

VILNIAUS UNIVERSITETAS
FIZIKOS FAKULTETAS
TEORINĖS FIZIKOS IR ASTRONOMIJOS INSTITUTAS

Lina Saveikytė

ŠVIOSOS SKLIDIMAS ŠALTŲ ATOMŲ DUJŲ TERPĖJE

Magistrantūros studijų baigiamasis darbas

Teorinės fizikos ir astrofizikos studijų programa

Studentas

Lina Saveikytė

Leista ginti

Darbo vadovas

dr. Julius Ruseckas

Instituto direktorius

prof. Egidijus Anisimovas

Vilnius 2018

Turinys

Įvadas	2
1 Teorinis įvadas ir literatūros apžvalga	4
1.1 Elektromagnetiškai indukuotas praskaidrėjimas	4
1.2 Grupinis greitis	7
1.3 Lėta šviesa	8
1.4 Šviesos sustabdymas.....	9
1.5 Adiabatoniškumai	10
1.6 Pritaikymas	10

I Lėtos šviesos impulso formos kitimas jam sklindant šaltų atomų dujų terpėje **12**

2 Lėtos šviesos sklidimą šaltų atomų dujų terpėje aprašančios lygties išvedimas	13
2.1 Lygtys elektromagnetiniam laukui.....	13
2.1.1 Maxwell'o lygtys elektromagnetiniam laukui šaltų atomų dujose	13
2.1.2 Bangos lygtis elektriniam laukui	15
2.1.3 Bangos lygtis lėtai kintančioms amplitudėms.....	15
2.2 Lygtys atomams	16
2.2.1 Lygtys atomo būsenų amplitudėms	16
2.2.2 Besisukančios bangos aproksimacija.....	18
2.2.3 Savaiminis spinduliavimas	19
2.2.4 Rabi osciliacijos.....	20
2.3 Šviesos sklidimas per šaltų atomų dujas	21
2.4 Šviesos sklidimas esant elektromagnetiškai indukuotam praskaidrėjimui	23
2.4.1 Tikrinės būsenos	24
2.4.2 Adiabatinė aproksimacija	26
2.4.3 Neadiabatinių pataisų įskaitymas - sugertis	26
2.4.4 Nediabatinių pataisų įskaitymas - difuzija.....	27
3 Lėtos šviesos impulso sklidimas esant elektromagnetiškai indukuotam praskaidrėjimui ...	29
3.1 Praėjusio impulso formos radimas	29
3.2 Praėjusio impulso formos pokyčių įvertinimas.....	31
4 Rezultatai ir jų aptarimas	33

II Lėtos šviesos impulso formos kitimas esant sklidimo krypties apgręžimui **35**

5	Lėtos šviesos sustabdymą šaltų atomų terpėje aprašančios lygties išvedimas	36
5.1	Lygtys elektromagnetiniam laukui ir atomams	36
5.1.1	Lygtis zonduojančio lauko amplitudei esant kintančiam kontrolinio lazerio intensyvumui	36
5.1.2	Lygtis laukui Φ esant kintančiam kontrolinio lazerio intensyvumui	38
5.1.3	Adiabatinė aproksimacija	39
5.2	Analizinis išsaugojimo ir atgaminimo tyrimas	40
5.2.1	Lėtos šviesos išsaugojimas	41
5.2.2	Lėtos šviesos atgaminimas	43
6	Lėtos šviesos impulso formos radimas	47
6.1	Lėtos šviesos impulso forma terpėje	47
6.2	Lėtos šviesos sklidimo krypties apgrėžimas	47
6.3	Praėjusio impulso formos pokyčių įvertinimas	48
7	Rezultatai ir jų aptarimas	52
 III Adiabatonių sklidimas šaltų atomų dujų terpėje		53
8	Adiabatonių sklidimą šaltų atomų terpėje aprašančių lygčių išvedimas	54
8.1	Judėjimo lygtys atomų amplitudėms ir šviesos laukams	54
8.2	Pasiruošimas adiabatinei aproksimacijai	55
8.3	Adiabatinė aproksimacija	57
9	Adiabatonių sklidimo analizinis rezultatas	61
9.1	Sklidimo lygtis laukų santykiui χ	61
9.2	χ ir Ω sklidimas	62
9.3	Konkreto atvejo analizė	64
10	Adiabatonių sklidimo skaitmeninis rezultatas	67
10.1	Adiabatonių sklidimo lygtys	67
10.2	Konkreto atvejo analizė	68
11	Rezultatai ir jų aptarimas	69
	Išvados	69
	Santrauka	73
	Literatūros sąrašas	74

Įvadas

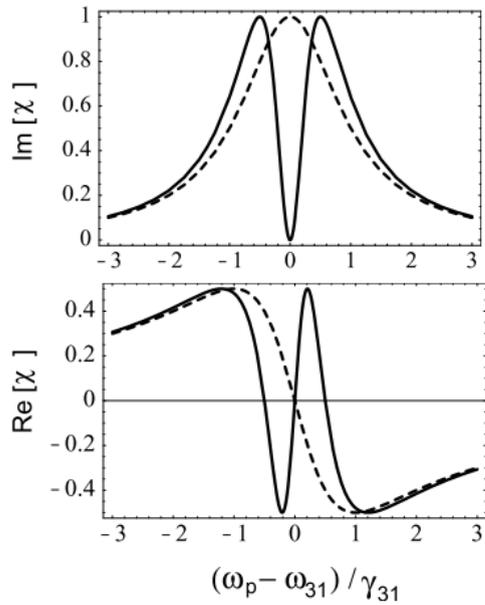
Šviesos sklidimas rezonansinėje šaltų atomų dujų terpėje yra sulaukęs didelio susidomėjimo. Silpnam zonduojančiam šviesos pluoštui sklidint per tokią terpę, koherentiškai žadinamą didelio intensyvumo kontrolinio šviesos pluošto taip, kad susidaro Λ tipo atomų lygmenų schema, yra stebimas elektromagnetiškai indukuoto praskaidrėjimo reiškinys, kai išnyksta zonduojančio pluošto sugertis. Paprastai yra tirama praskaidrėjimo priklausomybė nuo išderinimo, teoriniame modelyje atliekant adiabatinę aproksimaciją. Tuomet pirmu artutiniu zonduojantis pluoštas esant rezonansui sklinda be sugerties. Atsižvelgimas į neadiabatines pataisas antruoju artėjimu numato sugerties buvimą. Ši sugertis taip pat keičia per terpę sklindančio impulso formą. Išjungiant kontrolinį šviesos pluoštą galima zonduojantį impulsą išsaugoti atomų sukinių sužadinyje, o vėl įjungiant kontrolinį pluoštą - jį atgaminti. Tokio proceso metu, formos kitimas dėl sugerties ypač pasireiškia apgretus lėtos šviesos sklidimo kryptį. Ištirti impulso formos pokyčius ir juos valdyti svarbu siekiant lėtą šviesą taikyti informacijos saugojimui bei perdavimui [1], [2], [3]. Šiek tiek mažiau dėmesio yra sulaukęs adiabatų sklidimo reiškinys, kuris aptinkamas, kai abu pluoštai yra palyginamai stiprūs. Adiabatų sklidimas kokybiškai skiriasi nuo lėtos šviesos sklidimo, tačiau svarbus tiriant ribinius atvejus bei neadiabatinių pataisų įtaką. Todėl darbas suskirstytas į tris dalis, kuriose atitinkamai nagrinėjamas sklindančios lėtos šviesos impulso formos kitimas, sustabdyto ir apgretu lėtos šviesos impulso formos kitimas bei adiabatų sklidimas.

1. I dalies darbo tikslas: gauti lygtį, aprašančią per šaltas atomų dujas sklindančio lėtos šviesos impulso formos kitimą, įskaitant neadiabatines pataisas antruoju artėjimu, kuria naudojantis rasti, kokiose situacijose šviesos impulso forma pakinta labiausiai.
2. II dalies darbo tikslas: gauti, kaip pakinta lėtos šviesos impulso forma, esant sklidimo krypties apgretimui, ištirti, kokiose situacijose ji pakinta labiausiai bei palyginti rezultatus su gautaisiais I dalyje.
3. III dalies darbo tikslas: pateikti naują sprendimą atvejo, kai abu sklindantys laukai yra palyginamai stiprūs ir gauti adiabatų sklidimo rezultatus konkrečiam atvejui analitiškai ir skaitmeniškai.

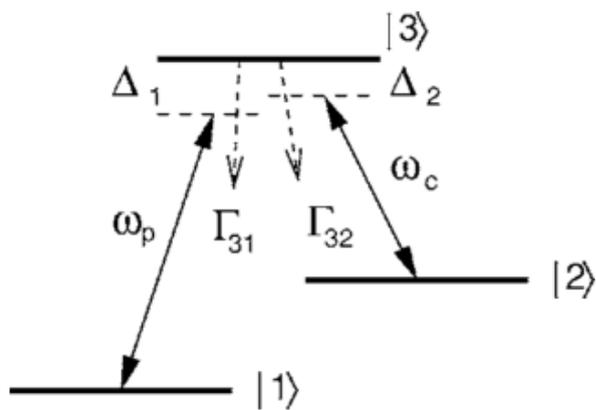
1 Teorinis įvadas ir literatūros apžvalga

1.1 Elektromagnetiškai indukuotas praskaidrėjimas

Optinės atominių ir molekulinųjų dujų savybės yra nulemtos jų energijos lygmenų struktūros. Sugertis ir emisija dviejų lygmenų (2L) sistemoje yra gerai suprastas procesas. Paprastai tiesinis medžiagos atsakas į silpną elektromagnetinį lauką apibūdinamas jos pirmos eilės juta $\chi^{(1)}$. Realioji jutos dalis $Re[\chi^{(1)}]$ nusako medžiagos ar dujų dispersiją (lūžio rodiklio priklausomybę nuo dažnio), o menamoji $Im[\chi^{(1)}]$ — sugertį. Kai fotono dažnis tampa artimas rezonansiniam atomo dažniui tarp dviejų lygmenų, tikimybė elektronui peršokti į aukštesnį energijos lygmenį išauga ir medžiaga ima stipriai sugerti spinduliuotę. Svarbu paminėti, kad lazeriui žadinant medžiagą galimas koherentinis paruošimas, kai elektrinio lauko stipris pakankamai didelis ir pasiekama situacija, kai sąveikos energija viršija neperturbuoto atomo linijos plotį. Tuomet atomo - šviesos sistemos evoliucija reikalauja būsenos amplitudės arba tankio matricos aprašymo, kuriame išlaikoma fazinė informacija, susijusi su atominių būsenų amplitudžių evoliucija [5]. 2L sistemoje koherentinė evoliucija lemia osciliuojančią populiacijos perkėlą - Rabi oscilacijas, o štai 3L sistemoje gali sužadinti sudėtingas superpozicijos būsenas ir iššaukti naujų reiškinių. Vienas tokių reiškinių, kuomet vienas rezonansinis laukas - zonduojantis, tampa skaidrus medžiagoje dėka kito – kontrolinio lauko, pavadintas elektromagnetiškai indukuotu praskaidrėjimu (toliau naudosime anglišką trumpinį EIT) [6]. Konvencinė EIT schema pavaizduota 2 pav., kur zonduojančio lauko dažnis ω_p , kontrolinio lauko dažnis ω_c , Γ_{ik} skilimo spartos į atitinkamus lygmenis, o Δ_k - išderinimas nuo rezonanso. Fizikinis principas, leidžiantis pasiekti praskaidrėjimą, yra toks pats kaip koherentinio populiacijos įkalinimo (CPT) [7]. Šiuo atveju, viena iš stabilų tikrinių būsenų žadinant dviem rezonansiniais laukais Λ tipo sistemą, yra tamsioji, t.y. superpozicija dviejų žemiausių būsenų ir visai neturi sužaintojo lygmens indėlio, todėl visa populiacija yra įkalinama [8]. CPT yra stipriai susijęs su EIT, bet yra tik „spektroskopinis“ fenomenas, t.y. modifikuoja tik materijos būsenas, kai tuo metu, EIT metu modifikuojamos tiek atominės būsenos, tiek optiniai laukai. Tam, kad suprastume, kaip modifikuojamas optinis atsakas, reikia prisiminti Fano rezonansą [9]. Jis įvedė interferencijos tarp sužadavimo kelių sąvoką tirdamas autojonizaciją, kuomet galutinė kontinuumo būsena gali būti pasiekta per tiesioginę jonizaciją arba sudėtingesniu kanalu. Tokia pati interferencija gali vykti ir tarp skirtingų sužadavimo kelių tarp gerai atskirtų atomo lygmenų juos surišant rezonansiniais laukais, kaip pastebėjo Imamoglu ir Harris 1989m. [6]. Interferencija gali būti destruktivi arba konstruktyvi, tačiau ji bus reikšminga tik tuomet, kai atstumas tarp dviejų rezonsų yra palyginamas arba mažesnis už jų pločius, todėl pirmieji eksperimentai leidžiantys tirti elektromagnetiškai indukuotą praskaidrėjimą buvo pradėti, kai naudojant lazerius tapo įmanoma vienu metu selektyviai ir koherentiškai žadinti iš karto dvi energijos lygmenų poras [6]. Egzistuoja kelios galimos schemas, leidžiančios pasiekti EIT, tokios kaip Λ , Ξ ir V konfigūracijos, besiskiriančios



1 pav. Elektrinės jutos žadinant vienu lazeriu (punktyrinė linija) ir esant elektromagnetiškai indukuotam praskaidrėjimui (ištisinė linija) priklausomybė nuo išderinimo. Viršutinis paveikslas vaizduoja sugerties kreivę (menamoji dalis), apatinis - dispersijos (realioji dalis), dažnis matuojamas bedimensiniais dydžiais [4]



2 pav. Elektromagnetiškai indukuoto praskaidrėjimo schema: Λ tipo sistema, kur zonduojančio lauko dažnis ω_p , kontrolinio lauko dažnis ω_c , Γ_{ik} - skilimo sparta, o Δ_k - išderinimas nuo rezonanso. [4]

draustinio šuolio padėtimi, tačiau Ξ ir V konfigūracijos tam nelabai tinkamos, nes dėl baigtinės elektrono gyvavimo trukmės aukštesniuose lygmenyse įkalintos koherentinės būsenos nėra stastabilios. Dėl šios priežasties EIT eksperimentai paprastai atliekami Λ sistemose, kurioje $|2\rangle$ lygmuo yra metastabilus, nes $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ šuolis visada draustinis, o $|1\rangle$ yra stabilus žemiausias lygmuo, todėl šiuose lygmenyse vykstantis populiacijos įkalinimas yra metastabilus ir turime metastabilias tamsiąsias būsenas.

Eksperimentiškai praskaidrėjimo efektas pirmą kartą pademonstruotas 1991 m. [10]. Bolter, aptardamas pirmuosius eksperimentinius EIT stebėjimus, nurodė, kad egzistuoja du EIT interpretavimo būdai [10]. Pirmasis plaukia iš Imamoglu and Harris darbo [6], kai apngtosios būsenos gali būti suprantamos kaip du labai artimi rezonansai skylantys į tą patį kontinuumą. Jei zonduojantis laukas suderintas nulinio lauko rezonanso dažniui, tuomet tiesinė jūta dėl šių dviejų vienodai nutolusių bet priešingo išderinimo ženklų rezonansų bus taip pat vienoda ir priešingų ženklų, o tai reiškia, kad atsakas bus panaikinamas. Alternatyvus ir ekvivalentus aiškinimas yra galimas pliko atomo bazėje. Tuomet EIT priežastis yra destruktivi interferencija tarp skirtingų kelių iki sužadintosios būsenos. Kaip pavaizduota 2 pav., amplitudė būti $|3\rangle$ būsenoje, kuri yra vienintelė skylanti dėl baigtinės gyvavimo trukmės, yra pasiekama dviem keliais: tiesioginiu $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ arba netiesioginiu $|1\rangle \rightarrow |3\rangle \rightarrow |2\rangle \rightarrow |3\rangle$ ir aukštesnės eilės jo variacijomis. Jei kontrolinis pluoštas yra daug intensyvesnis už zonduojantį, tai netiesioginis kelias turi tikimybės amplitudę, kuri yra tokio paties dydžio, bet priešingo ženklo.

Koherentinio paruošimo technikos atominių ir molekulių sistemų dujinėje fazėje yra pačios efektyviausios ir daugiausiai studijuotos [4]. Viena priežasčių yra tai, kad dujų koherentinio išsifazavimo lygis yra mažas lyginant su kietos agregatinės būsenos medžiagomis. Nors ir esama pritaikymų kietajai būsenai, dujų fazė išlieka svarbi optiniams taikymams dėl to, kad dažniausiai yra skaidri UV ir IR spinduliuotei, egzistuoja gerai žinomos technikos kaip jas atšaldyti iki labai žemų temperatūrų ir dėl to pašalinant nehomogeniškus išplitimus ir pasiekti didelį sutapimą su teorija, taip pat jos gali toleruoti itin aukštus optinius intensyvumus. Eksperimentai paprastai yra atliekami su ultra-šaltomis atomų dujomis ne vien todėl, kad tai leidžia išvengti atominių smūgių įtakos, kas lemia draustinių būsenų išsifazavimą, bet ir leidžia eksperimentuose pasiekti tokius medžiagos tankius, kad šviesos grupinio greičio vertės sumažėja iki žmogiško mastelio [11] arba galiausiai visai sustabdoma [3]. Taip pat, esant tokiomis sąlygomis netiesinė jūta, ypač trečios eilės, tampa vis labiau įtakojanti optines savybes, todėl yra galimi visai nauji reiškiniai plačiame spektre įgalinantys netiesinį signalų valdymą [6]. Eksperimentinės realizacijos kambario temperatūroje ir kietos agregatinės būsenos medžiagose, nors ir svarbios kasdieniam pritaikymui, tačiau daug retesnės. EIT eksperimentiškai stebėtas nuo karštų dujų [12] iki Bose kondensato [11].

1 pav. [4] yra pavaizduota pirmos eilės tiesinė jūta $\chi^{(1)}$ žadinant vienu lazeriu su centriniu dažniu ω_p (punktyrinė linija) ir esant elektromagnetiškai indukuotam praskaidrėjimui koherentiškai žadinant papildomu lazeriu (ištininė linija) kaip funkcija nuo išderinimo (skirtumo tarp

zonduojančio lazerio dažnio ω_p ir atomo rezonansinio dažnio ω_{31}), padalinto iš skilimo spartos γ_{31} . Viršutinis paveikslas vaizduoja sugerties kreivę $Im[\chi^{(1)}]$, kuri žadinant vienu lazeriu yra Lorencio kreivės formos ir turi maksimumą ties lazerio dažniu atitinkančiu atomo rezonansinį dažnį ω_{31} , o esant EIT šioje srityje atsiranda pralaidumo langas. Apatinis paveikslas $Re[\chi^{(1)}]$ vaizduoja dispersinį sąryšį, kuris esant EIT patiria staigų svyravimą toje srityje, kur vieno lazerio atveju turime anomalią dispersiją. Būtent dėl to, kad šiame rezonansiniame regione yra modifikuojama juta, lemia EIT svarbą. Tai leidžia signalui keliauti beveik nepatiriant sugerties, tačiau išlaikant kitus stiprius rezonansinius efektus (dispersinius ir netiesinius).

1.2 Grupinis greitis

Ne vien praskaidrėjimas rezonansinėje srityje yra stebinantis - tokią pačią sugerties vertę galima pasiekti ir esant dideliame išderinimui nuo rezonanso, tačiau šioje skaidrioje srityje stebimi dispersiniai svyravimai ir vietoje anomalous dispersijos turime normalią (1 pav.). Tai lemia grupinio greičio pakitimą ir įgalina jo valdymą.

Taškinės dalelės greičio apibrėžimas nekelia tokių konceptualių problemų kaip bangos greitis. Fazinis greitis nusako monochromatinės bangos fronto judėjimo greitį medžiagoje:

$$v_f = \frac{c}{n} \quad (1)$$

Tačiau šviesos impulsas yra bangų paketas, sudarytas iš begalinio skaičiaus monochromatinių harmoninių bangų. Konstruktyvi ir destruktivi interferencija tarp šių bangų nulemia impulso gaubiamosios formą ir padėtį laike bei erdvėje. Impulso gaubiamosios judėjimo greitis ir yra grupinis greitis. Kai impulsas sklinda per dispersyvią medžiagą, kiekviena monochromatinė komponentė sklinda skirtingu greičiu, nes lūžio rodiklis priklauso nuo dažnio. Dėl to interferencijos regionai gali pasislinti ir impulso forma deformuotis jam sklindant medžiaga. Sklindant nedidelius atstumus, ši deformacija nėra didelė, todėl impulso greitis gali būti nusakytas grupiniu greičiu:

$$v_g = \frac{c}{n_g} = \frac{c}{n + \omega(dn/d\omega)} \quad (2)$$

Grupinio greičio vertė priklauso nuo dispersijos $dn/d\omega$, todėl esant normaliai dispersijai $dn/d\omega > 0$, grupinis greitis yra visada mažesnis už fazinį, o jo vertė tuo mažesnė, kuo statesnė dispersija. Esant anomaliai dispersijai $dn/d\omega < 0$ grupinis greitis viršija fazinį ir net gali viršyti šviesos greitį vakuume c arba būti neigiamas, atitinkamai tai įvardinant kaip lėtą šviesą, greitą šviesą ir atbulą šviesą [13].

Ekstremaliomis grupinio greičio vertėmis buvo susidomėta dar ankstyvame XXa., užklauiant, ar tai neprieštarauja specialiajai reliatyvumo teorijai [14], [15]. Pripažinta, jog informacijos greičio limitas yra nulemtas priežastingumo principo. Konkrečiai šviesos impulsams

tai reiškia, jog impulso frontas arba energija negali viršyti šviesos greičio vakuume c [14], [15]. Tačiau grupinis greitis tokiems apribojimas paklūsti neprivalo, nes nėra atsakingas už informacijos sklidimą ir nusako tik impulso gaubiamosios greitį, kuris priklauso nuo terpės savybių [16]. Pasiiekti ekstremalias grupinio greičio vertes galima įvairiais būdais. Eksperimentiškai tokios vertės pasiektos tuoj po lazerio atradimo. Tarkime šviesos greitį viršijantis grupinis greitis gali būti pasiektas dėl nuostolių atsiradimo [17] arba impulso deformacijos [18]. Tam, kad būtų išvengta iškraipymų, buvo ieškoma būdų kaip pasiekti ekstremalias vertes skaidrioje zonoje. EIT yra vienas iš būdų. Ir štai 1999m. Hau pademonstravo, kad šviesa gali būti sulėtinta iki žmogiškų mastelių. Tokia ekstremali vertė pasiekta EIT metodu šaltose dujose, kuomet indukuojamas praskaidrėjimas, bet išlaikomos stiprios optinės rezonanso aplinkos savybės [11].

1.3 Lėta šviesa

Daugiausiai dėmesio sulaukė lėtos šviesos fenomenas, kuriam pasiekti šalia koherentinio populiacijos osciliavimo (CPO), netiesinių medžiagų ir kt. yra naudojamas EIT metodas. Vėl prisiminus 1 pav. ir žinant grupinį indeksą:

$$n_g = \sqrt{1 + \text{Re}(\chi)}, \quad (3)$$

grupinį greitį įvertinti galima pasitelkus jutos priklausomybę nuo išderinimo [19]:

$$v_g = \frac{c}{\omega} \frac{2\sqrt{1 + \text{Re}(\chi)}}{d(\text{Re}(\chi))/d\Delta} \quad (4)$$

Taigi grupinis greitis atvirkščiai proporcingas išvestinei $d(\text{Re}(\chi))/d\Delta$. Paprastai nesant EIT normalios terpės didelėje srityje ji yra teigiama, o tik rezonanso aplinkoje neigiama - anomali. Tačioje šioje srityje banga yra labai stipriai slopinama, nes sugertis pasiekia savo maksimumą. Esant EIT, absorbcija rezonanso aplinkoje beveik nepasireiškia, o išvestinė teigiama ir labai didelė. Tai reiškia, kad banga nėra slopinama ir turi labai mažą grupinį greitį. Tuo pat metu lūžio rodiklis n idealiai 3L sistemai ties dvifotoniu rezonansu, paprastai lieka artimas vienetui $n \approx 1$ tarsi vakuume - nėra grupinio greičio dispersijos, t.y., bangų paketas neišsiklaido ir išlieka stabilus [20]. Kita svarbi savybė, kad dispersinė kreivė arti rezonanso yra tiesinė, o jos statumą, taigi ir grupinį greitį, galima valdyti keičiant kontrolinio lazerio intensyvumą -labai didelės grupinio greičio vertės ganamos esant mažam kontrolinio lazerio intensyvumui, o jo išjungimas iš vis sustabdo impulsą [1].

Optinio signalo sulėtinimas ir sustabdymas sulaukė didelio susidomėjimo. Eksperimentiškai buvo pasiektas toks sulėtinimas keliomis eilėmis [21], [22], [23], kol galiausiai 1999m. pasiektas $17m/s$ greitis Bose kondensate [11] arba 2001m. galiausiai visai sustabdoma šviesa [3]. Taip pat pavyko sulėtinti ir sustabdyti šviesą kristale [24]. Toks šviesos sulėtinimas taip pat sukuria daug

įdomių efektų. Kai impulsas įeina į terpę, jis yra erdviškai suspaudžiamas sklidimo kryptimi santykiu $\frac{v_g}{c}$, nes impulso priekis keliauja grupiniu greičiu, kol galas - šviesos greičiu [25]. Kol n yra artimas vienetui, atsipindys nuo kraštų beveik neegzistuoja siauro spktro impulsui [26]. Todėl kilometro pločio impulsas gali sutilpti į kelių milimetrų ilgio terpę.

1.4 Šviesos sustabdymas

Pasiekiamas impulso vėlinimo laikas yra ribojamas dėl baigtinio tamsiosios būsenos gyvavimo laiko. Kita vertus, kai turime impulsinį zondojuančio lauko signalą, t.y. baigtinio spektrinio pločio signalą, nerezonansinių spektrinių komponentių sugertis nėra nulinė net ir idealiomis sąlygomis. Todėl impulso plotis negali viršyti pralaidumo lango pločio. Parodyta, kad pralaidumo lango plotis atvirkščiai proporcingas kontrolinio lazerio intensyvumui (Rabi dažnio kvadratui) $\Delta\omega \sim \frac{1}{\Omega^2}$ ir tai reiškia, kad neįmanoma visiškai sustabdyti impulso su stacionariu kontroliniu lauku [25]. Norint visiškai sustabdyti impulsą, reikia, kad grupinis greitis būtų kintantis laike [1] ir pralaidumo lango limitas, kad impulso plotis negali viršyti pralaidumo lango pločio, gali būti apeitas, jei grupinis greitis yra adiabatiškai laike mažinamas iki nulio, o tai gali būti pasiekama mažinant kontrolinio lazerio Rabi dažnį. Šiuo atveju zondojuančio impulso spektras siaurėja proporcingai grupiniam greičiui ir impulso spektras visuomet lieka pralaidumo lange. Taigi elektromagnetinė energija lėtai perduodama vien atomų sukiniams, o perdavimas adiabatinis, t.y, visos šviesos savybės koherentiškai transformuojamos į atominę sukinių sistemą. Tačiau visa fotono energija nesaugoma sukinių sužadinyje, bet perduodama į kontrolinį lauką stimuliuota Stokso emisija [27], [28].

Fotonai nėra tiesiogiai sustabdomi, bet fazė ir gaubtinės forma yra įrašomos atominėje terpėje [29], koherentiškai keičiant atomines būsenas. Kai impulsas terpe sklinda be nuostolių, fotonų srautas suintegruotas laike per bet kokią plokštumą viduje medžiagos išlieka const, o bendras zondojuančio lauko fotonų skaičius terpės viduje yra sumažėjęs $\frac{v_g}{c}$ kartų lyginant su skaičiumi išorėje dėl erdvinio suspaudimo. Tai reiškia, kad fotonai arba elektromagnetinė energija turi būti laikiškai saugoma sistemoje sukombinuotoje iš atomų ir kontrolinio lauko, taigi tik maža dalis pradinio impulso energijos išlieka elektromagnetine energija. Žvelgiant iš atomų perspektyvos į šviesos sklidimą, laikinis sužadinyje perkėlimas į terpę ir atgal gali būti suprastas kaip stimuliuotas Ramano adiabatnis perkėlimas. Procesas yra apgręžiamas ir impulsas gali būti atkurtas vėl įjungiant kontrolinį lazerį [30], [3]. Tuomet sužadinyje grąžinamas iš sukinių į elektromagnetinį lauką. Eksperimentiškai sustabdyta ir atkurta lėta šviesa kietame kūne [24], o karštosiose Rb atomų dujose pasiekiant $0.5ms$ saugojimo trukmę μs ilgio impulsui [3], šaltose Na atomų dujose pasiekiant $1.5ms$ saugojimo trukmę μs ilgio impulsui [30]. Galima pasinaudoti ir kvazidalelės kaip koherentiško elektromagnetinio lauko ir atominių susikinių mišinio įvaizdžiu, kuris pasiūlo labai paprastą interpretaciją: tamsiosios būsenos polaritonas keliauja nekeisdamas formos ir be nuostolių grupiniu greičiu [1].

1.5 Adiabatoniai

Paprastai EIT nagrinėjamas tik esant tiesinio atsako limitui, kai zonduojantis laukas laikomas silpnu. Situacija, kuomet abu laukai yra pakankamai stiprūs, iššaukia visai naujų papildomų savybių, kurios atsiranda dėl to, kad pati terpė veikia abu laukus [4]. Harris parodė, kad stiprių arbitrarios, bet sutampančios formos impulsų (sutampančių impulsų) pora keliauja be nuostolių, jei galioja pilna adiabatinė aproksimacija ir atomai pradžioje yra tamsiojoje būsenoje [31]. Sutampantys impulsai taip pat gali būti generuojami iš arbitrarios formos impulsų [32]. Esant tokiam sutapimui, tamsioji būseną visiškai nesąveikauja su laukais. Tačiau Grobe parodė, kad egzistuoja priešingas reiškinys - komplementarių impulsų generacija ir sklidimas [33]. Esant abiem stipriems laukams, netiesinės bangų lygtys yra integruojamos net palyginamo stiprio arbitrarios formos laukam, jei patenkinama adiabatiškumo sąlyga: jei viena ar abi amplitudės didelės, o impulsų įjungimo seka neintuityvi. Tuomet adiabatonių pora keliauja nekeisdama formos ir be nuostolių. Kitaip nei dažnos stabilios būsenos, kurios nepriklauso nuo pradinių sąlygų, adiabatoniai yra priklausomi nuo pradinių impulsų formų ir skirtingos pradinės impulsų formos evoliucijuonuoja skirtingai. Taip pat jie nepersikloja ir išlaiko savo pradinį charakterumą. Dėl to, kad adiabatinė prielaida yra sprendimo pagrindas ir dėl panašumo solitonams, buvo pavartotas adiabatono vardas [33]. Evoliucija yra adiabatinė, jei parametru pokytis (šiuo atveju amplitudžių) yra daug lėtesnis nei lėčiausias vidinis pokytis, kuris gali būti siejamas su tikrinių verčių pokyčiu. Tokią sąlygą patenkinti nesunku naudojant neintuityvią impulsų įjungimo tvarką [34]. Jei laukų amplitudės kinta lėtai, adiabatinė aproksimacija galioja ir atomai visą laiką lieka tamsiojoje būsenoje, tačiau egzistuoja sąveika tarp tamsiosios ir sąveikaujančios būsenos dėl jų laikinės priklausomybės. Vėliau pasiūlytas būdas modifikuoti netiesines lygtis ir išanalizuotas jų skirtumas nuo sutampančių impulsų, įskaitant nedideles neadiabatinės pataisas [35]. Adiabatoniai, kitaip nei sutampantys impulsai, turi komplementarias amplitudes. Adiabatonių sprendiniai yra apytiksliai stabilūs, tačiau po pakankamai didelio skaičiaus absorbcijos ilgių jie išsisklaido į sutampančius impulsus [35]. Yra du mechanizmai, kurie riboja adiabatonių gyvavimo laiką: pirma tai, kad bendras jų darinys sklinda šviesos greičiu c , o jų grupiniai greičiai daug mažesni už šviesos greitį, taigi galiausiai pažeidžiama kvaziadiabatiškumo sąlyga; antra tai, kad sugertis ilgiems sklidimo atstumams tampa vis ryškesnė ir jie išsisklaido į sutampančius impulsus. Jų sklidimas gali būti interpretuojamas tarsi elektromagnetiškai indukuotas praskaidrėjimas adiabatiškai aprengto atomo bazėje. [35] Kasapi atliko pirmąjį eksperimentą įrodantį adiabatono sklidimą [21], vėliau jie tirti sudėtingesnėse nei Λ tipo sistemose [36].

1.6 Pritaikymas

Elektromagnetiškai indukuotas praskaidrėjimas yra iki šiol svarbus ir taikomas kaip vienas iš būdų optikos sistemoms modifikuoti bei valdyti. Jis tapo vienu iš svarbių būdų tirti opti-

nes atomų ir molekulių dujas savybes [4]. Jis leidžia modifikuoti optines savybes tokias kaip sugerties lygis, dispersija, grupinis greitis, todėl galima generuoti naujus laukus (ypač svarbi maksimaliai koherentiškų mažo bangos ilgio (nm) laukų generacija). Skirtumas nuo kitų reiškinių, tokių kaip saviindukuotas praskaidrėjimas, koherentinis populiacijos įkalinimas, yra tas, kad modifikuojamos ne tik atomų būsenos, bet ir patys laukai, padarė daug įtakos optikos mokslui.

Lėta šviesa turi tiesioginį pritaikymą optinėse telekomunikacijose – kontolijuojant impulsų greitį galima išvengti, kad su impulsais, nešantys informaciją atvyktų tuo pačiu metu, todėl vėlinimas išsaugotą informaciją [37]. Taip pat svarbus lėtos šviesos pritaikymas optiniuose interferometruose. Viena iš realizacijų Mach-Zehnder interferometras, kuomet padidinamas spektrinis jautrumas, kuris priklauso nuo grupinio indekso n_g [38]. Dar vienas pritaikymas – mikrobangė fotonika, kur labai svarbus laikinio vėlinimo kontroliavimas [39].

Lėta šviesa atomų dujose atitinka kvazidalelę, kuri atitinka elektromagnetinį-medžiagos sužadimą. Labai mažiems grupiniams greičiams, beveik visi sužadiniai sukonzentruoti atomų sukiniuose kai tuo metu sklidimo savybės yra sukonzentruotos elektromagnetinėje dalyje. Taigi lėta šviesa šaltose atomų dujose suteikia naują būdą medžiagos-bangoms paruošti ir detektuoti. EIT buvo pasiūlytas kaip kaip zondas reliatyvios fazės difuzijai [40], taip pat kadangi jis suteikia galimybę kontroliuoti medžiagos bangas, tai gali būti potencialus pritaikymas medžiagų-bangų interferometrijoje [41] arba jei įskaitoma medžiagos-medžiagos sąveika - netiesinėje medžiagų-bangų optikoje [42].

Grupinio greičio sumažėjimas sąlygoja prailgintą sąveikos laiką netiesinėje terpėje, kas yra svarbu padidinti netiesinių procesų aktyvumui [25], o ilgame impulse esanti informacija gali būti saugoma labai mažame tūryje [4].

Pats svarbiausias potencialus pritaikymas yra kvantinė informacija. Galima perduoti koherentiškumą ir kvantines būsenas iš šviesos atomų sukinių sužadimui [2], [3]. Tamsiosios būsenos polaritono vaizdinys tinkamas ir kvantuotai spinduliuotei. Tuomet fotonų būsenos yra perkeliamos į kolektyvinį atomų sukinių sužadimą ir EIT terpė gali veikti kaip fotonų kvantinė atmintis [43], [44]. Taip pat šviesos saugojimas gali būti naudojamas paruošti atomų ansamblius specialiose neklasikinėse būsenose [2] bei pasiūlyta perkeliant fotonus atomų ansambliams sukurti didelio efektyvumo vieno fotono detektorius [45].

Dalis I

Lėtos šviesos impulso formos kitimas jam sklindant šaltų atomų dujų terpėje

2 Lėtos šviesos sklidimą šaltų atomų dujų terpėje aprašančios lygties išvedimas

Nagrinėjame silpno šviesos pluošto (zonduojančio) sklidimą per atomų terpę, kuri yra veikiamą kito intensyvaus šviesos pluošto (kontrolinio). Terpe laikysime identiškų atomų ansamblį, kurių dinamika gali būti pilnai nusakyta trimis energijos lygmenimis. Terpėje nesant laukų, visi atomai yra pagrindiniame lygmenyje g , kurio energija yra $\hbar\omega_g$. Būsenos būti lygmenyse s ir e turi energijas $\hbar\omega_s$ ir $\hbar\omega_e$ atitinkamai. Būsenos būti lygmenyse g ir s turi tokį patį lygumą, todėl tarp jų šiuoliai yra draustiniai. Būsenos būti lygmenyje e turi priešingą lygumą kitoms dviems, todėl turi nenulinį dipolinį momentą. Abu šviesos pluoštai yra arti rezonanso su atitinkamais atominiais šuoliais taip, kad susidaro Λ -tipo lygmenų schema, kaip parodyta 3 pav. Zonduojančio šviesos pluošto centrinis dažnis ω , jis sukelia šuolius $g \leftrightarrow e$. Kontrolinio šviesos pluošto dažnis ω_c , jis apibūdinamas Rabi dažniu Ω , ir sukelia šuolius $s \leftrightarrow e$.

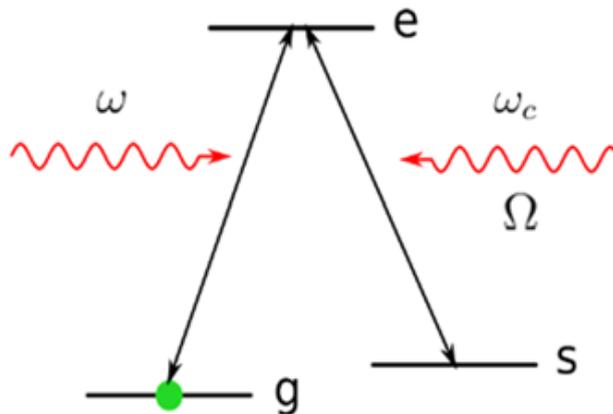
Pirmiausiai atliksime paruošiamuosius skaičiavimus ir gausime lygtis atomui sąveikaujančiam su vienu šviesos šaltiniu. Jomis naudojantis parinksime zonduojančio ir kontrolinio lazerių parametrus bei naudojantis analogijomis nesudėtingai užrašysime lygtis atomui sąveikaujančiam su dviem rezonansiniais šviesos šaltiniais.

2.1 Lygtys elektromagnetiniam laukui

Šioje dalyje gausime apytiksles lygtis lėtai kintančiai elektrinio lauko amplitudei, kai šviesos pluoštas sklinda per šaltų atomų dujų terpę.

2.1.1 Maxwell'o lygtys elektromagnetiniam laukui šaltų atomų dujose

Svarbiausias elektromagnetiškai indukuoto praskaidrėjimo savybes ir jo taikymo galimybes galima kiekybiškai analizuoti naudojant pusiau klasikinį modelį, kuomet kvantine sistema lai-



3 pav. Λ -tipo atomo lygmenų schema

komi tik atomai [4]. Todėl šviesą aprašysime klasikiniu elektromagnetiniu lauku, tenkinančiu Maxwell'o lygtis laukui medžiagoje:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (5)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (6)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (7)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho_f \quad (8)$$

kur elektromagnetinę bangą nusako elektrinis \mathbf{E} ir magnetinis \mathbf{H} laukai bei atitinkamos jų indukcijos \mathbf{D} ir \mathbf{B} . Čia \mathbf{j}_f yra srovės tankis, o ρ_f - laisvųjų krūvininkų tankis. Medžiagos sąveiką su elektromagnetiniu lauku detalizuojama papildomomis lygtimis:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (9)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} \quad (10)$$

kur \mathbf{P} žymi medžiagos elektrinę, o \mathbf{M} - magnetinę poliarizaciją ir ε_0 yra vakuomo dielektrinė skvarba, o μ_0 - magnetinė skvarba. Čia nagrinėsime tą atvejį, kai poliarizaciją indukuoja tik medžiagoje sklindantis elektromagnetinis laukas. Taip pat nagrinėsime vienalytę dielektrinę medžiagą, todėl laikome, kad laisvųjų krūvių bei srovių medžiagoje nėra:

$$\rho_f = 0 \quad (11)$$

$$\mathbf{j}_f = 0 \quad (12)$$

Magnetinių reiškinių taip pat nenagrinėsime, todėl magnetinė indukcija neįmagnetintai ($\mathbf{M} = 0$) medžiagai:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \quad (13)$$

Gauname tokias Maxwell'o lygtis:

$$\varepsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} + \nabla \cdot \mathbf{P} = 0 \quad (14)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (15)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (16)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \quad (17)$$

2.1.2 Bangos lygtis elektriniam laukui

Pasinaudojame vektorinės sandaugos tapatybe:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (18)$$

bei šviesos greičio vakuume išraiška:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad (19)$$

ir iš Maxwell'o lygčių gauname uždara bangos lygtį elektriniam laukui:

$$\frac{c^2}{\varepsilon_0} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{P}) - \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \mathbf{E} \quad (20)$$

Šioje lygtyje atmetame narį $\nabla(\nabla \cdot \mathbf{P})$, aprašantį medžiagos nevienalytiškumo įtaką:

$$c^2 \nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} \quad (21)$$

Gavome reikiamą bangos lygtį elektriniam laukui medžiagoje.

2.1.3 Bangos lygtis lėtai kintančioms amplitudėms

Dabar konkretizuosime elektrinį lauką ir gausime lygtį jo amplitudei. Nagrinėsime šviesos pluoštą, sklindantį z ašies kryptimi, kurio spektras yra siauras. Tuomet galime išskirti lėtai erdvėje ir laike kintančią elektrinio lauko amplitudę. Lazerio impulsas paprastai aproksimuojamas Gausine amplitude, bet kol kas jos nedetalizuokime. Užrašysime elektrinį lauką kaip plokščią bangą su moduluota amplitude:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{e}} \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2\varepsilon_0}} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) e^{ikz - i\omega t} + c.c \quad (22)$$

kur $\hat{\mathbf{e}}$ yra vienetinis vektorius, nusakantis šviesos poliarizaciją, o ω šviesos pluošto centrinis dažnis,

$$k = \frac{\omega}{c} \quad (23)$$

yra jį atitinkantis banginis skaičius. Amplitudė \mathcal{E} lėtai kinta per atstumą lygų bangos ilgiui ir laiko tarpą lygų periodui. Tiesinėse terpėse elektromagnetinė banga ir poliarizacija kinta tuo pačiu dėsniu. Poliarizacijos išraiškoje taip pat išskiriame lėtai kintančią amplitudę:

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{e}} \mathcal{P}(\mathbf{r}, t) e^{ikz - i\omega t} + c.c \quad (24)$$

Abi išraiškas statome į gautą bangos lygtį elektriniam laukui (21):

$$c^2 \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0}} \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) \right) e^{ikz-i\omega t} + \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) \right) e^{ikz-i\omega t} + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) \right) e^{ikz-i\omega t} + \right. \quad (25)$$

$$\left. + 2ik \left(\frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) \right) e^{ikz-i\omega t} - k^2 \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) e^{ikz-i\omega t} + \text{c.c.} \right] - \quad (26)$$

$$- \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0}} \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) \right) e^{ikz-i\omega t} - 2i\omega \left(\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) \right) e^{ikz-i\omega t} - \omega^2 \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) e^{ikz-i\omega t} + \text{c.c.} \right] = \quad (27)$$

$$= \frac{1}{\varepsilon_0} \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathcal{P}(\mathbf{r}, t) \right) e^{ikz-i\omega t} - 2i\omega \left(\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{P}(\mathbf{r}, t) \right) e^{ikz-i\omega t} - \omega^2 \mathcal{P}(\mathbf{r}, t) e^{ikz-i\omega t} + \text{c.c.} \right] \quad (28)$$

Šioje lygtyje turime narius su labai greitai laike ir erdvėje kintančiomis eksponentėmis $e^{ikz-i\omega t}$ ir $e^{-ikz+i\omega t}$. Todėl galime parašyti dvi apytiksles lygtis, kuriomis bus atskirtos šios dvi eksponentės. Kadangi lygtys yra kompleksiskai jungtinės viena kitai, toliau nagrinėjame tik lygtį su $e^{ikz-i\omega t}$:

$$c^2 \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0}} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) + 2ik \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) - k^2 \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) \right] - \quad (29)$$

$$- \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0}} \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) - 2i\omega \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) - \omega^2 \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) \right] = \frac{1}{\varepsilon_0} \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathcal{P}(\mathbf{r}, t) - 2i\omega \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{P}(\mathbf{r}, t) - \omega^2 \mathcal{P}(\mathbf{r}, t) \right] \quad (30)$$

Atliekame paraksialinę aproksimaciją ir lėtai kintančių poliarizacijos ir elektrinio lauko amplitudžių \mathcal{P} ir \mathcal{E} antrąsias išvestines pagal laiką ir erdvines koordinates atmetame:

$$2i \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0}} \left(c \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) \right) = -\frac{1}{\varepsilon_0} 2i \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{P}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{\varepsilon_0} \omega \mathcal{P}(\mathbf{r}, t) \quad (31)$$

Taip pat dešinėje pusėje esantį narį su lėtai kintančios poliarizacijos amplitudės išvestine pagal laiką galima atmeti, nes šalia esantis narys yra daug didesnis:

$$\omega \mathcal{P}(\mathbf{r}, t) \gg 2 \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{P}(\mathbf{r}, t) \quad (32)$$

Gavome apytikslę lygtį lėtai kintančiai elektrinio lauko amplitudei:

$$c \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = i \sqrt{\frac{\omega}{2\hbar\varepsilon_0}} \mathcal{P}(\mathbf{r}, t) \quad (33)$$

2.2 Lygtys atomams

2.2.1 Lygtys atomo būsenų amplitudėms

Pirmiausiai užrašysime lygtis dviejų lygmenų atomo elektronams. Tai atitinka trijų lygmenų modelį, kai kontrolinis šviesos impulsas yra išjungtas ir atomas apšviečiamas tik vienu šviesos pluoštu, kurio spektras yra siauras ir centrinis dažnis ω yra artimas rezonansiniam dažniui tarp

dviejų atomo lygmenų g ir e . Tuomet galima apsiriboti tik šiais lygmenimis. Sprendžiame Schrödinger'io lygtį elektronams atome:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = H\Psi \quad (34)$$

Atomo hamiltonianas:

$$H = H_0 + V(\mathbf{r}, t) \quad (35)$$

kur neperturbuoto atomo elektronų energija atome aprašoma diagonalia matrica su tikrinėmis energijomis:

$$H_0 = \hbar \begin{pmatrix} \omega_e & 0 \\ 0 & \omega_g \end{pmatrix} \quad (36)$$

o $V(\mathbf{r}, t)$ yra sąveikos energija. Stipriausiai su elektromagnetiniu lauku sąveikauja 2L sistemos elektrinis dipolinis momentas, kuris ir sukelia šuolius tarp energijos lygmenų. Todėl atomo ir jį žadinačio lazerio sąveiką dažniausiai pavyksta paaiškinti tik lazerio elektrinio lauko ir atomo elektrinio dipolio sąveika:

$$V(\mathbf{r}, t) = -\hat{\mu}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad (37)$$

kur $\hat{\mu}$ yra atomo dipolinio momento operatorius, kuris sistemai, turinčiai inversijos centrą:

$$\hat{\mu} = \begin{pmatrix} 0 & \mu \\ \mu & 0 \end{pmatrix} \hat{\mathbf{e}} \quad (38)$$

Nepaisome atomo masės centro judėjimo. Taip pat kol kas nepaisome savaiminio spinduliavimo, todėl atomą galima aprašyti bangine funkcija. Tarkime, jog amplitudės būti lygmenyse g ir e yra atitinkamai $\Psi_g(\mathbf{r}, t)$ ir $\Psi_e(\mathbf{r}, t)$, tuomet banginę funkciją tikrinių būsenų bazėje galima reikšti stulpeliu:

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_e \\ \Psi_g \end{pmatrix} \quad (39)$$

Įvedame lėtai kintančias amplitudes:

$$\Phi_e = \Psi_e e^{i(\omega_g + \omega)t - ikz} \quad (40)$$

$$\Phi_g = \Psi_g e^{i\omega_g t} \quad (41)$$

bei vienfotonį išderinimą nuo rezonanso:

$$\Delta = \omega_e - \omega_g - \omega \quad (42)$$

Iš Schrödinger'io lygties gauname lygtis lėtai kintančioms amplitudėms Φ_e ir Φ_g :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi_e = \hbar \Delta \Phi_e - \mu \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2\varepsilon_0}} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) \Phi_g - \mu \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2\varepsilon_0}} \mathcal{E}^*(\mathbf{r}, t) \Phi_g e^{-2ikz+2i\omega t} \quad (43)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi_g = -\mu \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2\varepsilon_0}} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) \Phi_e e^{2ikz-2i\omega t} - \mu \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2\varepsilon_0}} \mathcal{E}^*(\mathbf{r}, t) \Phi_e \quad (44)$$

Šios lygtys analiziška neišsprendžiamos, nes sprendinių nepavyksta išreikšti per žinomas matematinės funkcijas.

2.2.2 Besisukančios bangos aproksimacija

Kai šviesos dažnis yra arti rezonanso šias lygtis galima spręsti apytiksliai. Šviesos dažnis ω yra didelis, todėl naudojame besisukančios bangos aproksimaciją (RWA). Nariai su eksponentėmis labai greitai kinta lyginant su nariais be jų, laikinė evoliucija indukuota šių narių bus daug lėtesnė, todėl galime juos atmesti:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi_e = \hbar \Delta \Phi_e - \mu \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2\varepsilon_0}} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) \Phi_g \quad (45)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi_g = -\mu \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2\varepsilon_0}} \mathcal{E}^*(\mathbf{r}, t) \Phi_e \quad (46)$$

Išsprendžiame gautas lygtis su pradine sąlyga $\Phi(0) = \begin{pmatrix} \Phi_e(0) \\ \Phi_g(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ esant rezonansui $\Delta = 0$ ir kuomet elektrinio lauko amplitudė $\mathcal{E} = \mathcal{E}(\mathbf{r})$ nepriklauso nuo laiko. Tuomet lėtai kintančios amplitudės:

$$\Phi_e = i \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}^*}} \sin \left(\mu \sqrt{\frac{\omega}{2\hbar\varepsilon_0}} |\mathcal{E}(\mathbf{r})| t \right) \quad (47)$$

$$\Phi_g = \cos \left(\mu \sqrt{\frac{\omega}{2\hbar\varepsilon_0}} |\mathcal{E}(\mathbf{r})| t \right) \quad (48)$$

Būsenų tikimybės būti lygmenyse e ir g:

$$P_e = |\Phi_e|^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(\Omega t) \quad (49)$$

$$P_g = |\Phi_g|^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\Omega t) \quad (50)$$

kur tikimybės kinta Rabi dažniu:

$$\Omega = \mu \sqrt{\frac{2\omega}{\hbar\varepsilon_0}} \mathcal{E}(\mathbf{r}) \quad (51)$$

Koherentiškai žadinant sistemą, ji periodiškaitai sugeria ir emituoja energiją dažniu, proporcingu 2L sistemą žadinančio elektrinio lauko stipriui. Tad į Rabio osciliacijas galime žiūrėti

kaip į sugerties ir indukuoto spinduliavimo konkurenciją. Tuomet po besisukančios bangos aproksimacijos remiantis (45) ir (46) lygtimis, atomo sąveikos su šviesa hamiltonianą galime užrašyti:

$$H_s = V = -\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & \Omega \\ \Omega^* & 0 \end{pmatrix} \quad (52)$$

Šia išraiška remsimės, kai rašysime sąveikos hamiltonianą 3L sistemai, o dabar dar įskaitysime savaiminio spinduliavimo įtaką.

2.2.3 Savaiminis spinduliavimas

Svarbu įskaityti ir savaiminį spinduliavimą. Aptarėme lėtą lyginant su lauko osciliacijomis energijos lygmenų populiacijų kitimą - Rabi osciliacijas, kurias galima stebėti tik tais atvejais, kai laukas yra griežtai harmoninis, o 2L sistema izoliuota [19]. Reali sistema visada sąveikauja su ją supančia aplinka bei kitomis ansamblio sistemomis. Tad relaksacija pasireiškia taip, kad keičia elektronų populiaciją atskiruose lygmenyse dėl spontaninių optinių šuolių bei lemia bangnių funkcijų išsifazavimą. Todėl praėjus tam tikram laiko tarpui Rabi osciliacijos užgęsta. Laikysime, kad išsifazavimo trukmės pakankamai ilgos. Savaiminio spinduliavimo įtaką kvantinės sistemos evoliucijai galima nuosekliai įskaityti naudojant tankio matricos formalizmą. Dviejų lygmenų e ir g atomas aprašomas tankio matrica:

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{ee} & \rho_{eg} \\ \rho_{ge} & \rho_{gg} \end{pmatrix} \quad (53)$$

kur jos diagonaliniai elementai aprašo atskirų lygmenų elektronų populiacijos dinamiką, o ne-diagonaliniai yra sistemos koherentiškumo matas. Jie kaip ir anksčiau turi savo lėtai kintančius matricinius elementus. Judėjimo lygtis atomo tankio matriciai [46]:

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [H_s, \hat{\rho}] - \frac{\Gamma}{2} (\sigma_+ \sigma_- \hat{\rho} + \hat{\rho} \sigma_+ \sigma_- - 2\sigma_- \hat{\rho} \sigma_+) \quad (54)$$

kur

$$\sigma_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (55)$$

$$\sigma_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (56)$$

o Γ yra skilimo sparta. Norint nustatyti jos indėlį atomo lygmenų užpildos dinamikai, atskirai sprendžiame tik savaiminio spinduliavimo lygtį (paliekame tik savaiminio spinduliavimo matricią):

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{\Gamma}{2} (\sigma_+ \sigma_- \hat{\rho} + \hat{\rho} \sigma_+ \sigma_- - 2\sigma_- \hat{\rho} \sigma_+) \quad (57)$$

Išsprendžiame lygtis su pradine sąlyga:

$$\hat{\rho}(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (58)$$

atitinkančią sąlygą, kad pradžioje visi elektronai yra sužadintame lygmenyje e . Tuomet tankio matrica:

$$\hat{\rho}(t) = \begin{pmatrix} e^{-\Gamma t} & 0 \\ 0 & 1 - e^{-\Gamma t} \end{pmatrix} \quad (59)$$

Atomo buvimo sužadintame lygmenyje e tikimybė laikui bėgant mažėja eksponentiškai su sparta Γ .

2.2.4 Rabi osciliacijos

Dabar sprendžiame pilną lygtį atomo tankio matricai (54). Gauname lygtys tankio matricos komponentėms:

$$\frac{d\rho_{ee}}{dt} = -\Gamma\rho_{ee} + \frac{i}{2}(\Omega\rho_{ge} - \Omega^*\rho_{eg}) \quad (60)$$

$$\frac{d\rho_{eg}}{dt} = -\frac{\Gamma}{2}\rho_{eg} + \frac{i}{2}(\Omega\rho_{gg} - \Omega\rho_{ee}) \quad (61)$$

$$\frac{d\rho_{ge}}{dt} = -\frac{\Gamma}{2}\rho_{ge} + \frac{i}{2}(\Omega^*\rho_{ee} - \Omega^*\rho_{gg}) \quad (62)$$

$$\frac{d\rho_{gg}}{dt} = \Gamma\rho_{ee} + \frac{i}{2}(\Omega^*\rho_{eg} - \Omega\rho_{ge}) \quad (63)$$

Naudodamiesi paketu *Mathematica* išsprendžiame lygtis su pradine sąlyga:

$$\hat{\rho}(0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (64)$$

atitinkančią sąlygą, kad pradžioje visi elektronai yra žemiausiame lygmenyje g . Mums svarbu nustatyti, kaip kinta sužadinto lygmens e užpilda, ji aprašoma formule:

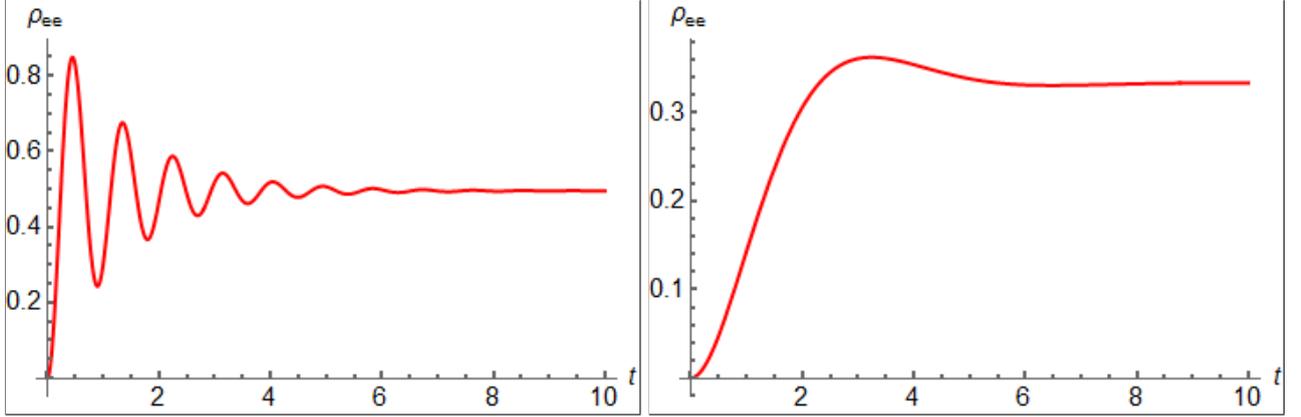
$$\rho_{ee} = -\frac{e^{-\frac{1}{4}(3\Gamma+a)t}\Omega^2 \left(-2e^{\frac{1}{4}(3\Gamma+a)t}(\Gamma - 4\Omega)(\Gamma + 4\Omega) - 3\Gamma a + 3e^{\frac{1}{2}at}\Gamma a + (1 + e^{\frac{1}{2}at})a^2 \right)}{2(\Gamma - 4\Omega)(\Gamma + 4\Omega)(\Gamma^2 + 2\Omega^2)} \quad (65)$$

kur įvestas pažymėjimas:

$$a = \sqrt{\Gamma^2 - 16\Omega^2} \quad (66)$$

4 pav. pavaizduota kaip laikui bėgant kinta atomo buvimo sužadintame lygmenyje tikimybė ρ_{ee} , kai Rabi dažnio vertė yra $\Omega = 7\Gamma$, laikas matuojamas Γ^{-1} vienetais. O 5 pav. pavaizduotas ribinis atvejis, kuomet Rabi dažnio vertė yra $\Omega = \Gamma$. Todėl norint stebėti Rabi osciliacijas ir

turėti koherentinius reiškinius, šis dažnis turi tenkinti sąlygą $\Omega > \Gamma$.



4 pav. Atomo buvimo sužadintame lygmenyje 5 pav. Atomo buvimo sužadintame lygmenyje tikimybė ρ_{ee} , kai Rabi dažnio vertė yra $\Omega = \Gamma$, 7 Γ , laikas matuojams bedimensiniais dydžiais laikas matuojams bedimensiniais dydžiais

Jei atomas pradžioje yra pagrindiniame lygmenyje g ir esant mažam šviesos pluošto intensyvumui, t.y. $\Omega \ll \Gamma$ (4, 5 pav.), lygmens g užpilda beveik nekinta, t.y. $\rho_{gg} \approx 1$, o lygens e užpilda lieka maža, t.y. $\rho_{ee} \approx 0$. Tuomet lygtys (60) - (63) supaprastėja ir jas galima pakeisti viena lygtimi:

$$\frac{d\rho_{eg}}{dt} = -\frac{\Gamma}{2}\rho_{eg} + \frac{i}{2}\Omega \quad (67)$$

Taip ir toliau bus apiprėžiamas silpnas laukas ir šia išraiška pasinaudosime zonduojančio lazerio poveikiui aprašyti 3L sistemoje. Tuo tarpu, kontrolinį lazerį laikysime intensyviu - sukeliančiu Rabi osciliacijas tarp rezonansinių lygmenų ($\Omega > \Gamma$).

2.3 Šviesos sklidimas per šaltų atomų dujas

Sujungime lygtis elektriniam laukui ir atomams ir gausime uždara sklidimo lygtį elektrinio lauko amplitudei. Lygtis elektriniam laukui (33), kurią gavome pirmoje dalyje yra klasikinė, o lygtis elektronams atome, kai zonduojantis pluoštas silpnas (67) - kvantinė, todėl norint jas susieti į (33) lygtį turi įeiti kvantinių dydžių vidurkiai. Atomo dipolinio momento vidurkis:

$$\langle \hat{\mu} \rangle = Tr(\hat{\mu} \cdot \rho) \quad (68)$$

Jei atomų tankis yra n , tai vidutinė poliarizacija:

$$\mathbf{P} = n \langle \hat{\mu} \rangle \quad (69)$$

Išskiriant lėtai kintančią dalį \mathcal{P} turime:

$$\mathcal{P} = n\mu\rho_{eg} \quad (70)$$

Taigi turime lygtis:

$$c \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} + \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} = \frac{i}{2} g n \rho_{eg} \quad (71)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{eg} = -\frac{\Gamma}{2} \rho_{eg} + \frac{i}{2} g \mathcal{E} \quad (72)$$

kur pažymėjome:

$$g = \mu \sqrt{\frac{2\omega}{\hbar \epsilon_0}} \quad (73)$$

Γ yra didelis, todėl (72) lygtyje ρ_{eg} išvestinės pagal laiką galime nepaisyti. Taip gauname uždara lygtį silpno zonduojančio pluošto elektriniam laukui:

$$c \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} + \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} + \frac{g^2 n}{2\Gamma} \mathcal{E} = 0 \quad (74)$$

Atomų dujų terpė prasideda nuo $z = 0$. Į terpę pastoviai krintant elektromagnetinei bangai, kraštinė sąlyga elektriniam laukui yra $\mathcal{E}(0, t) = \mathcal{E}_0$, o retų daujų lūžio rodiklis beveik lygus vienetai. Ieškosime nusitovėjusio lygties sprendinio, todėl atmetame \mathcal{E} išvestinę pagal laiką:

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} + \frac{g^2 n}{2c\Gamma} \mathcal{E} = 0 \quad (75)$$

Lygties sprendinys:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{-\frac{g^2 n}{2c\Gamma} z} \quad (76)$$

aprašo sugerties procesą, nes augant z , elektinis laukas slopsta. Optinis tankis α apibrėžiamas lygtimi:

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\alpha} \quad (77)$$

kur I yra praėjusios šviesos intensyvumas, o I_0 - kritusios šviesos intensyvumas. Šviesos intensyvumas yra proporcingas $|\mathcal{E}|^2$. Tuomet, jei atomų dujų terpės ilgis yra L , tai optinis tankis:

$$\alpha = \frac{g^2 n L}{\Gamma c} \quad (78)$$

Jei zonduojantis impulsas, kurio dažnis sutampa su rezonansiniu atomų terpės dažniu, sklįstų terpe, jis sloptų dėl sugerties.

2.4 Šviesos sklidimas esant elektromagnetiškai indukuotam praskaidrėjimui

Dabar jau galime grįžti prie skyriaus pradžioje aptartos trijų lygmenų schemos, pavaizduotos 3 pav. Nagrinėsime silpno šviesos pluošto (zonduojančio) sklidimą per atomų terpę, kuri yra veikiamą kito intensyvaus šviesos pluošto (kontrolinio). Lygtis zonduojančio pluošto elektriniam laukui niekuo nesiskiria nuo lygties dviejų lygmenų sistemai (71):

$$c \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} + \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} = \frac{i}{2} g n \rho_{eg}$$

Lygties kontroliniam pluoštui čia nerašome, nors ji beveik atitinka sklidimą vakuumu dėl minimalios s ir e lygmenų užpildos. Tačiau svarbu įskaityti jo indėlį atomo lygmenų koherencijai, todėl papildomai įvedame lėtai kintantį atomo tankio matricos matricinį elementą:

$$\rho_{sg} = \hat{\rho}_{sg} e^{i(\omega - \omega_c)t + i(k_c - k)z} \quad (79)$$

ir išderinimą nuo dvifotonio rezonanso δ :

$$\delta = \omega_s - \omega_g + \omega_c - \omega \quad (80)$$

Lygtys elektronams atome, visai kaip anksčiau, dviejų lygmenų sistemoje, pasinaudojus besisukančios bangos aproksimacija (RWA) kontroliniam bei zonduojančiam pluoštams ir laikant, kad zonduojančio pluošto intensyvumas mažas, trijų lygmenų sistemai užrašomos:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{eg} = -\frac{\Gamma}{2} \rho_{eg} + \frac{i}{2} g \mathcal{E} + \frac{i}{2} \Omega \rho_{sg} \quad (81)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{sg} = -i\delta \rho_{sg} + \frac{i}{2} \Omega^* \rho_{eg} \quad (82)$$

Iš lygčių (71), (81), (82) gausime uždara lygtį zonduojančio pluošto elektriniam laukui. Skilimo sparta Γ yra didelė, todėl (81) lygtyje ρ_{eg} išvestinę pagal laiką galima atmesti:

$$\rho_{eg} = \frac{i}{\Gamma} g \mathcal{E} + \frac{i}{\Gamma} \Omega \rho_{sg} \quad (83)$$

Šią išraišką statome į (71) ir (82) lygtis:

$$c \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} + \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} = -\frac{g^2 n}{2\Gamma} \mathcal{E} - \frac{gn\Omega}{2\Gamma} \rho_{sg} \quad (84)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{sg} = -i\delta \rho_{sg} - \frac{\Omega^* g}{2\Gamma} \mathcal{E} - \frac{\Omega \Omega^*}{2\Gamma} \rho_{sg} \quad (85)$$

Iš (84) lygties išeiškiame matricinį elementą ρ_{sg} :

$$\rho_{sg} = -\frac{2\Gamma}{gn\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial z} \right) \mathcal{E} - \frac{g}{\Omega} \mathcal{E} \quad (86)$$

ir statome į (85) lygtį:

$$\frac{2\Gamma}{c|\Omega|^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\delta \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial z} \right) \mathcal{E} + i\delta \frac{g^2 n}{c|\Omega|^2} \mathcal{E} + \left(\frac{g^2 n}{c|\Omega|^2} + \frac{1}{c} \right) \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} + \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} = 0 \quad (87)$$

Toliau įvedame lėtos šviesos grupinį greitį lygtimi:

$$\frac{1}{v_g} = \frac{1}{c} + \frac{g^2 n}{c|\Omega|^2} \quad (88)$$

ir gauname uždara lygtį zonduojančio pluošto elektriniam laukui:

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} + \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} + i\delta \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{c} \right) \mathcal{E} + \frac{2\Gamma}{c|\Omega|^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\delta \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial z} \right) \mathcal{E} = 0 \quad (89)$$

2.4.1 Tikrinės būsenos

Pasižiūrėsime kokioios tikrinės šios sistemos būsenos pasiekiamos. Atomo sąveikos su šviesa hamiltonianą, visai kaip lygtyje (52) 2L sistemai, galima užrašyti:

$$H_{\text{light}} = -\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Omega_p^* \\ 0 & 0 & \Omega^* \\ \Omega_p & \Omega & 0 \end{pmatrix} \quad (90)$$

kai tankio matricos operatorius pliko atomo bazėje:

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{gg} & \rho_{gs} & \rho_{ge} \\ \rho_{sg} & \rho_{ss} & \rho_{se} \\ \rho_{eg} & \rho_{es} & \rho_{ee} \end{pmatrix} \quad (91)$$

Lygtis matricos (90) tikrinėms vertėms nustatyti:

$$E(-E^2 + \frac{\hbar^2}{4}|\Omega_p|^2 + \frac{\hbar^2}{4}|\Omega|^2) = 0 \quad (92)$$

Tuomet matricos tikrinės vertės

$$E_1 = 0 \quad (93)$$

$$E_{2,3} = \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{|\Omega_p|^2 + |\Omega|^2} \quad (94)$$

atitinka nulinę energiją ir vienodu intervalu nuo jos pastumtas vertes. Lygtys tikriniais vektoriais nustatyti:

$$-\frac{\hbar\Omega_p^*}{2}u_3 = Eu_1 \quad (95)$$

$$-\frac{\hbar\Omega^*}{2}u_3 = Eu_2 \quad (96)$$

$$-\frac{\hbar\Omega_p}{2}u_1 - \frac{\hbar\Omega}{2}u_2 = Eu_3 \quad (97)$$

$E_{2,3}$ atitinkantys tikriniai vektoriai:

$$u_{2,3} = \frac{\Omega_p^*\Omega}{\sqrt{|\Omega_p^*|^2|\Omega|^2 + 2|\Omega|^4 + |\Omega^*|^2|\Omega_p|^2}} \left(1, \frac{\Omega^*}{\Omega_p^*}, \mp \frac{\Omega^*}{\Omega_p^*\Omega} \sqrt{|\Omega_p|^2 + |\Omega|^2} \right) \quad (98)$$

E_1 atitinkantis tikrinis vektorius:

$$u_1 = \frac{1}{\sqrt{|\Omega_p|^2 + |\Omega|^2}} (\Omega, -\Omega_p, 0) \quad (99)$$

Matome, kad nulinės energijos vertę $E_1 = 0$, atitinka tikrinis vektorius, kuriame nėra sužadintos būsenos $|e\rangle$ indėlio. Kai zondojuančio pluošto intensyvumas daug mažesnis už kontrolinio pluošto intensyvumą $|\Omega_p| \ll \Omega$, šio tikrinio vektoriaus apytikslė išraiška:

$$u_1 = \left(1, -\frac{\Omega_p}{\Omega}, 0 \right) \quad (100)$$

Pasižiūrėsime, kokiomis sąlygomis ši būsena pasiekama. Jei zondojuančio lauko amplitudė pastovi, išraiška (86) virsta:

$$\rho_{sg} = -\frac{g}{\Omega}\mathcal{E} = -\frac{\Omega_p}{\Omega} \quad (101)$$

o

$$\rho_{eg} = 0 \quad (102)$$

Ši išraiška atitinka sąveikos hamiltoniano tikrinio vektoriaus, kuriame nėra sužadintos būsenos $|e\rangle$ indėlio, kai $\Omega_p \ll \Omega$ išraišką (100). Dabar sistema yra tokioje tikrinėje būsenoje, kur nėra jokios absorbcijos ir todėl nepasireiškia spontaniinė emisija, vadinamoje tamsiąja būsena, nematoma zondojuančiam impulsui. Jei pirmiausiai yra įjungiamas kontrolinis pluoštas, sukuriantis koherentiškumą tarp s ir e lygmenų, tačiau šuolių neindukuojantis, nes pradžioje visi elektronai yra žemiausiame lygmenyje g , tai ši būsena atitinka tamsiąją būseną. Jei po to įjungiamas zondojuantis pluoštas, sistema ir lieka tamsiojoje būsenoje.

2.4.2 Adiabatinė aproksimacija

Atliekame adiabatinę aproksimaciją, laikydami, kad zonduojančio pluošto \mathcal{E} lėtai kinta, o kontrolinio pluošto Rabi dažnis Ω yra didelis ir išderinimas δ yra mažas. Tuomet galime atmesti (89) lygties narius, į kuriuos įeina dvi išvestinės arba išvestinė ir išderinimas:

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} + \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} + i\delta \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{c} \right) \mathcal{E} = 0 \quad (103)$$

Gavome pirmojo artėjimo pataisą. Kuomet išderinimas $\delta = 0$, lygtis zonduojančio pluošto elektriniam laukui:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} + v_g \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} = 0 \quad (104)$$

Lygtis aprašo bet kokios formos pluošto sklidimą greičiu v_g :

$$\mathcal{E}(z, t) = \mathcal{E}(z - v_g t, t) \quad (105)$$

Palyginus su vien tik zonduojančio lazerio sklidimo lygtimi (74), matome, jog pirmuoju artėjimu pluoštas sklisdamas nepatiria nuostolių. Tai atitinka elektromagnetiškai indukuotą praskaidrėjimą.

2.4.3 Neadiabatinių pataisų įskaitymas - sugertis

Įskaitysime neadiabatines pataisas. Pažiūrėsime, kokią įtaką daro (89) lygties paskutinis narys, todėl į (89) lygties pataisos narį įstatome pirmojo artėjimo lygtį (103). Gauname naują apytikslę lygtį zonduojančio pluošto sklidimui antruoju artėjimu:

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} + \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} + i\delta \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{c} \right) \mathcal{E} - \frac{2\Gamma}{|\Omega|^2} \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{c} \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\delta \right)^2 \mathcal{E} = 0 \quad (106)$$

Norėdami atsižvelgti tik į pataisas, šioje lygtyje paliekame tik narį, turintį pirmą \mathcal{E} išvestinę pagal laiką ir pataisų narį:

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} - \frac{2\Gamma}{|\Omega|^2} \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{c} \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\delta \right)^2 \mathcal{E} = 0 \quad (107)$$

Pataisų naryje numetame išvestinę pagal laiką:

$$\frac{2\Gamma\delta^2}{|\Omega|^2} \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{c} \right) \mathcal{E} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} = 0 \quad (108)$$

Įvertinsime, kam yra lygus greitis v_g , įvestas lygtimi (88). Naudojame tokius parametrus, kokie yra paprastai pasiekiami eksperimentuose su šaltomis dujomis: dujų debesėlio ilgis $L = 10^{-3}m$, $\Gamma = 2\pi \times 6 \times 10^6 Hz$, $\Omega = \Gamma$, optinis tankis $\alpha = 50$, tuomet:

$$\frac{1}{v_g} = \frac{1}{c} + \frac{\alpha}{L\Gamma} \quad (109)$$

Šviesos greitis $c = 3 \times 10^8 m/s$, todėl šį narį galime atmesti ir įvertinti v_g dydį:

$$v_g = \frac{L\Gamma}{\alpha} = 753.98 m/s \quad (110)$$

Palyginus su šviesos greičiu:

$$\frac{v_g}{c} = 2.5 \times 10^{-6} \quad (111)$$

Taigi $v_g \ll c$, todėl lygtis (108) supaprastėja:

$$\frac{2\Gamma\delta^2}{|\Omega|^2} \mathcal{E} + \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} = 0 \quad (112)$$

Sprendinys:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{-\frac{2\Gamma\delta^2}{|\Omega|^2} t} \quad (113)$$

aprašo sugertį, o charakteringa gyvavimo trukmė, apibrėžiama kaip laikas, per kurį pluoštas nuslopsta e kartų:

$$\tau = \frac{|\Omega|^2}{2\Gamma\delta^2} \quad (114)$$

2.4.4 Nediabatinių pataisų įskaitymas - difuzija

Antrojo artėjimo lygtyje zonduojančio pluošto sklidimui (106) paskutinis narys atitinka pataisas, kurioms suteiksime dar kitokį pavidalą. Jau žinoma, kad $v_g \ll c$, todėl (106) lygtis supaprastėja:

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} + \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} + i \frac{\delta}{v_g} \mathcal{E} - \frac{2\Gamma}{|\Omega|^2 v_g} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\delta \right)^2 \mathcal{E} = 0 \quad (115)$$

Nediabatinių pataisų narys yra mažas, todėl pirmuoju artėjimu, galime jį atmesti, tuomet gauname tokią lygtį:

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} + \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} + i \frac{\delta}{v_g} \mathcal{E} = 0 \quad (116)$$

Iš šios lyties išreiškiame $\frac{\partial}{\partial t}$ ir statome į pataisų nari:

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} + \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} + i \frac{\delta}{v_g} \mathcal{E} - \frac{2\Gamma v_g}{|\Omega|^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathcal{E} = 0 \quad (117)$$

Gautoje lygtyje elektrinio lauko amplitudei paskutinysis narys, kaip ir anksčiau, nusako neadiabatines pataisas. Tam, kad išsisaiškintume, ką jis reiškia, lygtyje paliekame tik du narius:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} = \frac{2\Gamma v_g^2}{|\Omega|^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathcal{E} \quad (118)$$

Ši lygtis atitinka difuzijos lygtį. Pluoštas laikui bėgant plinta dėl neadiabatinių pataisų nario.

3 Lėtos šviesos impulso sklidimas esant elektromagne- tiškai indukuotam praskaidrėjimui

3.1 Praėjusio impulso formos radimas

Atlikę teorinę neadiabatinių pataisų nario analizę, tikimės impulso sugerties ir difuzijos. Dabar gausime, kaip atrodo impulso forma jam praėjus pro terpę. Lygtis lėtos šviesos impulso sklidimui per atomų terpę esant elektromagne-
tiškai indukuotam praskaidrėjimui, įskaitant neadiabatinius pataisus antru artėjimu nusakoma lygtimi (117), o dvifotoniam išderinimui esant $\delta = 0$:

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{E} + v_g \frac{\partial}{\partial z}\mathcal{E} = \frac{2\Gamma}{|\Omega|^2} v_g^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\mathcal{E} \quad (119)$$

Jei laiko momentu $t = 0$ šviesos impulsas yra gausinis:

$$\mathcal{E}_{in}(z, 0) = \mathcal{E}_0 \exp\left(-\frac{(z - z_0)^2}{a^2}\right) \quad (120)$$

kur a yra impulso plotis, o z_0 impulso centro padėtis, galima rasti analizinę šios lygties sprendinį bei lauką išėjusį iš terpės laikant, kad laiko momentu $t = 0$ terpėje esantis šviesos impulsas yra gausinis. Tačiau tai didelis supaprastinimas, nes impulsas yra gausinis iki pasiekian terpę, tačiau jos viduje, impulso forma nėra žinoma. Todėl rasime skaitmeninę šios lygties sprendinį bei lauką išėjusį iš terpės laikydami, kad atomų terpė prasideda nuo $z = 0$ ir baigiasi ties $z = L$. Tam, kad pradžioje impulsas būtų už atomo terpės ribų, reikia, kad $z_0 \gg a$, todėl parenkama centro padėtis $z_0 = 4a$. Už atomų terpės ribų impulsas sklinda šviesos greičiu c , todėl terpės pradžioje esantis laukas yra:

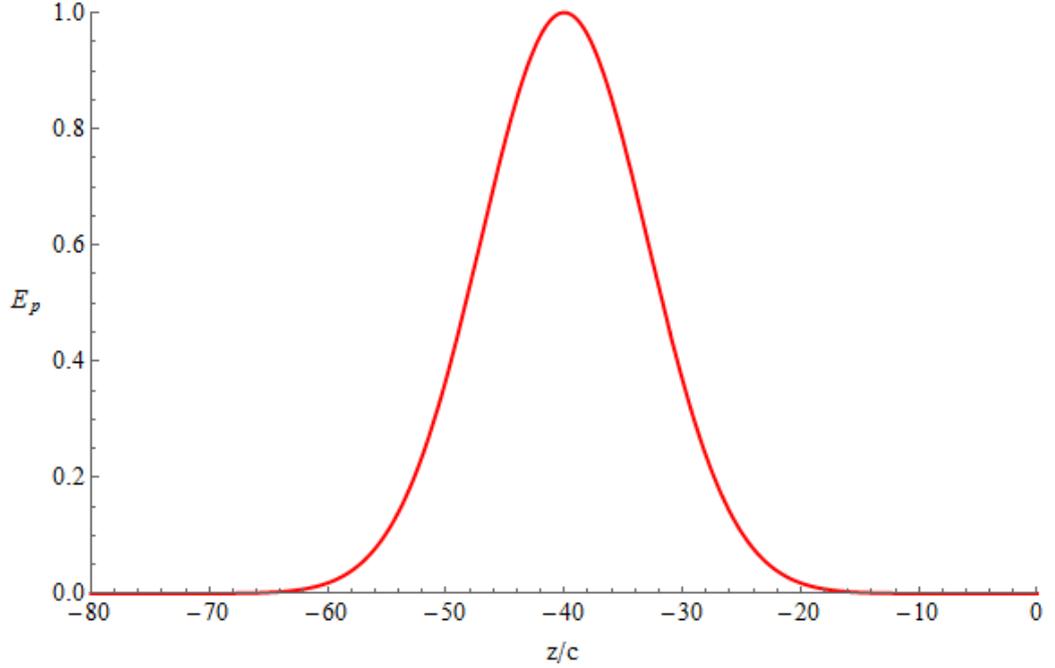
$$\mathcal{E}(0, t) = \mathcal{E}_{in}(-ct, 0) \quad (121)$$

Užrašysime kraštines sąlygas. Viena sąlyga yra, kad pradiniu laiko momentu zonduojančio lauko impulso terpėje nebuvo, todėl visiems $z > 0$:

$$\mathcal{E}(z, 0) = 0 \quad (122)$$

Antra sąlyga yra, kad ant krašto $z = 0$:

$$\mathcal{E}(0, t) = \mathcal{E}_{in}(-ct, 0) = \mathcal{E}_0 \exp\left(-\frac{(ct + z_0)^2}{a^2}\right) \quad (123)$$



6 pav. Zonduojančio šviesos pluošto elektrinio lauko amplitudės priklausomybė nuo koordinatės pradiniu laiko momentu $t = 0$, kuomet impulsas dar yra už terpės ribų, atstumas matuojamas bedimensiniais vienetais

Trūksta dar vienos kraštinės sąlygos, kad diferencialinė lygtis būtų išspręsta, todėl ją gauname laikydami, kad ant ant krašto $z = 0$ galioja lygtis:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} + v_g \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} \approx 0 \quad (124)$$

Todėl trečiąją sąlygą užrašome:

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E}(z, t)|_{z=0} = -\frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E}(0, t) \quad (125)$$

(119) lygties koeficientą užrašome trumpiau. Tuo tikslu pasinaudojame lėtos šviesos grupinio greičio išraiška (88), kai $v_g \ll c$, taip pat optinio tankio išraiška (78) bei sugerties ilgio išraiška:

$$L_{abs} = \frac{L}{\alpha} \quad (126)$$

Tuomet (119) lygtis:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} + v_g \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} = 2L_{abs} v_g \frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathcal{E} \quad (127)$$

Įvedame bedimensius dyžius, atstumą matuojant absorbcijos ilgiais $L_{abs} = \frac{L}{\alpha}$, o laiką $\frac{L_{abs}}{v_g}$ vienetais. Tuomet (119) lygtis:

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{E} + \frac{\partial}{\partial z}\mathcal{E} = 2\frac{\partial^2}{\partial z^2}\mathcal{E} \quad (128)$$

kurią skaitmeniškai sprendžiame naudojantis *Mathematica* paketu su tokiais parametrais: optinis tankis $\alpha = 100$, santykis $v_g/c = 10^{-6}$, pradinė impulso amplitudė $\mathcal{E}_0 = 1$, pradinis impulso plotis $a = 10\frac{c}{v_g}$.

Jei terpės ilgis būtų $L = 1cm$, tai galotų $1L_{abs} = 10^{-4}m$, o pradinis impulso plotis $a = 10^3m$. Pradinio impulso forma pavaizduota 6 pav. Išėjęs iš terpės zondojuojantis impulsas vėl skrieja šviesos greičiu, todėl išorėje jis yra susijęs su lauku terpės pabaigoje taip:

$$\mathcal{E}_{out}(z, t) = \mathcal{E}(L, t - \frac{z - L}{c}) \quad (129)$$

Impulso forma pateikta skyriuje “Rezultatai ir jų aptarimas”.

3.2 Praėjusio impulso formos pokyčių įvertinimas

Išėjusio impulso formos pokyčiams įvertinti pirmiausiai apskaičiuosime, kiek krentančio impulso energijos išlieka pro terpę prėjusiam impulse ir kaip šis santykis priklauso nuo impulso počio a . Praėjusio impulso energijos santykis su pradinio impulso energija nustatomas:

$$W_{out}/W_{in} = \frac{\int_L^\infty \mathcal{E}_{out}^2 dz}{\int_{-\infty}^\infty \mathcal{E}_{in}^2 dz} \quad (130)$$

Taip pat impulso formos kreivumą apibūdinsime trečiuoju normuotu momentu:

$$\gamma_1 = \int_L^\infty \left(\frac{z - \mu}{\sigma}\right)^3 I_{out}(z) dz \quad (131)$$

kuris nurodo skirstinio asimetriškumą, čia $I_{out}(z)$ yra normuotas intensyvumas:

$$I_{out}(z) = \frac{1}{N}\mathcal{E}_{out}(z)^2, \quad (132)$$

$$N = \int_L^\infty \mathcal{E}_{out}(z)^2 dz \quad (133)$$

yra inegravimo konstanta,

$$\mu = \int_L^\infty z\mathcal{E}_{out}(z) dz \quad (134)$$

yra vidurkis,

$$\sigma = \sqrt{\int_L^\infty (z - \mu)^2 I_{out}(z) dz} \quad (135)$$

yra dispersija. Taip pat ištirsime kreivumo priklausomybę nuo impulso počio a . Priklausomybės pateiktos skyriuje “Rezultatai ir jų aptarimas”.

4 Rezultatai ir jų aptarimas

Išvedėme lygtį lėtos šviesos impulso sklidimui per šaltų atomų terpę esant elektromagnetiškai indukuotam praskaidrėjimui, įskaitant neadiabatinės pataisas antru artėjimuji (119), kurios skaitmeninis sprendinys $\mathcal{E}_p(L, z)$ atvaizduotas 7 pav. mėlyna spalva. Vaizduodami impulsą, abcisių ašį apgrėžėme ir ją pastūmėme per tepės ilgį L bei padalinome iš švieso greičio c . Impulso pokyčius lengva pastebėti vienoje ašyje pavaizdavus pradinį impulsą už tepės ribų ir jau praėjusį pro terpę, todėl raudona brūkšninė linija vaizduoja pradinį impulsą.

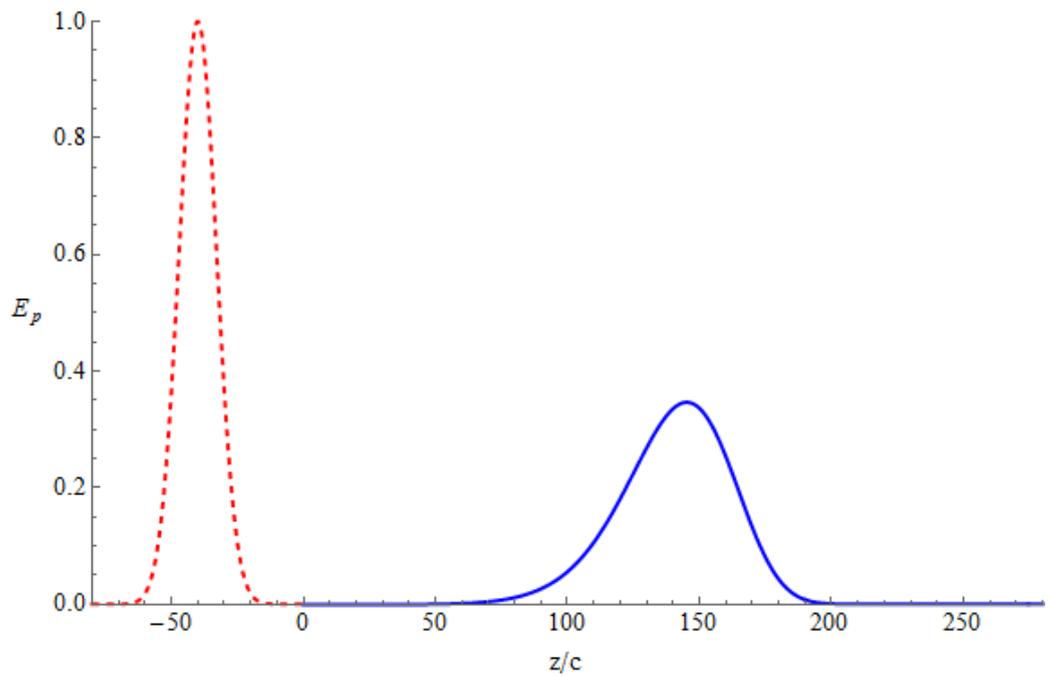
Matome, jog praėjusio pro terpę impulso forma pakito. Kaip buvo tikėtasi dėl neadiabatinių pataisų nario, impulsas išplito (difuzija) ir nuslopo (sugertis), tačiau taip pat ir deformavosi. Pirmasis išėjęs iš tepės impulso kraštas erdviškai labiau išplitęs nei antrasis. Pokyčiams įvertinti apskaičiavome, kiek krentančio impulso energijos išliko pro terpę prėjusiam impulse, kai pradinio impulso plotis $a = 10\frac{c}{v_g}$ arba $a = 10^3 m$:

$$W_{out}/W_{in} = 0.35 \quad (136)$$

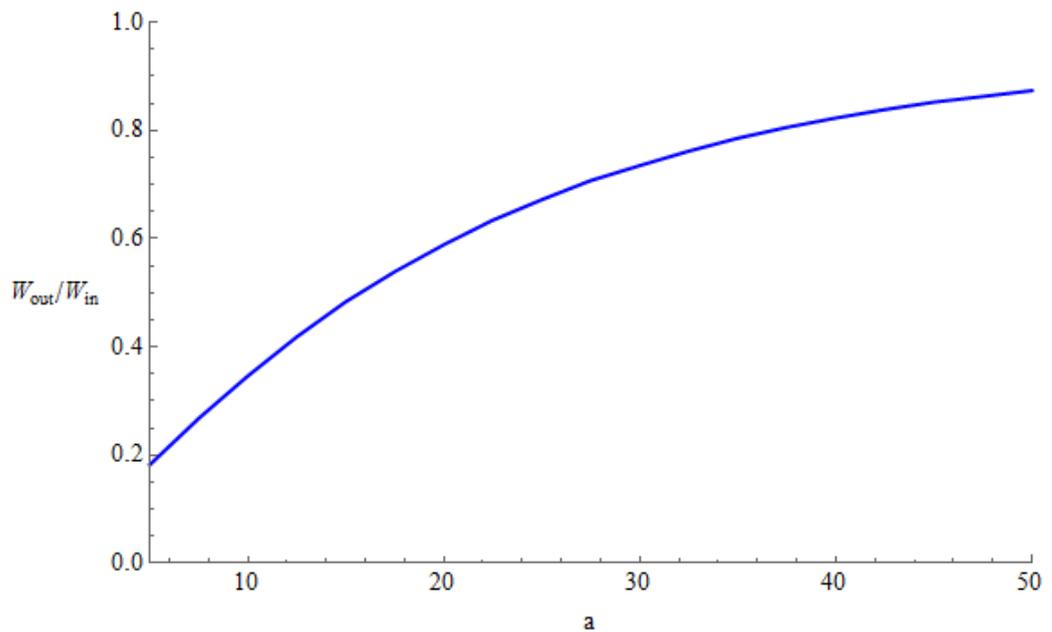
Taip pat ištyrėme kaip šis santykis priklauso nuo pradinio impulso pločio a . Rezultatai pavaizduoti 8 pav., kur pradinio pluošto plotis a kinta nuo $5c$ iki $50c$, matuojant bedimensiniais vienetais. Augant pradiniam impulso pločiui išėjęs impulsas išsaugo vis daugiau pradinės energijos (yra mažiau sugeriamas). Taip pat įvertinome impulso formos kreivumą, apskaičiuodami jo trečiąjį normuotą momentą:

$$\gamma_1 = -0.36 \quad (137)$$

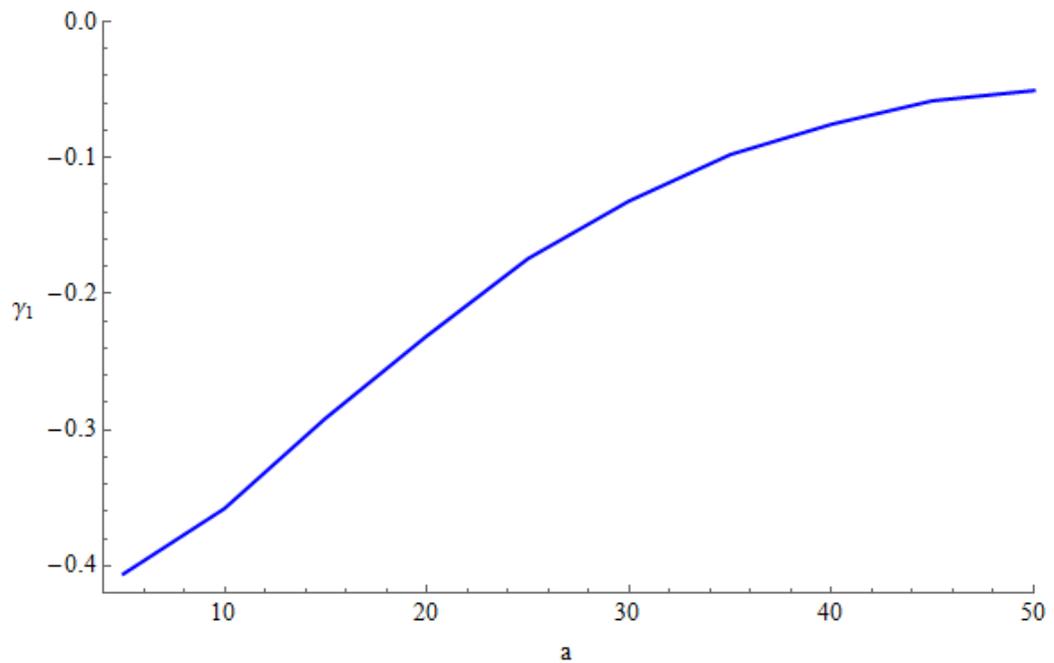
O šio kreivumo priklausomybė nuo impulso pločio a pavaizduota 9 pav., kur pradinio pluošto plotis a taip pat kinta nuo $5c$ iki $50c$. Augant pradiniam impulso pločiui išėjęs impulso kreivumas mažėja. Iki $25c$ priklausomybė beveik tiesinė, tačiau toliau augant kreivumas pakinta vis mažiau. Taigi neadiabatinės pataisos, kurios atsiranda dėl erdvinio ir laikinio elektrinio lauko amplitudės kitimo, siauresnį, t.y., statesnių šlaitų impulsą, stipriau ir deformuoja. Deformacija taip pat priklauso nuo to, kad impulso fronto ir galo patekimas į terpę nėra vienalaikis.



7 pav. Zonduojančio šviesos impulso elektrinio lauko amplitudės priklausomybė nuo koordinatės, kuomet impulsas dar yra už terpės ribų (raudona brūkšninė linija) ir praėjus pro ją (mėlyna vientisa linija), atstumas matuojamas bedimensiniais vienetais.



8 pav. Pradinio ir praėjusio zonduojančio šviesos impulso energijos santykio priklausomybė nuo pluošto pločio, matuojamo bedimensiniais vienetais



9 pav. Praėjusio zonduojančio šviesos impulso kreivumo priklausomybė nuo pradinio impulso pločio, matuojamo bedimensiniais vienetais

Dalis II

Lėtos šviesos impulso formos kitimas esant sklidimo krypties apgręžimui

5 Lėtos šviesos sustabdymą šaltų atomų terpėje aprašančios lygties išvedimas

Kaip ir I dalyje, nagrinėjame silpno šviesos pluošto (zonduojančio) sklidimą per atomų terpę, kuri yra veikiamą kito intensyvaus šviesos pluošto (kontrolinio). Zonduojantis šviesos pluoštas ir čia nusakomas (22) lygtimi. Pirmojoje dalyje išvedėme lygtį zonduojančio pluošto lėtai kintančiai elektrinio lauko amplitudei (71):

$$c \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} + \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} = \frac{i}{2} g n \rho_{eg}$$

Taip pat išvedėme lygtis elektronams atome, veikiant kontroliniam ir zonduojančiam pluoštams ir laikant, kad zonduojančio pluošto intensyvumas mažas (81) ir (82):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{eg} &= -\frac{\Gamma}{2} \rho_{eg} + \frac{i}{2} g \mathcal{E} + \frac{i}{2} \Omega \rho_{sg} \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho_{sg} &= -i \delta \rho_{sg} + \frac{i}{2} \Omega^* \rho_{eg} \end{aligned}$$

kuriomis naudosimės ir toliau, tačiau iki šiol laikėme, kad kontrolinio lazerio intensyvumas, arba Rabi dažnis Ω , laike nekinta ir gavome lygtį lėtos šviesos impulso sklidimui per atomų terpę įskaitant neadiabatines pataisas antruoju artėjimu, o dvifotoniam išderinimui esant $\delta = 0$ (119), tačiau norint išsaugoti lėtą šviesą, kontrolinis lazeris turi būti laikinai išjungiamas, todėl (86), (87) ir (119) lygtys nebėra tinkama tolesniam tyrimui.

5.1 Lygtys elektromagnetiniam laukui ir atomams

5.1.1 Lygtis zonduojančio lauko amplitudei esant kintančiam kontrolinio lazerio intensyvumui

Dabar panagrinėsime atvejį, kai kontrolinio lazerio intensyvumas priklauso nuo laiko $\Omega = \Omega(z, t)$ ir gausime naują uždara lygtį zonduojančio pluošto elektriniam laukui. Tam tikslui pirmiausiai iš (82) lygties išreiškiame ρ_{eg} :

$$\rho_{eg} = \frac{2}{\Omega^*} \left(\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial t} + \delta \right) \rho_{sg} \quad (138)$$

ir statome į (71) lygtį:

$$c \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} + \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} = \frac{i g n}{\Omega^*} \left(\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial t} + \delta \right) \rho_{sg} \quad (139)$$

bei į (81) lygtį:

$$2 \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\Gamma}{2} \right) \frac{1}{\Omega^*} \left(\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial t} + \delta \right) \rho_{sg} = \frac{i}{2} g \mathcal{E} + \frac{i}{2} \Omega \rho_{sg} \quad (140)$$

(140) lygtį sprendžiame iteraciškai, laikydami, kad ρ_{eg} yra mažas dydis. Pirmuoju artėjimu, jei Ω kitimas nėra labai didelis, šį narį iš vis išmetame:

$$\rho_{sg} = -g \frac{\mathcal{E}}{\Omega} \quad (141)$$

Šią išraišką statome į lygtį elektrinio lauko amplitudei (139):

$$c \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} + \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} = - \frac{g^2 n}{|\Omega|^2} \left(- \frac{\mathcal{E} \partial \Omega}{\Omega \partial t} + \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + i \delta \mathcal{E} \right) \quad (142)$$

Pasinaudojame lėtos šviesos grupinio greičio išraiška (88) ir gauname lygtį zonduojančio impluso elektriniam laukui:

$$c \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} + \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} = \left(1 - \frac{c}{v_g} \right) \left(- \frac{\mathcal{E} \partial \Omega}{\Omega \partial t} + \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + i \delta \mathcal{E} \right) \quad (143)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} = \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{v_g} \right) \left(- \frac{1}{\Omega} \frac{\partial \Omega}{\partial t} + i \delta \right) \mathcal{E} \quad (144)$$

Jau žinoma, kad $v_g \ll c$, todėl ši lygtis suspairstėja:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} + v_g \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E} \partial \Omega}{\Omega \partial t} - i \delta \mathcal{E} \quad (145)$$

Palyginus su lygtimi (103) matome, jog atsirado papildomas narys, kurio indėlį zonduojančio pluošto elektriniam laukui ištirsime. Todėl paliekame tik šį narį ir elektrinio lauko laikinę išvestinę:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E} \partial \Omega}{\Omega \partial t} \quad (146)$$

Jei, kontrolinio pluošto kitimą nusako Rabi dažnis:

$$\Omega = \Omega_0 e^{-\Gamma t} \quad (147)$$

tai ir zonduojančio pluošto elektrinis laukas kinta tokiu pat dėsniu.

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{-\Gamma t} \quad (148)$$

Norint išsaugoti lėtą šviesą, kontrolinis lazeris turi būti laikinai išjungiamas, t.y. $\Omega = 0$, ir ši

lygtis nebėra patogi išjungimo ir atgaminimo procesui analizuoti.

5.1.2 Lygtis laukui Φ esant kintančiam kontrolinio lazerio intensyvumui

Matome, kad esant kintamam kontrolinio impulso elektriniam laukui, lygtis zondojuančio lauko elektrinio lauko amplitudei nėra patogi, nes joje yra nariai duodantys amplitudės augimą arba gėsimą. Todėl vietoje elektrinio lauko amplitudės nagrinėsime kitą dydį:

$$\Phi = \frac{\mathcal{E}}{\Omega} \quad (149)$$

Lygtis zondojuančio pluošto elektriniam laukui nusakoma lygtimi (71)

$$c \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} + \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} = \frac{i}{2} g n \rho_{eg},$$

o kadangi kontrolinis pluoštas sukelia šuolius tarp beveik neužpildytų lygmenų, tai jis sklinda per terpę taip pat kaip vakuumu ir tenkina lygtį:

$$c \frac{\partial}{\partial z} \Omega + \frac{\partial}{\partial t} \Omega = 0 \quad (150)$$

Naudodamiesi lygtimis (71) ir (150) užrašome, kaip lauko Φ kitimas susijęs su ρ_{eg} :

$$c \frac{\partial}{\partial z} \Phi + \frac{\partial}{\partial t} \Phi = \frac{1}{\Omega} \left(c \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} + \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} - \frac{\mathcal{E}}{\Omega} \left[c \frac{\partial \Omega}{\partial z} + \frac{\partial \Omega}{\partial t} \right] \right) \quad (151)$$

$$c \frac{\partial}{\partial z} \Phi + \frac{\partial}{\partial t} \Phi = \frac{i}{2} g n \frac{\rho_{eg}}{\Omega} \quad (152)$$

Rasime uždara lygtį laukui Φ . Lygtyje (81) išreiškiame elektrinį lauką \mathcal{E} per lauką Φ :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{eg} = -\frac{\Gamma}{2} \rho_{eg} + \frac{i}{2} g \Phi \Omega + \frac{i}{2} \Omega \rho_{sg} \quad (153)$$

Iš lygties (153) išsireiškiame ρ_{eg} :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\Gamma}{2} \right) \rho_{eg} = \frac{i}{2} g \Phi \Omega + \frac{i}{2} \Omega \rho_{sg} \quad (154)$$

Skilimo sparta Γ yra didelė, todėl ρ_{eg} išvestinę pagal laiką galima atmesti:

$$\rho_{eg} = \frac{i}{\Gamma} g \Phi \Omega + \frac{i}{\Gamma} \Omega \rho_{sg} \quad (155)$$

Šią lygtį statome į lygtį (152):

$$c \frac{\partial}{\partial z} \Phi + \frac{\partial}{\partial t} \Phi = - \frac{g^2 n}{2\Gamma} \Phi - \frac{gn}{2\Gamma} \rho_{sg} \quad (156)$$

bei į lygtį (82):

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{sg} = -i\delta \rho_{sg} - \frac{g}{2\Gamma} \Phi |\Omega|^2 - \frac{1}{2\Gamma} |\Omega|^2 \rho_{sg} \quad (157)$$

Iš (156) lygties išsireiškiame ρ_{sg} :

$$\rho_{sg} = - \frac{2\Gamma}{gn} \left(c \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial t} \right) \Phi - g\Phi \quad (158)$$

ir statome į (157):

$$\frac{2\Gamma}{c|\Omega|^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\delta \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial z} \right) \Phi + i\delta \frac{g^2 n}{c|\Omega|^2} \Phi + \left(\frac{g^2 n}{c|\Omega|^2} + \frac{1}{c} \right) \frac{\partial}{\partial t} \Phi + \frac{\partial}{\partial z} \Phi = 0 \quad (159)$$

Įvedame lėtos šviesos grupinį greitį lygtimi (88), tik dabar grupinis greitis jau nebėra pastovus, o priklauso nuo laiko $v_g = v_g(\Omega(t))$. Gauname uždara lygtį laukui Φ :

$$\frac{2\Gamma}{c|\Omega|^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\delta \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial z} \right) \Phi + i\delta \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{c} \right) \Phi + \frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \Phi + \frac{\partial}{\partial z} \Phi = 0 \quad (160)$$

Pirmasis narys taip pat nusako neadiabatinės pataisas.

5.1.3 Adiabatinė aproksimacija

Atliekame adiabatinę aproksimaciją, laikydami, kad Φ lėtai kinta ir išderinimas δ yra mažas. Tuomet galime atmesti narius, į kuriuos įeina dvi išvestinės arba išvestinė ir išderinimas:

$$i\delta \frac{g^2 n}{c|\Omega|^2} \Phi + \frac{g^2 n}{c|\Omega|^2} \frac{\partial}{\partial t} \Phi + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \Phi + \frac{\partial}{\partial z} \Phi = 0 \quad (161)$$

Tuomet į (159) lygties pataisos narį įstatysime (161) lygtį. Pirmiausiai iš šios lygties išreiškiame narį $\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial z} \right)$:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial z} \right) \Phi = \frac{g^2 n}{|\Omega|^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\delta \right) \Phi \quad (162)$$

ir jį statome į (159) lygtį:

$$- \frac{2\Gamma}{|\Omega|^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\delta \right) \frac{g^2 n}{c|\Omega|^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\delta \right) \Phi + i\delta \frac{g^2 n}{c|\Omega|^2} \Phi + \left(\frac{g^2 n}{c|\Omega|^2} + \frac{1}{c} \right) \frac{\partial}{\partial t} \Phi + \frac{\partial}{\partial z} \Phi = 0 \quad (163)$$

Taip gauname naują apytikslę lygtį zonduojančio pluošto sklidimui antruoju artėjimu. Pirmasis narys vis dar atitinka neadiabatines pataisas, jam suteiksime šiek tiek kitokią formą ir išvestines pagal laiką pakeisime išvestinėmis pagal koordinatę. Kad būtų paprasčiau, pataisose nepaisysime Ω priklausomybės nuo laiko ir koordinatės:

$$-\frac{2\Gamma g^2 n}{c|\Omega|^4} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\delta \right)^2 \Phi + i\delta \frac{g^2 n}{c|\Omega|^2} \Phi + \left(\frac{g^2 n}{c|\Omega|^2} + \frac{1}{c} \right) \frac{\partial}{\partial t} \Phi + \frac{\partial}{\partial z} \Phi = 0 \quad (164)$$

Vėl įvedus šviesos grupinį greitį:

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \Phi + \frac{\partial}{\partial z} \Phi + i\delta \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{c} \right) \Phi - \frac{2\Gamma}{|\Omega|^2} \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{c} \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\delta \right)^2 \Phi = 0 \quad (165)$$

Jau žinoma, kad $v_g \ll c$, todėl ši lygtis suspaprastėja:

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \Phi + \frac{\partial}{\partial z} \Phi + i\frac{\delta}{v_g} \Phi - \frac{2\Gamma}{|\Omega|^2 v_g} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\delta \right)^2 \Phi = 0 \quad (166)$$

Neadiabatinių pataisų narys yra mažas, todėl pirmuoju artėjimu, galime jį atmesti, tuomet gauname tokią lygtį:

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \Phi + \frac{\partial}{\partial z} \Phi + i\frac{\delta}{v_g} \Phi = 0 \quad (167)$$

Iš šios lyties išreiškiame $\frac{\partial}{\partial t}$:

$$\frac{\partial}{\partial t} = -v_g \frac{\partial}{\partial z} - i\delta \quad (168)$$

ir statomės į lygties (166) pataisų narį:

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \Phi + \frac{\partial}{\partial z} \Phi + i\frac{\delta}{v_g} \Phi - \frac{2\Gamma v_g}{|\Omega|^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \Phi = 0 \quad (169)$$

Gautoje lygtyje paskutinis narys, kaip ir anksčiau, nusako neadiabatines pataisas.

5.2 Analizinis išaugojimo ir atgaminimo tyrimas

Lygtį (169) spęsimė laikydami, kad Ω priklauso tik nuo laiko ir dvifotoniam išderinimui esant $\delta = 0$:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Phi + v_g \frac{\partial}{\partial z} \Phi = \frac{2\Gamma}{|\Omega|^2} v_g^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \Phi \quad (170)$$

(169) lygties koeficientą užrašysime trumpiau. Tuo tikslu pasinaudojame lėtos šviesos grupinio greičio išraiška (88), kai $v_g \ll c$ ir kuris irgi priklauso tik nuo laiko, taip pat optinio tankio išraiška (78) bei sugerties ilgio išraiška (126). Tuomet (169) lygtį galima perrašyti taip:

$$\frac{\partial}{\partial t}\Phi + v_g \frac{\partial}{\partial z}\Phi = 2L_{abs}v_g \frac{\partial^2}{\partial z^2}\Phi \quad (171)$$

Atlikame kintamųjų pakeitimą, pereidami į kitą koordinačių sistemą $\Phi(z, t) \rightarrow \Phi'(x, \tau)$, kur:

$$x = z - \tau \quad (172)$$

$$\tau(t) = \int_0^t v_g(t') dt' \quad (173)$$

Surandame dalines išvestines:

$$\frac{\partial}{\partial t}\Phi'(x, \tau) = -v_g \frac{\partial}{\partial x}\Phi' + v_g \frac{\partial}{\partial \tau}\Phi' \quad (174)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\Phi'(x, \tau) = \frac{\partial}{\partial x}\Phi' \quad (175)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\Phi'(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\Phi' \quad (176)$$

ir po kintamųjų pakeitimo gauname difuzijos lygtį:

$$\frac{\partial}{\partial \tau}\Phi' = 2L_{abs} \frac{\partial^2}{\partial x^2}\Phi' \quad (177)$$

5.2.1 Lėtos šviesos išsaugojimas

Rasime analizinį (177) lygties sprendinį laikydami, kad pradinė sąlyga yra gausinis impulsas:

$$\Phi(z, 0) = \Phi_0 \exp\left(-\frac{(z - z_0)^2}{a^2}\right) \quad (178)$$

kur a yra impulso plotis, o z_0 impulso centro padėtis. Gavome difuzijos lygtį. Jei jos pradinė sąlyga yra gausinis impulsas, jis išlaiko gausinę formą ir vėlesniais laiko momentais, keičiasi tik impulso plotis ir amplitudė. Pasinaudoję šia savybe, išspręsimė lygtį. Tuomet pradinis impulsas

naujoje koordinačių sistemoje:

$$\Phi'(x, 0) = \Phi_0 \exp\left(-\frac{(x - z_0)^2}{a^2}\right) \quad (179)$$

o po laiko t šis impulsas:

$$\Phi'(x, \tau) = \Phi_0 \frac{a}{b(\tau)} \exp\left(-\frac{(x - z_0)^2}{b(\tau)^2}\right) \quad (180)$$

Šią išraišką statomės į (177) lygtį. Tam pirmiausiai randame dalines išvestines:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \Phi' = \Phi_0 a \left(-\frac{1}{b(\tau)^2} \frac{\partial b(\tau)}{\partial \tau} \exp\left(-\frac{(x - z_0)^2}{b(\tau)^2}\right) + \frac{2(x - z_0)^2}{b(\tau)^4} \frac{\partial b(\tau)}{\partial \tau} \exp\left(-\frac{(x - z_0)^2}{b(\tau)^2}\right) \right) \quad (181)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \Phi' = -\frac{2\Phi_0 a (x - z_0)}{b(\tau)^3} \exp\left(-\frac{(x - z_0)^2}{b(\tau)^2}\right) \quad (182)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \Phi' = -\frac{2\Phi_0 a}{b(\tau)^3} \exp\left(-\frac{(x - z_0)^2}{b(\tau)^2}\right) + \frac{4\Phi_0 a (x - z_0)^2}{b(\tau)^5} \exp\left(-\frac{(x - z_0)^2}{b(\tau)^2}\right) \quad (183)$$

Visas dalines išvestines susistatę į mūsų lygtį, gauname:

$$\frac{\partial b(\tau)}{\partial \tau} = \frac{4L_{abs}}{b(\tau)} \quad (184)$$

$$\int_a^{b(\tau)} b db = \int_0^\tau 4L_{abs} d\tau \quad (185)$$

$$b(\tau) = \sqrt{8L_{abs}\tau + a^2} \quad (186)$$

Taigi impulsas po laiko t :

$$\Phi'(x, \tau) = \Phi_0 \frac{a}{\sqrt{8L_{abs}\tau + a^2}} \exp\left(-\frac{(x - z_0)^2}{8L_{abs}\tau + a^2}\right) \quad (187)$$

Sprendinys grįžus prie pradinės koordinačių sistemos:

$$\Phi(z, t) = \Phi_0 \frac{a}{\sqrt{8L_{abs} \int_0^t v_g(t') dt' + a^2}} \exp\left(-\frac{(z - \int_0^t v_g(t') dt' - z_0)^2}{8L_{abs} \int_0^t v_g(t') dt' + a^2}\right) \quad (188)$$

Jei kontrolinio pluošto intensyvumas gęsta eksponentiškai:

$$|\Omega(t)|^2 = |\Omega_0|^2 e^{-\gamma t} \quad (189)$$

tuomet

$$\tau(t) = -\frac{c|\Omega_0|^2}{g^2 n \gamma} (e^{-\gamma t} - 1) \quad (190)$$

Kai $t \rightarrow \infty$:

$$\tau(t) \rightarrow \frac{c|\Omega_0|^2}{g^2 n \gamma} \quad (191)$$

laukas Φ :

$$\Phi(z, t) = \Phi_0 \frac{a}{\sqrt{8L_{abs} \frac{c|\Omega_0|^2}{g^2 n \gamma} + a^2}} \exp\left(-\frac{(z - \frac{c|\Omega_0|^2}{g^2 n \gamma} - z_0)^2}{8L_{abs} \frac{c|\Omega_0|^2}{g^2 n \gamma} + a^2}\right) \quad (192)$$

yra gausinio pluošto pavidalo, kurio plotis yra mažesnis nei pradinio impulso. Prisiminus lauko Φ išraišką ir kontrolinio pluošto intensyvumo vertę šioje riboje:

$$\Omega(t \rightarrow \infty) = 0 \quad (193)$$

galime nustatyti, koks bus elektrinio laukas šioje riboje:

$$\mathcal{E}(t) = \Phi \Omega \quad (194)$$

$$\mathcal{E}(t \rightarrow \infty) = 0 \quad (195)$$

Nors elektrinis laukas riboje taip pat bus lygus nuliui, tačiau koherentiškumas ρ_{sg} , nusakomas lygtimi (141):

$$\rho_{sg} = -g\Phi_0 \frac{a}{\sqrt{8L_{abs} \frac{c|\Omega_0|^2}{g^2 n \gamma} + a^2}} \exp\left(-\frac{(z - \frac{c|\Omega_0|^2}{g^2 n \gamma} - z_0)^2}{8L_{abs} \frac{c|\Omega_0|^2}{g^2 n \gamma} + a^2}\right) \quad (196)$$

nebus lygus nuliui, todėl turėsime lėtos šviesos išsaugojimą. Taip pat matome, kad kuo didesnis γ , t.y., kuo spartesnis išjungimas, tuo nuostoliai kontrolinio lazerio išjungimo metu yra mažesni.

5.2.2 Lėtos šviesos atgaminimas

Toliau tiriame atvejį, kai kontrolinio lazerio pluoštas kinta laike. Panagrinėsime atvejį, kai pradiniu laiko momentu aplinkoje yra koherentiškumas $\rho_{sg} \neq 0$, bet zonduojančio pluošto nėra, $\mathcal{E}(0) = 0$ (kaip išsaugojimo metu). Imkime gausinę koherentiškumo ρ_{sg} priklausomybę nuo

padėties:

$$\rho_{sg} = \rho_{sg0} \exp \left(-\frac{(z - z_0)^2}{a^2} \right) \quad (197)$$

Pasinaudodami sąryšiu nusakomas lygtimi (141), iš korentiškumo randame pradinį dydį Φ :

$$\Phi = -\frac{\rho_{sg0}}{g} \exp \left(-\frac{(z - z_0)^2}{a^2} \right) \quad (198)$$

Kaip ir anksčiau spėjime difuzijos lygtį (177). Rasime jos analizinį sprendinį pradine sąlyga laikydami (198). Jei difuzijos lygties pradine sąlyga yra gausinis impulsas, jis išlaiko gausinę formą ir vėlesniais laiko momentais, keičiasi tik impulso plotis ir amplitudė. pasinaudoję šia savybe, išspręsim lygtį. Pradinis impulsas:

$$\Phi'(x, 0) = -\frac{\rho_{sg0}}{g} \exp \left(-\frac{(x - z_0)^2}{a^2} \right) \quad (199)$$

o po laiko τ šis impulsas:

$$\Phi'(x, \tau) = -\frac{\rho_{sg0}}{g} \frac{a}{b(\tau)} \exp \left(-\frac{(x - z_0)^2}{b(\tau)^2} \right) \quad (200)$$

Šią išraišką statomės į lygtį (177). Tam pirmiausiai randame dalines išvestines:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \Phi' = -\frac{\rho_{sg0}}{g} a \left(-\frac{1}{b(\tau)^2} \frac{\partial b(\tau)}{\partial \tau} \exp \left(-\frac{(x - z_0)^2}{b(\tau)^2} \right) + \frac{2(x - z_0)^2}{b(\tau)^4} \frac{\partial b(\tau)}{\partial \tau} \exp \left(-\frac{(x - z_0)^2}{b(\tau)^2} \right) \right) \quad (201)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \Phi' = \frac{\rho_{sg0}}{g} \frac{2a(x - z_0)}{b(\tau)^3} \exp \left(-\frac{(x - z_0)^2}{b(\tau)^2} \right) \quad (202)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \Phi' = \frac{\rho_{sg0}}{g} \frac{2a}{b(\tau)^3} \exp \left(-\frac{(x - z_0)^2}{b(\tau)^2} \right) - \frac{4\frac{\rho_{sg0}}{g} a(x - z_0)^2}{b(\tau)^5} \exp \left(-\frac{(x - z_0)^2}{b(\tau)^2} \right) \quad (203)$$

Visas dalines išvestines susistatę į lygtį (177), gauname:

$$\frac{\partial b(\tau)}{\partial \tau} = \frac{4L_{abs}}{b(\tau)} \quad (204)$$

ir

$$b(\tau) = \sqrt{8L_{abs}\tau + a^2} \quad (205)$$

Taigi impulsas po laiko τ :

$$\Phi'(x, \tau) = -\frac{\rho_{sg0}}{g} \frac{a}{\sqrt{8L_{abs}\tau + a^2}} \exp\left(-\frac{(x - z_0)^2}{8L_{abs}\tau + a^2}\right) \quad (206)$$

Sprendinys grįžus prie pradinės koordinačių sistemos:

$$\Phi(z, t) = -\frac{\rho_{sg0}}{g} \frac{a}{\sqrt{8L_{abs} \int_0^t v_g(t') dt' + a^2}} \exp\left(-\frac{(z - \int_0^t v_g(t') dt' - z_0)^2}{8L_{abs} \int_0^t v_g(t') dt' + a^2}\right) \quad (207)$$

Laiko momentu $t = 0$ kontrolinis lazeris pradėdamas įjungti. Jei kontrolinio pluošto intensyvumas didėja pagal dėsnį:

$$|\Omega(t)|^2 = |\Omega_\infty|^2(1 - e^{-\gamma t}) \quad (208)$$

tuomet

$$\tau(t) = -\frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n \gamma} (1 - \gamma t - e^{-\gamma t}) \quad (209)$$

Kai $t \gg \gamma^{-1}$:

$$\tau(t) \rightarrow \frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n} t - \frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n \gamma} \quad (210)$$

tuomet laukas Φ :

$$\Phi(z, t) = -\frac{\rho_{sg0}}{g} \frac{a}{\sqrt{8L_{abs} \left(\frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n} t - \frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n \gamma}\right) + a^2}} \exp\left(-\frac{(z - \frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n} t + \frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n \gamma} - z_0)^2}{8L_{abs} \left(\frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n} t - \frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n \gamma}\right) + a^2}\right) \quad (211)$$

yra gausinio pluošto pavidalo, kurio plotis ir amplitudė priklauso nuo laiko. Prisiminus lauko Φ išraišką ir kontrolinio pluošto intensyvumo vertę šioje riboje:

$$\Omega(t \gg \gamma^{-1}) = |\Omega_\infty| \quad (212)$$

Galime nustatyti, koks bus elektrinis laukas šiuo atveju:

$$\mathcal{E}(t) = \Phi \Omega \quad (213)$$

$$\mathcal{E}(t \gg \gamma^{-1}) = -\frac{|\Omega_\infty| \rho_{sg0}}{g} \frac{a}{\sqrt{8L_{abs} \left(\frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n} t - \frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n \gamma}\right) + a^2}} \exp\left(-\frac{(z - \frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n} t + \frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n \gamma} - z_0)^2}{8L_{abs} \left(\frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n} t - \frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n \gamma}\right) + a^2}\right) \quad (214)$$

O koherentiškumas ρ_{sg} :

$$\rho_{sg} = -g\Phi \quad (215)$$

$$\rho_{sg} = \rho_{sg0} \frac{a}{\sqrt{8L_{abs} \left(\frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n} t - \frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n \gamma} \right) + a^2}} \exp \left(-\frac{\left(z - \frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n} t + \frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n \gamma} - z_0 \right)^2}{8L_{abs} \left(\frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n} t - \frac{c|\Omega_\infty|^2}{g^2 n \gamma} \right) + a^2} \right) \quad (216)$$

Kaip matome iš lygties, kuo didesnis γ , t.y. kuo greičiau įjungiamas laukas tuo mažesni nuostoliai kontrolinio lazerio įjungimo metu.

6 Lėtos šviesos impulso formos radimas

6.1 Lėtos šviesos impulso forma terpėje

Radome analizinį sprendinį laikant, kad laiko momentu $t = 0$ terpėje esantis šviesos impulsas yra gausinis ir nuostoliai patiriami tik dėl kontrolinio lazerio įjungimo ir išjungimo. Tačiau tai didelis supaprastinimas, nes impulsas yra gausinis iki pasiekiant terpę, tačiau jos viduje, impulso forma nėra žinoma. Todėl šioje dalyje tirsime impulso formos pokyčius dėl sklidimo bei apgręžimo ir rasime skaitmeninį sprendinį bei lauką išėjusį iš terpės laikydami, kaip ir I dalyje, kad lygtis lėtos šviesos impulso sklidimui per atomų terpę esant elektromagnetiš- kai indukuotam praskaidrėjimui, įskaitant neadiabatins pataisas antru artėjimu, kai dvifotonis išderinimas $\delta = 0$ nusakoma nusakoma lygtimi (119):

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{E} + v_g \frac{\partial}{\partial z}\mathcal{E} = \frac{2\Gamma}{|\Omega|^2} v_g^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\mathcal{E}$$

Taip pat atomų terpė prasideda nuo $z = 0$ ir baigiasi ties $z = L$ bei kad laiko momentu $t = 0$ šviesos impulsas už atomų terpės ribų yra gausinis kaip ir (120):

$$\mathcal{E}_{in}(z, 0) = \mathcal{E}_0 \exp\left(-\frac{(z - z_0)^2}{a^2}\right)$$

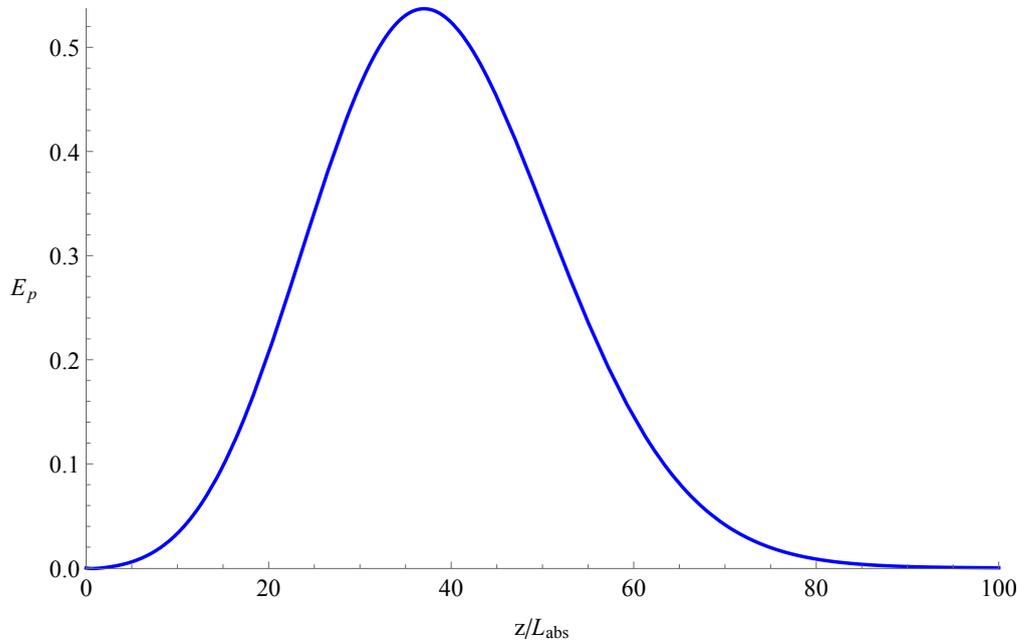
Pradinio impulso forma pavaizduota 6 pav. Sprendžiame taip pat kaip I dalyje, tik neleidžiam impulsei išeiti iš terpės, t.y., pasiruošiam zonduojančio impulso apgręžimui. Pirmiausiai rasime, kaip impulsas atrodo terpės viduje, todėl pasirenkame laiką $t_1 = 7\frac{a}{v_g}$, kuomet zonduojančio lauko impulsas visiškai įėjęs į terpę. Zonduojančio impulso amplitudės priklausomybė nuo koordinatės šiuo laiko momentu pavaizduota 10 pav.

6.2 Lėtos šviesos sklidimo krypties apgręžimas

Pasirinkus pilnai įėjusį į terpę impulsą jį sustabdome ir apgręžiam taip modeliuojant kontrolinio lazerio išjungiamą išsaugant lėtą šviesą ir vėl įjungiant tik priešinga kryptimi. Tuomet lėtos šviesos impulsas sklis priešinga kryptimi. Norėdami gauti kontrolinio šviesos pluošto apgręžimą, imame nauja pradine sąlyga šį lauką su apgręžta z koordinate:

$$\mathcal{E}'(z, t_1) = \mathcal{E}(L - z, t_1) \quad (217)$$

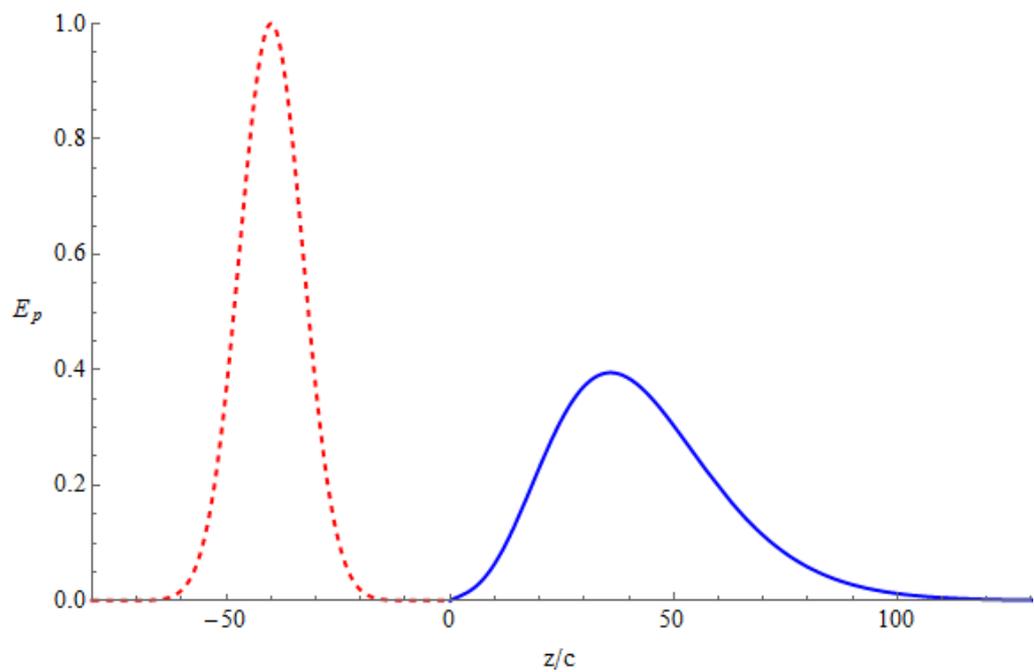
Laikome, kad impulso išsaugojimo ir atgaminimo metu patiriamų nuostolių galime nepaisyti. Taip pat turime kraštine sąlyga, kad ties atomų terpės riba $z = 0$ joks laukas neįeina. Suskaičiuojame kaip atrodo impulsas išėjęs iš terpės, kur jis vėl sklinda c greičiu. Impulso forma pateikta skyriuje “Rezultatai ir jų aptarimas”.



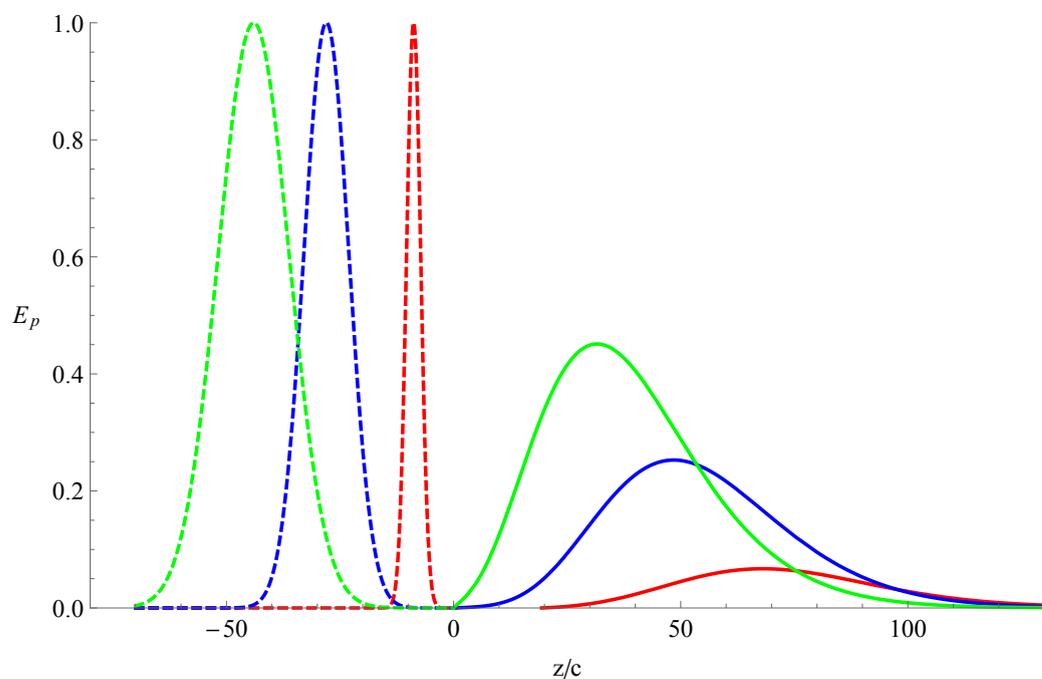
10 pav. Zonduojančio šviesos impulso elektrinio lauko amplitudės priklausomybė nuo koordinatės šaltų atomų terpėje po apgręžimo, atstumas matuojamas bedimensiniais vienetais

6.3 Praėjusio impulso formos pokyčių įvertinimas

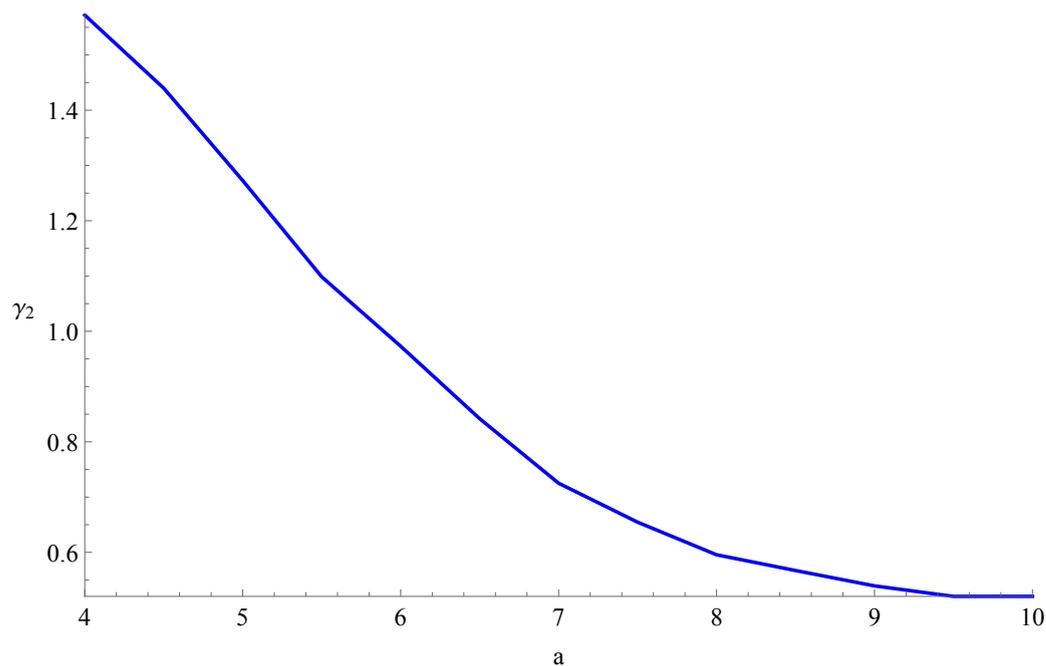
Kaip ir anksčiau, išėjusio impulso formos pokyčiams įvertinti apskaičiuosime impulso formos kreivumą, apibūdinamą trečiuoju normuotu momentu (131). Rezultatai pateikiami skyriuje “Rezultatai ir jų aptarimas”.



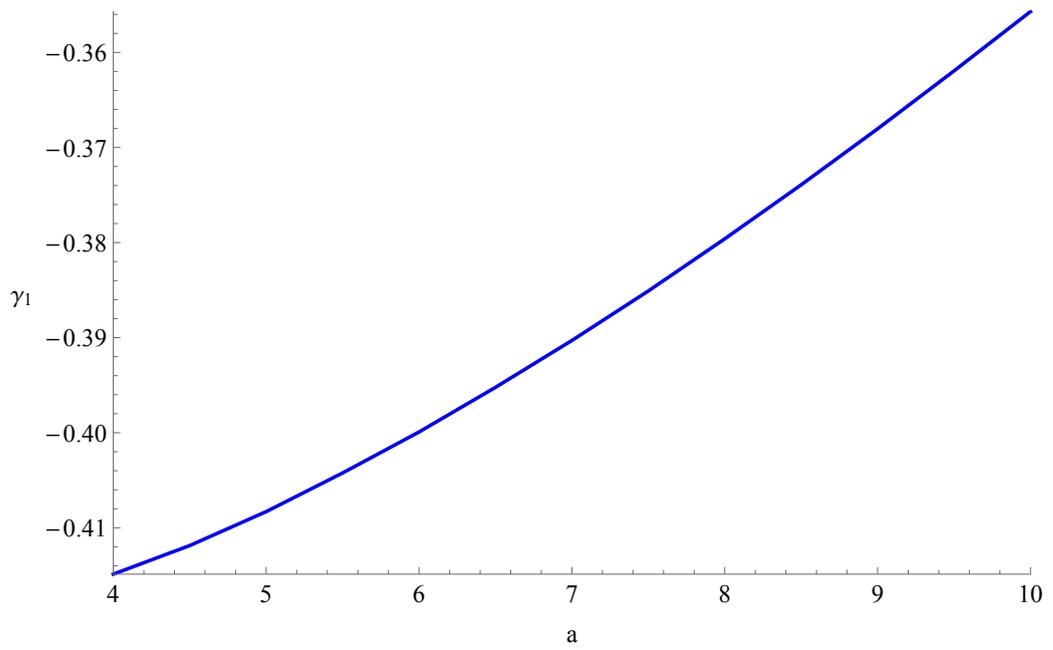
11 pav. Zonduojančio šviesos impulso elektrinio lauko amplitudės priklausomybė nuo koordinatės, kuomet impulsas dar yra už terpės ribų (raudona punktyrinė linija) ir praėjus pro ją, impulso sklidimo kryptį apgręžiant (mėlyna ištisinė linija), atstumas matuojamas bedimensiniais vienetais.



12 pav. Zonduojančio šviesos impulso elektrinio lauko amplitudės priklausomybė nuo koordinatės, kuomet impulsas dar yra už terpės ribų (punktūrinė linija) ir praėjus pro ją, impulso sklidimo kryptį apgrežiant (vientisa linija). Spalvos skiria skirtingus impulsų pločius: $a = 2 \frac{c}{v_g}$ - raudona sp., $a = 7 \frac{c}{v_g}$ - mėlyna sp., $a = 11 \frac{c}{v_g}$ - žalia sp., atstumas matuojamas bedimensiniais vienetais.



13 pav. Apgrežto zonduojančio šviesos impulso kreivumo priklausomybė nuo pradinio impulso pločio, matuojamo bedimensiniais vienetais



14 pav. Tiesiog praėjus pro šaltų atomų terpę be apgręžimo zonduojančio šviesos impulso kreivumo priklausomybė nuo pradinio impulso pločio, matuojamo bedimensiniais vienetais

7 Rezultatai ir jų aptarimas

Gavome lėtos šviesos impulso formą, esant sklidimo krypties apgręžimui, kuri pavaizduota (11) pav. (mėlyna sp.). Šalia pavaizduotas pradinis impulsas, kurio plotis yra $a = 10\frac{c}{v_g}$ (raudona sp.). Impulso pokyčių priklausomybė nuo impulso pločio a pavaizduota 12 pav., kur spalvos skiria skirtingus pradinių impulsų pločius: $a = 2\frac{c}{v_g}$ - raudona sp., $a = 7\frac{c}{v_g}$ - mėlyna sp., $a = 11\frac{c}{v_g}$ - žalia sp., ir impulso elektrinio lauko amplitudės priklausomybė nuo koordinatės, kuomet impulsas dar yra už terpės ribų vaizduoja punktyrinė linija, o praėjus pro ją, impulso sklidimo kryptį apgręžiant - ištisinė linija. Sunku nusakyti iškraipymo skirtingiems impulso pločiams dėsningumą, todėl impulso kreivumo pokyčiams įvertinti apskaičiavome trečiajo momento priklausomybę nuo impulso pločio a , kuri pavaizduota 13 pav., kur pradinio pluošto plotis a taip pat kinta nuo $a = 2\frac{c}{v_g}$ iki $a = 11\frac{c}{v_g}$. Tokia sritis pasirinkta, nes esant platesniems impulsams jie nebetelpa į terpę ir apgręžimo reiškinių negalima tirti adekvačiai.

Taip pat palyginta su tiesiog prasklidusio impulso forma, tirta I dalyje, ir nustatyta, kad apgręžtas impulsas iškraipomas stipriau (tik nereikia pamiršti, kad kreivumo vertės gautos priešingų ženklų, nes impulsas yra apgręžtas). Augant pradiniam impulso pločiui tiesiog išėjusio impulso be apgręžimo kreivumas mažėja beveik tiesiškai, kaip pavaizduota 14 pav., o apgręžto impulso - mažėja (13 pav.), tačiau visos vertės yra didesnės. Šį padidėjimą, žinoma, lemia ir tai, kad signalas šiuo metu sklinda per tepę ilgiau, dėl tos pačios priežasties jis išplito (difuzija) ir nuslopo (sugertis) taip pat labiau. Nukrypimas nuo monotoniško augimo, galėjo atsirasti dėlto, kad atomų terpė yra baigtinio ilgio, o impulso uodegos vis gi ne visada telepa į terpę ir yra prarandamos jį išsaugant bei vėliau atgaminant. Nukirsta kairioji impulso pusė daug labiau skiriasi nuo dešinėsios nei nenukirstu atveju ir todėl bendras impulsas iškraipomas stipriau.

Dalis III

Adiabatonų sklidimas šaltų atomų dujų terpėje

8 Adiabatonių sklidimą šaltų atomų terpėje aprašančių lygčių išvedimas

Šioje dalyje, skirtingai nuo anksčiau nagrinėtos elektromagnetiškai indukuoto praskaidrėjimo situacijos, tirsime šviesos sklidimą, kai abu impulsai yra palyginamai stiprūs. Šis atvejis yra stipriai nutolęs nuo lėtos šviesos sklidimo, tačiau svarbus tiriant lėtos šviesos ribinius atvejus bei adiabatines aproksimacijos įtaką. Adiabatonių sklidimo rezultatas yra žinomas (kaip aptarta literūros apžvalgoje), tačiau pasiūlysime šiek tiek kitokią jų sprendimo būdą.

Kaip ir anksčiau nagrinėjame atomą, sąveikaujantį su dviem rezonansiniais šviesos pluoštais, kurių sąveika nusakoma Λ tipo lygmenų schema. Šį kartą keisime bazę į mums patogesnę, todėl konkretizuosime būsenas būti lygmenyse. Atomo schemą sudaro metastabilios pagrindinės būsenos $|1\rangle$ (būsena būti lygmenyje g) ir $|2\rangle$ (būsena būti lygmenyje s) bei sužadinta būsena $|3\rangle$ (būsena būti lygmenyje e). Šviesos pluoštas su Rabi dažniu Ω_1 (anksčiau vadintas zonduojančiu, o jo Rabi dažnis Ω_p) sukelia šuolius tarp $|1\rangle$ ir $|3\rangle$ būsenų, šviesos pluoštas su Rabi dažniu Ω_2 (anksčiau vadintas kontroliniu, o jo Rabi dažnis Ω) sukelia šuolius tarp $|2\rangle$ ir $|3\rangle$ būsenų.

8.1 Judėjimo lygtys atomų amplitudėms ir šviesos laukams

Norėdami supaprastinti šviesos sklidimo aprašymą charakterizuosime atomo būsenas naudojantis bangine funkcija su lėtai kintančiomis amplitudėmis $|\Psi\rangle = \psi_1|1\rangle + \psi_2|2\rangle + \psi_3|3\rangle$ kaip straipsniuose [47], [48], o vietoj pilnesnio aprašymo naudojant tankio matricą kaip straipsniuose [49], [50]. Nuostolius dėl savaiminio spinduliavimo iš sužadintos būsenos įskaitysime fenomenologiškai, įvesdami sužadintosios būsenos skilimo spartą Γ . Po besisukančios bangos aproksimacijos, lygtys elektronams atome yra:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi_1 = -\frac{1}{2}\delta\psi_1 - \frac{1}{2}\Omega_1^*\psi_3 \quad (218)$$

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi_2 = \frac{1}{2}\delta\psi_2 - \frac{1}{2}\Omega_2^*\psi_3 \quad (219)$$

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi_3 = -\frac{i}{2}\Gamma\psi_3 - \frac{1}{2}\Omega_1\psi_1 - \frac{1}{2}\Omega_2\psi_2 \quad (220)$$

kur išderinimą nuo dvifotonio rezonanso δ dėl patogumo į lygtis (218), (219) įvedame simetriškai. Lygtys lazerio laukams lengviausiai užrašomos per Rabi dažnius. Pritaikius paraksialinę aproksimaciją, lazerių laukų Rabi dažniai tenkina tokias sklidimo lygtis:

$$c\frac{\partial}{\partial z}\Omega_1 + \frac{\partial}{\partial t}\Omega_1 = \frac{i}{2}\tilde{g}\psi_3\psi_1^* \quad (221)$$

$$c\frac{\partial}{\partial z}\Omega_2 + \frac{\partial}{\partial t}\Omega_2 = \frac{i}{2}\tilde{g}\psi_3\psi_2^* \quad (222)$$

Parametras \tilde{g} nusako šviesos ir atomų sąveikos stiprumą. Jis susijęs su optiniu tankiu α lygtimi:

$$\tilde{g} = c\Gamma \frac{\alpha}{L} \quad (223)$$

o su senuoju paramtru g , išreikštu (73) lygtimi kaip $\tilde{g} = g^2 n$. Mes laikome, kad $\tilde{g}_1 = \tilde{g}_2 = \tilde{g}$ dėl paprastumo. Tai leidžia kokybiškai aprašyti reiškinių, nors realiame eksperimente tai nebūtinai teisinga, nes $\tilde{g}_1 = \mu_{13}^2 \frac{2\omega_p}{\hbar\epsilon_0} n$, o $\tilde{g}_2 = \mu_{23}^2 \frac{2\omega_e}{\hbar\epsilon_0} n$. Detalesnis sprendimas pateiktas straipsnyje [51].

8.2 Pasiruošimas adiabatinei aproksimacijai

Norint pasiruošti adiabatinei aproksimacijai, vietoje atominių būsenų patogų įsivesti sąveikaujančią ir nesąveikaujančią būsenas su amplitudėmis:

$$\psi_C = \frac{1}{\Omega}(\Omega_1\psi_1 + \Omega_2\psi_2) \quad (224)$$

$$\psi_U = \frac{1}{\Omega}(\Omega_2^*\psi_1 - \Omega_1^*\psi_2) \quad (225)$$

kur

$$\Omega = \sqrt{|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2} \quad (226)$$

yra pilnas Rabi dažnis. ψ_U atitinka tikimybės amplitudę būti tamsiojoje būsenoje kaip (99) lygtyje, o ψ_C tiesiogiai įeina į (220) lygtį:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi_3 = -\frac{i}{2}\Gamma\psi_3 - \frac{1}{2}\Omega\psi_C, \quad (227)$$

todėl ir (218), (219), (221), (222) lygtis išreikšime per ψ_C ir ψ_U . Pirmiausiai išreiškiame ψ_1 ir ψ_2 iš (224) ir (225):

$$\psi_1 = \frac{1}{\Omega}(\Omega_1^*\psi_C + \Omega_2\psi_U) \quad (228)$$

$$\psi_2 = \frac{1}{\Omega}(\Omega_2^*\psi_C - \Omega_1\psi_U) \quad (229)$$

Tuomet padauginame (224) lygtį iš i ir išdiferencijuojame pagal laiką:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi_C = \frac{1}{\Omega} \left(\Omega_1 i\frac{\partial}{\partial t}\psi_1 + i\psi_1 \frac{\partial}{\partial t}\Omega_1 + \Omega_2 i\frac{\partial}{\partial t}\psi_2 + i\psi_2 \frac{\partial}{\partial t}\Omega_2 \right) - i\psi_C \frac{1}{\Omega} \frac{\partial}{\partial t}\Omega \quad (230)$$

įsistatome (218) ir (219) bei (228) ir (229):

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi_C = \left(\frac{1}{2}\delta\frac{|\Omega_2|^2}{\Omega^2} - \frac{1}{2}\delta\frac{|\Omega_1|^2}{\Omega^2} + i\frac{\Omega_1^*}{\Omega^2}\frac{\partial}{\partial t}\Omega_1 + i\frac{\Omega_2^*}{\Omega^2}\frac{\partial}{\partial t}\Omega_2 - i\frac{1}{\Omega}\frac{\partial}{\partial t} \right) \psi_C - \left(\delta\frac{\Omega_1\Omega_2}{\Omega^2} - i\frac{\Omega_2}{\Omega^2}\frac{\partial}{\partial t}\Omega_1 + i\frac{\Omega_1}{\Omega^2}\frac{\partial}{\partial t}\Omega_2 \right) \psi_U - \frac{1}{2}\Omega\psi_3 \quad (231)$$

Tą patį padarome su (225) lygtimi:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi_U = \frac{1}{\Omega} \left(\Omega_2^*i\frac{\partial}{\partial t}\psi_1 + i\psi_1\frac{\partial}{\partial t}\Omega_2^* - \Omega_1^*i\frac{\partial}{\partial t}\psi_2 - i\psi_2\frac{\partial}{\partial t}\Omega_1^* \right) - i\psi_U\frac{1}{\Omega}\frac{\partial}{\partial t}\Omega \quad (232)$$

įsistatome (218) ir (219) bei (228) ir (229):

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi_U = \left(-\delta\frac{\Omega_2^*\Omega_1^*}{\Omega^2} + i\frac{\Omega_1^*}{\Omega^2}\frac{\partial}{\partial t}\Omega_2^* - i\frac{\Omega_2^*}{\Omega^2}\frac{\partial}{\partial t}\Omega_1^* \right) \psi_C + \left(\frac{1}{2}\delta\frac{|\Omega_1|^2}{\Omega^2} - \frac{1}{2}\delta\frac{|\Omega_2|^2}{\Omega^2} + i\frac{\Omega_1}{\Omega^2}\frac{\partial}{\partial t}\Omega_1^* + i\frac{\Omega_2}{\Omega^2}\frac{\partial}{\partial t}\Omega_2^* - i\frac{1}{\Omega}\frac{\partial}{\partial t}\Omega \right) \psi_U \quad (233)$$

Įvedame pažymėjimus:

$$\Delta = i\frac{\Omega_1}{\Omega}\frac{\partial}{\partial t}\frac{\Omega_1^*}{\Omega} + i\frac{\Omega_2}{\Omega}\frac{\partial}{\partial t}\frac{\Omega_2^*}{\Omega} + \frac{1}{2}\delta\frac{|\Omega_1|^2 - |\Omega_2|^2}{\Omega^2} \quad (234)$$

$$\Omega_- = i\frac{\Omega_2}{\Omega}\frac{\partial}{\partial t}\frac{\Omega_1}{\Omega} - i\frac{\Omega_1}{\Omega}\frac{\partial}{\partial t}\frac{\Omega_2}{\Omega} - \delta\frac{\Omega_1}{\Omega}\frac{\Omega_2}{\Omega} \quad (235)$$

atitinkančius formalų Rabi dažnį ir formalų išderinimą naujai bazei. Galiausiai perrašome lygtis sąveikaujančiai ir nesąveikaujančiai atomo būsenoms (227), (231), (233) :

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi_U = \Delta\psi_U + \Omega_-\psi_C \quad (236)$$

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi_C = -\Delta\psi_C + \Omega_-\psi_U - \frac{1}{2}\Omega\psi_3 \quad (237)$$

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi_3 = -\frac{i}{2}\Gamma\psi_3 - \frac{1}{2}\Omega\psi_C \quad (238)$$

Iš lygčių matosi, kad formalus Rabi dažnis atsakingas už sąveikos dydį tarp sąveikaujančios ir nesąveikaujančios būsenų, o pilnas Rabi dažnis - už sąveiką tarp sąveikaujančios būsenos ir būsenos būti sužadintame lygmenyje.

Taip pat (228) statome į (221), o (229) - į (222):

$$c\frac{\partial}{\partial z}\Omega_1 + \frac{\partial}{\partial t}\Omega_1 = \frac{i}{2}\tilde{g}\psi_3\frac{1}{\Omega}(\Omega_1\psi_C^* + \Omega_2^*\psi_U^*) \quad (239)$$

$$c \frac{\partial}{\partial z} \Omega_2 + \frac{\partial}{\partial t} \Omega_2 = \frac{i}{2} \tilde{g} \psi_3 \frac{1}{\Omega} (\Omega_2 \psi_C^* - \Omega_1^* \psi_U^*) \quad (240)$$

ir gavome visas lygtis išreištas per sąveikaujančią ir nesąveikaujančią būsenas, kurias toliau spęsimė taikydami adiabatinę aproksimaciją.

8.3 Adiabatinė aproksimacija

Atliksime adiabatinę aproksimaciją atomo būsenai bei šviesos laukams laikydami, kad pilnas Rabi dažnis yra didelis, t.y. $\Omega \gg |\Omega_-|$, $\Omega \gg |\Delta|$, o tai įmanoma, kai pradiniu laiko momentu $\psi_C(t = 0) = 0$. Tai reiškia, kad sąveika tarp sąveikaujančios ir nesąveikaujančios būsenų yra labai maža, sąveiką tarp sąveikaujančios būsenos ir būsenos būti sužadintame lygmenyje - didelė. Taigi Ω_1 ir Ω_2 laike kinta lėtai, δ yra mažas, o pradiniu laiko momentu visa sistema yra nesąveikaujančioje būsenoje (ką galima pasiekti, jei naudojama neintuityvi impulsų įjungimo seka). Iš tiesų, tai kvaziadiabatinė aproksimacija, nes $\Omega_- \neq 0$, o priešingu atveju gautume sutampančių impulsų sklidimą.

Pirmiausiai atliksime adiabatinę aproksimaciją atomams ir gausime supaprastintą lygtį nesąveikaujančios būsenos amplitudei ψ_U . Iš lygties (237) išreškiame ψ_3 :

$$\psi_3 = -\frac{2}{\Omega} \Delta \psi_C + \frac{2}{\Omega} \Omega_- \psi_U - i \frac{2}{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} \psi_C \quad (241)$$

Iš lygties (238) išreškiame ψ_C :

$$\psi_C = -\frac{i}{\Omega} \Gamma \psi_3 - i \frac{2}{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} \psi_3 \quad (242)$$

ir (241) lygtį statome į (242):

$$\begin{aligned} \psi_C = & i \frac{2\Gamma}{\Omega^2} \Delta \psi_C - i \frac{2\Gamma}{\Omega^2} \Omega_- \psi_U - \frac{2\Gamma}{\Omega^2} \frac{\partial}{\partial t} \psi_C + i \frac{4}{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\Delta}{\Omega} \psi_C \right) - \\ & i \frac{4}{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\Omega_-}{\Omega} \psi_U \right) - \frac{4}{\Omega^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi_C + \frac{4}{\Omega^3} \frac{\partial}{\partial t} \Omega \frac{\partial}{\partial t} \psi_C \end{aligned} \quad (243)$$

Šią lygtį spęsimė iteraciniu metodu. Jei pradžioje $\psi_C = 0$, tai ir tolesnėje evoliucijoje ji išliks maža. Nuliniu artėjimu laikome $\psi_C \approx 0$. Jį statome į dešinę (243) lygties pusę:

$$\psi_C = -i \frac{2}{\Omega} \left(\Gamma \frac{\Omega_-}{\Omega} \psi_U + 2 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\Omega_-}{\Omega} \psi_U \right) \right) \quad (244)$$

ir gavome pirmą artėjimą amplitudei ψ_C . Taip pat laikome, kad skilimo sparta Γ yra didelė,

todėl antrąjį narį galime atmesti:

$$\psi_C = -i \frac{2\Gamma\Omega_-}{\Omega^2} \psi_U \quad (245)$$

Šią apytikslę ψ_C išraišką statome į (241) lygtį:

$$\psi_3 = i \frac{4\Gamma}{\Omega^3} \Delta \Omega_- \psi_U + \frac{2}{\Omega} \Omega_- \psi_U - \frac{4\Gamma}{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{\Omega^2} \Omega_- \psi_U \quad (246)$$

Nuliniu artėjimu $\psi_3 \approx 0$. Pirmam artėjimui gauti į (241) lygtį statome nulinį ψ_C artėjimą:

$$\psi_3 = \frac{2}{\Omega} \Omega_- \psi_U \quad (247)$$

Apytikslę pirmojo artėjimo ψ_C išraišką (245) statome į (236) lygtį:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi_U = \Delta \psi_U - 2i\Gamma \frac{|\Omega_-|^2}{\Omega^2} \psi_U \quad (248)$$

Kad išsiaiškintume gautos lygties kiekvieno nario prasmę, pirmiausiai paliksime tik pirmąjį dešinės pusės narį:

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi_U + i\Delta \psi_U = 0 \quad (249)$$

Šios lygties sprendinys

$$\psi_U = \psi_{U0} e^{-i\Delta t} \quad (250)$$

atitinka amplitudės ψ_U osciliavimą dažniu Δ . Toliau išstirsime antrąjį dešinės pusės narį, todėl spręsimė lygtį:

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi_U + \frac{2\Gamma}{\Omega^2} |\Omega_-|^2 \psi_U = 0 \quad (251)$$

Sprendinys:

$$\psi_U = \psi_{U0} e^{-\frac{2\Gamma}{\Omega^2} |\Omega_-|^2 t} \quad (252)$$

atitinka amplitudės ψ_U slopimą (sugertį) su charakteringa gyvavimo trukme:

$$\tau = \frac{\Omega^2}{2\Gamma |\Omega_-|^2} \quad (253)$$

Toliau atliksime adiabatinę aproksimaciją laukams, todėl (244) ir (247) statome į lygtis Rabi

dažniams:

$$c \frac{\partial}{\partial z} \Omega_1 + \frac{\partial}{\partial t} \Omega_1 = g \left(i \frac{\Omega_- \Omega_2^*}{\Omega \Omega} - 2 \frac{\Gamma}{\Omega} \frac{|\Omega_-|^2 \Omega_1}{\Omega^2 \Omega} \right) |\psi_U|^2 \quad (254)$$

$$c \frac{\partial}{\partial z} \Omega_2 + \frac{\partial}{\partial t} \Omega_2 = g \left(-i \frac{\Omega_- \Omega_1^*}{\Omega \Omega} - 2 \frac{\Gamma}{\Omega} \frac{|\Omega_-|^2 \Omega_2}{\Omega^2 \Omega} \right) |\psi_U|^2 \quad (255)$$

Šios lygtys kartu su (248) lygtimi sudaro uždara lygčių sistemą. Jas dar labiau supaprastinsime laikydami, kad terpės ilgis L yra nedidelis ir sklidimo trukmė yra daug mažesnė už charakteringą gyvavimo trukmę τ . Sklidimo trukmė yra maždaug L/v_g , kur

$$v_g = \frac{c\Omega^2}{\tilde{g}} \quad (256)$$

yra lėtos šviesos grupinis greitis, priklausantis nuo laiko. Matėme, jog dėl sugerties Γ yra baigtinė gyvavimo trukmė, išreikšta (253). Sugerties galima nepaisyti, kai sklidimo trukmė yra daug mažesnė už gyvavimo trukmę τ , todėl reikalaujame, kad $L/v_g \ll \tau$. Pasinaudojus (223) \tilde{g} išraiška, rasime sąlygą, kurią turi tenkinti terpės optinis tankis α :

$$\alpha \ll \frac{\tau\Omega^2}{\Gamma} \ll \frac{\Omega^4}{2\Gamma^2|\Omega_-|^2} \quad (257)$$

Patenkinus šią sąlygą, lygtyje (248) atmetame antrąjį narį, atsakingą už sugertį:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi_U = \Delta \psi_U \quad (258)$$

Iš jos sprendinio (250) randame:

$$|\psi_U|^2 = |\psi_{U0}|^2 \quad (259)$$

kad $|\psi_U|^2$ nuo laiko nepriklauso. Kad galiojūt adiabatinė aproksimacija, laikėme, kad pradiniu laiko momentu visi atomai buvo nesąveikaujančioje būsenoje:

$$|\psi_{U0}|^2 = 1 \quad (260)$$

Todėl ir

$$|\psi_U|^2 = 1 \quad (261)$$

Lygtyse (254) ir (255) tai pat numetame narius proporcingus Γ ir įsistatome $|\psi_U|^2$ vertę:

$$c \frac{\partial}{\partial z} \Omega_1 + \frac{\partial}{\partial t} \Omega_1 = \tilde{g}i \frac{\Omega_-}{\Omega} \frac{\Omega_2^*}{\Omega} \quad (262)$$

$$c \frac{\partial}{\partial z} \Omega_2 + \frac{\partial}{\partial t} \Omega_2 = -\tilde{g}i \frac{\Omega_-}{\Omega} \frac{\Omega_1^*}{\Omega} \quad (263)$$

Dabar vietoje trijų lygčių (248), (254), (255) turime tik dvi. Toliau išvesime lygtį pilnam Rabi dažniui Ω , todėl (226) lygtį diferencijuojame pagal laiką:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Omega = \frac{1}{2\Omega} \left(\Omega_1 \frac{\partial}{\partial t} \Omega_1^* + \Omega_1^* \frac{\partial}{\partial t} \Omega_1 + \Omega_2 \frac{\partial}{\partial t} \Omega_2^* + \Omega_2^* \frac{\partial}{\partial t} \Omega_2 \right) \quad (264)$$

ir lygtis (239) ir (240) statomės į (264) lygtį:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Omega + c \frac{\partial}{\partial z} \Omega = \frac{i}{4} \tilde{g} (\psi_3 \psi_C^* - \psi_3^* \psi_C) \quad (265)$$

Į ją įstatome pirmojo artėjimo ψ_C ir ψ_3 išraiškas (245) ir (247) ir gauname:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Omega + c \frac{\partial}{\partial z} \Omega = - \frac{2\Gamma \tilde{g}}{\Omega} \frac{|\Omega_-|^2}{\Omega^2} \quad (266)$$

Jei nepaisome sugerties:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Omega + c \frac{\partial}{\partial z} \Omega = 0 \quad (267)$$

pilnas Rabi dažnis sklinda tarsi vakuumu ir jam medžiaga esti visiškai skaidri. Tai reiškia, kad impulsų pora sklinda be nuostolių, o fotonai paskirstyti tarp impulsų dėl stimuliuotos Ramano sklaidos. Jei užrašome sklidimo lygtį pilnam Rabi dažniui Ω naudojantis lygtimis (262) ir (263) :

$$\begin{aligned} c \frac{\partial}{\partial z} \Omega + \frac{\partial}{\partial t} \Omega &= \frac{1}{2\Omega} \left(\Omega_1 \left(c \frac{\partial}{\partial z} \Omega_1^* + \frac{\partial}{\partial t} \Omega_1^* \right) + \Omega_1^* \left(c \frac{\partial}{\partial z} \Omega_1 + \frac{\partial}{\partial t} \Omega_1 \right) + \right. \\ &\quad \left. + \Omega_2 \left(c \frac{\partial}{\partial z} \Omega_2^* + \frac{\partial}{\partial t} \Omega_2^* \right) + \Omega_2^* \left(c \frac{\partial}{\partial z} \Omega_2 + \frac{\partial}{\partial t} \Omega_2 \right) \right) = \\ &= \frac{1}{2\Omega} \left(-\Omega_1 g i \frac{\Omega_-^*}{\Omega} \frac{\Omega_2}{\Omega} + \Omega_1^* g i \frac{\Omega_-}{\Omega} \frac{\Omega_2^*}{\Omega} + \Omega_2 i \frac{\Omega_-^*}{\Omega} \frac{\Omega_1}{\Omega} - \Omega_2^* g i \frac{\Omega_-}{\Omega} \frac{\Omega_1^*}{\Omega} \right) = 0, \end{aligned} \quad (268)$$

atome, jog ji sutampa su (267) ir tiesiogiai plaukia iš (262) ir (263) lygčių.

9 Adiabatų sklaidimo analizinis rezultatas

Po adiabatines aproksimacijos, gavome dvi uždaras lygtis (262) ir (263) abiejų šviesos laukų sklaidimui:

$$c \frac{\partial}{\partial z} \Omega_1 + \frac{\partial}{\partial t} \Omega_1 = \tilde{g} i \frac{\Omega_- \Omega_2^*}{\Omega \Omega}$$

$$c \frac{\partial}{\partial z} \Omega_2 + \frac{\partial}{\partial t} \Omega_2 = -\tilde{g} i \frac{\Omega_- \Omega_1^*}{\Omega \Omega}$$

kur Ω_- išreiškiamas (235) lygtimi:

$$\Omega_- = i \frac{\Omega_2}{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\Omega_1}{\Omega} - i \frac{\Omega_1}{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\Omega_2}{\Omega} - \delta \frac{\Omega_1 \Omega_2}{\Omega \Omega}$$

Adiabatų lygtys yra netiesinės, nepaisant to, galima surasti analizinę jų sprendinį atskiram atveju. Spręsimė ne lygtis (262) ir (263), joms ekvivalenčias lygtis santykiui $\chi = \Omega_1/\Omega_2$ ir pilnam Rabi dažniui Ω .

9.1 Sklidimo lygtis laukų santykiui χ

Iš lygčių (262) ir (263) surandame sklaidimo lygtį laukų santykiui $\chi = \Omega_1/\Omega_2$:

$$c \frac{\partial}{\partial z} \chi + \frac{\partial}{\partial t} \chi = \tilde{g} i \frac{\Omega_-}{\Omega^2} \left(\frac{\Omega_2^*}{\Omega_2} + \frac{|\Omega_1|^2}{\Omega_2^2} \right) \quad (269)$$

bei (235) išreiškiame per šį santykį :

$$\Omega_- = -\delta \frac{\Omega_1 \Omega_2}{\Omega^2} + i \frac{\Omega_2^2}{\Omega^2} \frac{\partial}{\partial t} \chi \quad (270)$$

Statome (270) į (269) :

$$\frac{c \Omega^2}{\tilde{g}} \frac{\partial}{\partial z} \chi + \left(\frac{\Omega^2}{\tilde{g}} + 1 \right) \frac{\partial}{\partial t} \chi = -i \delta \chi \quad (271)$$

ir gavome sklaidimo lygtį santykiui χ . Jei šią lygtį palyginame su lėtos šviesos sklaidimo lygtimi po adiabatines aproksimacijos (103) gauta I dalyje :

$$i \delta \frac{g^2 n}{c |\Omega|^2} \mathcal{E} + \left(\frac{g^2 n}{c |\Omega|^2} + \frac{1}{c} \right) \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} + \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} = 0$$

arba suteikus tapačią formą:

$$\frac{c\Omega^2}{\tilde{g}} \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E} + \left(\frac{\Omega^2}{\tilde{g}} + 1 \right) \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E} = -i\delta \mathcal{E}$$

matome, jog lygtys sutampa, taigi santykis $\chi(z, t)$ sklinda tarsi lėta šviesa, tik sklidimo grupinis greitis priklauso nuo laiko.

9.2 χ ir Ω sklidimas

Spręsimė lygtį (271) santykiui χ ir lygtį (267) pilnam Rabi dažniui Ω . Šiose lygtyse atliekame kintamųjų pakeitimą $(z, t) \rightarrow (z, \tau)$, kur savasis laikas:

$$\tau = t - \frac{z}{c} \quad (272)$$

ir iš $\chi(z, t)$ pereiname į $\chi'(z, \tau)$:

$$\frac{c\Omega^2}{\tilde{g}} \frac{\partial}{\partial z} \chi' + \frac{\partial}{\partial \tau} \chi' = -i\delta \chi' \quad (273)$$

bei iš $\Omega(z, t)$ pereiname į $\Omega'(z, \tau)$:

$$c \frac{\partial}{\partial z} \Omega' = 0 \quad (274)$$

Jei žinomi šviesos laukai Ω_1 ir Ω_2 krenta į atomų terpę, kurios pradžia yra ties $z = 0$, turime kraštines sąlygas $\Omega_1(z = 0, t)$ ir $\Omega_2(z = 0, t)$ visiems laiko momentams. Po kintamųjų pakeitimo kraštinės sąlygos $\Omega_1(z = 0, \tau)$, $\Omega_2(z = 0, \tau)$. Lygtis pilnam Rabi dažniui Ω' lengvai išsprendžia:

$$\Omega' = \text{const}(z) \quad (275)$$

o patenkinus kraštines sąlygas:

$$\Omega'(z, \tau) = \sqrt{|\Omega_1(z = 0, \tau)|^2 + |\Omega_2(z = 0, \tau)|^2} \quad (276)$$

Taigi impulsai turi komplementarias amplitudes. Lygtyje santykiui χ' (273) dar kartą atliekame kintamųjų pakeitimą $(z, \tau) \rightarrow (z, \zeta)$, kur ζ apibrėžta lygtimi:

$$\zeta(\tau) = \frac{c}{\tilde{g}} \int_{-\infty}^{\tau} \Omega^2(\tau') d\tau' \quad (277)$$

atitinka ištemptą laiką ir iš $\chi'(z, \tau)$ pereiname į $\chi''(z, \zeta)$:

$$\frac{c\Omega^2}{\tilde{g}} \frac{\partial}{\partial z} \chi'' + \frac{c\Omega^2}{\tilde{g}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \chi'' = -i\delta \chi'' \quad (278)$$

Lygčiai santykiui χ'' (278) galima užrašyti atskirą sprendinį, neatitinkantį kraštinių sąlygų, laikant, kad jis yra plokščia banga:

$$\chi''(z, \zeta) = \exp(ikz - ih(\zeta)) \quad (279)$$

Rasime, kam lygi $h(\zeta)$:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} h(\zeta) = k + \frac{\delta \tilde{g}}{c\Omega^2} \quad (280)$$

$$h(\zeta) = k\zeta + \int \frac{\delta \tilde{g}}{c\Omega^2} d\zeta + const \quad (281)$$

Lygties santykiui χ'' (278) sprendinį, tenkinantį kraštines sąlygas, galima užrašyti tuo atveju, kai dvifotonis išderinimas $\delta = 0$. Tuomet lygtis:

$$\frac{\partial}{\partial z} \chi'' + \frac{\partial}{\partial \zeta} \chi'' = 0 \quad (282)$$

kurios sprendinys yra arbitrari funkcija:

$$\chi''(z, \zeta) = f(\zeta - z) \quad (283)$$

O patenkinus kraštines sąlygas ties $z = 0$, kur $t = \tau$ bei tarus, kad žinome atvirkščią funkciją funkcijai (277) $\zeta^{-1}(u)$, kuri iš ζ atgamina ją atitinkantį τ , tuomet:

$$f(\zeta) = \frac{\Omega_1(z = 0, \zeta^{-1}(\zeta))}{\Omega_2(z = 0, \zeta^{-1}(\zeta))} \quad (284)$$

o

$$\chi'(z, \tau) = \frac{\Omega_1(z = 0, \zeta^{-1}(\zeta - z))}{\Omega_2(z = 0, \zeta^{-1}(\zeta - z))} \quad (285)$$

Šis sprendinys kartu su sprendiniu (276) nusako adiabatonių sklidimą impulsams išėjus iš terpės.

9.3 Konkretaus atvejo analizė

Gausime sprendinius atskiram atvejui. Tegu antrasis zonduojantis pluoštas, krentantis į atomų terpę yra pastovus:

$$\Omega_2(0, t) = \Omega_{20} \quad (286)$$

o pirmasis yra gausinis impulsas:

$$\Omega_1(0, t) = \Omega_{10} \exp\left(-\frac{(t - t_0)^2}{\tau_0^2}\right) \quad (287)$$

čia τ_0 yra charakteringa impulso trukmė. Tam, kad galiotų adiabatinė aproksimacija, laikėme, kad pradžioje $\psi_C = 0$. Jei atomai pradžioje yra būsenoje $|1\rangle$, tai, kad galiotų adiabatinė aproksimacija, antrasis šviesos pluoštas turi kristi anksčiau negu pirmasis. Įvedame bedimensinius dydžius atstumą matuojant absorbcijos ilgiais $L_{abs} = \frac{L}{\alpha}$, o laiką Γ^{-1} vienetais. Tuomet spręsimė analiziškai imdami parametrus: $\Omega_{10} = 5$, $\Omega_{20} = 6$, impulso plotis $\tau_0 = 5$, o pradinė impulso maksimumo padėtis t_0 turėtų būti daug didesnė už τ_0 , kad pradžioje, kai $t = 0$, pirmo pluošto dar nebūtų $\Omega_1(z = 0, t = 0) \approx 0$, todėl pasirenkame $t_0 = 23$.

Rasime, kam lygi $\zeta(\tau)$, įvesta lygtimi (277) su šiais parametrais. Kai $z = 0$, tai $t = \tau$ ir aptatinį inegralo rėžį galima pakeisti pradiniu laiko momentu $t = \tau = 0$:

$$\zeta(\tau) = \frac{c}{g} \int_0^\tau (|\Omega_1(z = 0, \tau')|^2 + |\Omega_2(z = 0, \tau')|^2) d\tau' \quad (288)$$

$$= \frac{c}{g} \int_0^\tau \Omega_{10}^2 \exp\left(-\frac{2(\tau' - t_0)^2}{\tau_0^2}\right) d\tau' + \frac{c}{g} \int_0^\tau \Omega_{20}^2 d\tau' \quad (289)$$

$$= \frac{c}{g} \Omega_{10}^2 \int_0^\tau \exp\left(-\frac{2(\tau' - t_0)^2}{\tau_0^2}\right) d\tau' + \frac{c}{g} \Omega_{20}^2 \tau \quad (290)$$

Tam, kad suintegruotume Gausinį integralą, atliekame kintamųjų pakeitimą:

$$u' = \frac{\sqrt{2}(\tau' - t_0)}{\tau_0} \quad (291)$$

tuomet:

$$\zeta(\tau) = \frac{c}{g} \frac{\tau_0}{\sqrt{2}} \Omega_{10}^2 \int_{-\frac{\sqrt{2}t_0}{\tau_0}}^{\frac{\sqrt{2}(\tau - t_0)}{\tau_0}} \exp(-u'^2) du' + \frac{c}{g} \Omega_{20}^2 \tau \quad (292)$$

$$= \frac{c}{g} \frac{\tau_0}{\sqrt{2}} \Omega_{10}^2 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}(\tau - t_0)}{\tau_0}\right) - \operatorname{erf}\left(-\frac{\sqrt{2}t_0}{\tau_0}\right) \right) + \frac{c}{g} \Omega_{20}^2 \tau \quad (293)$$

Kai $\tau - t_0 \gg \tau_0$, $\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}(\tau-t_0)}{\tau_0}\right) \approx 1$, o $\operatorname{erf}\left(-\frac{\sqrt{2}t_0}{\tau_0}\right) \approx -1$, $\zeta(\tau)$ asimptotinė išraiška:

$$\zeta(\tau) = \frac{c}{g} \frac{\tau_0}{\sqrt{2}} \Omega_{10}^2 \sqrt{\pi} + \frac{c}{g} \Omega_{20}^2 \tau \quad (294)$$

ir joje galima iškirti nuo τ priklausantį ir nuo τ nepriklausantį narius. Kadangi $\zeta(\tau)$ turi atstumo dimensiją, nuo τ nepriklausantis narys gali būti interpretuojamas kaip charakteringas atstumas, reikalingas adiabatoniui susiformuoti Z_1 :

$$Z_1 = \frac{c}{g} \frac{\tau_0}{\sqrt{2}} \Omega_{10}^2 \sqrt{\pi} \quad (295)$$

Esant pasirinktiems parametrms charakteringas atstumas Z_1 :

$$Z_1 = \frac{5}{\sqrt{2}} 5^2 \sqrt{\pi} = 156,7 \quad (296)$$

matuojant bedimensiniais absorbcijos ilgiais. Mūsų optinės terpės ilgis L bedimensinis vienetais lygus optiniam tankiui, kurio vertę parenkame $\alpha = 500$. Šiuo atveju (285):

$$\chi'(\alpha, \tau) = \frac{\Omega_1(z=0, \zeta^{-1}(\zeta - \alpha))}{\Omega_2(z=0, \zeta^{-1}(\zeta - \alpha))} = \quad (297)$$

$$= \frac{\Omega_{10}}{\Omega_{20}} \exp\left(-\frac{(\zeta^{-1}(\zeta - \alpha) - t_0)^2}{\tau_0^2}\right) \quad (298)$$

kur ζ^{-1} apskaičiuota skaitmeniškai iš lygties (293). Taip pat pasinaudojame sprendiniu (276):

$$\Omega'(\alpha, \tau) = \sqrt{|\Omega_1(z=0, \tau)|^2 + |\Omega_2(z=0, \tau)|^2} \quad (299)$$

$$= \sqrt{\Omega_{10}^2 \exp\left(-\frac{2(\tau - t_0)^2}{\tau_0^2}\right) + \Omega_{20}^2} \quad (300)$$

$$(301)$$

ir iš jų išsireiškiame Ω_2 :

$$\Omega_2(\alpha, \tau) = \sqrt{\frac{\Omega_{10}^2 \exp\left(-\frac{2(\tau-t_0)^2}{\tau_0^2}\right) + \Omega_{20}^2}{1 + \chi'(\alpha, \tau)^2}} \quad (302)$$

$$(303)$$

bei Ω_1 :

$$\Omega_1(\alpha, \tau) = \Omega_2(\alpha, \tau) \chi'(\alpha, \tau) \quad (304)$$

Adiabatonių sklaidimo rezultatas pateiktas skyriuje “Rezultatai ir jų aptarimas”.

10 Adiabatų sklaidimo skaitmeninis rezultatas

10.1 Adiabatų sklaidimo lygtys

Po adiabatines aproksimacijos, gavome dvi uždaras lygtis (262) ir (263) abiejų šviesos laukų sklaidimui:

$$c \frac{\partial}{\partial z} \Omega_1 + \frac{\partial}{\partial t} \Omega_1 = \tilde{g} i \frac{\Omega_- \Omega_2^*}{\Omega \Omega}$$

$$c \frac{\partial}{\partial z} \Omega_2 + \frac{\partial}{\partial t} \Omega_2 = -\tilde{g} i \frac{\Omega_- \Omega_1^*}{\Omega \Omega}$$

kur Ω_- išreiškiamas (235) lygtimi:

$$\Omega_- = i \frac{\Omega_2}{\Omega^2} \frac{\partial}{\partial t} \Omega_1 - i \frac{\Omega_1}{\Omega^2} \frac{\partial}{\partial t} \Omega_2 - \delta \frac{\Omega_1 \Omega_2}{\Omega^2}$$

ir

$$\tilde{g} = c \Gamma \frac{\alpha}{L} \quad (305)$$

Suradome analizinį jų srendinį atskiram atvejui. Dabar spęsimė lygtis skaitmeniškai. Lygtyse (262), (263), (235) taip pat atliekame kintamųjų pakeitimą $(z, t) \rightarrow (z, \tau)$, kur τ nusakomas lygtimi (272). Surandame dalines išvestines:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Omega'_1(z, \tau) = \frac{\partial}{\partial \tau} \Omega'_1 \quad (306)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \Omega'_1(z, \tau) = \frac{\partial}{\partial z} \Omega'_1 - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} \Omega'_1 \quad (307)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \Omega'_2(z, \tau) = \frac{\partial}{\partial \tau} \Omega'_2 \quad (308)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \Omega'_2(z, \tau) = \frac{\partial}{\partial z} \Omega'_2 - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} \Omega'_2 \quad (309)$$

ir po kintamųjų pakeitimo (262), (263), (235) lygtys:

$$c \frac{\partial}{\partial z} \Omega'_1 = \tilde{g} i \frac{\Omega_- \Omega_2^*}{\Omega' \Omega'} \quad (310)$$

$$c \frac{\partial}{\partial z} \Omega'_2 = -\tilde{g}i \frac{\Omega_-'}{\Omega'} \frac{\Omega_1^*}{\Omega'} \quad (311)$$

$$\Omega_- ' = -\delta \frac{\Omega'_1 \Omega'_2}{\Omega'^2} + i \frac{\Omega'_2}{\Omega'^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \Omega'_1 - i \frac{\Omega_1^*}{\Omega'^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \Omega'_2 \quad (312)$$

o pasinaudojus (305) išraiška:

$$\frac{\partial}{\partial z} \Omega'_1 = -i\delta \frac{\Gamma}{L_{abs}} \frac{\Omega'_1 |\Omega'_2|^2}{\Omega'^4} - \frac{\Gamma}{L_{abs}} \frac{|\Omega'_2|^2}{\Omega'^4} \frac{\partial}{\partial \tau} \Omega'_1 + \frac{\Gamma}{L_{abs}} \frac{\Omega'_1 \Omega_2^*}{\Omega'^4} \frac{\partial}{\partial \tau} \Omega'_2 \quad (313)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \Omega'_2 = i\delta \frac{\Gamma}{L_{abs}} \frac{\Omega_2 |\Omega'_1|^2}{\Omega'^4} + \frac{\Gamma}{L_{abs}} \frac{\Omega_2 \Omega_1^*}{\Omega'^4} \frac{\partial}{\partial \tau} \Omega'_1 - \frac{\Gamma}{L_{abs}} \frac{|\Omega'_1|^2}{\Omega'^4} \frac{\partial}{\partial \tau} \Omega'_2 \quad (314)$$

Įvesime bedimensinius dydžius atstumą matuojant absorbcijos ilgiais $L_{abs} = \frac{L}{\alpha}$, o laiką Γ^{-1} vienetais. Pakeičiame $z \rightarrow \frac{z}{L_{abs}}$, $\tau \rightarrow \frac{t}{\Gamma^{-1}}$, o $\Omega'_n \rightarrow \frac{\Omega'_n}{\Gamma}$ Γ prilyginame 1:

$$\frac{\partial}{\partial z} \Omega'_1 = -i\delta \frac{\Omega'_1 |\Omega'_2|^2}{\Omega'^4} - \frac{|\Omega'_2|^2}{\Omega'^4} \frac{\partial}{\partial \tau} \Omega'_1 + \frac{\Omega'_1 \Omega_2^*}{\Omega'^4} \frac{\partial}{\partial \tau} \Omega'_2 \quad (315)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \Omega'_2 = i\delta \frac{\Omega_2 |\Omega'_1|^2}{\Omega'^4} + \frac{\Omega_2 \Omega_1^*}{\Omega'^4} \frac{\partial}{\partial \tau} \Omega'_1 - \frac{|\Omega'_1|^2}{\Omega'^4} \frac{\partial}{\partial \tau} \Omega'_2 \quad (316)$$

ir gavome lygtis, kurias spęsimė skaitmeniškai.

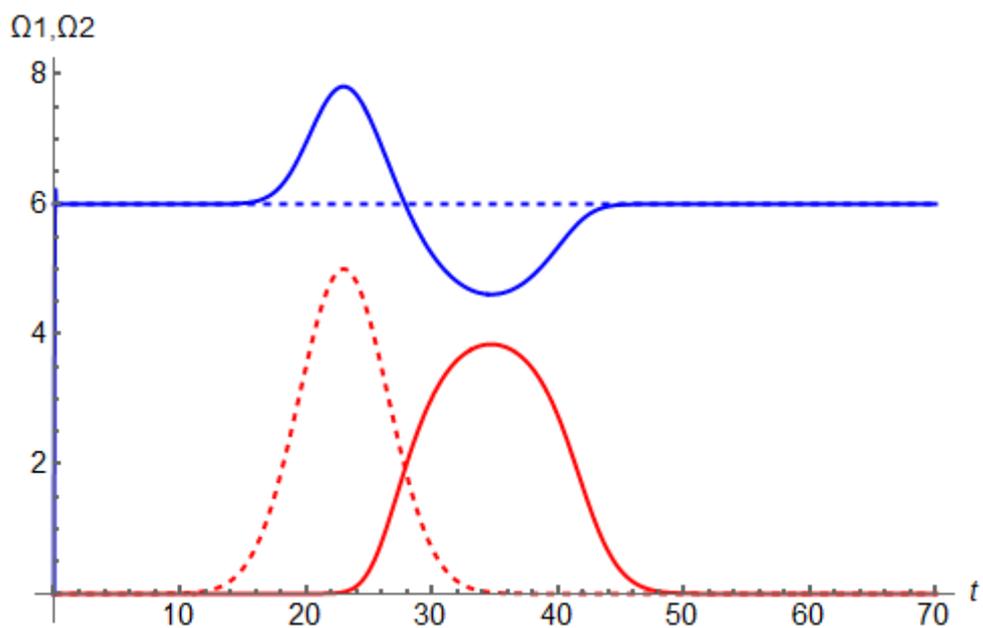
10.2 Konkretaus atvejo analizė

Lygtis (315) ir (316) spęsimė imdami tokius pačius parametrus kaip ir analiziniu atveju bei naudodamiesi *Mathematica* paketu. Šioms lygtims jau turime kraštines sąlygas, nusakomas (286), (287), o pradinės sąlygos yra tokios kad, kai $t = 0$, laukų terpėje nėra $\Omega_1(z, t = 0) = 0$, $\Omega_2(z, t = 0) = 0$. Kad pradinė sąlyga laukui Ω_2 būtų suderinama su kraštine sąlyga (286), imsimė, kad pradinė sąlyga vis gi yra labai greitai gęstanti eksponentė $\Omega_2(z, t) = \Omega_{10} \exp(-1000z)$. Mūsų optinės terpės ilgis L bedimensinias vienetais lygus optiniam tankiui, kurio vertę parenkame $\alpha = 500$, o dvifotonį išderinimą $\delta = 0$. Adiatonų sklidimo rezultatas pateiktas skyriuje “Rezultatai ir jų aptarimas”.

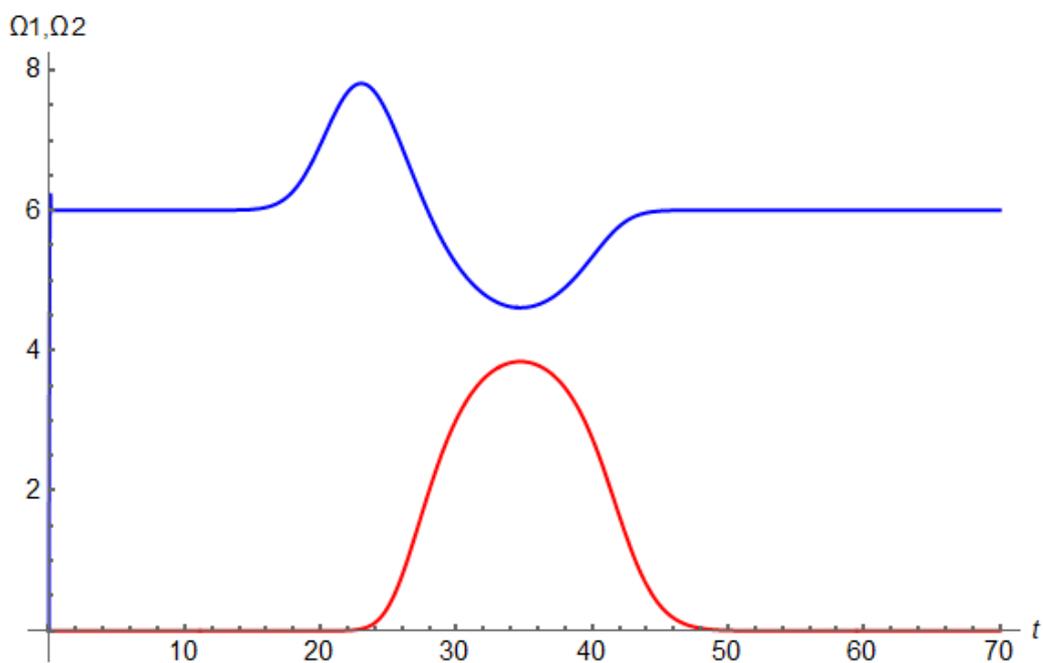
11 Rezultatai ir jų aptarimas

Pasiūlėme šiek tiek kitokį adiabatonių sklidimo sprendimo variantą tinkamą tam atvejui, kai galime nepaisyti sugerties dėl neilgo sąveikos su medžiaga laiko ir esant rezonansui. Adiabatonių sklidimo analizinis rezultatas pavaizduotas 15 pav., kur pateikiama Rabi dažnių priklausomybė nuo laiko t šviesos greičiu c judančioje koordinatinių sistemoje matuojant bedimensianias vienetais. Rabi dažnis Ω_1 terpės pabaigoje vaizduojams raudona spalva, Rabi dažnis Ω_2 - mėlyna spalva, kai įeinančių laukų terpės pradžioje (punktyrinė linija) amplitudžių vertės $\Omega_{10} = 5$ ir $\Omega_{20} = 6$. Tokios vertės gerai išryškina skirtumą tarp silpnos lėtos šviesos ir adiabatonių sklidimo. Matome, kad Ω_1 ir Ω_2 sklidimai nėra nepriklausomi, tačiau bendras laukas nedidelius atstumus sklinda be nuostolių.

Adiabatonių sklidimo skaitmeninis rezultatas pavaizduotas 16 pav., kur žymėjimas yra toks pats kaip ir analiziniu atveju. Palyginus su analiziniu sprendiniu, pavaizduotu 15 pav. Matome, jog sprendiniai idealiai sutampa, o taip pat sutampa su gautaisiais straipsniuose [47], [49] ir paūlytas sprendimas yra tikslus ir taikomas.



15 pav. Analizinis rezultatas: Rabi dažnių Ω_1 (raudona spalva) ir Ω_2 (mėlyna spalva), išeinančių iš atomų terpės (vientisa linija), priklausomybė nuo laiko šviesos greičiu judančioje koordinatinių sistemoje, kai įeinančių laukų (punktyrinė linija) amplitudžių vertės $\Omega_{10} = 5$ ir $\Omega_{20} = 6$, matuojama bedimensianias vienetais



16 pav. Skaitmeninis rezultatas: Rabi dažnių Ω_1 (raudona spalva) ir Ω_2 (mėlyna spalva), išeinančių iš atomų terpės, priklausomybė nuo laiko šviesos greičiu judančioje koordinatinių sistemoje, kai įeinančių laukų amplitudžių vertės $\Omega_{10} = 5$ ir $\Omega_{20} = 6$, matuojama bedimensianias vienetais

Išvados

1. I dalyje gauta lygtis, įskaitanti neadiabatines pataisas antruoju artėjimu, esant elektromagnetiškai indukuotam praskaidrėjimui. Ja naudojantis gauta impulso forma jam praėjus pro rezonansinę šaltų atomų dujų terpę, kai pradinis impulsas yra gausinis, ir nustatyta, kad kuo pradinio impulso plotis yra mažesnis, tuo daugiau jis yra sugeriamas, išplinta ir yra deformuojamas.
2. II dalyje gauta tos pačios lėtos šviesos impulso forma esant sklidimo krypties apgręžimui. Nustatyta, kad zonduojančio impulso deformacija yra didesnė nei esant sklidimui be apgręžimo, jei išsaugojimo metu impulsas telpa į terpės ribojamą aplinką.
3. III dalyje pasiūlytas šiek tiek kitoks nei paprastai adiabatonių sklidimo sprendimas. Gautos lygtys, kuriomis naudojantis analiziškai ir skaitmeniškai išspręstas atvejis, kai pirmojo impulso kitimas yra gausinis, o antrasis pluoštas pastovus. Nustatyta, jog abu rezultatai idealiai sutampa tarpusavyje ir su kitų autorių pateiktais rezultatais, todėl sprendimas yra tikslus ir taikytinas.

Santrauka

Šio darbo metu tyrėme šviesos sklidimą rezonansinėje šaltų atomų dujų terpėje. Silpnam zonduojančiam šviesos pluoštui sklidint per tokią terpę koherentiškai žadinamą didelio intensyvumo kontrolinio šviesos pluošto taip, kad susidaro Λ tipo atomų lygmenų schema, yra stebimas elektromagnetiškai indukuoto praskaidrėjimo reiškinys. Teoriniame modelyje, atliekant adiabatinę aproksimaciją, pirmu artutiniu zonduojantis pluoštas sklinda be sugerties, tačiau atsižvelgimas į neadiabatinės pataisas antruoju artėjimu, numato sugerties buvimą. Ši sugertis taip pat keičia per terpę sklindančio impulso formą. Todėl I dalyje gauta lygtis sklindančio šviesos impulso elektrinio lauko amplitudei, įskaitanti neadiabates pataisas antruoju artėjimu. Ja naudojantis gauta impulso forma jam praėjus pro terpę, kai pradinis impulsas yra gausinis, ir nustatyta, kad kuo pradinio gausinio impulso plotis yra mažesnis, tuo daugiau jis yra sugeriamas, išplinta ir yra deformuojamas. Išjungiant kontrolinį šviesos pluoštą galima zonduojančios šviesos impulsą išsaugoti atomų sukinių sužadinyje, o vėl įjungiant kontrolinį pluoštą - jį atgaminti. Tokio proceso metu, formos kitimas dėl sugerties ypač pasireiškia apgretus lėtos šviesos sklidimo kryptį. Todėl II dalyje gauta tos pačios lėtos šviesos impulso forma esant sklidimo krypties apgretimui. Nustatyta kad esant apgretimui impulsas yra deformuojamas stipriau nei esant sklidimui be apgretimo, jei išsaugojimo metu impulsas telpa į terpės ribojamą aplinką. III dalyje buvo tiriamas adiabatonų sklidimo reiškinys, kuris aptinkamas, kai abu pluoštai yra palyginamai stiprūs. Pasiūlytas šiek tiek kitoks adiabatonų sklidimo sprendimas. Todėl analiziškai ir skaitmeniškai išspręstas atvejis, kai pirmojo impulso kitimas yra gausinis, o antrasis pluoštas yra pastovus. Nustatyta, jog abu rezultatai idealiai sutampa tarpusavyje ir su kitų autorių pateiktais rezultatais, todėl sprendimas yra tikslus ir taikytinas.

LIGHT PROPAGATION IN THE ULTRACOLD ATOMIC GAS

Summary

This research work aims to analyze light propagation in resonant cold atomic gas environment. When weak probe field propagates through such a medium, coherently prepared by strong control field, the electromagnetically induced transparency is observed. In theoretical model under adiabatic approximation the absorption of probe field under resonance is totally eliminated. However non-adiabatic correction provides the absorption of probe field. This absorption also changes the form of propagating probe pulse. In the I part of research we derived equation for slowly varying probe light amplitude including second order non-adiabatic correction. Using the equation we get probe pulse form when initial pulse is gaussian. There was found that for the higher width of initial pulse, the absorption, spread and deformation of propagating pulse is smaller. By turning off the control field the probe can be stored in spin excitation of the atoms. By turning on the control field the probe can be restored. During this process the deformation of probe field due to absorption is significant when propagation direction is changed. In the II part we get the same probe pulse when propagation direction is changed after stopping it. There was found that this way pulse is deformed more than in the I part if it fitted in the medium during the stopping. In the III part there was investigated propagation of adiabats when probe and coupling pulses have comparable strength. There was proposed different method of solution to get propagation equations of adiabats. Using initial probe field as gaussian and constant control field we get numerical and analytical results which match perfectly to each other and to other authors work.

Literatūros sąrašas

- [1] M. Fleischhauer, M. D. Lukin, Dark-state polaritons in electromagnetically induced transparency, *Physical Review Letters* **84**(22), 5094 (2000).
- [2] M. Lukin, S. Yelin, M. Fleischhauer, Entanglement of atomic ensembles by trapping correlated photon states, *Physical Review Letters* **84**(18), 4232 (2000).
- [3] D. Phillips, A. Fleischhauer, A. Mair, R. Walsworth, M. D. Lukin, Storage of light in atomic vapor, *Physical Review Letters* **86**(5), 783 (2001).
- [4] M. Fleischhauer, A. Imamoglu, J. P. Marangos, Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media, *Reviews of modern physics* **77**(2), 633 (2005).
- [5] B. W. Shore, The theory of coherent atomic excitation, volume 2, multilevel atoms and incoherence, *The Theory of Coherent Atomic Excitation, Volume 2, Multilevel Atoms and Incoherence*, by Bruce W. Shore, pp. 1736. ISBN 0-471-52416-6. Wiley-VCH, July 1990. 1736 (1990).
- [6] S. E. Harris, J. Field, A. Imamoglu, Nonlinear optical processes using electromagnetically induced transparency, *Physical Review Letters* **64**(10), 1107 (1990).
- [7] G. Alzetta, G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, and G. Orriols, *nuovo cimento b* **36**, 5 (1976)., *Nuovo Cimento B* **36**, 5 (1976).
- [8] E. Arimondo, V coherent population trapping in laser spectroscopy, in *Progress in optics* (Elsevier, 1996), volume 35, 257–354.
- [9] U. Fano, Effects of configuration interaction on intensities and phase shifts, *Physical Review* **124**(6), 1866 (1961).
- [10] K. Boller, K. Boller, A. Imamoglu, and S. E. Harris, *phys. rev. lett.* **66**, 2593 (1991)., *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2593 (1991).
- [11] L. V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton, C. H. Behroozi, Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas, *Nature* **397**(6720), 594–598 (1999).
- [12] R. M. Camacho, M. V. Pack, J. C. Howell, A. Schweinsberg, R. W. Boyd, Wide-bandwidth, tunable, multiple-pulse-width optical delays using slow light in cesium vapor, *Physical review letters* **98**(15), 153601 (2007).
- [13] R. W. Boyd, D. J. Gauthier, Controlling the velocity of light pulses, *Science* **326**(5956), 1074–1077 (2009).

- [14] L. Brillouin, *Wave propagation and group velocity*, volume 8 (Academic Press, 2013).
- [15] R. Y. Chiao, Superluminal (but causal) propagation of wave packets in transparent media with inverted atomic populations, *Physical Review A* **48**(1), R34 (1993).
- [16] P. W. Milonni, *Fast light, Slow Light and Left-Handed Light*, (Bristol, England: Institute of Physics, 2005) (2005).
- [17] S. Chu, S. chu and s. wong, *phys. rev. lett.* 48, 738 (1982)., *Phys. Rev. Lett.* **48**, 738 (1982).
- [18] R. Chiao, A. Steinberg, *Progress in optics*, edited by e, Wolf Elsevier, Amsterdam **37**, 347–406 (1997).
- [19] A. Dargys, A. Acus, *Dviejų ir trijų lygmenų atomai ir sistemos kvantinėje mechanikoje* (2011).
- [20] S. Harris, J. Field, A. Kasapi, Dispersive properties of electromagnetically induced transparency, *Physical Review A* **46**(1), R29 (1992).
- [21] A. Kasapi, M. Jain, G. Yin, S. E. Harris, Electromagnetically induced transparency: propagation dynamics, *Physical review letters* **74**(13), 2447 (1995).
- [22] O. Schmidt, R. Wynands, Z. Hussein, D. Meschede, Steep dispersion and group velocity below $c/3000$ in coherent population trapping, *Physical Review A* **53**(1), R27 (1996).
- [23] M. Xiao, Y.-q. Li, S.-z. Jin, J. Gea-Banacloche, Measurement of dispersive properties of electromagnetically induced transparency in rubidium atoms, *Physical Review Letters* **74**(5), 666 (1995).
- [24] A. Turukhin, V. Sudarshanam, M. Shahriar, J. Musser, B. Ham, P. Hemmer, Observation of ultraslow and stored light pulses in a solid, *Physical Review Letters* **88**(2), 023602 (2001).
- [25] S. Harris, L. V. Hau, Nonlinear optics at low light levels, *Physical Review Letters* **82**(23), 4611 (1999).
- [26] V. Kozlov, S. Wallentowitz, S. Raghavan, Ultrahigh reflection from a medium with ultraslow group velocity, *Physics Letters A* **296**(4-5), 210–213 (2002).
- [27] A. B. Matsko, O. Kocharovskaya, Y. Rostovtsev, G. R. Welch, A. S. Zibrov, M. O. Scully, Slow, ultraslow, stored, and frozen light, *Advances in Atomic Molecular and Optical Physics* **46**, 191–242 (2001).
- [28] M. Fleischhauer, Fleischhauer, m., and md lukin, 2002, *phys. rev. a* 64, 022314., *Phys. Rev. A* **64**, 022314 (2001).

- [29] A. Mair, J. Hager, D. Phillips, R. Walsworth, M. Lukin, Phase coherence and control of stored photonic information, *Physical Review A* **65**(3), 031802 (2002).
- [30] C. Liu, Z. Dutton, C. H. Behroozi, L. V. Hau, Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses, *Nature* **409**(6819), 490 (2001).
- [31] S. Harris, Electromagnetically induced transparency with matched pulses, *Physical review letters* **70**(5), 552 (1993).
- [32] S. Harris, Z.-F. Luo, Preparation energy for electromagnetically induced transparency, *Physical Review A* **52**(2), R928 (1995).
- [33] R. Grobe, F. T. Hioe, J. Eberly, Formation of shape-preserving pulses in a nonlinear adiabatically integrable system, *Physical review letters* **73**(24), 3183 (1994).
- [34] K. Bergmann, H. Theuer, B. Shore, Coherent population transfer among quantum states of atoms and molecules, *Reviews of Modern Physics* **70**(3), 1003 (1998).
- [35] M. Fleischhauer, A. S. Manka, Propagation of laser pulses and coherent population transfer in dissipative three-level systems: An adiabatic dressed-state picture, *Physical Review A* **54**(1), 794 (1996).
- [36] E. Cerboneschi, E. Arimondo, Transparency and dressing for optical pulse pairs through a double- λ absorbing medium, *Physical Review A* **52**(3), R1823 (1995).
- [37] B. Macke, B. Ségard, Slow light in saturable absorbers, *Physical Review A* **78**(1), 013817 (2008).
- [38] Z. Shi, R. W. Boyd, D. J. Gauthier, C. Dudley, Enhancing the spectral sensitivity of interferometers using slow-light media, *Optics letters* **32**(8), 915–917 (2007).
- [39] W. Xue, S. Sales, J. Capmany, J. Mørk, Microwave phase shifter with controllable power response based on slow-and fast-light effects in semiconductor optical amplifiers, *Optics letters* **34**(7), 929–931 (2009).
- [40] J. Ruostekoski, D. Walls, Coherent population trapping of bose-einstein condensates: Detection of phase diffusion, *The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics* **5**(3), 335–339 (1999).
- [41] F. Zimmer, M. Fleischhauer, Sagnac interferometry based on ultraslow polaritons in cold atomic vapors, *Physical review letters* **92**(25), 253201 (2004).
- [42] M. Mašalas, M. Fleischhauer, Scattering of dark-state polaritons in optical lattices and quantum phase gate for photons, *Physical Review A* **69**(6), 061801 (2004).

- [43] J. Cirac, J. Cirac, P. Zoller, H. J. Kimble, and H. Mabuchi, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3221 (1997).
- [44] C. Schori, C. Schori, B. Julsgaard, J. L. Sørensen, and E. S. Polzik, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 057903 (2002).
- [45] D. James, D. F. V. James and P. G. Kwiat, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 183601 (2002).
- [46] M. O. Scully, M. S. Zubairy, *Quantum optics* (1999).
- [47] R. Grobe, R. Grobe, F. Hioe, and J. H. Eberly, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3183 (1994).
- [48] J. H. Eberly, Transmission of dressed fields in three-level media, *Quantum and Semiclassical Optics: Journal of the European Optical Society Part B* **7**(3), 373 (1995).
- [49] M. Fleischhauer, M. Fleischhauer and A. S. Manka, *Phys. Rev. A* **54**, 794 (1996).
- [50] Y.-L. Chuang, R.-K. Lee, A. Y. Ite, Optical-density-enhanced squeezed-light generation without optical cavities, *Physical Review A* **96**(5), 053818 (2017).
- [51] G. Grigoryan, Y. Pashayan, Propagation of pulses in a three-level medium at exact two-photon resonance, *Physical Review A* **64**(1), 013816 (2001).