Vilniaus universitetas
Fizikos fakultetas
Teorinės fizikos ir astronomijos institutas

Edvinas Butiškis

Imitacinės nuomonių dinamikos modeliavimas

Pagrindinių studijų baigiamasis darbas

Kompiuterinės fizikos ir modeliavimo
studijų programa

Studentas Edvinas Butiškis
Leista ginti
Darbo vadovas habil. dr. Vygintas Gontis
Instituto atstovas prof. dr. Egidijus Anisimovas

Vilnius 2018

Turinys

1 Įvadas 2
1.1 Metodai 3
1.2 Darbo tikslas 3
1.3 Darbo uždaviniai 3
2 Teorinė apžvalga 4
2.1 Sudėtingos sistemos 4
2.1.1 Sudėtingų sistemų apžvalga 4
2.2 Agentų modeliai 4
2.3 Stochastiniai modeliai 5
2.4 Stochastiniai procesai 6
2.5 Markovo procesas 6
2.5.1 Markovo grandinė 6
2.5.2 Brauno judėjimas 7
2.5.3 Atsiradimo – išnykimo procesas 7
3 Mikroskopinis dviejų būsenų agentų modelis 9
3.1 A. Kirmano modelis 9
3.2 Bandos jausmo modeliavimo rezultatai ir aptarimas 11
3.3 Apibendrinimas 14
4 Stochastinė Kirmano modelio interpretacija 15
4.1 Agentų modelio taikymas makroskopiniame lygmenyje 15
4.2 Stochastinio Kirmano modelio realizacija ir analizė 16
4.3 Apibendrinimas 18
5 Baso sklaidos modelis 19
5.1 Agentų modelis Baso sklaidai 19
5.2 Baso sklaidos ir vienakrypčio Kirmano agentų modelio realizacijos palyginimas 20
5.3 Apibendrinimas 22
6 Kirmano agentų modelis lokalios sąveikos režime 23
6.1 Agentų lokalios sąveikos realizacija 23
6.2 Apibendrinimas 25
Išvados 26
Literatūra 27
Santrauka 29
Summary 31

1 Įvadas

Statistiškai tinkami socialinių ir ekonominių sistemų modeliai, visų pirma stochastiniai ir agentų, kelia didelį susidomėjimą plačiai tarpdisciplininių tyrimų mokslinei bendruomenei, sprendžiančiai įvairias kompleksines socialines sistemas. Kompiuterinis modeliavimas yra vienas iš pagrindinių šiuolaikinio mokslo aspektų, ar tai būtų fizikinis, ar socialinis, ar ekonominis mokslas. Kompleksinių sistemų atveju, modeliavimas pasitarnauja kaip metodas ieškant ir perprantant tarpusavio ryšį tarp individualių agentų mikroskopinių sąveikų ir makroskopinės, kolektyvinės, kompleksinės sistemos dinamikos. Vis dėlto, kai kurios bendros teorijos ar metodai, kurie yra gerai išvystyti gamtos ir fiziniuose moksluose, gali būti naudingi kuriant nuoseklų mikro ir makro modeliavimą kompleksinėms sistemoms.

Darbe aptarti modeliai, taikomi ekonomikoje ir finansuose, kurie pabrėžia svarbų atitikimą tarp mikroskopinio, agentų, ir makroskopinio, stochastinio, aprašymo. Mokslininkai šiuos modelius naudoja kaip pagrindinį atspirties tašką, juos ištobulina, ir tokiu būdu tiria ypatingai sudėtingas sistemas ir jų dinamiką. Jie plačiai naudojami ne tik socialiniuose moksluose, bet taip pat sėkmingai pritaikomi ir fiziniuose moksluose. 3 skyriuje pristatytas Kirmano agentų modelis [1], o sekančiame 4 skyriuje išvestas ir pademonstruotas tokio modelio stochastinis aprašymas. Kirmano pasiūlytas modelis iš esmės atsižvelgia į porą esminių socialinio elgesio aspektų.

Naujų produktų sklaida yra viena iš pagrindinių problemų rinkų tyrimuose. Šioje srityje į pagalbą galima pasitelkti Kirmano siūlomą modelį [1] ir jį pritaikyti kaip įrankį, padedantį spręsti panašias problemas. Baso naujų produktų sklaidos modelis yra gerai žinomas modelis, kuris plačiai naudojamas rinkodaros praktikoje. Šis modelis yra aprašomas paprasta diferencialine lygtimi, kuri naudojama vartotojų skaičiui, įsigijusių naują produktą ar paslaugą, aprašyti [2]. Buvo pasiūlymų, kad toks fundamentinis makroskopinis aprašymas rinkos tyrimuose gali būti ištirtas naudojant agentais pagrįstą modeliavimą. Taigi tai yra puiki galimybė tyrinėti mikroskopinio ir makroskopinio aprašymų ryšį, ieškant prielaidų, kuriomis abu metodai sutampa. 5 skyriuje plačiau aptariamas šio uždavinio sprendimas.

Interaktyvūs modeliai, pristatyti internetinėje svetainėje [3], yra pasiekiami plačiai auditorijai ir pasitarnauja kaip papildomi tyrimų instrumentai. Jų aprašymai [4], [5], [6] suteikė galimybę susipažinti su teoriniu pagrindu, kuris ypač pasitarnavo realizuojant pagrindinius modelius, aptariamus šiame darbe.

Finansų krizės paskatino rašyti straipsnius, iššaukiančius naujas ekonomines idėjas ir pabrėžiančius statistinės fizikos taikymų svarbą tyrinėjant socialines problemas. Dauguma straipsnių parodė, kad agentų modeliai yra labai reikalingi, norint efektyviai suprasti, kas vyksta sudėtingose

socialinėse ir ekonominėse sistemose, o turint fizikinę nuojautą, galima apjungti makroskopinį ir mikroskopinį modeliavimą. Efektyvūs statistinės fizikos taikymai tiriant socialines bei ekonomines sistemas paskatino mokslo sričių, kaip „sociofizika“ ir „ekonofizika“ vystymąsi.

Šio darbo tikslas – ištirti, pademonstruoti ir aprašyti, kaip veikia imitacinė nuomonių dinamika mikroskopiniame ir makroskopiniame sistemos aprašyme, naudojantis keletu modeliavimo scenarijų.

1.1 Metodai

Darbe naudojamos plačiai žinomos statistinės fizikos idėjos ir įrankiai. Taip pat keli metodai, sukurti modeliuoti kompleksines sistemas.

1.2 Darbo tikslas

Šio darbo tikslas – ištirti, pademonstruoti ir aprašyti, kaip veikia imitacinė nuomonių dinamika mikroskopiniame ir makroskopiniame sistemos aprašyme.

1.3 Darbo uždaviniai

- Aprašyti ir suprogramuoti agentais paremtą Kirmano imitacinį nuomonių dinamikos modelį.
- Išvesti stochastinį Kirmano agentų modelio atitikmenį makroskopiniame aprašyme, jį suprogramuoti bei palyginti su agentais paremto modelio sistemos dinamikos aprašymu.
- Išsiaiškinti globalios ir lokalios agentų sąveikos aprašymo metodą, atlikti perėjimą nuo ne ekstensyvios prie ekstensyvios agentų sąveikos sistemoje, jį sumodeliuoti ir palyginti.
- Išvesti ir parodyti, kad makroskopinis (stochastinis) Baso sklaidos modelis yra vienakrypčio Kirmano agentų modelio atvejis.

2 Teorinė apžvalga

Prieš pradedant gilintis į konkrečius modelius, naudinga susipažinti su pagrindinėmis teorinėmis sąvokomis ir apibrėžimais, išsiaiškinti kertinius procesus, metodus bei įrankius, kuriais remiamasi darbe. Šiame skyriuje būtent tai ir bus apžvelgiama.

2.1 Sudėtingos sistemos

Sudėtingos sistemos yra sudarytos iš daugelio komponentų, kurie gali sąveikauti vieni su kitais. Daugeliu atvejų, tokias sistemas galima apibūdinti kaip tinklą, kuriame mazgai atvaizduoja komponentus, o sąsajos, jų tarpusavio sąveiką. Sudėtingų sistemų pavyzdžiai yra Žemės globalinis klimatas, organizmai, žmogaus smegenys, socialinės ir ekonominės organizacijos (pvz. miestai), ekosistema, gyva ląstelė ir net visa visata.

Kompleksinės sistemos yra tokios, kurių elgesį iš esmės sudėtinga numatyti ir aprašyti nesinaudojant kompiuterinio modeliavimo metodais. Kompleksinės sistemos yra sunkiai prognozuojamos dėl sąveikų tarp sudedamųjų dalių netiesiškumo, struktūrų atsiradimo, savaiminės tvarkos atsiradimo, adaptacijos bei grįžtamojo ryšio ciklų. Kadangi tokios sistemos egzistuoja įvairiose srityse, jų tarpusavio bendrumas tapo savarankiškos mokslinių tyrimų srities tema.

2.1.1 Sudėtingų sistemų apžvalga

Kompleksinių sistemų tyrimo metodai padeda išsiaiškinti, kaip sąveikos tarp sistemos dalių sukelia jos kolektyvinį elgesį ir kaip sistema veikia bei formuoja santykius su savo aplinka. Sudėtingų sistemų kolektyvinis ar sisteminis elgesys laikomas pagrindiniu tyrimo objektu. Dėl šios priežasties sudėtingos sistemos gali būti suprantamos kaip alternatyvi redukcionizmo paradigma, kuri bando paaiškinti sistemas pagal jų sudedamąsias dalis ir jų tarpusavio sąveiką.

Kaip tarpdisciplininė sritis, sudėtingos sistemos yra sudarytos iš daugelio sričių, pavyzdžiui, fizinės saviorganizacijos, savaiminės tvarkos socialiniuose moksluose, matematinės chaoso teorijos, prisitaikymo biologijoje ir daugelio kitų labiau specializuotų uždavinių. Todėl kompleksinių sistemų mokslas yra plati sąvoka, apimanti mokslinių tyrimų metodus, skirtus spręsti daugelio skirtingų disciplinų klausimams, tam pasitarnauja statistinė fizika, informacijos teorija, netiesinė dinamika, antropologija, meteorologija, sociologija, ekonomika, psichologija ir biologija.

2.2 Agentų modeliai

Agentais pagrįsti modeliai (angl. trumpinys ABMs) atkuria kompleksinių sistemų elgesį pagal užduotas jų sudėtinių elementarių dalių (agentų) tarpusavio sąveikas. Taikant ekonomikoje, agentais laikome atskirus vartotojus, verslininkus, verslo ir finansų įmones. Tokiame modelyje kiekvieno

agento elgesį lemia taisyklių rinkiniai. Bet kuriuo laiko momentu, agentai veikia pagal savo situaciją, aplinką ir jų elgesio taisykles. Pavyzdžiui, vartotojas sprendžia pirkti ar nepirkti naują automobilį, remdamasis įvairiais motyvais. Sprendimas gali priklausyti nuo poreikio, optimizmo dėl esančios ekonominės situacijos ar infliacijos, turimo darbo, finansinės padėties ir suvokimo, ar sandėris geras. Priešingai nei klasikinėse ekonominėse teorijose, veiksmai nėra pagrįsti visapusiškos pusiausvyros prielaida. Agentai tiesiogiai sąveikauja vienas su kitu, ir tikėtina, kad tokia sąveika daro įtaką jų elgesiui. Bendra rinkos elgsena susidaro iš visų sąveikaujančių agentų veiksmų, panašiai kaip daugiadalelinėse fizinėse sistemos, ir tai padeda tiksliau atspindėti įvykius realioje ekonomikoje.

Taigi, iš esmės agentai yra apibendrinti objektai, kurie aprašomi paprastomis taisyklėmis, kad galėtų perteikti svarbiausias tikro subjekto, pavyzdžiui žmogaus ar įmonės, elgesio ypatybes, galiojančias tam tikroje sistemoje ar aplinkoje.

Šių modelių taikymai neapsiriboja vien ekonomika. Jie plačiai naudojami biologijoje, pavyzdžiui analizuojant epidemijų plėtrą, populiacijų dinamiką, kraštovaizdžio įvairovę, biologines sistemas molekuliniame lygmenyje ir kt. Taip pat versle ir organizacijų valdyme, finansuose, socialiniuose bei gamtos moksluose.

2.3 Stochastiniai modeliai

Modeliavimas pasitelkus agentus remiasi idėja, kad realiai sąveikaujančias sistemos dalis galima pakeisti apibendrintais objektais, agentais, kurie elgiasi pagal aiškiai apibrėžtas bendras ir paprastas taisykles. Toks sistemos aprašymas, kai sekama kiekvieno agento būsenos evoliucija, vadinamas mikroskopiniu.

Daugelyje kompleksinių sąveikų netiesiškumas pasireiškia kaip esminė savybė. Tokių sistemų evoliucija pasižymi dinaminiu chaosu, kai smulki klaida pradinėse sąlygose sukelia sistemos būsenos nukrypimus nuo pradinės prognozės. Toks nenuspėjamumas dėl dinaminio chaoso pasireiškimo aptinkamas ir daugiadalelinėse sistemose, pavyzdžiui, orų prognozėse. Tačiau yra ir tokių sistemų, kuriose atsitiktinumas (stochastiškumas) yra vidinė savybė, pasireiškianti mikroskopiniame sąveikos tarp agentų lygyje. Yra manoma, kad tokioms sistemoms reikėtų priskirti ir finansų rinkas. Todėl tokių sistemų modeliai yra stochastiniai, nes agentų būsenos keičiasi su tam tikra tikimybe.

Paprastai, makroskopinė sistemos dinamika gali būti aprašoma naudojantis stochastinėmis diferencialinėmis lygtimis. Toks metodas yra kur kas senesnis ir seniai taikomas finansų rinkoms aprašyti. Aišku, kad toks būdas yra mažiau informatyvus nei prieš tai apibūdintas metodas (skyr. 2.2), kadangi stochastinis modeliavimas nesuteikia supratimo apie individualias agentų sąveikas. Daugumoje atvejų toks modeliavimas tik aproksimuoja norimus reiškinius.

2.4 Stochastiniai procesai

Tikimybių teorijoje ir susijusiose srityse, stochastinis arba atsitiktinis procesas yra matematinis objektas, paprastai apibrėžiamas kaip atsitiktinių dydžių rinkinys. Istoriškai, atsitiktiniai kintamieji buvo susiejami arba indeksuojami skaičių rinkiniu, dažniausiai taškais laike. Stochastinį procesą galima interpretuoti kaip skaitinių verčių atsitiktinį kitimą sistemoje bėgant laikui, pavyzdžiui bakterijų populiacijos augimas, elektros srovės fluktuacijos dėl šiluminio triukšmo arba dujų molekulės judėjimas. Stochastiniai procesai yra plačiai naudojami kaip matematiniai sistemų ir reiškinių modeliai, kurie kinta atsitiktine tvarka. Jie taikomi daugelyje mokslinių disciplinų, tokių kaip biologija, chemija, ekologija, neurologija ir fizika, taip pat kaip ir technologinių bei inžinerijos sričių, pavyzdžiui, vaizdo bei signalų apdorojimas, informacijos teorija, informatika, kriptografija ir telekomunikacijos. Be to, atsitiktiniai finansų rinkų pokyčiai paskatino platų stochastinių procesų taikymą finansų srityje.

2.5 Markovo procesas

Markovo procesas yra stochastinis procesas, kurio rezultatai bet kuriuo laiko momentu priklauso tik nuo ankstesnio laiko momento rezultato.

2.5.1 Markovo grandinė

Markovo grandinė yra stochastinis modelis, apibūdinantis galimų įvykių seką, kur kiekvieno įvykio tikimybė priklauso tik nuo to, kokia buvo pasiekta ankstesniame įvykyje.

Tikimybių teorijoje ir su ja susijusiose srityse, Markovo procesas, pavadintas rusų matematiko Andrejaus Markovo garbei, yra stochastinis procesas, kuris tenkina Markovo savybes (kartais apibūdinamas kaip neturintis atminties). Apskritai kalbant, procesas tenkina Markovo savybę, jei galima prognozuoti proceso ateitį, remiantis vien tik dabartine jo būsena, taip pat lyg būtų žinoma visa jo istorija, t. y. priklausomai nuo dabartinės sistemos būklės, jos būsimos ir praeitos būsenos yra nepriklausomos.

Markovo grandinė yra Markovo proceso tipas, turintis arba diskretines būsenas, arba diskretinį indeksų rinkinį (dažnai reprezentuojantį laiką), todėl naudojamas įvairus Markovo grandinės apibrėžimas. Pavyzdžiui, Markovo grandinė dažnai apibrėžiama kaip Markovo procesas diskretiniu arba tolydiniu laiku su baigtiniu būsenų skaičiumi – nepriklausomai nuo laiko pobūdžio. Taip pat Markovo grandinė dažnai apibrėžiama kaip turinti diskretinį laiką arba baigtinėje, arba tolydžioje būsenų erdvėje.

Markovas studijavo Markovo procesus XX a. pradžioje, o 1906 m. jis paskelbė savo pirmąjį pranešimą šia tema. Kai kurie Markovo procesų variantai buvo studijuoti šimtus metų ankščiau,

nepriklausomų kintamųjų kontekste. Du svarbūs Markovo proceso pavyzdžiai yra Vynerio, dar kitaip vadinamu Brauno judėjimu, ir Puasono procesas, kurie laikomi svarbiausiais ir centriniais stochastiniais procesais stochastinių procesų teorijoje. Šie du procesai yra tolydinio laiko Markovo procesai.

Markovo grandinės yra pritaikomos kaip statistiniai realių procesų modeliai, pavyzdžiui, tyrinėjant automobiliuose esančias kruizų valdymo sistemas, oro uostuose atvykstančių klientų eiles, valiutos keitimo kursus, saugojimo sistemas kaip pvz., užtvankos, ar tam tikrų gyvūnų rūšių populiacijos augimą. Algoritmas „PageRank“, kuris iš pradžių buvo pasiūlytas interneto paieškos sistemai „Google“, yra pagrįstas Markovo procesu. Be to, Markovo procesai yra bendrųjų stochastinių modeliavimo metodų, žinomų kaip Gibso ansamblis ir Markovo grandinės Monte Karlo metodas, pagrindas.

2.5.2 Brauno judėjimas

Brauno judėjimas yra fizikinis reiškinys, kai tam tikras dydis nuolat patiria mažus, atsitiktinius pokyčius. Jis buvo pavadintas Škotijos botaniko Roberto Brauno garbei, kuris pirmą kartą tyrė tokius svyravimus (1827 metais).

Jei laikoma, kad tam tikroje terpėje esančios dalelės paklūsta Brauno judėjimo dėsningumams, tai per tam tikrą laiką dalelės yra linkusios tolygiai paskirstyti visoje terpėje. Tad, jeigu turime dvi gretimas sritis laiko momentu *t,* ir pirmoje srityje turime dvigubai daugiau dalelių lyginant su antra sritimi, tai tuo metu tikimybė, kad dalelės palieka pirmą sritį ir pereina į antrą yra dvigubai didesnė už tikimybę, kad dalelė paliks antrą sritį pereidama į pirmą. Fizikinis procesas, kurio metu medžiaga yra linkusi tolygiai pasiskirstyti iš didelės koncentracijos sričių į mažesnės koncentracijos sritis, vadinamas difuzija. Dėl to difuziją galime laikyti makroskopiniu Brauno judėjimo pasireiškimu. Tai reiškia, kad difuziją galima tirti modeliuojant Brauno dalelės judėjimą bei skaičiuojant statistiškai vidurkinamą elgesį. Keletas difuzijos procesų pavyzdžių, kurie tiriami Brauno judėjimo požiūriu, yra teršalų difuzija atmosferoje, skylių arba elektronų difuzija per puslaidininkį ir kalcio difuzija per kaulinį audinį gyvuose organizmuose.

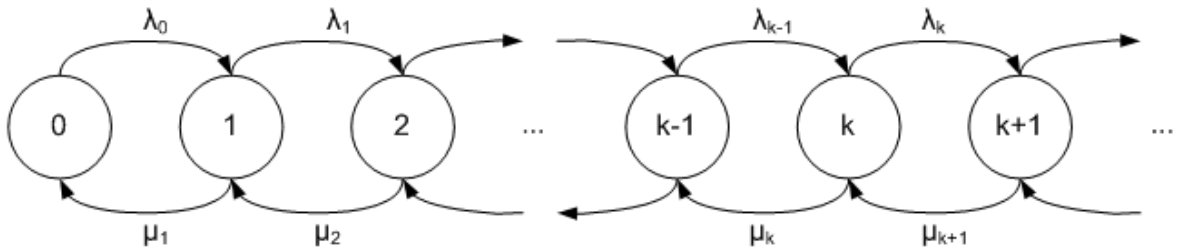
Brauno judėjimas yra vienas svarbiausių stochastinių procesų, o Vynerio procesas yra vienmačio Brauno judėjimo matematinis formulavimas. Šis matematinis Brauno judėjimo aprašymas naudojamas stochastinių diferencialinių, Fokerio – Planko bei Lanževeno lygčių matematiniam užrašymui.

2.5.3 Atsiradimo – išnykimo procesas

Atsiradimo – išnykimo procesas yra atskiras tolydaus Markovo proceso atvejis, kai būsenos perėjimai yra tik dviejų tipų: „atsiradimo“, kuris padidina būsenos kintamąjį vienetu ir „išnykimo“,

kai tai sumažina būsenos kintamąjį vienetu. Šio proceso pavadinimas kilęs iš bendro jo taikymo. Modelis atvaizduoja esamą populiacijos skaičių, o būsenos pokyčiai yra tiesiogiai susiję su populiacijos padidėjimo ir sumažėjimo vienu vienetu atvejais. Atsiradimo – išnykimo procesai turi daugybę pritaikymų demografijoje, eilių susidarymo teorijoje, veikos inžinerijoje, epidemiologijoje ir biologijoje. Jie gali būti naudojami, siekiant ištirti bakterijų vystymąsi, žmonių, sergančių liga populiacijos kitimą, arba klientų, esančių eilėje į prekybos centrą, fluktuacijas.

Kai įvyksta atsiradimas, proceso būsena pasikeičia iš *n* į *n*+1. Kai įvyksta išnykimas, procesas keičiasi iš *n* būsenos į *n*-1 būseną. Procesą apibrėžia atsiradimo rodiklis $\{\lambda_i\}_{i=0\dots\infty}$ ir išnykimo rodiklis $\{\mu_i\}_{i=1\dots\infty}$. Atsiradimo-išnykimo proceso schema pavaizduota 2.5.1 paveiksle.



2.5.1 pav. Atsiradimo-išnykimo proceso schema.

3 Mikroskopinis dviejų būsenų agentų modelis

Šiame skyriuje pagrindinis dėmesys skiriamas A. Kirmano pasiūlytam agentų modeliui [1], kuris aprašo mikroskopinę sistemos dinamiką. Pateikiamas jo aprašymas, gaunami ir apibendrinami modeliavimo rezultatai.

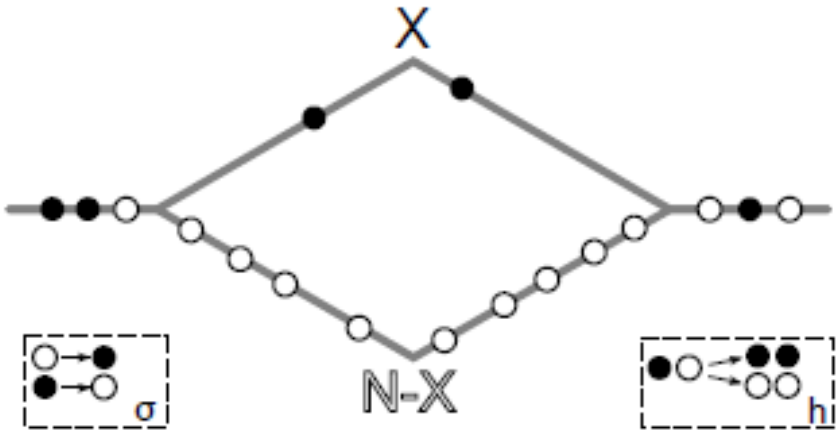
3.1 A. Kirmano modelis

Kaip buvo paminėta darbe [7], entomologai atlikinėdami eksperimentus pastebėjo įdomų reiškinį, jog skruzdės lygiavertėse situacijose kaip kolektyvas yra linkusios elgtis asimetriniu būdu. Net ir turėdamos du identiškus maisto šaltinius, skruzdės vieną iš jų renkasi labiau nei kitą. Buvo pastebėta, kad tam tikrais laiko momentais, jos pakeičia savo sprendimą ir pereina prie kito maisto šaltinio, kurį prieš tai ignoravo, net ir nepakitus paties maisto kokybei. Mokslininkai tokį skruzdžių elgesį aiškina tarpusavio įtaka. Dėl šios priežasties, analizuojant vieną izoliuotą individą, nepavyks nustatyti visos grupės elgesio. Nekreipiant dėmesio į tarpusavio sąveiką tarp individų, šių eksperimentų paaiškinti negalima.

Šie stebėjimai ypač sudomino ekonomistus, kadangi panašūs reiškiniai buvo pastebėti rinkose. Toks bandos elgesys atitinka žmogaus elgesį, kaip pastebėjo G. S. Bekeris savo publikacijoje [8]. Rinkdamiesi tarp dviejų labai panašių restoranų iš abiejų gatvės pusių, didžioji dalis ėjo į tą patį, nors ir tekdavo laukti eilėje. Tiek maisto kokybė, tiek kainos abejuose restoranuose buvo beveik vienodos. Bekeris atkreipia dėmesį, jog ir knygų populiarumas gali atspindėti panašų reiškinį. Taigi kaip ir skruzdžių kolonijos atveju, žmogus yra linkęs elgtis asimetriniu būdu akivaizdžiai simetrinėje sistemoje.

Tokių eksperimentų ir darbų įkvėptas, ekonomistas A. Kirmanas 1993 metais pristatė paprastą matematinį bandos jausmo modelį [1], kuriuo paaiškino ne tik pastebėtą asimetrinį skruzdžių kolonijos dinamikos reiškinį, bet taip pat sėkmingai panaudojo jį rinkų elgsenos interpretavimui. Nors modelis ir kilęs iš entomologinių eksperimentų, šiai dienai jis aktualesnis rinkos tyrimuose ar kituose socialiniuose reiškiniuose nei aiškinantis socialines vabzdžių kolonijas.

Bendru atveju, Kirmano modelis matematiškai paremtas vieno žingsnio perėjimo tikimybėmis. Tokį modelį galima iliustruoti schema, pasiūlyta Vilniaus universiteto mokslininko disertaciniame darbe [9]. Ji pavaizduota 3.1.1 paveiksle.



3.1.1 pav. Kirmano bandos jausmo modelio iliustravimas entomologinio eksperimento schema.

Čia apskritimai žymi skruzdes, kurios renkasi vieną iš dviejų identiškų takų, vedančių nuo kolonijos link maisto šaltinio. Kadangi, tai yra agentais paremtas modelis, tikslinga skruzdes įvardinti kaip agentus, o takus – būsenomis. Taigi, juodi apskritimai atitinka skruzdėles, arba agentus, pasirinkusias viršutinį taką, pirmą būseną, o balti apskritimai, agentai antroje būsenoje. Schemoje punktyrais išskirti galimi agento būsenos virsmai – savarankiški virsmai (aprašomi parametru σ) ir virsmai dėl bandos jausmo (parametras h). Bandos jausmą galima interpretuoti kaip agento poveikį kitam agentui, o savarankiškus virsmus kaip agento polinkį į individualius veiksmus.

Aprašant bandos jausmo modelį, panaudojamos originaliai A. Kirmano pasiūlytos, vėliau įvairiose Vilniaus Universiteto Teorinės Fizikos ir Astronomijos Instituto (VU TFAI) bei užsienio mokslininkų skelbtose publikacijose [9], [10], [11], [12] išplėtotos, dvi vieno žingsnio perėjimo tikimybės:

$$p(X \to X+1) = (N-X)\left[\sigma_1 + \frac{hX}{N^{1-\alpha}}\right]\Delta t, \quad (1)$$

$$p(X \to X-1) = X\left[\sigma_2 + \frac{h(N-X)}{N^{1-\alpha}}\right]\Delta t. \quad (2)$$

Čia X yra agentų, pasirinkusių pirmą būseną, skaičius, aprašantis sistemos makroskopinę būseną arba paprastai sakant – sistemos būsena, o N yra visų agentų skaičius sistemoje. Taigi tokiu atveju, antrą būseną yra pasirinkę $N-X$ agentai. Δt yra pakankamai mažas laiko žingsnis, per kurį galimas tik vienas perėjimas. Sekančiame skyrelyje bus pateikta šio dydžio matematinė išraiška.

Šį modelį galima panaudoti labai įvairioms socialinėms sistemoms modeliuoti, pavyzdžiui, tokį aprašymą galima panaudoti prekiautojų pasirinkimui tarp galimų strategijų modeliuoti. Tokiu atveju, X yra agentų, pasirinkusių vieną prekybos strategiją, skaičius, o $N-X$ yra agentų, pasirinkusių kitą prekybos strategiją, skaičius.

Aukščiau aprašytas išplėstas originalus Kirmano metodas pridėjus fiksuotą laiko mastą bei pakeitus pradinio modelio individualaus sprendimo savo iniciatyva $\varepsilon_i \to \sigma_i$ ir bandos jausmo $(1-\delta) \to h\Delta t$ parametrus. Čia α parametras nusako, kokiu būdu sistemoje sąveikauja agentai. Sąveikos

neekstensyvios, kai $\alpha = 1$, ir ekstensyvios, kai $\alpha = 0$ [9], [10], [13]. Šiame skyriuje, remiamasi neekstensyvia agentų sąveiką. Tai reiškia, jog bet kuris agentas tarpusavyje gali sąveikauti su visais sistemos agentais, nes tik tokiu atveju sistemos aprašymas gali būti neekstensyvus. Vėlesniuose (5-tame ir 6-tame) skyriuose, pereinama prie ekstensyvaus aprašymo būdo, kuris galimas tiek globalios, tiek lokalios agentų sąveikos atvejais, ir jis palyginamas su neekstensyviu.

3.2 Bandos jausmo modeliavimo rezultatai ir aptarimas

Iš lygčių (1) ir (2) gaunamos vieno žingsnio tikimybes neekstensyvios sąveikos atveju:

$$p(X \to X + 1) = (N - X)(\sigma_1 + hX)\Delta t, \tag{3}$$

$$p(X \to X - 1) = X(\sigma_2 + h[N - X])\Delta t. \tag{4}$$

Tokios vieno žingsnio tikimybių išraiškos ir yra panaudojamos agentų bandos jausmo modelyje.

Kaip jau buvo minėta ankstesniame skyrelyje, parametras σ_i nurodo savarankiškų virsmų rodiklį, o h apibūdina virsmų rodiklį dėl kitų agentų įtakos arba bandos jausmo. Keičiant šiuos parametrus, stebima kaip evoliucionuoja sistemos būsena esant skirtingoms aplinkybėms.

Taip pat verta apsibrėžti laiko žingsnį, per kurį yra tikėtinas vienas žingsnis [4], [9]:

$$\Delta t = \frac{2\kappa}{N(2\sigma + hN)}, \tag{5}$$

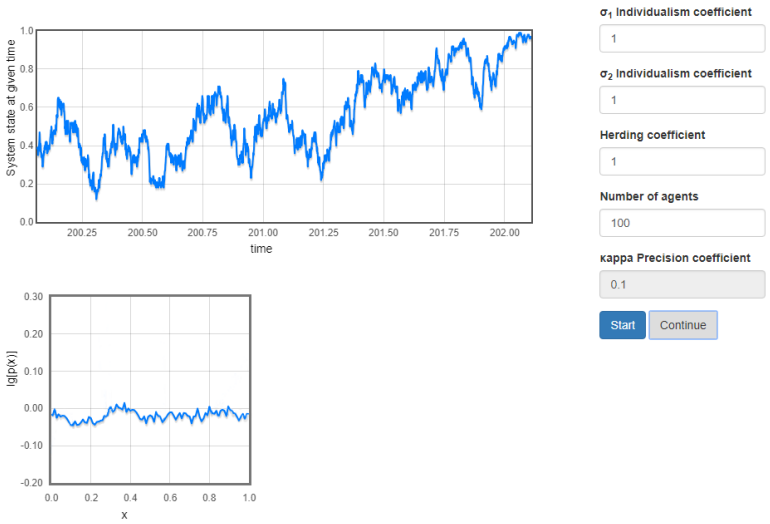
$$\Delta t = \frac{2\kappa}{N(\sigma_1 + \sigma_2 + hN)}. \tag{6}$$

Čia κ yra skaitmeninis tikslumo parametras. $0 < \kappa \ll 1$, o vertė parinkta $\kappa = 0{,}1$, kaip siūloma darbe [9].

Lygtis (5) tinkama naudoti, kai šuolių tikimybės yra simetrinės krypties atžvilgiu, o (6) – asimetrinės.

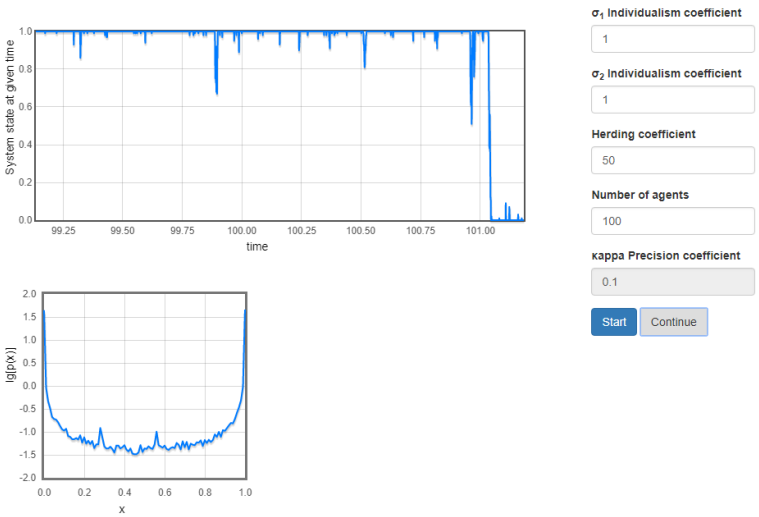
Žemiau pateikiami modelio rezultatai bei jų analizė, esant įvairioms šių parametrų vertėms.

Pirmiausia buvo tiriama subalansuotos sistemos dinamika, kai imitacinės nuomonės ir polinkio į individualų apsisprendimą stiprumai yra lygiaverčiai ($h = \sigma_1 = \sigma_2 = 1$). Šiuo atveju galioja teorinė prielaida, kad stebimas elgesys yra subalansuotas, taigi tendencijos burtis į grupes ir bandyti išsiskirti yra vienodos. Teoriškai, tokia priešprieša turėtų sukelti ypač nestabilią sistemos evoliuciją. Ši evoliucija pavaizduota 3.2.1 paveiksle. Kaip ir buvo galima tikėtis, iš paveikslo matyti, kad tikimybės tankio funkcija (angl. trumpinys PDF) yra pasiskirsčiusi gana tolygiai. Tai reiškia, jog skirtingų sistemos būsenų stebėjimo tikimybės išsilygina.



3.2.1 pav. Neekstensyvaus modelio būsenos dinamika, kai bandos jausmo ir individualių šuolių tikimybės yra subalansuotos.

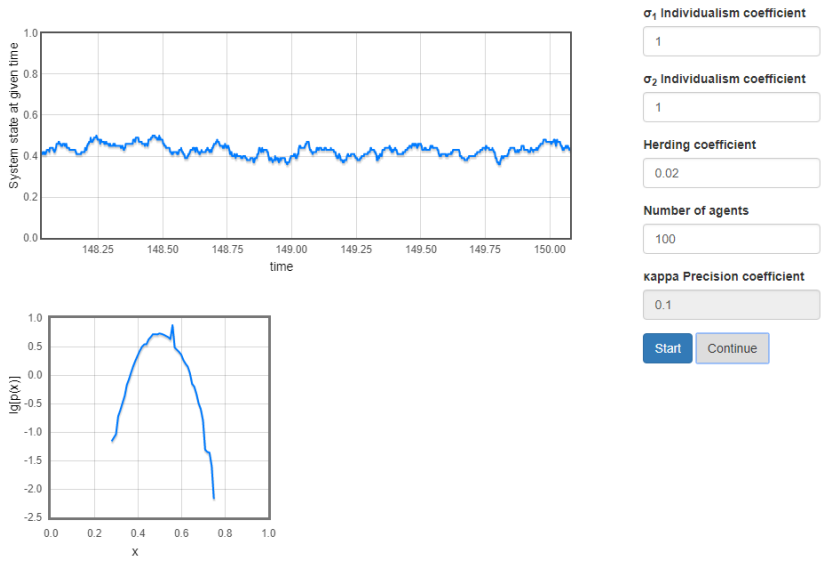
Kitu kraštiniu atveju, kai $\sigma_1 \approx \sigma_2 \ll h$, buvo tiriama nuomonių dinamika, esant stipriam polinkiui į bandos jausmą. Sistemos būsenos evoliucija pavaizduota 3.2.2 paveiksle. Iš 3.2.2 pav. matoma, kad didžiąją dalį laiko dauguma agentų yra toje pačioje būsenoje. Galima pastebėti, kad tam tikrais laiko momentais dauguma jų pakeičia pasirinkimą ir pereina į kitą sistemos būseną. Įdomu pastebėti, kad šie pasikeitimai sąlygojami individualizmo, nors ir labai silpno. Prilyginus parametrus atsakingus už individualų elgesį nuliui sistema visam laikui konverguos į būseną $X = 0$ arba $X = N$ – jokių šuolių nebebus. Jeigu kalbama apie skruzdžių koloniją, tai didžiąją dalį laiko dauguma skruzdžių naudoja tą patį maisto šaltinį, bet tam tikrais laiko momentais dauguma jų pakeičia naudojamą maisto šaltinį.



3.2.2 pav. Sistemos dinamika, esant stipriam bandos jausmui. Parametrų vertės ($h = 50, \sigma_1 = \sigma_2 = 1$).

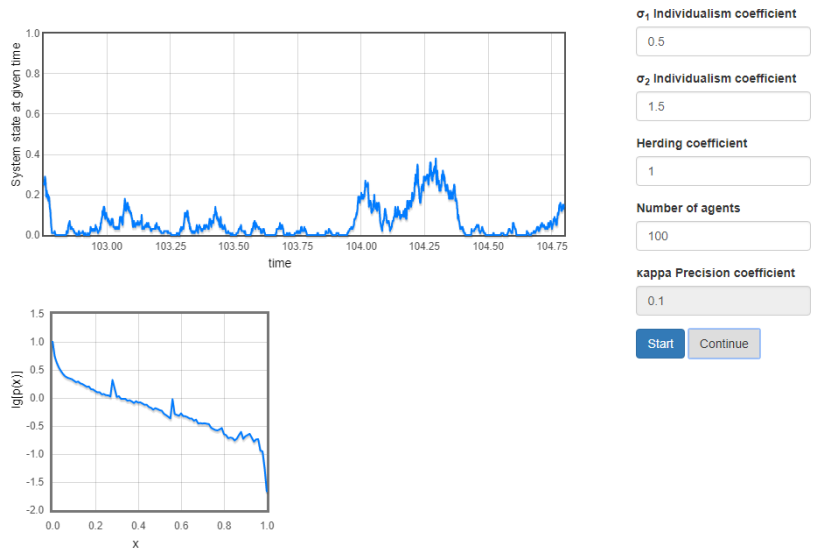
Akivaizdu, jog esant silpnam bandos jausmui, $\sigma_1 \approx \sigma_2 \gg h$, sistemos būsena svyruoja apie tam tikrą vidutinę vertę (žr. 3.2.3 pav.). Tokiu atveju agentai nesiorganizuoja į grupes – jie individualiai

apsisprendžia, ką daryti. Kadangi bandos jausmas nebevaidina žymesnio vaidmens, tai konkreti vidutinė vertė yra apspręsta σ_1 ir σ_2 santykio. Taigi šiuo atveju sistemos dinamika yra priešinga lyginant su ankstesniu atveju.



3.2.3 pav. Sistemos dinamika, esant silpnam bandos jausmui. Parametrų vertės ($h = 0{,}02$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$).

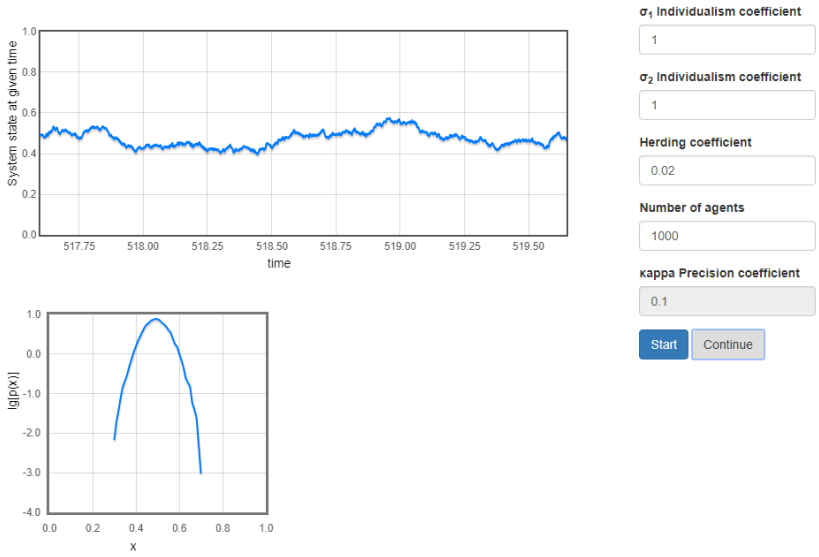
Visi šie atvejai buvo simetriniai, nes individualizmo koeficientai buvo laikomi lygiais $\sigma_1 = \sigma_2$. Tuo tarpu paveiksle 3.2.4 pavaizduota sistemos evoliucija asimetriniu atveju, kai $\sigma_1 \neq \sigma_2$. Tai reiškia, kad viena iš būsenų yra priimtinesnė už kitą. Tariant, kad sistema yra skruzdžių kolonija, tikimybė savarankiškai pasirinkti vieną šaltinį padidėja, o atrasti kitą sumažėja. Kaip matoma, tikimybės tankio funkcija (žr. 3.2.4 pav.) yra pasislinkusi link mažesnių verčių, tad maisto šaltinis, kurio atžvilgiu nustatoma sistemos būsena, yra naudojamas dažniau.



3.2.4 pav. Asimetrinio pasirinkimo atvejis ($\sigma_1 = 0{,}5; \sigma_2 = 1{,}5$).

Toliau, galima patikrinti, ar mikroskopiniame aprašyme, esant globaliai agentų sąveikai, padidintas agentų skaičius turės įtaką. Iš paveikslo 3.2.5 matoma, kad agentų skaičių sistemoje

padidinus 10 kartų, pats signalas ir pagrindinės jo statistinės savybės išlieka nepakitę. Tai atitinka žinomas teorines išvadas [13], [14], kad neekstensyvios modelio versijos atveju, statistinės savybės išlieka nepakitusios agentų skaičiui artėjant į begalybę, nors yra žinoma, kad tokios savybės neturi ekstensyvi modelio versija.



3.2.5 pav. Sistemos dinamika, esant silpnam bandos jausmui su padidintu agentų skaičiumi.

3.3 Apibendrinimas

Šiame skyriuje susipažinta su A. Kirmano pasiūlytu bandos jausmo modeliu, sumodeliuota keletas jo elgesio scenarijų, pagal kuriuos stebima skirtinga neekstensyvios sistemos evoliucija. Skyriuje aptartas atskiras originalaus Kirmano modelio atvejis, kai $\sigma_1 = \sigma_2$. Modeliavimo rezultatų analizė parodo, kad agentų modelyje pastebimi du elgesio tipai. Kai $\sigma_i \gg h$, vyrauja individualūs virsmai, dėl to panašus agentų skaičius pasirenka abi būsenas, o $h \gg \sigma_i$ atveju, vyrauja stipri imitacinė nuomonė, tad dauguma agentų renkasi tą pačią būseną. Taip pat pateiktas asimetrinio agentų modelio atvejis, kuris palygintas su simetriniu atveju. Nustatyta bandos jausmo bei individualizmo įtaka sistemos dinamikai atitinka mokslininkų gautiems teoriniams rezultatams [9], [13]. Įsitikinta, kad agentams sąveikaujant neekstensyvioje sistemoje, agentų skaičius neturi įtakos sistemos statistinėms savybėms.

4 Stochastinė Kirmano modelio interpretacija

Šiame skyriuje iš Kirmano agentų modelio išvedamos lygtys, kuriomis aprašoma agentų makroskopinė sistemos dinamika. Stochastinės lygtys jau buvo išvedamos įvairiuose darbuose [5], [7], [9], [10], [12], [15], todėl čia esminiu uždaviniu tampa makroskopinės sistemos modeliavimas bei rezultatų palyginimas.

4.1 Agentų modelio taikymas makroskopiniame lygmenyje

Pagal apibrėžimą, akivaizdu, kad agentais pagrįstas modelis neturi atminties. Agentų vieno žingsnio perėjimo tikimybės priklauso tik nuo esamos sistemos būsenos. Prielaida, kad agentai neturi atminties, svarbi formuluojant populiacijos dinamiką kaip Markovo procesą. Tai suponuoja, jog yra galimybė iš agentų modelio gauti stochastinę diferencialinę lygtį (angl. trumpinys SDE). Kaip minima darbe [9], yra pora būdų išvesti SDE, kuri aprašo tokią pačią dinamiką kaip Kirmano agentų modelis.

Stochastinės lygtys paprastai operuoja su tolydžiais kintamaisiais bei tolydžiu laiku. Norint apibūdinti šią dinamiką tolydžiu laiku, reikia gauti perėjimo intensyvumą – šuolio tikimybes per laiko vienetą. Laikant, kad agentų skaičius sistemoje yra pakankamai didelis, jog būtų užtikrintas sistemos būsenos kintamojo $x = X/N$ tolydumas, šuolio tikimybes galima išreikšti kaip

$$\pi^+(x) = (1-x)\left(\frac{\sigma_1}{N} + hx\right), \tag{7}$$

$$\pi^-(x) = x\left(\frac{\sigma_2}{N} + h[1-x]\right). \tag{8}$$

Čia tariama, kad kintamasis x išreiškia dalį agentų, naudojančių pasirinktą prekybos strategiją X. Ryšys tarp vieno žingsnio perėjimo tikimybių (3) ir (4) bei tolydaus šuolio perėjimo intensyvumo (7) ir (8), gana akivaizdus:

$$p(X \to X \pm 1) = N^2\pi^{\pm}(x)\Delta t. \tag{9}$$

Tada galima užrašyti pagrindinę kinetinę lygtį sistemos būsenos tikimybės tankio funkcijai $w(x,t)$, naudojant vieno žingsnio operatorius $\mathbf{E}$ ir $\mathbf{E}^{-1}$ (naudojami atsiradimo – išnykimo procesų formalizme) kaip

$$\partial_t w(x,t) = N^2\{(\mathbf{E}-\mathbf{1})[\pi^-(x)w(x,t)] + (\mathbf{E}^{-1}-1)[\pi^+(x)w(x,t)]\}. \tag{10}$$

Naudojantis Teiloro eilute, skleidžiami operatoriai $\mathbf{E}$ ir $\mathbf{E}^{-1}$ (iki antro nario) ir gaunama kinetinės lygties aproksimaciją:

$$\partial_t w(x,t) = -N\partial_x[\{\pi^+(x)-\pi^-(x)\}w(x,t)] + \frac{1}{2}\partial_x^2[\{\pi^+(x)+\pi^-(x)\}w(x,t)]. \tag{11}$$

Čia patogu įvesti dvi funkcijas:

$$A(x) = N\{\pi^+(x)-\pi^-(x)\} = \sigma_1(1-x) - \sigma_2 x, \tag{12}$$

$$D(x) = \pi^+(x) + \pi^-(x) = 2hx(1-x) + \frac{\sigma_1}{N}(1-x) + \frac{\sigma_2}{N}x. \quad (13)$$

Kiekviena iš šių funkcijų vaidina savarankišką vaidmenį – $A(x)$ aprašo dinaminę sistemos relaksaciją, o $D(x)$ aprašo stochastinę difuziją. Kiekvienas gali įsitikinti, kad (10) iš tikrųjų yra Fokerio – Planko lygtis:

$$\partial_t w(x,t) = -\partial_x[A(x)w(x,t)] + \frac{1}{2}\partial_x^2[D(x)w(x,t)]. \quad (14)$$

Esant didelėms N vertėms, galima nepaisyti individualaus elgesio sąlygos stochastinės difuzijos lygtyje. Anksčiau minėta Fokerio – Planko lygtis iš pradžių buvo gauta kiek kitokiu būdu [12].

Žinoma, kad Fokerio – Planko lygtis yra susijusi su Lanževeno lygtimi, kitaip tariant stochastine diferencialine lygtimi

$$dx = A(x)dt + \sqrt{D(x)}dW = [\sigma_1(1-x) - \sigma_2 x]dt + \sqrt{2hx(1-x)}dW. \quad (15)$$

Čia W reiškia Vynerio procesą. Šis žingsnis taip pat aprašytas [12].

Atliktas pakankamai griežtas perėjimas nuo Kirmano skruzdžių kolonijos modelio [1] prie jo makroskopinio aprašymo Fokerio – Planko ir Lanževeno lygtimis [10]. Todėl abu aprašymai yra ekvivalentiški, o skaitmeninis jų realizavimas turi duoti tuos pačius rezultatus.

Verta pažymėti, kad metodas naudotas išvedant (15) suteikia galimybę parametrus σ_1, σ_2, h laikyti priklausomais nuo kintamojo x ir N. Bendra SDE (15) forma, gauta iš pagrindinio agentais paremto bandos jausmo modelio, suteikia plačias galimybes sudėtingų socialinių sistemų modeliavime.

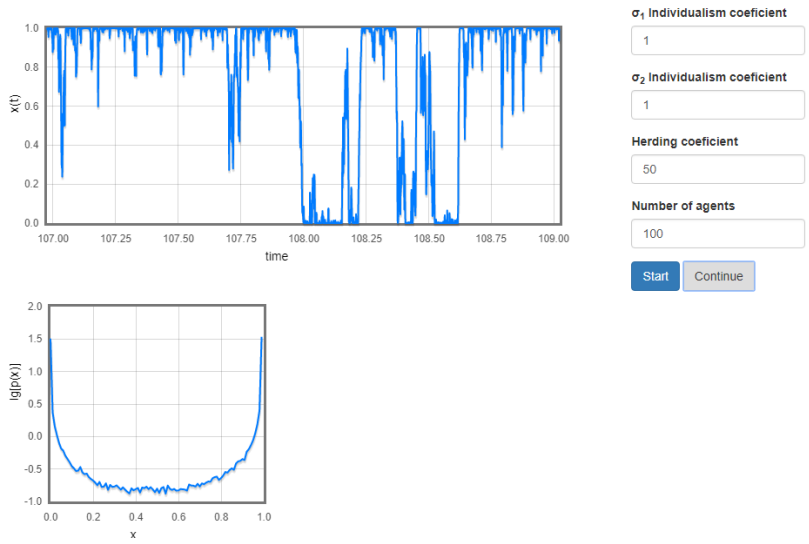
4.2 Stochastinio Kirmano modelio realizacija ir analizė

Kadangi buvo įrodyta, kad abu aprašymo būdai, tiek Kirmano agentų modelis, tiek jo makroskopinis aprašymas, yra ekvivalentiški, palyginsime makroskopinės sistemos realizaciją su prieš tai gautais mikroskopinės sistemos rezultatais.

Akivaizdu, jog norint gauti panašius rezultatus atvaizduojant makroskopinę sistemos dinamiką, privaloma naudoti tuos pačius individualizmo bei bandos jausmo parametrus kaip ir ankstesniame skyriuje. Čia buvo naudojami tokie patys kraštiniai atvejai, tiek simetrinės, tiek asimetrinės būsenos atveju.

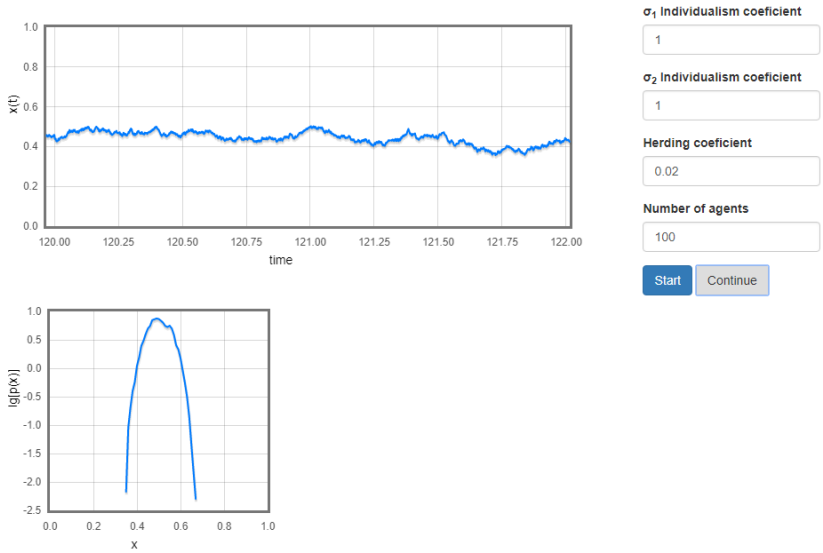
Toliau pateikiami modeliavimo rezultatai, esant įvairioms parametrų vertėms.

Stipraus bandos jausmo atveju (žr. 3.2.2 pav. ir 4.2.1 pav.), tikimybės tankio funkcija pasiskirsto labai panašiai, taigi galima teigti, jog skaičiavimo rezultatai atitinka teorinę prognozę.



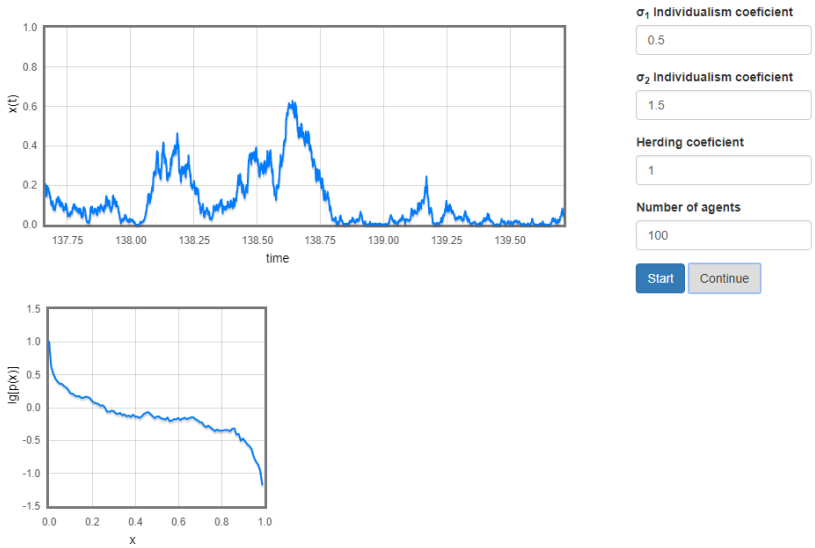
4.2.1 pav. Sistemos dinamika, esant stipriam bandos jausmui.

Kai vyrauja individualaus sprendimo virsmai (žr. 3.2.3 pav. ir 4.2.2 pav.), iš stochastinio modelio gauta sistemos evoliucija atitinka agentų modeliu gautą sistemos aprašymą.



4.2.2 pav. Sistemos dinamika, esant silpnam bandos jausmui.

Asimetrinės būsenos atveju, agentų bei stochastinis modeliai teisingai atspindi prognozuojamą sistemos evoliuciją, o rezultatai sutampa tarpusavyje (žr. 3.2.4 pav. ir 4.2.3 pav.).



4.2.3 pav. Asimetrinės būsenos atvejo sistemos dinamika.

4.3 Apibendrinimas

Šiame skyriuje buvo atliktas perėjimas nuo Kirmano agentų modelio [1] prie jo makroskopinio aprašymo Fokerio – Planko ir Lanževeno lygtimis. Buvo gauti stochastinio modelio makroskopinio sistemos aprašymo skaitmeniniai rezultatai bei palyginti su anksčiau agentų modeliu gautais sistemos dinamikos rezultatais. Galima patvirtinti, jog agentų modelio bei iš jo išvesto stochastinio analogo skaičiavimų rezultatai atitinka teorines prognozes, abejais modeliais stebima nuomonių dinamika sutampa, o tikimybės tankio funkcijose pastebimos tendencijos nesiskiria nuo teorinių įžvalgų. Toks agentų bei stochastinio modelių atitikimas galėtų būti laikomas kaip atspirties taškas kuriant sudėtingesnius modelius, nuosekliam mikroskopiniam ir makroskopiniam kompleksinių sistemų tyrinėjimui. Šiuo metu, tai yra vienas svarbiausių mokslininkų išsikeltų uždavinių. Stochastinio modelio panaudojimas finansų rinkose aprašomas [16] (taip pat žr. [10], [15], [17], [18], [19]).

5 Baso sklaidos modelis

Šiame skyriuje aprašomas makroskopinis Baso difuzijos modelis [2] bei parodoma, jog jis yra vienakryptis Kirmano agentų modelio atvejis. Taip pat palyginamos abiejų modelių realizacijos sistemos dinamikai aprašyti.

5.1 Agentų modelis Baso sklaidai

Naujų produktų sklaida yra viena iš pagrindinių problemų rinkos tyrimuose ir viena iš sričių, kur Kirmano modelis galėtų būti pritaikytas. Baso difuzijos modelis yra vienas žinomiausių ir labiausiai cituojamų rinkodaros teorijos modelių. Šis modelis aprašo naujo produkto ar technologijos pardavimų, ar paplitimo spartą ir yra suformuluotas kaip paprastoji diferencialinė lygtis

$$\partial_t X(t) = [N - X(t)][\sigma + \frac{h}{N} X(t)], \tag{16}$$

$$X(0) = 0. \tag{17}$$

Čia $X(t)$ nurodo vartotojų skaičių laiku t (esamų vartotojų dalis rinkoje), N galima įvardinti kaip rinkos potencialą (potencialūs arba esami pirkėjai-agentai), σ yra inovacijos koeficientas, savarankiško produkto įsigijimo tikimybė dėl išorinių priežasčių, pavyzdžiui reklamos, h yra sėkmingos imitacijos koeficientas, tikimybė, kad asmuo įsigys produktą dėl kitų produkto vartotojų įtakos. Ši netiesinė diferencialinė lygtis pasitarnauja kaip makroskopinis naujo produkto įvedimo vartotojams aprašymas ir yra plačiai naudojamas verslo planavime.

Agentų metodas tai pačiai problemai spręsti yra susijęs su individualių vartotojų (agentų) produkto priėmimo modeliavimu. Naudojant kompiuterius, galima imituoti sklaidos procesą, kuriame atskiri pasirinkimo sprendimai įvyksta su tam tikra įsigijimo tikimybe, priklausančia nuo kaimyninių asmenybių. Nesunku parodyti, kad Baso difuzijos procesas yra vienakryptis Kirmano bandos jausmo modelio [1] atvejis. Apibrėžkime tolydų sistemos būsenos kintamąjį $x(t) = X(t)/N$, tuomet potencialūs vartotojai įsigys produktą tokia pačia sparta kaip ir Kirmano modelio agentai pereina iš vienos būsenos į kitą

$$\pi^+(x) = (1 - x)\left(\frac{\sigma}{N} + \frac{h}{N} x\right), \tag{18}$$

$$\pi^-(x) = 0. \tag{19}$$

Produkto sklaidos atveju pereiti iš esamo pirkėjo būsenos į potencialaus pirkėjo būseną yra neįmanoma, dėl to perėjimo tikimybė (19) prilyginama 0. Tuo tarpu atvirkštinis variantas, kai potencialus pirkėjas įsigyja produktą, įvyksta dėl individualaus jo sprendimo arba dėl produktą jau įsigijusio patarimo.

Matematinė forma (18) nėra tokia akivaizdi ir reikalauja papildomo paaiškinimo. Verta pažymėti, kad čia h pakeičiamas į $\frac{h}{N}$ (galima palyginti su pradine perėjimo tikimybe(7)). Matematiškai šis pakeitimas gali būti paremtas reikalavimu, kad stochastinis narys neturėtų įtakos artėjant prie pakankamai didelių N. Modeliuojamos rinkos atžvilgiu, šis pakeitimas reiškia, kad agentų sąveika yra lokali – tai yra kiekvienas asmuo komunikuoja tik su vietiniais (lokaliais) partneriais (epideminis atvejis).

Modelio makroskopinio aprašymo funkcijos, $A(x)$ – relaksacijos ir $D(x)$ – difuzijos, išreiškiamos

$$A(x) = N\pi^{+}(x) = (1-x)(\sigma + hx), \tag{20}$$

$$D(x) = \pi^{+}(x) = \frac{(1-x)}{N}(\sigma + hx). \tag{21}$$

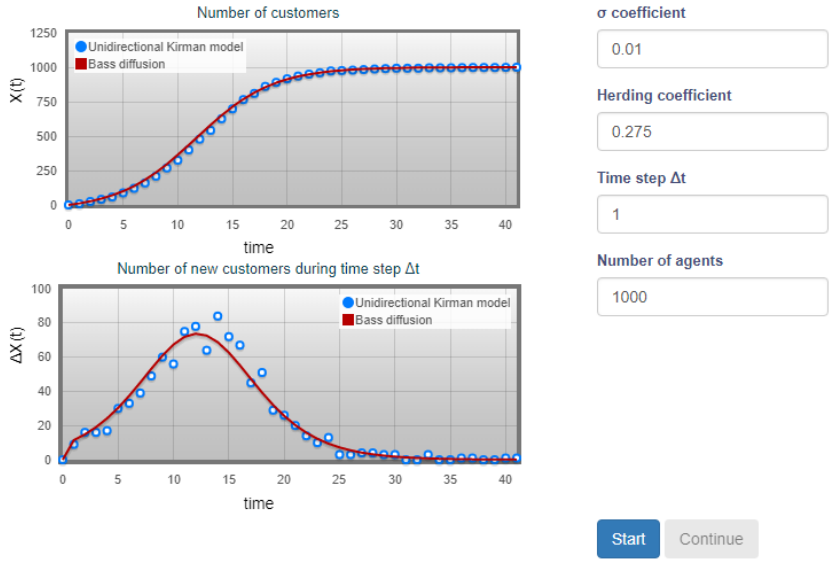
Didelėje rinkos potencialo riboje, $N \gg 1$, $D(x)$ tampa nereikšmingas, ir todėl galima laikyti, kad gauta diferencialinė išraiška yra akivaizdžiai identiška Baso sklaidos paprastajai diferencialinei lygčiai (16). Tai įrodo, kad Baso difuzija yra vienakryptis epideminis Kirmano bandos jausmo modelio atvejis. Todėl, vienakryptis Kirmano agentų modelis turi konverguoti į diferencialinį Baso sklaidos modelį, kai N auga į begalybę.

5.2 Baso sklaidos ir vienakrypčio Kirmano agentų modelio realizacijos palyginimas

5.2.1 – 5.2.4 iliustracijose parodytas atitikimas tarp Baso sklaidos modelio (makroskopinis aprašymas) ir vienakrypčio Kirmano bandos jausmo modelio (mikroskopinis aprašymas). Tiek agentų, tiek tolydus produkto įsigijimo aprašymas ΔX konverguoja tuo metu, kai rinkos potencialas N arba pasirinktas stebėjimo laiko intervalas Δt yra didesnis.



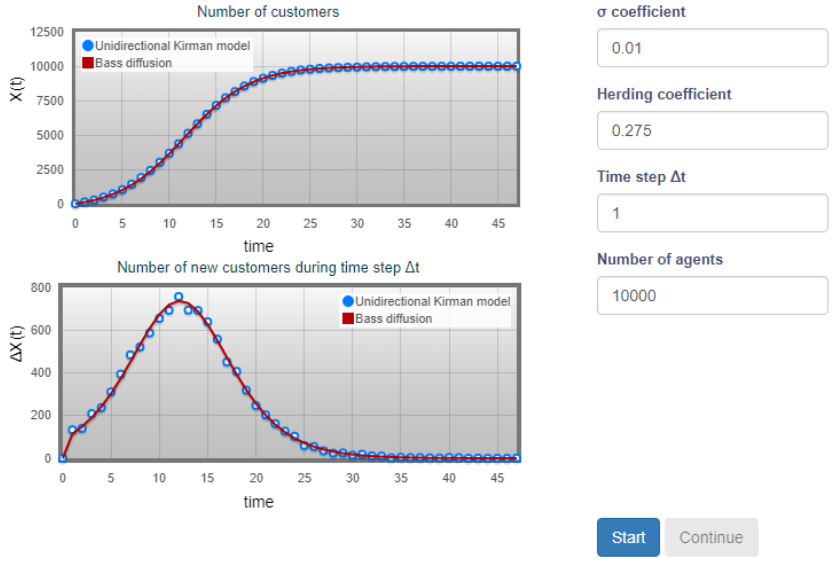
5.2.1 pav. Produkto įsigijimas per stebimą laiko intervalą, gautas makroskopiniu Baso sklaidos modeliu (16), pažymėtas raudona linija bei mikroskopinis aprašymas, naudojant Kirmano vienos krypties agentų modelį (18), pažymėtas mėlynais taškais. Parametrai: $N = 1000$, $\Delta t = 0{,}1$, $\sigma = 0{,}01$, $h = 0{,}275$.



5.2.2 pav. Produkto įsigijimas per stebimą laiko intervalą. Parametrai: $N = 1000$, $\Delta t = 1$, $\sigma = 0{,}01$, $h = 0{,}275$.



5.2.3 pav. Produkto įsigijimas per stebimą laiko intervalą. Parametrai: $N = 10000$, $\Delta t = 0{,}1$, $\sigma = 0{,}01$, $h = 0{,}275$



5.2.4 pav. Produkto įsigijimas per stebimą laiko intervalą. Parametrai: $N = 10000$, $\Delta t = 1$, $\sigma = 0{,}01$, $h = 0{,}275$.

5.3 Apibendrinimas

Skyriuje aprašytas vienas žinomiausių rinkodaros teorijos modelių – Baso naujo produkto sklaidos modelis [2]. Baso difuzijos modelis kelia didelį susidomėjimą dėl savo praktiškumo ir plataus pripažinimo verslo modeliavimo srityje. Čia taip pat įrodyta, kad šis stochastinis makroskopinės sistemos aprašymo būdas yra atskiras vienakrypčio Kirmano agentų modelio mikroskopinio aprašymo atvejis. Buvo palyginti abu sistemos dinamikos aprašymo metodai ir pastebėta, jog tiek agentų, tiek tolydus produkto įsigijimo aprašymas ΔX konverguoja tuo metu, kai rinkos potencialas N arba pasirinktas stebėjimo laiko intervalas Δt yra didinamas.

6 Kirmano agentų modelis lokalios sąveikos režime

Šiame skyriuje nagrinėjama, kokią įtaką sistemos evoliucijai daro lokali agentų sąveika. Išvestos analogiškos vieno žingsnio tikimybių lygtys, kuomet sąveika tarp agentų yra lokali. Keičiant agentų skaičių sistemoje, modeliuojama sistemos dinamika, kuri palyginama su globalios sąveikos atveju.

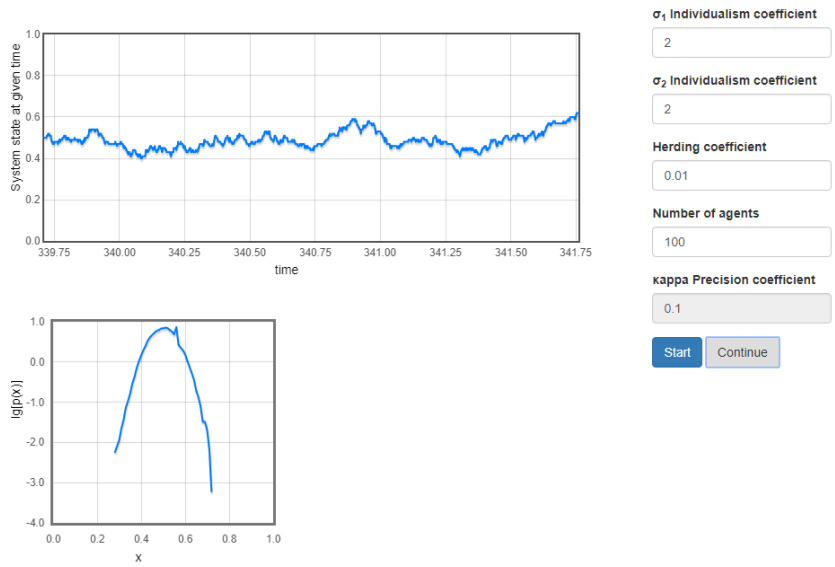
6.1 Agentų lokalios sąveikos realizacija

Pirmiausia, norint ištirti sistemos dinamiką, esant lokaliai agentų sąveikai, reikia iš (1) ir (2) lygčių išvesti vieno žingsnio tikimybes. Šiuo atveju $\alpha = 0$ parametras nusako, kad sistemoje agentai gali sąveikauti tik su kaimyniniais arba artimais agentais, o ne su visais esančiais sistemoje. Gaunamos vieno žingsnio tikimybės:

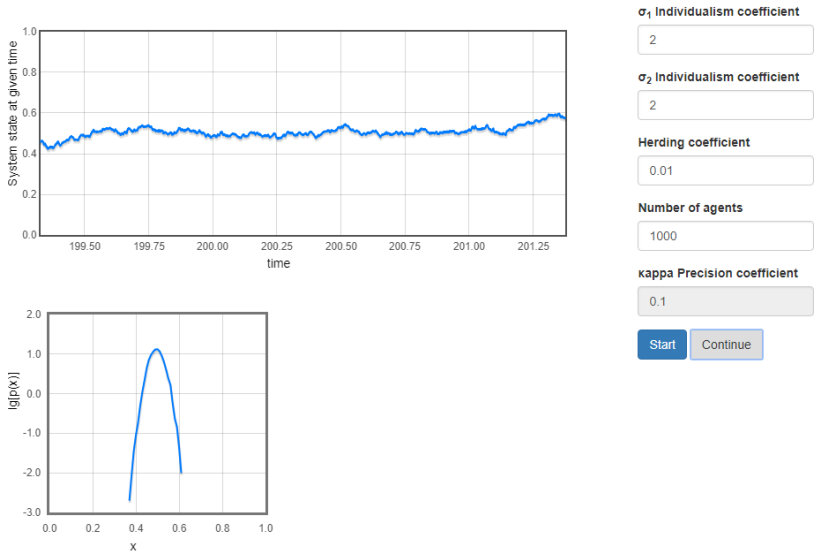
$$p(X \to X+1) = (N-X)\left[\sigma_1 + \frac{hX}{N}\right]\Delta t, \tag{22}$$

$$p(X \to X-1) = X\left[\sigma_2 + \frac{h(N-X)}{N}\right]\Delta t. \tag{23}$$

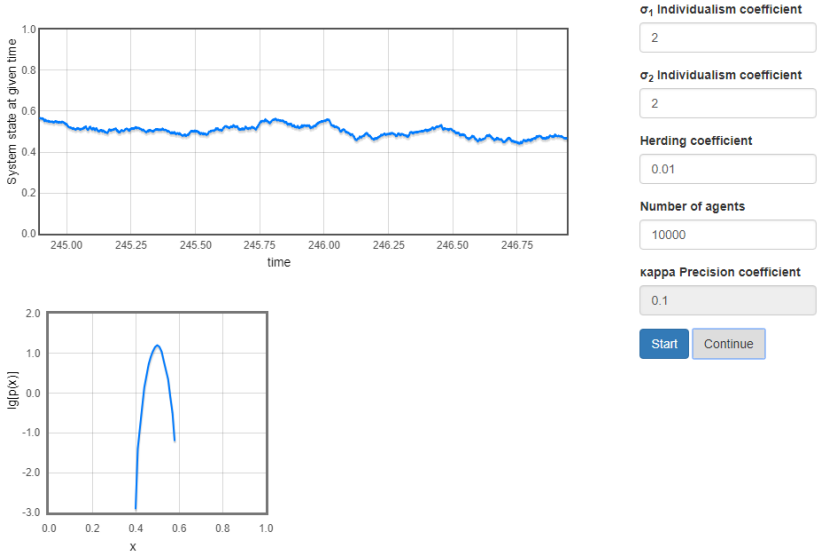
Žemiau pateiktos modelio realizacijos lokalios sąveikos atveju. Kaip matoma iš paveikslų 6.1.1 – 6.1.3, didinant agentų skaičių sistemoje, tikimybės tankio funkcija svyruoja apie tam tikrą vidutinę vertę, tačiau kiekviename atvejyje pasiskirsto vis siauriau. Taigi, kaip jau buvo įsitikinta neekstensyvaus modelio atveju, agentų skaičius įtakos signalui bei statistinėms savybėms nedaro, tuo tarpu lyginant su ekstensyvia modelio versija, tampa akivaizdu, kad agentų skaičiui artėjant į begalybę, tikimybės tankio funkcija darosi labai siaura.



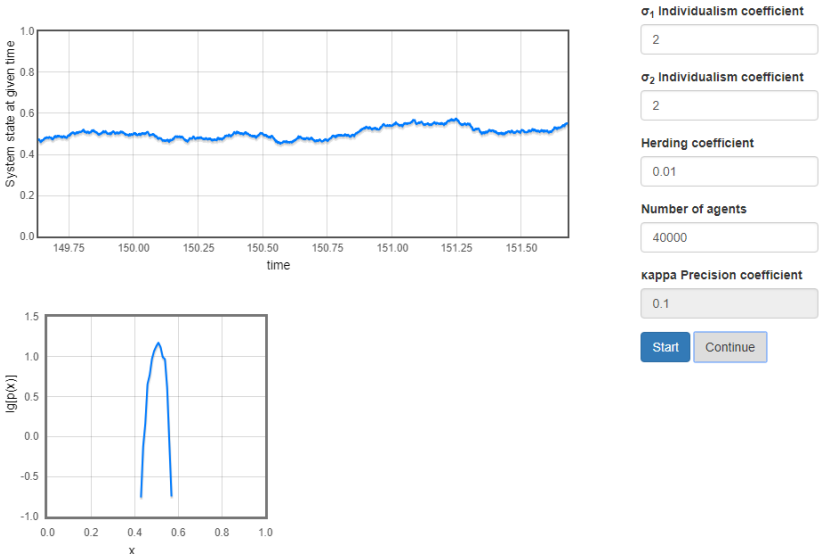
6.1.1 pav. Sistemos dinamika lokalioje aplinkoje. $N = 100$.



6.1.2 pav. Sistemos dinamika lokalioje aplinkoje. $N = 1000$.



6.1.3 pav. Sistemos dinamika lokalioje aplinkoje. $N = 10000$.



6.1.4 pav. Sistemos dinamika lokalioje aplinkoje. $N = 40000$.

6.2 Apibendrinimas

Šiame skyriuje buvo panaudotas dviejų būsenų Kirmano agentų modelis, kai agentai sąveikauja tarpusavyje tik su kaimynais arba artimais agentais. Iš realizacijų pastebėta, jog didinant agentų skaičių, tikimybės tankio funkcija siaurėja. Tuo tarpu, kaip buvo išsiaiškinta anksčiau, globalios sąveikos atveju, agentų skaičius sistemoje statistinėms savybėms įtakos nedaro. Šie rezultatai atitinka paskelbtas teorines išvadas [13].

Išvados

1. Suprogramuotas dviejų būsenų agentų Kirmano bandos jausmo modelis ir iš modeliavimo rezultatų analizės gauta bei pademonstruota, kad simetrinės būsenos atveju agentai turi du pagrindinius elgesio tipus. Vyraujant stipriam bandos jausmui, dauguma agentų renkasi tą pačią būseną, o vyraujant individualiems virsmams, panašus agentų skaičius pasirenka abi būsenas. Asimetrinės būsenos atveju, agentai linkę rinktis vieną iš būsenų dažniau negu kitą. Tikimybė savarankiškai pasirinkti vieną būseną padidėja, o kitą sumažėja.
2. Neekstensyvaus Kirmano agentų modelio globalių sąveikų atveju, agentų skaičius sistemos evoliucijai įtakos nedaro.
3. Išvestos stochastinės lygtys iš Kirmano agentų modelio, aprašančios makroskopinę populiacijų dinamiką bei suprogramuota makroskopinės sistemos evoliucija, kurios statistinės savybės atitinka mikroskopinio aprašymo statistines savybes.
4. Iš vienakrypčio mikroskopinio Kirmano bandos jausmo modelio išvestas Baso sklaidos modelis taip įrodant, kad jis yra atskiras Kirmano modelio atvejis.
5. Skaitmeniškai skaičiuojant vienakrypčio Kirmano ir Baso sklaidos evoliucijas, parodyta, kad įsigytų naujų produktų skaičius ΔX per laiko intervalą Δt, suskaičiuotas abiem metodais, konverguoja, kai rinkos potencialas N arba pasirinktas stebėjimo laiko intervalas Δt yra didinami.
6. Ekstensyvaus modelio atveju, įsitikinta, kad sistemos statistinės savybės keičiasi, kai didinamas arba mažinamas agentų kiekis joje. Tikimybės tankio funkcija tampa labai siaura, kai agentų skaičius artėja į begalybę.

Literatūra

[1] A. P. Kirman, „Ants, rationality and recruitment”, Quarterly Journal of Economics, 108, 137–156 (1993).

[2] F. M. Bass, „A new product growth model for consumer durables“, Management Science, 15, 215–227 (1969).

[3] V. Gontis, A. Kononovičius, and V. Daniunas, „Physics of risk“. Nuoroda.

[4] A. Kononovičius, V. Gontis, „Kirman‘s ant colony model“. Nuoroda.

[5] A. Kononovičius, V. Gontis, „Stochastic ant colony model“. Nuoroda.

[6] A. Kononovičius, V. Gontis, „Unidirectional Kirman's model“. Nuoroda.

[7] E. Butiškis, „Kirmano modelis kaip apibendrintas bandos jausmo socialinėse sistemose aprašymas“. Kursinis darbas.

[8] Gary S. Becker, „A Note on Restaurant Pricing and Other Examples of Social Influences on Price“, The Journal of Political Economy, 99, 1109-1116 (1991).

[9] A. Kononovičius, „Applications of Statistical Physics in Modeling of Financial Markets and Social Processes“. Disertacija.

[10] A. Kononovičius, V. Gontis, V. Daniunas, „Agent-based versus macroscopic modeling of competition and business processes in economics and finance“, International Journal On Advances in Intelligent Systems, 5(1-2), 111–126 (2012).

[11] A. Kononovičius, V. Gontis, „Control of the socio-economic systems using herding interactions“, Physica A 405, 80–84 (2014).

[12] S. Alfarano, T. Lux, F. Wagner, „Estimation of agent-based models: The case of an asymmetric herding model“, Computational Economics 26, 19–49 (2005).

[13] A. Kononovičius, J. Ruseckas, „Continuous transition from the extensive to the non-extensive statistics in an agent-based herding model“, European Physical Journal B 87(8), 169 (2014).

[14] A. Kononovičius, I. Kazakevičius, „Impact of the controlled agents on the dynamics of the Kirman model“. Nuoroda.

[15] A. Kononovičius, V. Gontis, „Agent based herding model of financial markets“. Nuoroda.

[16] A. Kononovičius, V. Gontis, „Agent based reasoning for the non-linear stochastic models of long-range memory“, Physica A, 391, no. 4, 1309–1314 (2012).

[17] A. Kononovičius, V. Gontis, „Multifractality of time series“. Nuoroda.

[18] V. Gontis, J. Ruseckas, A. Kononovicius, „A non-linear stochastic model of return in financial markets“, Stochastic Control, C. Myers, Ed. InTech (2010).

[19] J. Ruseckas, B. Kaulakys, „1/f noise from nonlinear stochastic differential equations“, Physical Review E, 81, 031105 (2010).

[20] A. Kononovičius, „Modeling of the parties' vote share distributions“, Acta Physica Polonica A, to be published (2018).

[21] A. Kononovičius, „Empirical Analysis and Agent-Based Modeling of the Lithuanian Parliamentary Elections“, Complexity, 7354642, 15 (2017).

Papildoma literatūra teorinei apžvalgai, prieinama internete:

https://en.wikipedia.org/wiki/Complex_system

http://rf.mokslasplius.lt/topics/

Howard M. Taylor, Samuel Karlin – An Introduction to Stochastic Modeling, Third Edition (1998)

https://courses.physics.ucsd.edu/2015/Fall/physics210b/lectures.html :

https://courses.physics.ucsd.edu/2015/Fall/physics210b/LECTURES/CH02.pdf

https://en.wikipedia.org/wiki/Stochastic_process

https://en.wikipedia.org/wiki/Markov_chain

https://people.math.osu.edu/husen.1/teaching/571/markov_1.pdf

https://www.britannica.com/science/Brownian-motion

https://www.britannica.com/science/probability-theory/Brownian-motion-process

https://en.wikipedia.org/wiki/Birth%E2%80%93death_process

Imitacinės nuomonių dinamikos modeliavimas

Edvinas Butiškis

Santrauka

Šiame darbe nagrinėjama imitacinė nuomonių dinamika mikroskopiniame bei makroskopiniame kompleksinių sistemų aprašyme. Kolektyvinė dinamika dažnai modeliuojama pasitelkus stochastinės ir matematinės analizės įrankius. Tokie modeliai dar yra vadinami makroskopiniais. Individualios tarpusavio sąveikos modeliuojamos remiantis agentų formalizmu. Tyrimo pagrindu pasirinktas pakankamai universalus dviejų būsenų agentų bandos jausmo modelis. Mokslininkų darbai [20], [21] įrodo, kad šį modelį laikant kaip atspirties tašką, galimas sėkmingas jo vystymas bei plėtojimas norint tirti itin kompleksines sistemas.

Darbo tikslas – ištirti, pademonstruoti ir aprašyti, kaip veikia imitacinė nuomonių dinamika mikroskopiniame ir makroskopiniame sistemos aprašyme.

Darbo uždaviniai:

- Aprašyti ir suprogramuoti agentais paremtą Kirmano imitacinį nuomonių dinamikos modelį.
- Išvesti stochastinį Kirmano agentų modelio atitikmenį makroskopiniame aprašyme, jį suprogramuoti bei palyginti su agentais paremto modelio sistemos dinamikos aprašymu.
- Išsiaiškinti globalios ir lokalios agentų sąveikos aprašymo metodą, atlikti perėjimą nuo ne ekstensyvios prie ekstensyvios agentų sąveikos sistemoje, jį sumodeliuoti ir palyginti.
- Išvesti ir parodyti, kad makroskopinis (stochastinis) Baso sklaidos modelis yra vienakrypčio Kirmano agentų modelio atvejis.

Darbo rezultatai ir išvados:

- Suprogramuotas dviejų būsenų agentų Kirmano bandos jausmo modelis ir iš modeliavimo rezultatų analizės gauta bei pademonstruota, kad simetrinės būsenos atveju agentai turi du pagrindinius elgesio tipus. Vyraujant stipriam bandos jausmui, dauguma agentų renkasi tą pačią būseną, o vyraujant individualiems virsmams, panašus agentų skaičius pasirenka abi būsenas. Asimetrinės būsenos atveju, agentai linkę rinktis vieną iš būsenų dažniau negu kitą. Tikimybė savarankiškai pasirinkti vieną būseną padidėja, o kitą sumažėja.
- Neekstensyvaus Kirmano agentų modelio globalių sąveikų atveju, agentų skaičius sistemos evoliucijai įtakos nedaro.
- Išvestos stochastinės lygtys iš Kirmano agentų modelio, aprašančios makroskopinę populiacijų dinamiką bei suprogramuota makroskopinės sistemos evoliucija, kurios statistinės savybės atitinka mikroskopinio aprašymo statistines savybes.

- Iš vienakrypčio mikroskopinio Kirmano bandos jausmo modelio išvestas Baso sklaidos modelis taip įrodant, kad jis yra atskiras Kirmano modelio atvejis.
- Skaitmeniškai skaičiuojant vienakrypčio Kirmano ir Baso sklaidos evoliucijas, parodyta, kad įsigytų naujų produktų skaičius ΔX per laiko intervalą Δt, suskaičiuotas abiem metodais, konverguoja, kai rinkos potencialas N arba pasirinktas stebėjimo laiko intervalas Δt yra didinami.
- Ekstensyvaus modelio atveju, įsitikinta, kad sistemos statistinės savybės keičiasi, kai didinamas arba mažinamas agentų kiekis joje. Tikimybės tankio funkcija tampa labai siaura, kai agentų skaičius artėja į begalybę.

Modelling of imitation opinion dynamics

Edvinas Butiškis

Summary

Computational modelling of complex systems has quickly become a developing method to conduct researches. Herding behaviour is one of phenomena of great interest for interdisciplinary scientists. Imitation opinion is studied among animals, but it can also be observed in human beings. Statistical physics has been an effective tool to examine this phenomena among human beings in order to solve problems in economics or other fields. Thus in this work, the main objective is to model the decision making dynamics which are influenced by imitation opinion or in other words herding behaviour.

Collective dynamics is often modelled using stochastic and mathematical analysis tools. Such models are called stochastic models. While individual interactions are modelled using agent formalism. Agent-based modelling has become a widespread approach to model complex interactions and one of the key tools, which could improve the understanding of the complex systems, for example financial markets, as well as lead to the potential applications. For this work, Kirman‘s two state agent based model was chosen as a starting point to examine imitative dynamics in complex systems. As many different scientific researches showed, this model is versatile enough and encourages to build the complexity up and develop more sophisticated models for increasingly complex systems. Scientific works [20], [21] can easily prove that successful development of this model can achieve great results. Nowadays, scientists are looking for the ideal agent-based approach which is considered as a primary necessity to build bridges between microscopic, agent based, and macroscopic, stochastic modelling.

The aim of this work is to interactively research and demonstrate the dynamics of imitation opinion on microscopic and macroscopic system evolution description.

The tasks:

- Depict and implement Kirman’s agent based model (ABM) for dynamics analysis of herding behaviour.
- Obtain stochastic differential equations and derive stochastic Kirman’s model treatment on a macro level as an analogy to Kirman’s ABM, implement it and compare the system dynamics for both descriptions.
- Derive and demonstrate that stochastic Bass diffusion model is a special case of a one-way Kirman’s ABM.

- Simulate system dynamics for global and local interactions between agents and compare both.

Results and conclusions:

- Two states Kirman's ABM was implemented and analysis showed that in case of symmetric states agents tend to behave in two distinct types. Most of agents tend to choose same system state when strong herding is observed while similar number of agents choose both states when individualistic behaviour prevails. In case of asymmetrical states, agents tend to choose one of the states more often that the other, thus probability of selecting one state increases while the other decreases.
- In case of non-extensive Kirman's model with global interactions between agents, the amount of agents does not affect dynamics of system.
- Obtained stochastic differential equations from Kirman's ABM describing macroscopic population dynamics and implemented macroscopic treatment of system evolution whose statistical properties correspond to ones obtained by Kirman's ABM.
- Macroscopic Bass diffusion model was derived from one-directional microscopic Kirman's herding model thus proving that aforementioned stochastic model is a special case of Kirman's agent-based model.
- Numerical calculations of Kirman's one-way and Bass diffusion models have showed that the agreement for number of new products ΔX per time step Δt improves when market potential N and observation time interval increases.
- In case of extensive model, system's statistical properties change when the number of agents interacting on a local scale is increased or decreased. Probability density function becomes very narrow when agents number approaches to the limit of infinity.