

Normaliosios ir integruojamosios parabolinio tipo metrinės $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$ -struktūros parabolinių integruojamųjų (F, G) -daugdarų hiperpaviršiuose

Angelė BAŠKIENĖ (ŠU)

el. paštas: baskiene@fm.su.lt

1. Parabolinio tipo $(\varphi, \xi, \eta, \lambda)$ -struktūrą diferencijuojamoje n -matėje daugdaroje $M_n(x^a)$, $a, b, \dots = 1, 2, \dots, n$, apibrėžia afinorius φ_a^b , vektorius ξ^b , kovektorius η_a ir funkcija λ , tenkinantys sąlygas [1]:

$$\varphi_a^c \varphi_c^b = -\xi^b \eta_a, \quad \varphi_a^c \eta_c = -\lambda \eta_a, \quad \varphi_a^c \xi^a = -\lambda \xi^c, \quad \xi^a \eta_a = -\lambda^2. \quad (1)$$

Jei daugdaroje papildomai apibrėžta metrika g_{ab} , tenkinanti sąlygas:

$$\varphi_a^c g_{cb} = \varphi_{ab} = \rho \varphi_{ba}, \quad g_{cb} \xi^b = \varepsilon \rho \eta_c, \quad \varepsilon = \pm 1, \quad \rho = \pm 1, \quad (2)$$

tuomet sakoma, jog daugdaroje M_n turime parabolinio tipo metrinę struktūrą $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$. Ji vadinama I rūšies $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$ -struktūra, jei $\rho = -1$, ir II rūšies $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$ -struktūra, jei $\rho = 1$ [1].

Parabolinio tipo $(\varphi, \xi, \eta, \lambda)$ -struktūra, apibrėžta (1) aksiomomis, vadinama integruojamąja, jei afinoriaus φ_a^b Nijenhuis'o tenzorius $N_{cb}^a = 0$, ir normaliąja, jei daugdaroje $M_n \times R$ afinorinė struktūra $\begin{pmatrix} \varphi_a^b & \xi^b \\ \eta_a & \lambda \end{pmatrix}$ yra integruojamoji, t. y. jei galioja lygybės [1]:

$$\begin{aligned} \text{a) } S_{cb}^a &= N_{cb}^a - \xi^a (\nabla_c \eta_b - \nabla_b \eta_c) = 0, \quad N_{cb}^a = \varphi_c^d \nabla_d \varphi_b^a - \varphi_b^d \nabla_d \varphi_c^a - \varphi_d^a (\nabla_c \varphi_b^d - \nabla_b \varphi_c^d), \\ \text{b) } S_c^a &= \xi^d (\nabla_c \varphi_d^a - \nabla_d \varphi_c^a) + \varphi_c^d \nabla_d \xi^a + \lambda \nabla_c \xi^a = 0, \\ \text{c) } S_{cb} &= L_{cb} - L_{bc} + \nabla_c \lambda \eta_b - \nabla_b \lambda \eta_c = 0, \quad L_{cb} = \varphi_c^d (\nabla_d \eta_b - \nabla_b \eta_d), \\ \text{d) } S_c &= \xi^d (\nabla_c \eta_d - \nabla_d \eta_c) + \varphi_c^d \nabla_d \lambda + \lambda \nabla_c \lambda = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Čia kovariantinis diferencijavimas atliekamas bet kurios simetrinės afiniosios sieties atžvilgiu.

Irodyta [2], jog vienam iš tenzorių S_{cb}^a, S_c^a, S_{cb} esant lygiam 0, tenzorius $S_c = 0$. Taip pat žinoma [2], jog kai $\lambda \neq 0$ arba ξ^a nėra nulinis vektorius ir η_b nėra nulinis kovektorius, iš (3a) lygybės išplaukia likusios lygybės (3b), (3c), (3d). Tuo atveju būtina ir pakankama parabolinio tipo $(\varphi, \xi, \eta, \lambda)$ -struktūros (1) normalumo sąlyga yra $S_{cb}^a = 0$.

2. Sakykime, turime $(n + 1)$ - matę diferencijuojamą daugdarą $M_{n+1}(y^\alpha)$, $\alpha, \beta, \dots = 1, 2, \dots, n + 1$, kurioje apibrėžtas afinorius F_α^β , tenkinantis sąlygą $F_\alpha^\beta F_\beta^\gamma = 0$. Bendru atveju ją vadinsime parabolinio tipo F -daugdara. Kai $n = 2k - 1$, $\text{rank}(F) = k$, tokia daugdara vadinama beveik dualia daugdara. Toje daugdaroje panagrėkime hiperpaviršių $M_n(x^a)$, apibrėžtą lygtimis $y^\alpha = y^\alpha(x^a)$, $a, b, \dots = 1, 2, \dots, n$, ir normalizuotą vektoriumi C^α . Žinoma [1], jog hiperpaviršiuje indukuojasi parabolinio tipo $(\varphi, \xi, \eta, \lambda)$ -struktūra (1), kurios objektai randami iš sistemos

$$F_\alpha^\beta B_a^\alpha = \varphi_a^b B_b^\beta + \eta_a C^\beta, \quad F_\alpha^\beta C^\alpha = \xi^a B_a^\beta + \lambda C^\beta, \quad B_a^\beta = \frac{\partial y^\beta}{\partial x^a}. \quad (4)$$

Tarkime, kad daugdaroje M_{n+1} apibrėžta simetrinė afinioji sietis $\Gamma_{\gamma\beta}^\alpha$. Normalizuotame hiperpaviršiuje M_n indukuojasi simetrinė afinioji sietis γ_{cb}^a , tenzoriai h_{cb} , k_c^a , l_c , gaunami iš lygybių

$$\begin{aligned} \nabla_c B_b^\delta &= \partial_c B_b^\delta + B_c^\alpha B_b^\beta \Gamma_{\alpha\beta}^\delta - B_a^\delta \gamma_{cb}^a = h_{cb} C^\delta, \\ \nabla_c C^\delta &= \partial_c C^\delta + B_c^\alpha C^\beta \Gamma_{\alpha\beta}^\delta = -k_c^a B_a^\delta + l_c C^\delta. \end{aligned} \quad (5)$$

Diferencijuodami (4) lygybes sieties γ atžvilgiu, iš (5) gauname, jog

$$\begin{aligned} \nabla_\beta F_\alpha^\delta B_c^\beta B_b^\alpha &= (\nabla_c \varphi_b^a - h_{cb} \xi^a - k_c^a \eta_b) B_a^\delta + (\nabla_c \eta_b + h_{ca} \varphi_b^a + l_c \eta_b - \lambda h_{cb}) C^\delta, \\ \nabla_\beta F_\alpha^\delta B_c^\beta C^\alpha &= (\nabla_c \xi^a + k_c^b \varphi_b^a - l_c \xi^a - \lambda k_c^a) B_a^\delta + (k_c^a \eta_a + h_{cb} \xi^b + \nabla_c \lambda) C^\delta. \end{aligned} \quad (6)$$

Kadangi afinoriaus F_α^β Nijenhuis'o tenzorius lygus

$$N_{\beta\alpha}^\gamma = F_\beta^\delta \nabla_\delta F_\alpha^\gamma - F_\alpha^\delta \nabla_\delta F_\beta^\gamma - F_\delta^\gamma (\nabla_\beta F_\alpha^\delta - \nabla_\alpha F_\beta^\delta),$$

tai iš (6) ir (3) išplaukia, kad

$$\begin{aligned} N_{\beta\alpha}^\delta B_c^\beta B_b^\alpha &= [S_{cb}^a - \eta_c (k_b^e \varphi_e^a - \varphi_b^e k_e^a) + \eta_b (k_c^e \varphi_e^a - \varphi_c^e k_e^a) + \xi^a (\eta_{clb} - l_c \eta_b)] B_a^\delta \\ &+ [S_{cb} + \eta_a (k_c^a \eta_b + k_b^a \eta_c) - l_a (\varphi_b^a \eta_c - \varphi_c^a \eta_b) + \lambda (\eta_{clb} - l_c \eta_b)] C^\delta \\ &+ \eta_c \nabla_\beta F_\alpha^\delta C^\beta B_b^\alpha - \eta_b \nabla_\beta F_\alpha^\delta C^\beta B_c^\alpha, \\ N_{\beta\alpha}^\delta C^\beta B_c^\alpha &= [S_c^d + \varphi_c^a k_a^e \varphi_e^d + \xi^e k_e^d \eta_c - \varphi_c^e l_e \xi^d + \lambda (k_c^e \varphi_e^d - \varphi_c^e k_e^d) - \lambda l_c \xi^d] \\ &+ [S_c - \lambda^2 l_c - \xi^a l_a \eta_c + \varphi_c^a k_a^e \eta_e + \lambda k_c^e \eta_e] C^\delta + F_\gamma^\delta \nabla_\alpha F_\beta^\gamma B_c^\beta C^\alpha \\ &+ \nabla_\gamma F_\alpha^\delta C^\gamma C^\alpha \eta_c - \lambda \nabla_\gamma F_\beta^\delta C^\gamma B_c^\beta. \end{aligned} \quad (7)$$

Tarkime, kad $\nabla_\alpha F_\beta^\gamma = 0$. Tuomet $N_{\alpha\beta}^\delta = 0$ ir F -struktūra daugdaroje M_{n+1} yra integruojamoji. Iš (7) išplaukia, jog integruojamosios parabolinės F -daugdaros M_{n+1} hiperpaviršiuje M_n tenzoriai S_{cb}^a , S_{cb} , S_c^a , S_c turi pavidalą:

$$a) \quad S_{cb}^a = \eta_c M_b^a - \eta_b M_c^a, \quad M_b^a = k_b^e \varphi_e^a - \varphi_b^e k_e^a - \xi^a l_b;$$

$$\begin{aligned}
\text{b)} \quad S_{cb} &= \eta_a(k_b^a \eta_c - k_c^a \eta_b) + l_a(\varphi_b^a \eta_c - \varphi_c^a \eta_b) - \lambda(\eta_c l_b - \eta_b l_c); \\
\text{c)} \quad S_c^a &= -\varphi_c^e k_e^b \varphi_b^a - \xi^e k_e^a \eta_c + \varphi_c^e l_e \xi^a - \lambda M_c^a; \\
\text{d)} \quad S_c &= -\varphi_c^a k_a^e \eta_e + \xi^a l_a \eta_c + \lambda^2 l_c - \lambda k_c^e \eta_e.
\end{aligned} \tag{8}$$

Kai $\nabla_\alpha F_\beta^\gamma = 0$, iš (6) gauname, jog

$$\begin{aligned}
\text{a)} \quad \nabla_c \varphi_b^a &= h_{cb} \xi^a + k_c^a \eta_b; & \text{b)} \quad \nabla_c \eta_b &= -h_{ca} \varphi_b^a - l_c \eta_b + \lambda h_{cb}; \\
\text{c)} \quad \nabla_c \xi^a &= -k_c^b \varphi_b^a + l_c \xi^a + \lambda k_c^a; & \text{d)} \quad k_c^a \eta_a + h_{cb} \xi^b + \nabla_c \lambda &= 0.
\end{aligned} \tag{9}$$

Ieškosime būtinų ir pakankamų sąlygų, kad parabolinio tipo $(\varphi, \xi, \eta, \lambda)$ -struktūra (1) parabolines integruojamosios F -daugdaros M_{n+1} hiperpaviršiuose M_n būtų normalioji.

1 teorema. *Parabolinio tipo $(\varphi, \xi, \eta, \lambda \neq 0)$ -struktūra hiperpaviršiuje $M_n \subset M_{n+1}$ yra normalioji tada ir tik tada, kai galioja viena iš ekvivalenčių sąlygų:*

$$1) S_{cb}^a = \eta_c M_b^a - \eta_b M_c^a = 0; \quad 2) S_c^a = -\varphi_c^e k_e^b \varphi_b^a - \xi^e k_e^a \eta_c - \varphi_c^e l_e \xi^a + \lambda M_c^a = 0.$$

Užtenka parodyti, jog iš antros sąlygos išplaukia pirmoji.

Kai $S_c^a = 0$, tuomet $S_c = 0$ [2]. Iš (8d) ir (8c) lygybių

$$\varphi_c^a k_a^e \eta_e + \lambda k_c^e \eta_e - \lambda^2 l_c = \eta_c \xi^a l_a, \quad \lambda M_c^a = -\varphi_c^e k_e^b \varphi_b^a + \varphi_c^e l_e \xi^a - \eta_c k_e^a \xi^e.$$

Padauginkime (8c) lygybę iš φ_a^d ir susumuokime pagal a . Pritaikę (1) formules gauname, kad $M_c^a = \eta_c \nu^a$, kur $\nu^a = \frac{1}{\lambda^2} (-\lambda k_e^a \xi^e - \varphi_a^d k_e^d \xi^e + \xi^a \xi^e l_e)$. Iš čia ir (8a) $S_{cb}^a = 0$.

Nesunku pastebėti, kad iš (3a) $N_{cb}^a = S_{cb}^a + \xi^a (\nabla_c \eta_b - \nabla_b \eta_c)$, todėl iš (9b) išplaukia hiperpaviršiuje $M_n \subset M_{n+1}$ indukuotos $(\varphi, \xi, \eta, \lambda)$ -struktūros integruojamumo būtina ir pakankama sąlyga:

$$\eta_c(\varphi_e^a k_b^e - \varphi_b^e k_e^a) - \eta_b(k_c^e \varphi_e^a - k_e^a \varphi_c^e) + \xi^a(h_{be} \varphi_c^e - h_{cd} \varphi_b^d) = 0. \tag{10}$$

3.1. Sakykime, daugdaroje M_{n+1} be afinoriaus F_α^β , tenkinančio sąlygą $F_\alpha^\beta F_\beta^\gamma = 0$, duota metrika $G_{\alpha\beta}$, kuriai galioja lygybė $F_\alpha^\beta G_{\beta\gamma} = F_{\alpha\gamma} = \rho F_{\gamma\alpha}$, $\rho = \pm 1$. Tokią daugdarą vadinsime parabolinio tipo (F, G) - daugdara. Šiame punkte nagrinėsime atvejį, kai $\rho = -1$, t. y. kai G yra A-metrika. Tarkime, kad afinorius F yra kovariantiškai pastovus metrikos G Rymano sieties atžvilgiu, t. y. daugdaros M_{n+1} struktūra yra integruojamoji. Kai $n = 2k - 1$, $\text{rank}(F) = k$, tokia daugdara vadinama paraboline A-erdve.

Hiperpaviršiuje $M_n \subset M_{n+1}$, normalizuotame normaliniu neizotropiniu ε -vienetiniu vektoriumi C^α , indukuojasi tenzoriai $\varphi_a^b, \xi^b, \eta_a$, funkcija $\lambda = \varepsilon F_\alpha^\beta G_{\beta\gamma} C^\alpha C^\beta = 0$, gaunami iš (4) sistemos, bei metrika $g_{ab} = G_{\alpha\beta} B_a^\alpha B_b^\beta$, tenkinantys (1) ir (2) sąlygas, kai $\rho = -1$. Taigi M_n yra parabolinio tipo I rūšies beveik kontaktinė metrinė daugdara [1].

Hiperpaviršiuje indukuotos parabolinio tipo I rūšies (φ, ξ, η, g) -struktūros tenzoriams galioja (8) ir (9) formulės, tačiau jose $l_c = 0$ ir $\lambda = 0$:

$$\begin{aligned} 1) \nabla_c \phi_b^a &= h_{cb} \xi^a + k_c^a \eta_b; & 2) \nabla_c \eta_b &= -h_{ca} \phi_b^a; & 3) \nabla_c \xi^a &= -k_c^b \phi_b^a; \\ 4) k_c^a \eta_a &= -h_{cb} \xi^b; & 5) k_c^a &= \varepsilon h_{cb} g^{ba}. \end{aligned} \quad (11)$$

Čia ∇ – kovariantinio diferencijavimo metrikos g Rymano sieties atžvilgiu simbolis.

Pastebime, jog iš (2) išplaukia, kad vektorius ξ^a ir kovektorius η_b yra abu nuliniai arba abu nenuliniai vektoriai, todėl parabolinio tipo I rūšies (φ, ξ, η, g) -struktūra yra normalioji tada ir tik tada, kai $S_{cb}^a = 0$ [2].

2 teorema. *Parabolinio tipo I rūšies (φ, ξ, η, g) -struktūra parabolinio tipo integruojamos (F, G) -daugdaros ($\rho = -1$) hiperpaviršiuje yra normalioji tada ir tik tada, kai galioja viena iš ekvivalenčių sąlygų:*

$$\begin{aligned} 1) h_{be} \phi_c^e + h_{ce} \phi_b^e &= \mu \eta_b \eta_c, & \mu & \text{ – bet kuri funkcija;} \\ 2) k_b^e \phi_e^a - \phi_b^e k_e^a &= \mu \xi^a \eta_b; & 3) \nabla_c \eta_b + \nabla_b \eta_c &= -\mu \eta_b \eta_c. \end{aligned} \quad (12)$$

Pakankamumas ir ekvivalentiškumas išplaukia iš (8), (11) formulių bei lygybių $l_c = 0$ ir $\lambda = 0$.

Tarkime, jog (φ, ξ, η, g) -struktūra yra normalioji, t. y. $S_{cb}^a = 0$. Tada iš (8a) $M_b^a = \nu^a \eta_b$. Padauginkime šią lygybę iš g_{ac} ir susumuokime pagal c . Pritaikę (2), (8), $l_c = 0$, $\lambda = 0$, gauname, jog $h_{be} \phi_e^c + \phi_b^e h_{ec} = -\varepsilon \nu^a g_{ac} \eta_b$, $\nu^a g_{ab} = \nu \eta_b$.

Pažymėję $-\varepsilon \nu = \mu$, gauname (12₁). Iš šios teoremos ir (10) formulės išplaukia

1 išvada. Parabolinio tipo integruojamosios (F, G) -daugdaros ($\rho = -1$) M_{n+1} hiperpaviršiuje M_n indukuota parabolinio tipo I rūšies beveik kontaktinė metrinė struktūra (φ, ξ, η, g) yra normalioji ir integruojamoji kartu tada ir tik tada, kai galioja viena iš ekvivalenčių sąlygų:

$$1) h_{ac} \phi_b^e = \frac{\mu}{2} \eta_a \eta_b; \quad 2) \nabla_a \eta_b = \frac{-\mu}{2} \eta_a \eta_b; \quad 3) \nabla_a \xi^b = \frac{\varepsilon \mu}{2} \xi^b \eta_a.$$

2 išvada. Hiperpaviršiuje $M_n \subset M_{n+1}$ indukuotos (φ, ξ, η, g) -struktūros afinorius ϕ_a^b yra kovariantiškai pastovus metrikos g_{ab} Rymano sieties atžvilgiu tada ir tik tada, kai hiperpaviršiaus asimptotinis tenzorius turi pavidalą $h_{cb} = \varkappa \eta_c \eta_b$.

Būtinumas išplaukia iš (9a) lygybės kompozicijos su g_{ad} , lygybės $k_c^a = \varepsilon h_{cb} g^{ba}$ ir (2) formulių. Pakankamumas akivaizdus. Jeigu galioja išvados 2 sąlyga, struktūra yra normalioji ir integruojamoji kartu ($\mu = 0$), vektorius ξ^a ir kovektorius η_b yra kovariantiškai pastovūs.

3.2. Panagrinėkime parabolinio tipo (F, G) -daugdarą M_{n+1} , kai $\rho = 1$, t. y. kai G yra B -metrika. Tarkime, kad $\nabla_\alpha F_\beta^\gamma = 0$. Čia kovariantinis diferencijavimas atliekamas B -metrikos G Rymano sieties atžvilgiu. Vadinasi, struktūra daugdaroje M_{n+1} yra integruojamoji.

Kai $n = 2k - 1$, $\text{rank}(F) = k$, tokia daugdara vadinama paraboline B -erdve.

Normaliniu neizotropiniu ε -vienetiniu vektoriumi C^α normalizuotame hiperpaviršiuje $M_n \subset M_{n+1}$ indukuojasi parabolinio tipo II rūšies $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$ -struktūra, tenkinanti (1) ir (2) sąlygas, kur $\rho = 1$ [1].

Nagrinėsime tokias $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$ -struktūras, kurioms $\lambda = F_{\alpha\beta} C^\alpha C^\beta \neq 0$. Tirdami šios struktūros savybes, naudosime (8) ir (9) formules, kuriose $l_e = 0, \lambda \neq 0$:

$$\begin{aligned} \text{a) } \nabla_c \varphi_b^a &= h_{cb} \xi^a + k_c^a \eta_b; & \text{b) } \nabla_c \eta_b &= -h_{ca} \varphi_b^a + \lambda h_{cb}; & \text{c) } \nabla_c \xi^a &= -k_c^b \varphi_b^a + \lambda k_c^a; \\ \text{d) } k_c^a \eta_a &= h_{cb} \xi^b = -\frac{1}{2} \nabla_c \lambda; & \text{e) } k_c^a g_{ab} &= \varepsilon h_{cb}. \end{aligned} \quad (13)$$

3 teorema. *Parabolinio tipo integruojamosios (F, G) -daugdaros ($\rho = 1$) M_{n+1} hiperpaviršiuje M_n indukuota parabolinio tipo II rūšies $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$ -struktūra yra normalioji tada ir tik tada, kai galioja viena iš ekvivalenčių sąlygų:*

$$1) M_c^a = k_c^e \varphi_e^a - \varphi_c^e k_e^a = 0; \quad 2) h_{ce} \varphi_b^e - h_{be} \varphi_c^e = 0; \quad 3) \nabla_a \eta_b - \nabla_b \eta_a = 0.$$

Ekvivalentiškumas išplaukia iš (8a), (9b) bei $l_c = 0$, pakankamumas iš (8a). Tarkime, jog $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$ -struktūra yra normalioji, t. y.

$$S_{cb}^a = \eta_c (k_b^e \varphi_e^a - \varphi_b^e k_e^a) - \eta_b (k_c^e \varphi_e^a - \varphi_c^e k_e^a) = 0.$$

Atlikę lygybės kompoziciją su ξ^b , iš (1) gauname, jog

$$\lambda^2 M_c^a = -\eta_c (k_b^e \xi^b \varphi_e^a - \varphi_b^e k_e^a \xi^b).$$

Kai $l_c = 0$, iš (8) ir $S_{cb} = 0$ gauname $k_b^a \eta_a = \psi \eta_b$, o iš (2) ir $k_c^a g_{ab} = \varepsilon h_{cb}$ turime $k_e^a \xi^e = \psi \xi^a$, kur $\psi = -h_{cb} \xi^c \xi^b / \lambda^2$. Iš šia $k_b^e \xi^b \varphi_e^a = \varphi_b^e k_e^a \xi^b = -\lambda \psi \xi^a$, todėl $M_c^a = 0$, nes $\lambda \neq 0$.

3 išvada. Jei parabolinio tipo II rūšies $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$ -struktūra parabolinio tipo integruojamosios (F, G) -daugdaros ($\rho = 1$) M_{n+1} hiperpaviršiuje M_n yra normalioji, tai ji yra ir integruojamoji.

4 išvada. Parabolinio tipo II rūšies $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$ -struktūrai hiperpaviršiuje $M_n \subset M_{n+1}$ ekvivalenčios tokios sąlygos:

$$1) \nabla_c \varphi_b^a = 0; \quad 2) \nabla_c \eta_b = 0 \ (\nabla_c \xi^a = 0); \quad 3) h_{cb} = 0.$$

Tarkime, $\nabla_c \varphi_b^a = h_{cb} \xi^a + k_c^a \eta_b = 0$. Tuomet $h_{cb} = \pi \eta_c \eta_b, k_c^b = \pi \xi^b \eta_c$, todėl iš pirmosios lygybės išplaukia, jog $\pi = 0$.

Tarkime, kad $\nabla_c \eta_b = 0$. Kadangi $l_c = 0$, iš (13b) $h_{ca} \varphi_b^a = \lambda h_{cb}$. Padauginę lygybę iš ξ^b ir susumavę pagal b , iš (1) gauname $h_{cb} \xi^b = 0$. Analogiškai iš (13c) turime $k_c^a \eta_a = 0$. Kadangi $\nabla_c \xi^a = 0$, atlikę lygybės $k_c^b \varphi_b^a = \lambda k_c^a$ kompoziciją su φ_a^d , gauname, jog $k_c^b \eta_b \xi^d = \lambda k_c^a \varphi_a^d = 0$. Bet $\lambda \neq 0$, todėl $k_c^a \varphi_a^d = 0$ ir $k_c^a = 0$.

Jei $h_{cb} = 0$, tuomet ir $k_c^a = 0$. Iš (13) išplaukia, jog visi struktūros objektai kovariantiškai pastovūs.

Literatūra

1. A. Baškienė, Beveik kontaktinių struktūrų paraboliniai analogai, *Liet. matem. rink.*, **41**(spec. nr.), 233–238 (2001).
2. A. Baškienė, Apie parabolinio tipo beveik kontaktinių struktūrų normalumą, *Liet. matem. rink.*, **43**(spec. nr.), 163–166 (2003).

SUMMARY

A. Baškienė. Normal and integrable parabolic metric $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$ -structures on hypersurfaces of parabolic integrable (F, G) -manifolds

Parabolic $(\varphi, \xi, \eta, \lambda)$ -structures and parabolic metric $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$ -structures on hypersurfaces of parabolic integrable F -manifolds and parabolic integrable (F, G) -manifolds, respectively, are regarded. Necessary and sufficient normality and integrability conditions of these structures have been found.

Keywords: parabolic $\varphi, \xi, \eta, \lambda$ -structure, parabolic metric $\varphi, \xi, \eta, g, \lambda$ -structure, normality, integrability.