LIETUVOS MATEMATIKOS RINKINYS
Lietuvos matematikų draugijos darbai, ser. B
59 t., 2018, 76–81

ISSN 0132-2818
www.mii.lt/LMR/

Penktos klasės matematikos olimpiadų užduočių sprendimo rezultatų analizė

Karolina Piaseckienė

Šiaulių universitetas, Informatikos katedra
Vilniaus g. 141, LT-76353 Šiauliai
E. paštas: k.piaseckiene@gmail.com

Santrauka. Straipsnyje pateikiama Šiaulių m. (II-ojo etapo) 5-os klasės mokinių matematikos olimpiadų (2015–2018 m.) užduočių sprendimo rezultatų analizė.

Raktiniai žodžiai: matematikos olimpiados, užduoties sunkumas, koreliacija.

Įvadas

Gabių vaikų ugdymas aktualus šiuolaikinei mokyklai. Viena iš gabių, taip pat ir matematikai, vaikų ugdymo formų – olimpiados bei konkursai. Šie renginiai padeda sudominti moksleivius matematika, gerinti jų matematinį išprusimą, propaguoja matematines žinias [4]. Gabūs vaikai linkę pademonstruoti savo žinias, o dar labiau – išmėginti savo gebėjimus, todėl jiems reikia vis naujų iššūkių. Standartiniai mokykliniai uždaviniai tokiems mokiniams dažnai būna per lengvi ir nuobodūs, o olimpiadinės užduotys, priešingai, reikalauja įvairių matematinių gebėjimų. Dėl to olimpiada yra puiki gabaus mokinio realizacijos forma.

Svarbiausias matematikos (tiek mokyklos, tiek ir respublikinio lygio) olimpiadų tikslas – skatinti mokinių domėjimąsi matematika, plėsti ir gilinti jų matematines žinias, ugdyti kūrybiškumą, loginį bei kritinį mąstymą.

Šiame straipsnyje pateikiama 2015–2018 m. Šiaulių m. 5-os klasės mokinių matematikos olimpiadų užduočių sprendimo rezultatų analizė.

1 Pirminė duomenų analizė

Šiaulių m. (II-jo etapo) 5–8 klasių mokinių matematikos olimpiada organizuojama kasmet kovo–balandžio mėn. Užduotis 5-os klasės mokiniams rengia Šiaulių universiteto dėstytojai. 1 lentelėje pateikti pastarųjų ketverių metų 5-os klasės mokinių matematikos olimpiadų duomenys: kiekvienos olimpiados užduočių skaičius bei galimas surinkti maksimalus taškų skaičius jas visas teisingai išsprendus, olimpiadose dalyvavusių moksleivių skaičius bei maksimalus (I vietą laimėjusio mokinio; su procentais nuo bendro, daugiausiai galėto surinkti taškų skaičiaus) ir minimalus surinktų taškų skaičius.

Pagal maksimaliai surinktų taškų skaičių (pvz., palyginus 2015 ir 2018 m., kai olimpiadose dalyvavo vienodas mokinių skaičius) galima daryti prielaidą, kad skirtingų metų olimpiadų užduotys būdavo nevienodo sunkumo, tačiau minimalaus ir

1 lentelė. Pradiniai duomenys.

Metai	Užduočių skaičius	Maksimalus taškų skaičius	Mokinių skaičius	Maksimalus surinktų taškų skaičius (%)	Minimalus surinktų taškų skaičius
2015	9	27	23	16 (69,57%)	1
2016	9	25	22	19 (76%)	6
2017	9	24	39	24 (100%)	7
2018	10	30	23	28 (93,33%)	10

maksimalaus surinktų taškų skaičių santykis (atitinkamai: 0,063; 0,316; 0,292; 0,357) rodo, kad skirtingais metais olimpiadose dalyvavusių moksleivių gabumai taip pat nėra vienodi.

Panašias tendencijas galima įžvelgti ir 2 lentelėje, kurioje pateikiamas olimpiadose surinktų taškų vidurkis, mediana ir vidutinis kvadratinis nuokrypis.

2 lentelė. Surinktų taškų skaitinės charakteristikos.

Metai	2015	2016	2017	2018
$\overline{x}$	10,13	13,45	18,141	20,52
m_e	12	13,5	19	22
s	4,082	3,70	4,052	5,35

2 Užduoties sunkumas

Užduoties sunkumas – tai tokia charakteristika, kuri išreiškia statistinį užduoties išspręstumo lygį tiriamųjų grupėje [5]. Paprastai sunkia užduotimi laikoma tokia, kurią išsprendė ne daugiau kaip trečdalis tiriamųjų, o lengva – kurią išsprendė ne mažiau kaip du trečdaliai tiriamųjų [6].

Užduoties sunkumas (o tiksliau, išspręstumas) nusakomas sunkumo koeficientu

$$p = \frac{n_t}{n},$$

čia n_t – teisingai užduotį išsprendusių moksleivių skaičius, n – visų užduotį sprendusių moksleivių skaičius [5].

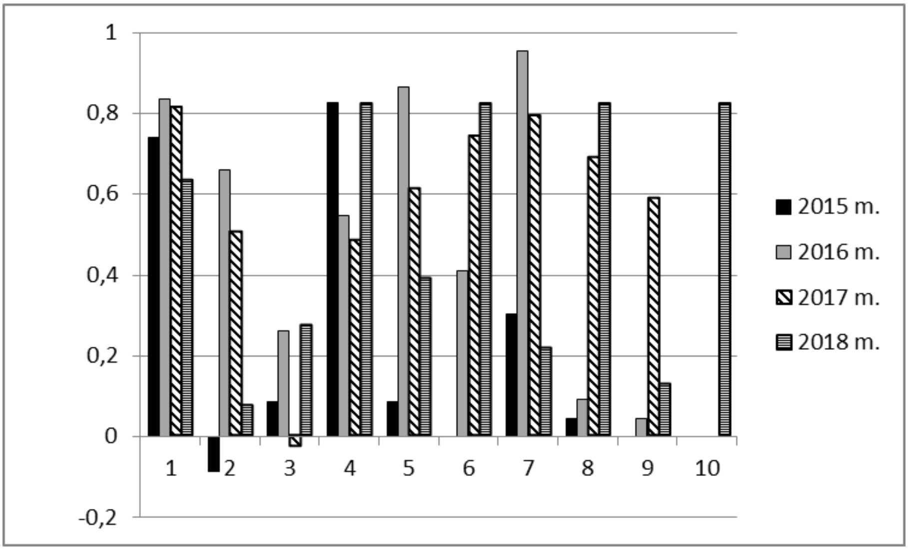
Užduoties sunkumo koeficientas gali įgyti reikšmes iš intervalo $[0; 1]$. Užduotis laikoma vertinga, jeigu $0{,}16 < p < 0{,}84$. Jei $p \leqslant 0{,}16$, uždaviniai laikomi sunkiais, jei $p \geqslant 0{,}84$ – lengvais [5].

Jei užduotis yra su pasirenkamaisiais atsakymais, tuomet skaičiuojant sunkumo koeficientą atsižvelgiama į tikimybę atspėti teisingą atsakymą:

$$p = \frac{n_t - \frac{n-n_t}{k-1}}{n},$$

čia k – pasirinktinų atsakymų skaičius [5]. Šiuo atveju užduoties sunkumo koeficientas gali įgyti reikšmes iš intervalo $[\frac{1}{1-k}; 1]$.

Remiantis šiomis formulėmis pagal mokinių surinktus taškus už kiekvieną užduotį apskaičiavus užduočių sunkumo koeficientus matome (žr. 1 pav.), kad 2015 m.



1 pav. Užduočių sunkumo koeficientai.

olimpiados dalyviams sunkiomis pasirodė $\frac{2}{3}$ užduočių: rasti, kuriose figūrose nuspalvinta tam tikra dalis bendro ploto; perkelti degtuką taip, kad būtų teisinga lygybė; išmatuoti laiką smėlio laikrodžiais; atlikti aritmetinius veiksmus patogiausiu būdu; apskaičiuoti, kiek sveria; kombinatorikos uždavinys. Kaip matome iš paveikslėlio, šeštos (atlikti aritmetinius veiksmus patogiausiu būdu; 3 taškai) ir devintos (kombinatorikos uždavinys; 8 taškai) užduoties teisingai arba iki galo neišsprendė nė vienas mokinys. Lengva galima būtų laikyti 4-ą užduotį (įrašius aritmetinių veiksmų ženklus gauti teisingą lygybę).

2016 m. mokiniams sunkiomis pasirodė kur kas mažiau – dvi – užduotys: rasti stačiakampio kraštines, kai žinomas jo perimetras ir plotas, bei rasti sunkiausią iš penkių žmonių, kai žinoma, kiek jie sveria poromis. Beje, pastarosios užduoties teisingai iki galo neišsprendė nė vienas prizinės vietos laimėtojas. Lengvomis pasirodė tokios užduotys: nustatyti, kurią dalį visų objektų sudaro konkrečiai įvardinti; įrašius aritmetinių veiksmų ženklus gauti teisingą lygybę; pastebėjus dėsningumą užpildyti tuščius langelius.

2017 m. mokiniams sunki pasirodė tik viena užduotis – rasti, kuriose figūrose nuspalvinta tam tikra dalis bendro ploto. Lengva galima būtų laikyti taip pat tik vieną užduotį – nustatyti, kurią dalį visų objektų sudaro konkrečiai įvardinti.

2018 m. mokiniams sunkios buvo dvi užduotys: rasti, kuriose figūrose nuspalvinta tam tikra dalis bendro ploto, ir sudaryti seką pagal tam tikrus dėsningumus. Lengvomis galima būtų laikyti tokias užduotis: perkelti degtuką taip, kad būtų teisinga lygybė; planimetrijos; judėjimo ir žodinį uždavinius.

Reikia pastebėti, kad pagal rezultatus sunkiomis laikomos užduotys neretai sunkiomis pasirodydavo ir prizines vietas laimėjusiesiems – būdavo, kad tas užduotis geriau išspręsdavo po mažiau taškų surinkę mokiniai.

Iš 1 paveikslėlio matyti, kad lengvų užduočių, kurių $p \geqslant 0{,}84$, nedaug, tik 5,4% visų nagrinėjamo laikotarpio užduočių (abi tokios užduotys buvo 2016 m.). Kadangi tariama, kad lengvomis galima būtų laikyti ir tokias užduotis, kurių $p < 0{,}84$, bet pakankamai artima tai reikšmei, t.y. $p > 0{,}81$, tai pakankamai lengvos užduotys sudaro 24,32% visų nagrinėjamo laikotarpio užduočių. Vadinasi, ir tokiu atveju galima teigti, kad dominuoja vidutinės ir sunkios užduotys.

3 Koreliacija

Vienas iš būdų nustatyti, ar uždaviniai yra diagnostiškai informatyvūs, – ieškoti koreliacijos su bendru testo[1] balu bei kitomis testo užduotimis.

3.1 Užduočių koreliacija su bendru testo balu

Testų teorijoje priimta diagnostiškai informatyviais laikyti tuos uždavinius, kurių įvertinimo koreliacija su bendru testo balu, t.y. surinktų taškų skaičiumi, $r/tt \geqslant 0{,}2$ (žr. [5, 2]). Remiantis kitais literatūros šaltiniais [1, 3], kurie koreliaciją laiko labai silpna, jeigu jos koeficientas <0,3, būtų gaunamas dar griežtesnis uždavinių priskyrimas diagnostiškai informatyviems.

3 lentelė. Koreliacija su bendru testo balu.

Užduotys	2015 m.	2016 m.	2017 m.	2018 m.
1	0,522	0,241	0,377	0,543
2	0,575	$-0,17$	0,509	0,674
3	0,365	0,409	0,506	0,415
4	0,079	0,215	0,361	0,512
5	0,36	0,157	0,372	0,693
6	0,084	0,259	0,453	0,429
7	0,521	0,346	0,5	0,625
8	0,672	0,256	0,549	0,218
9	0,745	0,789	0,484	0,888
10	–	–	–	0,293

3 lentelėje pateikti 2015–2018 m. olimpiadų užduočių koreliacijos su bendru atitinkamų metų olimpiados testo balu koeficientai. Matome, kad diagnostiškai informatyviu, kai $r/tt \geqslant 0{,}3$, laikytinas visas 2017 m. olimpiados užduočių rinkinys, o kai $r/tt \geqslant 0{,}2$, ir 2018 m. Verta prisiminti, kad 2017 m. olimpiadoje buvo surinktas maksimalus galimas taškų skaičius (žr. 1 lent.).

2015 m. olimpiados testą sudaro 77,78% (7 užduotys iš 9) diagnostiškai informatyvių užduočių. 2016 m. – taip pat 77,78% diagnostiškai informatyvių užduočių tik tuo atveju, jei $r/tt \geqslant 0{,}2$.

Jei koreliacijos koeficientas pakankamai didelis (bent vidutinė koreliacija), tai rodo, kad atitinkama užduotis turi įtakos galutiniam rezultatui. Tačiau negalima teigti, kad tai buvo sunki užduotis. Nemaža dalis sunkių (pagal sprendimo rezultatus) užduočių pagal koreliaciją su bendru balu neturi įtakos galutiniam rezultatui. Vadinasi, jos buvo vienodai sunkios visiems mokiniams (ar bent daugumai jų). Iš kitos pusės, pakankamai didelį koreliacijos su bendru balu koeficientą turi tiek sunkios, tiek vidutinio sunkumo užduotys, net ir viena užduotis, priskirtina prie lengvų.

[1] Šiame straipsnyje testu laikomas olimpiados užduočių rinkinys, sudarytas iš uždarojo ir atvirojo tipo užduočių.

3.2 Užduočių koreliacija su kitomis testo užduotimis

Užduočių koreliacija su kitomis testo užduotimis, t.y. koreliacija tarp surinktų taškų už atitinkamą užduotį, parodo, kiek užduotys yra tarpusavyje susijusios.

2015 m. labiausiai tarpusavyje koreliuoja (0,528) nuspalvintos tam tikros bendro ploto dalies radimo ir teisingos lygybės gavimo, įrašius tinkamus aritmetinių veiksmų ženklus, užduotys. Mažiausiai koreliuoja (0,0) teisingos lygybės gavimo, įrašius tinkamus aritmetinių veiksmų ženklus, ir planimetrijos uždaviniai. Kaip matome, ta pati užduotis priklauso ir labiausiai, ir mažiausiai koreliuojančių užduočių poroms. Vis dėlto, pagal koreliacijos koeficientų vidurkį (0,021) teisingos lygybės gavimo, įrašius tinkamus aritmetinių veiksmų ženklus, užduotis su kitomis testo užduotimis koreliuoja mažiausiai.

2016 ir 2017 m. visos užduotys viena su kita koreliuoja ganėtinai silpnai.

2018 m. labiausiai tarpusavyje koreliuoja (0,734) vienos iš lengviausiomis buvusių užduočių – degtuko perkėlimo ir planimetrijos uždaviniai. Mažiausiai koreliuoja (0,029) nuspalvintos tam tikros bendro ploto dalies radimo ir judėjimo uždaviniai. Su kitomis testo užduotimis mažiausiai koreliuoja judėjimo užduotis. Jos koreliacijos su kitomis testo užduotimis koeficientų vidurkis lygus 0,04.

4 Tyrimo rezultatai

Kadangi kai kurios užduotys visuose keturiuose olimpiadų užduočių rinkiniuose yra panašios (analogiškos), tai šiek tiek plačiau jas ir paanalizuosime.

Pasirenkamojo atsakymo užduotį „Kurią dalį sudaro?“ pagal 2016 ir 2017 m. rezultatus galima laikyti lengva (žr. 1 pav. 1 užduotis). Be to, ji silpnai koreliuoja su bendru testo balu. 2015 ir 2018 m. olimpiadose atitinkama užduotis mokiniams nepasirodė labai lengva ir koreliacija su bendru testo balu buvo vidutinė.

Pasirenkamojo atsakymo užduotis, kurioje reikėjo nurodyti, kuriose figūrose nuspalvinta tam tikra dalis bendro ploto, mokiniams pasirodė sunki (išskyrus 2016 m. olimpiadą) galbūt dėl to, kad reikėjo nurodyti ne vieną figūrą, o dvi (už tai buvo skirti du taškai – po vieną už kiekvieną figūrą). Visiškai užduoties nesuprato, t.y. surinko 0 taškų, 8,7% (2015 m.), 22,73% (2016 m.), 25,64% (2017 m.) ir 21,74% (2018 m.) mokinių. Taigi, negalima teigti, kad mokiniai sunkiai supranta tokią užduotį, juo labiau, kad jau pradinėse klasėse yra susipažinę su dalies sąvoka ir spręsdami uždavinius vartoja paprastąsias trupmenas [5]. Gali būti, kad sugebėjo rasti tik lengvesnį atsakymo variantą, bet greičausiai tiesiog neatidžiai perskaitė sąlygą ir nebeieškojo daugiau tinkamų figūrų. Šios užduoties koreliacija su bendru testo balu vidutinė, išskyrus 2016 m. (koreliacija silpna).

Tik 2015 ir 2018 m. buvo užduotis perkelti degtuką taip, kad būtų teisinga lygybė. 2015 m. mokiniams ši užduotis pasirodė sunki, o 2018 m. – pakankamai lengva. Atitinkamai, koreliacija su bendru testo balu buvo silpna ir vidutinė.

Literatūra

[1] A. Bakštys. *Statistika ir tikimybė.* TEV, Vilnius, 2006.

[2] B. Bitinas. *Statistiniai metodai pedagogikoje ir psichologijoje.* Šviesa, Kaunas, 1974.

[3] V. Čekanavičius ir G. Murauskas. *Statistika ir jos taikymai I.* TEV, Vilnius, 2006.

[4] V. Dabrišienė ir B. Narkevičienė. Matematikos olimpiada kaip gabių vaikų ugdymo forma: situacijos Kauno mieste analizė. *Liet. matem. rink. spec. num.*, **42**:386–390, 2002.

[5] D. Kiseliova ir A. Kiseliovas. *Matematinių gebėjimų diagnostika. I.* ŠU l-kla, Šiauliai, 2004.

[6] V. Sičiūnienė. *Matematikos didaktika. I.* VPU l-kla, Vilnius, 2010.

SUMMARY

Analysis of the results of problem solution during mathematics olympiads for fifth grade students

K. Piaseckienė

The article deals with the analysis of the results of problem solution during the mathematics olympiads of fifth grade students (stage 2) held in Šiauliai city in 2015–2018.

Keywords: mathematical olympiads, difficulty, correlation.