

Vilniaus universitetas
Fizikos fakultetas
Cheminės fizikos institutas

Giedrius Tušinskis

ELEKTROMAGNETINIŲ BANGŲ SKLAIDA FERITINIŲ RITINIŲ RINKINIU,
PATALPINTU DIELEKTRINIAME GAUBIANČIAJAME RITINYJE

Magistrantūros studijų baigiamasis darbas

Teorinės fizikos ir astrofizikos
studijų programa

Studentas

Giedrius Tušinskis

Leista ginti

2018-05-25

Darbo vadovas

doc. Juozas Bučinskas

Recenzentas

doc. Kęstutis Svirskas

Instituto direktorius

prof. Valdas Šablinskas

Vilnius 2018

| | |
|--|----|
| Turinys | |
| Įvadas..... | 3 |
| Literatūros apžvalga | 4 |
| 1. Elektromagnetinis laukas cilindrinėje koordinačių sistemoje..... | 6 |
| 1.1. Elektromagnetinio lauko lygtys izotropinėje terpėje..... | 6 |
| 1.2. Maksvelo lygčių sprendinys harmoninių laukų atveju..... | 7 |
| 1.3. Maksvelo lygčių sprendinys vienašėje terpėje..... | 9 |
| 1.4. Ferito tipo terpės skvarbų tenzoriai | 12 |
| 1.5. Maksvelo lygčių sprendinys feritinėje terpėje..... | 14 |
| 2. TE ir TM bangų potencialai sklaidant kompoziciniu ritiniu | 20 |
| 3. Kraštinių sąlygų lygčių sistema..... | 22 |
| 3.1. Lygtys amplitudėms ant gaubiančiojo ritinio | 22 |
| 3.2. Lygtys amplitudėms ant vidinio ritinio gaubiančiajame ritinyje..... | 25 |
| 4. Skaičiavimų aptarimas | 28 |
| Rezultatai ir išvados | 37 |
| Summary..... | 41 |

Įvadas

Elektromagnetinių bangų sklaidos uždavinių sprendimas išlieka aktualus dėl sparčiai vystomo medžiagų mokslo, naujai sukuriamų ir esamų medžiagų pritaikymų optikos ir elektronikos prietaisuose paieškos, esamų prietaisų funkcinių savybių tobulinimo perspektyvų, galimybės atrasti naujas medžiagų savybes, kurias būtų galima pritaikyti praktikoje [1, 2]. Kadangi sklaidos ritiniais ir sferomis uždaviniams galima rasti analizinį Maksvelo lygčių kraštinio uždavinio sprendinį, jie yra plačiai tyrinėjami [3, 4, 5, 6, 7]. Analizinį sprendinį panaudojant Grafo cilindrinų funkcijų sudėties teoremą galima rasti ir sklaidos lygiagrečių ritinių rinkiniu uždaviniui [3]. Iš lygiagrečių periodiškai išdėstytų ritinių pagaminti dariniai – dvimačiai fotoniniai kristalai – perspektyvus tyrimų objektas dėl to, kad jais galima keisti spindulio sklaidimo kryptį arba filtruoti tam tikrų dažnių spinduliuotę [8, 9]. Sklaidos dariniais pagamintais iš sočiai įmagnetinto ferito atvejis itin svarbus ieškant būdo efektyviai valdyti išsklaidytą spinduliuotę. Čia svarbi ferito savybė – magnetinės skvarbos tenzoriaus elementų verčių valdymas išoriniu magnetiniu lauku [10]. Taip pat, dėl ferito anizotropijos galima tikėtis, kad magnetinės skvarbos tenzoriaus elementų valdymas leistų keisti išsklaidyto spindulio kryptį [11]. Kai sklaidantis darinys pagamintas iš izotropinių dielektrinių ar vienaasių medžiagų, pakeisti realias skvarbų dalis, kai fiksuotas krentančios bangos dažnis, galima tik keičiant elektromagnetinę spinduliuotę sklaidančių elementų medžiagą.

Išsprendus sklaidos dvimačiu fotoniniu kristalu, kurio elementai pagaminti iš ferito, uždavinį keičiant fotoninio kristalo elementų išdėstymą būtų galima sukurti išsklaidytą spinduliuotę su reikalingos formos intensyvumo pasiskirstymu, o keičiant feritą įmagnetinančio lauko stiprį – valdyti šios spinduliuotės kryptį.

Šio darbo tikslas – išspręsti sklaidos kraštinį uždavinį, kai plokščia monochromatinė elektromagnetinė banga sklaidoma izotropiniu dielektriniu ritiniu, kurio viduje patalpinti lygiagretūs plonesni ritiniai, pagaminti iš ferito arba (ir) vienaasės arba (ir) izotropinės dielektrinės medžiagos.

Darbo užduotys:

1. Maksvelo lygčių sprendinius feritinėje, vienaasėje ir izotropinėje dielektrinėje terpėse cilindrinėje koordinačių sistemoje pritaikyti sklaidos izotropiniu dielektriniu ritiniu, kurio viduje yra lygiagretūs ritiniai iš feritinės ir (arba) vienaasės ir (arba) izotropinės dielektrinės medžiagos, kraštinio uždavinio sprendiniui rasti ir parašyti programinį kodą išsklaidytų bangų kuriamo lauko skaičiavimui.
2. Atlikti bandomuosius sklaidos kompoziciniu ritiniu su lygiagrečiais vidiniais ritiniais iš ferito, vienaasės arba (ir) izotropinės dielektrinės medžiagos sklaidos charakteristikų skaičiavimus.

Literatūros apžvalga

Daugeliu atveju rasti Maksvelo lygčių kraštinio uždavinio sprendinį analiziniu pavidalu nepavyksta. Rasti analizinį sprendinį galima tik, kai terpių skiriamieji paviršiai yra koordinatiniai [12]. Dėl šios priežasties sudėtingiems uždaviniams, taikomiems praktikoje, spęsti naudojami skaitiniai metodai. Skaitmeninius metodus galima išskirti į dvi pagrindines grupes – integralinių lygčių metodus ir tiesioginius metodus [13]. Sprendžiant tiesioginiais metodais kraštinės sąlygos užrašomos laukų dedamųjų reikšmių tinklelio mazguose atžvilgiu, o integralinių lygčių metodais – svorinių funkcijų reikšmių atžvilgiu [14, 15]. Svarbus integralinių lygčių metodo privalumas tas, kad suradus svorinių funkcijų pasiskirstymą, kompiuterio atmintyje nereikia saugoti laukų pasiskirstymo ir galima apskaičiuoti laukų dedamųjų vertes bet kuriame srities taške. Panaudojant paviršines integralines lygtis galima sumažinti sprendžiamo uždavinio laisvės laipsnių skaičių, taip supaprastinant uždavinio sprendimą [16].

Tiesioginiuose metoduose diferencialinėse Maksvelo lygtyse visos laukų dedamųjų išvestinės yra pakeičiamos baigtiniais skirtumais [17]. Labiausiai paplitęs Kane S. Yee pasiūlytas skirtuminių sąryšių sudarymo metodas [18]. Šis metodas plačiai taikomas sprendžiant sklaidos uždavinius mikrobangų ir milimetrinių bangų ruožuose, kadangi užrašant skaičiavimo uždavinį principinių sunkumų nesukelia tai, koks yra žadinantis laukas, terpių parametrų priklausomybė nuo koordinatų ir terpes skiriančių paviršių forma [19]. Lyginant su integralinių lygčių metodais, tiesioginiai metodai reikalauja spęsti didesnės eilės tiesinių algebrinių lygčių sistemas. Jeigu sritis neribota, tiesioginiuose metoduose taip pat naudojamos kokybinės analizinių sprendinių savybės.

Skirtingi kraštinio uždavinio sprendimo metodai turi bendrumų. Integralinių lygčių metodų elementai naudojami tiesioginiuose metoduose susiejant elektrinio ir magnetinio laukų stiprių vertes ant tinklelio narvelio sienelių ar ant narvelio sienelės kraštinių [20, 21]. Tiesioginiuose metoduose išvestinių skirtuminis pavidalas naudojamas integralinių lygčių metoduose apytiksliai užrašant kraštinę sąlygą singuliarių lygčių atveju. Tiek tiesioginiuose, tiek integralinių lygčių metoduose naudojamos analizinės Gryno funkcijų ir laukų išraiškos, gautos sprendžiant sklaidos ritiniu ar rutuliu uždavinį, norint fizikiniu požiūriu priimtiniu būdu aprašyti laukus begalinėse srityse [20, 22].

Vieni svarbiausių uždavinių elektrodinamikoje yra tie, kuriems pavyksta rasti analizinį Maksvelo lygčių kraštinio uždavinio sprendinį. Radus analizinį sklaidos uždavinio sprendinį tiek tiksliai apskaičiuojamas išsklaidyto lauko pasiskirstymas, kiek tikslus terpės atsako į elektromagnetinę spinduliuotę modelis. Analizinį sprendinį galima rasti sklaidos sfera ar begalinio ilgio ritiniu uždaviniui [12]. Siekiant rasti sklaidos kompoziciniu ritiniu su vidiniais ritiniais uždavinio

sprendinį susiduriama su sprendinio užrašymo ir skaitinių metodų taikymo problemomis. Kai banga sklaidoma ritinių rinkiniu, kurių vieni yra daug plonesni už kitus, sudėtinga tiksliai įvertinti ritinių perspinduliuojamas bangas. Toks uždavinys darbe [23] spęstas taikant asimptotinius metodus. Sklaidos begalinio gaubiančių ritinių rinkiniu, kurių kiekviename yra fiksuotas ritinių rinkinys, uždaviniui spręsti taikytas sklaidos matricos metodas [24]. Sklaidos matricos metodas taip pat taikytas tirti sklaidai periodine gardele, kurios elementarus narvelis sudarytas iš dviejų ritinių [25] ir ritinių, išdėstytų ant koncentrinė apskritimų, rinkiniu [26]. Sudėtingesnis uždavinys, kai fotoninis kristalas, sudarytas iš ritinių, sklaido Herco dipolio, esančio fotoninio kristalo viduje, spinduliuojamas bangas, aprašytas [27] straipsnyje. Čia taip pat taikomas sklaidos matricos metodas, ritinių perspinduliuojamos bangos ir Herco dipolio spinduliuojamos bangos aprašomos asimptotinėmis formulėmis. Praktiniams taikymams taip pat perspektyvūs sklaidos uždaviniai, kai sklaidomas, pavyzdžiui, Gausinis elektromagnetinės spinduliuotės pluoštas [28, 29]. Tobulinant optikos ir elektronikos įtaisus labai perspektyvūs elementai iš anizotropinių medžiagų. Tuo tikslu ieškoma metodų rasti tikslus sklaidos uždavinių sprendinius vienašėse ir sočiai įmagnetinto ferito terpėse [11, 30]. Sklaidos dariniais pagamintais iš ferito atvejis itin svarbus dėl to, kad galima išoriniu magnetiniu lauku valdyti ferito magnetinės skvarbos tenzorius elementus [10, 31], o tuo pačiu ir išsklaidytų laukų pasiskirstymą. Sklaidos daugiasluoksniu ritiniu, kurio sluoksniai pagaminti iš izotropinės dielektrinės arba vienašės medžiagos, spęstas darbe [32]. Analizinis Maksvelo lygčių kraštinio uždavinio sprendinys pateiktas darbe [11], taip pat parodyta ferito anizotropijos įtaka Pointingo diagramoms.

Perspektyvi ir sklaidos anglių nanovamzdeliais uždavinių sprendimo sritis bei jų pritaikymo nanoelektronikoje, nanoantenose ar įprastų elektronikos įtaisų funkcinių savybių gerinimui paieška [33, 34, 35]. Makroskopinės elektrodinamikos dėsniai gerai aprašo elektromagnetinių bangų sklaidą nanovamzdeliais, kai neatsižvelgiama į kvantinius efektus [36].

Norint tirti sklaidą ritinių rinkiniu, pagamintu iš įvairių medžiagų, reikalingas atitinkamo uždavinio sprendinys ir programinis kodas, realizuojantis matematinės idėjas. Šiame darbe sprendžiamas sklaidos uždavinys, kai plokščia elektromagnetinė banga sklaidoma kompoziciniu ritiniu su vidiniais ritiniais iš ferito ir (arba) vienašės ir (arba) izotropinės dielektrinės medžiagos. Tokio tipo uždavinių sprendimų literatūroje nepavyko aptikti.

1. Elektromagnetinis laukas cilindrinėje koordinačių sistemoje

1.1. Elektromagnetinio lauko lygtys izotropinėje terpėje

Elektromagnetinį lauką izotropinėje terpėje aprašo Maksvelo lygtys [10]

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \frac{\partial}{\partial t}\vec{D} + \vec{j} + \vec{j}^p, \quad (1.1.1)$$

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}, \quad (1.1.2)$$

$$\operatorname{div}\vec{D} = \rho, \quad (1.1.3)$$

$$\operatorname{div}\vec{B} = 0, \quad (1.1.4)$$

čia \vec{D} - elektrinė indukcija, \vec{B} - magnetinė indukcija, \vec{H} magnetinio lauko stipris, \vec{E} - elektrinio lauko stipris, \vec{j} - laidumo srovių tankis, \vec{j}^p - pašalinių šaltinių kuriamų srovių tankis, ρ - erdvinio krūvio tankis.

Spinduliavimo uždaviniuose svarbūs dydžiai yra pašalinių šaltinių kuriamos srovės tankis \vec{j}^p bei erdvinio krūvio tankis ρ . Sklaidos uždaviniuose nėra pašalinių srovių šaltinių, o erdvinis krūvis nesusidaro. Sklaidos uždaviniuose yra žinomas krentančių bangų laukas, kuris yra įskaitomas į kraštines sąlygas.

Kad lygčių sistema (1.1.1)-(1.1.4) būtų uždara yra papildoma medžiaginiai sąryšiais [34]

$$\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H} \quad (1.1.5)$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E} \quad (1.1.6)$$

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} \quad (1.1.7)$$

čia $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \left[\frac{\text{F}}{\text{m}} \right]$ - elektrinė konstanta, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{H}}{\text{m}} \right]$ - magnetinė konstanta, μ - terpės

santykinė magnetinė skvarba, ε - terpės santykinė elektrinė skvarba, σ - terpės laidumas.

Bendros medžiaginių sąryšių išraiškos, nusakančios terpės atsaką į žadinantį elektromagnetinį lauką turi pavidalą [37, 38]

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \int d\vec{r}' \int dt' \tilde{\varepsilon}(r - \vec{r}', t - t') \vec{E}(\vec{r}', t'). \quad (1.1.8)$$

Galiojant terpės modeliui su lokalia atsako funkcija

$$\tilde{\varepsilon}(r - \vec{r}', t - t') = \delta(r - \vec{r}') \varepsilon(t - t') \quad (1.1.9)$$

indukcijos ir elektrinio lauko stiprio medžiaginio sąryšio (1.1.1) integralinis Furjė atvaizdis pagal laiką turi pavidalą

$$\vec{D}(\vec{r}, \omega) = \varepsilon_0 \varepsilon(\omega) \vec{E}(\vec{r}, \omega). \quad (1.1.10)$$

Galiojant medžiaginiams sąryšiams (1.1.3) sklaidos uždavinių sprendimui patogiau taikyti dalinių sričių metodą ir operuoti Maksvelo lygčių integraliniais Furjė atvaizdžiais pagal laiką

$$\text{rot } \vec{H}(\vec{r}, \omega) = i\omega \varepsilon_0 \varepsilon(\omega) \vec{E}(\vec{r}, \omega) + \sigma(\omega) \vec{E}(\vec{r}, \omega), \quad (1.1.11)$$

$$\text{rot } \vec{E}(\vec{r}, \omega) = -i\omega \mu_0 \mu(\omega) \vec{H}(\vec{r}, \omega), \quad (1.1.12)$$

$$\varepsilon_0 \varepsilon(\omega) \text{div } \vec{E}(\vec{r}, \omega) = 0, \quad (1.1.13)$$

$$\mu_0 \mu(\omega) \text{div } \vec{H}(\vec{r}, \omega) = 0. \quad (1.1.14)$$

Lygtimis (1.1.4)-(1.1.7) aprašomos nuostoviojo harmoninio elektromagnetinio lauko amplitudės fiksuotai ciklinio dažnio ω vertei, o tokių laukų bendras pavidas yra $\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{A}(\vec{r}, \omega) \exp(i\omega t)$.

Lygtį (1.1.4) galima užrašyti taip:

$$\text{rot } \vec{H}(\vec{r}, \omega) = i\varepsilon_0 \omega \left(\varepsilon(\omega) - \frac{i\sigma(\omega)}{\varepsilon_0 \omega} \right) \vec{E}(\vec{r}, \omega), \quad (1.1.15)$$

Čia dydis $\varepsilon(\omega) - \frac{i\sigma(\omega)}{\varepsilon_0 \omega}$ vadinamas kompleksine elektrine skvarba ir toliau bus žymimas simboliu ε , turint omenyje, kad tai yra kompleksinė konstanta, esant fiksuotai dažnio vertei. Magnetinę skvarbą toliau taip pat laikysime kompleksine konstanta.

1.2. Maksvelo lygčių sprendinys harmoninių laukų atveju

Tegul turime begalinio ilgio spindulio R ritinį, kuris padarytas iš izotropinės medžiagos. Cilindrinę koordinatų sistemą pasirenkame taip, kad koordinatinė ašis z sutaptų su ritinio simetrijos ašimi. Maksvelo lygčių (1.1.11)-(1.1.14) sprendinį užrašome kaip skersinės elektrinės (TE) ir skersinės magnetinės (TM) bangų superpoziciją [12], panaudodami Bromvičo [39] potencialus

$$E_z = -\frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial W}{\partial \rho} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{1}{\rho} \frac{\partial W}{\partial \varphi} \right\}, \quad (1.2.1)$$

$$E_\rho = ih \frac{\partial W}{\partial \rho} - \frac{i\omega \mu_0 \mu}{\rho} \frac{\partial V}{\partial \varphi}, \quad (1.2.2)$$

$$E_\varphi = \frac{ih}{\rho} \frac{\partial W}{\partial \varphi} + i\omega \mu_0 \mu \frac{\partial V}{\partial \rho}, \quad (1.2.3)$$

$$H_z = -\frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \rho} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \varphi} \right\}, \quad (1.2.4)$$

$$H_\rho = \frac{i\omega\varepsilon_0\varepsilon}{\rho} \frac{\partial W}{\partial \varphi} + ih \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \rho}, \quad (1.2.5)$$

$$H_\varphi = -i\omega\varepsilon_0\varepsilon \frac{\partial W}{\partial \rho} + \frac{ih}{\rho} \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \varphi}. \quad (1.2.6)$$

Prieš gaunant formules (1.2.1)-(1.2.6) lygtims (1.1.11)-(1.1.12) atlikta integralinė Furjė transformacija koordinatės z atžvilgiu, čia h - Furjė parametras, W - TM bangos, o V - TE bangos Bromvičo potencialai, kurie tenkina Helmholco lygtį

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial W}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} + (k^2 \varepsilon \mu - h^2) W = 0. \quad (1.2.7)$$

Čia $k = \frac{\omega}{c}$ - uždavinio banginis skaičius, c - šviesos greitis vakuume.

Lygties (1.2.7) sprendiniai yra cilindrinės harmonikos [39]

$$W = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(A_n J_n(\sqrt{k^2 \varepsilon \mu - h^2} \rho) + A_n N_n(\sqrt{k^2 \varepsilon \mu - h^2} \rho) \right) \exp(in\varphi). \quad (1.2.8)$$

Čia $J_n(w)$ - indekso n cilindrinė Beselio funkcija, $N_n(w)$ - indekso n cilindrinė Noimano funkcija, $A_n^{(1)}$ ir $A_n^{(2)}$ - integravimo konstantos. Kraštinių uždavinių sprendinyje už radialiąsias funkcijas patogiau imti pirmos ir antros rūšies Hankelio funkcijas. Hankelio funkcijos su Beselio ir Noimano funkcijomis susietos sąryšiais

$$H_n^{(1)}(w) = J_n(w) + iN_n(w), \quad (1.2.9)$$

$$H_n^{(2)}(w) = J_n(w) - iN_n(w). \quad (1.2.10)$$

Pirmos rūšies Hankelio funkcijų $H_n^{(1)}(w)$ amplitudė mažėja artėjant prie koordinatės pradžios, o antros rūšies Hankelio funkcijų $H_n^{(2)}(w)$ – tolstant nuo koordinatės pradžios. Toks radialiųjų funkcijų elgesys leidžia užtikrinti spinduliavimo sąlygas begalinėje srityje vien tik parenkant tinkamos rūšies Hankelio funkcijas potencialų išraiškose.

1.3. Maksvelo lygčių sprendinys vienašėje terpėje

Anizotropinės terpės atveju elektrinės arba magnetinės skvarbos yra ne konstantos, o tenzoriai [12]. Elektrinės ir magnetinės skvarbos tenzoriai yra simetriniai ir juos visada galima diagonalizuoti. Imkime atskaitos sistemą, kur Dekarto koordinačių sistemoje skvarbos tenzorius turi pavidalą

$$\hat{\varepsilon}_{Dekarto} = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{vmatrix} \quad (1.3.1)$$

Norėdami pereiti prie cilindrinės koordinačių sistemos, pasinaudojame sąryšiais tarp Dekarto ir cilindrinės koordinačių sistemų ortų ir gauname, jog cilindrinėje koordinačių sistemoje, kurios ašis z sutampa su Dekarto sistemos ašimi z , tenzorius (1.3.1) turi pavidalą

$$\hat{\varepsilon} = \begin{vmatrix} \varepsilon_x \cos^2(\varphi) + \varepsilon_y \sin^2(\varphi) & (\varepsilon_y - \varepsilon_x) \sin(\varphi) \cos(\varphi) & 0 \\ (\varepsilon_y - \varepsilon_x) \sin(\varphi) \cos(\varphi) & \varepsilon_x \sin^2(\varphi) + \varepsilon_y \cos^2(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{vmatrix} \quad (1.3.2)$$

ir tenzorius (1.3.2) komponentės yra koordinačių funkcijos. Akivaizdu, kad vienašės terpės atveju, kai anizotropijos ašis lygiagreti koordinatinei ašiai z , skvarbos tenzorius išlieka diagonalus, nes tada $\varepsilon_x = \varepsilon_y$. Bendru atveju, kai tenzorius (1.3.1) elementai yra konstantos, cilindrinėje koordinačių sistemoje tenzorius elementai tampa koordinačių funkcijomis ir būdai rasti analizinį Maksvelo lygčių sprendinį nėra žinomi.

Iš kitos pusės, jeigu tarsime, kad cilindrinėje atskaitos sistemoje skvarbos tenzorius pavidalas yra

$$\hat{\varepsilon} = \begin{vmatrix} \varepsilon_\rho & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{vmatrix}, \quad (1.3.3)$$

tai Dekarto koordinačių sistemoje tenzorius (1.3.3) turi pavidalą

$$\hat{\varepsilon}_{Dekarto} = \begin{vmatrix} \varepsilon_\rho \frac{x^2}{x^2 + y^2} + \varepsilon_\varphi \frac{y^2}{x^2 + y^2} & \frac{(\varepsilon_\rho - \varepsilon_\varphi)xy}{x^2 + y^2} & 0 \\ \frac{(\varepsilon_\rho - \varepsilon_\varphi)xy}{x^2 + y^2} & \varepsilon_\rho \frac{y^2}{x^2 + y^2} + \varepsilon_\varphi \frac{x^2}{x^2 + y^2} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{vmatrix} \quad (1.3.4)$$

ir jo elementai priklauso nuo koordinačių. Todėl priėmus, kad elektrinės skvarbos tenzorius yra diagonalus cilindrinėje koordinačių sistemoje, kartu daroma prielaida apie tenzorius elementų

priklausomybių nuo koordinačių pavidalą. Kaip matome iš šio pavyzdžio, praktiškai sukurti terpę, kurios skvarbos būtų nepriklausomos nuo koordinačių, yra sudėtinga.

Toliau ieškomas Maksvelo lygčių kraštinio uždavinio sprendinys sklaidai vienašiu ritiniu [12]. Tegul poliarizuota monochromatinė elektromagnetinė banga yra sklaidoma begalinio ilgio ritiniu pagamintu iš vienašės medžiagos, o vienašio ritinio elektrinės ir magnetinės skvarbos tenzoriai cilindrinėje koordinačių sistemoje turi pavidalą

$$\hat{\varepsilon} = \begin{vmatrix} \varepsilon_t & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_t & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_p \end{vmatrix}, \quad (1.3.5)$$

$$\hat{\mu} = \begin{vmatrix} \mu_t & 0 & 0 \\ 0 & \mu_t & 0 \\ 0 & 0 & \mu_p \end{vmatrix}. \quad (1.3.6)$$

Čia apatinis indeksas nurodo tenzorius diagonalinį elementą.

Esant (1.3.5) ir (1.3.6) tipo elektrinės ir magnetinės skvarbos tenzorių pavidalams, Maksvelo lygtys gali būti skaliarizuojamos, kaip ir izotropinės terpės atveju. Šiuo atveju skersinės elektrinės ir skersinės magnetinės bangų potencialų diferencialinės lygtys yra skirtingos, bet Helmholco tipo. Izotropinės terpės atveju gaunama ta pati diferencialinė lygtis abiemis bangų potencialams.

Maksvelo lygtys anizotropinėje terpėje nusistovėjus harmoniniam režimui turi pavidalą

$$\nabla \vec{H} = i\omega \varepsilon_0 \hat{\varepsilon} \vec{E}, \quad (1.3.7.1)$$

$$\nabla \vec{E} = -i\omega \mu_0 \hat{\mu} \vec{H}. \quad (1.3.7.2)$$

Lygtims (1.3.7) atlikus integralinę Furje transformaciją koordinatės z atžvilgiu ir atlikus nesudėtingus pertvarkymus gauname, kad cilindrinėje koordinačių sistemoje Maksvelo lygčių sprendinį galima užrašyti kaip skersinės elektrinės ir skersinės magnetinės bangų kuriamų laukų superpoziciją

$$E_\rho = ih \frac{\partial \Psi}{\partial \rho} - \frac{i g_t}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}, \quad (1.3.8.1)$$

$$E_\varphi = \frac{ih}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} + i g_t \frac{\partial \Phi}{\partial \rho}, \quad (1.3.8.2)$$

$$E_z = (k^2 \varepsilon_t \mu_t - h^2) \Psi, \quad (1.3.8.3)$$

$$H_\rho = \frac{i g_t}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} + ih \frac{\partial \Phi}{\partial \rho}, \quad (1.3.8.4)$$

$$H_\varphi = -i\gamma_t \frac{\partial \Psi}{\partial \rho} + \frac{ih}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}, \quad (1.3.8.5)$$

$$H_z = (k^2 \varepsilon_t \mu_t - h^2) \Phi. \quad (1.3.8.6)$$

Čia, $\beta_t = \omega \mu_0 \mu_t$, $\gamma_t = \omega \varepsilon_0 \varepsilon_t$. Potencialai Ψ (TM bangų) ir Φ (TE bangų) tenkina lygtis

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{1}{\beta_p \rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\beta_t \rho \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\beta_p \rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\beta_t}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right) + \beta_t \gamma_t \Phi = 0, \quad (1.3.9)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{1}{\gamma_p \rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\gamma_t \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\gamma_p \rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\gamma_t}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \right) + \beta_t \gamma_t \Psi = 0. \quad (1.3.10)$$

Patogumo dėlei potencialų lygtims tikslinga padaryti integralinę Furjė transformaciją pagal koordinatę z . Kai skvarbų tenzorių elementai nuo koordinatinių nepriklauso Furjė atvaizdams gaunamos lygtys

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_t} (k^2 \varepsilon_t \mu_t - h^2) \Psi = 0, \quad (1.3.11)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\mu_p}{\mu_t} (k^2 \varepsilon_t \mu_t - h^2) \Phi = 0. \quad (1.3.12)$$

Matome, kad lygtys potencialams yra Helmholtco tipo, o jų sprendiniai - cilindrinės harmonikos [39].

Patogumo dėlei pažymime

$$\beta^2 = k^2 \varepsilon \mu - h^2, \quad (1.3.13.1)$$

$$\beta_t^2 = k^2 \varepsilon_t \mu_t - h^2, \quad (1.3.13.2)$$

$$\lambda_\varepsilon^2 = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_t} \beta_t^2, \quad (1.3.13.3)$$

$$\lambda_\mu^2 = \frac{\mu_p}{\mu_t} \beta_t^2. \quad (1.3.13.4)$$

Čia ε ir μ - atitinkamai elektrinė ir magnetinė skvarbos ritinio išorėje. Lygčių (1.3.11) – (1.3.12) sprendinius galime užrašyti taip:

$$\Phi = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \Phi_m(\rho, h) \exp(im\varphi), \quad \Psi = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \Psi_m(\rho, h) \exp(im\varphi) \quad (1.3.14)$$

$$\Psi_m(\rho, h) = A_m^v J_m(\lambda_\varepsilon \rho), \quad (1.3.15)$$

$$\Phi_m(\rho, h) = B_m^v J_m(\lambda_\mu \rho). \quad (1.3.16)$$

Potencialų išraiškas (1.3.14) įstačius į sąryšius vienašėje terpėje (1.3.8) gauname, kad kraštinės sąlygos ant vienašio ritinio:

$$-\frac{E_{\varphi,m}}{k^2} = -\frac{m\xi}{kR} A_m^v J_m(\lambda_\varepsilon R) + i\mathcal{G}_t \lambda_\mu B_m^v J_m'(\lambda_\mu R) / k^2 \quad (1.3.17)$$

$$-\frac{E_{z,m}}{k^2} = \beta_t^2 A_m^v J_m(\lambda_\varepsilon R) / k^2 \quad (1.3.18)$$

$$-\frac{H_{\varphi,m}}{k^2} = -i\gamma_t \lambda_\varepsilon A_m^v J_m'(\lambda_\varepsilon R) / k^2 - \frac{m\xi}{kR} B_m^v J_m(\lambda_\mu R) \quad (1.3.19)$$

$$-\frac{H_{z,m}}{k^2} = \beta_t^2 B_m^v J_m(\lambda_\mu R) / k^2 \quad (1.3.20)$$

Rašant kraštinių sąlygų lygtis ant vidinių ritinių gaubiančiajame ritinyje vidinius laukus (narius prie vidinių ritinių amplitudžių) [40] pakeičiame išraiškomis (1.3.17) – (1.3.20). Taip aprašomas kraštinis uždavinys, kai vidiniai ritiniai pagaminti iš vienašės medžiagos, turinčios pavidalo (1.3.5) – (1.3.6) elektrinę ir magnetinę skvarbas. Atskiru atveju, kai $\varepsilon_t = \varepsilon_p$ ir $\mu_t = \mu_p$, kraštinių sąlygų lygtys sutampa lygtimis pateiktomis [40] darbe. Nesunku pastebėti, kad programavimo priemonėmis uždavinį galima apibendrinti atvejui, kai vidiniai ritiniai yra vienašiai ir (arba) izotropiniai tame pat gaubiančiajame ritinyje.

1.4. Ferito tipo terpės skvarbų tenzoriai

Ferito magnetinės skvarbos tenzorius Dekarto koordinatinių sistemoje pirmos eilės mažų dydžių (žadinančio lauko amplitudžių) tikslumu turi pavidalą [12]

$$\hat{\mu} = \begin{vmatrix} 1 + \chi & i\nu & 0 \\ -i\nu & 1 + \chi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (1.4.1)$$

Čia

$$\chi = \frac{s(1 + \alpha_0^2 + i\alpha_0 q)}{1 + (\alpha_0 + iq)^2}, \quad (1.4.2)$$

$$\nu = \frac{sq}{1 + (\alpha_0 + iq)^2}, \quad (1.4.3)$$

$$s = \frac{M_0}{\mu_0 H_0}, \quad (1.4.4.1)$$

$$q = \frac{\omega}{\mu_0 \gamma_0 H_0}. \quad (1.4.4.2)$$

H_0 - įmagnetinančio lauko stipris, M_0 - medžiagos įmagnetėjimas, α_0 - fenomenologinis parametras, nusakantis nuostolius, $\gamma_0 = \frac{|q_e|}{m_e}$, $q_e = -0,159 \cdot 10^{-18} \text{ C}$ - elektrono krūvis, $m_e = 0,91 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$ - elektrono masė (Feromagnetinio rezonanso rezonansinis dažnis $f_R = \frac{\mu_0 \gamma_0}{2\pi} H_0 \approx 3,52 \cdot 10^4 \cdot H_0$ [Hz]). Priklausomai nuo to, kaip įvertinami nuostoliai ferite, tenzoriaus (1.3.1) diagonalinis elementas $\mu_{3,3}$, nusakantis magnetinę skvarbą z ašies kryptimi, gali ir nebūti lygus vienetui. Įmagnetinantis magnetinis laukas nukreiptas išilgai z ašiai. Toliau magnetinės skvarbos tenzoriaus elementą $\mu_{3,3}$ žymėsime μ_p . Šaltos plazmos, patalpintos magnetiniame lauke, elektrinės skvarbos tenzorius turi tokį pat pavidalą kaip ir ferito magnetinės skvarbos tenzorius.

Koordinatinių sistemoje, kurios ortai su Dekarto sistemos ortais susieti sąryšiais [11]

$$\vec{e}_{+1} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{n}_x + i\vec{n}_y), \quad (1.4.6.1)$$

$$\vec{e}_{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{n}_x - i\vec{n}_y), \quad (1.4.6.2)$$

$$\vec{e}_0 = \vec{n}_z, \quad (1.4.6.3)$$

o koordinatės susietos sąryšiais

$$x_{+1} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(x + iy), \quad (1.4.7.1)$$

$$x_{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(x - iy), \quad (1.4.7.2)$$

$$x_0 = z, \quad (1.4.7.3)$$

skvarbų tenzoriai pavidalo (1.4.1) pasidaro diagonalūs ir ciklinių ortų (1.4.6) bazėje tenzorius (1.4.1) turi pavidalą

$$\hat{\mu} = \begin{vmatrix} \mu_{+1} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_p \end{vmatrix}, \quad (1.4.8)$$

o elektrinės skvarbos tenzorius toje pačioje koordinatinių sistemoje turi pavidalą

$$\hat{\varepsilon} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{+1} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_p \end{vmatrix}. \quad (1.4.9)$$

Tokioje koordinatinių sistemoje, kur abu skvarbų tenzoriai tampa diagonalūs galima rasti analizinį Maksvelo lygčių sprendinį. Magnetinės skvarbos tenzoriaus (1.4.1) elementai su ciklinės koordinatinių sistemos magnetinės skvarbos tenzoriaus elementais susieti sąryšiais

$$\mu_{+1} = 1 + \chi + \nu \quad (1.4.10.1)$$

$$\mu_{-1} = 1 + \chi - \nu \quad (1.4.10.2)$$

$$\mu_p = 1 \quad (1.4.10.3)$$

Sprendžiant kraštinius sklaidos uždavinius svarbus dalinis atvejis, kai sklaidantis kūnas pagamintas iš ferito dėl jo magnetinės skvarbos tenzoriaus savybių. Kaip matyti iš tenzoriaus (1.4.1) jo elementų vertės priklauso ne tik nuo krentančios bangos dažnio, bet ir nuo valdančio magnetinio lauko stiprio bei kitų medžiagai specifinių charakteristikų, tai sukuria papildomą laisvę keisti sklaidančio darinio medžiagos elektrodinamines savybes. Keičiant valdančio magnetinio lauko stiprio dydį ar kryptį galima siekti išgauti spindulio valdymą.

1.5. Maksvelo lygčių sprendinys feritinėje terpėje

Pasinaudojus sąryšiais tarp Dekarto koordinatinių sistemos ir ciklinių koordinatinių (1.4.6)-(1.4.7) Maksvelo lygtis harmoninių laukų atveju ciklinių ortų (1.4.6) bazėje turi pavidalą [12, 11]

$$\nabla_0 H_{+1} - \nabla_{+1} H_0 = \gamma_{+1} E_{+1} \quad (1.5.1.1)$$

$$\nabla_{-1} H_0 - \nabla_0 H_{-1} = \gamma_{-1} E_{-1} \quad (1.5.1.2)$$

$$\nabla_{-1} H_{+1} - \nabla_{+1} H_{-1} = \gamma_p E_0 \quad (1.5.1.3)$$

$$\nabla_0 E_{+1} - \nabla_{+1} E_0 = -\beta_{+1} H_{+1} \quad (1.5.1.4)$$

$$\nabla_{-1} E_0 - \nabla_0 E_{-1} = -\beta_{-1} H_{-1} \quad (1.5.1.5)$$

$$\nabla_{-1} E_{+1} - \nabla_{+1} E_{-1} = -\beta_p H_0 \quad (1.5.1.6)$$

Čia $\nabla_j = \frac{\partial}{\partial x^j}$, $\gamma_j = \omega \varepsilon_0 \varepsilon_j$, $\beta_j = \omega \mu_0 \mu_j$, $j = \{+1, -1, p\}$. Cilindrinėse koordinatėse operatoriaus ∇

dedamosios turi pavidalą

$$\nabla_{+1} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{i\varphi} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{i}{\rho} e^{i\varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right), \quad (1.5.2.1)$$

$$\nabla_{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-i\varphi} \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{i}{\rho} e^{-i\varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right), \quad (1.5.2.2)$$

$$\nabla_0 = \frac{\partial}{\partial z}. \quad (1.5.2.3)$$

Priėmus, kad skvarbų tenzorių elementai nepriklauso nuo koordinatės z galima atlikti lygčių (1.5.1) integralinę Furjė transformaciją koordinatės x^0 atžvilgiu taip supaprastinant algebrą. Integralinį lygčių (1.5.1.1) ir (1.5.1.4) Furjė atvaizdį galima išspręsti E_{+1}, H_{+1} laukų dedamųjų atžvilgiu, o lygčių (1.5.1.2) ir (1.5.1.5) atvaizdį E_{-1}, H_{-1} laukų dedamųjų atžvilgiu. Gautas $E_{+1}, H_{+1}, E_{-1}, H_{-1}$ laukų dedamųjų išraiškas įstačius į likusių Maksvelo lygčių (1.5.1.3) ir (1.5.1.6) integralinį Furjė atvaizdį gauname sukabintas diferencialines lygtis funkcijoms E_0, H_0

$$\left\{ -\nabla_{-1} \frac{\gamma_{+1}}{\beta_{+1}\gamma_{+1} - h^2} \nabla_{+1} - \nabla_{+1} \frac{\gamma_{-1}}{\beta_{-1}\gamma_{-1} - h^2} \nabla_{-1} + \gamma_p \right\} E_0 - ih \left\{ \nabla_{-1} \frac{1}{\beta_{+1}\gamma_{+1} - h^2} \nabla_{+1} - \nabla_{+1} \frac{1}{\beta_{-1}\gamma_{-1} - h^2} \nabla_{-1} \right\} H_0 = 0 \quad (1.5.3.1)$$

$$ih \left\{ \nabla_{-1} \frac{1}{\beta_{+1}\gamma_{+1} - h^2} \nabla_{+1} - \nabla_{+1} \frac{1}{\beta_{-1}\gamma_{-1} - h^2} \nabla_{-1} \right\} E_0 + \left\{ -\nabla_{-1} \frac{\beta_{+1}}{\beta_{+1}\gamma_{+1} - h^2} \nabla_{+1} - \nabla_{+1} \frac{\beta_{-1}}{\beta_{-1}\gamma_{-1} - h^2} \nabla_{-1} + \beta_p \right\} H_0 = 0 \quad (1.5.3.2)$$

Daliniu atveju, kai tenzorių $\hat{\varepsilon}$ ir $\hat{\mu}$ visi elementai koordinatinių atžvilgiu yra konstantos, cilindrinėje koordinatinių sistemoje lygčių sistema (1.5.3) supaprastėja

$$\left\{ \Delta_{\perp} + \frac{2\varepsilon_p k^2 S_{+1} S_{-1}}{\varepsilon_{+1} S_{-1} + \varepsilon_{-1} S_{+1}} \right\} E_0 - i\xi Z_0 \frac{S_{+1} - S_{-1}}{\varepsilon_{+1} S_{-1} + \varepsilon_{-1} S_{+1}} \Delta_{\perp} H_0 = 0 \quad (1.5.4.1)$$

$$\frac{i\xi}{Z_0} \frac{S_{+1} - S_{-1}}{\mu_{+1} S_{-1} + \mu_{-1} S_{+1}} \Delta_{\perp} E_0 + \left\{ \Delta_{\perp} + \frac{2\mu_p k^2 S_{+1} S_{-1}}{\mu_{+1} S_{-1} + \mu_{-1} S_{+1}} \right\} H_0 = 0 \quad (1.5.4.2)$$

Čia pažymėta: $\Delta_{\perp} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \varphi^2}$, $S_{\pm 1} = \varepsilon_{\pm 1} \mu_{\pm 1} - \xi^2$, $k = \frac{\omega}{c}$, $\xi = \frac{h}{k}$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi$.

Atvejais, kai $\varepsilon_{+1} \mu_{+1} = \varepsilon_{-1} \mu_{-1}$ arba banga krenta statmenai cilindro ašiai ($\xi = 0$) sistemos (1.5.4) lygtys atsikabina ir egzistuoja TE ir TM bangos. Pažymėję

$$q_1 = \frac{2\varepsilon_p k^2 S_{+1} S_{-1}}{\varepsilon_{+1} S_{-1} + \varepsilon_{-1} S_{+1}} \quad (1.5.5.1)$$

$$q_2 = \frac{\xi Z_0 (S_{+1} - S_{-1})}{\varepsilon_{+1} S_{-1} + \varepsilon_{-1} S_{+1}} \quad (1.5.5.2)$$

$$p_1 = \frac{2\mu_p k^2 S_{+1} S_{-1}}{\mu_{+1} S_{-1} + \mu_{-1} S_{+1}} \quad (1.5.5.3)$$

$$p_2 = \frac{\xi}{Z_0} \frac{S_{+1} - S_{-1}}{\mu_{+1} S_{-1} + \mu_{-1} S_{+1}} \quad (1.5.5.4)$$

sistemą (1.5.4) galime užrašyti taip:

$$\{\Delta_{\perp} + q_1\} E_0 - iq_2 \Delta_{\perp} H_0 = 0, \quad (1.5.6.1)$$

$$ip_2 \Delta_{\perp} E_0 + \{\Delta_{\perp} + p_1\} H_0 = 0. \quad (1.5.6.2)$$

Lygčių sistemos (1.5.6) sprendinio ieškome pavidalo

$$E_0 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} E_{0m}(\rho) \exp(im\varphi), \quad (1.5.7.1)$$

$$H_0 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{0m}(\rho) \exp(im\varphi). \quad (1.5.7.2)$$

Įrašę funkcijas (1.5.7) į lygtis (1.5.6) ir, pasinaudoję funkcijų $\exp(im\varphi)$ ortogonalumu, gauname paprastųjų diferencialinių lygčių sistemą funkcijų E_{0m} ir H_{0m} atžvilgiu.

$$\left\{ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{m^2}{\rho^2} + q_1 \right\} E_{0m} - iq_2 \left\{ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{m^2}{\rho^2} \right\} H_{0m} = 0, \quad (1.5.8.1)$$

$$ip_2 \left\{ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{m^2}{\rho^2} \right\} E_{0m} + \left\{ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{m^2}{\rho^2} + p_1 \right\} H_{0m} = 0. \quad (1.5.8.2)$$

Paprastųjų diferencialinių lygčių sistemos (1.5.8) sprendinio ieškome pavidalo

$$E_{0m} = C_m^{(e)} Q_m(\lambda\rho), \quad (1.5.9.1)$$

$$H_{0m} = C_m^{(h)} Q_m(\lambda\rho), \quad (1.5.9.2)$$

čia $C_m^{(e)}$, $C_m^{(h)}$ - konstantos, $Q_m(\lambda\rho)$ - kokia nors cilindrinė sveikojo indekso m funkcija, kurios argumento daugiklį λ randame iš netrivialaus sprendinio egzistavimo sąlygos. Įstatę sąryšius (1.5.9) į lygtis (1.5.8) gauname

$$\{-\lambda^2 + q_1\} C_m^{(e)} + iq_2 \lambda^2 C_m^{(h)} = 0, \quad (1.5.10.1)$$

$$-ip_2 \lambda^2 C_m^{(e)} + \{-\lambda^2 + p_1\} C_m^{(h)} = 0. \quad (1.5.10.2)$$

Sistemos (1.5.10) netrivialus sprendinys egzistuoja, kai pagrindinis lygčių sistemos determinantas yra lygus nuliui. Iš čia gauname lygtį argumento daugikliui λ

$$\lambda^4 (1 - q_2 p_2) - \lambda^2 (q_1 + p_1) + q_1 p_1 = 0. \quad (1.5.11)$$

Lygties (1.5.11) sprendinys

$$\lambda_{1,2}^2 = \frac{1}{(1 - q_2 p_2)} \left\{ \frac{p_1 + q_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p_1 - q_1}{2}\right)^2 + q_1 p_1 q_2 p_2} \right\}. \quad (1.5.12)$$

Perrašius vardiklyje esantį reiškinių taip:

$$1 - q_2 p_2 = \frac{(\mu_{+1} + \mu_{-1})(\varepsilon_{+1} + \varepsilon_{-1})S_{+1}S_{-1}}{(\varepsilon_{+1}S_{-1} + \varepsilon_{-1}S_{+1})(\mu_{+1}S_{-1} + \mu_{-1}S_{+1})}, \quad (1.5.13)$$

matyti, kad terpėje, kur elektrinė arba magnetinė skvarba yra pavidalo (1.4.8)-(1.4.9) tenzoriai, reiškiny, nusakomas (1.5.13) formule, negali būti lygus nuliui, todėl argumento daugikliai (1.5.12) visur apibrėžti. Pažymėję

$$\omega_1 = +\sqrt{\lambda_1^2}, \quad (1.5.14.1)$$

$$\omega_2 = +\sqrt{\lambda_2^2}, \quad (1.5.14.2)$$

sistemos (1.5.10) sprendinį galime užrašyti pavidalu

$$E_{0m} = C_{1m}Q_m(\omega_1\rho) + C_{2m}Q_m(\omega_2\rho), \quad (1.5.15.1)$$

$$H_{0m} = P_1C_{1m}Q_m(\omega_1\rho) + P_2C_{2m}Q_m(\omega_2\rho). \quad (1.5.15.2)$$

Čia

$$P_1 = \frac{i(q_1 - \lambda_1^2)}{q_2\lambda_1^2}, \quad (1.5.16.1)$$

$$P_2 = \frac{i(q_1 - \lambda_2^2)}{q_2\lambda_2^2}. \quad (1.5.16.2)$$

Taip gaunamas tik vienas sistemos (1.5.10) sprendinys, nes cilindrinėms funkcijoms su sveiku indeksu galioja sąryšis $Q_m(-z) = (-1)^m Q_m(z)$. Siekiant gauti kitą nepriklausomą sistemos (1.5.8) sprendinį už $Q_m(\lambda\rho)$ imame kitą nepriklausomą Beselio lygties sprendinį. Bendrąjį sprendinį radialiajai funkcijai cilindriniam sluoksnyje rašysime pavidalu

$$E_{0m} = A_m^{(1,1)}Q_m^{(1)}(\omega_1\rho) + A_m^{(2,1)}Q_m^{(2)}(\omega_1\rho) + A_m^{(1,2)}Q_m^{(1)}(\omega_2\rho) + A_m^{(2,2)}Q_m^{(2)}(\omega_2\rho), \quad (1.5.17.1)$$

$$H_{0m} = A_m^{(1,1)}P_1Q_m^{(1)}(\omega_1\rho) + A_m^{(2,1)}P_1Q_m^{(2)}(\omega_1\rho) + A_m^{(1,2)}P_2Q_m^{(1)}(\omega_2\rho) + A_m^{(2,2)}P_2Q_m^{(2)}(\omega_2\rho) \quad (1.5.17.2)$$

Čia $Q_m^{(1)}$ - pirmo tipo, $Q_m^{(2)}$ - antro tipo Beselio lygties sprendinys. Konkrečius funkcijų tipus pasirenkame pagal tai, kokioje srityje ieškome sprendinio kaip ir daugiasluoksnio cilindro su

homogeniniais izotropiniais sluoksniais atveju. Atveju, kai sprendinys ieškomas centrinėje srityje srityje už radialiasias funkcijas turimes pasirinkti Beselio funkcijas. Čia išryškėja skirtumas nuo atvejo, kada lauką galima aprašyti kaip TM ir TE bangų superpoziciją. Jeigu bent vienas koeficientų išraiškoje (1.5.17.1) yra nelygus nuliui, tai laukas turi kartu H_0 ir E_0 dedamąsias, todėl išskirti TM arba TE bangų, bendru atveju, jau negalima.

Diferencialinių lygčių sistema (1.5.10) atsikabina, kai

$$q_2 = 0, \quad (1.5.18.1)$$

$$p_2 = 0. \quad (1.5.18.2)$$

Iš formulių (1.5.5) matyti, kad abi lygybės (1.5.18) bus išpildytos kartu, kai 1) $\xi = 0$ arba (ir) 2) $\mu_{+1}\varepsilon_{+1} = \mu_{-1}\varepsilon_{-1}$. Tada uždavinio sprendinį galima užrašyti kaip skersinės elektrinės ir skersinės magnetinės bangų kuriamų laukų superpoziciją. Sąlyga $\xi = 0$ reiškia, kad žadinanti plokščia banga sklinda statmenai cilindro ašiai. Iš netrivialaus lygčių sistemos sprendinio (1.5.15) matome, kad šiuo atveju skersinės elektrinės (TE) bangos radialiųjų funkcijų argumentas yra $\sqrt{p_1}\rho$, o skersinės magnetinės (TM) yra $\sqrt{q_1}\rho$. Kadangi argumentai bendru atveju yra skirtingi, tai dingsta išsigimimas ir galima atskirti skersinės elektrinės bangos modą nuo skersinės magnetinės bangos modos su ta pačia indekso m verte pagal laukų stiprių erdvinį pasiskirstymą. Amplitudės $A_m^{(r,l)}$, $r, l = 1, 2$ surandamos iš kraštinių sąlygų ant cilindrinis sluoksnis skiriančių paviršių, kur pareikalaujame, kad laukų stiprių tangentinės dedamosios abiejose skiriamą paviršiaus pusėse būtų lygios. Lygčių (1.5.1) integralinį Furjė atvaizdį x^0 koordinatės atžvilgiu išsprendus E_{+1}, E_{-1}, H_{+1} ir H_{-1} atžvilgiu ir įrašius išraiškas (1.5.7) galime surasti ir laukų dedamąsias, o tuo pačiu turime Maksvelo lygčių (1.5.1) sprendinį. Pastebėsime, kad ciklinės dedamosios su cilindrinėmis susietos sąryšiais

$$E_\rho = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\varphi}E_{-1} - e^{-i\varphi}E_{+1}), \quad (1.5.19.1)$$

$$E_\varphi = \frac{i}{\sqrt{2}}(e^{-i\varphi}E_{+1} + e^{i\varphi}E_{-1}), \quad (1.5.19.2)$$

$$E_z = E_0. \quad (1.5.19.3)$$

Sprendinį (1.5.17) įstačius į lygčių (1.5.1) integralinį Furjė atvaizdį x^0 koordinatės atžvilgiu ir pasinaudojus sąryšiais tarp ciklinių ir cilindrinų koordinačių (1.5.19) gauname laukų dedamųjų išraiškas feritinėje terpėje cilindrinėje koordinačių sistemoje. Laukų dedamosioms cilindrinėje koordinačių sistemoje centrinėje ritinio srityje užrašomos taip:

$$E_{zm} = A_m^v J_m(z_1) + B_m^v J_m(z_2), \quad (1.5.20.1)$$

čia $z_1 = \omega_1 \rho$, $z_2 = \omega_2 \rho$

$$H_{zm} = A_m^v P_1 J_m(z_1) + B_m^v P_2 J_m(z_2). \quad (1.5.20.2)$$

$$E_{\varphi m} = A_m^v \frac{\omega_1}{2k} \left[\left(-\frac{\xi}{S_{+1}} - \frac{iZ_0 \mu_{+1}}{S_{+1}} P_1 \right) J_{m+1}(z_1) + \left(-\frac{\xi}{S_{-1}} + \frac{iZ_0 \mu_{-1}}{S_{-1}} P_1 \right) J_{m-1}(z_1) \right] \\ + B_m^v \frac{\omega_2}{2k} \left[\left(-\frac{\xi}{S_{+1}} - \frac{iZ_0 \mu_{+1}}{S_{+1}} P_2 \right) J_{m+1}(z_2) + \left(-\frac{\xi}{S_{-1}} + \frac{iZ_0 \mu_{-1}}{S_{-1}} P_2 \right) J_{m-1}(z_2) \right] \quad (1.5.20.3)$$

$$H_{\varphi m} = A_m^v \frac{\omega_1}{2k} \left[\left(\frac{i\varepsilon_{+1}}{Z_0 S_{+1}} - \frac{\xi P_1}{S_{+1}} \right) J_{m+1}(z_1) - \left(\frac{i\varepsilon_{-1}}{Z_0 S_{-1}} + \frac{\xi P_1}{S_{-1}} \right) J_{m-1}(z_1) \right] \\ + B_m^v \frac{\omega_2}{2k} \left[\left(\frac{i\varepsilon_{+1}}{Z_0 S_{+1}} - \frac{\xi P_2}{S_{+1}} \right) J_{m+1}(z_2) - \left(\frac{i\varepsilon_{-1}}{Z_0 S_{-1}} + \frac{\xi P_2}{S_{-1}} \right) J_{m-1}(z_2) \right] \quad (1.5.20.4)$$

$$E_{\rho m} = A_m^v \frac{\omega_1}{2k} \left[\left(-\frac{i\xi}{S_{+1}} + \frac{Z_0 \mu_{+1}}{S_{+1}} P_1 \right) J_{m+1}(z_1) + \left(\frac{i\xi}{S_{-1}} + \frac{Z_0 \mu_{-1}}{S_{-1}} P_1 \right) J_{m-1}(z_1) \right] \\ + B_m^v \frac{\omega_2}{2k} \left[\left(-\frac{i\xi}{S_{+1}} + \frac{Z_0 \mu_{+1}}{S_{+1}} P_2 \right) J_{m+1}(z_2) + \left(\frac{i\xi}{S_{-1}} + \frac{Z_0 \mu_{-1}}{S_{-1}} P_2 \right) J_{m-1}(z_2) \right] \quad (1.5.20.5)$$

$$H_{\rho m} = A_m^v \frac{\omega_1}{2k} \left[-\left(\frac{\varepsilon_{+1}}{Z_0 S_{+1}} + \frac{i\xi P_1}{S_{+1}} \right) J_{m+1}(z_1) + \left(-\frac{\varepsilon_{-1}}{Z_0 S_{-1}} + \frac{i\xi P_1}{S_{-1}} \right) J_{m-1}(z_1) \right] \\ + B_m^v \frac{\omega_2}{2k} \left[-\left(\frac{\varepsilon_{+1}}{Z_0 S_{+1}} + \frac{i\xi P_2}{S_{+1}} \right) J_{m+1}(z_2) + \left(-\frac{\varepsilon_{-1}}{Z_0 S_{-1}} + \frac{i\xi P_2}{S_{-1}} \right) J_{m-1}(z_2) \right] \quad (1.5.20.6)$$

Maksvelo lygčių kraštinio uždavinio sprendiniui rasti ir apskaičiuoti Pointingo vektoriaus radialiajai dedamajai užtenka žinoti sprendinius funkcijoms $E_z, E_\varphi, H_z, H_\varphi$, kadangi kraštinių sąlygų lygtys rašomos tangentinėms laukų dedamosioms, o Pointingo vektorius yra vektorinė elektrinio ir magnetinio laukų stiprių sandauga.

2. TE ir TM bangų potencialai sklaidant kompoziciniu ritiniu

Aprašius TE ir TM bangų potencialus panaudojant Grafo cilindrinų funkcijų sudėties teoremą sklaidos lygiagrečių izotropinių dielektrinių ritinių rinkiniu uždaviniui [41] ieškome bangų potencialų sudėtingesniai sklaidos kompoziciniu ritiniu uždaviniui. Tegul izotropinėje homogeninėje terpėje, kurios elektrinė skvarba ε , o magnetinė skvarba μ , yra ritinys, kurio viduje yra N lygiagrečių dielektrinių ritinių [41]. Vidinių ritinių spindulius žymėsime $R_p, p=1, \dots, N$, elektrines skvarbas ε_p , magnetines skvarbas μ_p , ritinių centrų plokštumoje xOy radiusų vektorius \vec{r}_p . Čia $p=1, \dots, N$ nurodo ritinio numerį gaubiančiajame ritinyje. Kai $p=0$ nurodomas gaubiančiojo ritinio parametras. Patogumo dėlei toliau naudosime pažymėjimus: $\vec{r}_{ps} = \vec{r}_p - \vec{r}_s$, φ_{ps} - vektoriaus \vec{r}_{ps} krypties polinis kampas plokštumoje $z=0$, $p, s \in \{0, 1, \dots, N\}$. Ritiniai nesikerta, jeigu išpildytos sąlygos

$$\begin{aligned} |\vec{r}_s - \vec{r}_p| &\geq R_s + R_p, \quad q=1, \dots, N, \quad s, p=1, \dots, N \quad s \neq p, \\ R_0 &> R_p, \quad p=1, \dots, N. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Taikant cilindrinų funkcijų sudėties formulę [41] potencialams gaubiančiajame ritinyje turime 3 skirtingus atvejus: 1) gaubiančiojo ritinio centras yra vidinių ritinių išorėje; 2) gaubiančiojo ritinio centras yra vidiniame ritinyje, bet ne jo centre; 3) gaubiančiojo ritinio centras yra vidinio ritinio centre. Atvejų formalizavimui gaubiančiajam ritiniui sukuriame parametrą $u = \{p_0, c_0\}$. Jeigu gaubiančiojo ritinio centras yra vidinių ritinių išorėje, tada $p_0 = 0$. Jeigu gaubiančiojo ritinio centras yra vidiniame ritinyje, tai parametras p_0 yra lygus vidinio ritinio numeriui. Parametras $c_0 = 0$, kai gaubiančiojo ritinio centras nesutampa su vidinio ritinio p_0 centru ir $c_0 = 1$, kai sutampa. Gaubiančiojo ritinio su izotropiniais vidiniais ritiniais vidų nusakyti užtenka dviejų parametru. Radialiąsias funkcijas gaubiančiojo ritinio viduje vidinių ritinių išorėje parenkame taip: kai $p_0 = 0$ - Beselio funkcija, kai $p_0 \neq 0$ ir $c_0 = 0$ - pirmos rūšies Hankelio funkcija, šiuo atveju rašant kraštines sąlygas reikia taikyti centro perkėlimo procedūrą, kai $p_0 \neq 0$ ir $c_0 = 1$ - pirmos rūšies Hankelio funkcija, o rašant kraštines sąlygas nereikia taikyti centro perkėlimo procedūros. Laukų potencialams, aprašantiems bangas, sklindančias nuo ritinių, naudojamos antros rūšies Hankelio funkcijos tiek gaubiančiojo ritinio išorėje, tiek vidinių ritinių išorėje gaubiančiajame ritinyje. Tuo vadovaujantis TM bangų potencialas gaubiančiojo ritinio viduje ant paviršiaus aprašomas formule

$$\begin{aligned}
W(\vec{r}_0 + \vec{R}_0) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{0,n} \left\{ \delta(p_0, 0) J_n(\beta_0 R_0) + (1 - \delta(p_0, 0)) H_n^{(1)}(\beta_0 R_0) \right\} \exp(in\varphi) \\
&+ \sum_{p=1}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{p,n} \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} (1 - \delta(p_0, p) c_0) \exp(-im\varphi_{p_0}) J_m(\beta_0 r_{p_0}) H_{n+m}^{(2)}(\beta_0 R_0) \exp(i(n+m)\varphi) \right\} \\
&+ \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{p_0,n} c_0 H_n^{(2)}(\beta_0 R_0) \exp(in\varphi).
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Potencialas TE bangoms V gaunamas atlikus pakeitimą $A \rightarrow B$. Ant vidinių ritinių paviršiaus lauką kuria antrinių bangų šaltiniai, esantys ant gaubiančiojo ritinio vidinės paviršiaus pusės ir antrinių bangų šaltiniai, esantys ant vidinių ritinių paviršiaus išorinės pusės. Gaubiančiojo ritinio paviršiaus indėlis į potencialą ant vidinio ritinio su numeriu s

$$\begin{aligned}
W_0(\vec{r}_0 + \vec{R}_s) &= \delta(p_0, 0) \sum_{n=-M_0}^{M_0} A_{0,n} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^n e^{-im\varphi} J_m(\beta_0 R_s) J_{m+n}(\beta_0 r_{0s}) e^{i(m+n)\varphi_{0s}} \\
&+ (1 - \delta(p_0, 0)) \sum_{n=-M_0}^{M_0} A_{0,n} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^n e^{-im\varphi} J_m(\beta_0 R_s) H_{m+n}^{(1)}(\beta_0 r_{0s}) e^{i(m+n)\varphi_{0s}} \\
&+ (1 - c_0) \delta(p_0, s) \sum_{n=-M_0}^{M_0} A_{0,n} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-im\varphi_{0s}} J_m(\beta_0 r_{0s}) H_{m+n}^{(1)}(\beta_0 R_s) e^{i(m+n)\varphi} \\
&+ c_0 \delta(p_0, s) \sum_{n=-M_0}^{M_0} A_{0,n} H_n^{(1)}(\beta_0 R_s) e^{in\varphi}, \quad s = 1, \dots, N.
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Vidinių ritinių indėlis į potencialą ant vidinio ritinio numeriu s

$$\begin{aligned}
\sum_{p=1}^N W_p(\vec{r}_s + \vec{R}_s) &= \sum_{n=-M_s}^{M_s} A_{s,n} H_n^{(2)}(\beta_0 R_s) e^{in\varphi} \\
&+ \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq s}}^N \sum_{n=-M_p}^{M_p} A_{p,n} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^n e^{-im\varphi} J_m(\beta_0 R_s) H_{m+n}^{(2)}(\beta_0 r_{ps}) e^{i(m+n)\varphi_{ps}}, \\
s &= 1, \dots, N.
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Čia $\beta_s = k^2 \varepsilon_s \mu_s - h^2$, $A_{s,m}$ - išsklaidytų bangų amplitudės vidinio ritinio numeriu s vidinių ritinių išorėje, $s \in \{1, \dots, N\}$, $m \in \{-M_s, \dots, M_s\}$.

Vidinių ritinių viduje potencialai skaičiuojami kaip vieno atskiro ritinio atveju. Potencialas TE bangai gaunamas pakeitus amplitudžių simbolį $A \rightarrow B$.

Atitinkamai atveju, kai vidiniai ritiniai pagaminti iš vienašės medžiagos ar ferito, užrašant kraštinių sąlygų lygtis ant vidinių ritinių paviršiaus naudojami Maksvelo lygčių sprendiniai išvesti 1.3 ir 1.5 skyreliuose. Šiais atvejais elektromagnetinis laukas vidiniuose ritiniuose aprašomas sprendiniais atitinkančiais ritinio medžiagos anizotropijos tipą.

3. Kraštinių sąlygų lygčių sistema

Iš standartinių kraštinių sąlygų tangentinėms dedamosioms ir plokščiosios bangos skleidinio cilindrinėmis bangomis [41] ant gaubiančiųjų ritinių paviršių gauname lygtis, kurias, pasinaudojus funkcijų $\exp(in\varphi)$ ortogonalumu, užrašome tiesinių algebrinių lygčių pavidalu cilindrinėse bangų amplitudžių atžvilgiu.

3.1. Lygtys amplitudėms ant gaubiančiojo ritinio

Iš kraštinės sąlygos dedamajai E_z gauname lygtį

$$\begin{aligned}
 & A_m \left\{ \lambda^2 H_m^{(2)}(\beta R_0) \right\} + A_{0,m} \left\{ -(\lambda_0)^2 (\delta(p_0, 0) J_m(\beta_0 R_0) + (1 - \delta(p_0, 0)) H_m^{(1)}(\beta_0 R_0)) \right\} \\
 & - (\lambda_0)^2 \sum_{p=1}^N \left\{ A_{p,m} c_0 \delta(p_0, p) H_m^{(2)}(\beta_0 R_0) \right. \\
 & \left. + (1 - c_0 \delta(p_0, p)) \sum_{n=-M_p}^{M_p} A_{p,n} J_{m-n}(\beta_0 r_{p0}) H_m^{(2)}(\beta_0 R_0) \exp(-i(m-n)\varphi_{p0}) \right\} = \\
 & = -\frac{1}{k^2} E_{0z} J_m(k_\rho R_0 \sqrt{\varepsilon\mu}) \sqrt{2\pi} \delta(h + k_z \sqrt{\varepsilon\mu}) (-i)^m e^{-ik_{\bar{r}_0} \sqrt{\varepsilon\mu}}.
 \end{aligned} \tag{3.1.1}$$

Iš kraštinės sąlygos dedamajai H_z gauname lygtį

$$\begin{aligned}
 & B_m \left\{ \lambda^2 H_m^{(2)}(\beta R_0) \right\} + B_{0,m} \left\{ -(\lambda_0)^2 (\delta(p_0, 0) J_m(\beta_0 R_0) + (1 - \delta(p_0, 0)) H_m^{(1)}(\beta_0 R_0)) \right\} \\
 & - (\lambda_0)^2 \sum_{p=1}^N \left\{ B_{p,m} c_0 \delta(p_0, p) H_m^{(2)}(\beta_0 R_0) \right. \\
 & \left. + (1 - c_0 \delta(p_0, p)) \sum_{n=-M_p}^{M_p} B_{p,n} J_{m-n}(\beta_0 r_{p0}) H_m^{(2)}(\beta_0 R_0) \exp(-i(m-n)\varphi_{p0}) \right\} = \\
 & = -\frac{1}{k^2} H_{0z} J_m(k_\rho R_0 \sqrt{\varepsilon\mu}) \sqrt{2\pi} \delta(h + k_z \sqrt{\varepsilon\mu}) (-i)^m e^{-ik_{\bar{r}_0} \sqrt{\varepsilon\mu}}.
 \end{aligned} \tag{3.1.2}$$

Iš kraštinės sąlygos dedamajai E_φ gauname lygtį

$$\begin{aligned}
& A_m \left\{ -\frac{m\xi}{kR_0} H_m^{(2)}(\beta R_0) \right\} + B_m \left\{ i\mu Z_0 \lambda H_m'^{(2)}(\beta R_0) \right\} \\
& + A_{0,m} \left\{ \frac{m\xi}{kR_0^q} \left[J_m(\beta_0 R_0) \delta(p_0, 0) + (1 - \delta(p_0, 0)) H_m^{(1)}(\beta_0 R_0) \right] \right\} \\
& + \sum_{p=1}^N \left\{ A_{p,m} c_0 \delta(p_0, p) H_m^{(2)}(\beta_0 R_0) \frac{m\xi}{kR_0} \right. \\
& + \left. \left(1 - c_0 \delta(p_0, p) \right) \sum_{n=-M_p}^{M_p} A_{p,n} \left[\frac{m\xi}{kR_0} J_{m-n}(\beta_0 r_{p0}) H_m^{(2)}(\beta_0 R_0) \exp(-i(m-n)\varphi_{p0}) \right] \right\} \\
& - i\mu_0 Z_0 \lambda_0 \left[J_m'(\beta_0 R_0) \delta(p_0, 0) + (1 - \delta(p_0, 0)) H_m'^{(1)}(\beta_0 R_0) \right] B_{0,m} \\
& - i\mu_0 Z_0 \lambda_0 \sum_{p=1}^N \left\{ B_{p,m} c_0 \delta(p_0, p) H_m'^{(2)}(\beta_0 R_0) \right. \\
& + \left. \left(1 - c_0 \delta(p_0, p) \right) \sum_{n=-M_p}^{M_p} B_{p,n} \left[J_{m-n}(\beta_0 r_{p0}) H_m'^{(2)}(\beta_0 R_0) \exp(-i(m-n)\varphi_{p0}) \right] \right\} \\
& = -\frac{1}{k^2} K_m(\bar{E}_0) \sqrt{2\pi} \delta(h + k_z \sqrt{\varepsilon\mu}) (-i)^m e^{-i\bar{k}_0 \sqrt{\varepsilon\mu}}.
\end{aligned} \tag{3.1.3}$$

Iš kraštinės sąlygos dedamajai H_φ gauname lygtį

$$\begin{aligned}
& A_m \left\{ -\frac{i\varepsilon\lambda}{Z_0} H_m'^{(2)}(\beta R_0) \right\} + B_m \left\{ -\frac{m\xi}{kR_0} H_m^{(2)}(\beta R_0) \right\} \\
& + A_{0,m} \left\{ \frac{i\varepsilon_0 \lambda_0}{Z_0} \left[J_m'(\beta_0 R_0) \delta(p_0, 0) + (1 - \delta(p_0, 0)) H_m'^{(1)}(\beta_0 R_0) \right] \right\} \\
& + \frac{i\varepsilon_0 \lambda_0}{Z_0} \sum_{p=1}^N \left\{ A_{p,m} c_0 \delta(p_0, p) H_m'^{(2)}(\beta_0 R_0) \right. \\
& + \left. \left(1 - c_0 \delta(p_0, p) \right) \sum_{n=-M_p}^{M_p} A_{p,n} \left[J_{m-n}(\beta_0 r_{p0}) H_m'^{(2)}(\beta_0 R_0) \exp(-i(m-n)\varphi_{p0}) \right] \right\} \\
& + \frac{m\xi}{kR_0} \left[J_m(\beta_0 R_0) \delta(p_0, 0) + (1 - \delta(p_0, 0)) H_m^{(1)}(\beta_0 R_0) \right] B_{0,m} \\
& + \frac{m\xi}{kR_0} \sum_{p=1}^N \left\{ B_{p,m} c_0 \delta(p_0, p) H_m^{(2)}(\beta_0 R_0) \right. \\
& + \left. \left(1 - c_0 \delta(p_0, p) \right) \sum_{n=-M_p}^{M_p} B_{p,n} \left[J_{m-n}(\beta_0 r_{p0}) H_m^{(2)}(\beta_0 R_0) \exp(-i(m-n)\varphi_{p0}) \right] \right\} \\
& = \frac{1}{k^2} K_m(\bar{H}_0) \sqrt{2\pi} \delta(h + k_z \sqrt{\varepsilon\mu}) (-i)^m e^{-i\bar{k}_0 \sqrt{\varepsilon\mu}}.
\end{aligned} \tag{3.1.4}$$

Čia

$$K_m(\bar{A}) = -A_x \frac{m}{k_\rho R_0 \sqrt{\varepsilon\mu}} J_m(k_\rho R_0 \sqrt{\varepsilon\mu}) + iA_y J'_m(k_\rho R_0 \sqrt{\varepsilon\mu}), \quad (3.1.5)$$

A_m, B_m gaubiančiojo ritinio išsklaidytų TM ir TE bangų amplitudės, $A_{p,m}, B_{p,m}$ vidinio ritinio numeriu p , esančio gaubiančiajame ritinyje, išsklaidytų TM ir TE bangų amplitudės, $\xi = \frac{h}{k}$, M_p , $s \in \{0, 1, \dots, N\}$ - sveikas teigiamas skaičius nurodantis sumavimo rėžius formulėje (1.2.8) ir apsprendžiantis, koku tikslumu aprašomi gaubiančiojo ritinio kuriami laukai. Uždavinio sprendimo algoritmas leidžia pasirinkti, koku tikslumu (iki kokio maksimalaus indekso) cilindrinėmis modomis aprašomas konkretaus ritinio laukas.

3.2. Lygtys amplitudėms ant vidinio ritinio gaubiančiajame ritinyje

Užrašant kraštines sąlygas ant vidinių ritinių vidinio paviršiaus atsižvelgiama iš kokios medžiagos pagaminti vidiniai ritiniai ir pagal tai parenkama, kokį Maksvelo lygčių sprendinį reikia naudoti. Sprendinio pasirinkimą toliau lygtyse nurodo koeficientas d_0 . Kai vidiniai ritiniai pagaminti iš izotropinės dielektrinės medžiagos arba vienašės medžiagos naudojamas Maksvelo lygčių sprendinys vienašėje terpėje ir $d_0 = 1$. Šiuo atveju, kai vidiniai ritiniai pagaminti iš izotropinės dielektrinės medžiagos, elektrinės skvarbos tenzoriaus elementai lygūs $\varepsilon_p = \varepsilon_\tau$. Tokiu atveju Maksvelo lygčių sprendinys vienašėje terpėje atitinka sprendinį izotropinėje dielektrinėje terpėje. Jei vidiniai ritiniai pagaminti iš ferito naudojamas Maksvelo lygčių sprendinys ferite ir $d_0 = 0$.

Iš kraštinių sąlygos dedamajai E_z gauname lygtį

$$\begin{aligned}
& d_0 A_{s,m}^v \beta_{s,t}^2 J_m(\lambda_{s,\varepsilon} R_s) / k^2 + (1-d_0) \{A_{s,m}^v J_m(z_1) + B_{s,m}^v J_m(z_2)\} / k^2 \\
& = (\lambda_0)^2 \left\{ \delta(p_0, 0) \sum_{n=-M_0}^{M_0} A_{0,n} J_m(\beta_0 R_s) J_{m-n}(\beta_0 r_{0s}) \exp(-i(m-n)\varphi_{0s}) \right. \\
& \quad + (1-\delta(p_0, 0))(1-\delta(p_0, s)) \sum_{n=-M_0}^{M_0} A_{0,n} J_m(\beta_0 R_s) H_{m-n}^{(1)}(\beta_0 r_{0s}) \exp(-i(m-n)\varphi_{0s}) \\
& \quad + (1-c_0) \delta(p_0, s) \sum_{n=-M_0}^{M_0} A_{0,n} J_{m-n}(\beta_0 r_{0s}) H_m^{(1)}(\beta_0 R_s) \exp(-i(m-n)\varphi_{0s}) \\
& \quad + c_0 \delta(p_0, s) A_{0,m} H_m^{(1)}(\beta_0 R_s) + A_{s,m} H_m^{(2)}(\beta_0 R_s) \\
& \quad \left. + \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq s}}^N \sum_{n=-M_p}^{M_p} A_{p,n} J_m(\beta_0 R_s) H_{m-n}^{(2)}(\beta_0 r_{ps}) \exp(-i(m-n)\varphi_{ps}) \right\}. \tag{3.2.1}
\end{aligned}$$

Iš kraštinių sąlygos dedamajai H_z gauname lygtį

$$\begin{aligned}
& d_0 B_{s,m}^v \beta_{s,t}^2 J_m(\lambda_{s,\mu} \rho) / k^2 + (1-d_0) \{A_{s,m}^v P_1 J_m(z_1) + B_{s,m}^v P_2 J_m(z_2)\} / k^2 \\
& = (\lambda_0)^2 \left\{ \delta(p_0, 0) \sum_{n=-M_0}^{M_0} B_{0,n} J_m(\beta_0 R_s) J_{m-n}(\beta_0 r_{0s}) \exp(-i(m-n)\varphi_{0s}) \right. \\
& \quad + (1-\delta(p_0, 0))(1-\delta(p_0, s)) \sum_{n=-M_0}^{M_0} B_{0,n} J_m(\beta_0 R_s) H_{m-n}^{(1)}(\beta_0 r_{0s}) \exp(-i(m-n)\varphi_{0s}) \\
& \quad + (1-c_0) \delta(p_0, s) \sum_{n=-M_0}^{M_0} B_{0,n} J_{m-n}(\beta_0 r_{0s}) H_m^{(1)}(\beta_0 R_s) \exp(-i(m-n)\varphi_{0s}) \\
& \quad \left. + c_0^q \delta(p_0^q, s) B_{0,m}^q H_m^{(1)}(\beta_0^q R_s^q) + B_{s,m}^q H_m^{(2)}(\beta_0^q R_s^q) \right\}. \tag{3.2.2}
\end{aligned}$$

$$\left. + \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq s}}^N \sum_{n=-M_p}^{M_p} B_{p,n} J_m(\beta_0 R_s) H_{m-n}^{(2)}(\beta_0 r_{ps}) \exp(-i(m-n)\varphi_{ps}) \right\}$$

Iš kraštinės sąlygos dedamajai E_φ gauname lygtį

$$\begin{aligned} & d_0 \left\{ -\frac{m\xi}{kR_s} J_m(\lambda_{s,\varepsilon} R_s) A_{s,m}^v + iB_{s,m}^v \mathcal{G}_{s,t} \lambda_{s,\mu} J_m'(\lambda_{s,\mu} R_s) / k^2 \right\} \\ & + (1-d_0) A_{s,m}^v \frac{\omega_1}{2k^3} \left[\left(-\frac{\xi}{S_{+1}} - \frac{iZ_0 \mu_{+1}}{S_{+1}} P_1 \right) J_{m+1}(z_1) + \left(-\frac{\xi}{S_{-1}} + \frac{iZ_0 \mu_{-1}}{S_{-1}} P_1 \right) J_{m-1}(z_1) \right] \\ & + (1-d_0) B_{s,m}^v \frac{\omega_2}{2k^3} \left[\left(-\frac{\xi}{S_{+1}} - \frac{iZ_0 \mu_{+1}}{S_{+1}} P_2 \right) J_{m+1}(z_2) + \left(-\frac{\xi}{S_{-1}} + \frac{iZ_0 \mu_{-1}}{S_{-1}} P_2 \right) J_{m-1}(z_2) \right] = \\ & -\frac{m\xi}{kR_s} \left\{ \delta(p_0, 0) \sum_{n=-M_0}^{M_0} A_{0,n} J_m(\beta_0 R_s) J_{m-n}(\beta_0 r_{0s}) \exp(-i(m-n)\varphi_{0s}) \right. \\ & + (1-\delta(p_0, 0))(1-\delta(p_0, s)) \sum_{n=-M_0}^{M_0} A_{0,n} J_m(\beta_0 R_s) H_{m-n}^{(1)}(\beta_0 r_{0s}) \exp(-i(m-n)\varphi_{0s}) \\ & + (1-c_0) \delta(p_0, s) \sum_{n=-M_0}^{M_0} A_{0,n} J_{m-n}(\beta_0 r_{0s}) H_m^{(1)}(\beta_0 R_s) \exp(-i(m-n)\varphi_{0s}) \\ & + c_0 \delta(p_0, s) A_{0,m} H_m^{(1)}(\beta_0 R_s) + A_{s,m} H_m^{(2)}(\beta_0 R_s) \\ & \left. + \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq s}}^N \sum_{n=-M_p}^{M_p} A_{p,n} J_m(\beta_0 R_s) H_{m-n}^{(2)}(\beta_0 r_{ps}) \exp(-i(m-n)\varphi_{ps}) \right\} \\ & + i\mu_0 Z_0 \lambda_0 \left\{ \delta(p_0, 0) \sum_{n=-M_0}^{M_0} B_{0,n} J_m'(\beta_0 R_s) J_{m-n}(\beta_0 r_{0s}) \exp(-i(m-n)\varphi_{0s}) \right. \\ & + (1-\delta(p_0, 0))(1-\delta(p_0, s)) \sum_{n=-M_0}^{M_0} B_{0,n} J_m'(\beta_0 R_s) H_{m-n}^{(1)}(\beta_0 r_{0s}) \exp(-i(m-n)\varphi_{0s}) \\ & + (1-c_0) \delta(p_0, s) \sum_{n=-M_0}^{M_0} B_{0,n} J_{m-n}(\beta_0 r_{0s}) H_m'^{(1)}(\beta_0 R_s) \exp(-i(m-n)\varphi_{0s}) \\ & + c_0 \delta(p_0, s) B_{0,m} H_m'^{(1)}(\beta_0 R_s) + B_{s,m} H_m'^{(2)}(\beta_0 R_s) \\ & \left. + \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq s}}^N \sum_{n=-M_p}^{M_p} B_{p,n} J_m'(\beta_0 R_s) H_{m-n}^{(2)}(\beta_0 r_{ps}) \exp(-i(m-n)\varphi_{ps}) \right\}. \end{aligned} \tag{3.2.3}$$

Iš kraštinės sąlygos dedamajai H_φ gauname lygtį

$$\begin{aligned}
& d_0 \left\{ -iA_{s,m}^\nu \gamma_{s,t} \lambda_{s,\varepsilon} J_m'(\lambda_{s,\varepsilon} R_s) / k^2 - \frac{m\xi}{kR_s} J_m(\lambda_{s,\mu} R_s) B_{s,m}^\nu \right\} \\
& + (1-d_0) A_{s,m}^\nu \frac{\omega_1}{2k^3} \left[\left(\frac{i\varepsilon_{+1}}{Z_0 S_{+1}} - \frac{\xi P_1}{S_{+1}} \right) J_{m+1}(z_1) - \left(\frac{i\varepsilon_{-1}}{Z_0 S_{-1}} + \frac{\xi P_1}{S_{-1}} \right) J_{m-1}(z_1) \right] \\
& + (1-d_0) B_{s,m}^\nu \frac{\omega_2}{2k^3} \left[\left(\frac{i\varepsilon_{+1}}{Z_0 S_{+1}} - \frac{\xi P_2}{S_{+1}} \right) J_{m+1}(z_2) - \left(\frac{i\varepsilon_{-1}}{Z_0 S_{-1}} + \frac{\xi P_2}{S_{-1}} \right) J_{m-1}(z_2) \right] = \\
& - \frac{i\varepsilon_0 \lambda_0}{Z_0} \left\{ \delta(p_0, 0) \sum_{n=-M_0}^{M_0} A_{0,n} J_m'(\beta_0 R_s) J_{m-n}(\beta_0 r_{0s}) \exp(-i(m-n)\varphi_{0s}) \right. \\
& + (1-\delta(p_0, 0))(1-\delta(p_0, s)) \sum_{n=-M_0}^{M_0} A_{0,n} J_m'(\beta_0 R_s) H_{m-n}^{(1)}(\beta_0 r_{0s}) \exp(-i(m-n)\varphi_{0s}) \\
& + (1-c_0) \delta(p_0, s) \sum_{n=-M_0}^{M_0} A_{0,n} J_{m-n}(\beta_0 r_{0s}) H_m^{(1)}(\beta_0 R_s) \exp(-i(m-n)\varphi_{0s}) \\
& + c_0 \delta(p_0, s) A_{0,m} H_m^{(1)}(\beta_0 R_s) + A_{s,m} H_m^{(2)}(\beta_0 R_s) \\
& \left. + \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq s}}^N \sum_{n=-M_p}^{M_p} A_{p,n} J_m'(\beta_0 R_s) H_{m-n}^{(2)}(\beta_0 r_{ps}) \exp(-i(m-n)\varphi_{ps}) \right\} \\
& - \frac{m\xi}{kR_s} \left\{ \delta(p_0, 0) \sum_{n=-M_0}^{M_0} B_{0,n} J_m(\beta_0 R_s) J_{m-n}(\beta_0 r_{0s}) \exp(-i(m-n)\varphi_{0s}) \right. \\
& + (1-\delta(p_0, 0))(1-\delta(p_0, s)) \sum_{n=-M_0}^{M_0} B_{0,n} J_m(\beta_0 R_s) H_{m-n}^{(1)}(\beta_0 r_{0s}) \exp(-i(m-n)\varphi_{0s}) \\
& + (1-c_0) \delta(p_0, s) \sum_{n=-M_0}^{M_0} B_{0,n} J_{m-n}(\beta_0 r_{0s}) H_m^{(1)}(\beta_0 R_s) \exp(-i(m-n)\varphi_{0s}) \\
& + c_0 \delta(p_0, s) B_{0,m} H_m^{(1)}(\beta_0 R_s) + B_{s,m} H_m^{(2)}(\beta_0 R_s) \\
& \left. + \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq s}}^N \sum_{n=-M_p}^{M_p} B_{p,n} J_m(\beta_0 R_s) H_{m-n}^{(2)}(\beta_0 r_{ps}) \exp(-i(m-n)\varphi_{ps}) \right\}. \tag{3.2.4}
\end{aligned}$$

Čia $A_{s,m}^\nu, B_{s,m}^\nu$ TM ir TE bangų amplitudės gaussiančiajame ritinyje esančio vidinio ritinio numeriu s viduje. Lygtyse (3.2.1) – (3.2.4) įrašius $\varepsilon_t = \varepsilon_p$ ir $\mu_t = \mu_p$ gauname atvejį, kai vidiniai ritiniai yra pagaminti iš izotropinės dielektrinės medžiagos, o $\varepsilon_t \neq \varepsilon_p$ arba $\mu_t \neq \mu_p$ - vidinių ritinių pagamintų iš vienašės medžiagos atvejį.

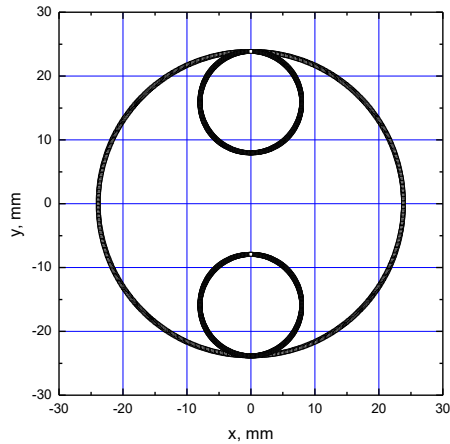
4. Skaičiavimų aptarimas

Analizinis Maksvelo lygčių kraštinio uždavinio sprendinys, kai plokščia monochromatinė tiesiškai poliarizuota elektromagnetinė banga sklaidoma dielektriniu ritiniu su vidiniais feritiniais, vienašiais ir (arba) izotropiniais dielektriniais ritiniais, nusakytas formulėmis (3.1.1-3.2.4). MATLAB terpėje parašytas programinis kodas, leidžiantis apskaičiuoti kompozicinio ritinio išsklaidytą elektromagnetinį lauką bet kuriame erdvės taške. Tikrinant, ar tiksliems skaičiavimams atlikti įskaitomas pakankamas cilindrinų modų skaičius, pasirinktuose taškuose atliekami kontroliniai skaičiavimai su didesniu įskaitomų modų skaičiumi. Jeigu rezultatai grafiniu tikslumu nesikeičia, tai mažesnis modų skaičius jau laikomas tinkamu.

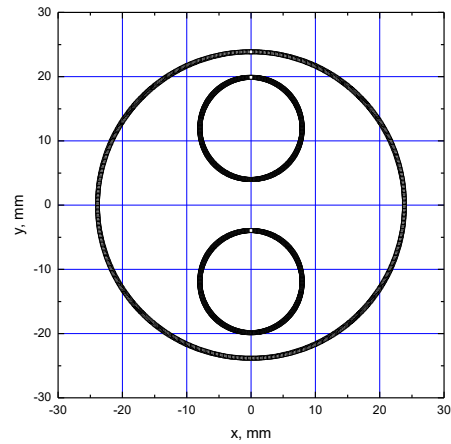
Darbe [40] atlikta analizė ir parodyti kokybiniai elektromagnetinių bangų sklaidos uždavinio ypatumai, kai kompozicinio ritinio viduje patalpinti vidiniai ritiniai pagaminti iš izotropinės dielektrinės medžiagos. Kai banga sklaidoma simetriniu kompoziciniu ritiniu, kurio vidiniai ritiniai pagaminti iš izotropinės dielektrinės medžiagos, gaunamas simetrinis išsklaidyto elektromagnetinio lauko pasiskirstymas. Kai krentanti elektromagnetinė banga poliarizuota lygiagrečiai ritinių ašims, matoma stipresnė elektromagnetinio lauko sąveika su sklaidančiu dariniu. Sklaidos kompoziciniu ritiniu, kurio viduje patalpinti plonesni ritiniai iš vienašės medžiagos, gaunami panašūs rezultatai. Skaičiavimai rodo, kad pastaruoju atveju išryškėja stipresnė išsklaidytų bangų kuriamo lauko priklausomybė nuo krentančios bangos poliarizacijos. Tokią savybę lemia vienašės terpės elektrinės skvarbos tenzorius pavidalas. Ieškant sprendinio vienašėje terpėje elektrinės skvarbos tenzorius yra diagonalus ir tenzorius pavidalas nulemia skirtingą medžiagos atsaką į elektromagnetinę spinduliuotę, poliarizuotą tangentine ir lygiagrečia kryptimi. Tiek izotropinių dielektrinių, tiek vienašių vidiniu ritinių atveju išsklaidytas laukas išlieka simetrinis, kai krentanti banga sklaidoma simetriniu dariniu [42]. Taip pat, abiejų terpių atvejais elektrinės ir magnetinės skvarbos reali dalis negali būti valdoma keičiant išorinius parametrus ir priklauso tik nuo krentančios bangos dažnio. Šiais atvejais norint pakeisti išsklaidytų laukų pasiskirstymą, esant fiksuotam krentančios bangos dažniui, reikia keisti medžiagą, iš kurios pagamintas sklaidantis darinys, arba ritinių išdėstymą. Ferito terpės atveju sklaidos reiškinys turi kokybinį skirtumą. Ferito magnetinės skvarbos tenzorius elementų vertės galima keisti išoriniu magnetiniu lauku nekeičiant sklaidančio darinio medžiagos, kai krentančios bangos dažnis yra fiksuotas. Tokia ferito savybė yra perspektyvi optikos ir elektronikos prietaisų funkcinių savybių tobulinimui. Magnetinės skvarbos tenzorius elementų vertės taip pat priklauso nuo medžiagos specifinių savybių. Perspektyvių savybių funkciniam optikos ir elektronikos

prietaisų gerinimui gali suteikti ir ferito anizotropija. Dėl sklaidančios medžiagos anizotropijos bangos sklaidomos simetriniu dariniu išsklaidyti laukai nebūtinai pasiskirsto simetriškai. Ferito atveju tai priklauso nuo antisimetrinio magnetinės skvarbos tenzorius elementų verčių. Sočiai įmagnetinto ferito terpės atvejis yra svarbus atliekant teorinius skaičiavimus, kadangi tai yra sudėtingiausias terpės modelis, kuriam pavyksta rasti analizinį Maksvelo lygčių sprendinį. Dėl šių priežasčių analizuoti pasirinktas uždavinys, kai vidiniai ritiniai pagaminti iš sočiai įmagnetinto ferito.

a)



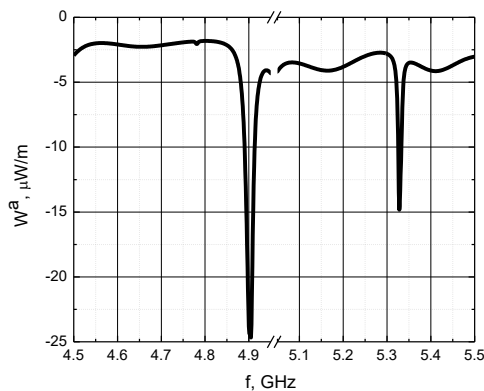
b)



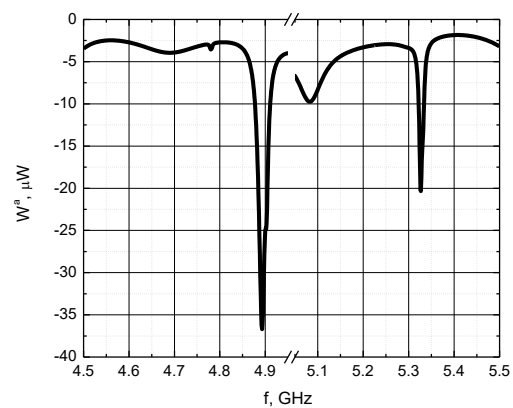
5.1 pav. Vidinių ritinių išdėstymas kompozicinio ritinio viduje $z = 0$ plokštumoje

Šiame darbe pateikiami per periodą ilgio vienetė sugertos energijos ir Pointingo vektoriaus radialiosios dedamosios ($\Pi_\rho = 1 \left[\frac{W}{m^2} \right]$) skaičiavimai, kai plokščia tiesiškai poliarizuota monochromatinė elektromagnetinė banga sklaidoma kompoziciniu ritiniu, kurio viduje patalpinti plonesni lygiagretūs ritiniai pagaminti iš ferito ISCh4 [11]. Sugertos energijos skaičiavimo formulės pateiktos darbe [40]. Krentanti banga sudaro kampą Θ su ritinių ašimis, jei prie paveikslėlio šis parametras nenurodytas – banga sklinda statmena ritinių ašims kryptimi ($\Theta = \frac{\pi}{2}$). Gaussiančiojo ritinio spindulys $R_0 = 0,0239m$, o vidinių ritinių spinduliai $R_p = 0,00795m$, atstumas tarp vidinių ritinių $A = 31,9mm$ (5.1 pav (a)) arba $A = 23,9mm$ (5.1 pav (b)). Tirtu kompozicinio ritinio vidinių ritinių išdėstymas kompozicinio ritinio viduje $z = 0$ plokštumoje pavaizduotas 5.1 pav. Gaussiančiojo ritinys pagamintas iš izotropinio dielektrinio stiklo [43], kurio elektrinė skvarba $\epsilon_s = 3,8 - i0,0005$ ir magnetinė skvarba $\mu_s = 1$. Ferito ISCh4 elektrinė skvarba ciklinėje koordinatėse sistemoje $\epsilon_f = 13,5 - i0,0005$ ir magnetinės skvarbos tenzorius elementai aprašomi taip, kaip aptarta 1.4 skyrelyje. Ferito įmagnetėjimas - $M_0 = 4,75T$, fenomenologinis nuostolių parametras - $\alpha_0 = 0,001$.

Feromagnetinio rezonanso rezonansinis dažnis $f_R = 5\text{GHz}$, esant valdančio magnetinio lauko stiprio $H_0 = 1,431 * 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ vertei. Pointingo diagramos apskaičiuotos 1mm atstumu nuo gaubiančiojo ritinio paviršiaus. Skaičiavimai atlikti $f = 4,5 - 4,95$ ir $5,05 - 5,5\text{GHz}$ dažnių ruožuose. Ritinių išdėstymas parinktas taip, kad vidinių ritinių perspinduliuojamų bangų kuriamų laukų superpozicija sustiprintų Pointingo diagramose dėl ferito anizotropijos pasireiškiančią asimetriją. Tai rodo rezultatai pateikti [41] darbe. Anizotropinės ferito savybės, dėl krentančios bangos magnetinio lauko stiprio sąveikos su ritinių medžiagos magnetiniais dipoliais, pasireiškia tik atveju, kai krentančios bangos magnetinio lauko stiprio vektorius yra nelygiagretus ritinių ašims [41]. Dėl to šiame darbe skaičiavimai, kai krentanti banga poliarizuota statmenai ritinių ašims nepateikiami. Sklaidos uždavinys tirtas keičiant krentančios bangos dažnį, atstumą tarp vidinių ritinių centrų, krentančios bangos sklaidimo kryptį ir valdančio magnetinio lauko stiprį. Analizuotos sklaidos uždavinio charakteristikos esant mažesniai ir didesniai nei feromagnetinio rezonanso krentančios bangos dažniui. Toliau grafikuose pateikti skaičiavimų rezultatai.



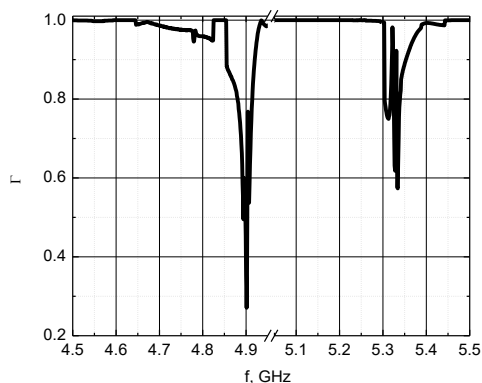
5.2 pav. Sugertos energijos priklausomybė nuo krentančios bangos dažnio, kai $A = 31,9\text{mm}$.



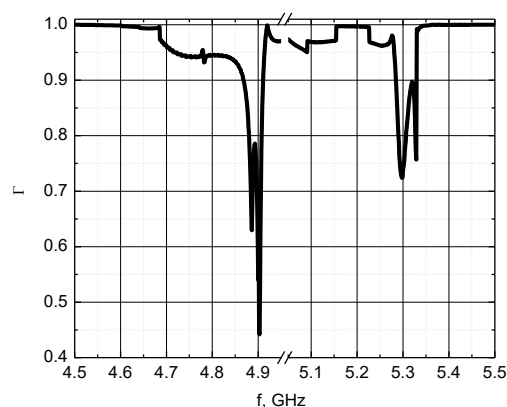
5.3 pav. Sugertos energijos priklausomybė nuo krentančios bangos dažnio, kai $A = 23,9\text{mm}$.

Pointingo diagramų asimetriškumui įvertinti įvestas parametras $\Gamma = \frac{\Pi_\rho(2\pi - \varphi_{max})}{\Pi_\rho(\varphi_{max})}$, čia φ_{max} – kampas, ties kuriuo yra maksimali Pointingo vektoriaus radialiosios dedamosios vertė. Kaip plaukia iš parametro Γ apibrėžimo, $\Gamma = 1$, kai diagrama simetrinė ir $0 \leq \Gamma < 1$, kai asimetrinė. Apskaičiavus per periodą ilgio vienetą sugertos energijos priklausomybę nuo krentančios bangos dažnio, esant skirtingiems atstumams tarp vidinių ritinių, pateiktų 5.2 ir 5.3 pav. matomi kokybiniai sugertos energijos priklausomybės nuo krentančios bangos dažnio pavidalo pokyčiai, tačiau intensyviausių sugerties maksimumų pozicijos išlieka beveik nepakitusios. Parametro Γ

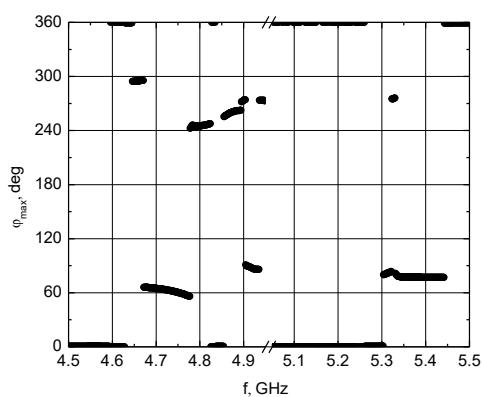
priklausomybėse nuo krentančios bangos dažnio, pateiktose 5.4 ir 5.5 pav., matoma, kad ryškiausi Γ



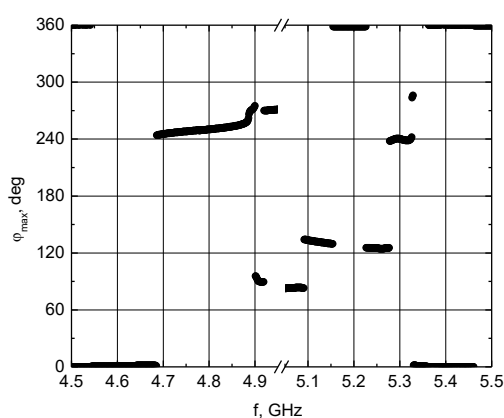
5.4 pav. Pointingo diagramos asimetrijos įvertinimo parametras Γ priklausomybė nuo krentančios bangos dažnio, kai $A = 31,9\text{mm}$.



5.5 pav. Pointingo diagramos asimetrijos įvertinimo parametras Γ priklausomybė nuo krentančios bangos dažnio, kai $A = 23,9\text{mm}$.



5.6 pav. Kampas, ties kuriuo stebima maksimali Π_ρ vertė, priklausomybė nuo krentančios bangos dažnio, kai $A = 31,9\text{mm}$.

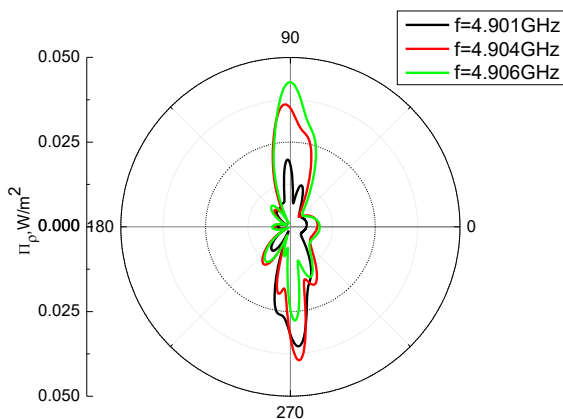


5.7 pav. Kampas, ties kuriuo stebima maksimali Π_ρ vertė, priklausomybė nuo krentančios bangos dažnio, kai $A = 23,9\text{mm}$.

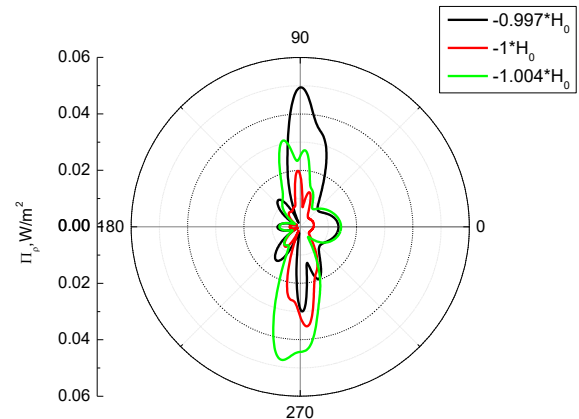
parametro minimumai, pakeitus atstumą tarp vidinių ritinių centrų, yra tuose pačiuose dažnių ruožuose arti $f = 4,9\text{GHz}$ ir $f = 5,33\text{GHz}$. Taip pat matoma, kad atstumo tarp vidinių ritinių pakeitimas sukelia kokybinių pokyčių Γ parametras priklausomybėse. Sumažinus atstumą tarp vidinių ritinių centrų iki $A = 23,9\text{mm}$ Pointingo diagramų asimetrijos galima tikėtis platesniame dažnių ruože. Iš per periodą ilgio vienete sugertos energijos (5.2 ir 5.3 pav.) ir parametras Γ priklausomybių (5.4 ir 5.5 pav.) nuo dažnio nesunku pastebėti, kad Pointingo diagramų asimetrijos galima tikėtis tuose dažnių ruožuose, kuriuose stebimi sugerties maksimumai. Iš rezultatų pateiktų 5.6 ir 5.7 pav. matoma, kad maksimali Pointingo diagramos vertė (pagrindinio lapelio kryptis) keičiant krentančios bangos dažnį gali kisti

netolygiai. Pakeitus atstumą tarp vidinių ritinių centrų galimi stiprūs pagrindinio diagramos lapelio krypties pokyčiai, kuriuos sunku susieti su kokio nors parametro pokyčiais. Taip pat matoma, kad yra dažnių ruožų, kuriuose pagrindinio diagramos lapelio krypti kinta tolydžiai, ir kuriuose kinta šuoliškai.

Fizikos požiūriu svarbūs dažnių ruožai tiek prieš tiek už feromagnetinio rezonanso, tačiau eksperimentuose tyrimams atlikti svarbesnis $f > f_R$ dažnių ruožas. Dažnių ruože $f > f_R$, magnetinės skvarbos tenzoriaus elementai kinta lėčiau negu srityje $f < f_R$. Magnetinės skvarbos tenzoriaus elementų vertės, kai krentančios bangos dažnis yra arti feromagnetinio rezonanso dažnio, yra didelės ir priklauso nuo įmagnetinančio lauko stiprio. Toks magnetinės skvarbos elgesys leidžia tikėtis perspektyvių elektromagnetinių savybių, kurias būtų galima panaudoti optikos ar elektronikos prietaisuose. Siektiniausias rezultatas – rasti parametrų sritį, kurioje gaunamas vienas siauras Pointingo diagramos lapelis ir keičiant valdančio magnetinio lauko stiprį išgaunamas tolydus šio lapelio sukimas. Toliau pateikiamos Pointingo diagramos apskaičiuotos 1mm atstumu nuo kompozicinio ritinio paviršiaus.



5.8 pav. Π_ρ priklausomybė nuo azimutinio kampo, kai $A = 31,9\text{mm}$, esant skirtingiems krentančios bangos dažniams.



5.9 pav. Π_ρ priklausomybė nuo azimutinio kampo, kai $A = 31,9\text{mm}$, krentančios bangos dažnis $f = 4.904\text{GHz}$, esant skirtingoms H_0 vertėms.

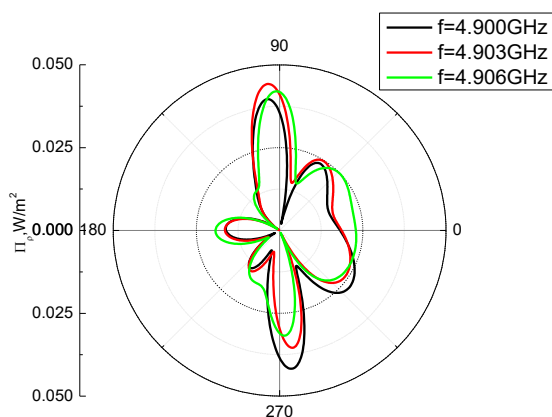
Pointingo diagramos pateiktos 5.8 pav. esant keliems krentančios bangos dažniams iš dažnių ruožo, kuriame matomas Γ parametro minimumas 5.4 ir 5.5 pav. Čia matoma, kad keičiant krentančios bangos dažnį perspinduliuotos spinduliuotės kryptis (pagrindinio Pointingo diagramos lapelio kryptis) kinta bangos sklidimo krypties (x ašies) atžvilgiu. Iš diagramų matyti, kad didinant krentančios bangos dažnį pagrindinis lapelis beveik simetriškai persiverčia x ašies atžvilgiu. Tai galima matyti ir iš rezultatų pateiktų 5.6 pav. Pagrindinio diagramos lapelio persivertimą per x ašį taip pat galima

išgauti keičiant valdančio magnetinio lauko stiprį, kai krentančios bangos dažnis fiksuotas. Pointingo diagramos valdymo įmagnetinančiu lauku iliustracija pateikta 5.9 pav. Čia matyti, kad valdančio magnetinio lauko stiprį pakeitus 0,3 – 0,4% nuo pradinės vertės pagrindinio lapelio kryptis pasikeičia beveik simetriškai bangos sklaidimo kryptčiai.

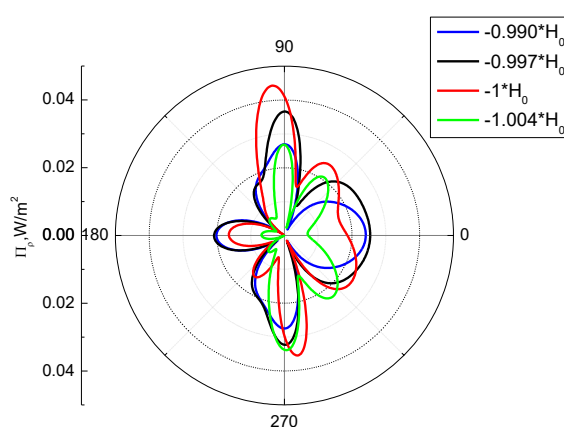
Lentelė 4.1 Ferito magnetinės skvarbos tenzoriaus elementų vertės esant skirtingiems krentančios bangos dažniams ir valdančio magnetinio lauko stipriams.

| f | $H_0 = 1,431 * 10^5 \frac{A}{m}$ | μ_{+1} | μ_{-1} |
|-----------------|----------------------------------|----------------|----------------|
| 4,901GHz | H_0 | 14,34 – 0,0066 | 1331,9 – 65,59 |
| 4,904GHz | H_0 | 14,33 – 0,0066 | 1373,3 – 70,10 |
| 4,906GHz | H_0 | 14,33 – 0,0066 | 1402,3 – 73,13 |
| 4,904GHz | $H_0 * 0,997$ | 14,36 – 0,0066 | 1625,7 – 98,36 |
| 4,904GHz | $H_0 * 1,004$ | 14,31 – 0,0066 | 1137,6 – 48,05 |

Tiriant išsklaidytų bangų laukus arti feromagnetinio rezonanso dažnio, kaip matyti iš 5.8 ir 5.9 pav., net maži krentančios bangos dažnio ar valdančio magnetinio lauko pokyčiai sukelia stiprius išsklaidyto lauko pokyčius. Taip yra dėl greito ferito magnetinės skvarbos tenzoriaus elementų kitimo kintant krentančios bangos dažniui arba valdančio magnetinio lauko stipriui. Magnetinės skvarbos tenzoriaus elementų vertės esant keliems skirtingiems dažniams ir valdančio magnetinio lauko stipriui pateiktos lentelėse 4.1 ir 4.2.

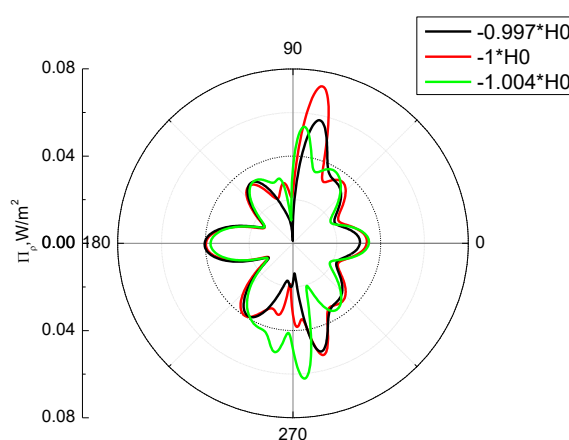
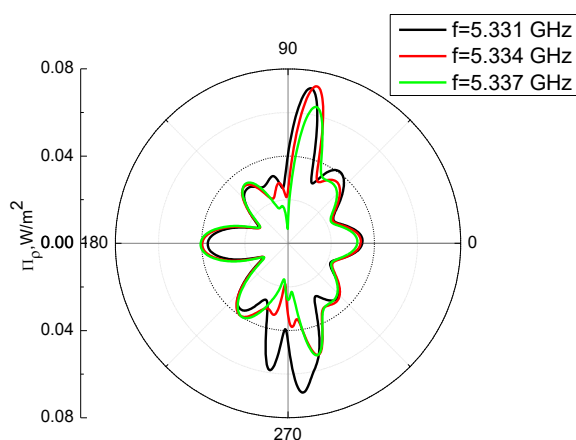


5.10 pav. Π_ρ priklausomybė nuo azimutinio kampo, kai $A = 23,9\text{mm}$, esant skirtingiems krentančios bangos dažniams.



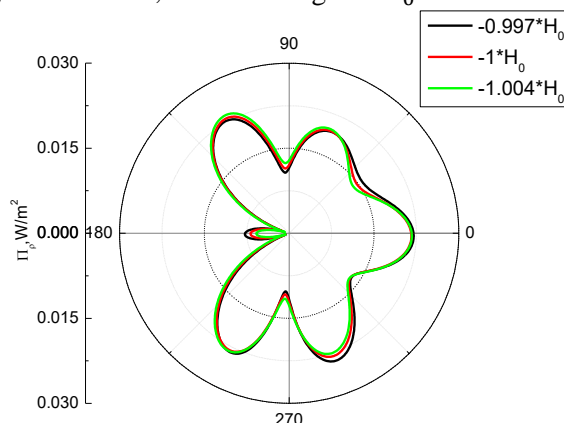
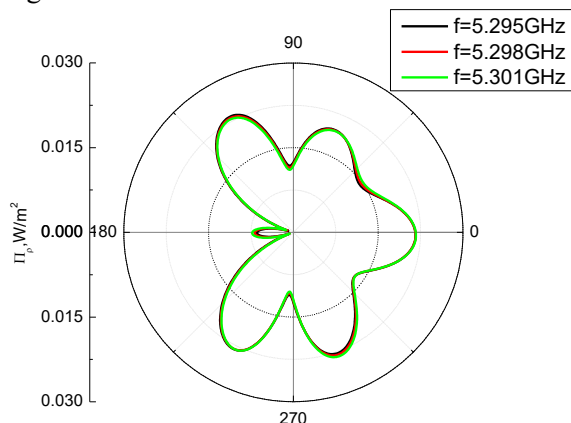
5.11 pav. Π_ρ priklausomybė nuo azimutinio kampo, kai $A = 23,9\text{mm}$, krentančios bangos dažnis $f = 4.903\text{GHz}$, esant skirtingoms H_0 vertėms.

Pakeitus atstumą tarp vidinių ritinių centrų iš $A = 31,9\text{mm}$ į $A = 23,9\text{mm}$ matoma, kad krentančios bangos dažnio ir valdančio magnetinio lauko stiprio pokyčiai turi silpnesnę įtaką Pointingo diagramos formos kitimui, šie rezultatai pateikti 5.10 ir 5.11 pav. Toks diagramų pokytis kintant krentančios bangos dažniui galėjo atsirasti dėl perspinduliuojamų bangų tarpusavio sąveikos pokyčio pakeitus atstumą tarp vidinių ritinių ir pakitusio fazių skirtumo tarp antrinių bangų šaltinių. Iš 5.11 pav. pateiktos Pointingo diagramos matoma, kad pakeitus valdančio magnetinio lauko stiprį 1% (mėlyna kreivė), asimetrinę Pointingo diagramą galima vėl simetrizuoti nepakeičiant sklaidančio darinio geometrinių parametrų. Valdančio magnetinio lauko stiprio keitimas atitinka feromagnetinio rezonanso dažnio keitimą, kaip plaukia iš sąryšio $f_R = \frac{\mu_0 \gamma_0}{2\pi} H_0$. Skaičiavimai rodo, kad keičiant valdančio magnetinio lauko stiprį visais atvejais Pointingo diagramą galima padaryti simetrinę.



5.12 pav. Π_ρ priklausomybė nuo azimutinio kampo, kai $A = 31,9\text{mm}$, esant skirtingiems krentančios bangos dažniams.

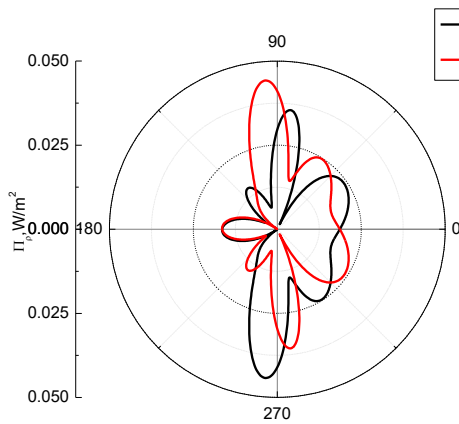
5.13 pav. Π_ρ priklausomybė nuo azimutinio kampo, kai $A = 31,9\text{mm}$, krentančios bangos dažnis $f = 5.334\text{Hz}$, esant skirtingoms H_0 vertėms.



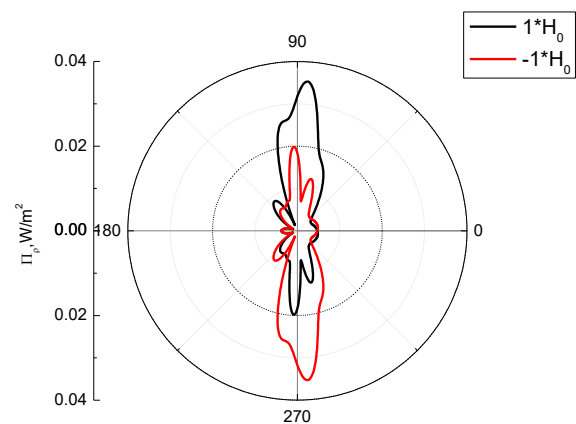
5.14 pav. Π_ρ priklausomybė nuo azimutinio kampo, kai $A = 23,9\text{mm}$, esant skirtingiems krentančios bangos dažniams.

5.15 pav. Π_ρ priklausomybė nuo azimutinio kampo, kai $A = 23,9\text{mm}$, krentančios bangos dažnis $f = 5.298\text{GHz}$, esant skirtingoms H_0 vertėms.

Pointingo diagramos apskaičiuotos esant didesniai krentančios bangos dažniui ($f > 5\text{GHz}$) nei feromagnetinio rezonanso dažniui pateiktos 5.12-5.15 pav. Čia matoma, kad keičiant krentančios bangos dažnį (5.12 ir 5.14 pav.) ar valdančio magnetinio lauko stiprį (5.13 ir 5.15 pav.) Pointingo diagramų kokybiniai pokyčiai yra silpni ir nematyti aiškios diagramos kitimo tendencijos. Tokius pokyčius galėjo apspręsti lėtesnis magnetinės skvarbos tenzoriaus elementų kitimas dažnių ruože už feromagnetinio rezonanso. Esant didesniai atstumui tarp vidinių ritinių centrų ($A = 31,9\text{mm}$) diagramų pokyčiai yra ryškesni. Svarbu pastebėti, kad keičiant krentančios bangos dažnį ar valdančio magnetinio lauko stiprį Pointingo diagramose gali kisti tiek lapelių dydžiai, tiek jų padėtys.

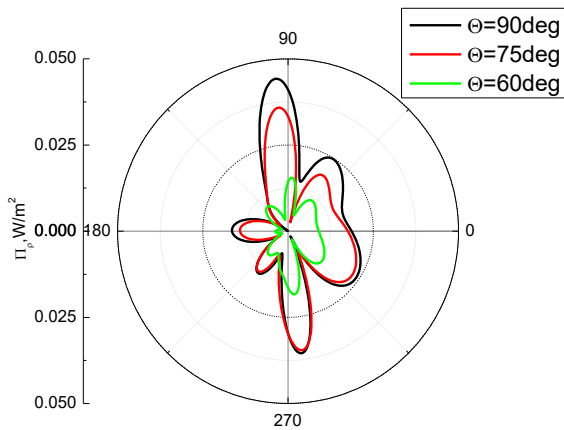


5.16 pav. Π_ρ priklausomybė nuo azimutinio kampo, kai $A = 23,9\text{mm}$, krentančios bangos dažnis $f = 4.903\text{GHz}$, esant skirtingoms H_0 vertėms.

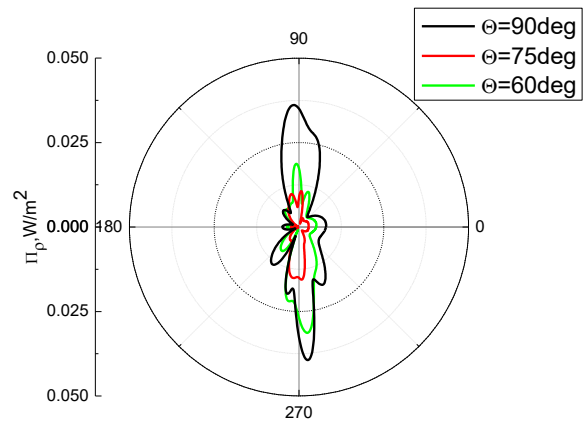


5.17 pav. Π_ρ priklausomybė nuo azimutinio kampo, kai $A = 31,9\text{mm}$, krentančios bangos dažnis $f = 4.901\text{GHz}$, esant skirtingoms H_0 vertėms.

Apskaičiavus Pointingo diagramas, kai valdantis magnetinis laukas nukreiptas išilgai z ašies teigiama ($H_0 > 0$) ir neigiama ($H_0 < 0$) kryptimis, kurios atvaizduotos 5.16 ir 5.17 pav., matoma, kad Pointingo diagrama apsiverčia x ašies atžvilgiu. Toks efektas stebimas, kadangi pakeitus valdančio magnetinio lauko kryptį, apsiverčia medžiagoje esantys magnetiniai dipoliai. Praktiniu požiūriu valdančiojo magnetinio lauko krypties pakeitimas, sukeičia ritinių pagamintų iš ferito magnetinės skvarbos tenzoriaus elementus μ_{+1} su μ_{-1} . Čia svarbu paminėti, jog pakeičiant valdančiojo magnetinio lauko kryptį, kinta ir įmagnetėjimo vektoriaus kryptis.



5.18 pav. Π_ρ priklausomybės, kai krentančios bangos dažnis $f = 4.903\text{GHz}$, banga poliarizuota lygiagrečioje ritinių ašiai plokštumoje ($\vec{E}_0 = (E_{0x}, 0, E_{0z})$), $A = 23,9\text{mm}$, esant skirtingiems kritimo kampams θ .



5.19 pav. Π_ρ priklausomybės, kai krentančios bangos dažnis $f = 4.904\text{GHz}$, banga poliarizuota lygiagrečioje ritinių ašiai plokštumoje ($\vec{E}_0 = (E_{0x}, 0, E_{0z})$), $A = 31,9\text{mm}$, esant skirtingiems kritimo kampams θ .

Priklausomybėse pateiktose 5.18 ir 5.19 pav. pavaizduota, kaip kinta Pointingo diagrama esant skirtingiems kampams tarp krentančios bangos sklaidimo krypties ir ritinių. Kraštinio sklaidos uždavinio sprendinys, kai sklaidoma feritinių ritinių ašims ne statmenai sklindanti banga, yra svarbus, kadangi šiuo atveju neegzistuoja atskiros TE ir TM bangos, kaip tai plaukia iš lygčių (1.5.4.1)-(1.5.4.2). Taip pasireiškia kokybinis skirtumas nuo sklaidos izotropiniais dielektriniais ar vienašiais ritiniais reiškiniu, kai visada pavyksta išskirti TE ir TM bangas. Iš pateiktų rezultatų matyti, kad keičiant kampą θ kinta ne tik lapelių dydis, bet ir jų padėtys. Diagramoje pavaizduotoje 5.19 pav. matoma, kad tarpiniu atveju, kai $\theta = 75^\circ$, lapeliai yra smulkesni nei atvejais, kai $\theta = 90^\circ$ ar $\theta = 60^\circ$, todėl nepavyksta išvelgti diagramos dydžio kitimo tendencijos kintant bangos sklaidimo kryptiai. Bendru atveju, Pointingo diagramų forma sklaidant ritiniais pagamintais iš ferito gali stipriau priklausyti nuo kampo θ , kaip tai parodyta darbe [11].

Rezultatai ir išvados

1. Rastas analizinis Maksvelo lygčių sprendinys feritinėje terpėje cilindrinėje koordinatų sistemoje.
2. Maksvelo lygčių sprendinys feritinėje terpėje cilindrinėje koordinatų sistemoje pritaikytas kraštiniam sklaidos uždaviniui spręsti ir MATLAB terpėje parašytas programinis kodas, skirtas apskaičiuoti išsklaidytą elektromagnetinį lauką bet kuriame erdvės taške, kai plokščia elektromagnetinė banga sklaidoma lygiagrečių ritinių, pagamintų iš dielektrinės, vienašės ir (arba) ferito medžiagos, rinkiniu, patalpintu didesniame dielektriniame ritinyje.
3. Atlikti skaičiavimai rodo, kad didžiausios Pointingo diagramos asimetrijos galima tikėtis dažnių ruožuose, kuriuose matomi sugerties maksimumai.
4. Skaičiavimai rodo, kad keičiant įmagnetinančio lauko stiprį Pointingo diagramos lapelių kryptis keičiasi nežymiai, o kinta tik jų amplitudės. Tokio diagramų formos kitimo priežastis ta, kad indekso m skirtingo ženklo amplitudės laukų maksimumą sukuria ties konkrečia polinio kampo verte.

Literatūros sąrašas

- [1] M. Y. Wang, J. Xu, J. Wu, Y. Yan, H. L. Li, „FDTD study on scattering of metallic column covered by double-negative metamaterial,“ *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, t. 21, nr. 14, pp. 1905-1914, 2007.
- [2] Zhao, Jun-Sheng, Weng Cho Chew, „Integral equation solution of Maxwell's equations from zero frequency to microwave frequencies,“ *IEEE Transactions Antennas and Propagation*, t. 10, nr. 48, pp. 1635-1645, 2000.
- [3] J. Bucinkas, L. Nickelson, R. Martavicius, „Scattering characteristics of structures of lossy metamaterial-semiconductor cylinders,“ *Appl. Phys. A*, t. 117, pp. 497-503, 2014, DOI 10.1007/s00339-014-8691-x.
- [4] A. I. Kleev, „Resonance absorption at scattering by a metamaterial cylinder,“ *Journal of Communications Technology and Electronics*, t. 6, nr. 61, pp. 598-606, 2016.
- [5] F. Mangini, N. Tedeschi, „Scattering of an electromagnetic plane wave by a sphere embedded in a cylinder,“ *Journal of the Optical Society of America A*, t. 5, nr. 34, p. 760, 2017.
- [6] C. Yang, J. Shi, Q. Liu, Y. Du, „Scattering From Inhomogeneous Dielectric Cylinders With Finite Length,“ *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, t. 8, nr. 54, pp. 1-15, 2016.
- [7] K. Yashiro, N. Guan, „Analysis of scattering from circular cylinders characterized by extended surface impedance,“ *Progress in Electromagnetic Research Symposium (PIERS)*, 2016.
- [8] J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N. Winn, R. D. Meade, *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*, 2nd edition, Princeton University Press, 2008.
- [9] A. R. McGurn, *Nonlinear Optics of Photonic Crystals and Meta-Materials*, Morgan & Claypool Publisher, 2015.
- [10] V. Kybartas, V. Šugurovas, *Elektrodinamika*, Vilnius: Mokslas, 1977.
- [11] J. Bucinkas, L. Nickelson, R. Martavicius, „Microwave scattering diagrams of three-layered SiC-metamaterial/gyrotropic ferrite-SiC cylinders,“ *Applied Physics A, Materials Science & Processing*, t. 115, nr. 2, pp. 467-473, 2014, DOI 10.1007/s00339-013-8039-y.
- [12] J. Bučinskas, *Elektrodinamikos kraštinių uždavinių sprendimo metodai: mokomoji knyga*, Vilnius: Vilniaus universitetas, 2006.
- [13] P. Ylä-Oijala, J. Makkanen, S. Jarvenpaa, S. P. Kiminki, „Surface and Volume Integral Equation Methods for Time-Harmonic Solutions of Maxwell's Equations,“ *Progress In Electromagnetics Research*, t. 149, pp. 15-44, 2014.
- [14] B. M. Kolundzija, A. R. Djordjevic, *Electromagnetic Modeling of Composite Metallic and Dielectric Structures*, Boston: Artech House, 2002.
- [15] S. D. Gedney, *Introduction to the FDTD Method for Electromagnetics*, Morgan & Claypool, 2011.
- [16] J. L. Volakis, K. Sertel, *Integral Equation Methods for Electromagnetics*, Scitech Publishing, Inc., 2012.
- [17] U. van Rienen, „Numerical Methods in Computation Electrodynamics: Linear Systems in Practical Applications,“ p. 375, 2012.
- [18] A. Stern, Y. Tong, M. Desburn, J. E. Marsden, „Geometric Computational Electrodynamics with Variational Integrators and Discrete Differential Forms,“ *Geometry, mechanics, and dynamics*, t. 73, 2009.

- [19] S. T. Chu, „Finite-Difference Time-Domain Method for Optical Waveguide Analysis,“ *Progress In Electromagnetics Research, PIER 11*, pp. 255-300, 1995.
- [20] T. Rylander, A. Bondeson, P. Ingelstrom, *Computational Electromagnetics 2nd ed.*, New York: Springer, 2013.
- [21] M. N. O. Sadiku, *Numerical techniques in electromagnetics 2nd ed.*, Boca Raton: CRC Press, 2001.
- [22] S. K. Cho, *Electromagnetic Scattering*, New York: Springer, 1990.
- [23] J. A. Roumeliotis, A. P. Ziotopoulos, „Electromagnetic Scattering By a Circular Cylinder Parallel With Another One of Small Radius,“ *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, t. 14, nr. 1, pp. 27-43, 2000.
- [24] H. Toyama, K. Yasumoto, „Electromagnetic scattering from periodic arrays of composite circular cylinder with internal cylindrical scatterers,“ *Progress In Electromagnetics Research, PIER*, t. 52, pp. 321-333, 2005.
- [25] T. Kushta, K. Yasumoto, „Electromagnetic scattering from periodic arrays of two circular cylinders per unit cell,“ *Progress In Electromagnetics Research, PIER*, t. 29, pp. 69-85, 2000.
- [26] V. Jandieri, K. Yasumoto, „Electromagnetics Scattering by Layered Cylindrical Arrays of Circular Rods,“ *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, t. 59, nr. 6, pp. 2437-2441, 2011.
- [27] V. Jandieri, K. Yasumoto, Y. K. Cho, „Rigorous Analysis of Electromagnetic Scattering by Cylindrical EBG Structures,“ *Progress In Electromagnetics Research PIER*, t. 121, pp. 317-342, 2011.
- [28] S. C. Mao, Z. S. Wu, Z. Zhang, J. Gao, „Two-dimensional scattering of a Gaussian beam by a homogeneous gyrotropic circular cylinder,“ *International Journal of Microwave and Wireless Technologies*, t. 9, nr. 10, pp. 1-5, 2017.
- [29] S. C. Mao, Z. Zhang, J. Gao, Z. S. Wu, „Scattering of a Gaussian beam by an anisotropically coated circular cylinder,“ *Waves in Random and Complex Media*, 2017.
- [30] K. Yashiro, „Scattering From a Finite Array of Axially Magnetized Ferrite Cylinders,“ *International Symposium on Antnnas and Propagation*, 2015.
- [31] A. V. Kudrin, V. Es'kin, T. M. Zaboronkova, „Electromagnetic wave scattering by an array of paralel gyrotropic cylinders,“ *General Assembly and Scientific Symposium (URSI GASS)*, 2014.
- [32] J. Bucinskas, L. Nickelson, V. Sugurovas, „Microwave diffraction characteristic analysis of 2D multilayered uniaxial anisotropic cylinder,“ *Progress In Electromagnetics Research*, t. 109, pp. 175-190, 2010.
- [33] A. Maffucci, G. Miano, F. Villone, „A transmission line model for metallic carbon nanotube interconnects,“ *Int. J. of Circuit Theory and Appl.*, t. 53, pp. 31-51, 2008.
- [34] G. V. Hanson, „Fundamental transmitting properties of carbon nanotube antennas,“ *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, t. 53, pp. 3426-3434, 2005.
- [35] S. M. Hashemi, I. S. Nefedov, „Wideband perfect absorption in arrays of tilted carbon nanotubes,“ *Physical Review B*, t. 86, p. 195411 (6 pages), 2012.
- [36] H. Bao, X. L. Ruan, T. S. Fisher, „Optical Properties of Ordered Vertical Arrays of Multi-Walled Carbon Nanotubes From FDTD Simulations,“ *Optics Express*, t. 18, nr. 6, pp. 6347-6359.
- [37] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media*, Oxford: Pergamon Press, 1984.
- [38] S. A. Maier, *Plasmonics: Fundamentals and Applications*, Bath, UK: Springer-Verlag, 2007.

- [39] N. S. Koshlyakov, M. M. Smirnov, E. B. Gliner, *Differential Equations of Mathematical Physics*, Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1964.
- [40] G. Tušinskis, „Elektromagnetinių bangų sklaida kompoziciniu ritiniu,“ Pagrindinių studijų baigiamasis darbas, Vilniaus universitetas, Vilnius, Lietuva, 2016.
- [41] G. Tušinskis, „Skaidos dielektriniu ritiniu su vidiniais ritiniais iš feritinės medžiagos Maksvelo lygčių kraštinio uždavinio sprendinys,“ Vilniaus universitetas, Vilnius, Lietuva, 2018.
- [42] G. Tušinskis, „Skaidos dielektriniu ritiniu su vidiniais ritiniais iš vienašės medžiagos Maksvelo lygčių kraštinio uždavinio sprendinys,“ Vilniaus universitetas, Vilnius, Lietuva, 2017.
- [43] J. Bucinskas, L. Nickelson, V. Sugurovas, „Microwave Scattering and Absorption by a Multilayered Lossy Metamaterial-Glass Cylinder,“ *PIER*, t. 105, pp. 103-118, 2010.

Electromagnetic Wave Scattering by a Finite Set of Ferrite Cylinders
Embedded in a Larger Dielectric Cylinder

Summary

The aim of this work is to build an analytical solution of Maxwell's equations for a boundary problem when a plane electromagnetic wave is scattered by a large cylinder with inner cylindrical scatterers made from isotropic dielectric, uniaxial and (or) ferrite material and investigate the peculiarities of the scattered fields. Here the enveloping cylinder is made from isotropic dielectric material. All the cylinders have arbitrary radii, permittivity and permeability. The positions of inner cylinders and their number is arbitrary. The condition that the surfaces of all cylinders do not intersect has to be fulfilled. The incident plane wave can have arbitrary polarization and angle of incidence with respect to the axis of the cylinders. All available re-radiation between the cylinders is evaluated by applying Graf's addition theorem. Modelling of electromagnetic wave scattering problems by structures of this type is important in material science for finding new applications of natural and synthetic materials, as well as improving already existing devices.

A MATLAB code was written to solve a boundary problem of electromagnetic wave scattering by a composite cylinder with inner cylindrical scatterers and to calculate the electromagnetic field at any point in space. A case of two ferrite cylinders embedded in a larger dielectric cylinder was studied in this work numerically. The inner cylinders are placed on a line perpendicular to the direction of the propagation of the wave. Calculations were performed with different distances between the inner cylinders. From the performed calculations it is shown that the highest asymmetry of the Poynting vector is obtained in the frequency ranges at which absorption maxima are observed, independent of the distance between the inner cylinders. Furthermore, it was shown that by changing the magnetizing field the Poynting diagram is either enlarged or contracted and the form exhibits a pulsing behavior with the change of the magnetizing field. The smooth rotation of the main petal of the Poynting diagram was not observed by changing the magnetizing field.