

Vilniaus universitetas
Fizikos fakultetas
Lazerinių tyrimų centras

Adomas Gasperaitis

KERO NARIO ĮTAKOS SINCHRONIŠKAI KAUPINAMO ŠVIESOS PARAMETRINIO
OSCILIATORIAUS NESTABILIAI VEIKAI TEORINIS TYRIMAS

Magistrantūros studijų baigiamasis darbas

Lazerinės fizikos ir optinių technologijų
studijų programa

Studentas

Adomas Gasperaitis

Leista ginti

2018 05 28

Darbo vadovas

doc. dr. Viktorija Tamulienė

LTC direktorius

prof. Roaldas Gadonas

Vilnius 2018

Turinys

Ivadas	1
1 Netiesinė optika. Sinchroniškai kaupinamas šviesos parametrinis osciliatorius (SKŠPO) .	3
1.1 Kvadratinis ir kubinis netiesiškumai	3
1.2 Netiesinė bangos sklidimo lygtis	4
1.3 Naujų dažnių generavimas kvadratinio netiesiškumo medžiagose	4
1.4 Tribangės sąveikos lygtys.....	5
1.5 Fazinio sinchronizmo sąlygos.....	6
1.6 Skirtuminio dažnio generacija ir šviesos parametrinis osciliatorius (ŠPO).....	6
1.7 Sinchroniškai kaupinamas šviesos parametrinis osciliatorius (SKŠPO)	8
2 Disipatyvūs solitonai	9
3 Skaitmeninis vienrezonansinio neišsigimusio SKŠPO modeliavimas	10
3.1 Netiesinės sąveikos lygtys	10
3.2 Pastumtieji bangos ilgiai k'_j ir fazinio sinchronizmo kampo θ_{fs} skaičiavimas.....	10
3.3 Kvadratinio netiesiškumo nariai	11
3.4 Kubinio netiesiškumo nariai	12
3.5 Amplitudžių transformacija po rezonatoriaus praėjimo	13
3.6 Pradinės sąlygos	13
3.7 Teorinis dažnio poslinkis	13
4 Skaitmeninio modeliavimo rezultatai	15
4.1 Fazinės trajektorijos bei chaotinė SŠPO veika.....	16
4.2 Osciliuojančios veikos sritys.....	18
4.3 Kerro nario įtaka	20
4.4 Osciliuojantys dariniai eksperimente [4].....	22
Išvados	22
Literatūros sąrašas	24
Santrauka	25
Santrauka	26
Priedas A	27

Įvadas

Sinchroniškai kaupinamas šviesos parametrinis osciliatorius (SKŠPO) yra svarbus prietaisas generuojant derinamo bangos ilgio spinduliuotę. SKŠPO naudojamas netiesinis kristalas su antros eilės netiesiškumu, leidžiantis sugeneruoti naujų dažnių bangas. Įprastai teoriniuose SKŠPO tyrimuose trečios eilės netiesiškumas neįskaitomas [1], nes laikomas pakankamai mažu. Darbe [2] buvo įskaitytas Kerro narys signalinei bangai ir parodyta, kad tribangės sąveikos lygtys gali būti suvestos į vieną lygtį, kurios pavidalas toks pat kaip kompleksinės Ginzburgo ir Landau lygties. Jos sprendiniai yra hiperbolinio sekanto solitonai.

Darbe [3] Ginzburgo ir Landau lygtis yra nagrinėjama disipatyviųjų solitonų kontekste. Tai yra tokie solitonai, kuriems be dispersijos ir netiesiškumo būdingi dar ir energijos įtekis bei disipacija. Disipatyvūs solitonai gali būti osciliuojantys. Jų periodas gali dvigubintis ar net peraugti į chaotinį režimą.

Kadangi signalinei SKŠPO bangai būdingas energijos įtekis (kaupinimas) bei disipacija (išvadinis veidrodis), tai tokioje sistemoje besiformuojantys dariniai taip pat gali būti vadinami disipatyviais solitonais. Galima tikėtis osciliuojančių bei chaotinių sprendinių.

Karolinos Ivanauskienės disertacijoje [4] buvo eksperimentiškai tirtas vienrezonansinis SKŠPO ir pastebėti osciliuojantys bei chaotiniai išeinančio signalo spektrai. Šio darbo tikslas yra teoriškai ištirti Karolinos Ivanauskienės naudotą SKŠPO, t. y., vienrezonansinį SKŠPO su BBO kristalu rezonatoriuje, kai signalinės bangos ilgis yra 710 nm, o kaupinimo – 513 nm. Šiam tikslui pasiekti buvo iškelti tokie uždaviniai:

1. Sumodeliuoti tribangės sąveikos lygtis, aprašančias SKŠPO, esant tiek neigiamam, tiek teigiamam suminiam signalinės bangos grupiniam vėlinimui.
2. Ištirti, kaip osciliuojanti veika priklauso nuo SKŠPO rezonatoriaus išderinimo.
3. Nupiešti fazines trajektorijas tribangės sąveikos lygčių sprendiniams bei parodyti, kad chaotinė veika išsivysto iš periodo dvigubinimosi.
4. Pademonstruoti, kad Kerro nario įtaka yra svarbi chaotinio režimo atsiradimui.

1 Netiesinė optika. Sinchroniškai kaupinamas šviesos parametrinis osciliatorius (SKŠPO)

Netiesinės optikos aušra galima laikyti XX a. 7-to dešimtmečio pradžią: 1960 m. Maimanas sukonstruoja pirmąjį lazerį, o 1961 m. Frankeną su kolegomis pastebi vieną iš netiesinių reiškinių – antrosios harmonikos generaciją [5]. Greitai po to, 1962 m. Armstrongas su kolegomis teoriškai aprašo netiesinius reiškinius skaidriose dielektrinėse terpėse [6]. Iki tol netiesiniai reiškiniai optiniame elektromagnetinių bangų ruože buvo praktiškai netyrinėti. Šviesos reiškiniams aprašyti pilnai pakako tiesinės optikos. Lazerio atradimas mokslininkams davė įrankį, leidžiantį tyrinėti netiesinius optinius reiškinius. Iki tol šviesos šaltinių spinduliuojamų bangų intensyvumas buvo nepakankamai intensyvus netiesiniams optiniams reiškiniams stebėti. Taigi netiesinė optika aprašo reiškinius, vykstančius skaidriose medžiagose, veikiamose intensyvios šviesos ir paprastai tik lazerio generuojama šviesa yra pakankamai intensyvi šioms reiškinims stebėti.

1.1 Kvadratinis ir kubinis netiesiškumai

Norėdami aiškiau suvokti netiesinius optinius reiškinius, panagrinėkime medžiagos atsaką į kritusią elektromagnetinę bangą, kurį galima apibūdinti dydžiu – medžiagos poliarizacija $P(t)$, t. y., tūriniu dipoliniu momentu. Tiesinėje optikoje, t. y., kai laukas pakankamai silpnas, šis dydis yra proporcingas krintančiam į medžiagą elektriniam laukui $E(t)$:

$$P(t) = \epsilon_0 \chi^{(1)} E(t). \quad (1)$$

tačiau bendriausiu atveju poliarizacija yra tam tikra elektrinio lauko funkcija $P(t) = f(E(t))$, kuri gali dažnai būti skleidžiama Taylora eilute [7]:

$$\begin{aligned} P(t) &= \epsilon_0 \chi^{(1)} E(t) + \epsilon_0 \chi^{(2)} E(t)^2 + \epsilon_0 \chi^{(3)} E(t)^3 + \dots \\ &= P^{(1)}(t) + P^{(2)}(t) + P^{(3)}(t) + \dots, \end{aligned} \quad (2)$$

čia laikoma, kad poliarizacija laiko momentu t priklauso tik nuo momentinės elektrinio lauko stiprio vertės. Toks medžiagos atsakas galimas, jei medžiaga yra nedispersinė ir joje nėra nuostolių. Dydis ϵ_0 žymi dielektrinę konstantą, o $\chi^{(1)}$, $\chi^{(2)}$ ir $\chi^{(3)}$ – atitinkamai tiesinį, kvadratinį ir kubinį dielektrinį jautrį, o $P^{(1)}(t)$, $P^{(2)}(t)$ ir $P^{(3)}(t)$ – atitinkamo jautrio indėlių į bendrą poliarizuotumą $P(t)$. Kad būtų paprasčiau čia $E(t)$ ir $P(t)$ yra skaliejiniai dydžiai. Jei aprašytume juos kaip vektorinius laukus, tuomet jautriai $\chi^{(1)}$, $\chi^{(2)}$ ir $\chi^{(3)}$ atitiktų pirmo, antro ir trečio rango tenzorius. Dažniausiai netiesinėje optikoje nagrinėjami poliarizacijos nariai iki kubinio nario, tačiau, jei šviesos intensyvumas yra pakankamai stiprus, tai kartais reikia įskaityti ir aukštesnius laipsninės eilutės narius.

Reiškiniai, kuriems $\chi^{(3)} \neq 0$, vadinami kubinio netiesiškumo reiškinais ir pasireiškia visose skaidriose medžiagose, esant pakankamai intensyviai šviesai. Tuo tarpu kvadratinio netiesiškumo reiškinais ($\chi^{(2)} \neq 0$) pasireiškia tik necentrosimetriniuose kristaluose, t. y., visose centro simetriją turinčiose terpėse $\chi^{(2)} = 0$.

1.2 Netiesinė bangos sklidimo lygtis

Netiesinius reiškinius medžiagose su $\chi^{(2)}$, $\chi^{(3)}$ ar didesnės eilės netiesiškumu galime aprašyti bangos lygtimi (3) išvedama iš Maxwello lygčių (žr. priedą A).

$$\nabla^2 E - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2}, \quad (3)$$

čia n žymi medžiagos lūžio rodiklį, c – šviesos greitį vakuume. Dydis P_{NL} žymi netiesinę poliarizacijos dalį: $P_{NL}(t) = P^{(2)}(t) + P^{(3)}(t) + \dots$. Jeigu dešinė (3) lygties pusė būtų lygi nuliui, tai turėtume paprastą klasikinės optikos bangos lygtį, tačiau mūsų atveju turime nehomogeninę banginę lygtį, kurioje dešinės pusės narys $\partial^2 P_{NL} / \partial t^2$ atlieka naujų elektromagnetinių bangų šaltinio funkciją. Taigi gali būti generuojamos naujų dažnių elektromagnetinės bangos.

1.3 Naujų dažnių generavimas kvadratinio netiesiškumo medžiagose

Tarkime į kristalą, su kvadratinio netiesiškumu ($\chi^{(2)} \neq 0$) krenta elektromagnetinė banga, kuri aprašoma dviem skirtingas dažniniais komponentais:

$$E(t) = E_1 e^{-i\omega_1 t} + E_2 e^{-i\omega_2 t} + \text{k.j.} \quad (4)$$

Čia trumpinys k. j. reiškia kompleksiskai jungtinę dalį. Tokiu atveju kvadratinio netiesiškumo indėlis į poliarizaciją yra

$$\begin{aligned} P^{(2)}(t) &= \epsilon_0 \chi^{(2)} E(t)^2 = \\ &= \epsilon_0 \chi^{(2)} [E_1^2 e^{-2i\omega_1 t} + E_2^2 e^{-2i\omega_2 t} + 2E_1 E_2 e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t} + \\ &+ 2E_1 E_2^* e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t} + \text{k.j.}] + 2\epsilon_0 \chi^{(2)} [E_1 E_1^* + E_2 E_2^*]. \end{aligned} \quad (5)$$

Patogu šį rezultatą išreikšti pasinaudojus tokia netiesinio poliarizuotumo išraiška:

$$P^{(2)}(t) = \sum_n P(\omega_n) e^{-i\omega_n t}, \quad (6)$$

čia sumuojama per teigiamus ir neigiamus dažnius. Jei $\omega_1 > \omega_2$, tai teigiamus dažnius atitiks tokios kompleksinės netiesinės poliarizacijos amplitudės:

$$\begin{aligned}
P(2\omega_1) &= \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_1^2, & (AHG) \\
P(2\omega_2) &= \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_2^2, & (AHG) \\
P(\omega_1 + \omega_2) &= 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} E_1 E_2, & (+DG) \\
P(\omega_1 - \omega_2) &= 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} E_1 E_2^*, & (-DG) \\
P(0) &= 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} [E_1 E_1^* + E_2 E_2^*]. & (OL)
\end{aligned} \tag{7}$$

Kompleksinės amplitudės neigiamiems dažniams čia nerašomos, nes jas galima suskaičiuoti tiesiog paėmus kompleksiskai jungtinę teigiamo dažnio amplitudę, t. y. $P(-\omega_n) = P^*(\omega_n)$.

Iš lygčių (7) matome, kad netiesiniame kristale dėl $\chi^{(2)}$ netiesiškumo, netiesinio poliarizavimo išraiškoje atsiranda elektromagnetinio lauko nariai, turintys keturis teigiamus dažnius: $2\omega_1$, $2\omega_2$, $\omega_1 + \omega_2$ ir $\omega_1 - \omega_2$. Taigi dėl kristale atsirandančio netiesinio poliarizuotumo yra generuojama naujo dažnio spinduliuotė, kristalas veikia kaip dažnio keitiklis. Dešinėje lygčių pusėje įvesti pažymėjimai atitinka optiniuose kristaluose stebimus fizikinius reiškinius: AHG – antrosios harmonikos generacija, +DG – suminio dažnio generacija, -DG – skirtuminio dažnio generacija, OL – optinis lyginimas. Realiose sistemose dažniausiai stebimas vienas iš procesų, dėl to, kad kristale reikia patenkinti tam tikras sąlygas – vadinamas fazinio sinchronizmo sąlygomis, kurios priklauso nuo kristalo orientacijos ir bangų dažnių ω_i .

Dažnai $\chi^{(2)}$ sąlygoti optiniai reiškiniai vykstantys kristaluose vadinami tribangiais, dėl to, kad vykstant tokiam procesui, jį galima paaiškinti trijų bangų sąveika, t. y., vieno didesnės energijos fotono virtimas dviem mažesnės energijos fotonais.

1.4 Tribangės sąveikos lygtys

Netiesinėje optikoje aprašyti ankstesniame skyriuje minėtiems kvadratinio netiesiškumo sąlygotiems reiškiniams naudojamos surišųjų amplitudžių lygtys. Tarkime turime tris plokščias bangas:

$$E_j(z, t) = A_j e^{i(k_j z - \omega_j t)}, \quad j = 1, 2, 3. \tag{8}$$

Pasinaudoję netiesine bangos lygtimi (3) ir lėtai kintančių amplitudžių metodu [8] bei sąryšiu efektiniam jautriui $d_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \chi^{(2)}$ galime išvesti lygtis aprašančias kompleksinės amplitudės A_j kitimą.

$$\begin{aligned}
\frac{dA_1}{dz} &= \frac{2i d_{\text{eff}} \omega_1^2}{k_1 c^2} A_3 A_2^* e^{-i\Delta k z}, \\
\frac{dA_2}{dz} &= \frac{2i d_{\text{eff}} \omega_2^2}{k_2 c^2} A_3 A_1^* e^{-i\Delta k z}, \\
\frac{dA_3}{dz} &= \frac{2i d_{\text{eff}} \omega_3^2}{k_3 c^2} A_1 A_2 e^{i\Delta k z}.
\end{aligned} \tag{9}$$

Čia įvestas sąryšis $\Delta k = k_1 + k_2 - k_3$ vadinamas banginių skaičių nederinimu. Šiomis lygtimis galime aprašyti visus anksčiau minėtus tribangius netiesinius optinius reiškinius.

1.5 Fazinio sinchronizmo sąlygos

Realiose sistemose dažniausiai stebimas vienas iš tribangės sąveikos procesų, dėl to, kad kristale reikia patenkinti tam tikras sąlygas – vadinamas fazinio sinchronizmo sąlygomis. Patenkinus jas tribangė sąveika kristaluose bus efektyviausia, t. y. didžiausia dalis energijos iš vienos bangos bus perduodama į kitas. Trijų bangų dažniai yra susiję tokiu sąryšiu:

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3, \quad (10)$$

tai yra pirmoji fazinio sinchronizmo sąlyga, kurią galima suprasti, kaip energijos tvermės dėsnį fotonams ($\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 = \hbar\omega_3$). Antroji sąlyga užrašoma banginiams vektoriams:

$$\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3, \quad (11)$$

tai judesio kiekio tvermės dėsnis fotonams ($\hbar\mathbf{k}_1 + \hbar\mathbf{k}_2 = \hbar\mathbf{k}_3$). Jei bangos sklinda viena kryptimi, tai turime koalearią sąveiką, t. y. bangos skaičiai ($k_i = \sqrt{|\mathbf{k}_i|^2}$, $i = 1, 2, 3$) tenkina sąryšį $k_1 + k_2 = k_3$, tačiau bendru atveju, kai bangos sklinda skirtingomis kryptimis, turime nekoalearią sąveiką.

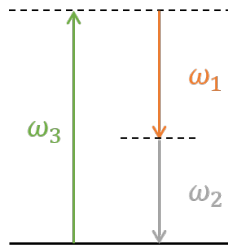
Tribangė sąveika paprasčiausiai realizuojama $\chi^{(2)}$ netiesiškumą turinčiuose dvejojpalaužiuose kristaluose. Juose vyksta dvejopas lūžis, todėl sąveikos bangos gali sklisti kaip paprastosios ir nepaprastosios. Vienašiuose kristaluose galimi du fazinio sinchronizmo tipai: I tipas, kai žemesnio dažnio (signalinė ir šalutinė) bangos yra vienos poliarizacijos, ir II tipas – skirtingų poliarizacijų (žr.1 lentelę).

1 lentelė. Fazinio sinchronizmo tipai vienašiuose kristaluose, čia o ir e indeksai atitinkamai žymi paprastąją ir nepaprastąją bangas

Kristalas	Teigiamas vienašis	Neigiamas vienašis
	$(n_e > n_o)$	$(n_e < n_o)$
I tipas	$n_o(\omega_3)\omega_3 = n_e(\omega_1)\omega_1 + n_e(\omega_2)\omega_2$	$n_e(\omega_3)\omega_3 = n_o(\omega_1)\omega_1 + n_o(\omega_2)\omega_2$
II tipas	$n_o(\omega_3)\omega_3 = n_o(\omega_1)\omega_1 + n_e(\omega_2)\omega_2$	$n_e(\omega_3)\omega_3 = n_e(\omega_1)\omega_1 + n_o(\omega_2)\omega_2$

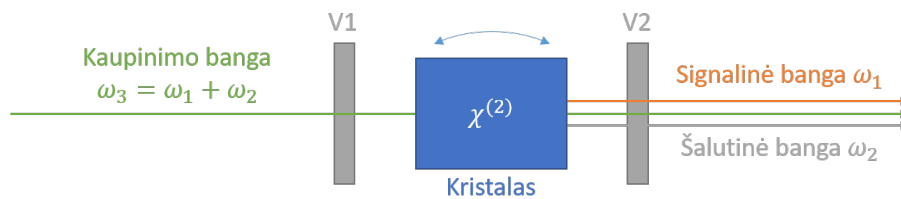
1.6 Skirtuminio dažnio generacija ir šviesos parametrinis osciliatorius (ŠPO)

Toliau trumpai apžvelgsime vieną iš procesų: skirtuminio dažnio generaciją. Bangos, kurių dažniai ω_3 ir ω_1 , sąveikauja medžiagoje ir kuria naujo dažnio $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$ bangą. Šis procesas taip pat gali būti interpretuojamas ir taip: didesnę energiją $\hbar\omega_3$ turintis fotonas virsta dviem mažesnę energiją $\hbar\omega_2$ ir $\hbar\omega_1$ turinčiais fotonais (1 pav.).



1 pav. Energijos lygmenų diagrama atitinkanti skirtuminio dažnio generaciją.

Jei kaupinimo banga ω_3 žymiai stipresnė negu ω_1 banga, tai ω_2 ir ω_1 yra stiprinamos bangos. Netiesinį kristalą patalpinus į rezonatorių (2 pav.) gaunamas prietaisas, vadinamas šviesos parametriniu osciliatoriumi (angl. Optical Parametric Oscillator – OPO).

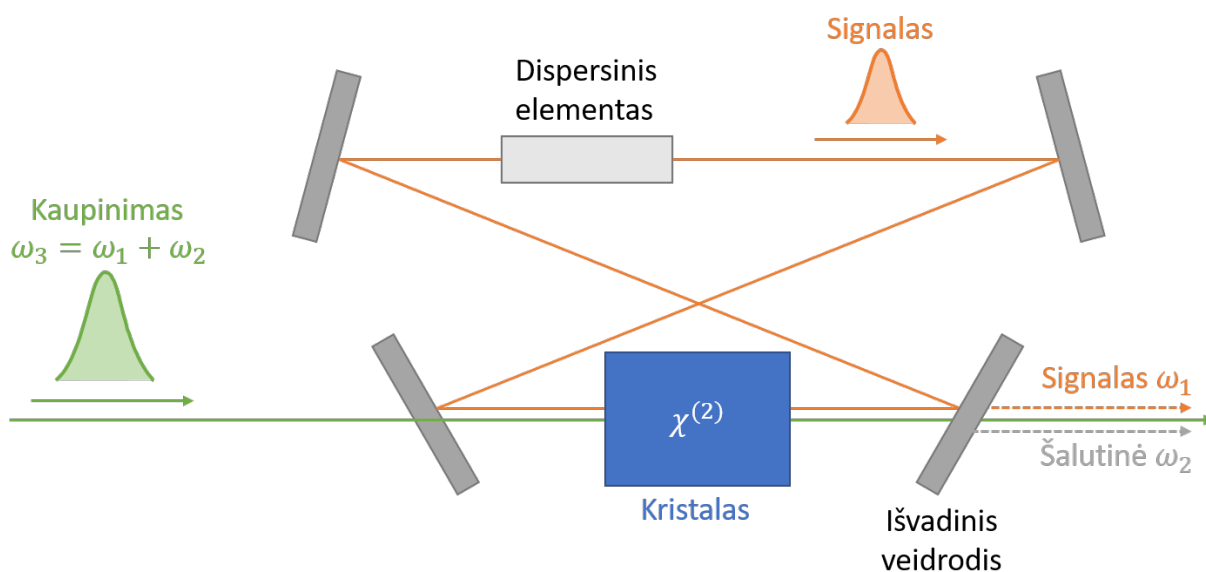


2 pav. Šviesos parametrinis osciliatorius. Veidrodžiai V1 ir V2 turi didelį atspindžio koeficientą dažniams ω_1 ir ω_2 . Šie dažniai gali būti derinami keičiant kristalo orientaciją rezonatoriuje.

1.7 Sinchroniškai kaupinamas šviesos parametrinis osciliatorius (SKŠPO)

Šviesos parametrinis osciliatorius gali būti kaupinamas ultratrumpaisiais impulsais. Tokiu atveju prietaiso rezonatorius suderinamas taip, kad impulsai rezonatoriuje būtų sinchronizuoti su kaupinimo impulsais, t. y., kaupinimo impulsas į rezonatorių turi patekti tuo metu, kai nuo veidrodžio atsispindi rezonatoriuje esantis šviesos impulsas.

Sinchroniškai kaupinamo šviesos parametrinio osciliatoriaus veikimo schema pavaizduota 3 pav. Čia pavaizduotas vienrezonansinis SKŠPO, jame išvadinis veidrodys atspindi signalinę bangą.



3 pav. Sinchroniškai kaupinamo šviesos parametrinio osciliatoriaus schema.

2 Disipatyvūs solitonai

Terminas solitonas buvo įvestas apibūdinti integruojamų diferencialinių lygčių, pavyzdžiui, netiesinės Schrödingerio lygties, naudojamos optikoje, sprendiniams. Netiesinės Schrödingerio lygties atveju dėl balanso tarp kubinio netiesiškumo (Kerro nario), t. y., kintančio nežidagios lūžio rodiklio, lemiančio pluošto fokusavimasi, ir grupinių greičių dispersijos, formuojasi sprendiniai – vadinami solitonais. Šiuo atveju turime konservatyvią sistemą – nėra energijos įtekio ar disipacijos.

Apibūdinant disipatyvių sistemų, kuriose vyksta balansas tarp energijos įtekio ir disipacijos, sprendiniams yra naudojamas kitas terminas – disipatyvus solitonas. Bendrai disipatyvūs solitonai yra kompleksinės Ginzburgo-Landau lygties sprendiniai [3,9]. Dar 1999 m. Jian su kolegomis parodė [2], kad netiesinės sąveikos lygtis aprašančias šviesos sąveiką SKŠPO (12) įvedus tam tikrus supaprastinimus galima užrašyti kaip vieną lygtį, kurios forma atitinka kompleksinę Ginzburgo-Landau lygtį. Taigi SKŠPO besiformuojančius darinius galime nagrinėti disipatyviųjų solitonų kontekste. SKŠPO atveju vyksta sąveika tarp netiesiškumo ir dispersijos, taip pat sąveika tarp energijos įtekio į sistemą per kaupinimo bangą energija ir jos disipacijos per išvadinį veidrodį.

Kompleksinės Ginzburgo-Landau lygties sprendiniai dažniausiai gaunami tik skaitmeniniais metodais. Jų forma gali būti labai įvairi: nuo pastovių ar osciliuojančių iki chaotinių. Šių sprendinių pobūdį patogiau nagrinėti tam tikrų parametrų fazinėje erdvėje, kurioje pastovus sprendinys atitinka tašką tuo tarpu osciliuojantis – brėžia uždara trajektoriją. Įdomus reiškinys yra periodo dvigubinimasis, tokiu atveju fazinėje erdvėje stebimos dvi persiklojusios uždaros trajektorijos. Panašiai galimas ir periodo keturgubinimasis, kuris gali peraugti į chaotinius sprendinius.

Remdamiesi [3] darbu mes nagrinėsime signalo sprendinius disipatyviųjų solitonų kontekste. Kaip ir [3] darbe fazines trajektorijas brėšime plokštumoje, kurios koordinatės centrinis spektro komponentas ir signalo energija.

3 Skaitmeninis vienrezonansinio neišsigimusio SKŠPO modeliavimas

Šiame skyriuje aprašomas skaitmeninis tribangės sąveikos lygčių (žiūrėti A priedą) modeliavimas kvadratinio netiesiškumo BBO kristale, kurio ilgis $L = 3$ mm. Pasirinkti signalinės ir kaupinimo bangų centriniai bangos ilgiai atitinkamai yra $\lambda_1^{(0)} = 710$ nm ir $\lambda_3^{(0)} = 513$ nm. Tuomet šalutinės bangos centrinis bangos ilgis yra $\lambda_2^{(0)} = \lambda_3^{(0)}\lambda_1^{(0)}/(\lambda_1^{(0)} - \lambda_3^{(0)}) = 1849$ nm. BBO kristale realizuojama I tipo oo-e sąveika. Rezonatoriuje stiprinama tik signalinė banga, o kaupinimo ir šalutinė bangos į rezonatorių negražinamos (žr. 3 pav.). Veidrodžio atspindžio koeficientas signalinei bangai lygus $R = 0,97$.

3.1 Netiesinės sąveikos lygtys

Modeliuotos tokios netiesinės sąveikos lygtys, aprašančios signalinės ($j = 1$), šalutinės ($j = 2$) ir kaupinimo ($j = 3$) bangų spektrines amplitudes $S_j = S_j(\Omega, z)$.

$$\frac{\partial S_1}{\partial z} = ik'_1 S_1 + \sigma_1 \hat{P}_1^{(2)} + i\gamma_1 \hat{P}_1^{(3)}, \quad (12a)$$

$$\frac{\partial S_2}{\partial z} = ik'_2 S_2 + \sigma_2 \hat{P}_2^{(2)} + i\gamma_2 \hat{P}_2^{(3)}, \quad (12b)$$

$$\frac{\partial S_3}{\partial z} = ik'_3 S_3 - \sigma_3 \hat{P}_3^{(2)} + i\gamma_3 \hat{P}_3^{(3)}. \quad (12c)$$

Laikinės $A_j = A_j(t, z)$ amplitudės susijusios su spektrinėmis amplitudėmis S_j per Fourier'ė transformaciją. Čia t ir z yra atitinkamai laikas ir išilginė koordinatės. Amplitudžių priklausomybės nuo skersinių koordinačių x ir y neįskaitomos, t. y., neatsižvelgiama į pluoštų difrakciją. Dydis Ω žymi ciklinio dažnio nuokrypį nuo signalinės bangos centrinio ciklinio dažnio $\Omega = \omega - \omega_1^{(0)}$, čia $\omega_j^{(0)} = \frac{2\pi c}{\lambda_j^{(0)}}$ žymi bangos centrinį ciklinį dažnį.

Tribangės sąveikos lygtys (12) spektrine forma aprašo tiek netiesinę bangų sąveiką, tiek ir kristalo dispersijos įtaką. Atkreipsime dėmesį į tai, kad tokia forma užrašius lygtis yra įskaitomi visi dispersiniai nariai, t. y., grupiniai greičiai, grupinių greičių dispersijos koeficientas ir aukštesni nariai.

3.2 Pastumtieji bangos ilgiai k'_j ir fazinio sinchronizmo kampo θ_{fs} skaičiavimas

Dydžiai $k'_j = k_j - \Omega/u_1^{(0)}$ yra pastumtieji bangų skaičiai, čia $k_j = k(\lambda_j) = \frac{2\pi n(\lambda_j)}{\lambda_j}$ bangų skaičiai. Dydis $\Omega/u_1^{(0)}$ yra atimamas iš bangos skaičiaus tam, kad sklidimas būtų aprašomas signalinės bangos atžvilgiu, čia $u_1^{(0)} = \frac{1}{dk_1/d\omega}|_{\omega=\omega_1^{(0)}}$ yra signalinės bangos grupinis greitis. Bangos ilgis žymimas $\lambda_j = 2\pi c/(\omega_j^{(0)} + \Omega)$, o bangos lūžio rodiklis – $n(\lambda_j)$. Laikoma, kad centriniams bangų ilgiams $\lambda_j^{(0)}$ yra tenkinama fazinio sinchronizmo sąlyga, iš čia fazinis nederinimas centriniams bangos ilgiams $\Delta k^{(0)} = 0$, kur $\Delta k^{(0)} = k(\lambda_3^{(0)}) - k(\lambda_2^{(0)}) - k(\lambda_1^{(0)})$. Atitinkamos bangos

lūžio rodiklis skaičiuojamas taip: signalinės $n(\lambda_1) = n_o(\lambda_1)$, šalutinės $n(\lambda_2) = n_o(\lambda_2)$ ir kaupinimo $n(\lambda_3) = n^e(\lambda_3, \theta_{fs})$. Lūžio rodiklis kaupinimo bangai $n^e(\lambda_3, \theta_{fs})$ skaičiuojamas pasiremiant fazinio sinchronizmo sąlyga $k(\lambda_3^{(0)}) = k(\lambda_2^{(0)}) + k(\lambda_1^{(0)})$, iš kurios išeina, kad

$$n^e(\lambda_3^{(0)}) = \lambda_3^{(0)} \left(\frac{n_o(\lambda_1^{(0)})}{\lambda_1^{(0)}} + \frac{n_o(\lambda_2^{(0)})}{\lambda_2^{(0)}} \right). \quad (13)$$

Fazinio sinchronizmo kampas θ_{fs} randamas iš formulės nepaprastosios bangos lūžio rodikliui rasti [8]:

$$\frac{1}{(n^e(\lambda, \theta))^2} = \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2(\lambda)} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2(\lambda)}, \quad (14)$$

Čia $n_o(\lambda)$ ir $n_e(\lambda)$ yra atitinkamai paprastosios ir nepaprastosios bangų lūžio rodikliai, randami iš Sellmeierio formulių BBO kristalui [10]:

$$n_e^2(\lambda) = 2,3753 + \frac{0,01224}{\lambda^2 - 0,01667} - 0,01627\lambda^2 + 0,0005716\lambda^4 - 0,00006305\lambda^6, \quad (15a)$$

$$n_o^2(\lambda) = 2,7359 + \frac{0,01878}{\lambda^2 - 0,01822} - 0,01471\lambda^2 + 0,0006081\lambda^4 - 0,00006740\lambda^6. \quad (15b)$$

Dėl didesnio tikslumo infraraudonojoje srityje (prisiminkime, kad $\lambda_2^{(0)} = 1849$ nm) naudojame ir aukštesnių eilių narius (λ^4 ir λ^6). Dydis θ yra kampas tarp vienašio kristalo optinės ašies ir nepaprastosios bangos sklidimo krypties (šios bangos lūžio rodiklis žymimas n^e , pabrėžiant jo priklausomybę nuo kampo θ). Į (14) formulę vietoj $n^e(\lambda, \theta)$ įstatę $n^e(\lambda_3^{(0)})$ vertę gauname fazinio sinchronizmo kampo išraišką:

$$\theta_{fs} = \arccos \sqrt{\frac{\frac{1}{n_o^2(\lambda_3^{(0)})} - \frac{1}{n_e^2(\lambda_3^{(0)})}}{\frac{1}{(n^e(\lambda_3^{(0)}))^2} - \frac{1}{n_e^2(\lambda_3^{(0)})}}}, \quad (16)$$

Lūžio rodiklį $n^e(\lambda_3, \theta_{fs})$ konkrečiam fazinio sinchronizmo kampui θ_{fs} ir bangos ilgiui λ_3 gauname iš (14) formulės:

$$n^e(\lambda_3, \theta_{fs}) = 1 / \sqrt{\frac{\cos^2 \theta_{fs}}{n_o^2(\lambda_3)} + \frac{\sin^2 \theta_{fs}}{n_e^2(\lambda_3)}}, \quad (17)$$

3.3 Kvadratinio netiesiškumo nariai

Lygtyse (12) nariai $\widehat{P}_1^{(2)}$, $\widehat{P}_2^{(2)}$ ir $\widehat{P}_3^{(2)}$ atitinkamai žymi sandaugų $A_2^*A_3$, $A_1^*A_3$ ir A_1A_2 Fourier'ė vaizdus, o $\sigma_j = \omega_j^{(0)} / (\omega_3^{(0)} a_3 L_n)$ yra netiesinio sąryšio koeficientai, proporcingi bangos dažniui $\omega_j^{(0)}$. Čia L_n yra netiesinės sąveikos ilgis, a_3 – kaupinimo bangos amplitudė.

3.4 Kubinio netiesiškumo nariai

Dydžiai $\hat{P}_j^{(3)}$ yra Fourier'ė transformacija netiesinio Kerro ir XPM (kryžminės fazinės moduliacijos) nariai:

$$P_1^{(3)} = |A_1|^2 A_1, \quad (18a)$$

$$P_2^{(3)} = |A_1|^2 A_2, \quad (18b)$$

$$P_3^{(3)} = |A_1|^2 A_3. \quad (18c)$$

Reiktų paminėti, kad Kerro efektas čia stebimas dėl išaugusio signalinės bangos A_1 intensyvumo rezonatoriuje. Signalinės bangos intensyvumas rezonatoriuje gali eile viršyti kaupinimo intensyvumą. Kerro efektas sukeltas šalutinės ir kaupinimo bangos gali būti atmetamas.

Netiesinio sąryšio koeficientai susiję taip: $\gamma_2 = 2(\omega_2^{(0)}/\omega_1^{(0)})\gamma_1$, $\gamma_3 = 2(\omega_3^{(0)}/\omega_1^{(0)})\gamma_1$, čia koeficientas γ_1 susijęs su netiesiniais sąveikos ilgiais L_n ir L_{n_2} .

Netiesinis ilgis L_n (atsirandantis dėl kvadratinio netiesiškumo $\chi^{(2)}$) apibrėžiamas taip:

$$L_n = \frac{1}{a_3 \sigma_3} \quad (19)$$

Tuo tarpu netiesinis ilgis L_{n_2} (atsirandantis dėl kubinio netiesiškumo $\chi^{(3)}$)

$$L_{n_2} = \frac{1}{a_3^2 \gamma_1}, \quad (20)$$

taigi

$$\frac{1}{L_{n_2}} = n_2^{(I)} I \frac{2\pi}{\lambda_1^{(0)}}, \quad (21)$$

čia $n_2^{(I)}$ netiesinis lūžio rodiklis. O netiesinis ilgis aprašomas taip:

$$\frac{1}{L_n} = a_3 \frac{2\pi d_{eff}}{\lambda_1^{(0)} n_3(\lambda_1^{(0)})} \quad (22)$$

Kadangi kaupinimo intensyvumas susijęs su kaupinimo amplitudė $I = \frac{\epsilon_0 c n_3(\lambda_3^{(0)}) a_3^2}{2}$, tai galime gauti sąryšį tarp L_{n_2} ir L_n :

$$L_{n_2} = \frac{4\pi d_{eff}^2}{\epsilon_0 c} \frac{1}{n_2^{(0)} n_3^3(\lambda_1^{(0)})} \frac{\lambda_1}{\lambda_3} L_n^2 \quad (23)$$

Matome, kad L_{n_2} proporcingas L_n kvadratui.

3.5 Amplitudžių transformacija po rezonatoriaus praėjimo

Bangoms apėjus rezonatorių, t. y., kai $z = L$, spektrinės amplitudės yra transformuojamos taip:

$$S_1(\Omega, L) \rightarrow \sqrt{R}S_1(\Omega, L) e^{i\varphi(\Omega)}, \quad (24a)$$

$$S_2(\Omega, L) \rightarrow 0, \quad (24b)$$

$$S_3(\Omega, L) \rightarrow S_3(z = 0). \quad (24c)$$

Signalinė banga yra atspindima (su atspindžio koeficientu R) ir paveikiama faziniu daugikliu $\varphi(\Omega)$, šalutinė banga į rezonatorių negražinama, o kaupinimo banga paduodama iš naujo, tai yra jos amplitudė tampa lygi pradinei. Fazinis daugiklis $\varphi(\Omega)$ yra aprašomas taip:

$$\varphi(\Omega) = \varphi_0 + \Delta T \Omega + \frac{G_0 \Omega^2}{2}. \quad (25)$$

Čia $\varphi_0 = l\pi$ žymi pastoviąją fazės dalį, susijusią su laikiniu išderinimu $\Delta T = \lambda_1^{(0)} l / (2c)$ per bedimensinį skaičių l , kuris parodo, kiek pusbangių buvo paslinktas veidrodis, t. y. $\Delta z = \frac{\lambda_1^{(0)}}{2} l$. Narys G_0 yra dispersinio elemento, esančio rezonatoriuje (žr. 3 pav.), įnešama dispersija.

3.6 Pradinės sąlygos

Pradinės lygčių sistemos (12) sąlygos yra tokios:

$$A_1(t, 0) = a_0 \xi_1(t), \quad (26a)$$

$$A_2(t, 0) = a_0 \xi_2(t), \quad (26b)$$

$$A_3(t, 0) = a_3 \exp\left(-2 \ln 2 \frac{t^2}{\tau_p^2}\right). \quad (26c)$$

Čia $A_1(t, 0)$ ir $A_2(t, 0)$ yra delta-koreliuoti atsitiktiniai laukai su Gaussiniu pasiskirstimu su nuliniu vidurkiu ir dispersija lygia $|a_0|^2$. Dydis τ_p yra kaupinimo impulso trukmė pusės intensyvumo aukštyje. Modeliavimuose $\tau_p = 50$ fs, amplitudžių vertės $a_0/a_3 = 0,001$.

3.7 Teorinis dažnio poslinkis

Perėjus rezonatorių, signalas patiria fazinį postūmį $\Delta\varphi(\Omega)$:

$$\Delta\varphi(\Omega) = \varphi_0 + \Delta T \Omega + \frac{G_s}{2} \Omega^2 + \frac{h_1 L}{6} \Omega^3, \quad (27)$$

čia G_s – suminis grupinis vėlinimas, įskaitantis tiek netiesinio kristalo, tiek ir dispersijos elemento, patalpinto rezonatoriuje, grupinius vėlinimus:

$$G_s = g_1 L + G_0. \quad (28)$$

Dydis $g_1 = \left. \frac{d^2 k_1}{d\omega^2} \right|_{\omega=\omega_1^{(0)}}$ yra signalo grupinio greičio dispersijos (GGD) koeficientas netiesiniame kristale apskaičiuotas dažnio vertei $\omega_1^{(0)}$. Formulėje (27) dydis $h_1 = \left. \frac{d^3 k_1}{d\omega^3} \right|_{\omega=\omega_1^{(0)}}$ aprašo GGD koeficiento dispersiją.

Iš sąlygos

$$\frac{d(\Delta\varphi)}{d\Omega} = 0 \quad (29)$$

pasinaudoję (27) randame dažnį Ω_0 aplink kurį nėra laikinio nunešimo:

$$\Omega_0 = \frac{-G_s \pm \sqrt{G_s^2 - 2h_1 L \Delta T}}{h_1 L}. \quad (30)$$

Matysime, kad ties (30) formule aprašomu dažniu generuosis signalinė banga. Be to, (27) formulę galima perrašyti taip:

$$\Delta\varphi(\Omega) = c_0 + c_2(\Omega - \Omega_0)^2 + c_3(\Omega - \Omega_0)^3, \quad (31)$$

kur $c_0 = \Delta\varphi(\Omega_0)$, $c_2 = \left. \frac{1}{2} \frac{d^2(\Delta\varphi)}{d\Omega^2} \right|_{\Omega=\Omega_0}$ ir $c_3 = \left. \frac{1}{6} \frac{d^3(\Delta\varphi)}{d\Omega^3} \right|_{\Omega=\Omega_0}$. Iš čia aiški dažnio Ω_0 prasmė: šio dažnio komponentas patiria tik dispersinį plitimą, bet nėra nunešamas laike.

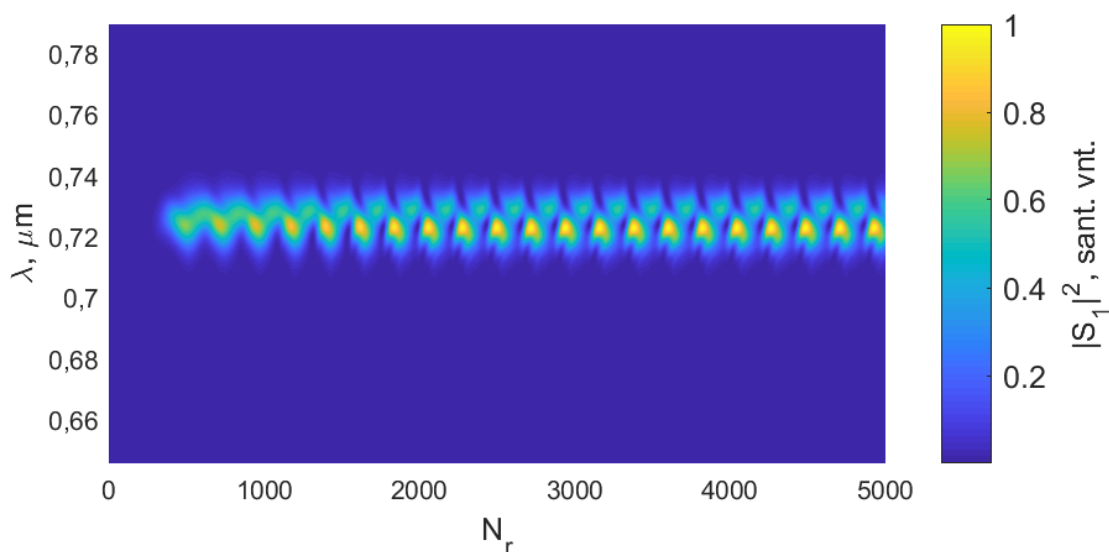
Dažnį Ω_0 atitinkantis bangos ilgis bus:

$$\Lambda_0 = \frac{2\pi c}{\Omega_0 + \omega_1^{(0)}}. \quad (32)$$

4 Skaitmeninio modeliavimo rezultatai

Tribangės sąveikos lygtys (12) modeliuotos keičiant bedimensinį rezonatoriaus išderinimo parametą l , kas ir suminį grupinį vėlinimą G_s bei netiesinį sąveikos ilgį L_n . Eksperimente tai atitinkamai būtų rezonatoriaus veidrodžių išderinimas, dispersinio elemento rezonatoriuje keitimas (jei tai stiklo plokštelė – jos storio keitimas) bei kaupinimo intensyvumo keitimas.

Tipinis osciliuojantis signalo spektras gautas skaitmeniškai išsprendus (12) lygtis pavaizduotas 4 pav. Abscisių ašyje atidėtas rezonatoriaus praėjimų skaičius N_r , o ordinačių – bangos ilgis λ . Šiuo atveju suminis signalo patiriamas grupinis vėlinimas yra neigiamas $G_s = -0,2g_1L$, o bedimensinis rezonatoriaus išderinimo parametras $l = -3$. Matome, kad osciliuojantis režimas SŠPO nusistovi po maždaug 2000 rezonatoriaus praėjimų N_r .



4 pav. Signalinės bangos spektrinio intensyvumo $|S_1|^2$ kitimas nuo kristalo praėjimų skaičiaus N_r . Parametrai $G_s = -0,2g_1L$ ir $l = -3$. Netiesinės sąveikos ilgis $L_n = L/3$.

4.1 Fazinės trajektorijos bei chaotinė SŠPO veika

Netiesinės tribangės sąveikos lygčių (12) sprendinius (kaip solitoninius sprendinius [3, 9]) galima nagrinėti fazinėje parametrų erdvėje.

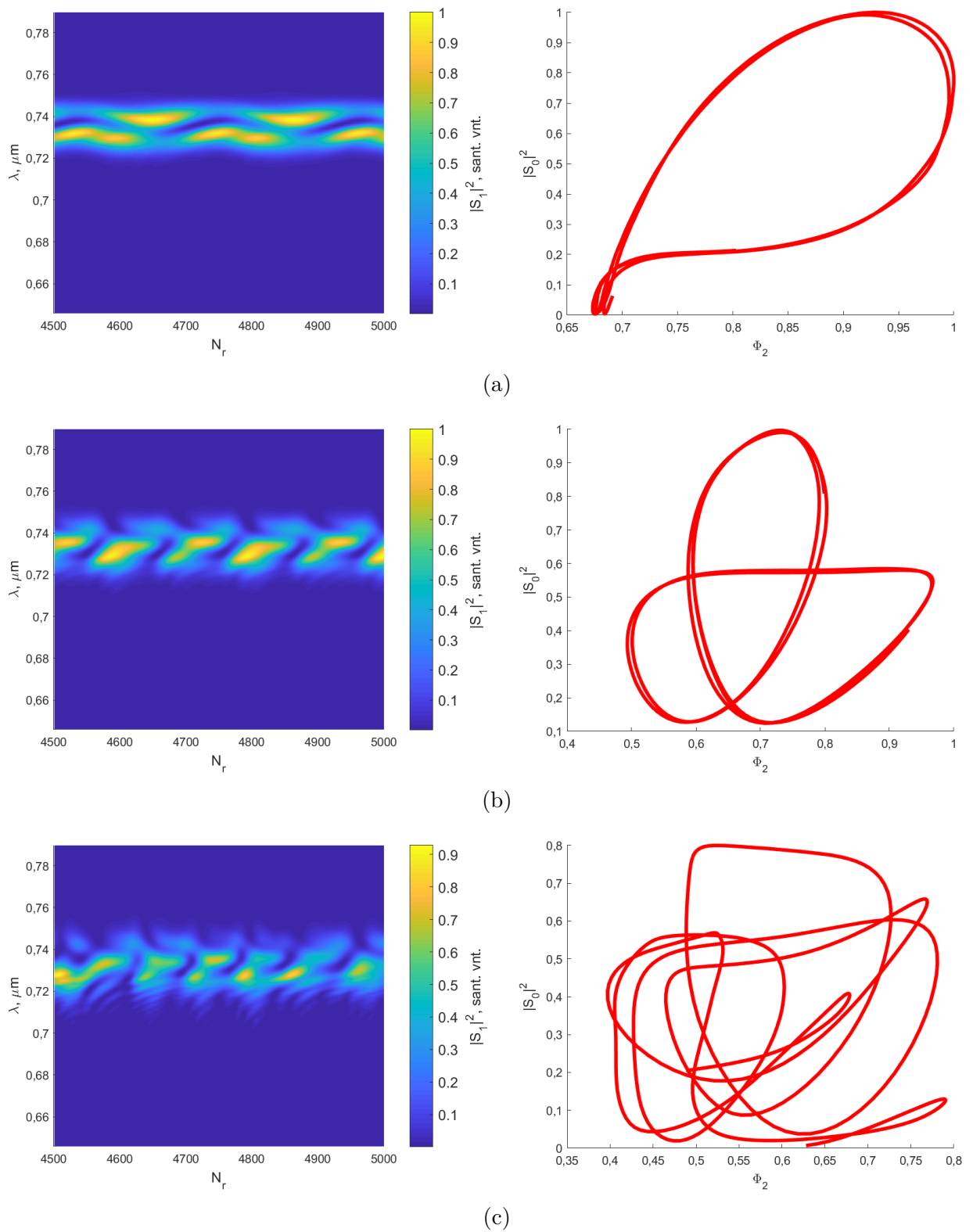
Mūsų atveju fazinės erdvės parametrai yra parinkti taip:

$$S_0 = S_1(\Omega_0), \quad (33a)$$

$$\Phi_n = \int |S_1(\Omega)|^n d\Omega. \quad (33b)$$

Čia S_0 žymi signalo spektrinį komponentą ties dažniu Ω_0 , randamu iš (30) formulės. Dydis Φ_n žymi signalo spektrinės amplitudės modulio pakelto n -tuoju laipsniu integralą dažnių erdvėje. Taigi Φ_2 bus signalo spektrinio intensyvumo integralas.

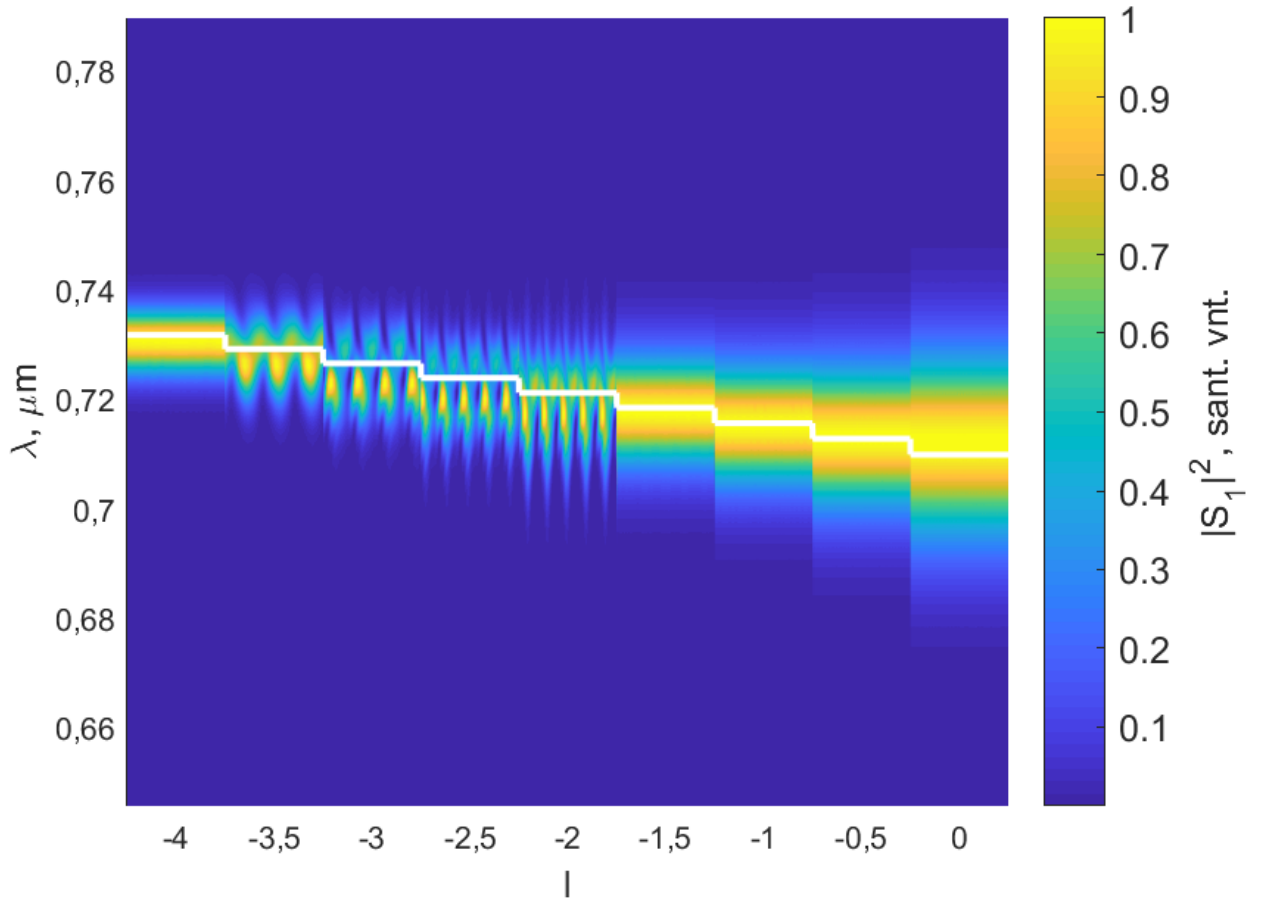
Trys tribangės sąveikos lygčių (12) sprendiniai ir juos atitinkančios fazinės trajektorijos pavaizduotos 5 pav. Šiuo atveju bedimensinis rezonatoriaus išderinimo parametras $l = -5$, o grupinis suminis vėlinimas neigiamas $G_s = -0,2g_1L$. Keičiamas netiesinės sąveikos ilgis: (a) $L_n = L/4$, (b) $L_n = L/4,5$ ir (c) $L_n = L/5$, kas atitinka kaupinimo intensyvumo keitimą. Matome, kad nusistovėjus osciliuojančiam režimui, sprendiniai fazinėje erdvėje (a) ir (b) atvejais atitinka periodines trajektorijas. Atveju (a) stebime vieno periodo osciliacijas. Atveju (b) stebime periodo dvigubinimąsi. Atvejis (c) atitinka SŠPO chaotinę veiką. Taigi didinant kaupinimo intensyvumą, osciliuojantys sprendiniai gali peraugti į chaotinius.



5 pav. Signalų spektrinis intensyvumas nusistovėjus osciliacijoms (pavaizduota 4500-5000 rezonatoriaus praėjimų skaičius) bei juos atitinkančios fazinės trajektorijos erdvėje (Φ_2 , $|S_0|^2$). Naudoti tokie parametrai: $l = -5$ ir $G_s = -0,2g_1L$, (a) $L_n = L/4$, (b) $L_n = L/4, 5$, (c) $L_n = L/5$.

4.2 Osciliuojančios veikos sritys

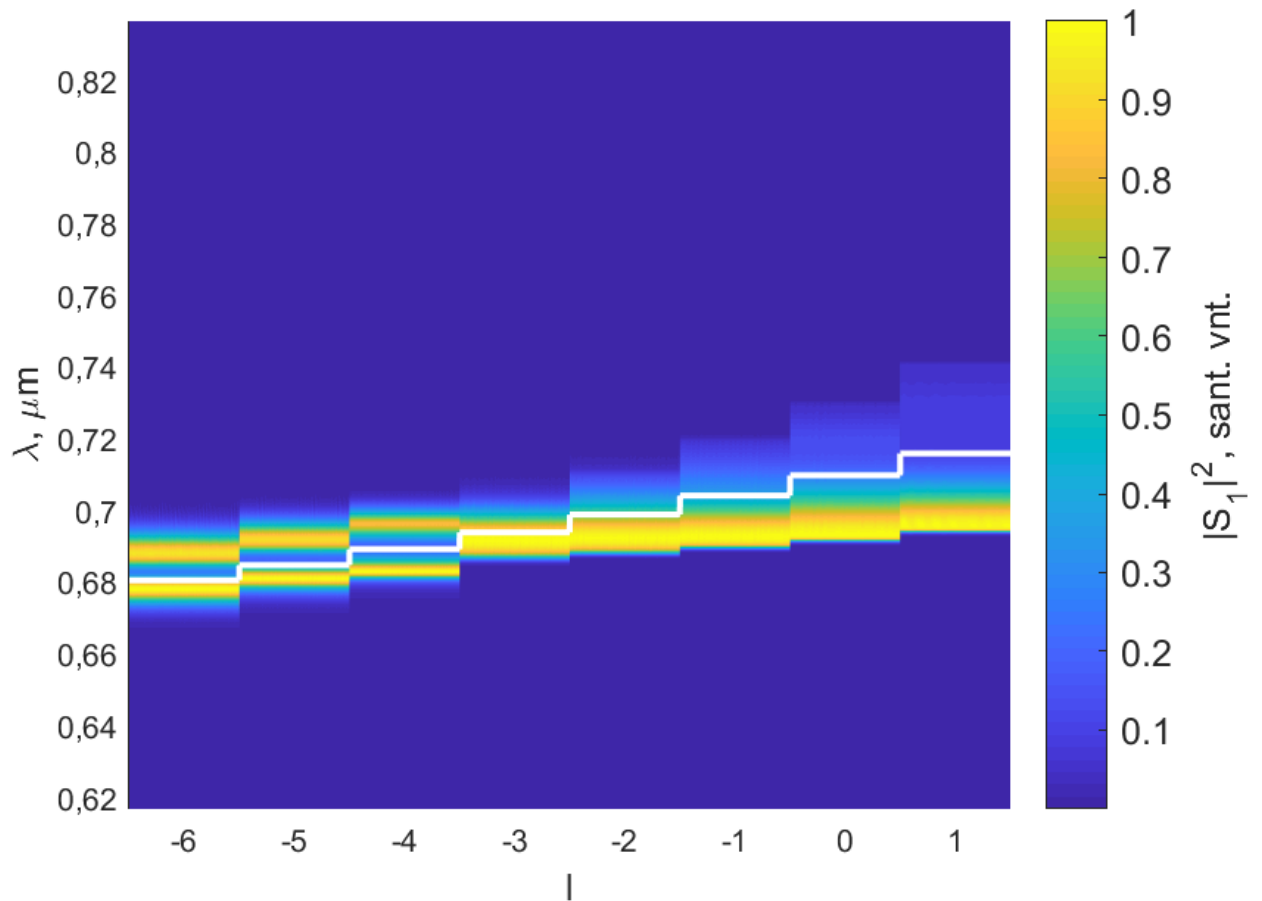
Kaip minėta anksčiau, tribangės sąveikos lygtis (12) sprendžiame skaitmeniškai keisdami parametrus L_n , l bei G_s . Tarkime, signalo grupinį vėlinimą G_s ir netiesinį sąveikos ilgį L_n fiksuojame, o bedimensinį rezonatoriaus išderinimo parametraž l keičiame palaipsniui. Gautus nusistovėjusius sprendinius atvaizduojame viename grafike. Tokiu būdu gauti grafikai pavaizduoti 6 ir 7 pav.



6 pav. Osciliuojančios veikos sritis, kai l kinta nuo -4 iki 0 . Piešiami paskutiniai 800 rezonatoriaus apėjimų. Netiesinės sąveikos ilgis $L_n = L/3$ ir suminis grupinis vėlinimas neigiamas $G_s = -0,2g_1L$. Balta linija žymi bangos ilgį Λ_0 .

Pirmajame grafike (6 pav.) suminis grupinis vėlinimas yra neigiamas ($G_s = -0,2g_1L$), o netiesinis sąveikos ilgis $L_n = L/3$. Tuo tarpu parametras l kinta nuo -4 iki 0 žingsniu $0,5$. Matome, kad intervale, kai l yra tarp $-3,5$ ir -2 , gaunami osciliuojantys sprendiniai.

Antrajame grafike (7 pav.) suminis grupinis vėlinimas yra teigiamas ($G_s = -0,2g_1L$), o netiesinis sąveikos ilgis $L_n = L/5$. Parametras l keičiamas nuo -6 iki 1 žingsniu 1 . Šiuo atveju nėra išskiriamas intervalas, kuriame būtų osciliuojančių sprendinių. Tačiau stebimi signalo spektriniai intensyvumai turi dvi smailes, kai l intervale nuo -6 iki -4 .



7 pav. Osciliuojančios veikos sritis, kai l kinta nuo -6 iki 1 . Kiekvienai parametro l vertei piešiami 4200-5000 rezonatoriaus apėjimai. Netiesinės sąveikos ilgis $L_n = L/5$ ir suminis grupinis vėlinimas teigiamas $G_s = 0,2g_1L$. Balta linija žymi bangos ilgį Λ_0 .

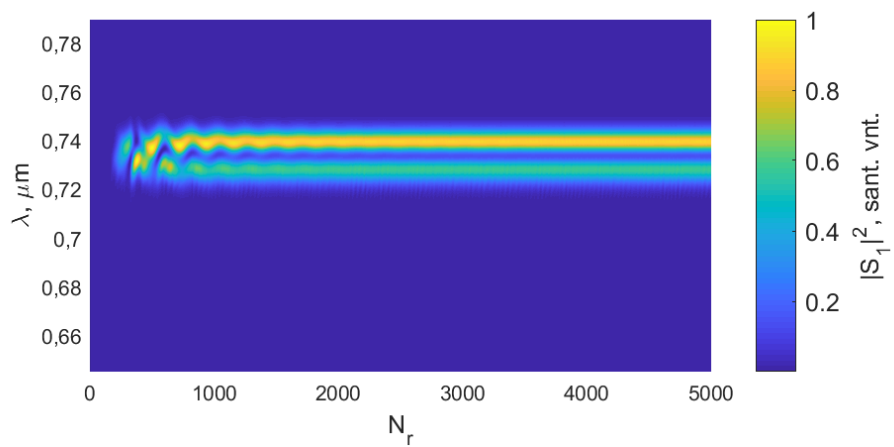
Abiejuose grafikuose balta linija žymimas bangos ilgis Λ_0 , randamas iš (32) formulės.

4.3 Kerro nario įtaka

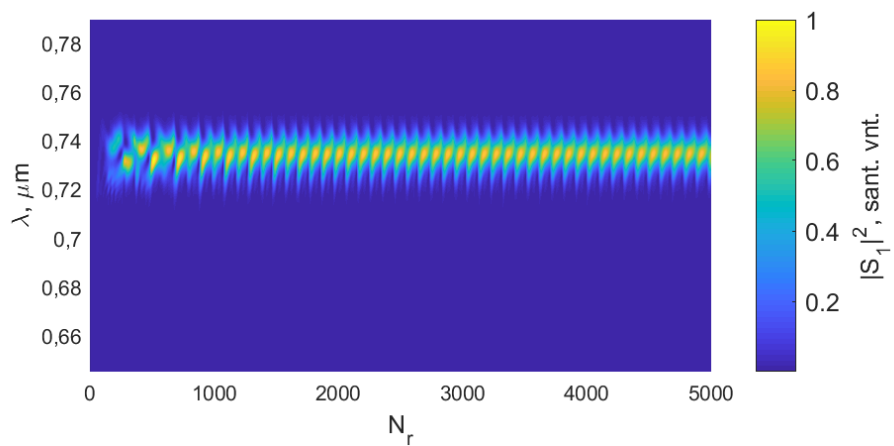
Visuose iki šiol atliktuose skaičiavimuose buvo įskaitytas Kerro narys. Šiame skyriuje atlikti skaičiavimai be Kerro nario (12) lygtyse. Gauti rezultatai pavaizduoti 8 pav.

Šiuo atveju kaip ir 4.1 skyrelyje buvo keistas netiesinės sąveikos ilgis L_n , tuo tarpu bedimensinis rezonatoriaus išderinimo parametras l ir suminis grupinis vėlinimas G_s laikyti pastoviais ($l = -5$ ir $G_s = -0,2g_1L$). Kaip matome (a) atveju $L_n = L/5$ formuojasi stabilus dviejų viršūnių sprendinys. Atveju (b) $L_n = L/6$ turime osciluojančią veiką, o atveju (c) $L_n = L/7$ formuojasi stabilus vienos viršūnės sprendinys.

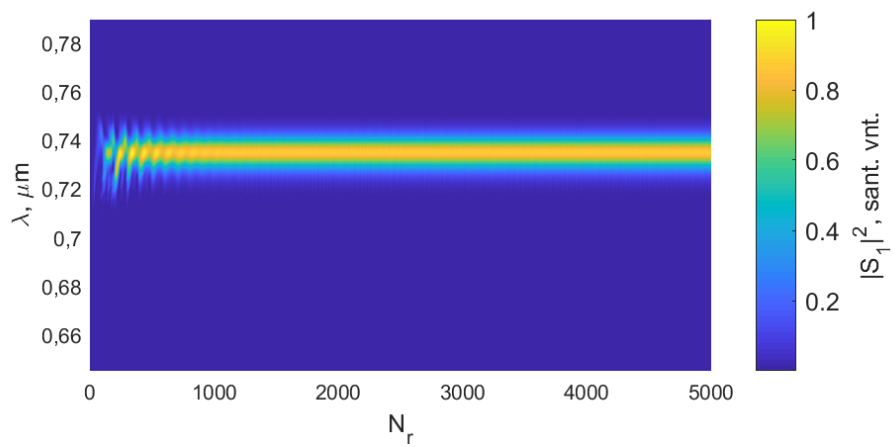
Taigi neįskaitant Kerro nario gali būti stebimi osciluojantys sprendiniai, tačiau didinant kaupinimo intensyvumą jie neperauga į chaotinę veiką.



(a)



(b)



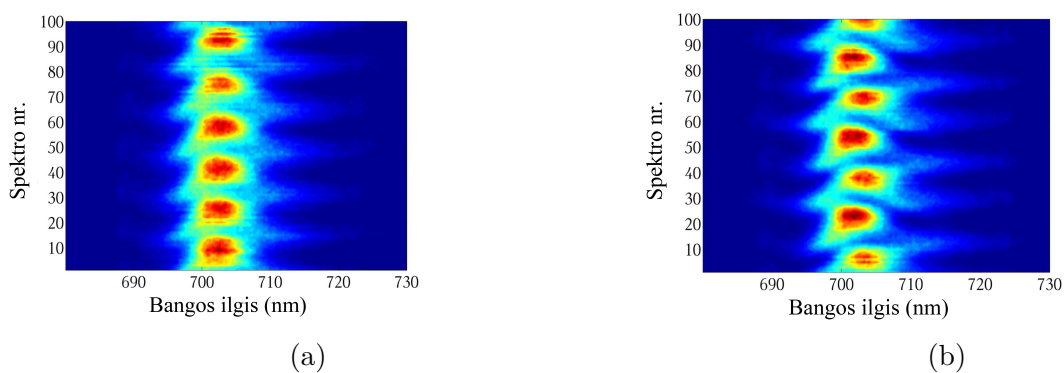
(c)

8 pav. Sprendiniai neįskaičius Kerro nario. Bedimensinis rezonatoriaus išderinimo parametras $l = -5$ ir suminis grupinis vėlinimas $G_s = -0,2g_1L$. Netiesinis sąveikos ilgis: (a) $L_n = L/5$, (b) $L_n = L/6$ ir (c) $L_n = L/7$.

4.4 Osciliuojantys dariniai eksperimente [4]

K. Ivanauskienė savo disertacijoje [4] aprašė eksperimentą, kurio metu gauti osciliuojantys (9a pav.) bei dvigubo periodo (9b pav.) dariniai.

Eksperimente naudotas SKŠPO su BBO kristalu rezonatoriuje, kurio išvadinio veidrodžio pralaidumas buvo 8 %. Kaupinimo spinduliuotės galia viengūbrės osciliacijos atveju – 2,7 W, o dvigūbrės – 2,9 W. Toliau didinant galią buvo stebėta chaotinė veika.



9 pav. K. Ivanauskienės [4] eksperimentiškai stebėti osciliuojantys (a) ir dvigubo periodo (b) dariniai. Spektro nr. atitinka rezonatoriaus apėjimų skaičių N_r .

Išvados

Atlikus darbą gautos tokios išvados:

1. Modeliuojant vienrezonansinį SKŠPO aprašančias lygtis, esant neigiamam grupiniam vėlinimui ir pakankamai intensyviai kaupinimui, gauti osciliuojantys bei chaotiniai sprendiniai.
2. Kerro narys svarbus SKŠPO teoriniame nagrinėjime. Be jo chaotinė veika negaunama.
3. Chaotiniai sprendiniai gauti esant tik neigiamam grupiniam signalinės bangos vėlinimui.
4. Generuojamų darinių pobūdis priklauso nuo rezonatoriaus išderinimo bei kaupinimo bangos intensyvumo.

Literatūros sąrašas

- [1] R. Hamerly, A. Marandi, M. Jankowski, M. M. Fejer, Y. Yamamoto, H. Mabuchi, Reduced models and design principles for half-harmonic generation in synchronously pumped optical parametric oscillators, *Physical Review A* 94(6), 063809 (2016), <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.94.063809>
- [2] P.-S. Jian, W. E. Torruellas, M. Haelterman, S. Trillo, U. Peschel, F. Lederer, Solitons of singly resonant optical parametric oscillators, *Opt. Lett.* 24(6), 400–402 (1999), <http://dx.doi.org/10.1364/OL.24.000400>
- [3] N. Akhmediev, A. Ankiewicz (eds.), *Dissipative Solitons*, *Lect. Notes Phys.* 661, (Springer, Berlin Heidelberg, 2005), <http://dx.doi.org/10.1007/b11728>
- [4] K. Ivanauskienė, Rezonatoriaus komponentų grupinio vėlinimo dispersijos įtaka sinchroniškai femtosekundiniais impulsais kaupinaman parametriniam šviesos generatoriui, (VU Fizinių ir Technologijos mokslų centras, Vilnius, 2017), 87 p.
- [5] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, G. Weinreich, Generation of Optical Harmonics, *Physical Review Letters* 7(4), 118–119 (1961), <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.7.118>
- [6] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, P. S. Pershan, Interactions between Light Waves in a Nonlinear Dielectric, *Physical Review* 127(6), 1918–1939 (1962), <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.127.1918>
- [7] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics*, (Academic press, 2008), <http://dx.doi.org/10.1117/1.3115345>
- [8] B. E. A. Saleh, M. C. Teich, *Fundamentals of Photonics* (John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2007), 2nd edition
- [9] N. Akhmediev, A. Ankiewicz (eds.), *Dissipative Solitons: From Optics to Biology and Medicine*, *Lect. Notes Phys.* 751, (Springer, Berlin Heidelberg, 2008), <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-78217-9>
- [10] P. D. N. Nikogosyan, D. Ph, S. F. I. Science, F. Ireland, *Nonlinear Optical Crystals: A Complete Survey*, (Springer-Verlag, New York 2005), <http://dx.doi.org/10.1007/b138685>

Adomas Gasperaitis

KERO NARIO ĮTAKOS SINCHRONIŠKAI KAUPINAMO ŠVIESOS PARAMETRINIO
OSCILIATORIAUS NESTABILIAI VEIKAI TEORINIS TYRIMAS

Santrauka

Teoriškai nagrinėjamas vienrezonansinis sinchroniškai kaupinamas šviesos parametrinis osciliatorius. Nagrinėjamos osciliuojanti bei chaotinė veikos. Parodoma Kerro nario svarba teoriniame chaoso atsiradimo nagrinėjime.

Adomas Gasperaitis

THEORETICAL INVESTIGATION OF KERR TERM ON THE INSTABILITIES IN
SYNCHRONOUSLY PUMPED OPTICAL PARAMETRIC OSCILLATOR

Summary

We study theoretically the singly resonant synchronously pumped optical parametric oscillator. The oscillating as well as chaotic regimes are investigated. The importance of the Kerr term in the theoretical description of the chaotic regime is elucidated.

Priedas A

Netiesinių sąveikos lygčių išvedimas iš Maksvelo lygčių

Bendriausiu atveju šviesos sklidimas terpėse aprašomas Maxwello lygtimis:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (\text{A.1a})$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}, \quad (\text{A.1b})$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho, \quad (\text{A.1c})$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (\text{A.1d})$$

Čia $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}, t)$ ir $\vec{D} = \vec{D}(\vec{r}, t)$ yra elektrinio lauko stiprio ir slinkties vektoriai, o $\vec{H} = \vec{H}(\vec{r}, t)$ ir $\vec{B} = \vec{B}(\vec{r}, t)$ yra magnetinio lauko stiprio ir indukcijos vektoriai, $\vec{J} = \vec{J}(\vec{r}, t)$ ir $\rho = \rho(\vec{r}, t)$ atitinkamai yra srovės ir krūvio tankiai. Sąsūkos operaciją žymima $\nabla \times$, o $\nabla \cdot$ žymi divergenciją. Nagrinėdami šviesos sklidimą kristale laikysime, kad medžiagoje nėra šaltinių (laisvųjų srovių ir laisvųjų krūvių), todėl $\vec{J} = 0$ ir $\rho = 0$. Tokiu atveju perrašome Maxwello lygtis taip:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (\text{A.2a})$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (\text{A.2b})$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0, \quad (\text{A.2c})$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (\text{A.2d})$$

Iš (A.2) lygčių galime gauti banginę lygtį aprašančią šviesos sklidimą netiesiniame kristale. Pirmąją lygtį veikiamo sąsūkos operacija $\nabla \times$ ir gautos lygties dešinėje pusėje diferencijavimą pagal laiką t iškeliamo prieš sąsūkos operaciją. Tuomet laikydami, kad medžiaga yra nemagnetinė, t. y. jai galioja toks sąryšis $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, kur μ_0 yra magnetinė konstanta, ir pasinaudoję antra (A.2) lygtimi bei universaliųjų konstantų sąryšiu $\mu_0 \epsilon_0 = 1/c^2$ gauname:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} \quad (\text{A.3})$$

Gautoji lygtis pačia bendriausia forma aprašo bangų sklidimą netiesinėse terpėse. Ją galima supaprastinti pasinaudojus sąryšiu $\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{E}) - \Delta \vec{E}$ (čia Δ žymi Laplaso operatorių). Netiesinėje optikoje, priešingai nei tiesinėje, narys $\nabla \cdot \vec{E}$ nėra tapatus nuliui. Tačiau jis dažniausiai yra labai mažas, todėl jį galime atmesti. Gauname tokią banginę lygtį:

$$-\nabla^2 \vec{E} + \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A.4})$$

ją perrašome tokia forma

$$-\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} - \Delta_{\perp} \vec{E} + \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = 0. \quad (\text{A.5})$$

Čia $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ yra skersinis Laplaso operatorius Dekarto koordinatų sistemoje. Atliekame trimatę Furjė

transformaciją pagal koordinates x, y ir laiką t . Gauname

$$-\frac{\partial^2 \widehat{E}}{\partial z^2} + (k_x^2 + k_y^2) \widehat{E} - \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \omega^2 \widehat{D} = 0. \quad (\text{A.6})$$

Čia $\widehat{E} = \widehat{E}(\omega, k_x, k_y, z)$ ir $\widehat{D} = \widehat{D}(\omega, k_x, k_y, z)$ yra $\vec{E} = \vec{E}(t, x, y, z)$ ir $\vec{D} = \vec{D}(t, x, y, z)$ Furjė vaizdas. Dydį \widehat{D} užrašome taip:

$$\widehat{D} = \epsilon_0 \epsilon(\omega, k_x, k_y, z) \widehat{E} + \widehat{P}, \quad (\text{A.7})$$

čia $\widehat{P} = \widehat{P}(\omega, k_x, k_y, z)$ yra netiesinės poliarizuotumo dalies vaizdas, ϵ yra terpės santykinė dielektrinė skvarba. Iš sąryšio $\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\omega, k_x, k_y, z) = k^2(\omega, k_x, k_y, z)$ ir lygties (A.7) gauname:

$$-\frac{\partial^2 \widehat{E}}{\partial z^2} - (k^2 - k_x^2 - k_y^2) \widehat{E} = \frac{\omega^2}{\epsilon_0 c^2} \widehat{P}. \quad (\text{A.8})$$

Iš čia seka

$$\frac{\partial^2 \widehat{E}}{\partial z^2} + k_z^2 \widehat{E} = -\frac{\omega^2}{\epsilon_0 c^2} \widehat{P}. \quad (\text{A.9})$$

Perėję nuo vektorinių laukų prie skaliarinių $\widehat{E}, \widehat{D}, \widehat{P} \rightarrow \widehat{E}, \widehat{D}, \widehat{P}$ turime:

$$\frac{\partial^2 \widehat{E}}{\partial z^2} + k_z^2 \widehat{E} = -\frac{\omega^2}{\epsilon_0 c^2} \widehat{P}. \quad (\text{A.10})$$

Sumą $\frac{\partial^2 \widehat{E}}{\partial z^2} + k_z^2 \widehat{E}$ pakeičiame į sandaugą $(\partial/\partial z - ik_z)(\partial/\partial z + ik_z) \widehat{E}$. Kadangi $(\partial/\partial z + ik_z) \widehat{E} \approx 2ik_0 \widehat{E}$, tai

$$\frac{\partial \widehat{E}}{\partial z} = ik_z \widehat{E} + \frac{i\omega^2}{2\epsilon_0 k_0 c^2} \widehat{P}. \quad (\text{A.11})$$

Trinbangės sąveikos lygtis (12) gauname, kiekvienai bangai parašydami $E_j = A_j \exp(i\omega_j t)$, $j = 1, 2, 3$.