



**Matematikos ir
informatikos
fakultetas**

VILNIAUS UNIVERSITETAS

MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS

MAGISTRO STUDIJŲ PROGRAMA

FINANSŲ IR DRAUDIMO MATEMATIKA

Nominalių sąskaitų pensijų sistemų tyrimas

Analysis of Notional Defined Contribution Pension Systems

Magistro baigiamasis darbas

Autorė: Laura Insodaitė

VU el. paštas: laura.insodaite@mif.stud.vu.lt

Darbo vadovė: Asist., Dr. Aldona Skučaitė

Vilnius
2026

Nominalių sąskaitų pensijų sistemų tyrimas

Santrauka

Magistro baigiamajame darbe nagrinėjamas Švedijos nominaliųjų sąskaitų sistemos modelis (NDC). Toks modelis pasižymi aiškiu ryšiu tarp įmokų ir būsimų išmokų. NDC modelio mechanizmas užtikrina automatinį pensijų sistemos prisitaikymą prie demografinių bei ekonominių pokyčių šalies rinkoje. Šiame darbe yra tiriamas nominaliųjų sąskaitų sistemos veikimas naudojant Lietuvos duomenis. Sistemos patikimumui įvertinti modeliuojami skirtingi scenarijai: gyvenimo trukmės ilgėjimas, darbo užmokesčio augimas, COVID-19 krizė. Kiekvieno scenarijaus atveju apskaičiuotas anuiteto faktorius, pradinės pensijos dydis ir pakeitimo norma išėjimo į pensiją momentu.

Raktiniai žodžiai: NDC modelis, anuiteto faktorius, balansavimas, pakeitimo norma, pajamų indeksas, Lee-Carter metodas

Analysis of Notional Defined Contribution Pension Systems

Abstract

The Master's thesis examines the Swedish Notional Defined Contribution (NDC) model. The NDC model is characterized by a clear link between contributions and future benefits. The NDC's mechanism ensures that the pension system automatically adapts to demographic and economic changes in the market. This thesis examines how the notional account system functions using Lithuanian data. Different scenarios are modeled to evaluate the system's financial stability: increased life expectancy, wage growth, the COVID-19 crisis. For each scenario, the annuity factor, initial pension amount, and replacement rate at retirement are calculated.

Key words: NDC model, annuity factor, balancing, replacement rate, income index, Lee-Carter method

Turinys

1 Įvadas	4
2 Švedijos pensijų sistemos apžvalga	5
2.1 Švedijos pensijų sistemos struktūra	5
2.1.1 Privalomoji viešosios sistemos pensija	5
2.1.2 Profesinių fondų pensija	6
2.1.3 Savanoriška asmeninė pensija	6
2.1.4 Bazinė pensija	6
2.2 Palyginimas su Lietuvos sistema	6
2.3 NDC sistemos privalumai ir trūkumai	7
3 Nominalių sąskaitų pensijų sistemos modelis ir pagrindiniai išgyvenamumo teorijos elementai	7
3.1 Išgyvenamumo modeliai	7
3.1.1 Išgyvenamumo funkcija, $S(x)$	8
3.1.2 Mirtingumo galia, μ_x	8
3.1.3 Centrinis mirtingumo dažnis, m_x	8
3.1.4 Mirtingumo tikimybė, ${}_nq_x$	8
3.1.5 Lee-Carter metodas	8
3.2 NDC schemas veikimo principas	9
3.2.1 Pajamų indeksas, I	10
3.2.2 Balanso koeficientas, BT	11
3.2.3 Balansavimas ir balanso indeksas, B	11
3.2.4 Anuiteto faktorius, D	12
3.2.5 NDC sistemos paveldimojo pelno koeficientas, AF	13
3.2.6 Administracinių išlaidų koeficientas, FF	14
3.2.7 Vidutinis pensinis amžius, $\bar{R}$	14
4 Modelio idėja, duomenys ir prielaidos	14
5 Pagrindiniai rezultatai	15
5.1 Bazinis scenarijus	15
5.2 Ilgaamžiškumo įtaka	17
5.3 Darbo užmokesčio augimas	20
5.4 COVID-19 šokas	21
5.5 Balansavimas	22
6 Išvados	24
A Priedai	26
A.1 Lee-Carter parametrų α_x , β_x ir k_x įverčiai	26
A.2 Papildomos formulės NDC parametrams apskaičiuoti	27
A.2.1 Balanso koeficientas, BT	27
A.2.2 Įmokų mokėjimo laikotarpis, IT	28
A.2.3 Išmokų mokėjimo laikotarpis, UT	28
A.2.4 Apyvartos ciklo trukmė, OT	29
A.2.5 Administracinių išlaidų koeficientas, FF	29
A.2.6 Vidutinis pensinis amžius, $\bar{R}$	29

A.3	Programos R kodas atliktiems skaičiavimams	30
-----	--	----

1 Įvadas

Visame pasaulyje pensijų sistemos yra vienas kertinių socialinės apsaugos elementų, užtikrinančių finansinį saugumą senatvėje ir kartu mažinančių socialinę atskirtį tarp kartų ir socialinių grupių. Atsižvelgiant į pastaraisiais dešimtmečiais vykstančius reikšmingus demografinius pokyčius, tokius kaip visuomenės senėjimas, mažėjantis gimstamumas ir ilgėjanti gyvenimo trukmė, ši tema tampa vis aktualesne daugelyje pasaulio šalių. Šios tendencijos kelia iššūkių ilgalaikiam socialinio draudimo sistemų funkcionavimui ir skatina valstybes ieškoti inovatyvių, finansiškai tvarių bei socialiai teisingų pensijų politikos sprendimų.

Šioje srityje Švedija dažnai įvardijama kaip viena iš pirmųjų valstybių pasaulyje, kuri sėkmingai įgyvendino galias ir struktūriškai pažangias pensijų reformas, suderinusias socialinio solidarumo principus su finansiniu tvarumu. Viena iš kertinių Švedijos pensijų reformos dalių – vadinamoji NDC (angl. *Notional Defined Contribution*) schema, kuri pirmą kartą įgyvendinta Švedijoje XX a. dešimtajame dešimtmetyje. Ši sistema pasižymi unikaliu mechanizmu, kuriuo sujungiami einamųjų įmokų-išmokų principu (angl. *Pay-as-you-go*) grindžiamo finansavimo aspektai su individualizuoto kaupimo sistemos elementais. Nors, kaip ir tradicinėje paskirstymo sistemoje, dabartinių pensijos gavėjų pensijų išmokoms finansuoti naudojamos einamuoju metu surenkamos įmokos, tačiau kiekvieno sistemos dalyvio įmokos yra apskaitomos nominalioje asmeninėje sąskaitoje. Sąskaitoje esančios sumos nėra investuojamos kapitalo rinkose, tačiau palūkanų analogas yra priskaičiuojamas. Tokiu būdu NDC sistema iš esmės imituoja kaupimo logiką – ji leidžia kiekvienam asmeniui matyti savo pensijos kapitalą, tačiau pinigų srautas išlieka paskirstomas tarp aktyvių ir pasyvių kartų. Tokiu būdu siekiama užtikrinti tiek sistemos stabilumą, tiek teisingesnį pensijų paskirstymą, atsižvelgiant į kiekvieno asmens indėlį į socialinio draudimo fondą.

Šio darbo tikslas yra išanalizuoti nominaliųjų sąskaitų pensijų sistemų veikimo principus bei pritaikyti modelį Lietuvos duomenims. NDC sistemos veikimo patikimumui įvertinti sumodeliuosime keletą scenarijų. Siekiant įvertinti gyvenimo trukmės ilgėjimo Lietuvoje įtaką NDC sistemai, mirtingumą prognozuosime naudojantis Lee-Carter metodu. Kiekvieno scenarijaus atveju apskaičiuosime anuiteto faktorių, pradinės pensijos dydį ir pakeitimo normą išėjimo į pensiją momentu.

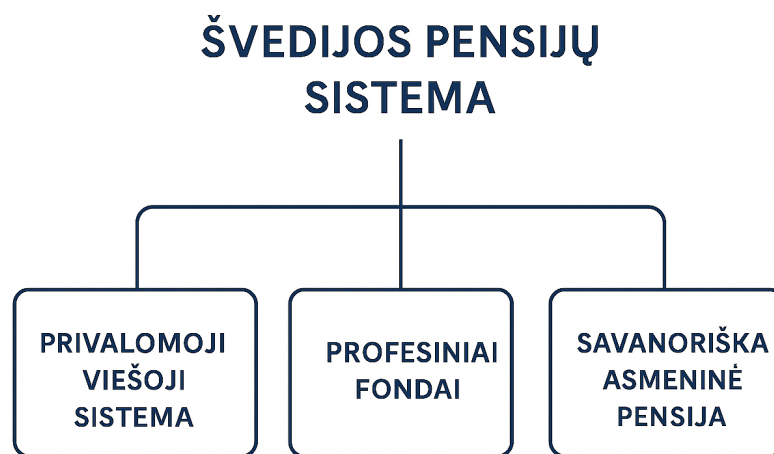
Šį darbą sudaro 6 dalys. Pirmoje magistrinio darbo dalyje yra pateikimas įvadas. Antroje dalyje apžvelgiama Švedijos pensijų sistemos struktūra ir pateikiamas palyginimas su Lietuvos pensijų sistema. Trečioje darbo dalyje apžvelgiama teorinė medžiaga, NDC sistemos veikimo principas ir pateikiami reikalingi apibrėžimai ir formulės. Ketvirtoje darbo dalyje pristatoma modelio idėja, skaičiavimamas naudojamos prielaidos ir apžvelgiami pradiniai duomenys. Penktame skyriuje pateikiami pagrindiniai rašto darbo rezultatai. Pristatomi sumodeliuoti ekonominių bei demografinių pokyčių scenarijai ir gauti pensijų sistemos parametrai, bei jų palyginimas. Galiausiai, šeštame skyriuje, yra pateikiamos išvados ir literatūros sąrašas. Priede pateikiamas Lee-Carter parametrų įverčių išvedimas, papildomos formulės NDC sistemos parametrų apskaičiavimui ir programos R kodas.

2 Švedijos pensijų sistemos apžvalga

Šiame skyriuje apžvelgsime Švedijos pensijų sistemą ir jos veikimo principus, pateiksime sistemos privalumus ir trūkumus, bei palyginimą su Lietuvos pensijų sistema.

2.1 Švedijos pensijų sistemos struktūra

Švedijos pensijų sistema yra grindžiama trijų pakopų principu. Kiekviena pakopa turi specifinį vaidmenį senatvės išmokų užtikrinimo sistemoje. Ši daugiasluoksnė sistema padeda paskirstyti riziką, skatina ilgalaikį kaupimą ir užtikrina lankstumą bei prisitaikymą prie ekonominių ir demografinių pokyčių. Švedijos pensijų sistema remiasi šiomis trimis pagrindinėmis pakopomis:



Pav. 1: Švedijos pensijų sistema. Parengta autorės.

2.1.1 Privalomoji viešosios sistemos pensija

Pagrindinė ir visiems darbuotojams privaloma Švedijos pensijų sistemos pakopa yra viešosios sistemos pensija, kurią sudaro dvi dalys:

- Inkomstpension (NDC sistema) – tai nominali individualių sąskaitų sistema, paremta einamųjų įmokų-išmokų (angl. *Pay-as-you-go*) principu. Asmens mokamos įmokos (16% nuo darbo užmokesčio) registruojamos kaip jo „virtualus“ turtas, tačiau realiai naudojamos dabartinių pensininkų senatvės pensijos išmokoms finansuoti. Sukauptos lėšos yra indeksuojamos atsižvelgiant į vidutinį darbo užmokesčio augimą, o pensijos dydis apskaičiuojamas pagal formulę, kur sukauptas virtualus kapitalas yra padalijamas iš anuiteto faktoriaus (angl. *Annuity divisor*), apskaičiuojamo remiantis visos populiacijos mirtingumo lentele. Šis mechanizmas užtikrina automatinį pensijų sistemos prisitaikymą prie demografinių pokyčių be būtinybės dažnai keisti pensijų sistemą reguliuojančius įstatymus.

- Premiepension – tai investuojamoji pensijų dalis, į kurią pervedama 2.5% nuo darbo užmokesčio. Kiekvienas dirbantysis gali pats pasirinkti į kokius pensijų fondus investuoti, o sukaupta suma priklauso nuo fondo investicinės grąžos. Ši sistema skatina asmenų finansinį raštingumą ir didina asmeninį įsitraukimą kaupiant pensijai.

Šios dvi dalys kartu sudaro tvirtą pagrindą pensijų sistemai, kuri remiasi aiškiu ryšiu tarp šiuo metu gaunamų pajamų bei būsimų senatvės pensijos išmokų.

2.1.2 Profesinių fondų pensija

Švedijoje plačiai paplitusios kolektyvinės sutartys tarp profesinių sąjungų ir darbdavių organizacijų, kurių pagrindu darbuotojams papildomai kaupiamos pensijos. Maždaug 90% visų dirbančiųjų yra apdrausti vienos iš šių kolektyvinių pensijų sistemų (pvz., ITP – privataus sektoriaus darbuotojams, SAF-LO – pramonės darbininkams, KAP-KL – viešojo sektoriaus darbuotojams, PA16 – valstybės tarnautojams). Darbdaviai moka papildomas įmokas (įprastai apie 4.5% nuo atlyginimo iki tam tikros ribos, daržniausiai 30%), o lėšos yra kaupiamos specialiuose fonduose ar investuojamos per pasirinktus pensijų valdytojus. Ši pakopa yra reikšminga ypač aukštesnes pajamas gaunantiems darbuotojams, nes prisideda prie didesnių pajamų užtikrinimo senatvėje.

2.1.3 Savanoriška asmeninė pensija

Trečioji pakopa – tai individualus savanoriškas kaupimas pensijai, kurį galima vykdyti per privačius pensijų fondus, gyvybės draudimo produktus ar kitus investavimo šaltinius. Nors valstybė šiuo metu nesūlo tiesioginių mokesčių lengvatų, vis dar egzistuoja motyvaciniai veiksniai ilgalaikiam kaupimui, ypač tarp aukštesnes pajamas gaunančių ar savarankiškai dirbančių asmenų. Ši pakopa suteikia papildomą lankstumą, tačiau jos svarba Švedijos sistemoje, lyginant su kitomis šalimis, yra mažesnė.

2.1.4 Bazinė pensija

Nors ir nėra plačiai nagrinėjama ar minima kaip viena iš pagrindinių pensijų sistemos dalių, Švedijoje egzistuoja ir "nulinė" pakopa. Šios pakops tikslas yra užtikrinti minimalų pragyvenimo lygį tiems asmenims, kurių sukaupta pensija yra per maža, arba jos visai nėra. Pastaroji pakopa yra finansuojama iš valstybės biudžeto.

2.2 Palyginimas su Lietuvos sistema

Švedijos ir Lietuvos pensijų sistemos yra grindžiamos skirtingais principais bei institucine logika, tačiau abi sistemos siekia to paties - užtikrinti finansinį saugumą senatvėje. Švedijoje pensijų išmokos grindžiamos NDC principu, kurio esmė yra stiprus ryšys tarp sumokėtų įmokų ir būsimų išmokų. Būsimos išmokos yra pritaikomos prie ekonominių ir demografinių sąlygų. Lietuvoje yra skaičiuojami pensijų sistemos apskaitos vienetai, kurių kaina priklauso nuo darbo užmokesčio fondo pokyčių.

Abiejose šalyse veikia fondinė (kaupiamoji) pensijų sistema, tačiau jų funkcija ir struktūra skiriasi. Švedijoje ši dalis yra integruota į viešąją sistemą, kur asmenys gali laisvai pasirinkti fondus. Taip pat pensija papildomai kaupiama profesiniuose fonduose. Lietuvoje II-oji pakopa veikia per privačius fondus, prižiūrimus valstybės reguliuotojų, o dalyvavimas joje tapo automatinis (su galimybe pasitraukti). Lietuvoje yra labiau išplėtotas solidarumo

funkcija, ypač per bazinę pensijos dalį, kuri užtikrina minimalių pajamų garantiją tiems, kurie neturi ilgo stažo ar gana mažesnes pajamas. Švedijoje ši funkcija iš dalies realizuojama per "nulinę" pakopą ir papildomas socialines išmokas, tačiau pagrindinė sistema yra orientuota į savarankišką kaupimą.

Taigi, Švedijos pensijų sistemos modelyje būsima pensija proporcingai atspindi viso gyvenimo įmokas ir automatiškai prisitaiko prie ekonominių bei demografinių pokyčių. Tuo tarpu Lietuvos sistema vis dar remiasi solidarumo logika, kurioje pensijų dydis tik iš dalies susietas su asmens įmokomis. Čia didelę įtaką turi kolektyvinis rizikų pasidalijimas ir valstybės garantijos.

Toliau šiame rašto darbe nagrinėsime tik nominalią individualių sąskaitų sistemą - NDC.

2.3 NDC sistemos privalumai ir trūkumai

Švedijos pensijų sistemos modelis yra vienas iš plačiausiai nagrinėjamų pensijų sistemos modelių. Pensijų reformos, kurios metu buvo pristatyta NDC schema, tikslas buvo užtikrinti sistemos tvarumą senėjančioje visuomenėje bei pagerinti modelio teisingumą ir skaidrumą visuomenei [2]. Švedijos NDC pensijų sistema yra paremta aktuariniais principais, bet kartu ir užtikrina persikirstymą, kai to reikia. Ilgalaikeje perspektyvoje, tai padeda palaikyti sistemos finansinį stabilumą [7].

NDC sistema pasižymi keliais reikšmingais privalumais. Visų pirma, ši sistema užtikrina finansinį tvarumą, nes automatiškai prisitaiko prie demografinių ir ekonominių pokyčių: pensijos dydis tiesiogiai priklauso nuo sukaupto nominalaus kapitalo bei likusio gyvenimo trukmės. Esant ekonominiam nuosmukiui arba, pavyzdžiui, jeigu žmonės gyvena ilgiau negu prognozuota, įsijungia automatinis balansavimo mechanizmas, kuris padeda išvengti sistemos deficito be būtinybės keisti įstatymus. Be to, NDC sistema didina skaidrumą ir teisingumą, kadangi kiekvienas asmuo aiškiai mato ryšį tarp savo sumokėtų įmokų ir būsimų išmokų. Aiškus ryšys tarp sumokėtų įmokų ir gaunamos pensijos skatina didesnę įsitraukimą į darbo rinką, mažina šešėlinės ekonomikos mastą bei stiprina pasitikėjimą sistema.

Vis dėlto NDC turi ir tam tikrų trūkumų. Kadangi pensijos dydis tiesiogiai priklauso nuo viso gyvenimo darbo užmokesčio, ši sistema gali būti nepalanki mažas pajamas ganantiems ar nereguliarių užimtumą turintiems asmenims, pavyzdžiui moterims, auginančioms vaikus ar asmenims dirbantiems ne visą darbo dieną, o tai kelia socialinio teisingumo klausimų. Norint išspręsti šią problemą yra pasitelkiami papildomi paskirstymo mechanizmai (pvz., bazinės pensijos arba garantuotų išmokų dalis).

3 Nominalių sąskaitų pensijų sistemos modelis ir pagrindiniai išgyvenamumo teorijos elementai

Šiame skyriuje pateiksime pagrindines sąvokas, formules ir žymėjimus, naudojamus rašto darbe.

3.1 Išgyvenamumo modeliai

Šiame skyriuje priminsime pagrindines išgyvenamumo teorijoje naudojamas funkcijas. NDC modelyje naudojami išgyvenamumo teorijos elementai leidžia įvertinti demografinių pokyčių riziką. Daugiau informacijos galima rasti [10], [11] šaltiniuose.

3.1.1 Išgyvenamumo funkcija, $S(x)$

Atsitiktinį dydį, aprašantį žmogaus amžių mirties dieną, pažymėkime X . Natūralu laikyti, kad $X \geq 0$. Tada tikimybė, kad naujagimis sulauks amžiaus x yra:

$$S(x) = P(X > x).$$

Nedidėjanti funkcija $S(x)$ yra vadinama išgyvenamumo funkcija ir tenkina tokias savybes: $S(0) = 1$, $\lim_{x \rightarrow \infty} S(x) = 0$.

3.1.2 Mirtingumo galia, μ_x

Mirtingumo galia x -mečiui asmeniui yra apskaičiuojama:

$$\mu_x = -\frac{S'(x)}{S(x)}.$$

3.1.3 Centrinis mirtingumo dažnis, m_x

Centrinį mirtingumo dažnį amžiuje x , žymėsime m_x . Centrinis mirtingumo dažnis apibūdinamas kaip mirtingumo galios svertinis vidurkis svoriais imant išgyvenamumo funkcijos reikšmes:

$$m_x = \frac{\int_x^{x+1} S(y) \mu_y dy}{\int_x^{x+1} S(y) dy}.$$

3.1.4 Mirtingumo tikimybė, ${}_nq_x$

Tikimybė, kad asmuo, kuriam dabar yra x metų, mirs per artimiausius n metų pažymėkime ${}_nq_x$. Tada

$${}_nq_x = \frac{S(x) - S(x+n)}{S(x)}.$$

3.1.5 Lee-Carter metodas

Lee-Carter metodas pirmą kartą pristatytas 1992-aisiais Ronald D. Lee ir Lawrence R. Carter darbe [5], kur jis buvo pritaikytas JAV populiacijos mirtingumui modeliuoti. Šis statistinis metodas leidžia analizuoti išgyvenamumo tikimybes ir stebėti kaip kinta mirtingumo rodikliai bėgant laikui. Lee-Carter metodas tapo vienu pagrindinių įrankių, naudojamų demografinėje bei aktuarinėje praktikoje mirtingumo dinamikai modeliuoti ir prognozuoti. Jei mirtingumas kinta laikui bėgant, tai išgyvenamumo funkcija, mirtingumo galia, mirtingumo tikimybės ir pan., tampa 2 argumentų (amžiaus x ir kalendorinių metų t) funkcijomis, t.y., $S(x)$ keičiama į $S_x(t)$, q_x keičiama į $q_x(t)$ ir pan. Pagrindinė šio modelio prielaida yra, kad centrinis mirtingumo dažnis $m_x(t)$, amžiuje x , kalendoriniais metais t , priklauso nuo trijų parametrų: mirtingumo koeficiento α_x , mirtingumo pokyčio, priklausančio nuo amžiaus, β_x ir laiko trendo k_t .

Pagrindinė Lee-Carter modelio forma yra

$$\ln(m_x(t)) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t}.$$

Čia $\varepsilon_{x,t}$ yra modelio paklaidos. Laikoma, kad paklaidos turi tenkinti sąlygas: $E(\varepsilon_{x,t}) = 0$; $D(\varepsilon_{x,t}) = \sigma_\varepsilon^2$. Taigi, laikoma, kad modelio paklaidos turi nulinį vidurkį ir jų dispersija

nepriklauso nuo amžiaus x ir laiko t . Parametras α yra centrinio mirtingumo dažnio amžiuje x vidurkis per stebėjimo laikotarpį. β - parametras nusakantis mirtingumo pokytį dėl amžiaus, o k_t - mirtingumo kitimą dėl kalendorinių metų t . Parametrai α_x , β_x ir k_x yra apskaičiuojami remiantis istoriniais mirtingumo duomenimis.

Norint užtikrinti sprendinio vienatinumą įvedami papildomi apribojimai:

$$\sum_{t=t_{\min}}^{t_{\max}} k_t = 0; \quad \sum_{x=x_{\min}}^{x_{\max}} \beta_x = 1$$

arba:

$$\sum_{t=t_{\min}}^{t_{\max}} k_t = 0; \quad \sum_{x=x_{\min}}^{x_{\max}} \beta_x^2 = 1$$

Norint rasti modelio koeficientus naudosime lygčių sistemą:

$$\ln(\hat{m}_x(t)) = a_x + b_x k_t, \quad x = x_1, x_2, \dots, x_m; \quad t = t_1, t_2, \dots, t_n \quad (1)$$

kur $\ln(\hat{m}_x(t))$ istoriniai duomenys ir $\epsilon_x(t) \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$.

Išsprendus lygčių sistemą (1), gauname parametrų įverčius. Taip gauti įverčiai $\hat{\alpha}_x$, $\hat{\beta}_x$, ir $\hat{k}_x$ leidžia modeliuoti ir prognozuoti mirtingumo rodiklius atsižvelgiant į amžiaus grupes ir laiko tendencijas.

Detalesnis įverčių išvedimas yra pateikiamas priede.

Prognozuojant mirtingumą Lee-Carter metodu gauname centrinio mirtingumo dažnio $m_x(t)$ įverčius, tačiau norint apskaičiuoti anuiteto faktorių, mums reikalinga mirtingumo tikimybė q_x . Pastarąją apskaičiuosime pasinaudodami eksponentine mirtingumo pasiskirstymo prielaida. Tada turime, kad

$$q_x(t) = 1 - e^{-m_x(t)}. \quad (2)$$

3.2 NDC schemas veikimo principas

NDC (angl. *Notionaly Defined Contribution*) schema – tai pensijų sistemos modelis, kuris derina einamųjų įmokų-išmokų (angl. *Pay-as-you-go*) ir investavimu pagrįstas sistemas. Kiekvieno darbingo amžiaus asmens sumokėtos įmokos registruojamos virtualioje sąskaitoje, o jų vertė kinta pagal nustatytą indeksą. Šis indeksas yra palūkanų atitikmuo, kuris NDC sistemoje veikia kaip kapitalo rinkų gražos norma. Tokiu būdu užtikrinama, kad ateityje išmokama pensija būtų proporcinga viso gyvenimo metu sumokėtoms įmokoms.

Pagrindiniai NDC schemas principai yra šie:

- Nominalių sąskaitų principas: kiekvienas dirbantis turi virtualią sąskaitą, į kurią yra registruojamos jo sumokėtos įmokos. Nors sąskaitos yra individualios, finansavimas yra grindžiamas einamųjų įmokų-išmokų principu: dirbančių asmenų sunešamos lėšos naudojamos dabartinių pensininkų išmokoms finansuoti.
- Indeksavimas: sukauptos sumos indeksuojamos pagal vidutinio darbo užmokesčio augimą (Švedijoje – pajamų indeksas (angl. *Income index*)), užtikrinant, kad sukauptos lėšos neprarastų perkamosios galios. Toks indeksas atspindi ekonomikos augimą ir yra laikomas palūkanų normos kapitalo rinkose analogu. Jeigu sistemos įsipareigijimai viršija sistemos turta, iki kol atkuriamas NDC sistemos pusiausvyra, pajamų indeksas yra keičiamas balanso indeksu (angl. *Balance index*).

- Konvertavimas į anuitetą: pasiekus pensinį amžių, virtualus kapitalas yra padalijamas iš anuiteto faktoriaus, apskaičiuojamo remiantis likusiu gyvenimo trukmės vidurkiu konkrečiai amžiaus grupei.
- Automatinis balansavimas: Pensijos dydis kinta automatiškai, priklausomai nuo šalies ekonominių ir demografinių tendensių, taip išlaikant sistemos tvarumą. Balansavimo poreikis nustatomas pagal santykinį dydį - balanso koeficientą (angl. *Balance ratio*). Pavyzdžiui, kuomet balanso koeficientas nukrinta žemiau 1, prasideda balansavimo periodas, kurio metu indeksavimui naudojamas pajamų indeksas yra pakeičiamas balanso indeksu (angl. *Balance index*). Balansavimo periodas nutraukiamas, kai balanso indeksas pasiekia pajamų indekso lygį.

Tokiu būdu sukaupta pensija yra tiesiogiai susieta su sumokėtomis įmokomis ir demografinėmis sąlygomis esančiomis tuo metu, kai asmuo išeina į pensiją.

Toliau plačiau aprašysime NDC sistemoje naudojamus parametrus.

3.2.1 Pajamų indeksas, I

Kiekvienų metų pradžioje sumos dirbančių asmenų sąskaitose yra indeksuojamos arba pajamų indeksu (angl. *Income index*), arba, jeigu sistemos įsipareigojimai yra didesni nei sistemos turtas - pajamų indekso ir balanso koeficiento (angl. *Balance ratio*) santykiu. Palūkanos, priskaičiuojamos nominalioms sąskaitoms, įprastai nustatomos pagal vidutinį darbo užmokesčio augimo pokytį, kurį parodo pajamų indeksas.

Šis matas apima tik darbo užmokestį. Pajamų indeksas yra apskaičiuojamas:

$$I_t = \left(\frac{u_{t-1}}{u_{t-4}} \times \frac{KPI_{t-4}}{KPI_{t-1}} \right)^{\frac{1}{3}} \times \frac{KPI_{t-1}}{KPI_{t-2}} \times k \times I_{t-1},$$

kur

$$u_t = \frac{Y_t}{N_t},$$

- t - kalendoriniai metai
- I_t - pajamų indeksas metais t
- KPI_t - vartotojų kainų indeksas, t -ųjų metų birželio 30-ai dienai
- k - paklaidos įvertio kooregavimo faktorius tarp u_{t-2} ir u_{t-3}
- Y_t - bendros 16-64 metų asmenų darbo užmokesčio pajamos metais t
- N_t - dirbančių 16-64 metų asmenų skaičius

Pajamų indekso pokytis susideda iš dviejų dalių. Pirmoji dalis yra vidutinis metinis pajamų pokytis per paskutinius trejus metus, neįtraukiant infliacijos. Antroji dalis - paskutinių 12 mėnesių periodo, pasibaigiančio birželį, infliacija.

3.2.2 Balanso koeficientas, BT

NDC sistemos finansinė būklė yra nusakoma santykinio dydžiu - balanso koeficientu (angl. *Balance ratio*). Balanso koeficientas yra sistemos turto ir įsipareigojimų santykis. Situacija, kada balanso koeficientas nukrinta žemiau 1 reiškia, jog turimi įsipareigojimai viršija turtą ir signalizuoja apie blogėjančią ekonominę ar demografinę situaciją. Šis koeficientas apskaičiuojamas sistemos turtą padalijant iš sistemos įsipareigojimų.

Pensijų sistemos turtas yra apskaičiuojamas vienerių metų įmoką dauginant iš vidutinio (naudojamas trijų metų vidurkis) įmokų ir išmokų laikotarpio - apyvartos ciklo trukmės (angl. *Turnover duration*). Apyvartos ciklo trukmė atspindi numatomą laikotarpį nuo pensijos kaupimo pradžios iki išmokų mokėjimo pabaigos. Šis rodiklis priklauso nuo darbo jėgos ir mirtingumo kiekvienoje amžiaus grupėje ir yra naudojamas balanso koeficiento *BT* apskaičiavimui. Apyvartos ciklo trukmė apskaičiuojama kaip įmokų mokėjimo laikotarpio ir išmokų mokėjimo laikotarpio suma. Vidutinis įmokų mokėjimo laikotarpis (angl. *Pay-in duration*) yra svertinis likusių iki pensijos laikotarpių vidurkis, svoriais imant tam tikros grupės asmenų skaičiaus ir jų vidutinio įnašo į sistemą sandaugas. Vidutinis išmokų mokėjimo laikotarpis (angl. *Pay-out duration*) yra svertinis vidurkis laikotarpių iki pensijos mokėjimo pabaigos, svoriais imant imant tam tikros grupės asmenų skaičiaus ir jų vidutinės pensijos sandaugas.

Matematinės formulės balanso koeficientui, įmokų mokėjimo laikotarpiui, išmokų mokėjimo laikotarpiui ir apyvartos ciklo trukmei apskaičiuoti, pateikiamos priede.

3.2.3 Balansavimas ir balanso indeksas, B

Esant situacijai, kada turtas tampa mažesnis už turimus įsipareigojimus, pensijų sistemai yra reikalingas balansavimas. Balanso indeksas yra santykinis dydis, kuris balansavimo laikotarpiu pakeičia pajamų indeksą. Kai vyksta balansavimas, sumos esančios NDC sąskaitose yra indeksuojamos pagal balanso indekso pokyčius, o ne pajamų indeksą. Balanso indekso pokyčiai priklauso nuo pajamų indekso pokyčių ir nuo balanso koeficiento.

Balanso indeksas apskaičiuojamas:

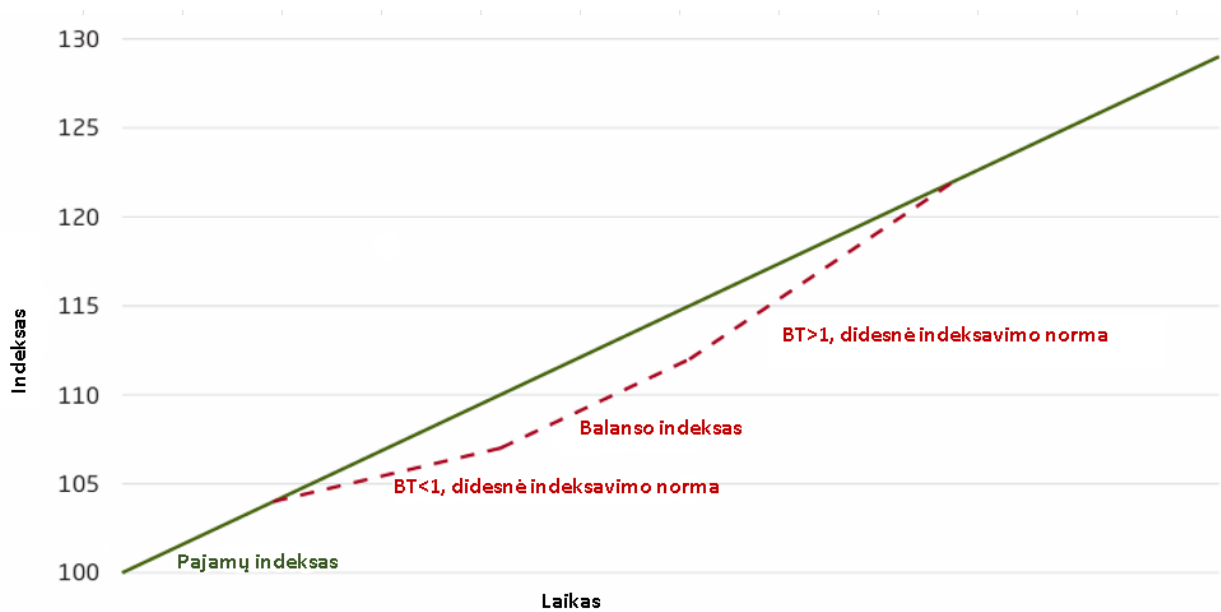
$$B_t = I_t \times BT_t,$$
$$B_{t+1} = B_t \times \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right) \times BT_{t+1} = I_{t+1} \times BT_t \times BT_{t+1},$$

kur

- B_t - balanso indeksas metais t
- I_t - pajamų indeksas metais t
- BT_t - balanso koeficientas metais t

Pensijos yra indeksuojamos analogiškai, tik balanso indeksas yra sumažinamas 1.6%, nes tokia palūkanų norma naudojama apskaičiuojant anuiteto faktorių.

Balansavimas yra metodas, kuris yra skirtas atkurti finansinei pusiausvyrai NDC sistemoje. Balansavimo laikotarpis yra aktyvuojamas, kuomet balanso koeficientas nukrinta žemiau 1, t.y. pensijų sistemos įsipareigojimai viršija turtą. Balansavimas nutraukiamas, kai balanso koeficientas pasiekia tą patį lygį kaip ir pajamų indeksas.



Pav. 2: Balansavimo pavyzdys. Švedijos sistemos atvejis. Šaltinis: Swedish Pensions Agency [8]

Grafike 2 yra pavaizduotas atvejis, kuomet Švedijos pensijų sistemoje reikalingas balansavimas. Šiame pavyzdyje balanso koeficientas BT nukrinta žemiau 1 iki $BT = 0.99$, o pajamų indeksas didėja nuo 100 iki $I = 104$. Tokioje situacijoje indeksavimui, vietoje pajamų indekso, naudojamas balanso indeksas, kuris šiuo atveju yra $B = I \times BT = 104 \times 0.99 = 102.96$. Taigi nominaliose sąskaitose esančios sukauptos sumos didėja lėčiau, iki kol sistemoje yra atkuriamas balansas.

3.2.4 Anuiteto faktorius, D

Norint sukaupią sumą NDC sąskaitoje paversti pensijos anuitetu, ją reikia padalinti iš anuiteto faktoriaus. Anuiteto faktorius, (angl. *Annuity divisor*) yra pensijos anuiteto dabartinė vertė, diskontuota naudojant 1.6% palūkanų normą. Anuiteto faktorius yra apskaičiuojamas:

$$D_i = \frac{1}{12L_i} \sum_{k=i}^r \sum_{X=0}^{11} \left(L_k + (L_{k+1} - L_k) \frac{X}{12} \right) (1.016)^{-(k-i)} (1.016)^{\frac{-X}{12}}, \quad i = 61, 62, \dots, r \quad (3)$$

kur

- D_i - anuiteto faktorius metais i . Čia i - asmens amžius išėjimo į pensiją metu
- r - maksimali gyvenimo trukmė
- L_i - skaičius asmenų iš pradinės kohortos, kurie sulaukė amžiaus i . Naudojamas Švedijos statistikos departamento parengta mirgingumo lentelė.

Švedijos NDC sistemoje šis faktorius yra esminis elementas, kuris yra naudojamas norint sukaupią pensijų kapitalą konvertuoti į metinę pensijos išmoką. Norint atskleisti šio faktoriaus aktuarinį teisingumą, tikslinga jį palyginti su klasikino gyvybės anuiteto dabartinės

vertės formulė, taikoma gyvybės draudimo matematikoje. Matematiškai gyvybės anuitetas apibūdinamas kaip būsimų periodinių išmokų dabartinė vertė, su sąlyga kad asmuo išgyvens iki kiekvieno mokėjimo momento. Pastebėkime, kad anuiteto faktorius NDC modelyje yra apibūdinamas analogiškai - kaip diskontuotas pensijos išmokų srautas, su sąlyga, kad pensiją gaunantis asmuo išmokos metu yra gyvas. Taigi, toks palyginimas leidžia parodyti, kad NDC anuiteto faktorius yra ne kas kita, kaip būsimų pensijos išmokų dabartinė verė.

Klasikinis gyvybės anuitetas yra mokamas tol kol asmuo yra gyvas. Tokio anuiteto dabartinė vertė yra:

$$a_x = v p_x + v^2 {}_2p_x + v^3 {}_3p_x + \dots = \sum_{t=1}^{\infty} v^t {}_t p_x,$$

čia $v = \frac{1}{1+i}$ yra diskonto daugiklis, o ${}_t p_x$ - tikimybė, kad asmuo, būdamas amžiaus x išgyvens t metų.

Pastebėkime, kad NDC anuiteto faktoriaus formulėje (3) $\frac{L_k}{L_i}$ yra išgyvenamumo tikimybė ${}_k-i p_i$, o $(1.016)^{-(k-i)-(\frac{x}{12})}$ yra diskonto daugiklis su palūkanų norma 1.6%.

Tarkime, kad i yra pensinis amžius, r - viršutinė amžiaus riba. Metinė palūkanų norma yra $j = 1.6\%$. Tada $v = \frac{1}{1+j} = \frac{1}{1.016}$, $v^t = (1.016)^{-t}$. Išgyvenamumo tikimybė apibūdinama ${}_t p_i = \frac{L_{i+t}}{L_i}$. Anuiteto faktoriaus formulėje L_{i+t} norint gauti įverčius mėnesiams, naudojama tiesinė interpoliacija.

Tada,

$$\begin{aligned} D_i &= \frac{1}{12L_i} \sum_{k=i}^r \sum_{x=0}^{11} \left(L_k + (L_{k+1} - L_k) \frac{x}{12} \right) (1.016)^{-(k-i)} (1.016)^{-\frac{x}{12}} \\ &= \frac{1}{12L_i} \sum_{k=i}^r \sum_{x=0}^{11} \left(L_k + (L_{k+1} - L_k) \frac{x}{12} \right) v^{(k-i)+\frac{x}{12}} \\ &= \frac{1}{12} \sum_{k=i}^r \sum_{x=0}^{11} v^{(k-i)+\frac{x}{12}} \underbrace{\frac{L_k + (L_{k+1} - L_k) \frac{x}{12}}{L_i}}_{\approx {}_{(k-i)+\frac{x}{12}} p_i}. \end{aligned}$$

Pažymėkime $m = 12(k-i) + x$ ir $t_m = \frac{m}{12}$, $m = 0, 1, \dots, 12(r-i) + 11$. Tada,

$$D_i = \frac{1}{12} \sum_{m=0}^M v^{t_m} {}_{t_m} p_i, \quad M = 12(n-i) + 11.$$

Taigi, matome, kad NDC sistemoje naudojamas anuiteto faktorius iš esmės yra gyvybės anuiteto, kai kiekvienio mėnesio pradžioje išmokama po $\frac{1}{12}$, dabartinė vertė. Tai leidžia daryti išvadą, kad šioje sistemoje taikomas pensijų apskaičiavimas yra grindžiamas aktuariškai teisingu principu: dabartinė pensijų kapitalo vertė yra lygi diskontuotai būsimų išmokų vertei.

3.2.5 NDC sistemos paveldimojo pelno koeficientas, AF

Svarbu akcentuoti, kad NDC sistemoje mirusių asmenų sąskaitose esantis virtualus kapitalas yra paskirstomas kitiems pensijų sistemos dalyviams, o ne paveldimas mirusiojo paveldėtojų. Sumos nominaliose sąskaitose yra dauginamos iš kasmet apskaičiuojamo paveldimojo pelno koeficiento (angl. *Inheritance gain factor*):

$$AF_{i,t} = \begin{cases} 1 + \frac{\sum_{j=2}^{17} PBd_{j-1,t-1}}{\sum_{j=2}^{17} PB_{j-1,t-1}}, & i = 2, 3, \dots, 17 \\ 1 + \frac{PBd_{i-1,t-1}}{PB_{i-1,t-1}}, & i = 18, 19, \dots, 60 \\ \frac{L_{i-1,t} + L_{i,t}}{L_{i,t} + L_{i+1,t}}, & i = 60, 61, \dots \end{cases}$$

kur

- i - amžius metų t pabaigoje
- $AF_{i,t}$ - paveldimųjų pajamų pelno koeficientas metais t , amžiaus grupei i
- $PBd_{i,t}$ - asmenų, priklausančių amžiaus grupei i , mirusių metais t , suma NDC sąskaitoje
- $PB_{i,t}$ - asmenų, priklausančių amžiaus grupei i , išgyvenusių metus t , suma NDC sąskaitoje
- $L_{i,t}$ - skaičius asmenų iš pradinės 100 000 kohortos, išgyvenusių metus t , priklausančių amžiaus grupei i . 60 ir vyresnių asmenų amžiaus grupėse yra naudojamas teorinis, o ne stebėtas mirtingumas.

3.2.6 Administracinių išlaidų koeficientas, FF

Kartą per metus iš NDC sąskaitose esančių sumų yra nuskaitomas administracinis mokestis. Administracinis mokestis padengia sistemos administravimo išlaidas. Mokestis yra apskaičiuojamas pensijos balansą padaugianat iš administracinių išlaidų koeficiento (angl. *Administrative cost factor*).

Matematinė administracinių išlaidų koeficiento apskaičiavimo formulė pateikiama priede.

3.2.7 Vidutinis pensinis amžius, $\bar{R}$

Vidutinis pensinis amžius (angl. *Average retirement age*) yra reikalingas todėl, nes žmonės nebūtinai išeina į pensiją tiksliai tuo metu, kada sueina pensinis amžius. Taigi dažnai skaičiavimams yra naudojamas vidutinis amžius išėjimo į pensiją metu. Kadangi pensinio amžiaus pasirinkimas didelės reikšmės skaičiavimų rezultatams neturi, todėl toliau laikysime, kad pensinis amžius yra 65 metai.

Matematinė vidutinio pensinio amžiaus apskaičiavimo formulė pateikiama priede.

4 Modelio idėja, duomenys ir prielaidos

Šiame skyriuje naudojantis programa R Studio ištirsime, kaip pensijos dydis koreliuoja su mirtingumo pokyčiais bei įvertinsime ekonominių veiksnių įtaką NDC sistemos stabilumui.

Toliau nominaliųjų sąskaitų sistemos veikimo principą pritaikysime Lietuvos duomenims. Modelyje analizuojama hipotetinė kohorta, kuri pradeda dirbti šiandien ir į pensiją išeina sulaukusi 65 metų. Kaupimo laikotarpis yra 40 metų, o pradiniai parametrai parenkami remiantis Lietuvos statistiniais duomenimis ir standartiniais NDC principais. Kas mėnesį 16% nuo asmens uždirbamų pajamų pervedama į nominalią sąskaitą. Pradinis atlyginimas pasirinktas 12 tūkst. EUR per metus. Pasiekus pensinį amžių (RA), pradinė pensija yra apskaičiuojama dalijant sukaupą nominalųjį kapitalą iš anuiteto faktoriaus D_x , kuris apskaičiuotas remiantis išgyvenamumo lentele. Taip pat pensija kasmet indeksuojama pajamų

indeksu. Kadangi Lietuvoje pensijos apskaitos vienetų kaina priklauso nuo darbo užmokesčio fondo rinkos, laikysime, kad pajamų indeksas yra lygus vidutiniam darbo užmokesčio augimui.

Modelyje yra apibrėžiamas bazinis scenarijus, kuris vėliau, norint įvertinti ekonominių bei demografinių pokyčių įtaką, yra modifikuojamas keičiant įvairius parametrus. Baziniu scenarijumi yra laikoma tiek ekonomiškai, tiek demografiškai stabili aplinka.

Taigi, šiuo atveju yra laikoma, kad darbo užmokestis auga nuosekliai. Vidutinis darbo užmokesčio augimas pasirinktas remiantis tarptautinėmis darbo rinkos tendencijomis. Pagal ekonominio bendradarbiavimo ir plėtros organizacijos (Organisation for Economic Co-operation and Development, OECD) [9] pateikiamus duomenis daugumai šalių, tarp jų ir Lietuvai, būdingas 2–3% vidutinis realus metinis atlyginimų augimas. Centrinės ir Rytų Europos šalys pasižymi didesniu augimu, kadangi yra siekiama priartėti prie Europos vidurkio. Todėl šiame modelyje bus naudojamas 3% vidutinis darbo užmokesčio augimo rodiklis.

Šiame darbe palūkanų norma, naudojama apskaičiuoti anuiteto faktoriui, $g = 1.6\%$ parenkama remiantis Švedijos NDC pensijų sistemos modelio prielaidomis. Švedijoje 1.6% dydžio palūkanų norma yra įtvirtinta teisės aktuose ir naudojama kaip standartinis diskonto dydis apskaičiuojant anuiteto daliklį [9]. Taip pat daroma prielaida, kad metinė infliacija yra stabili ir lygi 2%.

Taip pat baziniame scenarijuje yra laikoma, kad demografinė situacija šalyje nesikeis per pirmus 40 metų. Naudosime duomenų bazėje "Human Mortality Database (HMD)" [4] pateiktą informaciją apie Lietuvos gyventojų mirtingumą. Mirtingumo tikimybes imsime iš duomenų bazėje pateiktų mirtingumo lentelių. Pensinis amžius pasirinktas remiantis Sodros [12] duomenimis, kuris nuo 2026-ųjų metų bus 65 metai tiek vyrams tiek moterims.

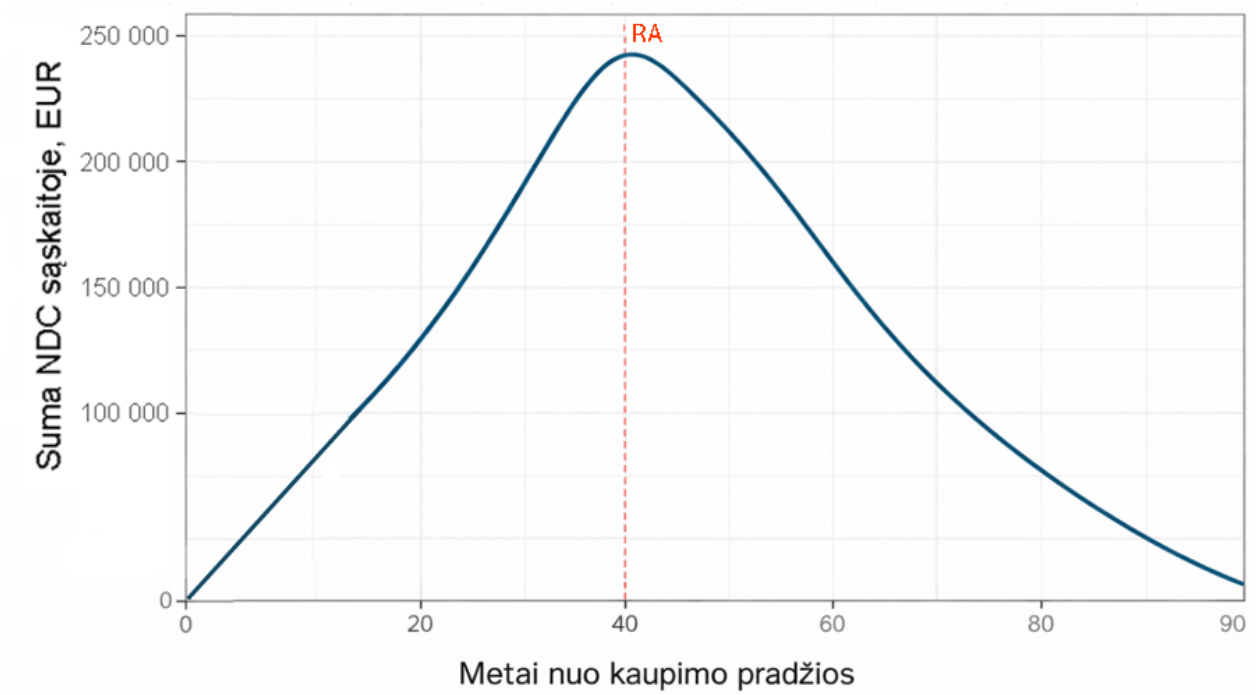
Toliau, siekiant įvertinti kokią įtaką NDC modelio veikimui turi šalies ekonominė būklė, pakeisime darbo užmokesčio augimo tempą. Šis scenarijus leis įvertinti pajamų indekso pokyčių įtaką nominaliojo kapitalo, o kartu ir būsimos pensijos dydžiui. Naudojantis Lee-Carter metodu gauta mirtingumo prognozė leis įvertinti modelio jautrumą demografiniams pokyčiams. Galiausiai norint pamatyti kaip ateities pensijas gali paveikti šalyje paskelbta pandemija, sumodeliuosime scenarijų, atitinkantį COVID-19 krizę.

5 Pagrindiniai rezultatai

Šiame skyriuje pateiksime NDC sistemos simuliacijos rezultatus, pagrįstus Lee-Carter mirtingumo prognoze ir keliomis ekonominėmis prielaidomis. Pirmiausia apžvelgsime bazinį scenarijų, vėliau - jautrumą ekonomikos ir ilgaamžiškumo pasikeitimams ir pateiksime COVID-19 šoko įtaką NDC sistemos veikimui.

5.1 Bazinis scenarijus

Žemiau pateiktame grafike vaizduojamas vieno asmens nominalios sąskaitos balanso kitimas bėgant laikui. Pastebėkime, kad virtualus kapitalas didėja iki kol yra mokamos įmokos. Sulaukus pensinio amžiaus, kuris yra 65 metai, sukauptos lėšos yra konvertuojamos į periodines išmokas ir pradedama mokėti senatvės pensija.



Pav. 3: Nominaliosios sąskaitos balansas, EUR

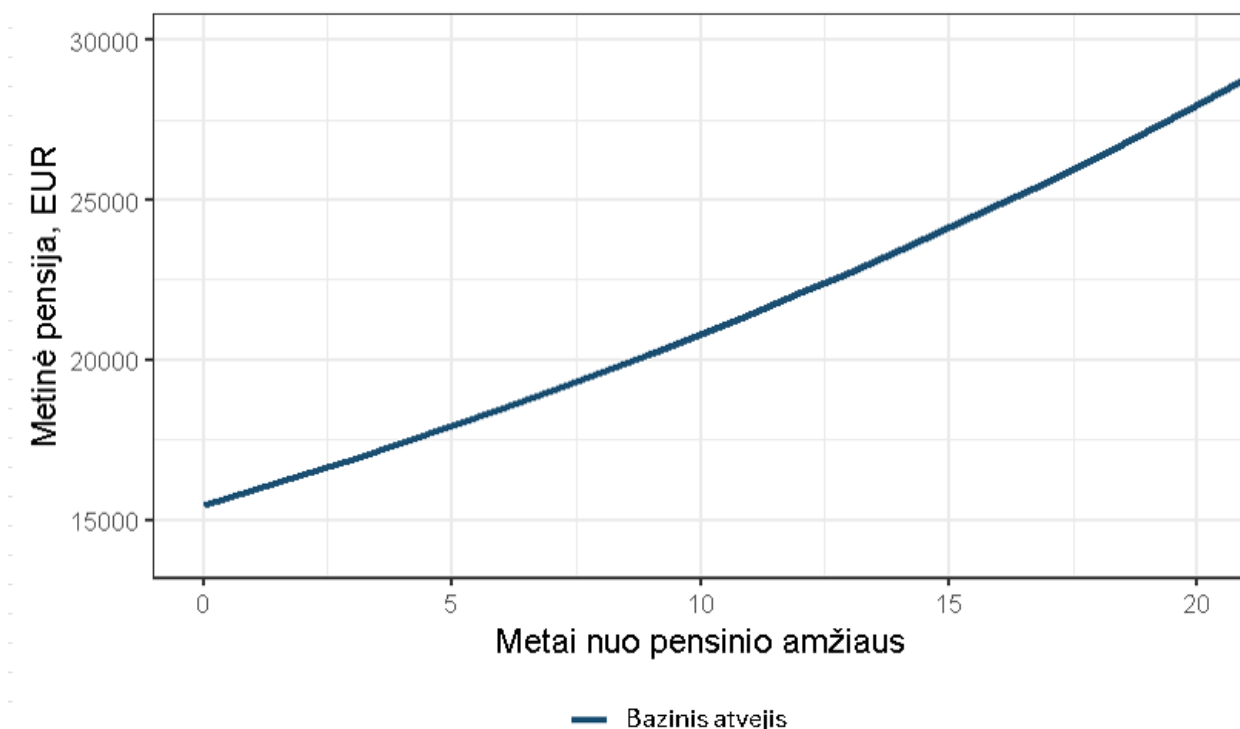
Norint apskaičiuoti pensijos anuitetą, sukaupą sumą, kuri šiuo atveju yra 238 tūkst. EUR, reikia dalinti iš anuiteto faktoriaus D_{65} . Kadangi šio darbo tikslas yra ne tiksliai prognozuoti 2065 m. pensijos dydį, o įvertinti NDC sistemos jautrumą skirtingoms ekonominėms ir demografinėms sąlygoms, pradinė pensija baziniu atveju yra apskaičiuojama naudojant dabartinę 2024 m. mirtingumo lentelę, t.y., laikoma, kad mirtingumas laikui bėgant nesikeis. Būsimo gyvenimo trukmės pokyčiai bus analizuojami prognozuojamą mirtingumą modeliuojant Lee–Carter metodu.

Anuiteto faktorius D_{65} yra apskaičiuojamas:

$$D_{65} = \sum_{k=0}^{r-65} \frac{{}_k p_{65}}{(1+g)^k} = 15.9$$

kur g yra Švedijos NDC modelio techninė norma lygi 1.6%, o r - maksimalus galimas amžius. Duomenų bazėje "Human Mortality Database (HMD)" [4] pateikiamose mirtingumo lentelėse $r = 110$.

Tada, gauname, kad baziniu atveju pradinė metinė pensija siekia 15.4 tūkst. EUR ir kasmet didėja, kadangi pensijos yra indeksuojamos, siekiant, kad pinigai neprarastų perkamosios galios.

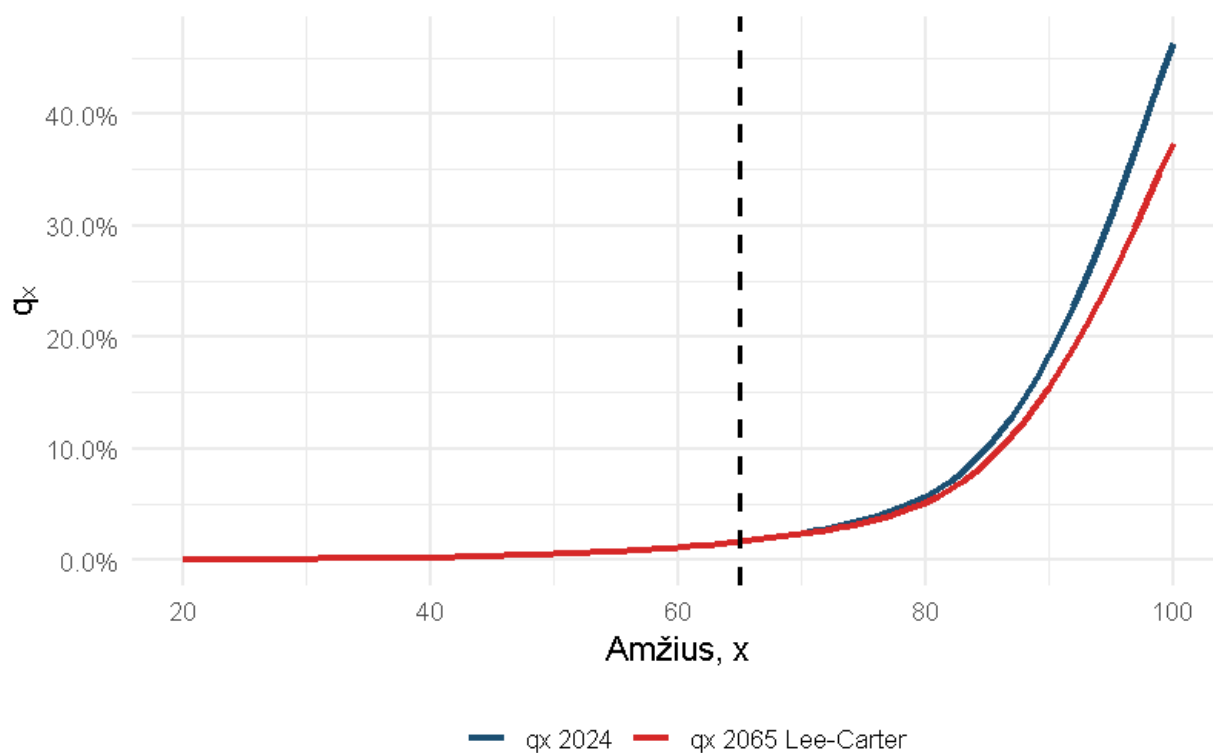


Pav. 4: Metinė pensija EUR, bazinės ekonomikos atvejis

Norint geriau suprasti kiek verta gauta pensija, įvertinsime pakeitimo normą. Pakeitimo norma (angl. Replacement rate) – rodiklis, parodantis santykį tarp pensijų išmokos ir vidutinio darbo užmokesčio šalyje. Švedijos NDC sistemoje šis santykis paprastai siekia apie 30–40%. Baziniame modelio scenarijuje gautas pradinės pensijos ir paskutinio darbo užmokesčio prieš išeinant į pensiją santykis siekia 41.5%. Toks rezultatas leidžia teigti, kad modelis yra tinkamas tolesnei ekonominių bei demografinių scenarijų analizei.

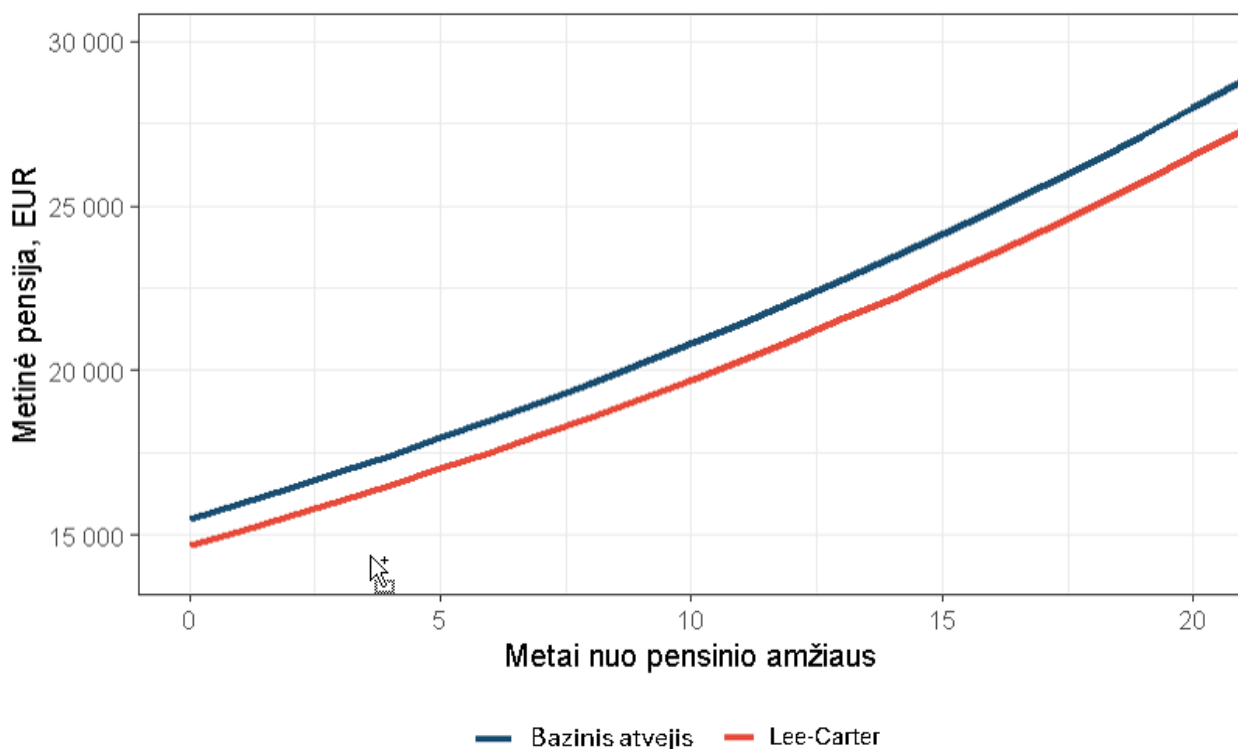
5.2 Ilgaamžiškumo įtaka

Populiacijos mirtingumo pokyčiai yra vienas iš svarbiausių veiksnių, lemiančių pensijos dydį. Taip pat mirtingumo pokyčiai turi įtakos ir sistemos finansiniam stabilumui. Siekiant įvertinti ilgaamžiškumo (angl. *Longevity*) įtaką senatvės pensijos dydžiui, naudojantis Lee-Carter metodu sumodeliavome mirtingumo tikimybių q_x lentelę. Tam naudojame istorinius mirtingumo duomenis - mirtingumo lenteles nuo 1980 iki 2019 metų. Siekiant išvengti mirtingumo šuolių dėl COVID-19 įtakos 2020-2022 metų lentelių nenaudojome. Žemiau pateiktame grafike yra pavaizduotas mirtingumo tikimybės q_x grafikas. Vertikalūs brūkšnys rodo pensinį amžių. Mėlyna linija vaizduoja stebėtą mirtingumą 2024-aisiais metais, o raudona - Lee-Carter metodu sumodeliuotą mirtingumą 2065-aisiais metais.



Pav. 5: Mirtingumo tikimybė q_x , 2024-aisiais ir 2065-aisiais metais. Naudojami bendri Lietuvos mirtingumo lentelės duomenys vyrams ir moterims.

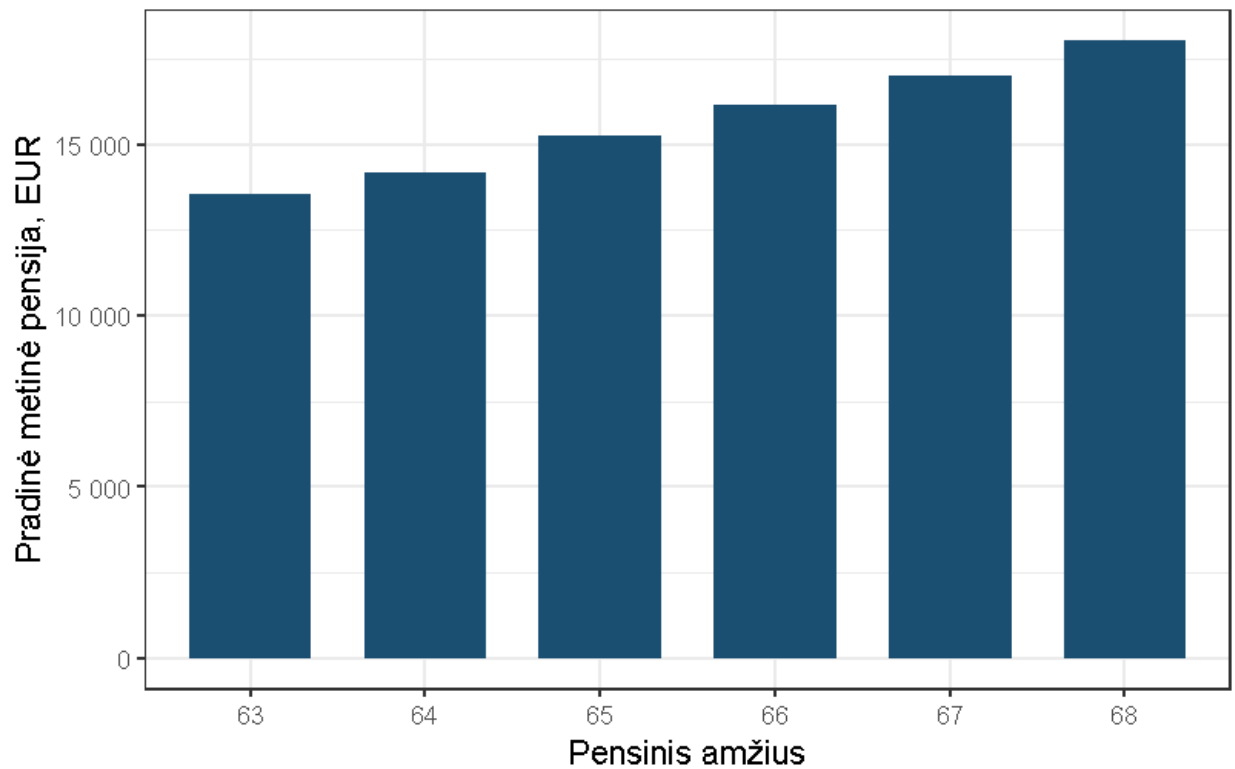
Matome, kad Lee-Carter metodu gauta mirtingumo tikimybė yra mažesnė. Panagrinėkime, kaip mažėjantis mirtingumas paveikia pradinės pensijos dydį. Gautus rezultatus pateikiame grafike 6. Mėlyna linija vaizduoja metinės pensijos kitimą bėgant laikui baziniu atveju, o raudona linija - metinės pensijos kitimą tuo atveju, kai anuiteto faktorius apskaičiuotas naudojantis Lee-Carter metodu sudaryta 2065-ųjų metų mirtingumo lentele.



Pav. 6: Metinė pensija EUR, ilgaamžiškumo įtaka

Naudojantis Lee-Carter metodu sudaryta mirtingumo lentelė atspindi ilgėjančios gyvenimo trukmės Lietuvoje įtaką NDC sistemos veikimui. Pastebėjime, kad šiuo atveju pradinė metinė pensija yra mažesnė, nei baziniu atveju ir siekia 14.4 tūkst. EUR. Prisiminkime, kad pradinė pensija yra apskaičiuojama sukaupą sumą virtualioje sąskaitoje padalijant iš anuiteto faktoriaus D_{65} . Keičiant mirtingumo prielaidas, suma nominalioje NDC sąskaitoje išliko tokia pat kaip ir baziniu atveju, tačiau anuiteto faktorius padidėjo iki $D_{65} = 16.5$. Todėl natūralu, kad metinė pensijos suma yra mažesnė palyginus su baziniu atveju. Šiuo atveju gavome, kad pradinės pensijos ir paskutinio darbo užmokesčio prieš išeinant į pensiją santykis yra 38.6%. Taigi, galime teigti, jog ilgėjant gyvenimo trukmei, pensijos dydis mažėja, jei kitos sąlygos vienodos.

Ilgėjanti gyvenimo trukmė kelia vis daugiau diskusijų visuomenėje dėl pensinio amžiaus didinimo. Mirtingumo mažėjimas senyvame amžiuje kelia spaudimą pensijų sistemoms, kadangi pastarosios turi užtikrinti ilgesnį išmokų mokėjimo laikotarpį, kai tuo metu dirbančių asmenų skaičius auga gerokai lėčiau. Natūralu, kad tokios tendencijos skatina valstybę didinti pensinį amžių. Tokia politika ne tik sumažina pensijų sistemos riziką, tačiau turi ir finansinės naudos pensijų sistemos dalyviams. Pensinio amžiaus kitimo įtaka pradinės pensijos dydžiui pavaizduota grafike 7.

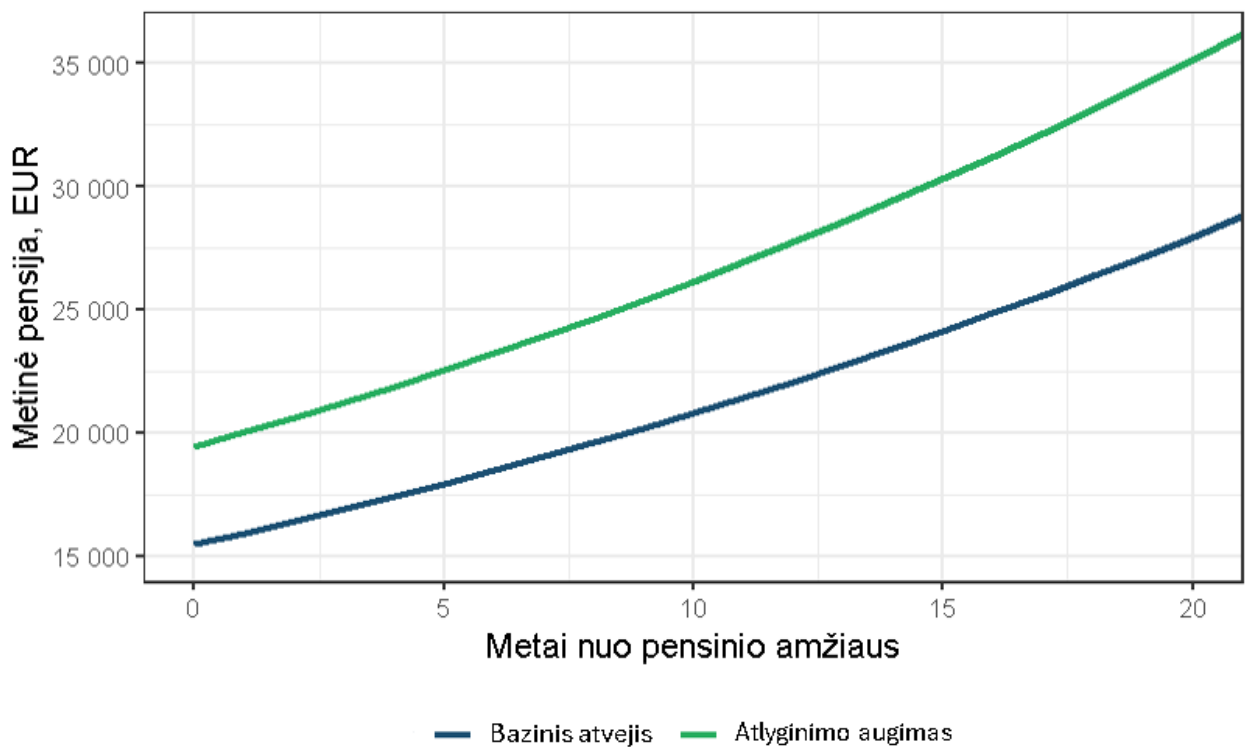


Pav. 7: Pradinė metinė pensija EUR, pensinio amžiaus įtaka

Pastebėkime, kad didėjant pensiniam amžiui, nuosekliai didėja ir būsimos pradinės pensijos dydis. Tokį didėjimą lemia ilgesnis įmokų mokėjimas į NDC sąskaitą. Taigi natūralu, kad ilgiau pasilikdami darbo rinkoje individai užsitikrina didesnes pajamas senatvėje.

5.3 Darbo užmokesčio augimas

Panagrinėkime kaip pasikeistų pradinės pensijos dydis, jeigu turėtume spartesnį darbo užmokesčio augimą šalyje. Tarkime, atlyginimai ima augti 20% sparčiau nei įprasta. Žemiau pateiktame grafike 8 žalia linija vaizduoja metinės pensijos dydį tuo atveju, kai šalyje stebimas ekonominis augimas. Mėlyna linija - bazinis atvejis. Atlyginimų augimo atveju pradinė metinė pensija siekia 19.4 tūkst. EUR.

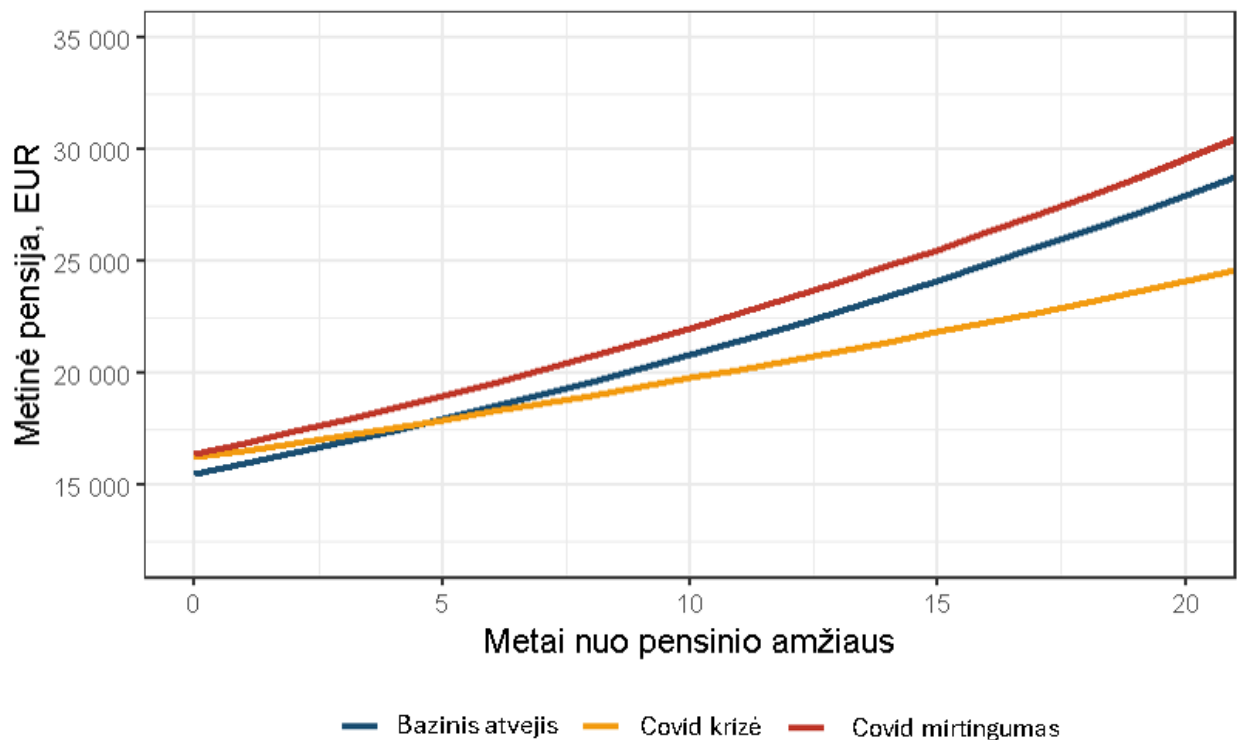


Pav. 8: Metinė pensija EUR, darbo užmokesčio augimo įtaka

Taigi, galime daryti išvadą, kad teigiami šalies ekonomikos pokyčiai, daro teigiamą poveikį NDC pensijų sistemai. Pakeitimo norma padidėjo nuo 41.5% iki 42.7%. Šiuo atveju anuiteto faktorius išlieka toks pat kaip ir baziniu atveju, kadangi mirtingumas nesikeičia, taigi padidėjusią pensiją lėmė tik atlyginimų augimas ir kasmetinis sumų NDC sąskaitose indeksavimas pajamų indeksu.

5.4 COVID-19 šokas

2019-ųjų metų pabaigoje visą pasaulį sukrėtusi COVID-19 pandemija be jokios abejonės paveikė ne tik pasaulinę ekonomiką, bet ir iškreipė populiacijos mirtingumą. NDC sistemoje darbo rinkos pokyčiai ir išaugęs mirtingumas per indeksaciją ir anuiteto faktorius tiesiogiai veikia nominaliųjų sąskaitų vertę. Siekiant įvertinti mirtingumo pokyčių pandemijos metu įtaką, perskaičiavome anuiteto faktorių naudojantis pandemijos laikotarpio mirtingumo lentelę. Rezultatai pateikiami grafike 9. Tik mirtingumo pokyčių įtaką vaizduoja raudona linija. Matome, kad esant COVID-19 scenarijui, metinis pensijos dydis yra didesnis nei baziniu atveju. Tai, kaip jau minėta anksčiau lemia anuiteto faktoriaus mažėjimas dėl sumažėjusios vidutinės būsimo gyvenimo trukmės ir dėl paveldimojo pelno koeficiento padidėjimo, dėl išaugusio mirčių skaičiaus. Pandemijos laikotarpiu likusi tikėtina gyvenimo trukė 65-ų metų asmeniui yra 16.81 metai, kai baziniu atveju šis rodiklis buvo 18.28 metai. Anuiteto faktorius $D_{65} = 13.8$, o pradinė metinė pensija yra 16.2 tūkst. EUR.

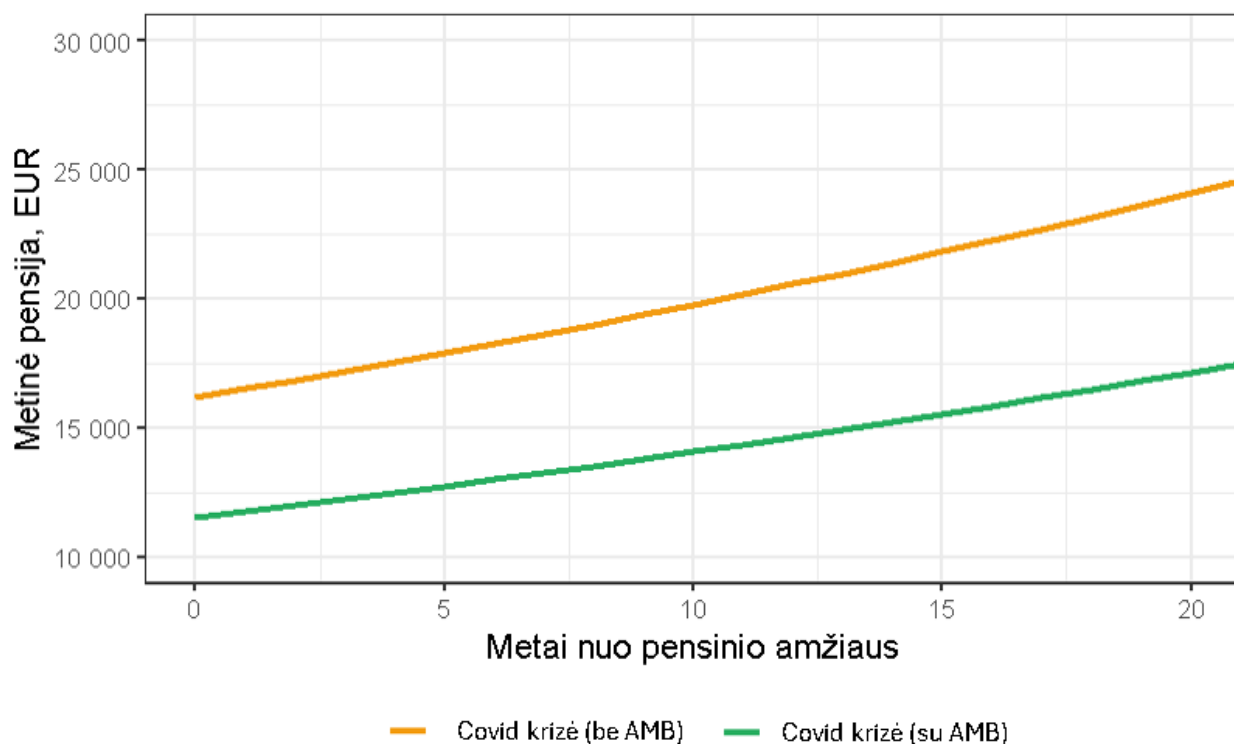


Pav. 9: Metinė pensija EUR, pandemijos įtaka

Siekiant kuo tiksliau kiekybiškai įvertinti tokios stresinės situacijos įtaką, verta atsižvelgti į tai, kad pandemijos metu kinta ne tik mirtingumas, bet pasikeičia ir visos šalies ekonominė situacija. Norint gauti tikslesnį rezultatą keisime abu parametrus iš kart - naudosime 2020-ųjų metų mirtingumo lentelę anuiteto faktoriaus perskaičiavimui ir sumažinsime atlyginimo augimo koeficientą. Tokią situaciją grafike 9 vaizduoja geltona linija. Šiuo atveju pradinė pensija yra tokia pat kaip ir anksčiau, tačiau pastebėjime, esant ekonominiam nuosmukiui, pensijos augimas ženkliai sulėtėja. Iš grafiko matome, kad demografiniai ir ekonominiai svyravimai gali turėti skirtingą poveikį pensijos dydžiui priklausomai nuo to, ar jie mažina ekonominį aktyvumą (neigiamas efektas) ar trumpina likusio gyvenimo trukmę (potencialiai teigiamas efektas).

5.5 Balansavimas

Automatinio balansavimo mechanizmas Švedijos NDC sistemoje atlieka esminę stabilizavimo funkciją, užtikrinančią ilgalaikę sistemos pusiausvyrą ekonominių ar demografinių šokų metu. Kai sistemos turtas (dabartinės įmokos) tampa mažesnis už įsipareigojimus (sukauptą virtualų balansą), balanso koeficientas nukrinta žemiau 1 ir balansavimo mechanizmas automatiškai sumažina pensijų indeksavimo koeficientą. Dėl to lėtėja nominalių sąskaitų augimas kaupimo laikotarpiu, o vėliau – ir pradinė pensija. Šiame darbe atlikta COVID-19 scenarijaus analizė parodė, kad be balansavimo pensijos dydis laikui bėgant yra mažesnis dėl prastesnės ekonominės situacijos, tačiau įsijungus balansavimo mechanizmui pensijos dar labiau sumažėja. Tai galime matyti žemiau pateiktame grafike:



Pav. 10: Metinė pensija EUR, balansavimo įtaka

Pastebėkime, kad grafike 10 pavaizduotas pensijos dydis, kada NDC sistemoje veikia automatinio balansavimo mechanizmas, yra ženkliai mažesnis. Pradinė pensija išėjimo į pensiją metu siekia tik 11.5 tūkst. EUR per metus. Pakeitimo norma šiuo atveju yra 33.8%. Nors toks rodiklis vis dar patenka į NDC sistemos vidurkį, tačiau yra daug mažesnis negu tuo atveju, kada balansavimo mechanizmas netaikomas.

NDC sistema teoriškai sukurta taip, kad užtikrintų finansinį tvarumą net ir esant ekonominiams ar demografiniams svyravimams. Automatinio balansavimo mechanizmas leidžia pensijų augimą susieti su realiais ekonominiais rodikliais, todėl sistema išvengia biudžeto deficito ar perviršio rizikos. Tačiau šis prisitaikymas reiškia, kad ekonominio nuosmukio metu mažėja ir individualių sąskaitų vertė, o kartu – būsimos pensijos. Todėl NDC modelis efektyviai amortizuoja įvairių scenarijų poveikį sistemai kaip visumai, bet neapsaugo atskirų dalyvių nuo pajamų sumažėjimo senatvėje esant ekonomikos nuosmukiui.

6 Išvados

Šiame darbe analizuojama NDC sistema turi aiškų ryšį tarp įmokų ir būsimų išmokų, todėl išsiskiria kaip ekonomiškai ir demografiškai subalansuotas pensijų sistemos finansavimo modelis. Atlikta analizė patvirtina, kad Švedijos modelyje naudojamas nominaliųjų sąskaitos mechanizmas leidžia sistemai prisitaikyti prie pokyčių darbo rinkoje ir demografiniuose procesuose. Ilgaamžiškumo projekcijos naudojant Lee–Carter modelį parodė nuoseklų mirtingumo mažėjimą iki 2065m., ypač vyresnėse amžiaus grupėse. Pagal 2065m. projekcines lenteles apskaičiuotas anuiteto faktorius yra didesnis nei bazinis, todėl, esant ilgesnei likusiai gyvenimo trukmei, pensijos sumažėja. Tai atitinka teorinį NDC principą. Taip pat, natūralu, kad darbo užmokesčio augimas teigiamai paveikė ir senatvės pensijos dydį. COVID-19 scenarijų analizė parodė dvi priešingas tendencijas. Tik mirtingumo pokyčiai padidino pradinę pensiją, dėl sumažėjusio anuiteto faktoriaus ir mirusių sistemos narių virtualaus kapitalo padalijimo gyviesiems. COVID-19 krizės efektas tiek mirtingumui, tiek ekonomikai turėjo priešingą rezultatą — pensijos augimas reikšmingai sumažėjo. Įsijungus automatinio balansavimo mechanizmui, siekiant išvengti sistemos deficito, būsimos pensijos dydis sumažėjo dar labiau. Tokia NDC modelio elgsena krizės laikotarpiu patvirtino sistemos stabilumo palaikymą. Nors tai ir sukelia pensijų sumažėjimą, sistema išlaiko finansinį balansą ilguoju periodu be papildomų politinių sprendimų. Taigi, atliktas tyrimas rodo, kad Švedijos NDC modelis galėtų būti tvari alternatyva Lietuvos pirmos pakopos pensijų sistemai.

Literatūros šaltiniai

- [1] Artea. Prieiga: <https://www.artea.lt/lt>
- [2] H. Aspegren, J. Duran, M. Masselink. Pension reform in Sweden: Sustainability and Adequacy of Public Pensions 2019
- [3] Eurostat. Prieiga: <https://ec.europa.eu/eurostat>
- [4] Human mortality database. Prieiga: <https://www.mortality.org/>
- [5] R. D. Lee, L. R. Carter. Modeling and forecasting US mortality. Journal of the American statistical association, 1992.
- [6] Lietuvos Bankas. Prieiga: <https://www.lb.lt/lt/>
- [7] E. Palmer. Financial Sustainability of Swedish Welfare Commitments, 2014
- [8] Swedish Pensions Agenc. ORANGE REPORT. Annual Report of the Swedish Pension System 2013, 2014
- [9] Organisation for Economic Co-operation and Development. Prieiga: <https://www.oecd.org/en.html>
- [10] A. Skučaitė. Applied Actuarial Mathematics - Life insurance / Pensions. Paskaitų konspektas. 2025
- [11] A. Skučaitė. Išgyvenamumo- demografiniai modeliai. Paskaitų konspektas. 2020
- [12] Sodra. Pensijų sistema Lietuvoje, 2023. Prieiga: <https://www.sodra.lt>
- [13] Užimtumo tarnyba. Prieiga: <https://uzt.lt/>

A Priedai

A.1 Lee-Carter parametrų α_x , β_x ir k_x įverčiai

Skaiciavimams yra reikalingas centrinis mirtingumo dažnis. Naudosime duomenų bazėje "Human Mortality Database (HMD)" [4] pateiktą informaciją apie Lietuvos gyventojų mirtingumą. Mirtingumo dažnio įverčius imsime iš duomenų bazėje pateiktų mirtingumo lentelių.

Toliau rasime mirtingumo koeficiento α_x , mirtingumo pokyčio, priklausančio nuo amžiaus, β_x ir laiko trendo k_t įverčius.

Norint rasti modelio parametrus sukonstruojame tikslią funkciją, kuri nusako skirtumą tarp modeliujamų ir tikrųjų logaritminių mirtingumo rodiklių:

$$O = \sum_{x=x_1}^{x_m} \sum_{t=t_1}^{t_n} (\ln \hat{m}_x(t) - \alpha_x - \beta_x k_t)^2.$$

Diferencijuojant funkciją O pagal α_x gauname:

$$\sum_{t=t_1}^{t_n} \ln \hat{m}_x(t) = (t_n - t_1 + 1)\alpha_x + \beta_x \sum_{t=t_1}^{t_n} k_t = (t_n - t_1 + 1)\alpha_x,$$

nes $\sum_{t=t_1}^{t_n} k_t = 0$.

Tada

$$\hat{\alpha}_x = \frac{1}{t_n - t_1 + 1} \sum_{t=t_1}^{t_n} \ln \hat{m}_x(t).$$

Toliau randame β_x ir k_t įverčius. Tam pirmiausia sukonstruojame matricą M :

$$M = \begin{pmatrix} m_{x_1}(t_1) & \cdots & m_{x_1}(t_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{x_m}(t_1) & \cdots & m_{x_m}(t_n) \end{pmatrix},$$

ir matricą:

$$Z = \ln \hat{M} - \hat{a} = \begin{pmatrix} \ln \hat{m}_{x_1}(t_1) - \hat{a}_{x_1} & \cdots & \ln \hat{m}_{x_1}(t_n) - \hat{a}_{x_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \hat{m}_{x_m}(t_1) - \hat{a}_{x_m} & \cdots & \ln \hat{m}_{x_m}(t_n) - \hat{a}_{x_m} \end{pmatrix}.$$

Tada reikia minimizuoti:

$$OLS(\beta, \alpha) = \sum_{x=x_1}^{x_m} \sum_{t=t_1}^{t_n} (z_{xt} - \beta_x k_t)^2.$$

Tam galime naudoti singuliariųjų verčių dekompoziciją (SVD). Tam sukonstruojame dvi matricas - $Y^T Y$, kurios dimensijos yra $(t_1 \dots t_n) \times (t_1 \dots t_n)$ ir matricą $Y Y^T$ su dimensijomis $(x_1 \dots x_m) \times (x_1 \dots x_m)$.

Tegu u_1 - tikrinis vektorius atitinkantis didžiausią matricos $Y^T Y$ tikrinę vertę λ_1 ir v_1 matricos $Y Y^T$ tikrinis vektorius. Tada geriausia galima Y aproksimacija randama mažiausių kvadratų metodu:

$$Y \approx Y^* = \sqrt{\lambda_1} v_1 u_1^T.$$

Tada

$$\hat{\beta} = \frac{v_1}{\sum_j} v_{1j},$$

$$\hat{k} = \lambda_1 \left(\sum_j v_{1j} u_1 \right).$$

A.2 Papildomos formulės NDC paramentrams apskaičiuoti

A.2.1 Balanso koeficientas, BT

$$BT_{t+2} \equiv \frac{AT_t + \overline{BF}_t}{S_t},$$

$$AT_t = \overline{A}_t \times \overline{OT}_t,$$

$$\overline{BF}_t = \frac{BF_t + BF_{t-1} + BF_{t-2}}{3},$$

$$\overline{A}_t = \frac{A_t + A_{t-1} + A_{t-2}}{3} \times \left(\frac{A_t}{A_{t-3}} \times \frac{KPI_{t-3}}{KPI_t} \right)^{\frac{1}{3}} \times \left(\frac{KPI_t}{KPI_{t-1}} \right),$$

$$\overline{OT}_t = \text{median}[OT_{t-1}, OT_{t-2}, OT_{t-3}],$$

kur

- t -kalendoriniai metai, jei kintamasis susijęs su pinigų srautais, kalendorinių metų pabaiga, jei kintamasis susijęs su akcijomis
- AT_t -sistemos turtas, metais t
- BF_t - rezervinis fondas, pirmojo–ketvirtojo ir šeštojo nacionalinių pensijų fondų turto bendra rinkos vertė, metais t .
- $\overline{BF}_t$ - suglodinta (naudojamas trijų metų vidurkis) rezervinio fondo vertė, metais t
- S_t - pensijų išsipareigojimai, metais t
- $\overline{A}_t$ - suglodintas (naudojamas trijų metų vidurkis) turto įnašas pay-as-you-go sistemoje, metais t
- $\overline{OT}_t$ - suglodinta (naudojamas trijų metų vidurkis) apyvartos trukmė, metais t
- A_t -turto įnašas pay-as-you-go sistemoje, metais t
- OT_t - apyvartos ciklo trukmė, metais t
- KPI_t - vartotojų kainų indeksas, metų t birželiui

A.2.2 Įmokų mokėjimo laikotarpis, IT

$$IT_t = \frac{\sum_{i=16}^{\bar{R}_t-1} \overline{PR}_{i,t} \times L_{i,t} \times (\bar{R} - i - 0.5)}{\sum_{i=16}^{\bar{R}_t-1} \overline{PR}_{i,t} \times L_{i,t}}$$

$$\overline{PR}_{i,t} = \frac{\frac{PR_{i,t}}{N_{i,t}} + \frac{PR_{i+1,t}}{N_{i+1,t}}}{2}, \quad i = 16, 17, \dots, \bar{R}_t - 2,$$

$$\overline{PR}_{\bar{R}-1,t} = \frac{PR_{\bar{R}-1,t}}{N_{\bar{R}-1,t}},$$

$$L_{i,t} = L_{i-1,t} \times h_{i,t}, \quad i = 17, 18, \dots, \bar{R} - 1 \quad \text{kur } L_{16,t} = 1$$

$$h_{i,t} = \frac{N_{i,t}}{N_{i-1,t-1}}, \quad i = 17, 18, \dots, \bar{R} - 1$$

kur

- $PR_{i,t}$ - 16% nuo atlyginimo, metais t , amžiaus grupei i .
- $N_{i,t}$ - asmenų skaičius amžiaus grupėje i , kurie bet kuriuo metu per įmokų mokėjimo laikotarpį gavo pajamų ir kurie nebuvo registruoti kaip mirę.
- $L_{i,t}$ - asmenų, priklausančių amžiaus grupei i , dalis metais t .
- $h_{i,t}$ - asmenų, priklausančių i amžiaus grupei, skaičiaus pokytis metais t .

A.2.3 Išmokų mokėjimo laikotarpis, UT

$$UT_t = \frac{\sum_{i=R_t}^{S_t} 1.016^{(i-\bar{R}_t+0.5)} \times L_{i,t}^* \times (i - \bar{R}_t + 0.5)}{\sum_{i=R_t}^{S_t} 1.016^{(i-\bar{R}_t+0.5)} \times L_{i,t}^*},$$

$$L_{i,t}^* = L_{i-1,t}^* \times he_{i,t} \quad \text{kur } L_{60,t}^* = 1$$

$$he_{i,t} = \frac{U_{i,t}}{U_{i,t} + Ud_{i,t} + 2 \times Ud_{i,t}^*}, \quad i = 61, 62, \dots, R_t$$

kur

- R_t - vyriausia pensiją gaunanti amžiaus grupė, metais t
- $U_{i,t}$ - pensijų išmokų suma metų t gruodžio mėnesį, amžiaus grupei i
- $Ud_{i,t}$ - bendra paskutinė mėnesinė pensijų išmoka asmenims, priklausantiems amžiaus grupei i , kurie gavo pensijas $t-1$ metų gruodžio mėnesį, bet išmokos negavo t metų gruodžio mėnesį.
- $Ud_{i,t}^*$ - bendra paskutinio mėnesio pensijų išmokų, išmokėtų asmenims i amžiaus grupėje, kuriems pensijos buvo skirtos t metais ir kurie negavo pensijos išmokos t metų gruodžio mėnesį, suma
- $L_{i,t}^*$ - likusių išmokų dalis amžiaus grupei i , metais t
- $he_{i,t}$ - pensijų išmokų pokytis dėl mirčių, metais t , amžiaus grupei i .

A.2.4 Apyvartos ciklo trukmė, OT

$$OT_t = IT_t + UT_t.$$

A.2.5 Administracinių išlaidų koeficientas, FF

$$FF_t = 1 - \left(\frac{B_t \times A_t + J_{t-1}}{PB_{t-1}} \right),$$

kur

- FF_t - administracinių išlaidų koeficientas
- B_t - suplanuotos administravimo išlaidos metams t
- A_t - proporcija nuskaičiuota nuo pensijų balansų metais t
- J_t - koregavimo suma, lygi skirtumui tarp sumos, kuri būtų buvusi nuskaityta iš pensijų fondų metais t , remiantis faktinėmis išlaidomis ir koregavimo suma metais $(t - 1)$, bei faktine nuskaityta suma metais t .
- PB_t - Pensijų fonų vertė metais t

A.2.6 Vidutinis pensinis amžius, $\bar{R}$

$$\bar{R}_t = \frac{\sum_{i=61}^{R_i} U_{i,t}^* \times D_{i,t} \times i}{\sum_{i=61}^{R_i} U_{i,t}^* \times D_{i,t}}, \quad \bar{R} \text{ apvalinama iki artimiausio sveiko skaičiaus}$$

kur

- i - amžius metų pabaigoje
- R_t^* - vyriausia amžiaus grupė, kuriai skirta nauja pensija, metais t
- $U_{i,t}^*$ - bendros mėnesinės pensijos, skiriamos i amžiaus grupės asmenims, metais t
- $D_{i,t}$ - anuiteto faktorius, metais t , amžiaus grupei i

A.3 Programos R kodas atliktiems skaičiavimams

```
# =====
# NDC sistema
# =====

suppressPackageStartupMessages({
  library(readxl)
  library(dplyr)
  library(tidyr)
  library(purrr)
  library(janitor)
  library(ggplot2)
  library(scales)
  library(writexl)
})
# =====
# 1)Nustatymai
# =====

input_file  <- "mortality.xlsx"  # mirtingumo lentelė
input_sheet <- 1

a0 <- 25                # karjeros pradžios amžius
ra <- 65                # pensinis amžius
Ywork <- ra - a0

contrib_rate <- 0.16    # įmokų į NDC tarifas
salary0      <- 12000   # startinis metinis darbo užmokestis (EUR)

lt_wage_growth_mean <- 0.03    # bazinis DU augimas (~3%)
payout_years <- 45            # pensijos mokėjimo laikotarpis (iki 110 metų - max lent
g_base <- 0.016               # palūkanų norma (anuiteto faktoriui)

set.seed(42)
# NDC balansavimo parametrai
turnover_duration <- 30
br_floor <- 0.90
br_ceiling <- 1.05
catch_up <- TRUE

# LC / life table parametrai
covid_years <- 2020:2022
last_forecast_year <- 2065      # LC prognozės pabaiga
base_year_life <- 2024
lc_year_life <- 2065

# =====
# 2) Mirtingumo duomenų paruošimas
# =====
mort_raw <- read_excel(input_file, sheet = input_sheet) %>%
```

```

clean_names()

if (!("year" %in% names(mort_raw)) & "year" %in% names(mort_raw)) {
}

if (!("year" %in% names(mort_raw))) stop("Trūksta year/Year stulpelio.")
if (!("age" %in% names(mort_raw))) stop("Trūksta age/Age stulpelio.")

mort <- mort_raw %>%
  mutate(
    year = as.numeric(year),
    age = as.numeric(age)
  ) %>%
  filter(!is.na(year), !is.na(age))

if (!("mx" %in% names(mort)) & !("qx" %in% names(mort)))
  stop("Lentelėje turi būti 'mx' arba 'qx'").")

if (!("mx" %in% names(mort))) mort <- mort %>%
  mutate(mx = -log(pmax(1 - qx, 1e-12)))

if (!("qx" %in% names(mort))) mort <- mort %>%
  mutate(qx = 1 - exp(-mx))

years <- sort(unique(mort$year))
ages <- sort(unique(mort$age))

message(sprintf("Mirtingumo metai: %s-%s | amžiai: %s-%s",
                min(years), max(years), min(ages), max(ages)))

# =====
# 3) Lee-Carter (be COVID)
# =====

# 3.1. Duomenys LC: Year, Age, mx, ax
df_raw <- mort %>%
  transmute(
    Year = year,
    Age = age,
    mx = mx,
    ax = if ("ax" %in% names(mort)) ax else NA_real_
  ) %>%
  distinct() %>%
  arrange(Year, Age)

ax_by_age <- df_raw %>%
  group_by(Age) %>%
  summarise(ax = mean(ax, na.rm = TRUE), .groups = "drop") %>%
  mutate(ax = ifelse(is.na(ax), 0.5, ax))

df_model <- df_raw %>%
  filter(!(Year %in% covid_years))

```



```

# ---- 3.2 LC funkcija (SVD) ----
fit_LC_forecast <- function(df, last_year = 2065) {
  mx_wide <- df %>%
    select(Year, Age, mx) %>%
    arrange(Age, Year) %>%
    tidyr::pivot_wider(
      names_from = Year,
      values_from = mx
    )

  ages <- mx_wide$Age
  mx_matrix <- as.matrix(mx_wide[, -1, drop = FALSE])
  rownames(mx_matrix) <- ages
  years <- as.numeric(colnames(mx_matrix))

  mx_matrix[mx_matrix <= 0] <- 1e-10
  logM <- log(mx_matrix)
  logM[!is.finite(logM)] <- NA

  valid_rows <- rowSums(is.na(logM)) < ncol(logM)
  logM <- logM[valid_rows, ]
  ages_valid <- ages[valid_rows]

  a_x <- rowMeans(logM, na.rm = TRUE)
  M_center <- sweep(logM, 1, a_x, "-")
  M_center[is.na(M_center)] <- 0

  sv <- svd(M_center)
  b_x <- sv$u[, 1]
  k_t <- sv$d[1] * sv$v[, 1]

  fit_k <- lm(k_t ~ years)
  future_years <- (max(years) + 1):last_year
  k_fore <- predict(fit_k, newdata = data.frame(years = future_years))

  logM_hist_hat <- outer(a_x, rep(1, length(years))) +
    outer(b_x, k_t)
  dimnames(logM_hist_hat) <- list(ages_valid, years)
  mx_hist_hat <- exp(logM_hist_hat)

  logM_future <- outer(a_x, rep(1, length(future_years))) +
    outer(b_x, k_fore)
  dimnames(logM_future) <- list(ages_valid, future_years)
  mx_future <- exp(logM_future)

  list(
    ages      = ages_valid,
    years     = years,
    a_x       = a_x,
    b_x       = b_x,
    k_t       = k_t,

```

```

    future_years = future_years,
    k_fore       = k_fore,
    mx_hist_hat  = mx_hist_hat,
    mx_future    = mx_future
  )
}

compute_life_table <- function(ages, mx, ax, lo = 100000) {
  n <- length(ages)
  if (length(mx) != n | length(ax) != n) {
    stop("ages, mx ir ax turi būti vienodo ilgio")
  }

  qx <- mx / (1 + (1 - ax) * mx)
  qx[qx > 1] <- 1

  lx <- dx <- Lx <- Tx <- ex <- numeric(n)

  lx[1] <- lo
  for (i in 1:(n - 1)) {
    dx[i] <- lx[i] * qx[i]
    lx[i+1] <- lx[i] - dx[i]
    Lx[i] <- lx[i] - ax[i] * dx[i]
  }
  i <- n
  dx[i] <- lx[i]
  Lx[i] <- ifelse(mx[i] > 0, lx[i] / mx[i], 0)

  Tx[n] <- Lx[n]
  if (n > 1) {
    for (i in (n - 1):1) {
      Tx[i] <- Lx[i] + Tx[i+1]
    }
  }
  ex <- Tx / lx

  data.frame(
    Age = ages,
    mx  = mx,
    ax  = ax,
    qx  = qx,
    lx  = lx,
    dx  = dx,
    Lx  = Lx,
    Tx  = Tx,
    ex  = ex
  )
}

res_no_covid <- fit_LC_forecast(df_model, last_year = last_forecast_year)

years_hist <- sort(unique(df_model$Year))

```

```

life_hist <- lapply(years_hist, function(yr) {
  df_y <- df_model %>%
    filter(Year == yr) %>%
    arrange(Age)

  ax_vec <- ax_by_age$ax[match(df_y$Age, ax_by_age$Age)]
  ax_vec[is.na(ax_vec)] <- 0.5

  lt <- compute_life_table(
    ages = df_y$Age,
    mx    = df_y$mx,
    ax    = ax_vec,
    l0    = 100000
  )
  lt$Year <- yr
  lt$type <- "historical"
  lt
})

life_hist_df <- bind_rows(life_hist)

future_years <- res_no_covid$future_years
ages_LC <- res_no_covid$ages

life_fore <- lapply(future_years, function(yr) {
  mx_vec <- res_no_covid$mx_future[, as.character(yr)]
  mx_vec <- as.numeric(mx_vec)

  ax_vec <- ax_by_age$ax[match(ages_LC, ax_by_age$Age)]
  ax_vec[is.na(ax_vec)] <- 0.5

  lt <- compute_life_table(
    ages = ages_LC,
    mx    = mx_vec,
    ax    = ax_vec,
    l0    = 100000
  )
  lt$Year <- yr
  lt$type <- "forecast"
  lt
})

life_fore_df <- bind_rows(life_fore)

life_all <- bind_rows(life_hist_df, life_fore_df) %>%
  arrange(Year, Age, type)

write_xlsx(list("life_tables_all" = life_all),
            "mortality_LC_noCOVID_life_tables_2065.xlsx")

mort_all <- life_all

```

```

# =====
# 4) Anuiteto faktoriai D65_base ir D65_2065
# =====

compute_D65 <- function(df, RA = 65, g = 0.016) {
  df <- df %>% arrange(Age)
  px <- 1 - df$qx

  n <- nrow(df)
  S <- numeric(n)
  S[1] <- 1
  if (n > 1) {
    for (i in 2:n) {
      S[i] <- S[i-1] * px[i-1]
    }
  }
  years <- 0:(n - 1)

  D65 <- sum(S / (1 + g)^years)

  list(
    D65 = D65,
    S_df = tibble(t = years, S = S, age = RA + years)
  )
}

RA <- ra
pay_years <- payout_years

lt65_base <- mort_all %>%
  filter(Year == base_year_life, Age >= RA, Age < RA + pay_years) %>%
  arrange(Age)

lt65_2065 <- mort_all %>%
  filter(Year == lc_year_life, Age >= RA, Age < RA + pay_years) %>%
  arrange(Age)

res_D_base <- compute_D65(lt65_base, RA = RA, g = g_base)
res_D_2065 <- compute_D65(lt65_2065, RA = RA, g = g_base)

D65_base <- res_D_base$D65 # <-- NAUDOJAM BASE SCENARIJAMS
D65_2065 <- res_D_2065$D65

# =====
# 5) NDC pagalbinės funkcijos
# =====

mx_to_qx <- function(mx) 1 - exp(-mx)

build_survival_year <- function(mx_vec, ages, ra) {
  df <- tibble(age = ages, mx = as.numeric(mx_vec)) %>%

```

```

      mutate(qx = mx_to_qx(mx)) %>%
      arrange(age)
lx <- numeric(nrow(df)); lx[1] <- 1e5
for (i in 1:(nrow(df)-1)) lx[i+1] <- lx[i] * (1 - df$qx[i])
df <- df %>%
  mutate(lx = lx,
         px = dplyr::lead(lx)/lx) %>%
  tidyr::replace_na(list(px = 0))
after <- df %>% filter(age >= ra)
px_vec <- after$px
S <- cumprod(c(1, px_vec[-length(px_vec)]))
tibble(t = 0:(length(S)-1), S = S, age = ra + t)
}

annuity_divisor <- function(S_df, g = 0.016) {
  sum(S_df$S / ((1 + g) ^ S_df$t))
}

ndc_accumulate <- function(wg, u, contrib_rate = 0.16, salary0 = 12000, abm = NULL) {
  n <- length(wg)
  if (is.null(abm)) abm <- rep(1, n)
  stopifnot(length(abm) == n, length(u) == n)
  salary <- numeric(n); salary[1] <- salary0
  for (t in 2:n) salary[t] <- salary[t-1] * (1 + wg[t-1])
  contrib <- contrib_rate * salary * pmax(0, (1 - u))
  NB <- numeric(n + 1)
  for (t in 1:n)
    NB[t + 1] <- (NB[t] + contrib[t]) * (1 + wg[t]) * abm[t]
  tibble(year = 1:n, salary, contrib, wg, u, abm, NB_end = NB[-1])
}

payout_path <- function(pension0, wage_growth_after, years = length(wage_growth_after)) {
  P <- numeric(years + 1); P[1] <- pension0
  for (t in 2:(years + 1)) P[t] <- P[t-1] * (1 + wage_growth_after[t-1])
  tibble(year_from_ret = 0:years, pension = P)
}

compute_abm_series <- function(wg, u, contrib_rate, salary0, Ywork,
                              turnover_duration = 30, br_floor = 0.90,
                              catch_up = TRUE, br_ceiling = 1.05) {
  acc0 <- ndc_accumulate(wg, u, contrib_rate, salary0, abm = rep(1, Ywork))
  NB_t <- acc0$NB_end
  contrib_t <- acc0$contrib
  assets_t <- turnover_duration * contrib_t
  liabs_t <- NB_t
  BR <- assets_t / pmax(liabs_t, 1e-9)
  abm <- numeric(length(BR))
  for (t in seq_along(BR)) {
    if (BR[t] < 1) abm[t] <- max(br_floor, BR[t]) else abm[t] <- if (catch_up) min(BR[t], 1)
  }
  tibble(year = 1:Ywork, BR = BR, abm = abm)
}

```

```

simulate_ndc <- function(S_df, wg_pre, u_pre, wg_post, g,
                        a0 = 25, ra = 65,
                        contrib_rate = 0.16, salary0 = 12000,
                        abm_pre = NULL, payout_years = 20,
                        annuity_factor_override = NULL) {
  Ywork <- ra - a0
  if (is.null(abm_pre)) abm_pre <- rep(1, Ywork)

  acc <- ndc_accumulate(wg_pre, u_pre, contrib_rate, salary0, abm_pre)
  NB_at_ret <- dplyr::last(acc$NB_end)

  if (is.null(annuity_factor_override)) {
    ax <- annuity_divisor(S_df, g = g)
  } else {
    ax <- annuity_factor_override
  }

  P0 <- NB_at_ret / ax
  post <- payout_path(P0, wage_growth_after = wg_post, years = payout_years)
  list(
    accumulation      = acc,
    NB_at_ret         = NB_at_ret,
    annuity_divisor    = ax,
    pension0           = P0,
    postret            = post,
    survival           = S_df
  )
}

# =====
# 6) Bazinis S(t) iš LC prognozės
# =====

mx_mat <- mort %>%
  select(year, age, mx) %>%
  pivot_wider(names_from = year, values_from = mx) %>%
  arrange(age)

mx_age <- as.numeric(mx_mat$age)
mx_years <- as.numeric(names(mx_mat)[-1])
MX <- as.matrix(mx_mat[, -1])
rownames(MX) <- mx_age
colnames(MX) <- mx_years
MX[MX <= 0] <- 1e-12

h_forecast <- last_forecast_year - max(mx_years)

mx_future_base <- res_no_covid$mx_future
colnames(mx_future_base) <- as.character(res_no_covid$future_years)

ret_year_base <- max(mx_years)

```

```

ret_year_lc   <- ret_year_base + Ywork

if (!(as.character(ret_year_lc) %in% colnames(mx_future_base))) {
  stop("Padidink last_forecast_year - neužtenka LC prognozės iki pensijos metų.")
}

mx_ret_base <- mx_future_base[, as.character(ret_year_lc)]
S_mort_base <- build_survival_year(mx_ret_base, ages = mx_age, ra = ra)

# COVID longevity šokas
S0 <- S_mort_base$S
px_base <- S0[-1] / S0[-length(S0)]
k_covid <- 2
shock    <- 0.10
px_covid <- px_base
px_covid[seq_len(min(k_covid, length(px_covid)))] <-
  px_covid[seq_len(min(k_covid, length(px_covid)))] * (1 - shock)
S_covid <- numeric(length(S0)); S_covid[1] <- 1
for (i in 2:length(S0)) S_covid[i] <- S_covid[i-1] * px_covid[i-1]
S_mort_covid <- tibble(t = S_mort_base$t, S = S_covid, age = S_mort_base$age)

# =====
# 7) Ekonominiai scenarijai
# =====

wg_base <- rnorm(Ywork, mean = lt_wage_growth_mean, sd = 0.01)
u_base  <- rep(0, Ywork)
wg_post_base <- rep(lt_wage_growth_mean, 40)

# COVID combined - DU šokai
wg_covid <- wg_base
wg_covid[1] <- wg_base[1] - 0.05
wg_covid[2] <- wg_base[2] - 0.03

u_covid <- u_base
u_covid[1:2] <- u_base[1:2] + 0.03

wg_post_cov <- wg_post_base - 0.005

# ABM COVID scenarijai
abm_covid_combo <- compute_abm_series(
  wg    = wg_covid,
  u     = u_covid,
  contrib_rate = contrib_rate,
  salary0 = salary0,
  Ywork  = Ywork,
  turnover_duration = turnover_duration,
  br_floor = br_floor,
  catch_up = catch_up,
  br_ceiling = br_ceiling
)

```

```

# Wage UP / DOWN
wg_wage_up    <- wg_base * 1.20
u_wage_up     <- u_base
wg_post_wage  <- wg_post_base

wg_wage_down  <- wg_base - 0.015
u_wage_down   <- u_base

# =====
# 8) NDC simuliacijos
# =====

# Base - su D65_base
sim_base <- simulate_ndc(
  S_df    = S_mort_base,
  wg_pre  = wg_base,
  u_pre   = u_base,
  wg_post = wg_post_base,
  g       = g_base,
  a0 = a0, ra = ra,
  contrib_rate = contrib_rate,
  salary0     = salary0,
  abm_pre     = rep(1, Ywork),
  payout_years = payout_years,
  annuity_factor_override = D65_base
)

sim_covid_mort <- simulate_ndc(
  S_df    = S_mort_covid,
  wg_pre  = wg_base,
  u_pre   = u_base,
  wg_post = wg_post_base,
  g       = g_base,
  a0 = a0, ra = ra,
  contrib_rate = contrib_rate,
  salary0     = salary0,
  abm_pre     = rep(1, Ywork),
  payout_years = payout_years
)

u_covid <- u_base
u_covid[1:3] <- u_covid[1:3] + 0.05 # +5 p.p. 3 metus
wg_covid <- wg_base
wg_covid[1] <- wg_base[1] - 0.05
wg_covid[2] <- wg_base[2] - 0.03
wg_covid[3] <- wg_base[3] - 0.01
wg_post_cov <- rep(lt_wage_growth_mean - 0.01, payout_years)

sim_covid_combo_noabm <- simulate_ndc(
  S_df    = S_mort_covid,
  wg_pre  = wg_covid,
  u_pre   = u_covid,

```



```

    wg_post= wg_post_cov,
    g        = g_base,
    a0 = a0, ra = ra,
    contrib_rate = contrib_rate,
    salary0      = salary0,
    abm_pre      = rep(1, Ywork),
    payout_years = payout_years
)

```

```

sim_covid_combo_abm <- simulate_ndc(
  S_df    = S_mort_covid,
  wg_pre  = wg_covid,
  u_pre   = u_covid,
  wg_post= wg_post_cov,
  g        = g_base,
  a0 = a0, ra = ra,
  contrib_rate = contrib_rate,
  salary0      = salary0,
  abm_pre      = abm_covid_combo$abm,
  payout_years = payout_years
)

```

```

sim_g_low <- simulate_ndc(
  S_df    = S_mort_base,
  wg_pre  = wg_base,
  u_pre   = u_base,
  wg_post= wg_post_base,
  g        = g_low,
  a0 = a0, ra = ra,
  contrib_rate = contrib_rate,
  salary0      = salary0,
  abm_pre      = rep(1, Ywork),
  payout_years = payout_years,
  annuity_factor_override = D65_base
)

```

```

sim_wage_up <- simulate_ndc(
  S_df    = S_mort_base,
  wg_pre  = wg_wage_up,
  u_pre   = u_wage_up,
  wg_post= wg_post_wage,
  g        = g_base,
  a0 = a0, ra = ra,
  contrib_rate = contrib_rate,
  salary0      = salary0,
  abm_pre      = rep(1, Ywork),
  payout_years = payout_years,
  annuity_factor_override = D65_base
)

```

```

# =====
# 9) Balanso „lanko“ grafikas (Base)

```

```

# =====
Ywork <- ra - a0
g_ret <- g_base

alpha_payout <- 0.5

# 1) NB per darbo metus (kaupimo fazė)
nb_work <- sim_base$accumulation %>%
  dplyr::transmute(
    year_total = year,          # 1..Ywork
    period      = "Darbo metai",
    NB          = NB_end
  )

# 2) Pensijos duomenys (metinė pensija po RA)
nb_ret <- sim_base$postret %>%
  dplyr::transmute(
    year_from_ret,
    pension
  )

# 3) NB pensijos metu
NB_ret <- numeric(nrow(nb_ret))
NB_ret[1] <- dplyr::last(nb_work$NB)

for (t in 2:nrow(nb_ret)) {
  NB_ret[t] <- NB_ret[t-1] * (1 + g_ret) - alpha_payout * nb_ret$pension[t-1]
}

nb_ret_plot <- nb_ret %>%
  dplyr::mutate(
    year_total = Ywork + year_from_ret,  # 40, 41, ...
    period      = "Pensijos metai",
    NB          = NB_ret
  ) %>%
  dplyr::select(year_total, period, NB)

# 4) Sujungiame kaupimo ir pensijos fazes
nb_all <- dplyr::bind_rows(nb_work, nb_ret_plot)

nb_all_plot <- nb_all %>%
  dplyr::filter(NB > 0)

# 5) Braižom grafiką
ggplot(nb_all_plot, aes(x = year_total, y = NB)) +
  geom_smooth(
    method = "loess",
    span    = 0.25,
    se      = FALSE,
    linewidth = 1.4,
    colour  = "#1B4F72"
  ) +

```

```

geom_vline(xintercept = Ywork, linetype = "dashed", colour = "red") +
annotate(
  "text",
  x = Ywork + 0.3,
  y = max(nb_all_plot$NB),
  label = "RA", hjust = 0, vjust = -0.5,
  colour = "red", size = 3.5
) +
scale_y_continuous(labels = scales::comma_format(big.mark = " ")) +
labs(
  x = "Metai nuo kaupimo pradžios",
  y = "Suma NDC sąskaitoje, EUR"
) +
theme_bw(base_size = 13)

# =====
# 10) Pensijų grafikai
# =====

# Base trajektorija

paths_base <- sim_base$postret %>%
  mutate(scenario = "Bazinis atvejis")

ggplot(paths_base,
  aes(x = year_from_ret, y = pension, color = "azinis atvejis")) +
  geom_line(linewidth = 1.2) +
  coord_cartesian(
    xlim = c(0, 20),
    ylim = c(14000, 30000)
  ) +
  scale_color_manual(values = c("Bazinis atvejis" = "#1B4F72")) +
  theme_bw(base_size = 13) +
  theme(legend.position = "bottom") +
  labs(
    x = "Metai nuo pensinio amžiaus",
    y = "Metinė pensija, EUR",
    color = NULL
  )
)

# LC vs Base grafikas (naudojam D65_base ir D65_2065)

NB_RA_base <- sim_base$NB_at_ret
w_post <- lt_wage_growth_mean
T_ret <- pay_years

simulate_pension_path <- function(D65, NB_RA, w_post, T_ret = 20) {
  P0 <- NB_RA / D65
  years <- 0:(T_ret - 1)
  pension <- P0 * (1 + w_post)^years
  tibble(

```

```

      year_from_ret = years,
      pension       = pension,
      P0            = P0
    )
  }

p_base_periodic <- simulate_pension_path(D65_base, NB_RA_base, w_post, T_ret) %>%
  mutate(scenario = "Bazinis atvejis")

p_2065_periodic <- simulate_pension_path(D65_2065, NB_RA_base, w_post, T_ret) %>%
  mutate(scenario = "Lee-Carter")

pension_paths <- bind_rows(p_base_periodic, p_2065_periodic)

ggplot(pension_paths,
      aes(x = year_from_ret, y = pension, color = scenario)) +
  geom_line(linewidth = 1.2) +
  scale_color_manual(values = c(
    "Bazinis atvejis"      = "#1B4F72",
    "Lee-Carter"          = "#E74C3C"
  )) +
  scale_x_continuous(breaks = seq(0, 20, 5)) +
  coord_cartesian(
    xlim = c(0, 20),
    ylim = c(14000, 30000)
  ) +
  scale_y_continuous(
    labels = scales::label_number(big.mark = " "),
    breaks = seq(15000, 30000, 5000)
  ) +
  theme_bw(base_size = 12) +
  theme(
    plot.title = element_text(face = "bold"),
    legend.position = "bottom"
  ) +
  labs(
    x = "Metai nuo pensinio amžiaus",
    y = "Metinė pensija, EUR",
    color = NULL
  )
)

# Grafikas: Base vs Wage up ---

paths_wage <- dplyr::bind_rows(
  sim_base$postret %>% dplyr::mutate(scenario = "Bazinis atvejis"),
  sim_wage_up$postret %>% dplyr::mutate(scenario = "Atlyginimo augimas")
)

ggplot2::ggplot(
  paths_wage,
  ggplot2::aes(x = year_from_ret, y = pension, color = scenario)

```

```

) +
  ggplot2::geom_line(linewidth = 1.2) +
  ggplot2::scale_color_manual(values = c(
    "Bazinis atvejis" = "#1B4F72",
    "Atlyginimo augimas" = "#27AE60"
  )) +
  ggplot2::scale_y_continuous(
    labels = scales::comma_format(big.mark = " ")
  ) +
  ggplot2::scale_x_continuous(
    breaks = seq(0, 20, 5)
  ) +
  ggplot2::coord_cartesian(
    xlim = c(0, 20),
    ylim = c(15000, 36000)
  ) +
  ggplot2::theme_bw(base_size = 13) +
  ggplot2::labs(
    x = "Metai nuo pensinio amžiaus",
    y = "Metinė pensija, EUR",
    color = NULL
  ) +
  ggplot2::theme(legend.position = "bottom")

# Pensijų trajektorija: Base vs COVID (mirtingumas) vs COVID combined

covid_adjustment <- function(age) {
  if (age >= 65 & age <= 69) return(1.15) # +15%
  if (age >= 70 & age <= 79) return(1.30) # +30%
  if (age >= 80 & age <= 89) return(1.25) # +25%
  if (age >= 90) return(1.15) # +15%
  return(1.00) # jaunesniems COVID efektas nulinis
}

df_base_qx <- mort_cohort %>%
  filter(Year == lc_year_life, Age >= RA, Age < RA + pay_years) %>%
  arrange(Age)

df_covid_qx <- df_base_qx

# Pritaikome COVID mirtingumo šoką pirmiems 2 metams
for (i in 1:2) {
  age_i <- df_covid_qx$Age[i]
  df_covid_qx$qx[i] <- df_covid_qx$qx[i] * covid_adjustment(age_i)
}

df_covid_S <- df_covid_qx %>%
  mutate(
    px = 1 - qx,
    S = cumprod(c(1, head(px, -1)))
  )

```

```

)

df_covid_S <- df_covid_qx %>%
  arrange(Age) %>%
  mutate(
    px = 1 - qx,
    S = cumprod(c(1, head(px, -1))),
    t = 0:(n() - 1)
  )

D65_covid <- sum(df_covid_S$S / (1 + g_base)^df_covid_S$t)*0.9

sim_covid_mort <- simulate_ndc(
  S_df = df_covid_S,      # COVID S(t)
  wg_pre = wg_base,
  u_pre = u_base,
  wg_post = wg_post_base, # tik mirtingumas, be ekonomikos šoko
  g = g_base,
  a0 = a0, ra = ra,
  contrib_rate = contrib_rate,
  salary0 = salary0,
  abm_pre = rep(1, Ywork),
  payout_years = payout_years,
  annuity_factor_override = D65_covid
)

paths_covid <- dplyr::bind_rows(
  sim_base$postret %>% dplyr::mutate(scenario = "Bazinis atvejis"),
  sim_covid_combo_noabm$postret %>% dplyr::mutate(scenario = "COVID krizė"),
  sim_covid_mort$postret %>% dplyr::mutate(scenario = "COVID mirtingumas")
)

ggplot(paths_covid,
  aes(x = year_from_ret, y = pension, color = scenario)) +
  geom_line(linewidth = 1.3) +
  scale_color_manual(values = c(
    "Bazinis atvejis" = "#1B4F72",
    "COVID mirtingumas" = "#C0392B",
    "COVID krizė" = "#F39C12"
  )) +
  scale_y_continuous(labels = comma_format(big.mark = " ")) +
  ggplot2::coord_cartesian(
    xlim = c(0, 20),
    ylim = c(12000, 35000)
  ) +
  theme_bw(base_size = 13) +
  labs(
    x = "Metai nuo pensinio amžiaus",
    y = "Metinė pensija, EUR",
    color = NULL
  )

```

```

) +
theme(
  legend.position = "bottom",
  plot.title = element_text(face = "bold")
)

# COVID combined su / be ABM

paths_covid_two <- bind_rows(
  sim_covid_combo_noabm$postret %>% mutate(scenario = "COVID krizė (be ABM)"),
  sim_covid_combo_abm$postret %>% mutate(scenario = "COVID krizė (su ABM)")
)

ggplot(paths_covid_two,
  aes(x = year_from_ret, y = pension, color = scenario)) +
  geom_line(linewidth = 1.3) +
  scale_color_manual(values = c(
    "COVID krizė (be ABM)" = "#F39C12",
    "COVID krizė (su ABM)" = "#27AE60"
  )) +
  scale_y_continuous(labels = comma_format(big.mark = " ")) +
  ggplot2::coord_cartesian(
    xlim = c(0, 20),
    ylim = c(10000, 30000)
  ) +
  theme_bw(base_size = 13) +
  labs(
    x = "Metai nuo pensinio amžiaus",
    y = "Metinė pensija, EUR",
    color = NULL
  ) +
  theme(
    legend.position = "bottom",
    plot.title = element_text(face = "bold")
  )

# =====
# 11) Pensijų lentelė (P0, reali P0, P/W)
# =====

infl <- 0.02
T_years <- ra - a0

extract_pension_stats <- function(sim_obj, name) {
  P0_nom <- sim_obj$pension0
  W_ret <- tail(sim_obj$accumulation$salary, 1)

  tibble(
    Scenarijus = name,
    a_x = sim_obj$annuity_divisor,
    P0_nominal = P0_nom,

```

```

    P0_real_today = P0_nom / ((1 + infl)^T_years),
    W_retirement = W_ret,
    PW_ratio      = P0_nom / W_ret
  )
}

scen_list <- list(
  "Bazinis atvejis" = sim_base,
  "Atlyginimo augimas" = sim_wage_up,
  "COVID krizė (be ABM)" = sim_covid_combo_noabm,
  "COVID krizė(su ABM)" = sim_covid_combo_abm,
  "Lower g" = sim_g_low
)

# --- pagrindiniai scenarijai ---
pension_summary <- imap_dfr(
  scen_list,
  ~ extract_pension_stats(.x, .y)
)

extra_rows <- tibble(
  Scenarijus = c("Anuiteto faktorius (periodinė 2024)",
                 "Anuiteto faktorius (periodinė 2065)"),
  a_x = c(D65_base, D65_2065),
  P0_nominal = NA_real_,
  P0_real_today = NA_real_,
  W_retirement = NA_real_,
  PW_ratio = NA_real_
)

pension_summary <- bind_rows(pension_summary, extra_rows) %>%
  mutate(
    a_x = round(a_x, 3),
    P0_nominal = round(P0_nominal, 2),
    P0_real_today = round(P0_real_today, 2),
    W_retirement = round(W_retirement, 2),
    PW_ratio = round(PW_ratio, 3)
  )

print(pension_summary)

# =====
# 12) Pensinio amžiaus įtaka
# =====

ra_grid <- 63:68 # kokius pensinius amžius norime palyginti
a0 <- 25
max_Y <- max(ra_grid) - a0

wg_full <- rnorm(max_Y, mean = lt_wage_growth_mean, sd = 0.01)
u_full <- rep(0, max_Y)
wg_post_base <- rep(lt_wage_growth_mean, payout_years + 5)

```



```

# Funkcija kohortiniam S(t) ir anuiteto faktoriui bet kuriam RA
compute_cohort_for_RA <- function(mort_tab, RA, ret_year, pay_years, g) {
  D0 <- ret_year - RA

  df <- mort_tab %>%
    dplyr::filter(Year - Age == D0,
                  Age >= RA,
                  Age < RA + pay_years) %>%
    dplyr::arrange(Age)

  qx <- df$qx
  px <- 1 - qx
  n <- length(qx)

  S <- numeric(n)
  S[1] <- 1
  if (n > 1) {
    for (i in 2:n) {
      S[i] <- S[i-1] * px[i-1]
    }
  }
  t <- 0:(n - 1)
  a_RA <- sum(S / ((1 + g)^t))

  list(
    S_df = tibble::tibble(
      t = t,
      S = S,
      age = RA + t,
      year = ret_year + t
    ),
    a_RA = a_RA
  )
}

last_hist_year <- max(mort$year)
# Ciklas per skirtingus pensinius amžius
res_RA <- purrr::map_dfr(ra_grid, function(RA_val) {
  Ywork <- RA_val - a0

  wg_pre <- wg_full[1:Ywork]
  u_pre <- u_full[1:Ywork]

  ret_year <- last_hist_year + Ywork

  coh <- compute_cohort_for_RA(
    mort_tab = mort_cohort,
    RA = RA_val,
    ret_year = ret_year,
    pay_years = payout_years,
    g = g_base
  )
})

```

```

)

sim_RA <- simulate_ndc(
  S_df    = coh$S_df,
  wg_pre  = wg_pre,
  u_pre   = u_pre,
  wg_post = wg_post_base,
  g       = g_base,
  a0      = a0,
  ra      = RA_val,
  contrib_rate = contrib_rate,
  salary0   = salary0,
  abm_pre   = rep(1, Ywork),
  payout_years = payout_years,
  annuity_factor_override = coh$a_RA
)

tibble::tibble(
  RA          = RA_val,
  Ywork       = Ywork,
  NB_at_ret   = sim_RA$NB_at_ret,
  annuity_fact = sim_RA$annuity_divisor,
  P0          = sim_RA$pension0
)
})

res_RA

ggplot(res_RA, aes(x = factor(RA), y = P0)) +
  geom_col(fill = "#1B4F72", width = 0.7) +
  scale_y_continuous(labels = comma_format(big.mark = " ")) +
  theme_bw(base_size = 13) +
  labs(
    x = "Pensinis amžius (RA)",
    y = "Pradinė metinė pensija P, EUR",
    title = "Pradinės pensijos dydžio priklausomybė nuo pensinio amžiaus"
  )

```