vakuume. Ši lygtis yra tiesinė -  $\vec{E}$  į ją įeina tik pirmuoju laipsniu. Tai reiškia, kad šios lygties sprendinių suma irgi yra šios lygties sprendinys.

Pats paprasčiausias bangos lygties sprendinys yra plokščia banga:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos\left((\vec{k} \cdot \vec{r}) - \omega t\right), \quad (2.11)$$

kur  $\omega$  yra kampinis dažnis,  $t$  yra laikas,  $\vec{k} = \vec{n}\omega/c$  yra bangos vektorius ( $\vec{n}$  - bangos sklidimo krypties vienetinis vektorius), o  $\vec{r} = [x, y, z]$  yra koordinačių vektorius.  $\vec{E}_0$  yra elektrinio lauko amplitudė, kuri yra statmena bangos sklidimo kryptčiai  $\vec{n}$ .

Pasinaudojant savybe, jog  $\cos(\alpha) = \frac{1}{2} (e^{i\alpha} + e^{-i\alpha})$ , lygties sprendinį galima išskaidyti į dvi kompleksiškai jungtines dalis ir išspręsti lygtį kuriai nors vienai daliai, tuomet kita yra taip pat žinoma.

Vienas iš lygties 2.10 sprendinių cilindrinėje koordinačių sistemoje yra Beselio pluoštai, atrasti Darnino [28, 16]. Vėliau buvo atrasti aukštesnės eilės Besselio pluoštai, kurie yra šviesos sūkuriai su azimutine fazės moduliacija. Straipsnyje [29] yra pateikiamas toks bangos lygties sprendinys:

$$E(\rho, \phi, z, t) = (ik_z z - i\omega t) \sum_n p_n \exp(in\phi) J_n(k_\rho \rho), \quad (2.12)$$

kur  $E(\rho, \phi, z, t)$  yra viena iš elektrinio lauko komponentų, poliarizuota statmenai pluošto sklidimo kryptčiai,  $(\rho, \phi)$  yra skersinės polinės koordinatės plokštumoje, statmenoje sklidimo kryptčiai ir  $J_n$  yra Beselio  $n$ -tosios eilės funkcija. Beselio pluošto erdvinis spektras yra be galo plonas žiedas, kurio

spindulys yra  $k_\rho$ . Tuomet išilginė bangos vektoriaus komponentė sklidimo kryptimi bus  $k_z = \sqrt{k^2 - k_\rho^2}$ , kur  $k = \omega/c$ .

Paraksialiniu atveju, kai pluošto sklidimo kryptis yra pakankamai gerai apibrėžta ir galima laikyti, kad bangos ilgio atstume pluošto amplitudė kinta nedaug, iš bangos lygties (2.10) galima gauti paraksialinę Helmholco lygtį (dar vadinamą paraboline difrakcijos lygtimi):

$$\nabla_T^2 A + 2ik \frac{\partial A}{\partial z} = 0, \quad (2.13)$$

kur  $A(x, y, z)$  yra pluošto amplitudės kompleksinė gaubtinė ( $E(x, y, z, t) = A(x, y, z)e^{ikz - i\omega t}$ ),  $\nabla_T^2$  yra Laplasiano dalis, diferencijuojanti pagal skersines koordinates. Pluošto dominuojanti sklidimo kryptis yra lygiagreti  $z$  ašiai. Ši lygtis nusako paraksialinio pluošto sklidimą. Jos sprendiniai cilindrinėje koordinatų sistemoje yra jau minėtos Lagero-Gauso modos, aprašomos lygtimi 2.1. Aukštesnio nei nulinio azimutinio indekso Lagero-Gauso modos yra šviesos sūkuriai ir pasižymi azimutine fazės moduliacija.

### Surištųjų amplitudžių lygtys ir faziniai sąryšiai tarp bangų

Kvadratinio netiesiškumo terpėje, nepasireiškiant bangų sugerčiai, trijų bangų netiesinė sąveika yra aprašoma surištųjų amplitudžių lygtimis [27]:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = i\sigma_1 A_2^* A_3 e^{-i\Delta k z}; \quad (2.14a)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} = i\sigma_2 A_1^* A_3 e^{-i\Delta k z}; \quad (2.14b)$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial z} = i\sigma_3 A_1 A_2 e^{i\Delta k z}. \quad (2.14c)$$

Čia  $k_1, k_2, k_3$  yra bangų skaičiai  $k_m = 2\pi n_m / \lambda_m$  ( $n_m$ ) - lūžio rodiklis matajai bangai,  $\lambda_m$  - m-tosios bangos ilgis vakuume,  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  yra netiesinio ryšio koeficientai, priklausantys nuo terpės savybių ir bangų dažnių,  $\Delta k = k_3 - k_2 - k_1$  yra fazinis nederinimas. Bangų dažniai yra susiję tokiu sąryšiu :  $\omega_3 > \omega_1, \omega_2$ .

Lygtyse (2.14a-c) yra neatsižvelgta į difrakciją. Jas galima naudoti tuomet, kai pluoštų sklaidimo atstumas yra žymiai mažesnis už difrakcinį ilgį. Priešingu atveju tektų įskaityti difrakciją ir atsirastų skersinis Laplasiano narys, diferencijuojantis pagal statmenas sklaidimo krypčiai koordinatas.

Netiesinės sąveikos metu tarp bangų galioja tam tikras fazinis sąryšis. Įveskime tokius keitinius:

$$A_m(z) = \sqrt{\sigma_m} u_m e^{i\phi_m} , \quad (2.15a)$$

$$\zeta = \sqrt{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3} z , \quad (2.15b)$$

$$\Delta s = \frac{\Delta k}{\sqrt{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3}} . \quad (2.15c)$$

Čia  $u_m$  yra  $m$ -tosios bangos reali amplitudė, o  $\phi_m$  - fazė.  $\zeta$  yra normuotas sklaidimo atstumas. Pasinaudojus šiais keitiniais, surištųjų amplitudžių lygtys 2.14a-c gali būti užrašytos taip:

$$\frac{\partial u_1}{\partial \zeta} = -u_2 u_3 \sin \Phi , \quad (2.16a)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial \zeta} = -u_1 u_3 \sin \Phi , \quad (2.16b)$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial \zeta} = u_1 u_2 \sin \Phi , \quad (2.16c)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} + \Delta s = \frac{\partial \ln(u_1 u_2 u_3)}{\partial \zeta} \cot \Phi , \quad (2.16d)$$

kur  $\Phi$  yra apibendrinta fazė :

$$\Phi = \phi_3 - \phi_2 - \phi_1 - \Delta s \zeta . \quad (2.17)$$

Kaip galima matyti iš lygčių 2.16a-c, ši apibendrinta fazė nusako energijos pernašos kryptį tarp bangų. Kai  $\Delta s = 0$ , galima parodyti [30], jog

$$u_1 u_2 u_3 \cos \Phi = \Gamma , \quad (2.18)$$

kur  $\Gamma$  yra konstanta, nesikeičianti visos sąveikos metu. Jeigu, tarkime, ku-

rios nors iš bangų amplitudė pradiniu momentu yra lygi nuliui, kaip, pvz. antros harmonikos generavimo ar parametrinio stiprinimo atveju, tuomet  $\Gamma = 0$ . Kad sąryšis (2.18) galiotų visos sąveikos metu, reikia, kad būtų  $\cos \Phi = 0$ , todėl tokiu atveju apibendrinta fazė yra:

$$\Phi = \pm \frac{\pi}{2} . \quad (2.19)$$

Ženklas lygtyje (2.19) priklauso nuo konkretaus sąveikos atvejo. Parametrinio stiprinimo atveju energija perduodama iš kaupinimo bangos į signalinę ir šalutinę bangą, taigi tokiu atveju bus  $\Phi = -\pi/2$ . Antros harmonikos generavimo atveju, kad energija būtų perduota iš pirmos harmonikos į antrą, apibendrinta fazė turi būti  $\Phi = \pi/2$ .

## Šviesos sūkurių netiesinės transformacijos kvadratinio netiesiškumo terpėje

Šviesos sūkurių netiesinė optika yra nemažai tyrinėta tema. Egzistuoja nemažai straipsnių, skirtų šviesos sūkurių transformacijoms netiesinėse optinėse terpėse [5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13]. Soskinas ir Vasnetsovas savo darbe [5] pateikia tokius apibendrinimus :

1) Visi žinomi netiesiniai reiškiniai gali būti realizuoti taip pat ir pluoštams su helikoidiniu bangos frontu, bet jie dažnai atskleidžia tam tikras ypatybes, susijusias su nuliniu intensyvumo ašimi, helikoidiniu bangos frontu, sveiku topologiniu krūviu ir orbitiniu judesio kiekio momentu.

2) Kolineari suminio bei skirtuminio dažnio generacija kvadratinio netiesiškumo terpėse generuoja šviesos sūkurius, kuriems galioja topologinio krūvio tvermės dėsnis.

3) Nedidelio intensyvumo nuolatinės veikos lazerio spinduliuotė gali sukurti šviesos sūkurių solitonus tiek fokusuojančioje, tiek ir defokusuojančioje terpėje su trečios eilės netiesiškumu.

4) Šviesos sūkurių sistemos su suminiu nuliniu topologiniu krūviu gali



atsirasti dėl astigmatinių Gausinių lęšių, atsirandančių netiesinėse anizotropinėse terpėse.

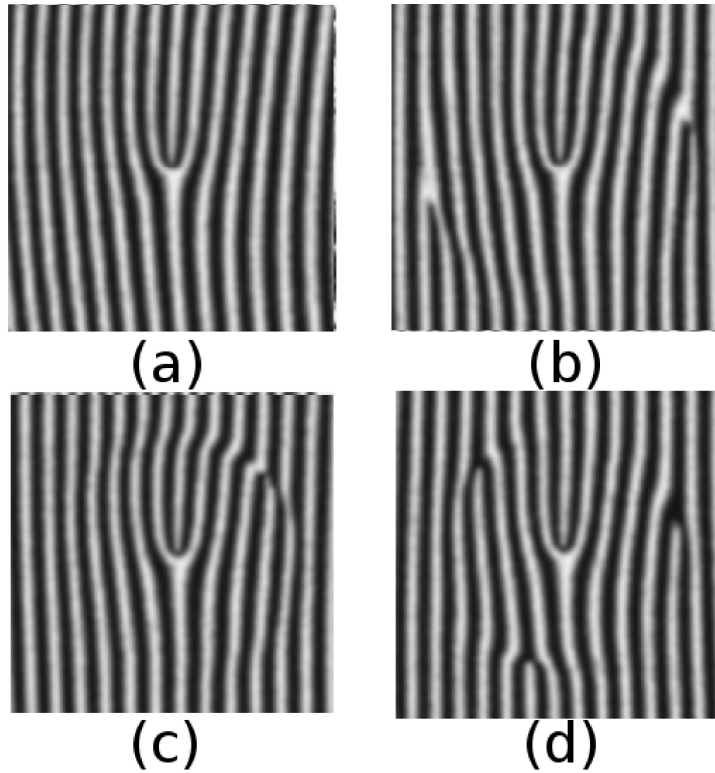
Iš tiesų, yra darbų, skirtų šviesos sūkurių antros harmonikos [6, 7], suminio [11, 12] bei skirtuminio [13] dažnio generavimui, parametrinei fluorescencijai [31, 32, 33] ir taip pat šviesos sūkurių transformacijoms kubinio netiesiškumo terpėje [34, 35, 36, 37, 38, 39].

Viena iš idėjų, pasiūlytų Soskino - topologinio krūvio tvermės dėsnis. Iš principo, vykstant kolineariai tribangei netiesinei sąveikai tarp bangų, kurių dažniai  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  yra tokie, kad  $\omega_3 > \omega_1, \omega_2$  turi galioti sąryšis tarp atitinkamų bangų topologinių krūvių :

$$l_3 = l_1 + l_2 . \quad (2.20)$$

Kitaip tariant aukščiausio dažnio bangos topologinis krūvis lygus žemesnio dažnio bangų topologinių krūvių sumai. Buvo parodyta, jog tai galioja tiek ir suminio, tiek ir skirtuminio dažnio generacijos atveju. Galbūt šiek tiek įdomesnis yra parametrinės fluorescencijos atvejis, kuomet signalinė ir šalutinė bangos atsiranda iš kvantinių triukšmų.

Darbuose [6, 7, 8, 9, 10] buvo nagrinėjama šviesos sūkurių antrosios harmonikos generacija. Darbe [6] antra harmonika buvo generuota nuo vienetinio topologinio krūvio šviesos sūkuriu. Interferenciniais matavimais buvo parodyta, jog antros harmonikos pluoštas turi dvi vienetinio krūvio dislokacijas. Aukštesnio nei vienetinio topologinio krūvio dislokacijos yra nestabilios ir esant koherentiniam fonui (t. y. sūkuriumi interferuojant su kitu koherentiniu pluoštu), skyla į vienetinio topologinio krūvio dislokacijas [14, 15]. Todėl, dėl fono, antros harmonikos pluošte vietoje antro topologinio krūvio sūkuriu buvo matyti du vienetinio topologinio krūvio sūkuriai. Tačiau tai nekeičia fakto, jog suminis topologinis krūvis kolinearioje antros harmonikos generacijoje buvo išlaikytas. Šiek tiek vėliau Dholakia su bendraautoriais [7] parodė, jog generuojant ne tik vienetinio, bet ir aukštesnio topologinio



2.7 pav.: Antros harmonikos generacijos skaitmeninių modeliavimų rezultatai [9]. Antros harmonikos pluošto interferenciniai vaizdai esant skirtingoms įeinančių šviesos pluoštų topologinių krūvių kombinacijoms :  $[1,1,?]$  (a),  $[1,1,0]$  (b),  $[1,1,1]$  (c) ir  $[1,1,-1]$  (d). Klaustukas reiškia, kad pradinis antros harmonikos užkratas neįvedamas ir jo topologinis krūvis yra neapibrėžtas.

krūvio sukuri antrą harmoniką, topologinis krūvis padvigubėja.

Šiek tiek kitokia situacija buvo nagrinėta straipsnyje [9]. Kartu su pirmos harmonikos pluoštu, kuris yra šviesos sukuri, buvo įvedamas ir silpnas antros harmonikos užkratas. Skaitmeninio modeliavimo rezultatai pateikiami 2.7 pav.

Tokiu atveju, generuojant antrą harmoniką susidaro šviesos sukurių su priešingais topologiniais krūviais poros. Darbe [9] atlikti modeliavimai ir eksperimentas. Skaitmeniniai modeliavimai buvo atlikti keliais atvejais su skirtingomis įeinančių bangų topologinių krūvių kombinacijomis. Iš interferencinių vaizdų, pavaizduotų 2.7 pav. galima matyti, jog suminis topologinis krūvis vistiek yra išlaikomas. Jeigu pradinių bangų ir antros harmonikos užkrato topologiniai krūviai yra  $l_1, l_2$  ir  $l_3$  atitinkamai, tai tuomet išeinan-

čios bangos suminis topologinis krūvis bus  $l = l_1 + l_2 + l_3$ , kaip galima aiškiai matyti iš interferencinių vaizdų 2.7 pav.

Taip pat buvo nagrinėta ir suminio dažnio genreacija [11, 12] bei parametrinis stiprinimas [13].

Buvo parodyta, jog kolinearios sąveikos atveju topologinio krūvio tvermės dėsnis galioja. Tačiau anizotropiniuose kristaluose egzistuoja apertūrinis-diafragminis reiškinys. Kaip jis įtakoja netiesinę sąveiką tarp šviesos sūkurių? Darbe [11] analizuojama apertūrinio-diafragminio reiškinio įtaka šviesos sūkurių suminio dažnio generacijai. Buvo pastebėti tokie reiškiniai kaip aukštesnio topologinio krūvio sūkurių skilimas į vienetinio topologinio krūvio sūkurius, šviesos sūkurių masyvo susiformavimas statmenai pluošto judėjimo linijos, sudėtinga į dalelių judėjimą panaši šviesos sūkurių dinamika (trauka ir stūma) bei, esant kaupinimo nuskurdinimui, atsiradimas sūkurių porų su priešingais topologiniais krūviais.

Kiek kitokia yra situacija parametrinės fluorescencijos atveju. Šiuo atveju į kristalą įeina tik kaupinimo pluoštas, o signalinė ir šalutinė bangos yra generuojamos iš kvantinių triukšmų. Tokiu atveju signalinė ir šalutinė bangos nebeturi erdvinio koherentiškumo. Topologinis krūvis, kaip stebima savybė, parametrinės fluorescencijos metu neišsilaiko [33]. Darbe [33] buvo atlikti interferenciniai matavimai, tačiau interferencinių juostų išsišakojimas, būdingas sūkuriams, signalinėje ir šalutinėje bangose nebuvo stebimas.

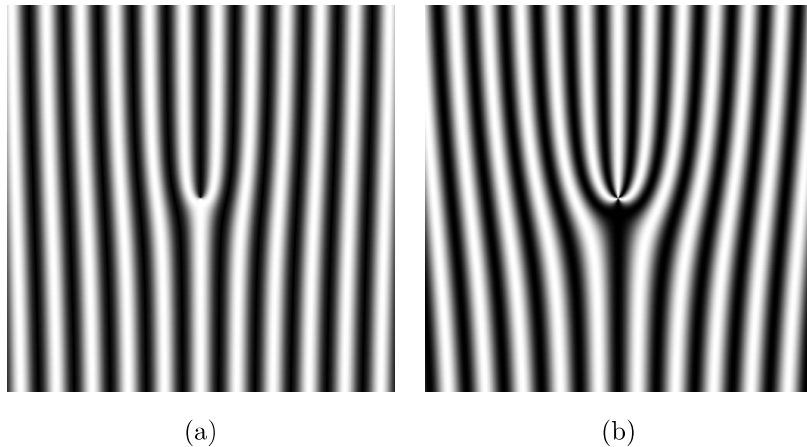
Taip pat yra nemažai nemažai nagrinėtos optinių sūkurių transformacijoms kubinio netiesiškumo terpėje. Buvo nagrinėti sūkurių trečios harmonikos generavimo [34, 35], savaiminio fokusavimo/išsifokusavimo [36, 37, 38] reiškiniai, įgyvendintas šviesos sūkurių valdymas defokusuojančioje terpėje [39].

## Šviesos sūkurių formavimo metodai

Egzistuoja daug įvairiausių šviesos sūkurių formavimo metodų. Jie visi skiriasi savo sudėtingumu, privalumais ir formuojamų sūkurių kokybe. Čia apžvelgsime plačiausiai žinomus metodus.

### Šviesos sūkurių formavimas amplitudinėmis hologramomis

Vienas iš paprasčiausių būdų generuoti šviesos sūkurius - panaudoti kompiuteriu suskaičiuotą šviesos sūkurių hologramą [40, 41, 42, 43, 44]. Tam reikia kompiuteriu apskaičiuoti interferencinį vaizdą tarp šviesos sūkurių ir plokščios bangos. Po to hologramas galima atspausdinti aukštos raiškos spausdintuvu ant permatomos plėvelės.



2.8 pav.: Šviesos sūkurių su topologiniais krūviais  $l=1$  (a) ir  $l=3$  (b) amplitudinės hologramos.

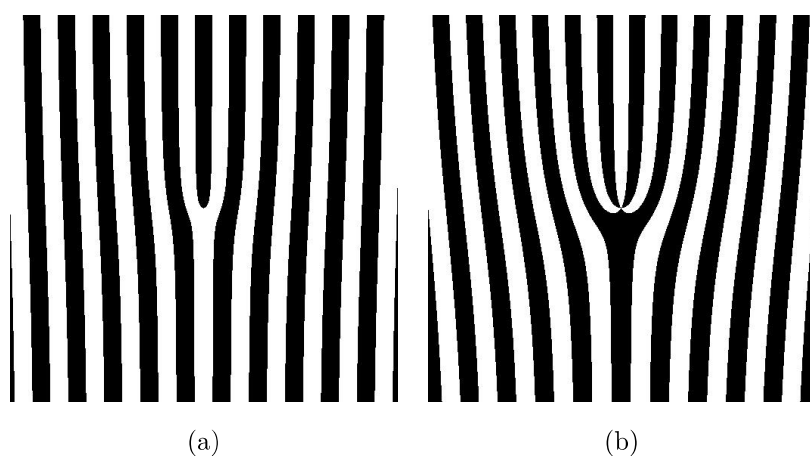
Tarkime, norime aprašyti hologramą šviesos sūkurių, turinčio topologinį krūvį  $l$  ir sklindančio kampu  $\alpha_x$  optinės ašies atžvilgiu. Tokios hologramos pralaidumo funkciją  $T$  paprasčiausiu atveju galima aprašyti taip :

$$T = \frac{1}{2} (1 + \cos(l\phi + \mathbf{k}_x x)) , \quad (2.21)$$

kur  $l$  yra sūkurių topologinis krūvis,  $\mathbf{k}_x = 2\pi \sin(\alpha_x)/\lambda$  yra bangos vektoriaus projekcija į  $x$  ašį,  $\phi$  yra azimutinis kampas cilindrinėje koordinačių sistemoje. Tokios hologramos, apskaičiuotos pirmo ir trečio topologinio krū-

vio sukuriams, pavaizduotos 2.8 pav. Centre galima matyti interferencinių rėžių išsišakojimą. Kiek papildomų naujų rėžių atsiranda, tokio topologinio krūvio sukūrys yra suformuojamas. Pvz. 2.8 pav. (a) atvejuje matome, kad vienas rėžis išsišakoja į du, t. y. viršuje atsiranda vienas papildomas rėžis. Vadinasi, sukūrio topologinis krūvis bus lygus vienetui.

Tačiau spausdintuvu gali būti patogiau atspausdinti binarines hologramas, t.y. tokias, kurių pralaidumas lygus tik arba  $T = 1$ , arba  $T = 0$ . Tokių hologramų pralaidumo funkcija aprašoma taip :



2.9 pav.: Šviesos sukurių su topologiniais krūviais  $l=1$  (a) ir  $l=3$  (b) amplitudinės hologramos.

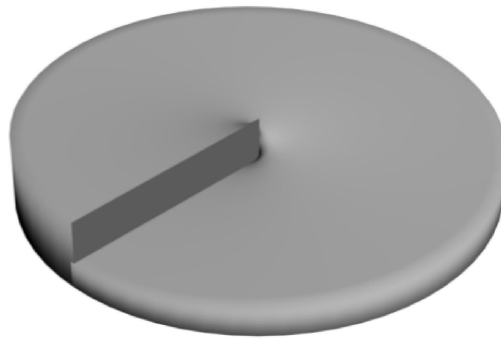
$$T = \begin{cases} 1, & \cos(l\phi + \mathbf{k}_x x) > 0 \\ 0, & \text{kitu atveju} \end{cases} \quad (2.22)$$

Binarinės hologramos pavaizduotos 2.9 pav. Nors tokias hologramas yra paprasčiau atspausdinti, tačiau jų efektyvumas kur kas mažesnis, nes atsiranda aukštesnės eilės maksimumai, į kuriuos nueina dalis energijos. Paprastos hologramos (2.8 pav.) formuoja tik pirmos, nulinės ir minus pirmos eilės maksimumus, tačiau binarinės hologramos formuoja dar daugiau maksimumų, dėl ko hologramos efektyvumas dar labiau sumažėja.

Nors ir iš principo įmanoma sukurius formuoti hologramomis, tačiau šis metodas netinka, kai eksperimentams naudojami didelio intensyvumo lazerio pluoštai. Visų pirma, tokios hologramos absorbuoja mažiausiai 50%

šviesos ir dėl to gali būti pažeistos. Taip pat didžioji dalis energijos nueina į nulinės eilės centrinį maksimumą bei kitus maksimumus, todėl realus hologramos efektyvumas yra dar mažesnis. Iš tiesų, geriausiu atveju tokių spausdintų hologramų efektyvumas gali siekti iki 10% [45].

### Šviesos sūkurių formavimas panaudojant spiralinę fazinę plokštelę bei fazines hologramas



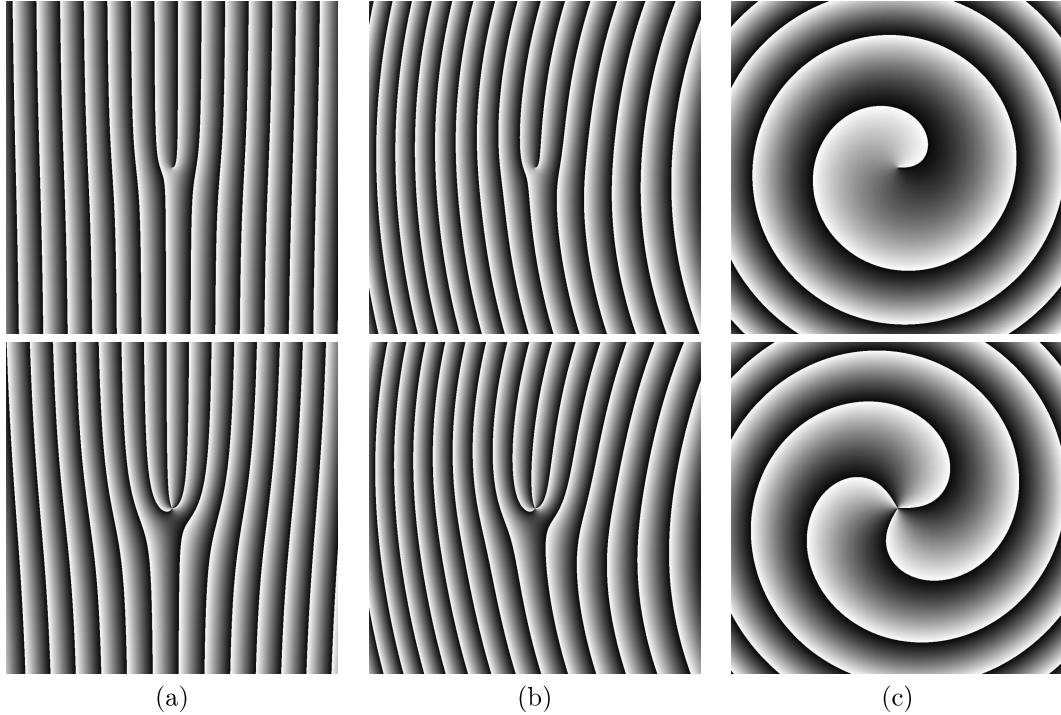
2.10 pav.: Spiralinė fazinė plokštelė, skirta formuoti šviesos sūkuriams.

Šviesos sūkuriai gali būti formuojami spiralinėmis fazinėmis plokštelėmis [46, 47, 48, 49, 50]. Spiralinė fazinė plokštelė - tai plokštelė, kuri suteikia bangos frontui azimutinę fazės moduliaciją. Ji pavaizduota 2.10 pav. Ji yra spiralinės formos, o laiptelio aukštis yra lygus

$$h = \frac{|m|\lambda}{\delta n}, \quad (2.23)$$

kur  $m$  yra norimo suformuoti šviesos sūkurio topologinis krūvis,  $\lambda$  yra šviesos bangos ilgis vakuume, o  $\delta n$  yra medžiagos, iš kurios pagaminta plokštelė ir aplinkos lūžio rodiklių skirtumas.

Taip pat šviesos sūkurių generacijai galima panaudoti fazines hologramas (2.11 pav.) (spiralinė fazinė plokštelė - tai vienas atskiras tokios hologramos atvejis). Prie paprastos fazinės difrakcinės gardelės pridėjus fazės pokytį  $l\phi$  galima gauti šviesos sūkurį formuojančią hologramą. Tokios hologramos



2.11 pav.: fazinių hologramų pralaidumo funkcijos fazė : (a) paprasta holograma, (b) fokusuojanti holograma or (c) šviesos sūkurio lėšis. Viršuje - topologinis krūvis  $l = 1$ , apačioje -  $l = 3$ .

pralaidumo funkcija gali būti aprašyta taip:

$$\kappa = \exp \left( il\phi - ik_x x - ik \frac{r^2}{2f} \right) . \quad (2.24)$$

Čia  $l$  yra šviesos sūkurio topologinis krūvis,  $\phi$  ir  $r$  yra cilindrinės koordinatinių sistemos azimutinė ir radialinė koordinatė atitinkamai,  $k$  yra bangos skaičius,  $k_x$  - jo projekcija į  $x$  ašį. Formulėje (2.24) dešinėje pusėje pirmas narys nusako šviesos sūkurio azimutinę fazės moduliaciją, antras narys - sklidimo kampą optinės ašies atžvilgiu, trečias narys - tai lėšio funkcija, nusakanti pluošto fokusavimąsi. Manipuliuojant šiais nariais galima gauti kokią norima hologramą - galima keisti formuojamo sūkurio topologinį krūvį, keičiant narį  $l$ , formuojamo sūkurio sklidimo kampą nuo optinės ašies, keičiant narį  $k_x$  bei sūkurio fokusavimosi savybes, keičiant narį  $R$ . Fazinių hologramų pavyzdžiai parodyti 2.11 pav.

Fazinių hologramų pranašumas yra tas, jog jos nesugeria šviesos ir, teoriškai, visa šviesa gali sueiti į reikalingą maksimumą. Fazinėmis plokštelėmis,

formuojančiomis sūkurį ant optinės ašies, galima gauti artimą 100 procentų efektyvumą. Teoriškai, fazinių gardelių, pavaizduotų 2.11 pav. (a) ir (b), efektyvumas turėtų būti panašus kaip ir fazinių plokštelių, tačiau praktiškai gaminant tokias plokšteles, gardelės profilio netikslumai gali sukurti papildomus maksimumus.

### **Šviesos sūkurių formavimas panaudojant erdvinį šviesos moduliatorių**

Vienas iš paprasčiausių būdų sukurti fazinę moduliaciją yra erdvinis šviesos moduliatorius. Erdvinis šviesos moduliatorius - tai specialus prietaisas, kuris, valdomas kompiuteriu, gali sukurti kokią norimą hologramą. Tokių hologramų efektyvumas atspindžio režime gali viršyti 50 procentų. Šie šviesos erdviniai moduliatoriai iš principo gali būti panaudoti bet kokių pluoštų formavimui - ne tik šviesos sūkurių. Kalbant apie šviesos sūkurius, erdviniai šviesos moduliatoriai buvo panaudoti, pavyzdžiui, optiniams pincetams [51] bei atomo fizikoje [52]. Nors iš pradžių erdviniai šviesos moduliatoriai suteikdavo pluoštams nedidelį astigmatizmą, tačiau Gerchberg-Saxton algoritmo pagalba [53] pavyko suskaičiuoti papildomą korekcijos funkciją, kurią padauginus iš hologramos funkcijos, astigmatizmas kompensuojasi [54].

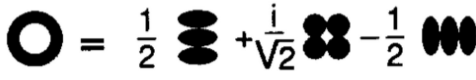


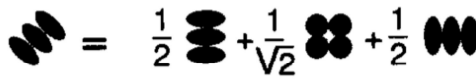

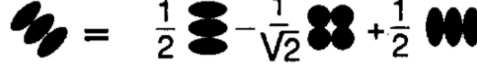
Gerchberg-Saxton algoritmas iš principo remiasi Furjė transformacija. Kaip žinoma, sklindant pluoštui, tolimame lauke galima matyti jo Furjė vaizdą. Tokiu būdu, pakartotinai transformuojant pluoštą pirmyn ir atgal, ir sukeičiant pluoštų fazes, galima atstatyti tiek pradinio pluošto, tiek ir jo vaizdo tolimame lauke, fazę, žinant tik jų pradinius intensyvumo skirstinius.

Erdvinio šviesos moduliatoriaus esminis privalumas yra tas, kad iš principo galima formuoti kokius tik norima šviesos pluoštus - Lagero-Gauso modas [55], jų superpoziciją, šviesos sūkurių masyvus [56] ir t.t.

### **Šviesos sūkurių formavimas panaudojant cilindrinį lęšių modų keitiklį**

Šviesos sūkurius galima gauti iš Ermito-Gauso modų, pasinaudojant cilindrinį lęšių modų keitikliu [57, 58, 59, 60, 61, 62]. Darbe [57] buvo paro-

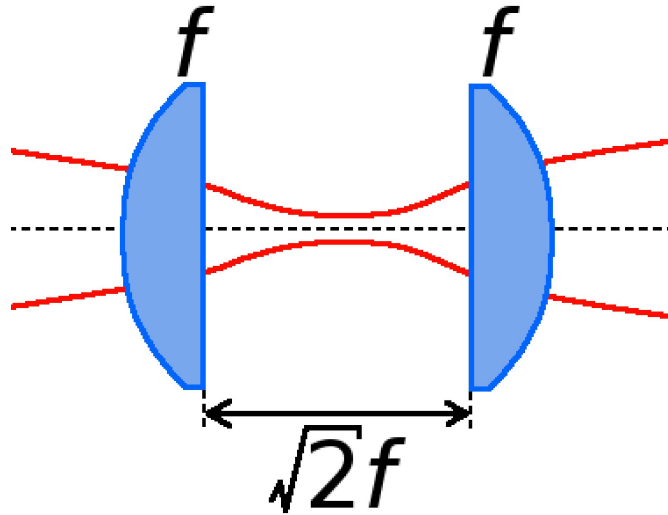


(nm)	
02	
11	
20	
02	
11	
20	

2.12 pav.: Kai kurių Ermito-Gauso  $HG_{mn}$  ir Lagero-Gauso  $LG_n^m$  modų skleidiniai. Galime matyti, kad koeficientai yra tie patys, skirtumas yra tik fazėje[60]

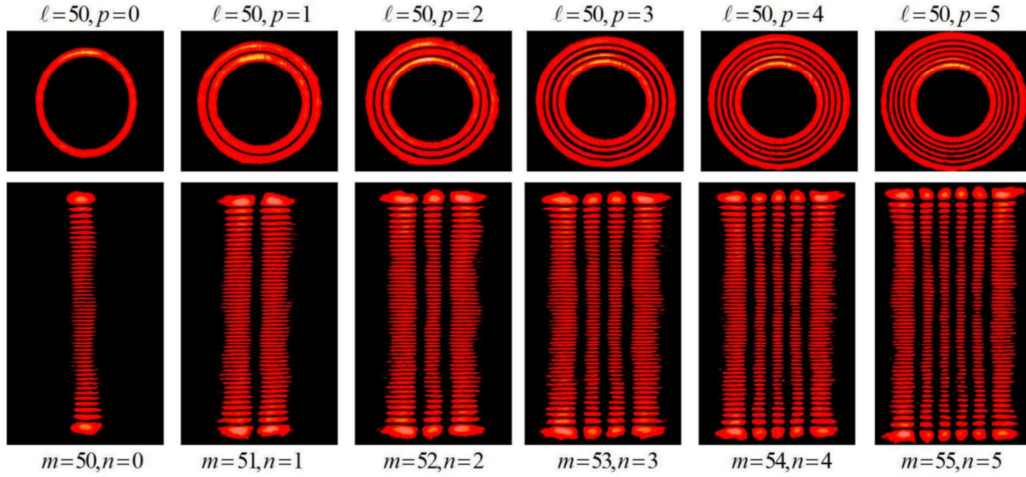
dyta, jog astigmatiškai fokusuojamos Ermito-Gauso modos transformuojasi į Lagero-Gauso modas, t. y. šviesos sūkurius.

Darbe [60] buvo pasiūlyta cilindrinų lęšių modų keitiklio idėja. Kaip yra žinoma, bet kokį šviesos lauką galima išskleisti modomis. Pasirodo, kad Lagero-Gauso modų skleidiniai Ermito-Gauso modomis turi tokius pačius koeficientus, kaip ir Ermito-Gauso modų skleidiniai, orientuoti 45 laipsnių kampu su  $x$  ašimi (2.12 pav.). Skirtumas yra tik modų fazėse. Todėl, pakitus atitinkamai dedamųjų modų fazes, iš Ermito-Gauso modų galima gauti Lagero-Gauso modas ir atvirkščiai. Tam buvo nuspręsta panaudoti Giujy fazę. Pasirodo, astigmatiškai fokusuojant, vertikaliai ir horizontaliai orientuotų Ermito-Gauso dedamųjų Giujy fazė skiriasi. Tokiu būdu, astigmatiškai fokusuojant įstrižai orientuotas Ermito-Gauso modas, galima sukurti reikalingą fazių skirtumą.



2.13 pav.: Cilindrinų lęšių modų keitiklis [60]. Astumas tarp lęšių yra  $\sqrt{2}f$ .

Modų keitiklio schema pavaizduota 2.13 pav. Modų keitiklis susideda iš dviejų cilindrinų lęšių, kurių židinio nuotoliai yra  $f$ . Atstumas tarp abiejų lęšių yra lygus  $\sqrt{2}f$  ir yra parinktas taip, kad tarp Ermito-Gauso modų dedamųjų susidarytų reikalingas fazių skirtumas.



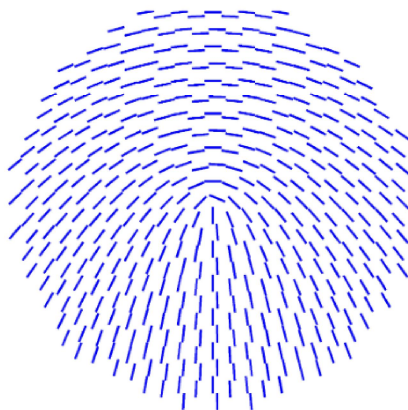
2.14 pav.: Lagero - Gauso modų analizė cilindrinėse lęšių modų keitikliu [63]. Lagero-Gauso modos paverčiamos į Ermito-Gauso modas. Tokiu būdu pagal minimumų skaičių galima nustatyti Lagero-Gauso modos radialinį indeksą ir tologinį krūvį.

Žinoma, modų keitikliai gali būti panaudoti ir šviesos sūkurių analizei. Tokiu atveju atliekama atvirkštinė konversija iš Lagero-Gauso į Ermito-Gauso modas [63]. Pagal minimumų skaičių galima suskaičiuoti šviesos sūkurio topologinį krūvį ir radialinį indeksą (2.14 pav.).

### Šviesos sūkurių formavimas radialinės poliarizacijos keitikliu

Šviesos sūkurius taip pat galima formuoti radialinės poliarizacijos keitikliu [64, 65].

Radialinės poliarizacijos keitiklis paprastai yra skirtas tiesiškai poliarizuotos šviesos pavertimui į radialinės arba azimutinės poliarizacijos (priklauso nuo to, kaip orientuotas keitiklis įeinančios šviesos poliarizacijos atžvilgiu). Tokiu atveju pluošto centre atsiranda poliarizacinis singularumas. Tačiau apskritiminės poliarizacijos šviesai jis veikia kaip fazinė plokštelė ir tai leidžia jį panaudoti šviesos sūkurių generavimui. Darbe [64] parodyta, kad pro radialinės poliarizacijos keitiklį praeinant apskritiminės poliarizacijos pluoštui susiformuoja pirmo topologinio krūvio sūkurys.



2.15 pav.: Radialinės poliarizacijos keitiklio nanogardelių, veikiančių kaip  $\lambda/2$  plokštelės, orientacijos [64].

Radialinės poliarizacijos keitiklis iš principo yra  $\lambda/2$  plokštelė, kurios optinės ašies orientacija priklauso nuo azimutinio kampo. Tokią plokštelę galima užrašyti stiklo tūryje pasinaudojant femtosekundiniu lazeriu. Lazerio šviesa, sąveikaudama su medžiaga, stiklo tūryje suformuoja nanogardeles [66] kurių periodas yra mažesnis nei bangos ilgis. Tokiu būdu jos veikia šviesą kaip anizotropinė medžiaga. Tinkamai parinkus lazerinės spinduliuotės parametrus, galima pasiekti, kad suformuotos nanogardelės veiktų kaip  $\lambda/2$  plokštelės. Stiklo tūryje tokias gardeles galima išdėstyti įvairiomis orientacijomis, tokiu būdu sukuriant sudėtingus poliarizacinius elementus.

Radialinės poliarizacijos keitiklis pavaizduotas 2.15 pav. Paveiksle parodytos nanogardelių orientacijos stikle. Tokiu radialinės poliarizacijos keitikliu nesunkiai galima suformuoti vienetinio topologinio krūvio šviesos sūkurių. Tačiau yra galima užrašyti stikle ir plokšteles aukštesnio topologinio krūvio sūkurių formavimui.

Šviesos sūkurių formavimo radialinės poliarizacijos keitikliu metodo pranašumas yra tas, kad šis metodas yra ganėtinai paprastas. Taip pat radialinės poliarizacijos keitiklis gali atlaikyti didelius šviesos intensyvumus, nepalyginamus su tuo, ką gali atlaikyti spausdintos hologramos bei erdviniai šviesos modulatoriai, aptarti anksčiau. Tai leidžia taikyti radialinės poliarizacijos keitiklį netiesinės optikos eksperimentams bei lazeriniam medžiagų

apdirbimui.

### Šviesos sūkurių formavimas lazerio rezonatoriuje

Visi prieš tai aptarti metodai panaudoja kokį nors išorinį optinį elementą ar sistemą, per kuriuos sklisdamas šviesos pluoštas įgauna topologinį krūvį. Tačiau taip pat yra įmanoma formuoti šviesos sūkurius lazerio rezonatoriaus viduje [67, 68, 69, 70, 71, 72, 73].

Vienas iš paprasčiausių metodų - įdėti spiralinį fazinį elementą į rezonatorių [68]. Tokiu būdu galima išrinkti reikiamą modą, nes visoms kitoms modoms, kurių topologinis krūvis neatitinka fazinio elemento, nuostoliai yra kur kas didesni.

Buvo ir kitokių bandymų suformuoti šviesos sūkurius lazerio rezonatoriaus viduje. Kaip žinoma, šviesos sūkurys turi tamsią dėmę pluošto centre. Remiantis tuo, galima manyti, jog rezonatoriaus veidrodžio centre padarius defektą - neatspindinčią dėmę - galima selektyviai kontroliuoti nuostolius modoms - t.y. Gauso formos modai nuostoliai bus maksimalūs. Taigi, turi generotis aukštesnės modos, kurių intensyvumo maksimumas yra ne centre. Ši idėja buvo panaudota darbuose [69] ir [70]. Veidrodžio centre buvo sudaryta neatspindinti zona siekiant sugeneruoti aukštesnio topologinio krūvio modas. Deja, šis metodas turi esminį trūkumą - neįmanoma tiksliai kontroliuoti modos poliarizacijos ir topologinio krūvio. Generuojamos modos buvo atsitiktinio topologinio krūvio ir poliarizacijos, nes buvo sudarytos sąlygos generotis tam tikro intensyvumo skirstinio modoms, tačiau nebuvo sudarytos sąlygos atrinkti poliarizaciją bei topologinį krūvį. Pavyzdžiui, Lagero-Gauso modos su nuliniu radialiniu indeksu ir topologiniais krūviais 1 ir -1 turi tą patį intensyvumo skirstinį, kuris taip pat sutampa ir su radialinės bei azimutinės poliarizacijos pluoštų intensyvumo skirstiniais [74].

Kai kurie kiti bandymai, tokie kaip sūkurių generavimas panaudojant

Porro prizmę rezonatoriuje [71] bei modų atrinkinėjimas lęšiu su aberacijomis [72] taip pat turėjo šį trūkumą - buvo neįmanoma tiksliai atrinkti vienos norimos modos. Kai kuriais atvejais šie metodai leido atrinkti norimą modą, bet nebuvo įmanoma kontroliuoti topologinio krūvio ženklo, kaip pavyzdžiui, neseniai pavyko padaryti Helio-Neono lazeryje [73]. Tačiau vėliau buvo pasiūlyta metodų, kaip vis dėlto galima atrinkti norimą modą [75, 76].

Dar vienas įdomus metodas, kurį pasiūlė Okida su bendraautorais [77, 78], yra pagrįstas Ermito-Gauso modų superpozicija. Buvo pagamintas rezonatorius su cilindriniais lęšiais, kuriame buvo generuojamos daug Ermito-Gauso modų, kurių superpozicijos produktas buvo Lagero-Gauso modos. Šis metodas nereikalavo jokių papildomų optinių elementų terpėje, o modų selekcija buvo dalinai pagrįsta terminio lęšio efektu aktyviojoje terpėje.

Šviesos sūkurių formavimas lazerio rezonatoriaus viduje yra patogus tuo, jog nereikia turėti jokių papildomų išorinių optinių elementų. Taip pat galima pasiekti ganėtinai dideles galias. Darbe [78]  $\text{ND:GdVO}_4$  terpėje buvo pasiekta vidutinė 18 W galia.

### **Šviesos sūkurių formavimas mikrosferomis**

Buvo apžvelgti plačiai paplitę ir dažniausiai naudojami šviesos sūkurių formavimo būdai. Dabar panagrinėsime šiek tiek kitokius, mažiau žinomus ir naudojamus būdus šviesos sūkuriamams gaminti.

Vienas originalus būdas formuoti šviesos sūkuriamams buvo pasiūlytas Berenos ir kitų darbe [79]. Šiame darbe šviesos sūkurių generavimui buvo panaudotos mikrosferos. Mikrosferos buvo suformuotos femtosekundiniu lazeriu sukuriant pažeidimus stiklo tūryje. Tokiu būdu buvo suformuotos sferos, kurių lūžio rodiklis yra skirtingas nei aplinkos.

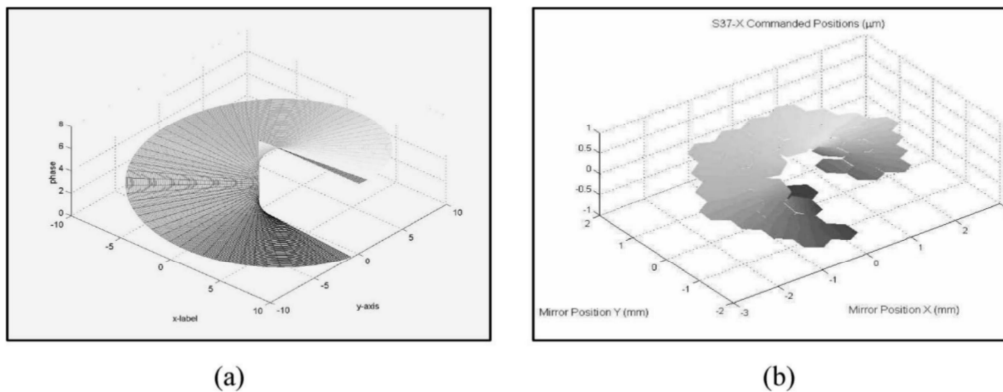
Šio metodo idėja yra pagrįsta tuo, jog dviejų paviršių riboje elektrinio lauko komponentės, kurios yra lygiagrečios ir statmenos paviršių sandū-

ros ribai, turi skirtingus pralaidumo koeficientus. Kadangi paviršius yra sferinis, tai apšviečiant sferą poliarizuota plokščia banga, skirtingose sferos paviršiaus vietose paviršiaus normalė su elektrinio lauko vektoriumi sudarys vis kitokį kampą, todėl ir šviesos, sklindančios per paviršių ribą, poliarizacija keisis. Vadinasi, tokia mikrosfera veiks kaip poliarizacinis elementas.

Remiantis Džounso matricių formalizmu buvo parodyta, jog esant plokščiam krintančios bangos frontui, tokios sferos poliarizacinis poveikis yra panašus į radialinės poliarizacijos keitiklio poveikį. Teoriškai ir eksperimentiškai buvo parodyta, jog tokiomis sferomis galima suformuoti antro topologinio krūvio sūkurį. Kadangi metodas pagrįstas mikrosferomis, suformuotomis lazeriu stikle, galima būtų nesunkiai padaryti ir tokių sferų matricą, leidžiančią iškart generuoti optinių sūkurių masyvą.

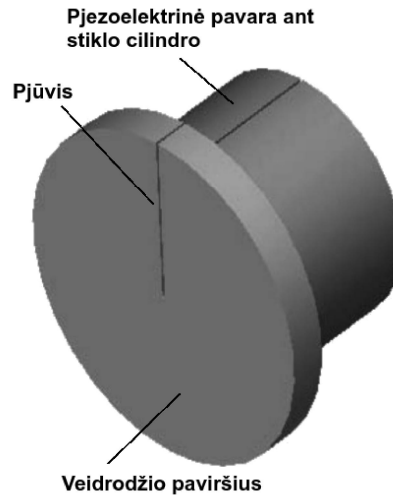
### Šviesos sūkurių formavimas deformuojamais veidrodžiais

Taip pat buvo bandymų formuoti šviesos sūkurius deformuojamais veidrodžiais [80, 81, 82]. Šviesos sūkurių generavimui buvo panaudoti specialiai sukonstruoti veidrodžiai, kurių deformaciją galima valdyti elektriniais signalais.



2.16 pav.: Veidrodžio paviršius idealiu atveju (a) ir aproksimuotas veidrodžio segmentais paviršius (b) [80].

Vienas iš bandymų buvo panaudoti segmentuotą deformuojamą veidrodį [80]. Eksperimente naudotas veidrodis turėjo 37 heksagoninius segmentus



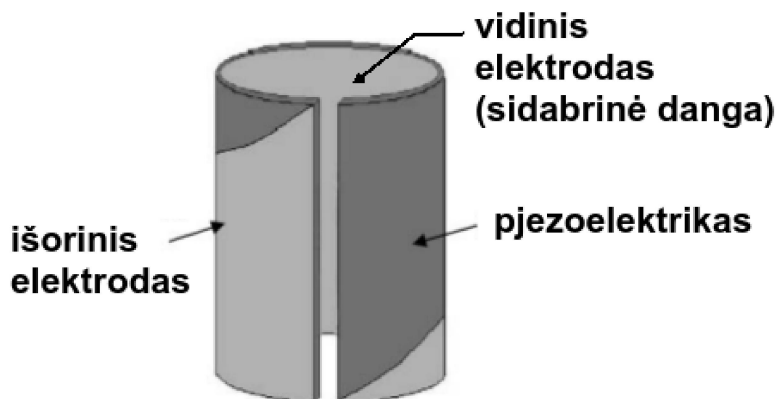
2.17 pav.: Deformuojamo veidrodžio bendra konstrukcija : veidrodžio paviršiuje padaromas pjūvis ir paviršius sumontuojamas ant pjezelektrinės pavaros, kurios deformacija priklauso nuo azimutinio kampo. [81].

(2.16 pav.(b)). Segmentai gali būti judinami vertikalia kryptimi, taip pat gali būti pakreipti. Panaudojant šiuos heksagoninius segmentus buvo aproksimuotas spiralinio veidrodžio paviršius (2.16 pav.), nuo kurio atsispindėjęs šviesos pluoštas įgauna azimutinę fazinę moduliaciją.

Parodyta, kad tokiu būdu galima generuoti tiek šviesos sūkurius su sveiku topologiniu krūviu, tiek ir trupmeninio topologinio krūvio šviesos sūkurius.

Taip pat buvo panaudoti ir kitokiu principu sukonstruoti veidrodžiai. Darbuose [81, 82] veidrodis buvo sukonstruotas iš atspindinčio paviršiaus, sumontuoto ant tuščiaavidurio pjezelektrinio cilindro. Veidrodžio paviršiuje ir cilindre, ant kurio sumontuotas veidrodis, buvo padarytas siauras pjūvis (2.17 pav).

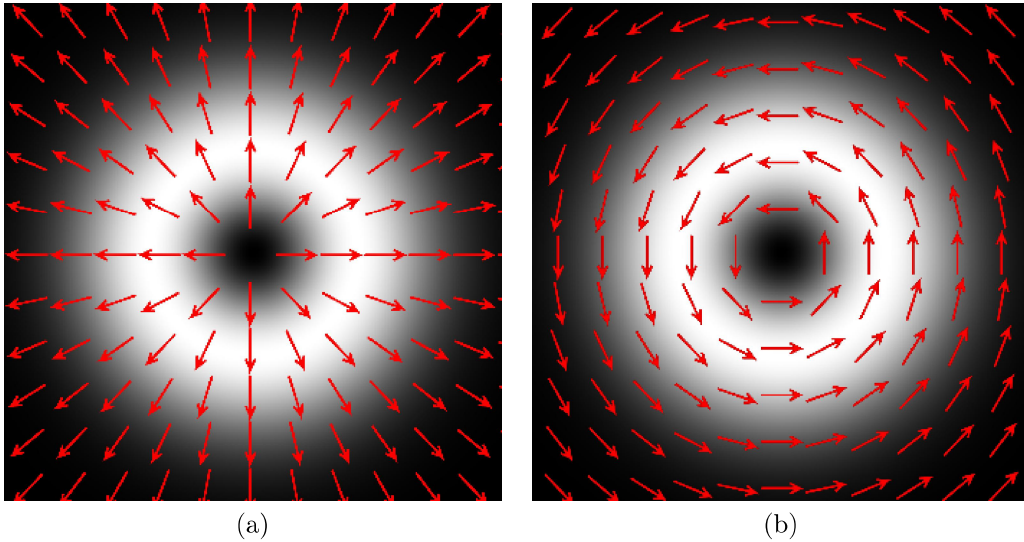




2.18 pav.: Pjezoelektrinės pavaros viena iš galimų konstrukcijų : pjezoelektrinio cilindro išorėje suformuotas elektrodas, kurio aukštis priklauso nuo azimutinio kampo. Viduje cilindro yra sidabrinė danga, veikianti kaip vidinis elektrodas. Tokiu būdu, prijungus elektrinę įtampą, cilindro deformacija priklauso nuo azimutinio kampo. [81].

Pjezoelektrinė pavara sukonstruota taip, kad sukurtų jėgą, tiesiškai priklausančią nuo azimutinio kampo. Vienas iš būdų tai pasiekti - ant pjezoelektrinio cilindro išorinės pusės sumontuojamas specialus elektrodas, kurio aukštis priklauso nuo azimutinio kampo. Iš vidaus suformuojama sidabrinė danga, kuri veikia kaip vidinis elektrodas (2.18 pav.). Tokiu būdu, veidrodžio paviršių galima deformuoti azimutine kryptimi.

Šio metodo vienas iš privalumų yra tas, kad galima reguliuoti generuojamo sūkurio topologinį krūvį. Keičiant įtampą tarp pjezoelektrinio cilindro elektrodų, galima deformuoti veidrodį taip, kad suformuotas sūkurys turėtų norimą topologinį krūvį, t. y. +1, +2 ir t.t. Maksimalus generuojamo sūkurio topologinis krūvis priklauso nuo to, kokias maksimalias deformacijas gali atlaikyti veidrodžio paviršius ir kokį maksimalų elektrinį lauką atlaiko pjezoelektrinė pavara. Taip pat sudėtinga tokį veidrodį naudoti trumpesniems bangos ilgiams dėl veidrodžio paviršiaus nelygumų.



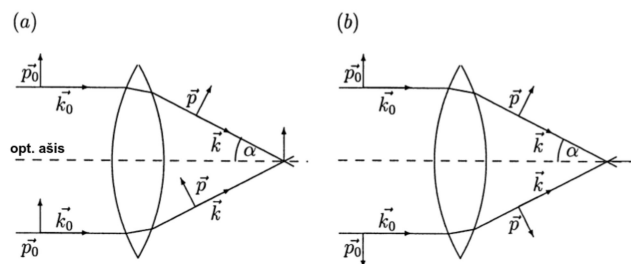
2.19 pav.: Radialinės (a) ir azimutinės (b) poliarizacijos pluoštas. Rodyklės rodo poliarizacijos kryptį.

## Radialinės bei azimutinės poliarizacijos pluoštai

### Radialinės ir azimutinės poliarizacijos pluoštai bei jų savybės

Radialinės poliarizacijos pluoštai buvo atrasti 1972 metais [83]. Radialinės poliarizacijos pluoštas - tai toks šviesos pluoštas, kurio elektrinio lauko vektorius yra nukreiptas radialine kryptimi ( 2.19 pav. (a)) o azimutinės poliarizacijos - azimutine kryptimi ( 2.19 pav. (b))

Radialinės poliarizacijos pluoštai turi unikalių savybių. Viena iš tokių savybių - juos galima sufokusuoti į mažesnę dėmę, nei įprastinius tiesinės poliarizacijos pluoštus [84, 85, 86]. Darbe [86] pavyko radialinės poliarizacijos pluoštą sufokusuoti iki dėmės, kurios plotas yra  $0.16\lambda^2$ , kai paprastą tiesiškai poliarizuotą pluoštą įmanoma sufokusuoti iki  $0.26\lambda^2$ .



2.20 pav.: Tiesinės (a) ir radialinės (b) poliarizacijos pluoštų fokusavimas [86]. Tiesinės poliarizacijos atveju (a) išilginės elektrinio lauko komponentės kompensuojasi. Radialinės poliarizacijos atveju (b) išilginės elektrinio lauko komponentės susideda konstruktyviai.

Kita unikali radialinės poliarizacijos pluoštų savybė - didelė išilginė elektrinio lauko komponentė, susidaranti aštrai fokusuojant pluoštą [86]. Fokusuojant tiesinės poliarizacijos pluoštą, išilginės elektrinio lauko komponentės kompensuojasi (2.20 pav. (a)), kai tuo tarpu radialinės poliarizacijos atveju (2.20 pav. (b)) šios komponentės susideda konstruktyviai.

Dėl šių unikalių savybių radialinės poliarizacijos pluoštai buvo pritaikyti įvairiose srityse, tokiose kaip lazerinis medžiagų apdirbimas [87, 88, 89, 90], optiniai pincetai [91, 92] ir elektronų greitinimas panaudojant išilginę elektrinio lauko komponentę [93, 94, 95].

### Radialinės bei azimutinės poliarizacijos pluoštų generavimas

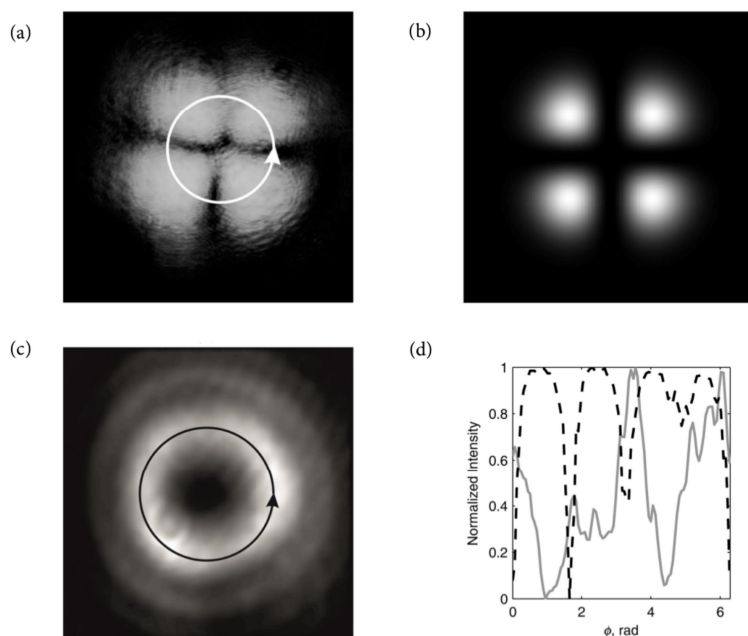
Egzistuoja daug įvairių būdų generuoti radialinės bei azimutinės poliarizacijos pluoštus. Lazerio rezonatoriuje radialinės poliarizacijos pluoštai gali būti generuojami pasinaudojant specialiais optiniais komponentais, kurie užtikrina radialiai poliarizuotos modos osciliaciją [83, 96, 97, 98, 99, 100]. Taip pat šie pluoštai gali būti formuojami radialiniu analizatoriumi [101, 102] (specialus poliarizatorius, praleidžiantis radialinę poliarizaciją), erdviniais šviesos modulatoriais [103, 104, 105] arba praleidžiant apskritimiškai poliarizuotą šviesos sūkurį per vienašį dvigubo lūžio kristalą ir atskiriant radialiai ir azimutiškai poliarizuotas komponentes [106].

Taip pat specialiai tokių pluoštų formavimui buvo sukurtas radialinės poliarizacijos keitiklis (angliškai dar vadinamas S-waveplate) [65] (2.15 pav.).

Tai yra patogus ir paprastas būdas formuoti radialinės bei azimutinės poliarizacijos pluoštus. Jo veikimo principas jau buvo aptartas ankstesniuose skyreliuose. Radialinės poliarizacijos keitiklis gali formuoti tiek radialinės, tiek ir azimutinės poliarizacijos pluoštus, tiek, esant poreikiui, ir šių dviejų pluoštų superpoziciją. Viskas priklauso nuo į keitiklį ateinančios šviesos tiesinės poliarizacijos krypties.

### Radialinės bei azimutinės poliarizacijos pluoštų netiesinės transformacijos

Dėl nehomogeninės poliarizacijos, radialinės bei azimutinės poliarizacijos pluoštų transformacijos yra kitokios nei įprastinių homogeninės poliarizacijos pluoštų. Netiesiniuose kristaluose fazinis sinchronizmas yra tenkinamas tik esant tam tikroms sąveikaujančių bangų poliarizacijoms. Todėl skirtingose pluošto vietose netiesinės sąveikos efektyvumas bus skirtingas ir susidarys sudėtingos struktūros šviesos pluoštai.



2.21 pav.: Eksperimentiškai išmatuotas antros harmonikos pluošto intensyvumo skirstinys (a), skaitmeninio modeliavimo rezultatas (b), pirmos harmonikos pluoštas po sąveikos (c) ir intensyvumo profilis pažymėtuose apskritimuose (d) : punktyrinė linija - antros harmonikos pluošto intensyvumo profilis, ištisinė linija - pirmos [107].

Yra keletas darbų, skirtų antros harmonikos generacijai kaupinant radialinės bei azimutinės poliarizacijos pluoštais [108, 107]. Darbe [107] antroji harmonika buvo generuojama kaupinant radialinės poliarizacijos pluoštu antro tipo netiesiniame kristale. Buvo parodyta, kad antros harmonikos pluoštas yra Ermito-Gauso HG11 moda, turinti keturis maksimumus (2.21 pav.). Taip pat darbe [107] atlikta teorinė analizė rodo, jog generuojant antrą harmoniką iš radialinės ir azimutinės poliarizacijos pluoštų superpozicijos, antroje harmonikoje gaunama ta pati Ermito-Gauso moda, tačiau pasukta tam tikru kampu, kuris priklauso nuo radialinės ir azimutinės poliarizacijų dedamųjų santykio.

Darbe [108] teoriškai analizuojama antros harmonikos generacija kaupinant nehomogeninės poliarizacijos pluoštais taip pat ir su fazine moduliacija. Šiame darbe buvo įskaitoma ir išilginės lauko komponentės įtaka. Nagrinėtas atvejis, kuomet antra harmonika yra generuojama  $\bar{4}3m$  simetrijos kristale esant skirtingoms kristalo orientacijoms. Parodyta, jog antros harmonikos generacijos procese išilginės elektrinio lauko komponentės įtaka antros harmonikos pluoštui priklauso nuo kristalo orientacijoms. Kristalo (001) plokštumoje išilginės elektrinio lauko komponentės įtaka antros harmonikos pluoštui yra daug didesnė nei (110).

# 3. Vienetinio ir pusinio topologinio krūvio šviesos sūkurių formavimas radialinės poliarizacijos keitikliu

Šiame skyriuje yra apžvelgiama šviesos sūkurių formavimo radialinės poliarizacijos keitikliu metodika ir galimybė formuoti dalinio topologinio krūvio sūkurius. Tyrimai, pristatomi šiame skyriuje, buvo paskelbti publikacijoje [P3].

## Radialinės poliarizacijos elemento matematinis aprašymas

### Džounso matricomis

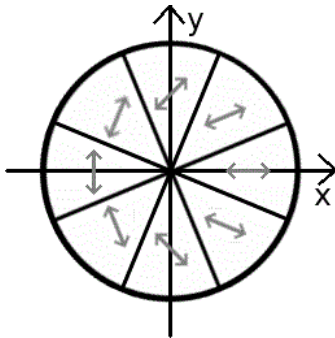
Iš esmės radialinės poliarizacijos keitiklis [64, 65] yra  $\lambda/2$  plokštelė, kurios optinė ašis priklauso nuo kampo (3.1 pav.). Paprastą  $\lambda/2$  plokštelę aprašo tokia Džounso matrica :

$$\widehat{A}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} . \quad (3.1)$$

Sukimo transformacija  $\widehat{T}$ , pasukanti  $\lambda/2$  plokštelę kampu  $\phi$  bei jai atvirkštinė transformacija  $\widehat{T}^{-1}$  yra aprašomos tokiomis matricomis :

3. Vienetinio ir pusinio topologinio krūvio šviesos sūkurių formavimas radialinės poliarizacijos keitikliu

---



3.1 pav.: Radialinės poliarizacijos keitiklis.  $\lambda/2$  plokštelės optinės ašies (dvipusės rodyklės) orientacija priklauso nuo azimutinio kampo.

$$\hat{T} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}, \quad (3.2a)$$

$$\hat{T}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}. \quad (3.2b)$$

Radialinės poliarizacijos keitiklio optinės ašies orientacijos  $\psi$  priklausomybė nuo azimutinio kamp  $\phi$  yra tokia :

$$\psi = \phi/2. \quad (3.3)$$

Norint apskaičiuoti, kaip pasukta  $\lambda/2$  plokštelė keičia pluošto poliarizaciją, reikia pluoštą pirmiausiai transformuoti į  $\lambda/2$  plokštelės koordinačių sistemą, padauginti iš Džounso matricos (lygtis 3.1) ir transformuoti atgal į globalią koordinačių sistemą. Kitaip tariant, pasuktos  $\lambda/4$  plokštelės Džounso matrica atrodys taip:

$$\hat{A} = \hat{Q}^{-1} \hat{A}_0 \hat{Q}, \quad (3.4)$$

kur  $\hat{Q}$  ir  $\hat{Q}^{-1}$  atitinka koordinačių transformacijas į ir iš  $\lambda/2$  plokštelės koordinačių sistemas. Jeigu plokštelės posūkio kampas  $\psi$  priklauso nuo azimutinės koordinatės  $\phi$  pagal formulę 3.3, tuomet plokštelės Džounso matrica yra:

3. Vienetinio ir pusinio topologinio krūvio šviesos sūkurių formavimas radialinės poliarizacijos keitikliu

---

$$\widehat{A} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\phi}{2} & -\sin \frac{\phi}{2} \\ \sin \frac{\phi}{2} & \cos \frac{\phi}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \frac{\phi}{2} & \sin \frac{\phi}{2} \\ -\sin \frac{\phi}{2} & \cos \frac{\phi}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ \sin \phi & -\cos \phi \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Taigi, radialinės poliarizacijos keitiklis yra aprašomas matrica  $\widehat{A}$  formulėje 3.5. Galima paanalizuoti kaip radialinės poliarizacijos keitiklis veikia pluošto poliarizaciją- tarkime, pluošto poliarizacija yra aprašoma vektoriumi  $\vec{v}$ :

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Tuomet, padauginus įeinančio pluošto poliarizacijos vektorių  $\vec{v}$  iš radialinės poliarizacijos keitiklio matricos  $\widehat{A}$ , išeinančio pluošto poliarizacijos vektorius  $\vec{w}$  bus :

$$\vec{w} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ \sin \phi & -\cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \cos \phi + v_y \sin \phi \\ v_y \sin \phi - v_x \cos \phi \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

Galima transformuoti vektorių  $\vec{w}$  į polinę koordinačių sistemą :

$$\vec{w}_{pol} = \begin{bmatrix} w_\rho \\ w_\phi \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

kur vektoriaus  $\vec{w}_{pol}$  radialinis ( $w_\rho$ ) ir azimutinis ( $w_\phi$ ) komponentai gali būti išreikšti :

$$w_\rho = w_x \cos \phi + w_y \sin \phi, \quad (3.9a)$$

$$w_\phi = w_y \cos \phi - w_x \sin \phi. \quad (3.9b)$$

Atkreipus dėmesį į formulės 3.7 rezultatą bei formules 3.9, galima pamatyti, kad iš tiesų išeinančio pluošto poliarizacijos vektorius yra



$$\vec{w}_{pol} = \begin{bmatrix} v_x \\ -v_y \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

Taigi, iš formulės 3.10 galima matyti, jog radialinės poliarizacijos keitiklis transformuoja įeinančio pluošto  $x$  komponentę į radialinę poliarizaciją bei  $y$  komponentę į azimutinę poliarizaciją.

### Bangos ilgio neatitikimo įtaka pluoštams, formuojamiems radialinės poliarizacijos keitikliu

Tarkime, per radialinės poliarizacijos keitiklį sklinda šviesos pluoštas, kurio bangos ilgis yra kitoks nei tas, kuriam pagamintas radialinės poliarizacijos keitiklis. Tokiu atveju radialinės poliarizacijos keitiklis nebegalės veikti kaip  $\lambda/2$  plokštelė. Jis pavėlins vieną poliarizacijos komponentę kitos atžvilgiu per fazę  $\theta$ . Tuomet radialinės poliarizacijos keitiklio segmentui Džounso matrica vietoj  $\lambda/2$  plokštelės matricos (formulė 3.1) bus tokia:

$$\widehat{A}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\theta} \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Remiantis ta pačia logika kaip ir praeitame skyriuje, galime apskaičiuoti tokią radialinės poliarizacijos keitiklio matricą :

$$\widehat{B} = \begin{bmatrix} \cos \phi + \sin^2 \frac{\phi}{2} (e^{i\theta} + 1) & \sin \phi + \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\phi}{2} (e^{i\theta} + 1) \\ \sin \phi + \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\phi}{2} (e^{i\theta} + 1) & -\cos \phi + \cos^2 \frac{\phi}{2} (e^{i\theta} + 1) \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Šią matricą galima perrašyti ir kitaip :

$$\widehat{B} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ \sin \phi & -\cos \phi \end{bmatrix} + (e^{i\theta} + 1) \begin{bmatrix} \sin^2 \frac{\phi}{2} & \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\phi}{2} \\ \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\phi}{2} & \cos^2 \frac{\phi}{2} \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

Taigi, galime matyti, kad radialinės poliarizacijos matrica susideda iš

dviejų dėmenų: radialinės poliarizacijos keitiklio matricos (tokios, kaip formulėje 3.5) ir papildomos (foninės) dalies. Galima matyti, kad pasirinkus  $\theta$  reikšmę  $\theta = \pi$ , formulėje 3.13 antras narys išnyksta ir lieka tik radialinės poliarizacijos keitiklio matrica.

## Šviesos sūkurių formavimas radialinės poliarizacijos keitikliu

Radialinės poliarizacijos keitikliu galima formuoti vienetinio ir pusinio topologinio krūvio šviesos sūkurius. Kai į radialinės poliarizacijos keitiklį krinta apskritimiškai poliarizuota šviesa, tomet radialinės poliarizacijos keitiklis veikia kaip fazinė plokštelė.

Tarkime, turime apskritimiškai poliarizuotą plokščią bangą, kurios poliarizacijos vektorius aprašomas taip :

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

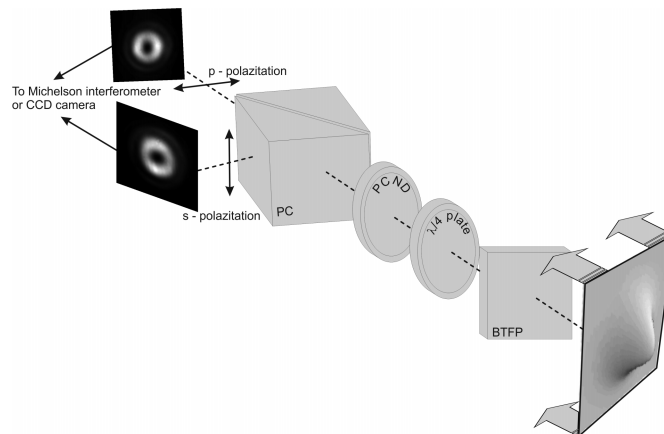
Tuomet, pasinaudojus radialinės poliarizacijos keitiklio matrica (formulė 3.5), išeinančio pluošto poliarizacijos vektorius  $\vec{w}$  atrodys taip :

$$\vec{w} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ \sin \phi & -\cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} = e^{i\phi} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

Matome, kad apskritiminės poliarizacijos kryptis pasikeis ir atsiras papildomas daugiklis  $e^{i\phi}$ , kuris yra būdingas vienetinio topologinio krūvio šviesos sūkuriui.

Tačiau esant bangos ilgio neatitikimui, dar atsiras foninis narys. Tarkime, bangos ilgio neatitikimas yra toks, kad radialinės poliarizacijos keitiklis veikia kaip  $\lambda/4$  plokštelė. Tokiu atveju fazinis vėlinimas tarp elektrinio lauko vektoriaus komponentių yra  $\theta = \pi/2$ . Pasinaudoję formule 3.12, galime gauti išeinančio pluošto vektorius išėjime:

### 3. Vienetinio ir pusinio topologinio krūvio šviesos sūkurių formavimas radialinės poliarizacijos keitikliu



3.2 pav.: Eksperimento schema. BTFP - Briusterio plonos plėvelės poliarizatorius,  $\lambda/4$  waveplate -  $\lambda/4$  plokštelė, PCND - radialinės poliarizacijos keitiklis, PC - pluošto daliklis, atskiriantis poliarizacijas.

$$\vec{w} = \hat{B}\vec{v} = \begin{bmatrix} e^{i\frac{\phi}{2}} (\sin \frac{\phi}{2} + \cos \frac{\phi}{2}) \\ e^{i\frac{\phi}{2}} (\sin \frac{\phi}{2} - \cos \frac{\phi}{2}) \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

Iš formulės 3.16 matome, kad abiejose poliarizacijose dedamosiose yra fazinis daugiklis  $e^{i\frac{\phi}{2}}$ , kuris nusako pusinio topologinio krūvio sūkurio fazinį portretą. Rezultatą 3.16 galima perrašyti taip :

$$\vec{w} = \sqrt{2}e^{i\frac{\phi}{2}} \begin{bmatrix} \sin \left( \frac{\phi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \\ \sin \left( \frac{\phi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

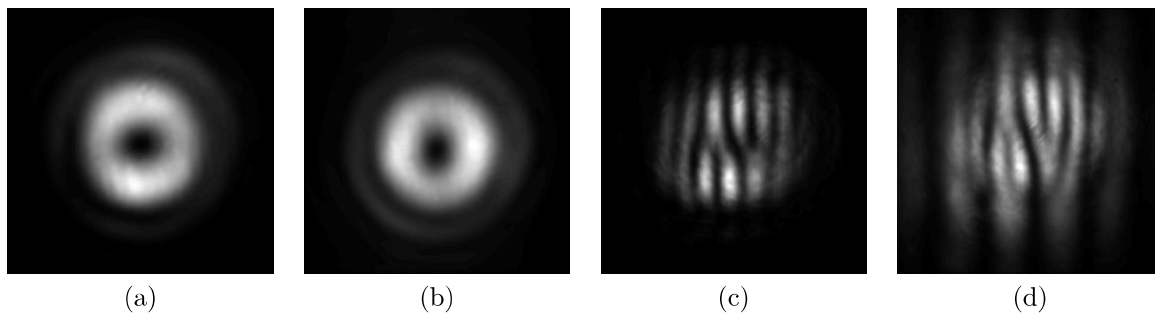
Matome, kad pusinio topologinio krūvio sūkuriai yra orientuoti vienas kito atžvilgiu 180 laipsnių kampų. Poliarizacijos dedamąsias galima atskirti pasinaudojant poliarizatoriumi.

## Eksperimentas

Eksperimentas buvo atliktas dviem etapais : iš padžių buvo generuojamas vienetinio topologinio krūvio sūkurys, panaudojant  $\lambda = 532$  nm bangos ilgio šviesą. Kitame etape buvo generuojamas pusinio topologinio krūvio sūkurys, panaudojant dvigubai ilgesnio bangos ilgio  $\lambda = 1064$  nm šviesą. Abiem atvejais atlikti interferenciniai matavimai.

### 3. Vienetinio ir pusinio topologinio krūvio šviesos sūkurių formavimas radialinės poliarizacijos keitikliu

---



3.3 pav.: Eksperimento Rezultatai : šviesos sūkurio s (a) ir p (b) poliarizacijos dedamųjų intensyvumo skirstiniai bei jų interferenciniai vaizdai už Maikelsono interferometro ((c) ir (d)).

#### Venetinio topologinio krūvio sūkurio generavimo eksperimento eiga

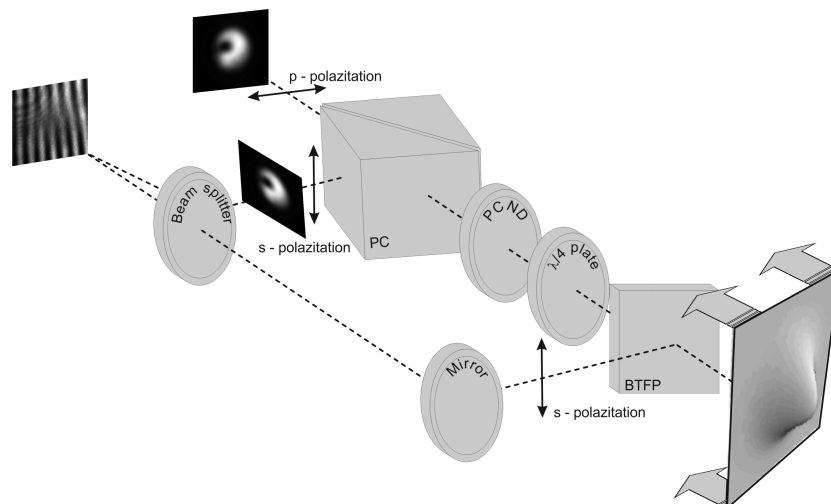
Panaudojant  $\lambda = 532$  nm bangos ilgio šviesos pluoštą buvo sugeneruotas pirmo topologinio krūvio šviesos sūkurys. Eksperimento schema parodyta 3.2 pav. Apskritimiškai poliarizuotas šviesos pluoštas buvo suformuotas panaudojant poliarizatorių (BTFP) ir  $\lambda/4$  plokštelę. Tuomet, sklisdamas per radialinės poliarizacijos keitiklį (eksp. schemoje : S-waveplate), jis įgauna vienetinį topologinį krūvį. Šviesos sūkurio poliarizacijos dedamųjų intensyvumo skirstiniai bei jų interferenciniai vaizdai Maikelsono interferometre buvo užregistruoti CCD kamera.

#### Eksperimento rezultatai

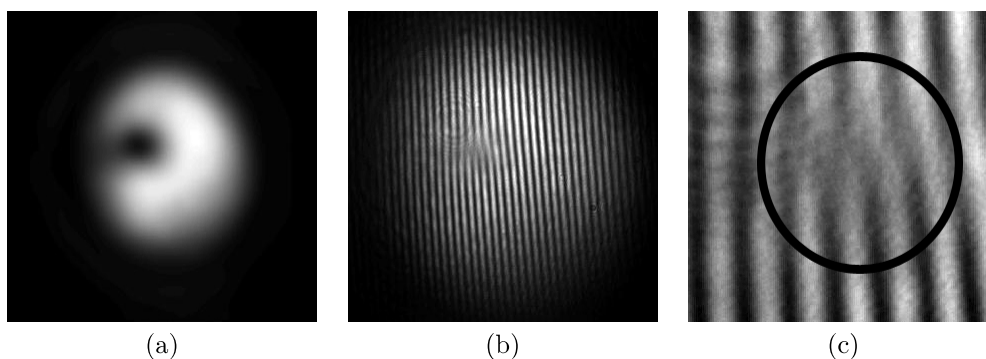
Pirmo topologinio krūvio sūkurio, sugeneruoto radialinės poliarizacijos keitikliu, intensyvumo skirstiniai ir interferenciniai vaizdai parodyti (3.3 pav.). Abiejų dedamųjų interferenciniuose vaizduose galima matyti požymius, būdingus vienetinio topologinio krūvio sūkuriui (interferencines šakutes).

### 3. Vienetinio ir pusinio topologinio krūvio šviesos sūkurių formavimas radialinės poliarizacijos keitikliu

---



3.4 pav.: Eksperimento schema. BTFP - Briusterio plonos plėvelės poliarizatorius,  $\lambda/4$  waveplate -  $\lambda/4$  plokštelė, PCND - radialinės poliarizacijos keitiklis, PC - pluošto daliklis, atskiriantis poliarizacijas.



3.5 pav.: Eksperimento Rezultatai : Vienos iš šviesos sūkurio poliarizacijos dedamųjų intensyvumo skirstinys (a), interferencinis vaizdas su Gauso pluoštu artimam lauke (b) ir interferencinio vaizdo padidinta centrinė dalis (c)

### **Pusinio topologinio krūvio sūkurio generavimo eksperimento eiga**

Panaudojant eksperimento schemą, kaip parodyta 3.4 pav., buvo suformuotas pusinio topologinio krūvio šviesos sūkurys. Palyginus su prieš tai buvusiu atveju (vienetinio topologinio krūvio šviesos sūkurio generacija) šviesos sūkurio generavimui panaudotas  $\lambda = 1064$  nm bangos ilgio šviesos pluoštas. Suformuotas šviesos pluoštas buvo suvestas su Gauso pluoštu ir užregistruoti interferenciniai vaizdai.

### **Eksperimento rezultatai**

Pusinio topologinio krūvio sūkurio generavimo eksperimento rezultatai yra parodyti 3.5 pav. Trupmeninio topologinio krūvio šviesos sūkuriai yra nestabilūs ir sklisdami transformuojasi į sveiko topologinio krūvio sūkurius [3, 4], todėl interferenciniai matavimai yra sudėtingi. Tačiau 3.5 pav. (c) atvejuje galima matyti interferencinių rėžių pasislinkimą per pusę periodo, rodantį fazės šuolį per  $\pi$ .

### **Išvados**

Parodyta teoriškai ir eksperimentiškai, jog radialinės poliarizacijos keitikliu galima formuoti tiek vienetinio, tiek ir pusinio topologinio krūvio sūkurius panaudojant apskritimiškai poliarizuotą Gauso pluoštą. Norint suformuoti pusinio topologinio krūvio šviesos sūkurį, reikia į radialinės poliarizacijos elementą paduoti dvigubai didesnio bangos ilgio šviesą nei elemento nominalus bangos ilgis.

# 4. Dvigubo topologinio krūvio šviesos sūkurių formavimas radialinės poliarizacijos keitikliu panaudojant dvigubo praėjimo metodiką

Yra žinoma, kad radialinės poliarizacijos keitikliu galima formuoti vienetinio topologinio krūvio sūkurius [65, 15]. Šiame skyriuje pateikiamas metodas, leidžiantis suformuoti antro topologinio krūvio šviesos sūkurį panaudojant radialinės poliarizacijos keitiklį. Šio tyrimo rezultatai buvo paskelbti publikacijoje [P4] ir pristatyti konferencijoje [K2].

## Radialinės poliarizacijos keitiklio poveikis šviesos sūkuriams

Radialinės poliarizacijos elemento Džunsono matrica yra :

$$\hat{J}_{SW} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ \sin \phi & -\cos \phi \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

Jeigu įėjime šviesos pluošto poliarizacija yra apskritiminė, t. y. įeinančio

šviesos pluošto poliarizacijos vektorius yra

$$\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

tuomet už radialinės poliarizacijos keitiklio šviesos pluošto poliarizacijos vektorius  $\vec{w}$  bus toks :

$$\vec{w} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ \sin \phi & -\cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \frac{e^{i\phi}}{\sqrt{2}}, \quad (4.3)$$

kur  $\phi$  yra azimutinis kampas.

Panagrinėkime bendresnį atvejį, kai radialinės poliarizacijos keitiklio įėjime yra apskritimiškai poliarizuotas šviesos sūkurys, kurio topologinis krūvis yra  $l$ . Jo poliarizacijos vektorius atrodys taip :

$$\vec{v}(\rho, \phi) = A_l(\rho) \begin{bmatrix} 1 \\ \pm i \end{bmatrix} e^{il\phi}, \quad (4.4)$$

kur  $A_l(\rho)$  yra pluošto gaubtinė. Tokiam pluoštui sklindant per radialinės poliarizacijos keitiklį, poliarizacijos vektorius transformuojasi taip :

$$\vec{w}(\rho, \phi) = \widehat{J}_{SW} \vec{v}(\rho, \phi) = A_l(\rho) \begin{bmatrix} \cos \phi \pm i \sin \phi \\ \sin \phi \mp i \cos \phi \end{bmatrix} e^{il\phi}. \quad (4.5)$$

Formulės 4.5 rezultatas taip pat gali būti užrašytas taip :

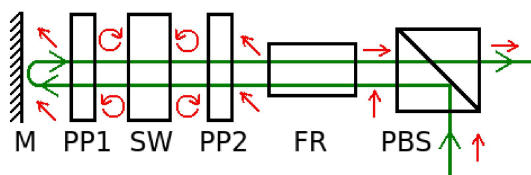
$$\vec{w}(\rho, \phi) = A_l(\rho) \begin{bmatrix} 1 \\ \mp i \end{bmatrix} e^{i(l\mp 1)\phi}. \quad (4.6)$$

Matome, kad pluošto poliarizacijos sukimosi kryptis pakinta į priešingą ir topologinis krūvis pakinta per vienetą.

Įveskime poliarizacijos krypties koeficientą  $p = \pm 1$ , kuris nusako apskritiminės poliarizacijos kryptį ( +1 - pagal laikrodžio rodyklę, -1 - prieš laikrodžio rodyklę). Topologinio krūvio modulis padidės, kai sklindančio šviesos



#### 4. Dvigubo topologinio krūvio šviesos sūkurių formavimas radialinės poliarizacijos keitikliu panaudojant dvigubo praėjimo metodiką



4.1 pav.: Dviejų praėjimų schema. M- veidrodis, PBS - pluošto daliklis, atskiriantis poliarizacijas, FR - Faradėjaus rotatorius, PP1, PP2 -  $\lambda/4$  plokštelės, SW - radialinės poliarizacijos keitiklis. Rodyklės rodo pluošto poliarizacijos būsenas.

sūkurių poliarizacijos kryptis sutaps su helikoidinio bangos fronto sukimosi kryptimi. Pažymėkime rezultatinio šviesos sūkurių topologinį krūvį simboliu  $m$ . Tuomet galime užrašyti :

$$|m| = \begin{cases} |l| + 1, & l \cdot p > 0 \\ |l| - 1, & l \cdot p < 0 \end{cases} . \quad (4.7)$$

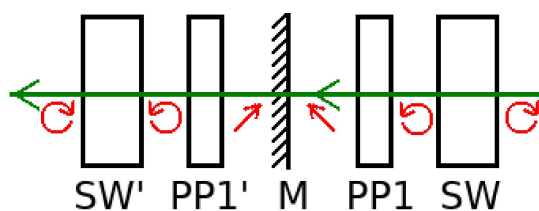
Lygtis 4.7 apibrėžia sąlygas, kada topologinis krūvis padidėja arba sumažėja. Jeigu poliarizacijos kryptis sutampa su helikoidinio bangos fronto sukimosi kryptimi, tuomet topologinio krūvio modulis padidėja per vienetą. Priešingu atveju - sumažėja per vienetą.

### Dviejų praėjimų schemas veikimo principas

Kaip jau yra žinoma, apskritimiškai poliarizuotas Gauso pluoštas, sklisdamas per radialinės poliarizacijos keitiklį, suformuoja vienetinio topologinio krūvio sūkurių. Jeigu per radialinės poliarizacijos elementą sklinda šviesos sūkurys, tuomet jo topologinio krūvio modulis sumažėja arba padidėja per vienetą. Todėl, pasirenkant tinkamas sąlygas, dviejų praėjimų schemoje galima suformuoti dvigubo topologinio krūvio sūkurių.

Dviejų praėjimų schema yra parodyta 4.1 pav. Tiesiškai poliarizuotas pluoštas atsispindi nuo poliarizaciją atskiriančio pluošto daliklio PBS ir sklinda per Faradėjaus rotatorių FR. Tuomet pluoštas praeina per  $\lambda/4$  plokštelę PP2 ir tampa apskritimiškai poliarizuotas. Radialinės poliarizaci-

4. Dvigubo topologinio krūvio šviesos sūkurių formavimas radialinės poliarizacijos keitikliu panaudojant dvigubo praėjimo metodiką



4.2 pav.: Įsivaizduojama eksperimento schema : PP1 -  $\lambda/4$  plokštelė, SW - radialinės poliarizacijos keitiklis, M - veidrodis, SW' ir PP1' - "atspindėti" optiniai komponentai.

jos keitiklis (SW) transformuoja apskritimiškai poliarizuotą Gauso pluoštą į šviesos sūkurį su vienetiniu topologiniu krūviu. Toliau pluoštas sklinda per  $\lambda/4$  plokštelę PP1, atsispindi nuo veidrodžio M ir vėl grįžta per PP1. Kadangi per PP1 plokštelę pluoštas sklinda du kartus, tai ji elgiasi kaip  $\lambda/2$  plokštelė, t. y. pakeičia apskritiminės poliarizacijos kryptį į priešingą. Taip yra sudaromos sąlygos, kad pluošto, grįžtančio per radialinės poliarizacijos keitiklį, topologinis krūvis padidėtų. Toliau pluoštas sklinda per PP2, Faradėjaus rotatorių FR ir pluošto daliklį PBS ir išeina kita kryptimi, negu atėjo.

Reikėtų paminėti, kad Faradėjaus rotatorius ir poliarizacijos atskiriantis puloštų daliklis nėra būtini šioje schemoje. Vietoje jų galima būtų naudoti tiesiog paprastą pluoštų daliklį, tačiau tokiu atveju nukentėtų schemos efektyvumas, kuris netgi idealiu atveju galėtų būti daugiausiai 25 procentai.

Teoriniam aprašymui eksperimento schemą patogų įsivaizduoti kaip parodyta 4.2 pav. Šioje schemoje apskritimiškai poliarizuotas pluoštas sklinda per radialinės poliarizacijos keitiklį SW, sklinda per  $\lambda/4$  plokštelę PP1, tuomet sklinda per veidrodį, patirdamas  $x$  ašies inversiją ir toliau sklinda per įsivaizduojamus optinius elementus PP1' ir SW', kurie yra realių optinių elementų SW ir PP1 veidrodiniai atspindžiai.

Atspindėto radialinės poliarizacijos keitiklio Džounso matrica pasikeis. Jeigu  $x$  ašis invertuojama, tuomet azimutinis kampas  $\phi$  Džounso matricoje pasikeis į  $-\phi$ . Atspindėto radialinės poliarizacijos keitiklio matrica bus tokia

:

$$\widehat{J}_{SW'} = \begin{bmatrix} \cos -\phi & \sin -\phi \\ \sin -\phi & -\cos -\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ -\sin \phi & -\cos \phi \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

Taip pat, kai  $x$  ašis invertuojama,  $x$  poliarizacijos komponentė pakeičia kryptį. Todėl veidrodžio Džounso matrica :

$$\widehat{M} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

$\lambda/4$  plokštelės Džounso matrica nepriklauso nuo  $x$ , todėl ji nepakis :

$$\widehat{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Taigi, visos eksperimento schemos, pavaizduotos 4.2 pav. Džounso matrica yra :

$$\widehat{Q} = \widehat{J}_{SW'} \widehat{A} \widehat{M} \widehat{A} \widehat{J}_{SW}. \quad (4.11)$$

Atidžiau pasižiūrėkime į sistemos dalį PP1-M-PP1', kurią aprašo matrica  $\widehat{A} \widehat{M} \widehat{A}$ . Ji gali būti išreikšta taip :

$$\widehat{A} \widehat{M} \widehat{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix} = -1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

Matome, kad tai yra tapatybės matrica, padauginta iš daugiklio -1. Tai reikškia, kad pluošto abu poliarizacijos komponentai patiria vienodą fazinį šuolį per  $\pi$ . Šis fazinis daugiklis yra visiškai nereikšmingas, todėl skaičiuodami sistemos Džounso matricą galime jo nepaisyti. Tuomet pilna sistemos SW-PP1-M-PP1'-SW Džounso matrica bus tokia :

$$\widehat{Q} = \widehat{J}_{SW'} \widehat{J}_{SW} = \begin{bmatrix} \cos 2\phi & \sin 2\phi \\ -\sin 2\phi & \cos 2\phi \end{bmatrix}. \quad (4.13)$$

Tarkime, į sistemą įeina apskritiminės poliarizacijos pluoštas, kurio poliarizacijos vektorius  $\vec{v}$  nusakomas taip :

$$\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}. \quad (4.14)$$

Tuomet, praėjusio per optinių elementų sistemą pluošto poliarizacijos vektorių galime aprašyti taip :

$$\vec{w} = \widehat{Q}\vec{v} = \frac{e^{2i\phi}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}, \quad (4.15)$$

kur  $\widehat{Q}$  yra sistemos Džounso matrica iš formulės 4.13. Matome, kad išraiškoje 4.15 yra fazinis daugiklis  $e^{2i\phi}$ , kuris yra būdingas antro topologinio krūvio šviesos sūkuriumi. Poliarizacija yra apskritiminė, tačiau toliau pluoštui einant per plokštelę PP2 (4.1 pav.), pluošto poliarizacija tampa tiesinė.

Taip pat reikėtų paminėti, kad lazerinio rašymo būdu galima suformuoti plokšteles ir aukštesnio topologinio krūvio sūkuriams. Jeigu, tarkime, plokštelė yra suformuota topologiniam krūviui  $l$ , tuomet jos Džounso matrica bus:

$$\widehat{J}_{SW} = \begin{bmatrix} \cos l\phi & \sin l\phi \\ \sin l\phi & -\cos l\phi \end{bmatrix}. \quad (4.16)$$

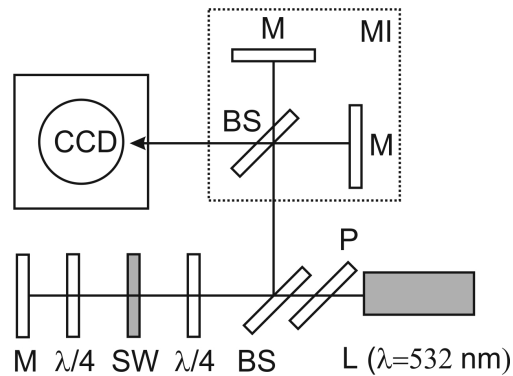
Remiantis tokiais pat samprotavimais, kaip ir prieš tai, galime užrašyti dviejų praėjimų schemas Džounso matricą:

$$\widehat{Q} = \begin{bmatrix} \cos 2l\phi & \sin 2l\phi \\ -\sin 2l\phi & \cos 2l\phi \end{bmatrix}. \quad (4.17)$$

Galima nesunkiai įrodyti, kad tokia schema suformuoja šviesos sūkurį, kurio topologinis krūvis yra lygus  $|2l|$ .

#### 4. Dvigubo topologinio krūvio šviesos sūkurių formavimas radialinės poliarizacijos keitikliu panaudojant dvigubo praėjimo metodiką

---



4.3 pav.: Eksperimento schema. L - šviesos šaltinis, P - poliarizatorius, BS - pluošto dalikliai,  $\lambda/4$  -  $\lambda/4$  plokštelės, M - veidrodžiai, SW - radialinės poliarizacijos keitiklis, MI - Maikelsono interferometras, CCD - CCD kamera.

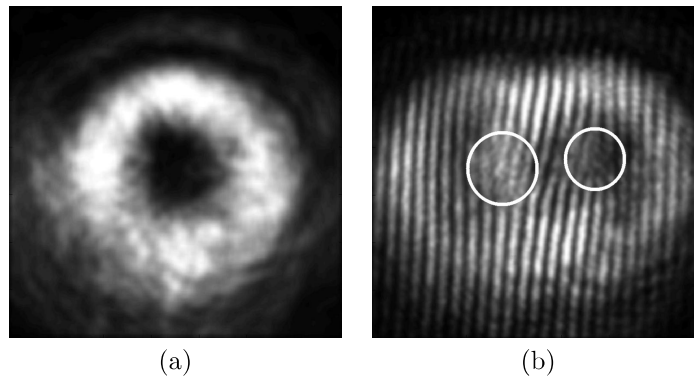
## Eksperimentas

### Eksperimento eiga

Eksperimento schema parodyta 4.3 pav. Ateinanti iš šviesos šaltinio L 532 nm bangos ilgio šviesa poliarizuojama poliarizatoriumi P. Prasklidęs per pluošto daliklį BS, pluoštas sklinda per dvigubo praėjimo schemą  $\lambda/4$ -SW- $\lambda/4$ -M ir grįžta atgal. Atsispindėjęs nuo pluošto daliklio BS, pluoštas sklinda į Maikelsono interferometrą ir už jo yra registruojamas CCD kamera. Maikelsono interferometras yra priemonė šviesos sūkurių topologiniam krūviui nustatyti. Iš interferencinio vaizdo pagal interferencinių juostų išsišakojimus sūkurių centruose galima nustatyti šviesos sūkurių topologinį krūvį ir ženklą.

#### 4. Dvigubo topologinio krūvio šviesos sūkurių formavimas radialinės poliarizacijos keitikliu panaudojant dvigubo praėjimo metodiką

---



4.4 pav.: Eksperimentiniai rezultatai : antro topologinio krūvio sūkurių intensyvumo skirstinys (a) ir interferencinis vaizdas už Maikelsoni interferometro (b). Interferencinių juostų išsišakojimai pažymėti baltais apskritimais. Trigubi išsišakojimai įrodo antro topologinio krūvio sūkurių egzistavimą.

### **Eksperimento rezultatai**

Eksperimento rezultatai parodyti 4.4 pav. Interferenciniame vaizde yra matomi trigubi interferencinių juostų išsišakojimai, įrodantys antro topologinio krūvio sūkurių egzistavimą.

### **Išvados**

Teoriškai išnagrinėta ir eksperimentiškai patikrinta antro topologinio krūvio šviesos sūkurių formavimo technika panaudojant dvigubą pluošto praėjimą per radialinės poliarizacijos keitiklį. Suformuotas pluoštas patikrintas Maikelsono interferometru. Iš interferencinių matavimų nustatyta, kad suformuotas šviesos pluoštas turi dvigubą topologinį krūvį.

## 5. Šviesos sūkurių pozicijos valdymas interferenciniu metodu

Šiame skyriuje apžvelgsime interferencinį metodą, įgalinantį valdyti šviesos sūkurį pasinaudojant jo kolinearia interferencija su Gauso pluoštu. Tyrimo rezultatai buvo publikuoti publikacijoje [P1] ir pristatyti konferencijoje [K4].

### Kolineari Lagero-Gauso pluoštų interferencija : teoriniai pagrindai

Kolinearių Lagero-Gauso pluoštų interferencija buvo nagrinėta straipsniuose [14, 15]. Šiame skyrelyje trumpai apžvelgsime kolinearių Lagero-Gauso pluoštų interferencijos ypatumus. Tarkime, turime du Lagero-Gauso šviesos pluoštus, kurių topologiniai krūviai yra  $m$  ir  $l$ , o radialinis indeksas lygus nuliui. Tuomet Lagero Gauso pluoštų kompleksinės amplitudės bus aprašomos tokiomis lygtimis:

$$E_1(\rho, \phi, z) = A_{01} \frac{W_{01}}{W_1(z)} \left( \frac{\rho}{W_1(z)} \right)^{|m|} e^{-\frac{\rho^2}{W_1^2(z)}} e^{i\left(kz+m\phi+k\frac{\rho^2}{2R_1(z)}-\eta_1(z)\right)}, \quad (5.1a)$$

$$E_2(\rho, \phi, z) = A_{02} \frac{W_{02}}{W_2(z)} \left( \frac{\rho}{W_2(z)} \right)^{|l|} e^{-\frac{\rho^2}{W_2^2(z)}} e^{i\left(kz+l\phi+k\frac{\rho^2}{2R_2(z)}-\eta_2(z)+\Phi_0\right)}. \quad (5.1b)$$

Formulėse 5.1a ir 5.1b  $W_{01}$  ir  $W_{02}$  yra pluoštų spinduliai sąsmaukose,  $W_1(z)$  ir  $W_2(z)$  yra pluoštų spinduliai ties išilgine koordinate  $z$ ,  $R_1(z)$  ir  $R_2(z)$

yra bangos frontų kreivumo spinduliai,  $\eta_1(z)$  bei  $\eta_2(z)$  yra Giuji fazės, o  $\Phi_0$  yra fazių skirtumas tarp pluoštų. Šie parametrai Lagero-Gauso pluoštams yra aprašomi taip :

$$W(z) = W_0 \sqrt{1 + (z/l_d)^2} , \quad (5.2a)$$

$$R(z) = z \left(1 + [l_d/z]^2\right) , \quad (5.2b)$$

$$\eta(z) = (|m| + 1) \arctan (z/l_d) , \quad (5.2c)$$

$$l_d = kW_0^2/2 . \quad (5.2d)$$

Formulėje 5.2d  $l_d$  yra difrakcinis ilgis, dar žinomas kaip Relėjaus parametras. Jis parodo, kokiam atstume nuo sąsmaukos pluošto spindulys padidėja  $\sqrt{2}$  kartų.

Panagrinėkime atvejį, kai abu pluoštai yra vienodų matmenų ir jų sąsmaukos sutampa, t. y.  $W_{01} = W_{02} = W_0$ ,  $W_1(z) = W_2(z) = W(z)$  ir  $R_1(z) = R_2(z) = R(z)$ . Taip pat, topologinius krūvius pasirinkime tokius, kad  $|m| > |l|$  ir  $m > l$ . Apskaičiuokime šviesos sūkurių pozicijas šviesos pluošte, sukombinuotame iš šių dviejų Lagero-Gauso modų. Dislokacijos egzistuos tose vietose, kur šio kombinuoto pluošto amplitudė bus lygi nuliui:

$$E = E_1 + E_2 = 0 . \quad (5.3)$$

Tai reiškia, kad tiek realioji, tiek ir menamoji kompleksinės amplitudės dalys turi būti lygios nuliui:

$$\text{Re}(E) = 0 , \quad (5.4a)$$

$$\text{Im}(E) = 0 . \quad (5.4b)$$

Iš lygčių 5.4a ir 5.4b galima apskaičiuoti dislokacijų skersines koordinatas plokštumoje  $z = \text{const}$ :



$$\rho = W(z) \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^{\frac{1}{|m|-|l|}}, \quad (5.5a)$$

$$\phi = \frac{(2n+1)\pi + \Phi_0}{m-l}, \quad (5.5b)$$

kur  $n$  yra sveikas skaičius ( $0 \leq n < |m-l|$  kiekvienai dislokacijai, kuriai  $\rho = 0$ ), o amplitudės  $A_1$  ir  $A_2$  formulėje 5.5a yra :

$$A_1 = A_{01} W_0 / W(z), \quad (5.6a)$$

$$A_2 = A_{02} W_0 / W(z). \quad (5.6b)$$

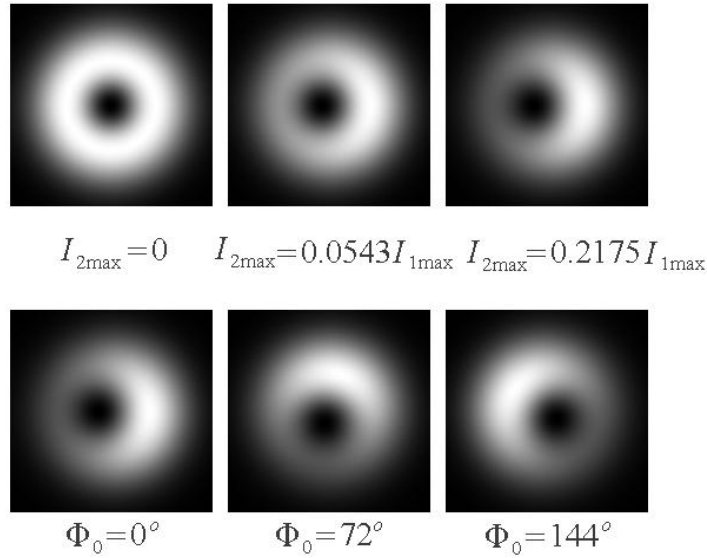
Taip pat, jeigu  $l \neq 0$ , pluošto centre egzistuos dislokacija, turinti topologinį krūvį  $m-l$ .

Formulės 5.5a ir 5.5b rodo, kad sūkurių radialinė pozicija priklauso tiksliai nuo pluoštų amplitudžių santykio, o kampinė pozicija - tiksliai nuo fazių skirtumo. Tačiau tai yra tiesa tik tuo atveju, jeigu abiejų pluoštų bangų frontų kreivumo spinduliai sutampa. Priešingu atveju sūkurių azimutinė koordinatė priklausys nuo amplitudžių santykio.

Formulė 5.5a gali būti perrašyta pluoštų maksimalių intensyvumų santykiui :

$$\rho = \frac{W(z)}{\sqrt{2e}} \sqrt{\frac{i_{2max} |m|^{|m|}}{i_{1max} |l|^{|l|}}}. \quad (5.7)$$

5.1 pav. yra parodyti skaitmeninio modeliavimo rezultatai. Galima matyti, jog keičiant intensyvumo santykį keičiasi sūkurių radialinė koordinatė : didinant Gauso pluošto intensyvumą, sūkurys slenkasi tolyn nuo centro. Taip pat, keičiant fazių skirtumą tarp Gauso pluošto ir sūkurių, galima visą kombinuotą pluoštą sukinti apie jo ašį.



5.1 pav.: Kombinuoto pluošto iš šviesos sūkurio ( $I_1$ ) su topologiniu krūviu  $m = 1$  bei Gauso pluošto ( $I_2$ ) intensyvumo skirstinys (skaitmeninio modeliavimo rezultatai). Viršutinėje eilutėje : skirtingi intensyvumų santykiai, žemesnėje - skirtingi fazių skirtumai.

## Antrinių dislokacijų atsiradimas ir anihiliacija

Jeigu pluoštų parametrai nesutampa, tuomet gali atsirasti antrinės dislokacijos. Taip pat, esant išpildytoms tam tikroms sąlygoms, dislokacijos gali anihiliuoti: tuomet kmbinuotas pluoštas neturės dislokacijų, išskyrus pačiame centre, jeigu ten dislokacija egzistuoja. Remiantis teorine analize, gaunamos tokios dislokacijų egzistavimo sąlygos :

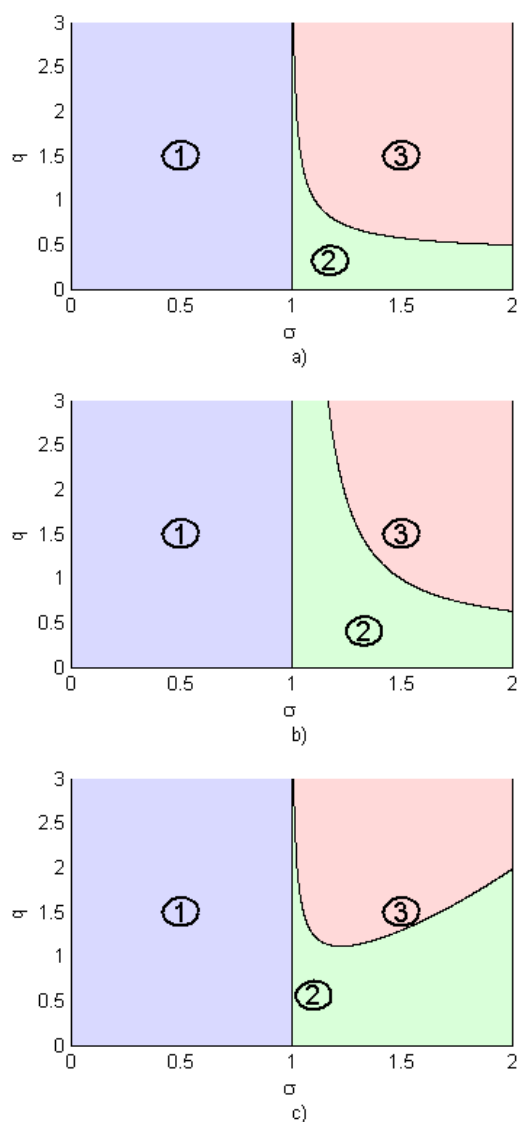
$$\sigma < 1; q = \text{bet kokia reikšmė} , \quad (5.8a)$$

$$\sigma > 1; q < \left( \frac{|m| - |l|}{2e} \right)^{\frac{|m|-|l|}{2}} \frac{\sigma^{|m|}}{(\sigma^2 - 1)^{\frac{|m|-|l|}{2}}} , \quad (5.8b)$$

$$\sigma > 1; q > \left( \frac{|m| - |l|}{2e} \right)^{\frac{|m|-|l|}{2}} \frac{\sigma^{|m|}}{(\sigma^2 - 1)^{\frac{|m|-|l|}{2}}} , \quad (5.8c)$$

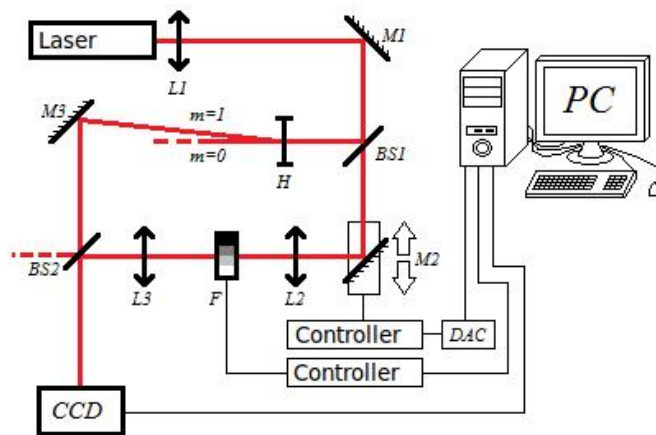
kur  $\sigma = W_2/W_1$ ,  $q = A_2/A_1$ , o  $A_1$  ir  $A_2$  galima apskaičiuoti iš formulių 5.6a ir 5.6b. Kai  $\sigma$  ir  $q$  tenkina sąlygą 5.8a (pluoštas su didesniu topologiniu krūviu turi didesnę spindulį nei pluoštas su mažesniu topologiniu krūviu), antrinės dislokacijos neegzistuoja. Esant patenkintai sąlygai 5.8b, atsiras

papildomos dislokacijos, o jeigu patenkinta sąlyga 5.8c, tai antrinės dislokacijos anihiliuos ir pluoštas iš viso neturės dislokacijų, išskyrus centre, jeigu ten dislokacijos egzistuoja.



5.2 pav.: Sąlygų 5.8a (1), 5.8b (2) ir 5.8c (3) grafinis atvaizdavimas su skirtingais pluoštų topologiniais krūviais : (a)  $m=1, l=0$ , (b)  $m=3, l=0$ , (c)  $m=3, l=2$ .

Sąlygos 5.8a, 5.8b ir 5.8c gali būti pavaizduotos grafiškai (5.2 pav.). Zonos, pažymėtos skaičiumi (1) atitinka sąlygą 5.8a, kur antrinės dislokacijos neegzistuoja. Zonos, pažymėtos skaičiumi (2) atitinka antrinių dislokacijų egzistavimo sritį (sąlyga 5.8b), o skaičiumi (3) - dislokacijų anihiliacijos sritis, kur antrinės dislokacijos jau yra anihiliavusios su pirminėmis (sąlyga



5.3 pav.: Sūkurių valdymo eksperimento schema : Laser - lazeris (HeNe), M1-M3 - veidrodžiai, L1-L3 - lęšiai, BS1-BS2 - pluošto dalikliai, F - keičiamo pralaidumo filtras, H - šviesos sūkurių holograma, Controller - kontrolieris, DAC - skaitmeninis-analoginis keitiklis, PC - kompiuteris.

5.8c).

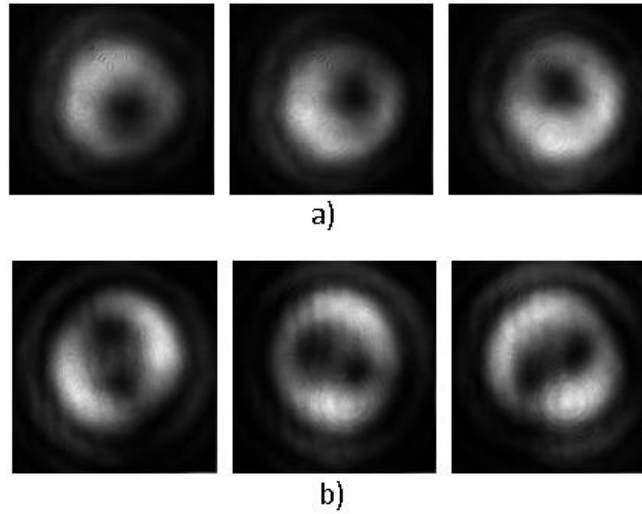
Apibendrinus, antrinių dislokacijų egzistavimas priklauso nuo pluoštų spindulių santykio  $\sigma$  ir pluoštų amplitudžių santykio  $q$ . Jeigu patenkinta sąlyga  $\sigma > 1$ , tai kol amplitudžių santykis  $q$  neviršija kritinės vertės, tol egzistuoja antrinės dislokacijos, tačiau šiam santykiui didėjant, atsiradusios antrinės dislokacijos artėja prie pirminių, kol galų gale susilieja ir anihiliuoja.

## Eksperimentas

### Eksperimento eiga

Kompiuterizuotas sūkurių valdymas buvo įgyvendintas eksperimentiškai. Eksperimentinė schema yra parodyta 5.3 pav. Lazeris (HeNe,  $\lambda = 632.8$  nm) spinduliuoja Gauso pluoštą, kuris yra kolimuojamas lęšiu L1 ir pluošto dalikliu BS1 padalinamas į dvi dalis. Viena dalis pluošto eina per šviesos sūkurių hologramą H, suformuodama šviesos sūkurių. Kita dalis pluošto eina per šaką M2-L2-F-L3. Ši pluošto dalis naudojama kaip atraminis pluoštas, skirtas kontroliuoti šviesos sūkurių poziciją. Tuomet abu pluoštai suvedami kolinearčiai, pasinaudojant pluošto dalikliu BS2.

Šviesos sūkurių pozicija kontroliuojama keičiant atraminio pluošto inten-



5.4 pav.: Kombinuoto pluošto iš šviesos sūkurio ir Gauso pluošto intensyvumo skirstiniai (eksperimentiniai rezultatai) : a) topologinis krūvis  $m = 1$ , b)  $m = 2$ . Fazių skirtumai (iš kairės į dešinę) :  $\Delta\Phi = 0^\circ$ ,  $\Delta\Phi = 90^\circ$ ,  $\Delta\Phi = 180^\circ$ .

syvumą ir fazę. Intensyvumas keičiamas reguliuojamo pralaidumo filtru F. Filtras F - tai diskinis filtras, kurio pralaidumas priklauso nuo azimutinio kampo. Šis diskas yra sumontuotas ant varikliuko, kurį galima sukinti kompiuterio pagalba. Tokiu būdu yra valdomas atraminio pluošto intensyvumas.

Atraminio pluošto fazė yra valdoma veidrodžiu M2, kuris yra sumontuotas ant pjezoelektrinio staliuko, kurio poziciją galima kontroliuoti pasinaudojant kompiuteriu. Keičiant veidrodėlio poslinkį, atraminį pluoštą galima šiek tiek pavėlinti, tokiu būdu keičiant fazių skirtumą tarp sūkurio ir atraminio pluošto.

### **Eksperimento rezultatai**

Eksperimento rezultatai parodyti 5.4 pav. Galima matyti, kad šviesos sūkuriai sukasi keičiant fazių skirtumą. Taip pat, aukštesnio nei pirmo topologinio krūvio sūkuriai yra nestabilūs ir esant fonui, skyla į  $|m|$  vienetinio topologinio krūvio sūkurių.

## Išvados

Teoriškai ir eksperimentiškai parodyta, kad įmanoma valdyti šviesos sūkurius suvedant juos kolineariai su Gauso pluoštu. Jeigu interferuojantys pluoštai yra Lagero-Gauso modos su nuliniu radialiniu indeksu, yra įmanoma analitiškai suskaičiuoti šviesos sūkurių pozicijas. Šio metodo privalumas yra tas, kad jis nėra ribotas optinio pažeidimo slenksčio, lyginant su pvz. erdviniu šviesos modulatoriumi. Tačiau šviesos sūkuriai, kurie yra aukštesnio nei vienetinio topologinio krūvio yra nestabilūs ir skyla į vienetinio topologinio krūvio sūkurius. Taip pat yra ribota sūkurių judėjimo maksimali amplitudė.

# 6. Topologinio krūvio tvermės dėsnis pusinio topologinio krūvio sūkuriamis antros harmonikos generavimo procese

Yra žinoma, kad sveiko topologinio krūvio sūkuriamis netiesiniuose optiniuose procesuose galioja topologinio krūvio tvermės dėsnis [11, 12, 109, 8, 7]. Šiame skyriuje nagrinėjamas topologinio krūvio tvermės dėsnis pusinio topologinio krūvio sūkuriamis. Čia pateikiamų tyrimų rezultatai buvo publikuoti straipsnyje [P5] ir pristatyti konferencijoje [K3].

## Topologinis krūvio tvermės dilema dalinio topologinio krūvio sūkuriamis

Panagrinėkime šviesos sūkurių antros harmonikos generacijos procesą. Neatsižvelgiant į apertūrinį-diafragminį reiškinį ir pirmos harmonikos pluošto nuskurdinimą, antros harmonikos pluošto amplitudės lygtis atrodys taip :

$$2ik_2 \frac{\partial A_2}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial A_2}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial A_2}{\partial \phi} = i\sigma_2 A_1^2(\rho, \phi, z) e^{i\Delta k z} , \quad (6.1)$$

kur  $A_2(\rho, \phi, z)$  yra antros harmonikos kompleksinė amplitudė,  $A_1(\rho, \phi, z)$  yra pirmos harmonikos kompleksinė amplitudė, o  $\Delta k$  yra fazinis nederini-

mas. Jeigu pirmos harmonikos pluoštas yra šviesos sūkurys su topologiniu krūviu  $l$ , t. y.  $A_1(\rho, \phi, z) \propto \exp(il\phi)$ , tuomet kad lygtis (6.1) galio-tų, antros harmonikos pluoštas turi turėti dvigubą topologinį krūvį, t. y.  $A_2(\rho, \phi, z) \propto \exp(i2l\phi)$ .

Šis topologinio krūvio tvermės dėsnis turėtų galioti bet kokių topologinių krūvių sukuriams : tiek sveikųjų, tiek ir trupmeninių. Tačiau trupmeni-nių topologinių krūvių sūkuriai turi tokią savybę, kad jie yra nestabilūs ir sklisdami transformuojasi į artimiausio sveiko topologinio krūvio sūkurius [3, 4]. Tuomet kyla klausimas, kurie topologiniai krūviai susidės netiesi-niame procese: ar trupmeniniai, ar sveikieji? Norint atsakyti į šį klausimą reikia panagrinėti dalinio topologinio krūvio sūkurių sklidimą erdvėje ir jų stabilumą. Šie klausimai bus aptarti tolimiesniuose skyreliuose.

### **Pusinio topologinio krūvio šviesos sūkurių stabilumas ir sklidimo ypatumai**

Gali iškilti klausimas, koku būdu sūkuriai transformuojasi sklisdami? Ar yra koks nors pereinamasis procesas, ar viskas vyksta šuoliškai?

Kad atsakytume į šį klausimą, pirmiausiai panagrinėkime trupmeninio šviesos sūkurio transformaciją, esant koherentiniam fonui. Tarkime, sūkurio centro aplinkoje turime koherentinį foną, kurio amplitudė yra  $C$ , o fazė sūkurio atžvilgiu  $q$ . Tuomet galime užrašyti lauko amplitudės išraišką :

$$E(\rho, \phi) = r \sin \frac{\phi}{2} \exp \left( -i \frac{\phi}{2} \right) + C \exp(iq). \quad (6.2)$$

Iš šios išraiškos, lauko amplitudę prilyginę nuliui, galime rasti šviesos sūkurių pozicijas. Sprendinys yra toks :

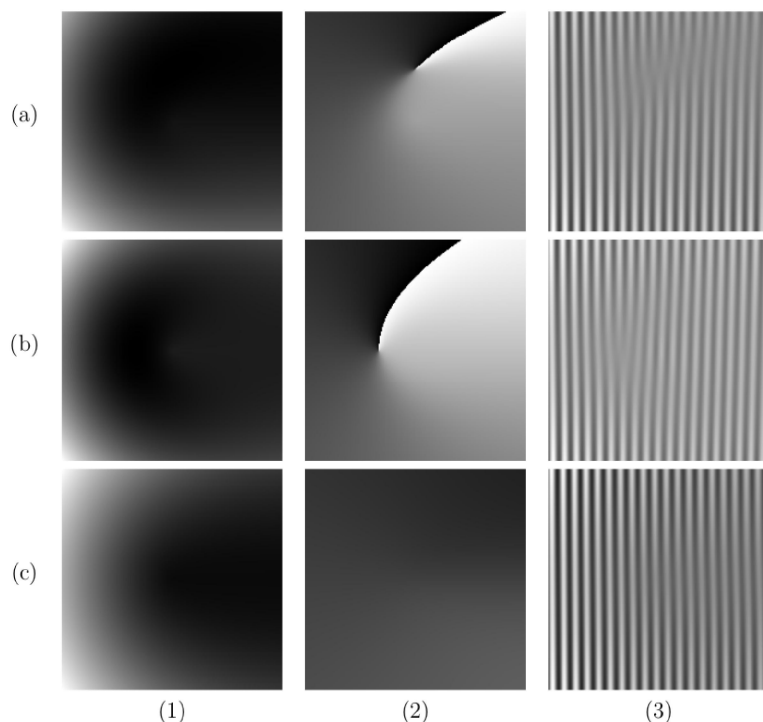
$$r_0 = \frac{C}{\sin q}, \quad (6.3)$$

$$\phi_0 = -2q, \quad (6.4)$$



6. Topologinio krūvio tvermės dėsnis dalinio topologinio krūvio sukuriams antros harmonikos generavimo procese

---



6.1 pav.: Pusinio topologinio krūvio šviesos sūkuriai, veikiant koherentiniam fonui : (1) - intensyvumo skirstinys sūkurio centre, (2) - fazinis portretas, (3) - interferencinis vaizdas su plokščia banga. (a) ir (b) atvejuose stebimas pirmo topologinio krūvio sūkurys, tuo tarpu (c) atveju sūkurys neegzistuoja, kadangi fono fazė netenkina sąlygos  $0 < q < \pi$ .

kur  $r_0$  ir  $\phi_0$  yra šviesos sūkurio radialinė ir azimutinė koordinatės atitinkamai. Šis šviesos sūkurys turės pirmą topologinį krūvį. Tačiau sprendinys egzistuos tik tada, jeigu koherentinio fono fazė tenkins sąlygą  $0 < q < \pi$ , priešingu atveju šviesos sūkurys neegzistuos. Kai kurie pusinių šviesos sūkurių intensyvumo skirstinių, fazinių portretų ir interferencinių vaizdų atvejai veikiant koherentiniam fonui pavaizduoti 6.1 pav.

Taigi, esant bent menkiausiam koherentiniam fonui, pusinio topologinio krūvio sūkurys transformuosis į vienetinio topologinio krūvio sūkurį arba išnyks iš viso, priklausomai nuo koherentinio fono fazės. Tačiau ką tai turi bendro su šviesos sūkurio sklidimu erdvėje? Atsakysime į šį klausimą remdamiesi [4] straipsnyje pateiktomis formulėmis. Šviesos sūkurio kompleksinę amplitudę galima užrašyti tokiu būdu:

$$E(\rho, \phi) = \frac{\rho}{\alpha} \sin \frac{\phi}{2} \exp \left( -\frac{\rho^2}{\alpha^2} \right) \exp \left( -i\frac{\phi}{2} - i\frac{k\rho^2}{2R} \right), \quad (6.5)$$

kur  $\alpha$  yra pluošto spindulys, o  $R$  yra pluošto bangos fronto kreivumo spindulys. Pusinio topologinio krūvio amplitudė formulėje (6.5) gali būti perrašyta kaip vienetinio topologinio krūvio sukurio ir žiedinio intensyvumo skirstinio pluošto, neturinčio jokio topologinio krūvio, suma :

$$E(\rho, \phi) = \frac{\rho}{2\alpha} \exp\left(-\frac{\rho^2}{\alpha^2}\right) (\exp(-i\phi) - 1) \exp\left(-\frac{ik\rho^2}{2R} + i\frac{\pi}{2}\right). \quad (6.6)$$

Kitaip tariant, galima laikyti, kad pusinio topologinio krūvio šviesos pluoštas susideda iš dviejų dalių : reguliariosios ( $E_r(\rho, \phi)$ ) ir sūkurinės ( $E_v(\rho, \phi)$ ) :

$$E_r = -i\frac{\rho}{2\alpha} \exp\left(-\frac{\rho^2}{\alpha^2} - \frac{ik\rho^2}{2R}\right), \quad (6.7)$$

$$E_v = i\frac{\rho}{2\alpha} \exp\left(-i\phi - \frac{\rho^2}{\alpha^2} - \frac{ik\rho^2}{2R}\right). \quad (6.8)$$

Pluoštui sklindant erdve, sūkurinė dalis išlaikys savo tamsiąją šerdį, o reguliarioji dalis - ne. Pluošto centre iškart pradės formuotis Puasono dėmė, kuri sudarys sūkurio centre koherentinį foną. Todėl įvyks pusinio topologinio krūvio sūkurio transformaciją į vienetinio topologinio krūvio sūkurį.

## Topologinio krūvio tvermės dėsnis ir antros harmonikos generacija panaudojant pusinio topologinio krūvio sūkurį

### Topologinio krūvio tvermės dėsnis

Yra žinoma, kad netiesiniuose optiniuose procesuose šviesos sukuriams galioja topologinio krūvio tvermės dėsnis [11, 12, 109, 8, 7]. Pavyzdžiui, jeigu tribangės sąveikos atveju turime šviesos pluoštus, kurių dažniai  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  ir  $\omega_3$  yra tokie, kad  $\omega_3 > \omega_1, \omega_2$ , tuomet galios lygybė

$$l_3 = l_1 + l_2 . \quad (6.9)$$

Tai seka iš surištųjų amplitudžių lygčių. Pavyzdžiui, antros harmonikos generacijos atveju, nepaisant kaupinimo nuskurdinimo ir apertūrinio-diafragminio reiškinių, lygtis antros harmonikos amplitudei atrodo taip :

$$2ik_2 \frac{\partial A_2}{\partial z} + \frac{\partial^2 A_2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_2}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial \phi^2} = i\sigma_2 A_1^2 \exp(i\Delta k z) , \quad (6.10)$$

kur  $A_2$  yra antros harmonikos kompleksinė amplitudė,  $A_1$  yra pirmos harmonikos kompleksinė amplitudė,  $\rho, \phi, z$  yra cilindrinės koordinatės,  $\sigma_2$  yra netiesinio ryšio koeficientas, bei  $\Delta k$  yra fazinis nederinimas. Jeigu, tarkime, pirmos harmonikos pluoštas turi topologinį krūvį  $l_1$ , t.y.  $A_1 \propto \exp(il_1 \phi)$  tuomet lygtis 6.10 turės sprendinį  $A_2 \propto \exp(i2l_1 \phi)$ . Kitaip tariant, antros harmonikos pluoštas turės dvigubą topologinį krūvį.

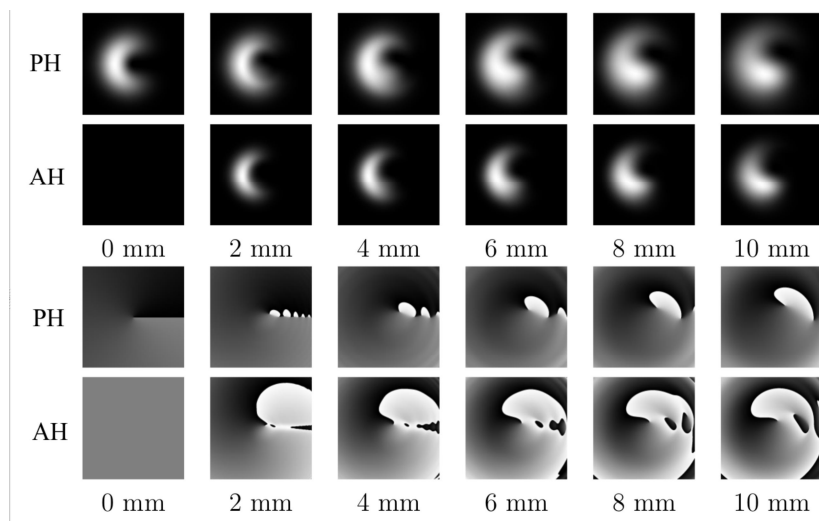
Šis rezultatas yra įrodytas sveiko topologinio krūvio šviesos sukuriams. Atrodytų, tai turėtų galioti ir trupmeninio topologinio krūvio sukuriams. Tačiau jeigu turime pusinio topologinio krūvio sukūrį, jis transformuojasi į vienetinio topologinio krūvio sukūrį. Tuomet kyla klausimas ar antroje harmonikoje bus vienetinio topologinio krūvio sukūrys ( $1 = 1/2 + 1/2$  pagal formulę 6.9), ar vis tiktai antra harmonika bus generuojama iš pirmo topologinio krūvio sukūrio ir antroje harmonikoje pluošto suminis topologinis krūvis bus 2 ( $2 = 1 + 1$ )?

### Skaitmeninis modeliavimas

Siekiant iširti antros harmonikos, kaupinamos pusinio topologinio krūvio sukūriu, ypatumus buvo atliktas skaitmeninis modeliavimas. Skaitmeniškai spęstos šios lygtys:

$$2ik_1 \frac{\partial A_1}{\partial z} + \nabla_T^2 A_1 = i\sigma_1 A_2^* A_1 \exp(-i\Delta k z) \quad (6.11a)$$

6. Topologinio krūvio tvermės dėsnis dalinio topologinio krūvio sukuriams antros harmonikos generavimo procese



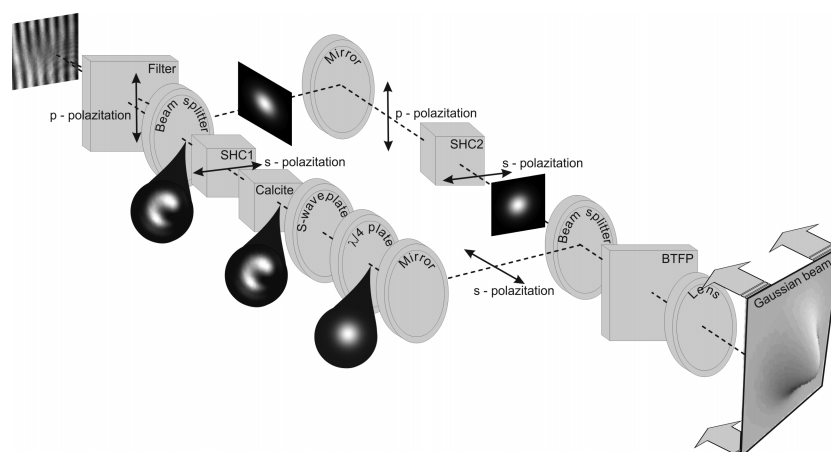
6.2 pav.: Skaitmeninio modeliavimo rezultatai : pirmos harmonikos (PH) ir antros harmonikos (AH) intensyvumo skirstiniai (viršuje) ir faziniai portretai (apačioje) ties skirtingais atstumais netiesiniame kristale. Galima matyti, kad antroje harmonikoje maždaug pluošto centre yra vienietinio topologinio krūvio sukūrys.

$$2ik_2 \frac{\partial A_2}{\partial z} + \nabla_T^2 A_2 = i\sigma_2 A_1^2 \exp(i\Delta k z) \quad (6.11b)$$

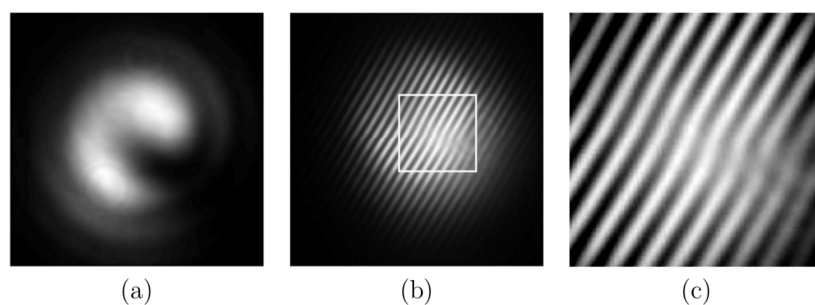
Fazinis nederinimas pasirinktas  $\Delta k = 0$ , neatsižvelgta į apertūrinių-diafragminių reiškinių. Netiesinio kristalo lūžio abejoms harmonikoms pasirinkti  $n_1 = n_2 = 1.5$ , neprisirišant prie konkretaus kristalo, o netiesinės terpės ilgis yra 10 mm. Skaitmeninio modeliavimo rezultatai parodyti 6.2 pav.

Kaip galima matyti iš 6.2 pav., maždaug antros harmonikos pluošto centre susiformuoja vienietinio topologinio krūvio sukūrys, nepaisant to kad pirmos harmonikos pluoštas yra nestabilus ir transformuojasi į pirmo topologinio krūvio sukūrį. Taip yra todėl, kad pirmos harmonikos pluošto skilimas vyksta tamsioje pluošto dalyje, kuri neturi įtakos antros harmonikos generacijai. Antros harmonikos generacija vyksta tik šviesiojoje pirmos harmonikos pluošto dalyje, todėl tik tos dalies fazinė informacija ir daro įtaką antros harmonikos pluošto fazei.

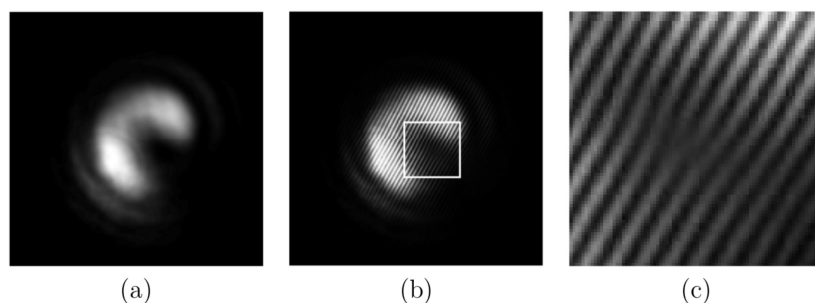
## 6. Topologinio krūvio tvermės dėsnis dalinio topologinio krūvio sukuriams antros harmonikos generavimo procese



6.3 pav.: Eksperimento schema. Lens - lęšiai, Mirror - veidrodžiai, SHC1, SHC2 - netiesiniai kristalai, BFTP - plėvelinis poliarizatorius, Calcite - poliarizatorius (kalcito kristalas), Beam Splitter - pluošto daliklis,  $\lambda/4$  plate -  $\lambda/4$  plokštelė, S-Waveplate - radialinės poliarizacijos keitiklis, Filter - filtras.



6.4 pav.: Eksperimento rezultatai : pirmos harmonikos pluoštas. (a) - pirmos harmonikos pluošto intensyvumo skirtinys, (b) - interferencinis vaizdas, (c) - padidinta centrinė interferencinio vaizdo dalis, pažymėta kvadratu (b) atvejuje. Galima matyti, kad tarp interferencinių juostų atsiranda poslinkis, rodantis, jog egzistuoja fazės šuolis per  $\pi$ .



6.5 pav.: Eksperimento rezultatai : antros harmonikos pluoštas. (a) - antros harmonikos pluošto intensyvumo skirtinys, (b) - interferencinis vaizdas, (c) - padidinta centrinė interferencinio vaizdo dalis, pažymėta kvadratu (b) atvejuje. Galima matyti, kad pluošto centre egzistuoja interferencinė šakutė, būdinga pirmo topologinio krūvio sukuriui.

## **Eksperimentas**

### **Eksperimento eiga**

Norint nustatyti šviesos sukurių topologinius krūvius buvo panaudotas Mach-Zehnder interferometras. Eksperimento schema parodyta 6.3 pav. Kaip šviesos šaltinis buvo panaudotas STA-01CW lazeris (Standa Ltd.) (bangos ilgis  $\lambda = 1064$  nm). Iš lazerio ateinantis Gauso pluoštas buvo kolimuotas lęšiu (schemoje: Lens), tuomet pluošto dalikliu (schemoje: Beam Splitter) buvo padalintas į dvi šakas : vienoje iš jų patalpinta sistema su radialinės poliarizacijos keitikliu (eksp. schemoje: S-waveplate), skirtu formuoti pusinio topologinio krūvio sukurį, iš kurio vėliau kristale SHC1 generuojama antra harmonika. Kita eksperimentinės schemos šaka yra skirta tik interferenciniams matavimams. Joje tiesiog iš Gauso pluošto generuojama antra harmonika kristale SHC2 tam, kad schemos išėjime būtų atraminis pluoštas skirtas interferenciniams matavimams. Schemos pabaigoje sukuriu antros harmonikos ir atraminis pluoštai yra vėl sujungiami pluošto dalikliu. Nufiltravus pirmos harmonikos liekanas, CCD kamera registruojamas antros harmonikos pluoštas (arba jo interfereincinis vaizdas, jeigu atraminis pluoštas neužblokuotas). Taip pat pakeitus filtrą buvo užregistruotas ir pirmos harmonikos pluoštas.

### **Eksperimento rezultatai**

Eksperimento rezultatai pavaizduoti 6.4 ir 6.5 pav. Pirmos harmonikos pluošte egzistuoja pusinio topologinio krūvio sukurys (6.4 pav.), arba, tiksliau pasakius, nors pusinio topologinio krūvio sukurys yra nestabilus ir skyla į pirmo topologinio krūvio sukurį, tačiau tas skilimas vyksta tamsiojoje pluošto dalyje, o šviesioji pluošto dalis išlaiko savo fazinę charakteristiką, būdinga pusinio topologinio krūvio sukuriui. Todėl, nors ir pusinio topologinio krūvio sukurys suyra, jo fazinę charakteristiką vis tiek dar gali-

ma užfiksuoti interferenciniu metodu ir ties ta vieta, kur turėtų būti mišri kraštinė-sūkurinė dislokacija, galima matyti interferencinių juostų poslinkį per fazę  $\pi$ , kaip tai matoma 6.4 pav. atvejuje (c).

Antros harmonikos pluoštas analizuotas tokiu pačiu interferenciniu metodu ir jo centre matoma interferencinė šakutė (6.5 pav. (c)), kas įrodo pirmo topologinio krūvio sūkurio egzistavimą antros harmonikos pluošto centre.

Taigi, eksperimentiškai įrodyta, kad generuojant antrą harmoniką iš pusinio topologinio krūvio sūkurio, antroje harmonikoje susidaro pirmo topologinio krūvio sūkurys, taigi topologinio krūvio tvermės dėsnis galioja.

## Išvados

Teoriškai ir eksperimentiškai nustatyta, kad pusinio topologinio krūvio sūkuriui antros harmonikos generacijos procese topologinio krūvio tvermės dėsnis galioja, nepaisant pusinio topologinio krūvio sūkurio nestabilumo. Taip yra todėl, kad sūkurio transformacijos procesas vyksta tamsiojoje pluošto dalyje, kuri praktiškai neįtakoja antros harmonikos generacijos proceso. Į antros harmonikos pluoštą perduodama tik fazinė informacija, esanti šviesiojoje sūkurinio pluošto dalyje.

# **7. Pluoštų su poliarizacinėmis dislokacijomis generavimas parametriškai stiprinant šviesos sūkurius**

Šiame skyriuje apžvelgsime naują būdą formuoti radialinės bei azimutinės poliarizacijos pluoštus bei pluoštus su aukštesnės eilės poliarizacinėmis dislokacijomis panaudojant šviesos sūkurių parametrinį stiprinimą.

## **Pluoštų su poliarizacinėmis dislokacijomis formavimas panaudojant Lagero-Gauso modų superpoziciją**

Pluoštai su poliarizacinėmis dislokacijomis gali būti formuojami panaudojant Lagero-Gauso modų superpoziciją [110, 111, 112]. Detali pluoštų su poliarizacinėmis dislokacijomis analizė yra atlikta darbuose [110, 111]. Šiame skyrelyje bus pateikta tikrai supaprastinta apžvalga.

Analogiškai fazinėms dislokacijoms (šviesos sūkuriams) egzistuoja ir kitos rūšies dislokacijos, kur poliarizacija yra neapibrėžta. Pats paprasčiausias tokios dislokacijos pavyzdys yra radialinės bei azimutinės poliarizacijos pluoštai. Radialinės poliarizacijos pluošto poliarizacijos vektorius gali būti aprašytas taip:



$$\vec{v}_r = A(r) \begin{bmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{bmatrix}, \quad (7.1)$$

kur  $A(r)$  yra pluošto gaubtinė. Galima parodyti, kad šis pluoštas yra dviejų šviesos sūkurių su priešinga apskritimine poliarizacija ir priešingu topologinių krūviu superpozicija:

$$\vec{v}_r = \frac{1}{2}A(r) \left( \exp(i\phi) \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} + \exp(-i\phi) \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \right). \quad (7.2)$$

Analogiškai galima užrašyti ir azimutinės poliarizacijos pluošto vektorių:

$$\begin{aligned} \vec{v}_a &= A(r) \begin{bmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi \end{bmatrix} = \\ &= \frac{i}{2}A(r) \left( \exp(i\phi) \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} - \exp(-i\phi) \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \right). \end{aligned} \quad (7.3)$$

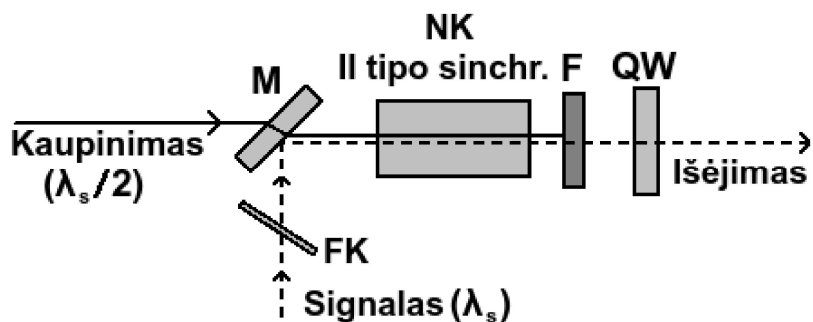
Tačiau šie pluoštai yra tik atskiri atvejai daug bendresnės pluoštų su poliarizacinėmis dislokacijos atvejai. Apibendrinus, iš dviejų optinių sūkurių su topologiniais krūviais  $l$  ir  $-l$  galima gauti tokius pluoštus:

$$\begin{aligned} \vec{v}_l^{(1)} &= A(r) \begin{bmatrix} \cos l\phi \\ \sin l\phi \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{2}A(r) \left( \exp(il\phi) \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} + \exp(-il\phi) \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (7.4)$$

ir

$$\begin{aligned} \vec{v}_l^{(2)} &= A(r) \begin{bmatrix} -\sin l\phi \\ \cos l\phi \end{bmatrix} = \\ &= \frac{i}{2}A(r) \left( \exp(il\phi) \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} - \exp(-il\phi) \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \right). \end{aligned} \quad (7.5)$$

Tai yra pluoštai su aukštesnės eilės poliarizacinėmis dislokacijomis. Šia-



7.1 pav.: Eksperimento idėjinė schema : M - veidrodis, FK - fazės keitiklis (plona stiklo plokštelė, kurią sukiniėjant galima keisti signalinės bangos fazę), NK - netiesinis kristalas (tenkinamas antro tipo sinchronizmas), F - filtras, sugeriantis kaupinimo pluoštą ir QW -  $\lambda/4$  plokštelė. Kaupinimo pluoštas yra Gausinis o signalinė banga - šviesos sūkurys. Išėjime pluoštas turi poliarizacinę dislokaciją.

me darbe mes juos vadinsime radialinio tipo (lygtis (7.4)) ir azimutinio tipo (lygtis (7.5)) pluoštais.

## Poliarizacinių dislokacijų generavimo technika

Darbe [112] buvo parodytas būdas formuoti poliarizacines dislokacijas iš dviejų Lagero-Gauso modų panaudojant erdvinį šviesos moduliatorių. Čia pasinaudosime šiek tiek kitu būdu. Yra žinoma, kad kolinearioje parametrinėje sąveikoje galioja topologinio krūvio tvermės dėsnis. Vadinasi, stiprinant šviesos sūkurį, kurio topologinis krūvis yra  $l$ , kaupinant paprastu Gauso pluoštu, šalutinės bangos topologinis krūvis bus  $-l$ . Jeigu pasirinkime antro tipo netiesinį kristalą ir stiprinsime šviesos sūkurį išsigimusiam (pagal bangos ilgį) režime, tai esant pakankamai dideliame stiprinime išėjime turėsime du panašaus intensyvumo, statmenų vienas kitam poliarizacijų sūkurius su priešingais topologiniais krūviais. Sąveikos geometrija taip pat turėtų būti pasirinkta, kad sūkuriai išėjime būtų kolinearūs. Tuomet, po kristalo pluošto kelyje įstačius  $\lambda/4$  plokštelę, galima iškart gauti pluoštus su poliarizacinėmis dislokacijomis.

Eksperimento schema parodyta 7.1 pav. Signalinė ir kaupinimo bangos suvedamos kolineariai veidrodžio M pagalba, kuris atspindi signalinę

ir praleidžia kaupinimo bangą. Tuomet netiesiniame kristale NK vyksta parametrinis stiprinimas. Kristale NK turi būti antro tipo sinchronizmas, kad šalutinė ir signalinė bangos būtų statmenų poliarizacijų. Tuomet filtras F sugeria kaupinimo pluoštą ir  $\lambda/4$  plokštelė iš signalinės ir šalutinės bangų suformuoja pluoštą su poliarizacine dislokacija. Žinoma, kad tai įvyktų reikia užtikrinti tinkamą fazių skirtumą tarp signalinės ir šalutinės bangos. Tuo tikslu signalinės (arba gali būti ir kaupinimo) bangos kelyje yra pastatomas fazės keitiklis FK, kuris iš principo yra stiklo plokštelė. Keičiant stiklo plokštelės orientaciją galima pasiekti skirtingą optinį kelią tokiu būdu keičiant signalinės (arba kaupinimo) bangos fazę.

Yra svarbu tai, jog  $\lambda/4$  plokštelė būtų tinkamai orientuota 45 laipsnių kampū. Pasirinkime koordinačių sistemą, apibrėžiamą pagal kairės rankos taisyklę ir visas sukimosi kryptis matuokime šaltinio atžvilgiu. Tuomet, jeigu paprastos  $\lambda/4$  plokštelės Džounso matrica yra

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}, \quad (7.6)$$

tai galime nesunkiai parodyti, jog pasuktos 45° laipsnių kampū prieš laikrodžio rodyklę  $\lambda/4$  plokštelės matrica bus:

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix}. \quad (7.7)$$

Panagrinėkime du atvejus:

1) kai tarp signalinės ir šalutinės bangos yra  $\pi/2$  fazių skirtumas. Tuomet už kristalo turime poliarizacijos vektorių

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} \exp(i\phi) \\ i \exp(-i\phi) \end{bmatrix}. \quad (7.8)$$

Prasklidęs pro  $\lambda/4$  plokštelę, pluoštas transformuosis taip:

$$\vec{w} = \begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp(il\phi) \\ i \exp(-il\phi) \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} \cos(l\phi) \\ \sin(l\phi) \end{bmatrix}. \quad (7.9)$$

Matome, jog išėjime turėsime radialinio tipo pluoštą.

2) Galimas atvejis, kai fazių skirtumas tarp signalinės ir šalutinės bangų yra  $-\pi/2$ . Tuomet už kristalo šviesos poliarizacijos vektorius bus toks:

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} i \exp(il\phi) \\ \exp(-il\phi) \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

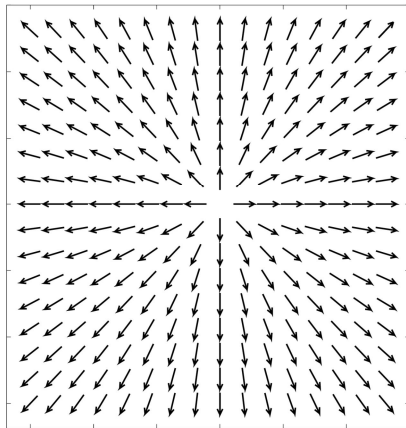
ir išėjime turėsime azimutinio tipo pluoštą:

$$\vec{w} = \begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \exp(il\phi) \\ \exp(-il\phi) \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} -\sin(l\phi) \\ \cos(l\phi) \end{bmatrix}. \quad (7.11)$$

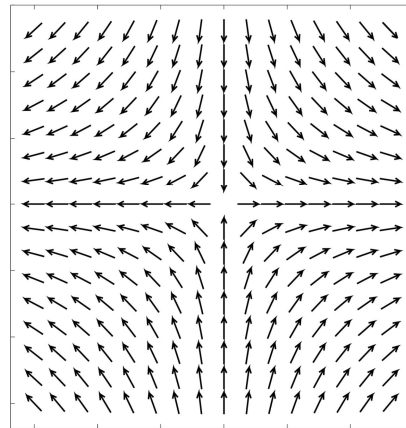
Žinoma, gali kilti klausimas, kas nutiks, jeigu  $\lambda/4$  plokštelė bus pasukta į priešingą pusę, t.y.  $-45^\circ$  kampų? Tokiu atveju turėsime dar kitokias poliarizacines dislokacijas. Visų šių atvejų pluoštų poliarizacijos išėjime pavaizduotos 7.2 pav. (žr. sekantį puslapį) Signalinio sūkurio topologinis krūvis lygus vienetui. Matome, jog su skirtingais fazių skirtumais galima gauti tiek radialinės, tiek azimutinės poliarizacijos pluoštą, o esant priešingai orientuotai  $\lambda/4$  plokštei, galima gauti dar kitokio tipo poliarizacines dislokacijas.

7. Pluoštų su poliarizacinėmis dislokacijomis generavimas parametriškai stiprinant šviesos sūkurius

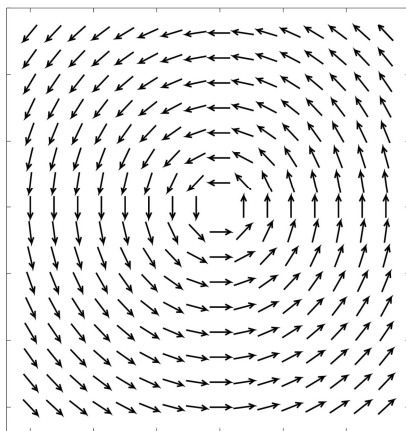
---



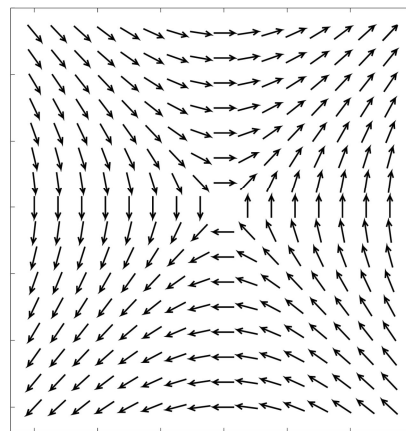
$$\alpha = 45^\circ, \Delta\Phi = \pi/2$$



$$\alpha = -45^\circ, \Delta\Phi = \pi/2$$



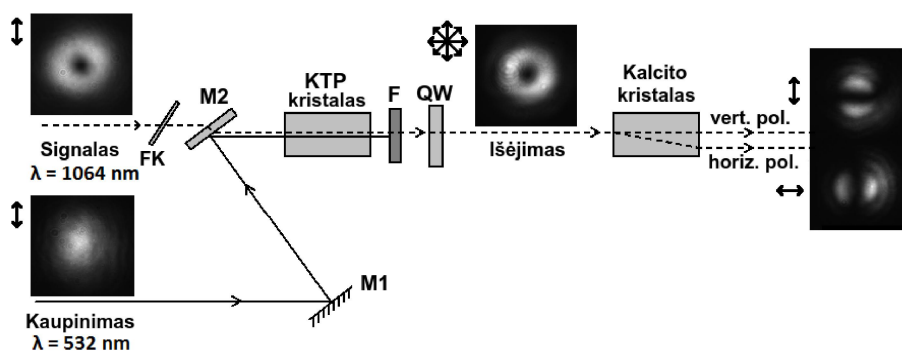
$$\alpha = 45^\circ, \Delta\Phi = -\pi/2$$



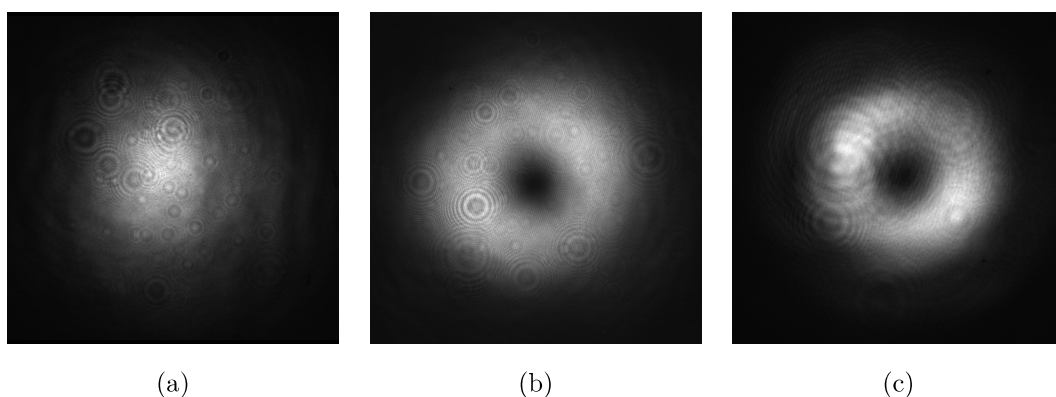
$$\alpha = -45^\circ, \Delta\Phi = -\pi/2$$

7.2 pav.: Įmanomos išeinančių pluoštų poliarizacijos su skirtingomis  $\lambda/4$  plokštelių orientacijomis ir skirtingais fazių skirtumais tarp signalinės ir šalutinės bangų. Signalinio sūkurio topologinis krūvis lygus vienetui. Viršuje kairėje - radialinės poliarizacijos pluoštas, apačioje kairėje - azimutinės. Dešinėje pavaizduotos poliarizacinės dislokacijos gaunamos, kai  $\lambda/4$  plokštelė pasukta  $-45^\circ$  kampu.

## 7. Pluoštų su poliarizacinėmis dislokacijomis generavimas parametriškai stiprinant šviesos sūkurius



7.3 pav.: Eksperimento schema. FK - fazės keitiklis (stiklo plokštelė, leidžianti keisti signalinės bangos fazę), M1 - veidrodis, M2 - selektyvus veidrodis, atspindintis kaupinimo ir praleidžiantis signalinį pluoštą, KTP - netiesinis kristalas (antro tipo sinchronizmas), QW -  $\lambda/4$  plokštelė, CC - kalcito kristalas.



7.4 pav.: Intensyvumo skirtingai pradinio kaupinimo pluošto (a), signalinės bangos (b) ir schemos išėjime (c). Kaupinimo pluoštas yra Gausinis, signalinis pluoštas yra vienetinio topologinio krūvio sūkurys o schemos išėjime pluoštas turi radialinę poliarizaciją.

## Eksperimentas

### Eksperimento eiga

Eksperimento schema kartu su dalimi rezultatų parodyta 7.3 pav. Pradinis kaupinimo pluoštas yra Gausinis, o signalinis - vienetinio topologinio krūvio sūkurys (7.4 pav. (a) ir (b)). Teisinga signalinio pluošto fazė pasirenkama fazės keitikliu FK, kuris iš esmės yra stiklo plokštelė, kurią sukiniant galima keisti signalinės bangos optinį kelią. Tuomet signalinė ir kaupinimo bangos yra suvedamos kolineariai selektyvaus veidrodžio M2 pagalba ir sig-

nalinė banga yra stiprinama kristale KTP. Kad šis metodas veiktų, reikia, kad kristale būtų antro tipo fazinis sinchronizmas ir parametrinė sąveika turi būti išsigimusi bangos ilgio atžvilgiu.

Po kristalo, filtras F sugeria likusį kaupinimo pluoštą. Signalinė ir šaltinė bangos kolineariai sklinda per  $\lambda/4$  plokštelę QW ir transformuojasi į radialinės poliarizacijos pluoštą. Po to, siekiant išanalizuoti pluošto poliarizacinę struktūrą, schemos išėjime pluoštas yra analizuojamas dvigubo lūžio kalcito kristalu. Pluošto poliarizacijos dedamosios yra atskiriamos ir jų intensyvumo skirstiniai registruojami CCD kamera.

### **Eksperimento rezultatai**

Minėtu metodu buvo suformuoti radialinės ir azimutinės poliarizacijos pluoštai ir kalcito kristalu išanalizuota jų poliarizacinė struktūra. CCD kamera užfiksuoti Kaupinimo, signalinės bangos ir suformuoto radialinės poliarizacijos pluošto intensyvumų skirstiniai yra parodyti 7.4 pav. Taip pat, keičiant signalinės bangos fazę keitikliu FK, galima gauti ir azimutinės poliarizacijos pluoštą.

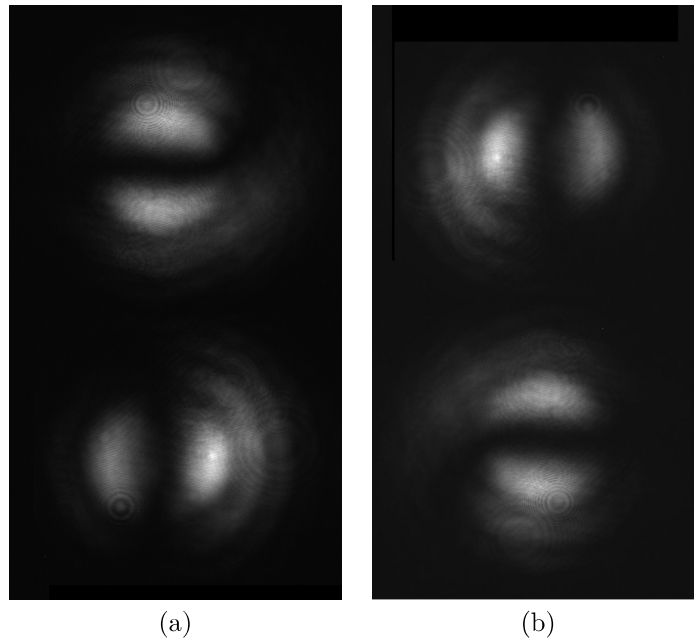
Suformuotų radialinės ir azimutinės poliarizacijos pluoštų poliarizacinės dedamosios, atskirtos kalcito kristalu, pavaizduotos 7.5 pav.

Pirmu atveju (7.5 pav. (a)) vertikali Ermito-Gauso moda yra poliarizuota vertikaliai, o horizontali - horizontaliai, kas parodo analizuojamo pluošto radialinę poliarizaciją. Antru atveju (7.5 pav. (b)) yra atvirkščiai - horizontalioji Ermito-Gauso moda yra poliarizuota vertikaliai, o vertikalioji - horizontaliai, taigi, turime azimutinės poliarizacijos pluoštą.

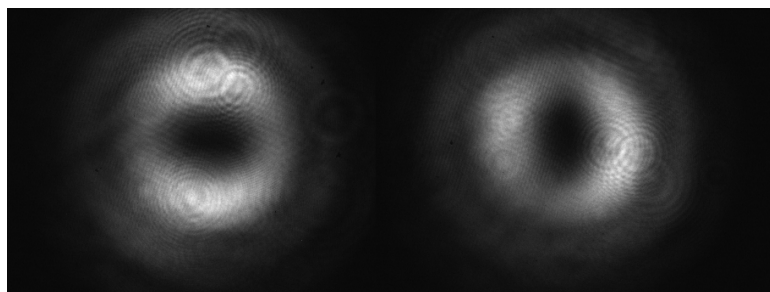
Verta paminėti, jog eksperimente yra svarbu turėti didelį stiprinimą. Aptarti rezultatai buvo gauti esant stiprinimui apie 500 kartų. Kai stiprinimas buvo tik apie 30 kartų, pluošto periferijoje nesusidaro teisinga poliarizacija, todėl už kalcito kristalo Ermito-Gauso modos nebuvo stebimos (fig. 7.6 pav.).

7. Pluoštų su poliarizacinėmis dislokacijomis generavimas parametriškai stiprinant šviesos sūkurius

---



7.5 pav.: Vertikali (viršuje) ir horizontali (apačioje) poliarizacijos dedamosios radialiai (a) ir azimutiškai (b) poliarizuotų pluoštų po kalcito kristalo.



7.6 pav.: Vertikali (kairėje) ir horizontali (dešinėje) poliarizacijos dedamosios esant mažam stiprinimui apie 30 kartų. Pluošto periferijoje nesusidaro teisinga poliarizacija.



## Išvados

Teoriškai išnagrinėtas ir eksperimentiškai pademonstruotas naujas metodas, leidžiantis formuoti radialinės bei azimutinės poliarizacijos pluoštus, panaudojant superpoziciją tarp šviesos sūkurių, gautų šviesos parametrinio stiprinimo metu. Taip pat šiuo metodu galima generuoti ir kitokius pluoštus su aukštesnės eilės poliarizacinėmis dislokacijomis.

## 8. Pagrindiniai rezultatai ir išvados

1. Parodyta teoriškai ir eksperimentiškai, jog radialinės poliarizacijos keitikliu galima formuoti tiek vienetinio, tiek ir pusinio topologinio krūvio sūkurius panaudojant apskritimiškai poliarizuotą Gauso pluoštą. Norint suformuoti pusinio topologinio krūvio šviesos sūkurį, reikia radialinės poliarizacijos elementą apšviesti dvigubai ilgesnio bangos ilgio šviesa nei elemento nominalus bangos ilgis.

2. Teoriškai išnagrinėta ir eksperimentiškai patikrinta dvigubo topologinio krūvio šviesos sūkurių formavimo technika panaudojant dvigubą pluošto praėjimą per radialinės poliarizacijos keitiklį. Interferenciniais matavimais nustatyta, kad tokiu būdu suformuotas šviesos pluoštas turi dvigubą topologinį krūvį.

3. Teoriškai ir eksperimentiškai parodyta, kad įmanoma valdyti šviesos sūkurius suvedant juos kolineariai su Gauso pluoštu. Parodyta, kad esant suderintiems šviesos pluoštų bangos frontams, šviesos sūkurio tamsiosios šerdies atstumas nuo pluošto centro pozicija priklauso nuo interferuojančių pluoštų intensyvumų santykio, o azimutinė koordinatė - nuo fazių skirtumo. Šio metodo privalumas yra tas, kad jis nėra ribotas optinio pažeidimo slenksčio, lyginant su kitais metodais, pvz. erdviniu šviesos moduliatoriumi. Tačiau šviesos sūkuriai, kurie yra aukštesnio nei vienetinio topologinio krūvio yra nestabilūs ir skyla į vienetinio topologinio krūvio sūkurius. Taip pat yra ribota sūkurių judėjimo maksimali amplitudė.

4. Teoriškai ir eksperimentiškai nustatyta, kad pusinio topologinio krūvio sūkuriui antros harmonikos generacijos procese topologinio krūvio tvermės dėsnis galioja, nepaisant pusinio topologinio krūvio sūkuriui nestabilumo. Taip yra todėl, kad sūkuriui transformacijos procesas vyksta tamsiojoje pluošto dalyje, kuri praktiškai neįtakoja antros harmonikos generacijos proceso. Antros harmonikos pluošto fazėi įtaką daro tik šviesioji pirmos harmonikos pluošto dalis, kur fazinė moduliacija yra apytiksliai tokia, kokia ji būtų pusinio topologinio krūvio atveju.

5. Teoriškai išnagrinėtas ir eksperimentiškai įgyvendintas metodas, leidžiantis formuoti radialinės bei azimutinės poliarizacijos pluoštus pasinaudojant šviesos sūkurių, gautų šviesos parametrinio stiprinimo metu, superpozicija. Šis būdas gali būti pritaikytas formuoti ne tik radialinės ar azimutinės poliarizacijos pluoštams, bet ir pluoštams su aukštesnės eilės poliarizacinėmis dislokacijomis.

# Literatūra

- [1] J. F. Nye, M. V. Berry. Dislocations in wave trains. *P. Roy. Soc. Lond. A: Mat.*, **336**(1605), 165–190 (1974)
- [2] P. Couillet, L. Gil, F. Rocca. Optical vortices. *Opt. Commun.*, **73**, 403–408 (1989)
- [3] T. Ali, L. Kreminska, A. B. Golovin, D. T. Crouse. Propagation of optical vortices with fractional topological charge in free space (2014)
- [4] I. V. Basistiy, M. S. Soskin, M. V. Vasnetsov. Optical wavefront dislocations and their properties. *Opt. Commun.*, **119**, 604–612 (1995)
- [5] M. S. Soskin, M. V. Vasnetsov. Nonlinear singular optics. *Pure Appl. Opt. A*, **7**(2), 301 (1998)
- [6] I. Basistiy, V. Bazhenov, M. Soskin, M. Vasnetsov. Optics of light beams with screw dislocations. *Opt. Commun.*, **103**(5), 422 – 428 (1993)
- [7] K. Dholakia, N. B. Simpson, M. J. Padgett, L. Allen. Second-harmonic generation and the orbital angular momentum of light. *Phys. Rev. A*, **54**, R3742–R3745 (1996)
- [8] S.-M. Li, L.-J. Kong, Z.-C. Ren, Y. Li, C. Tu, H.-T. Wang. Managing orbital angular momentum in second-harmonic generation. *Phys. Rev. A*, **88**, 035801 (2013)
- [9] D. V. Petrov, L. Torner. Observation of topological charge pair nucleation in parametric wave mixing. *Phys. Rev. E*, **58**, 7903–7907 (1998)

- 
- [10] D. V. Petrov, G. Molina-Terriza, L. Torner. Vortex evolution in parametric wave mixing. *Opt. Commun.*, **162**(4–6), 357 – 366 (1999)
- [11] A. Beržanskis, A. Matijošius, A. Piskarskas, V. Smilgevičius, A. Stabinis. Sum-frequency mixing of optical vortices in nonlinear crystals. *Opt. Commun.*, **150**, 372–380 (1998)
- [12] A. Beržanskis, A. Matijošius, A. Piskarskas, V. Smilgevičius, A. Stabinis. Conversion of topological charge of optical vortices in a parametric frequency-converter. *Opt. Commun.*, **140**, 273–276 (1997)
- [13] A. Berzanskis, A. Matijosius, A. S. Piskarskas, V. Smilgeviccius, A. Stabinis. Parametric amplification of an optical vortex (1997)
- [14] M. S. Soskin, V. N. Gorshkov, M. V. Vasnetsov, J. T. Malos, N. R. Heckenberg. Topological charge and angular momentum of light beams carrying optical vortices. *Phys. Rev. A*, **56**, 4064–4075 (1997)
- [15] P. Stanislovaitis, V. Smilgevičius. Control of optical vortex dislocations using optical methods. *Lit. J. Phys.*, **52**(4), 295–300 (2012)
- [16] J. Durnin, J. J. Miceli, J. H. Eberly. Diffraction-free beams. *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 1499–1501 (1987)
- [17] W. Lee, X.-C. Yuan, K. Dholakia. Experimental observation of optical vortex evolution in a gaussian beam with an embedded fractional phase step. *Opt. Commun.*, **239**(1–3), 129 – 135 (2004)
- [18] F. A. Bovino, M. Braccini, M. Giardina, C. Sibilìa. Orbital angular momentum in noncollinear second-harmonic generation by off-axis vortex beams. *J. Opt. Soc. Am. B*, **28**(11), 2806–2811 (2011)
- [19] A. Bekshaev, M. Soskin, M. Vasnetsov. Paraxial Light Beams with Angular Momentum. ArXiv e-prints (2008)

- 
- [20] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, J. P. Woerdman. Orbital angular momentum of light and the transformation of laguerre-gaussian laser modes. *Phys. Rev. A*, **45**, 8185–8189 (1992)
- [21] N. B. Simpson, L. Allen, M. J. Padgett. Optical tweezers and optical spanners with laguerre-gaussian modes. *J. Mod. Opt.*, **43**(12), 2485–2491 (1996)
- [22] M. V. Vasnetsov, I. G. Marienko, M. S. Soskin. Self-reconstruction of an optical vortex. *J. Exp. Theor. Phys. Lett.*, **71**(4), 130–133 (2000)
- [23] A. Chernykh, A. Bekshaev, A. Khoroshun, L. Mikhaylovskaya, A. Akhmerov, K. A. Mohammed. Edge diffraction of optical-vortex beams formed by means of the fork hologram (2015)
- [24] I. G. Marienko, M. S. Soskin, M. V. Vasnetsov. Diffraction of optical vortices (1999)
- [25] V. N. Gorshkov, A. N. Koroshun, M. S. Soskin. Diffraction of the singular beam on an opaque screen and regeneration of an optical vortex. *Ukr. J. Phys.*, **51**(2) (2005)
- [26] A. Bekshaev, L. Mikhaylovskaya, A. Chernykh, A. Khoroshun. Evolution of the phase singularities in edge-diffracted optical-vortex beams. ArXiv e-prints (2016)
- [27] R. W. Boyd. *Nonlinear Optics*. ISBN 978-0-12-369470-6 (2008)
- [28] J. Durnin. Exact solutions for nondiffracting beams. i. the scalar theory. *J. Opt. Soc. Am. A*, **4**(4), 651–654 (1987)
- [29] G. Indebetouw. Nondiffracting optical fields: some remarks on their analysis and synthesis. *J. Opt. Soc. Am. A*, **6**(1), 150–152 (1989)
- [30] Y. R. Shen. *Principles of nonlinear optics*. ISBN 978-0471430803 (2002)

- 
- [31] V. Pyragaite, A. Piskarskas, K. Regelskis, V. Smilgevicius, A. Stabinis, S. Mikalauskas. Parametric down-conversion of higher-order bessel optical beams in quadratic nonlinear medium. *Opt. Commun.*, **240**(1–3), 191 – 200 (2004)
- [32] G. Molina-Terriza, J. P. Torres, L. Torner. Orbital angular momentum of photons in noncollinear parametric downconversion. *Opt. Commun.*, **228**(1–3), 155 – 160 (2003)
- [33] J. Arlt, K. Dholakia, L. Allen, M. J. Padgett. Parametric down-conversion for light beams possessing orbital angular momentum. *Phys. Rev. A*, **59**, 3950–3952 (1999)
- [34] Y.-C. Lin, Y. Nabekawa, K. Midorikawa. Conical third-harmonic generation of optical vortex through ultrashort laser filamentation in air. *Opt. Express*, **24**(13), 14857–14870 (2016)
- [35] G. X. Li, S. M. Chen, Y. Cai, S. Zhang, K. W. Cheah. Third harmonic generation of optical vortices using holography-based gold-fork microstructure. *Advanced Optical Materials*, **2**(4), 389–393 (2014)
- [36] P. Hansinger, A. Dreischuh, G. G. Paulus. Optical vortices in self-focusing kerr nonlinear media. *Opt. Commun.*, **282**(16), 3349 – 3355 (2009)
- [37] P. Polynkin, C. Ament, J. V. Moloney. Self-focusing of ultraintense femtosecond optical vortices in air. *Phys. Rev. Lett.*, **111**, 023901 (2013)
- [38] C.-C. Jeng, M.-F. Shih, K. Motzek, Y. Kivshar. Partially incoherent optical vortices in self-focusing nonlinear media. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 043904 (2004)
- [39] J. Christou, V. Tikhonenko, Y. S. Kivshar, B. Luther-Davies. Vortex soliton motion and steering. *Opt. Lett.*, **21**(20), 1649–1651 (1996)

- 
- [40] C. P. S. N. R. Heckenberg, R. McDuff, A. G. White. Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms. *Opt. Lett.*, **17**(3), 221–223 (1992)
- [41] A. V. Carpentier, H. Michinel, J. R. Salgueiro, D. Olivieri. Making optical vortices with computer-generated holograms. *Am. J. Phys.*, **76** (1988)
- [42] V. Y. Bazhenov, M. V. Vasnetsov, M. S. Soskin. Laser beams with screw dislocations in their wavefronts. *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **52**(8), 429–431 (1990)
- [43] A. Y. Bekshaev, A. S. Bekshaev, K. Mohammed. Arrays of optical vortices formed by 'fork' holograms. *Ukr. J. Phys. Opt.*, **15**, 123 (2014)
- [44] S. Topuzoski. Generation of optical vortices with curved fork-shaped holograms. *Opt. Quant. Electron.*, **48**(2), 138 (2016)
- [45] D. Rozas. GENERATION AND PROPAGATION OF OPTICAL VORTICES (Doktoro disertacija) (1999)
- [46] M. Beijersbergen, R. Coerwinkel, M. Kristensen, J. Woerdman. Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phaseplate. *Opt. Commun.*, **112**(5–6), 321 – 327 (1994)
- [47] C. Jun, K. Deng-Feng, G. Min, F. Zhi-Liang. Generation of optical vortex using a spiral phase plate fabricated in quartz by direct laser writing and inductively coupled plasma etching. *Chinese Phys. Lett.*, **26**(1), 014202 (2009)
- [48] J. F. Algorri, V. Urruchi, B. Garcia-Cámara, J. M. Sánchez-Pena. Generation of optical vortices by an ideal liquid crystal spiral phase plate. *IEEE Electr. Device L.*, **35**(8), 856–858 (2014)



- 
- [49] V. Kotlyar, A. Kovalev, R. Skidanov, S. Khonina, O. Moiseev, V. Soifer. Simple optical vortices formed by a spiral phase plate. *J. Opt. Technol.*, **74**(10), 686–693 (2007)
- [50] J. Grover A. Swartzlander. The optical vortex lens. *Opt. Photon. News*, **17**(11), 39–43 (2006)
- [51] J. E. Curtis, B. A. Koss, D. G. Grier. Dynamic holographic optical tweezers. *Opt. Commun.*, **207**(1–6), 169 – 175 (2002)
- [52] D. McGloin, G. Spalding, H. Melville, W. Sibbett, K. Dholakia. Applications of spatial light modulators in atom optics. *Opt. Express*, **11**(2), 158–166 (2003)
- [53] R. W. Gerchberg, W. O. Saxton. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. *Optik*, **35**(2), 237–246 (1972)
- [54] A. Jesacher, A. Schwaighofer, S. Fürhapter, C. Maurer, S. Bernet, M. Ritsch-Marte. Wavefront correction of spatial light modulators using an optical vortex image. *Opt. Express*, **15**(9), 5801–5808 (2007)
- [55] N. Matsumoto, T. Ando, T. Inoue, Y. Ohtake, N. Fukuchi, T. Hara. Generation of high-quality higher-order laguerre-gaussian beams using liquid-crystal-on-silicon spatial light modulators. *J. Opt. Soc. Am. A*, **25**(7), 1642–1651 (2008)
- [56] Y. Lu, B. Jiang, S. Lü, Y. Liu, S. Li, Z. Cao, X. Qi. Arrays of Gaussian vortex, Bessel and Airy beams by computer-generated hologram. *Opt. Commun.*, **363**, 85–90 (2016)
- [57] E. Abramochkin, V. Volostnikov. Beam transformations and nont-transformed beams. *Opt. Commun.*, **83**(1), 123 – 135 (1991)

- 
- [58] J. Courtial, M. Padgett. Performance of a cylindrical lens mode converter for producing laguerre–gaussian laser modes. *Opt. Commun.*, **159**(1–3), 13 – 18 (1999)
- [59] M. J. Padgett, L. Allen. Orbital angular momentum exchange in cylindrical-lens mode converters. *J. Opt. B - Quantum S. O.*, **4**(2), S17 (2002)
- [60] M. Beijersbergen, L. Allen, H. van der Veen, J. Woerdman. Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum. *Opt. Commun.*, **96**(1), 123 – 132 (1993)
- [61] T. Hasegawa, T. Shimizu. Frequency-doubled hermite–gaussian beam and the mode conversion to the laguerre–gaussian beam. *Opt. Commun.*, **160**(1–3), 103 – 108 (1999)
- [62] A. T. O’Neil, J. Courtial. Mode transformations in terms of the constituent hermite–gaussian or laguerre–gaussian modes and the variable-phase mode converter. *Opt. Commun.*, **181**(1–3), 35 – 45 (2000)
- [63] W. Zhang, J. Zhou, L. Chen. Exploiting a robust  $\pi/2$  mode converter for high-order orbital angular momentum detection. *Proc. SPIE*, **9950**, 99500O–99500O–7 (2016)
- [64] M. Beresna, M. Gecevicius, P. G. Kazansky. Polarization sensitive elements fabricated by femtosecond laser nanostructuring of glass. *Opt. Mater. Express.*, **1**(4) (2011)
- [65] M. Beresna, M. Gecevicius, P. G. Kazansky, T. Gertus. Radially polarized optical vortex converter created by femtosecond laser nanostructuring of glass. *Appl. Phys. Lett.*, **98**(201101) (2011)
- [66] Y. Shimotsuma, P. G. Kazansky, J. Qiu, K. Hirao. Self-organized nanogratings in glass irradiated by ultrashort light pulses. *Phys. Rev. Lett.*, **91**(24) (2003)

- 
- [67] A. Forbes. Controlling light's helicity at the source: orbital angular momentum states from lasers. *Philos. Tr. R. Soc. S - A*, **375**(2087) (2017)
- [68] R. Oron, N. Davidson, A. A. Friesem, E. Hasman. Efficient formation of pure helical laser beams. *Opt. Commun.*, **182**(1–3), 205 – 208 (2000)
- [69] A. Ito, Y. Kozawa, S. Sato. Generation of hollow scalar and vector beams using a spot-defect mirror. *J. Opt. Soc. Am. A*, **27**(9), 2072–2077 (2010)
- [70] D. Naidoo, K. Aït-Ameur, M. Brunel, A. Forbes. Intra-cavity generation of superpositions of laguerre–gaussian beams. *Appl. Phys. B*, **106**(3), 683–690 (2012)
- [71] I. A. Litvin, L. Burger, A. Forbes. Petal-like modes in porro prism resonators. *Opt. Express*, **15**(21), 14065–14077 (2007)
- [72] M. P. Thirugnanasambandam, Y. Senatsky, K. Ueda. Generation of very-high order laguerre-gaussian modes in yb:yag ceramic laser. *Laser Phys. Lett.*, **7**(9), 637 (2010)
- [73] K. Kano, Y. Kozawa, S. Sato. Generation of a purely single transverse mode vortex beam from a he-ne laser cavity with a spot-defect mirror. *International Journal of Optics*, **2012**(359141) (2012)
- [74] R. Oron, S. Blit, N. Davidson, A. A. Friesem, Z. Bomzon, E. Hasman. The formation of laser beams with pure azimuthal or radial polarization. *Appl. Phys. Lett.*, **77**(21), 3322–3324 (2000)
- [75] D. Lin, J. M. O. Daniel, W. A. Clarkson. Controlling the handedness of directly excited laguerre-gaussian modes in a solid-state laser. *Opt. Lett.*, **39**(13), 3903–3906 (2014)

- 
- [76] J.-F. Bisson, Y. Senatsky, K.-I. Ueda. Generation of laguerre-gaussian modes in nd:yag laser using diffractive optical pumping. *Laser Phys. Lett.*, **2**(7), 327 (2005)
- [77] M. Okida, T. Omatsu, M. Itoh, T. Yatagai. Direct generation of high power laguerre-gaussian output from a diode-pumped nd:yvo4 1.3- $\mu$ m bounce laser. *Opt. Express*, **15**(12), 7616–7622 (2007)
- [78] Y. Okida, M. and Hayashi, T. Omatsu, J. Hamazaki, R. Morita. Characterization of 1.06  $\mu$ m optical vortex laser based on a side-pumped nd:gdvo4 bounce oscillator. *Appl. Phys. B*, **95**(1), 69–73 (2009)
- [79] M. Beresna, M. Gecevičius, N. M. Bulgakova, P. G. Kazansky. Twisting light with micro-spheres produced by ultrashort light pulses. *Opt. Express*, **19**(20), 18989–18996 (2011)
- [80] R. K. Tyson, M. Scipioni, J. Viegas. Generation of an optical vortex with a segmented deformable mirror. *Appl. Opt.*, **47**(33), 6300–6306 (2008)
- [81] D. P. Ghai, P. Senthilkumaran, R. S. Sirohi. Adaptive helical mirror for generation of optical phase singularity. *Appl. Opt.*, **47**(10), 1378–1383 (2008)
- [82] D. P. Ghai. Generation of optical vortices with an adaptive helical mirror. *Appl. Opt.*, **50**(10), 1374–1381 (2011)
- [83] D. Pohl. Operation of a ruby laser in the purely transverse electric mode te<sub>01</sub>. *Appl. Phys. Lett.*, **20**(7), 266–267 (1972)
- [84] S. Quabis, R. Dorn, M. Eberler, O. Glöckl, G. Leuchs. Focusing light to a tighter spot. *Opt. Commun.*, **179** (2000)
- [85] T. Grosjean, D. Courjon. Smallest focal spots. *Opt. Commun.*, **272**(2), 314 – 319 (2007)

- 
- [86] R. Dorn, S. Quabis, G. Leuchs. Sharper focus for a radially polarized light beam. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 233901 (2003)
- [87] R. Weber, A. Michalowski, M. Abdou-Ahmed, V. Onuseit, V. Rominger, M. Kraus, T. Graf. Effects of radial and tangential polarization in laser material processing. *Physics Proc.*, **12**, 21 – 30 (2011)
- [88] V. G. Niziev, A. V. Nesterov. Influence of beam polarization on laser cutting efficiency. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **32**(13), 1455 (1999)
- [89] O. J. Allegre, W. Perrie, S. P. Edwardson, G. Dearden, K. G. Watkins. Laser microprocessing of steel with radially and azimuthally polarized femtosecond vortex pulses. *J. Opt.*, **14**(8), 085601 (2012)
- [90] M. Kraus, M. A. Ahmed, A. Michalowski, A. Voss, R. Weber, T. Graf. Microdrilling in steel using ultrashort pulsed laser beams with radial and azimuthal polarization. *Opt. Express*, **18**(21), 22305–22313 (2010)
- [91] Q. Zhan. Trapping metallic rayleigh particles with radial polarization. *Opt. Express*, **12**(15), 3377–3382 (2004)
- [92] W. Cui, F. Song, F. Song, D. Ju, S. Liu. Trapping metallic particles under resonant wavelength with  $4\pi$  tight focusing of radially polarized beam. *Opt. Express*, **24**(18), 20062–20068 (2016)
- [93] A. Sell, F. X. Kärtner. Attosecond electron bunches accelerated and compressed by radially polarized laser pulses and soft-x-ray pulses from optical undulators. *J. Phys. B: At. Mol. Opt.*, **47**(1), 015601 (2014)
- [94] D. N. Gupta, N. Kant, D. E. Kim, H. Suk. Electron acceleration to gev energy by a radially polarized laser. *Phys. Lett. A*, **368**(5), 402 – 407 (2007)

- 
- [95] V. Marceau, A. April, M. Piché. Electron acceleration driven by ultrashort and nonparaxial radially polarized laser pulses. *Opt. Lett.*, **37**(13), 2442–2444 (2012)
- [96] K. Yonezawa, Y. Kozawa, S. Sato. Generation of a radially polarized laser beam by use of the birefringence of a c-cut nd:yvo4 crystal. *Opt. Lett.*, **31**(14), 2151–2153 (2006)
- [97] M.-D. Wei, Y.-S. Lai, K.-C. Chang. Generation of a radially polarized laser beam in a single microchip nd:yvo4 laser. *Opt. Lett.*, **38**(14), 2443–2445 (2013)
- [98] J. lang Li, K. ichi Ueda, M. Musha, A. Shirakawa, Z. ming Zhang. Converging-axicon-based radially polarized ytterbium fiber laser and evidence on the mode profile inside the gain fiber. *Opt. Lett.*, **32**(11), 1360–1362 (2007)
- [99] J.-F. Bisson, J. Li, K. Ueda, Y. Senatsky. Radially polarized ring and arc beams of a neodymium laser with an intra-cavity axicon. *Opt. Express*, **14**(8), 3304–3311 (2006)
- [100] M. A. Ahmed, A. Voss, M. M. Vogel, T. Graf. Multilayer polarizing grating mirror used for the generation of radial polarization in yb:yag thin-disk lasers. *Opt. Lett.*, **32**(22), 3272–3274 (2007)
- [101] Q. Zhan, J. R. Leger. Microellipsometer with radial symmetry. *Appl. Opt.*, **41**(22), 4630–4637 (2002)
- [102] Q. Zhan, J. R. Leger. Interferometric measurement of the geometric phase in space-variant polarization manipulations. *Opt. Commun.*, **213**(4–6), 241 – 245 (2002)
- [103] M. Bashkansky, D. Park, F. K. Fatemi. Azimuthally and radially polarized light with a nematic slm. *Opt. Express*, **18**(1), 212–217 (2010)

- 
- [104] S. Zhou, S. Wang, J. Chen, G. Rui, Q. Zhan. Creation of radially polarized optical fields with multiple controllable parameters using a vectorial optical field generator. *Photon. Res.*, **4**(5), B35–B39 (2016)
- [105] X. Dong, X. Weng, H. Guo, S. Zhuang. Generation of radially polarized beams using spatial light modulator. *Optik - International Journal for Light and Electron Optics*, **123**(5), 391–394 (2012)
- [106] T. Fadeyeva, V. Shvedov, N. Shostka, C. Alexeyev, A. Volyar. Natural shaping of the cylindrically polarized beams. *Opt. Lett.*, **35**(22), 3787–3789 (2010)
- [107] P. Stanislovaitis, A. Matijošius, V. Šetkus, V. Smilgevičius. Peculiarities of second harmonic generation by paraxial beams with radial / azimuthal polarization in type ii nonlinear crystal. *Lit. J. Phys.*, **54**(3), 142–149 (2014)
- [108] A. Ohtsu. Second-harmonic wave induced by vortex beams with radial and azimuthal polarizations. *Opt. Commun.*, **283**(20), 3831 – 3837 (2010)
- [109] A. Bahabad, A. Arie. Generation of optical vortex beams by nonlinear wave mixing. *Opt. Express*, **15**(26), 17619–17624 (2007)
- [110] S. Vyas, Y. Kozawa, S. Sato. Polarization singularities in superposition of vector beams. *Opt. Express*, **21**(7), 8972–8986 (2013)
- [111] S. Vyas, Y. Kozawa, Y. Miyamoto. Creation of polarization gradients from superposition of counter propagating vector lg beams. *Opt. Express*, **23**(26), 33970–33979 (2015)
- [112] C.-H. Yang, Y.-D. Chen, S.-T. Wu, A. Y.-G. Fuh. Independent manipulation of topological charges and polarization patterns of optical vortices. *Scientific reports*, **6** (2016)