

LOGISTINĖS FUNKCIJOS TAIKYMAS RIBINIŲ DYDŽIŲ DĖSNINGUMŲ ANALIZĖJE

Stasys Girdzijauskas

Technikos mokslų daktaras docentas
Vilniaus universiteto
Kauno humanitarinis fakultetas
Muitinės g. 8, LT-44280, Kaunas
El. paštas: stasys.girdzijauskas@vukhf.lt

Dalia Štreimikienė

Socialinių mokslų daktarė docentė
Vilniaus universiteto
Kauno humanitarinis fakultetas
Muitinės g. 8, LT-44280, Kaunas
El. paštas: dalia@mail.lei.lt

Straipsnyje nagrinėjami logistinės funkcijos taikymo ribinių dydžių dėsningumų analizėje klausimai. Terminas „logistika“ čia sietinas su aprūpinimu, t. y. tam tikrų išteklių naudojimo galimybe ir jų ribotumu, nes daugelis procesų yra ribojami išorės veiksnių. Ekonomikos teorijoje plačiai taikomi ribiniai dydžiai, kuriems būdingas mažėjimo dėsningumas, tačiau ekonominėje teorijoje pasigendama nustatytos matematinės išraiškos šiems dėsningumams aprašyti. Logistinės funkcijos taikymas leistų šiuos ribinių dydžių mažėjimo procesus formalizuoti ir matematiškai aprašyti, tai palengvintų šių dėsningumų pritaikymą ekonominiams procesams prognozuoti ir valdyti. Ypač svarbu yra rasti prisotinimo, arba pusiausvyros, tašką, išreiškiantį optimalių prekių ar gamybos veiksnių pasirinkimą, po kurio ribinis efektyvumas ar naudingumas ima mažėti.

Pagrindiniai žodžiai: ribinio produkto ir ribinio naudingumo mažėjimo dėsniai, logistinė funkcija.

Įvadas

Ekonomikos teorijoje yra keletas svarbių teorijų, nagrinėjančių vartotojų ir gamintojų elgesį, kurioms būdingi tie patys dėsningumai. Tai – naudingumo ir gamybos teorijos. Svarbiausias rinkos santykių subjektas yra vartotojas, nes jo norai ir ekonominės galimybės formuoja prekių ir paslaugų paklausą, o ši skatina pasiūlą. Žmonės siekia kuo geriau panaudoti gamybos procese darbo, kapitalo, žemės ir kt. išteklius, kad patenkintų savo poreikius. Vartojimo ir gamybos procesuose dalyvauja ir gamintojai, ir vartotojai, visi siekia savo inte-

resų arba didžiausios naudos, išreikštos tiek naudingumu, tiek didžiausiu pelnu.

Vartotojų elgseną renkantis prekes ir paslaugas nagrinėja naudingumo ir vartotojų abejingumo teorijos. Terminas „naudingumas“ kilmė yra siejama su anglų filosofo ir sociologo Džeremio Bentamo (1748–1832) darbais. Jis yra laikomas utilitarizmo pradininku, nors, tęsdamas Dž. Bentamo idėjas, utilitarizmo terminą pirmasis pavartojo Dž. Milis (Mills, 1848). Tvirtai įsitikinęs, kad pavyko suvokti žmonių elgesio tikslą – kuo daugiau laimės kuo didesniai skaičiui žmonių – Dž. Bentamas jį propagavo visą savo gyvenimą. Tačiau jo įvestas

žmonių elgesio tikslas ir naudingumo kriterijus – „didžiausia gerovė didžiausiam žmonių skaičiui“ – buvo gana abstraktus (Sen, Williams, 1982). Devyniolikto amžiaus pabaigoje Viljamas Stenlis Džeksonas ir keletas kitų atskirai dirbusių ekonomistų žengė kitą žingsnį, aiškindami racionalų vartotojų elgesį, plėtodami mažėjančio ribinio naudingumo dėsnį. Abejingumo teorijos pagrindus suformulavo Dž. Hiksas 1939 m. veikale „Vertė ir kapitalas“, kuriame pateikė vartotojo elgesio aiškinimą, pagrįstą abejingumo kreivėmis (Hicks, 1939).

Tuo tarpu gamybos teorijoje nagrinėjama gamintojo elgsena ir jos dėsningumai rinkoje, darbo, kapitalo ir kitų sąnaudų pavertimo prekėmis ir paslaugomis mechanizmai. Gamybos teorijoje galioja analogiškas mažėjančio ribinio produkto arba mažėjančio rezultatyvumo dėsnis, kuris yra įprasta daugelio gamybos procesų savybė, tinkama kiekvienam gamybos veiksmui, tiek kapitalinėms investicijoms, tiek darbo jėgai ir kt.

Namų ūkiai ir gamintojai susitinka ne tik prekių ir paslaugų rinkose, bet ir gamybos veiksmų rinkose. Gamintojai, kad vyktų gamybos procesas, turi įsigyti gamybos veiksmų: darbą, kapitalą, žemę, o jie yra namų ūkių nuosavybė. Taigi namų ūkiai ne tik perka gamintojų prekes, bet ir parduoda savo nuosavybę. Kai gamybos veiksnys yra darbas, sprendimus priima žmonės ir šiuo atveju tikslas tampa ne gamybos pelno, o naudingumo didinimas. Čia galioja tas pats ribinio naudingumo mažėjimo dėsnis. Analogiškai gamybos veiksmų rinkose veikia ir mažėjančio ribinio pajamų produkto dėsnis, kuris aprašo gamintojo pajamų augimo mažėjimą, pasamdžius papildomą darbuotoją.

Ekonominėje teorijoje ribinio produkto augimui skiriama daug dėmesio, nes reikia rasti ribinio rezultatyvumo mažėjimo ir ribinio naudingumo mažėjimo dėsnio paaiškinimą, kai gamybos rezultatyvumas ar / ir naudingu-

mas, iš pradžių didėjęs, pasiekęs tam tikrą tašką, pavadinkime jį prisotinimo tašku, ima sparčiai mažėti ir vėliau pasiekia nulį. Šis ribotas augimas gali būti išreiškiamas logistine lygtimi, taikoma biologinių populiacijų raidai prognozuoti. Terminas „logistika“ straipsnyje sietinas su aprūpinimu, t. y. tam tikrų išteklių naudojimo galimybe, jų ribotumu. Logistinių modelių yra įvairių, tačiau dominuoja populiacijos augimo modelis, kurį pirmas paskelbė P. Verhulstas. Tai tolydus modelis, aprašomas diferencialine lygtimi. Jis gerai tinka biologinėms populiacijoms, nes yra pastebėta, kad kol populiacija maža ir turi daug išteklių, jos augimo greitis yra didelis, o kai populiacija labai padidėja, jos ištekliai sumažėja ir, pasiekus prisotinimo tašką, augimo greitis ima sparčiai mažėti. Toks pats dėsningumas būdingas ir naudingumo, ribinių pajamų ir rezultatyvumo greičio kitimui, nagrinėjamam naudingumo, gamybos ir gamybos veiksmų teorijose.

Taigi pagrindinė problema, remiantis biologinių populiacijų augimo greičio modeliu, pabandyti pritaikyti logistinę riboto augimo funkciją mažėjančio ribinio naudingumo ir mažėjančio ribinio efektyvumo dėsningumams aprašyti. Straipsnio tikslas – išnagrinėti logistinės funkcijos taikymo šiems pagrindiniams dėsningumams aprašyti galimybes ir iškelti pagrindines šių dėsningumų formalizavimo problemas. Pagrindiniai straipsnio uždaviniai yra:

- apibūdinti ribinio naudingumo ir ribinės keitimo normos sąvokas bei jų kitimo dėsningumą;
- paaiškinti ribinio rezultatyvumo ir techninės keitimo normos sąvokas ir jų kitimo dėsningumą;
- nusakyti ribinio darbo ir laisvalaikio naudingumo bei ribinės keitimo normos ir ribinio pajamų produkto sąvokas ir jų kitimo dėsningumą;
- išnagrinėti prekių ir išteklių paskirsty-

mo efektyvumo arba pusiausvyros sąlygas, apibūdinančias optimalų, arba prisotinimo, tašką;

- aprašyti logistinę funkciją ir pritaikyti ją naudingumo, gamybos ir gamybos veiksnių teorijos pagrindiniams dėsningumams apibūdinti.

Ribinio naudingumo mažėjimo dėsnis

Vartotojo pasirinkimo perkant prekes ir paslaugas teorija nagrinėja vartotojo elgseną, jo prioritetus ir naudingumo didinimo klausimus. Vartotojo elgsenos teorija grindžiama naudingumo ir abejingumo teorijomis.

Prekės teikiamas vartotojui pasitenkinimas vadinamas naudingumu. Tarkime, kad tam tikros prekės naudingumas matuojamas didžiausiu pinigų, kuriuos asmuo pasirengęs už ją mokėti, kiekiu. Tai, kad žmogui vartojant vis daugiau konkrečios prekės tam tikru laikotarpiu, kiekvieno tos prekės pridėtinio vieneto naudingumas jam mažėja, yra faktas, kuriuo galima įsitikinti. Bendrasis naudingumas yra tam tikro prekių kiekio teikiamas pasitenkinimas.

Ribinis naudingumas – pasitenkinimo pasikeitimas vartojant vienu prekės vienetu mažiau ar daugiau. Išmatuotas pinigais, jis yra didžiausias pinigų kiekis, kurį asmuo nori mokėti už papildomą prekės vienetą. L. Walras ribinio naudingumo sąvoką apibrėžė kaip „paskutinio noro, patenkinto vartojant prekę bet kurį duotą kiekį, intensyvumą“. Reikia aiškiai suvokti bendrojo ir ribinio naudingumo skirtumą. Bendrasis naudingumas yra pasitenkinimas, kuris gaunamas suvartojus visą produktą. Ribinis naudingumas, atvirkščiai, yra pasitenkinimas, kurį suteikia paskutinio (t. y. ribinio) produkto vieneto suvartojimas. Pavyzdžiui, bendrasis trijų obuolių naudingumas yra lygus tam pasitenkinimui, kurį vartotojas patiria juos visus suvartodamas. O ribinis trečio

obuolio naudingumas yra lygus pasitenkinimo prieaugiui (padidėjimui) suvartojus šį trečią obuolį arba, kitais žodžiais tariant, bendro naudingumo skirtumui vartojant antrą ir trečią obuolius.

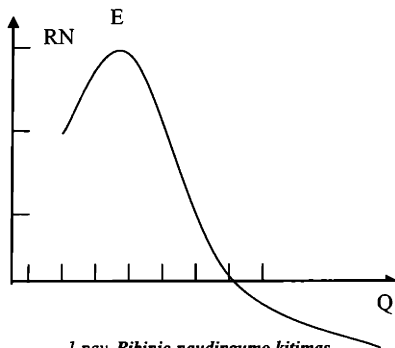
Ribinis naudingumas =

= Bendrojo naudingumo pokytis / Vartojimo

kiekio pokytis

Didėjant produkto vartojimui tiek bendrasis naudingumas (BN), tiek ribinis (RN) didėja iki maksimumo taško, o paskui ima mažėti. Tačiau ribinis naudingumas pasiekia maksimumą tik nuo pradžių, o vėliau jis mažėja. O bendrasis naudingumas didėja ir jo maksimumo nulinu tašku. Ribinio naudingumo kreivės forma nėra atsitiktinė. Daugumos produktų pirmuosius vienetus vartotojas paprastai vertina labiau, jie teikia jam kur kas didesnę pasitenkinimą negu paskutiniai vartojami tos rūšies produktai. Įsivaizduokime, kokią pinigų sumą suiktume mokėti už tai, kad mūsų įprastas vandens vartojimas nebūtų sumažintas vienu litru per savaitę. Vargu ar toks vandens vartojimo sumažėjimas priverstų mus išsitraukti iš kišenės piniginę. Tačiau įsivaizduokime tokią dramatišką situaciją, kad yra vandens trūkumas ir jo vartojimas normuojamas iki 10 litrų per savaitę. Kokios pinigų sumos nepagailėtume, kad padidintume vandens vartojimą vienu litru? Kuo mažiau žmonės turi, tuo labiau vertina. Arba kuo daugiau žmonės turi, tuo mažiau vertina papildomą vienetą. Kiekvieno papildomo vieneto teikiamas pasitenkinimas arba naudingumas yra vis mažesnis (1 pav.)

Mažėjančio ribinio naudingumo dėsnis – tam tikru periodu, kai vartotojo skonis nekinata, kiekvienas vartojamo produkto vienetas teikia mažėjančią ribinį naudingumą. Šis dėsnis teisingas esant prielaidai, kad kitų produk-



1 pav. Ribinio naudingumo kitimas

tų vartojimas nesikeičia, t. y. nėra substitucijos efekto (Mannan, 1892). Tačiau šį dėsnį reikia taikyti atsargiai, nes gali būti daugybė išimčių. Pavyzdžiui, antra slidinėjimo pamoka gali duoti daugiau naudos nei pirmoji: mažiau kritimų ir daugiau malonumų. Tačiau kai vis daugiau turėsime pamokų, ribinis naudingumas turėtų mažėti. Šimtoji pamoka per sezoną suteiks mažiau pasitenkinimo negu devyniasdešimt devintoji. Ribinio naudingumo samprata padeda suprasti atskirų prekių paklausos kreivę ir paaiškinti vartotojo sprendimus paskirstant skirtingų rūšių prekių pirkimo apimtį. Palyginkime dviejų skirtingų prekių ribinį naudingumą. Šios prekės gali teikti vienodą pasitenkinimą, bet vienai prekei vartotojas turi išleisti didesnę pinigų sumą negu kitai. Tai ribinis naudingumas, tenkantis vienam vartotojui išlaidų litui. Vartotojas, siekdamas didinti bendrąjį naudingumą, gaunamą vartojant visas prekes, turi paskirstyti išlaidas perkamoms prekėms taip, kad kiekvienas litas, išleistas atskiros rūšies prekės paskutiniam vienetui pirkti, suteiktų jam vienodą ribinį naudingumą. Tai galima išreikšti formule:

$$RN_1/P_1 = RN_2/P_2 = RN_3/P_3 = RN_n/P_n,$$

čia n – pasirenkamų prekių rūšys.

Bendrasis ir ribinis naudingumas leidžia paaiškinti A. Smito iškeltą vertės paradoksą (Smith, 1965). Labiausiai pasaulyje vertinama gėrybė yra vanduo. Jis labai reikalingas ir mes, jei reikės, pasirenkę jį pirkti. Tačiau vanduo parduodamas labai pigiai. Atvirkščiai, galime lengvai apsieiti be deimantų ar šampano, o jie parduodami labai didelėmis kainomis. Ar visas ekonomikos pasaulis yra apverstas aukštyn kojom? Šį paradoksą leidžia paaiškinti vandens ir šampano paklausos bei pasiūlos kreivės. Vandens pusiausvyros kaina labai maža, nes vandens yra gausybė. Naudojame labai daug vandens ir net tokiems tikslams, kurie nėra labai svarbūs (pvz., automobiliams plauti ar žolę laistyti). Maža vandens kaina rodo mažą ribinį jo naudingumą, o šampano ribinis naudingumas yra didelis (Beattie, Lafance, 2006).

Tačiau bendrasis naudingumas apima ne tik paskutinės stiklinės naudingumą, bet visų, pradedant pirmąja, kuri gelbsti žmogų nuo troškulio. Bendrasis vandens naudingumas, grafike pavaizduotas užbrūkšniuotu plotu, yra labai didelis (jį turėtume tęsti į viršų iki begalybės). Taigi vanduo yra labiau vertinamas negu šampanas, nors jo kaina daug mažesnė. Kainą lemia ribinis naudingumas. Yra nemažai produktų, kurių ribinis naudingumas labai mažas arba net lygus nuliui, esant net labai dideliu bendrajam naudingumui.

Naudingumo teorija turi dvi pagrindines ydas (Albrecht, 1979):

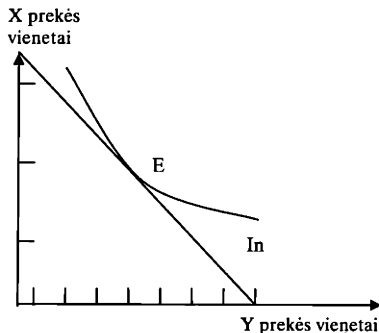
- *Produktų nedalomumas.* Ribinio naudingumo teorija remiasi prielaida, kad pirkejas perka daug prekęs vienetų ir kiekvieno papildomo vieneto naudingumas mažesnis negu iki tol pirktos tos pačios prekės vieneto. Bet jei perkamas namas arba automobilis? Šių gėrybių paprastai perkama po vieną ir negalima smulkinti porcijomis kaip valgomųjų ledų ar kavos.

- *Naudingumo matavimo problema.* Naudingumo negalima išmatuoti matais kaip yra matuojamas svoris, atstumas, temperatūra ir kt. Jo negalima išreikšti skaičiais, tačiau, kaip matysime toliau, tą problemą galima išspręsti.

Dž. Hisko darbe „Vertė ir kapitalas“ pateikė alternatyvų naudingumo teorijai vartotojo elgsenos aiškinimą, pagrįstą abejingumo kreivėmis (Hicks, 1946). Joje vartotojo elgseną nulemia vartotojo turimos pajamos ir abejingumo teorija, kuri teigia, kad vartotojas, siekdamas padidinti vienos prekės vartojimą, yra pasirengęs sumažinti kitos prekės vartojimą. Abejingumo kreivių forma ir išsidėstymas koordinatinių sistemoje rodo, kad kreivės yra žemėjančios ir turi neigiamą nuolydį. Tokia kreivių forma rodo vartotojo pasirinkimo tipą: norint padidinti vienos prekės vartojimą, reikia mažinti kitos, t. y. keisti vieną prekę į kitą. Ribotame išteklių pasaulyje neįmanoma patenkinti visų poreikių.

Vienos prekės kiekis, kurio vartotojas atsisako norėdamas padidinti kitos prekės kiekį rinkinyje ir išlaikyti tą patį rinkinio naudingumą, vadinamas ribine keitimo norma. Ribinė keitimo norma matuojama vartotojo abejingumo kreivių nuolydžiu ir yra neigiama. Naudingumo teorijoje suformuluotas mažėjančios ribinės keitimo normos dėsnis teigia, kad jei prekių rinkinys yra sudarytas iš labai mažo vienos prekės kiekio ir labai didelio kitos prekės kiekio, vartotojas yra pasirengęs atsisakyti didesnio skaičiaus antros prekės, kad nors kiek padidintų pirmosios vartojimą (Gorman, 1957).

Abejingumo kreivės įgaubtumas ir vaizduoja ribinės keitimo normos mažėjimą. Kadangi vartotojo elgsena priklauso nuo jo norų ir galimybių, kuriuos išreiškia abejingumo kreivių žemėlapis ir biudžetinė tiesė, todėl juos pateiktus vienoje koordinatinių sistemoje galima grafiškai nustatyti vartotojo pusiausvyros tašką, ar



2 pav. Vartotojo pusiausvyra

ba maksimalų naudingumą, kur jis naudingiausiai išleidžia savo pajamas (2 pav.).

Kiekvienas biudžetinės tiesės taškas rodo, kuriam prekių rinkiniui vartotojas turi pakankamai pinigų. Siekdamas didinti pasitenkinimą pirkiniumi, vartotojas pirks tokį prekių rinkinį, kuris jam teikia didžiausią naudą ir kuriam pakanka pinigų. Akivaizdu, kad tas rinkinys yra išreikštas abejingumo kreivės ir biudžetinės kreivės lietimosi taško E koordinatėmis. Šiame taške dviejų prekių santykinė rinkos kaina yra lygi šių prekių ribinei keitimo normai, tai gi yra svarbiausias taškas, kurį reikia nustatyti, ir jame vartotojas prekių santykį vertina taip, kaip tas santykis įvertintas rinkoje. Tai yra vartotojo pusiausvyros, arba prisotinimo, taškas, arba ribinio naudingumo maksimumo taškas.

Nagrinęjant vartotojo elgseną taip pat svarbu nustatyti, kaip vartotojas reaguoja į prekių kainos pasikeitimą, tai yra įvertinti pajamų ir vadinamąjį keitimo efektą, kai prekių kainos sumažėjimo pajamų efektas reiškia, kad pirkėjas gali pirkti daugiau šios prekės ar kitų ir šitaip pasiekti didesnę naudingumą, kuris būtų pasiektas ir padidėjus realioms jo pajamoms. O kainos sumažėjimo pakeitimo efektas rodo situaciją, kai, sumažėjus prekių kainai, ji pir-

kėjui atrodys patrauklesnė nei kita prekė, kurios kaina nesumažėjo.

Vartotojo elgsenos abejingumo ir vartotojo biudžeto funkcijų priklausomybė, pasirenkant ir perkant prekių rinkinį, labiausiai tenkinanti vartotojo poreikius, vadinama vartotojo naudingumo maksimizavimo funkcija (Varian, 2004).

Naudingumo funkcija yra būdas paženklinti abejingumo kreives taip, kad aukštesnės abejingumo kreivėms būtų priskiriami didesni skaičiai. Turint abejingumo kreivių žemėlapi, galima nubrėžti jame įstrižainę, kurioje paženklinti kiekvieną abejingumo kreivę atstumu, atidėtu įstrižainėje nuo koordinatų pradžios. Tą tiesę abejingumo kreives kerta viename taške, taip kiekvienas prekių rinkinys yra paženklinamas, o rinkiniai ant aukštesnių abejingumo kreivių gauna didesnes žymes.

Dažnai taikoma Cobbo-Duglaso naudingumo funkcija, kuri išreiškiama lygtimi (Wicksell, 1967):

$$U(x, y) = x^c y^d, \quad (1)$$

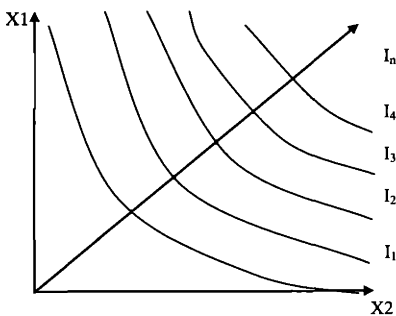
čia c ir d rodo vartotojo pirmenybes, o x ir y yra prekių rinkinys, iš kurio renkasi vartotojas.

Naudingumą pakėlus laipsniu $1/(c+d)$ ir išvedus naują skaičių $a=c/(c+d)$, gaunamas naujas naudingumo funkcijos pavidalas:

$$V(x, y) = x^a y^{1-a}. \quad (2)$$

Taigi monotoninė Cobbo-Duglaso funkcijos transformacija leidžia gauti laipsninę funkciją, kurios laipsnių rodiklių suma yra lygi vienam. Tai labai naudinga išraiškos forma, kuri kaip ir tokio pavidalo Cobbo-Duglaso gamybos funkcija yra plačiai taikoma. Cobbo-Duglaso naudingumo funkcija gali būti pavaizduota aibe abejingumo kreivių (3 pav.).

Dauguma ekonomistų (Henderson ir Quandt, 1980; Baumol ir Blinder, 1985) yra tos nuomonės, kad tai, jog nėra naudingumo ma-



3 pav. Cobbo-Duglaso abejingumo kreivės

tavimo galimybių, nepaneigia ribinio naudingumo mažėjimo dėsnio. Jeigu nebūtų ribinio naudingumo mažėjimo dėsnio, vartotojas išleistų visus savo pinigus vienai prekei, kuri teikia jam didžiausią pasitenkinimą, pirkti. Kadangi taip nėra, naudingumo matavimo galimybių nebuvimas neįrodo visos teorijos klaidingumo, tačiau logistinė funkcija gali būti pritaikyta aprašant ribinio naudingumo mažėjimo dėsnį bei transformuojant Cobbo-Duglaso naudingumo funkciją, taip parodyta straipsnyje toliau.

Mažėjančio ribinio produkto dėsnis

Gamyba – tai procesas, kuriame gamybos išteklių naudojami produktų ir paslaugų gamybai. Gamybos ištekliai yra darbas, kapitalas, žemė ir kt. Gamintojas, kaip ir vartotojas, turi pasirinkimo galimybę, t. y. jis renkasi gamybos metodą, kuris nulemia gamybos veiksnių derinį ir jų kieki. Gamintojas arba įmonė siekia pasirinkti geriausią gamybos veiksnių derinį (kaip vartotojas prekių rinkinį) ir gaminamos produkcijos kiekį, kad gautų didžiausią pelną (kaip vartotojas didžiausią naudingumą).

Įmonė, ieškodama optimalaus gamybos metodo, nagrinėja efektyvius gamybos varian-

tus, naudodama gamybos funkciją, kuri parodo, kiek darbo, kapitalo ir kitų gamybos veiksnių ir kokiomis proporcijomis naudojama, norint pagaminti didžiausią produkcijos kiekį ir gauti didžiausią pelną.

K. Vikselio indėlis į ekonomikos teoriją yra susijęs su paskirstymo teorijos išplėtojimu pagal ribinio produktyvumo koncepciją. Knygoje „Vertė, kapitalas ir renta naujausiose ekonominėse teorijose“ (Wicksell, 1954) jis panaudojo gamybos funkcijos idėją ir suformulavo efektyvaus išteklių paskirstymo principą, sujungdamas jį su pajamų paskirstymo principu, ir rezultatai aprašė matematiškai: pagal optimalumo principą gamybos veiksnių dalis turi būti proporcinga gamybinės funkcijos išvestinei pagal kiekvieną veiksnį (Čiegis, 2006).

Gamybos funkcija užfiksuoja didžiausią produkcijos kiekį, kuris gali būti pagamintas esant tam tikroms gamybos veiksnių sąnaudoms, ji rodo alternatyvių technologiskai efektyvių gamybos metodų panaudojimo rezultatus. Pasikeitus technologijos lygiui, padidėjusi maksimaliai pasiekiamą gamybos apimtį aprašoma nauja gamybos funkcija.

Kai gamybos veiksnių yra tik du, darbas ir kapitalas, gamybos funkcija yra užrašoma:

$$Q=f(L, K), \quad (3)$$

čia: Q – gamybos apimtis, L – darbo sąnaudos, K – kapitalo sąnaudos.

Gamybos funkcijos turi kelias bendras savybes. Didinant vieno gamybos veiksnio sąnaudas, kai kito veiksnio sąnaudos yra pastovios, greitai pasiekiamą gamybos apimtį didinimo riba. Yra gamybos veiksnių pakeičiamumo ir papildymo, nepakeitus gamybos apimtį, galimybė.

Per ilgą laikotarpį, kai keičiami visi gamybos veiksniai, šiuo atveju taikoma ilgalaikė gamybos funkcija, rodanti gamybos rezultatų ir gamybos sąnaudų ryšį. Kai gamybos apimtį di-

dėja greičiau nei gamybos veiksnių sąnaudos įmonėje, gaunama didėjančioji gamybos masto grąža, ir atvirkščiai. Pastovioji gamybos masto grąža yra, kai gamybos apimtį didėja proporcingai darbo ir kapitalo sąnaudų didėjimui. Mažėjančią gamybos grąžą sukelia nepagrįstai sparti įmonės plėtra.

Plačiai taikoma Cobbo-Duglaso gamybos funkcija, kuri užrašoma (Wicksell, 1954) taip:

$$Q=bL^\alpha K^\beta M^\gamma, \text{ kai } B, \alpha, \beta, \gamma > 0, \quad (4)$$

čia: M – medžiagų sąnaudos; b, α, β, γ – gamybos koeficientai.

Cobbo-Duglaso funkcija rodo visų gamybos veiksnių mažėjančius ribinius produktus, taip pat gamybos veiksnių keitimo galimybę. Jei $\alpha + \beta + \gamma = 1$, funkcija rodo nuolatinę gamybos masto grąžą, o jei $\alpha + \beta + \gamma < 0$, gamybos masto grąža yra mažėjanti. Jei $\alpha + \beta + \gamma > 0$, gamybos masto grąža yra didėjanti.

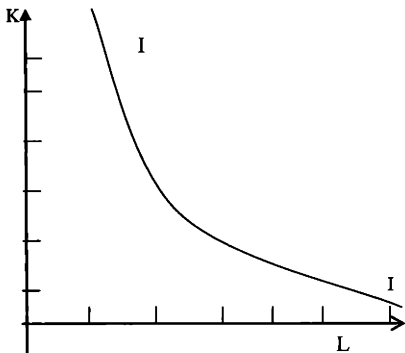
Paprasčiausias Cobbo-Duglaso gamybos funkcijos variantas, kai naudojamas tik darbas ir kapitalas, o jų laipsnių rodiklių suma yra lygi vienam, yra užrašomas taip:

$$Q=bK^\alpha L^{1-\alpha}, \quad (5)$$

čia b ir α – gamybos koeficientai.

Tokią dviejų veiksnių gamybos funkciją galima pavaizduoti grafiškai. Izokvantė (kreivė I, I) – koordinačių sistemos kreivė, rodanti įvairius gamybos veiksnių derinius, kuriuos galima panaudoti gaminant apibrėžtą produkto kiekį (4 pav.). Izokvantę galima palyginti su abejingumo kreive, tačiau ji yra sudėtingesnė ir teikia daugiau informacijos, nes rodo konkretų produkcijos kiekį, o abejingumo kreivės – tik didesnę ar mažesnę vartotojo pasitenkinimą, tai yra negalima išmatuoti naudingumo konkrečiais vienetais.

Įmonės izokvančių žemėlapi sudaro izokvantinių kreivių rinkinys, rodantis didžiausią galimą pagaminti, pasinaudojus įvairių gamy-



4 pav. Izokvantės kreivė

bos veiksnių sąnaudų deriniais, produkcijos kiekį. Izokvančių žemėlapyje, kreivei tolstant nuo koordinatinių nulinių taško, pagamintos produkcijos kiekis didėja, o izokvantės turi žemėjančią formą, kaip ir abejingumo kreivės, šiuo atveju reiškiančią, jog mažėjančioms darbo sąnaudoms reikia daugiau kapitalo sąnaudų, kad būtų išlaikyta to paties lygio gamyba (Madsen, 2007).

Trumpuoju laikotarpiu kai kurie gamybos veiksniai yra pastovūs, galima stebėti gamybos apimtį priklausomybę nuo kintamo gamybos veiksnio sąnaudų, kai kiti veiksniai yra pastovūs. Bendras produktas – produktų kiekis, pagamintas naudojant visus gamybos išteklius per tam tikrą laikotarpį. Ribinis produktas yra bendrojo produkto pokytis, pasikeitus kurio nors veiksnio gamybos sąnaudoms vienetu. Gali būti apskaičiuotas tiek ribinis darbo, tiek ribinis kapitalo produktas.

Ribinio darbo produkto mažėjimas, kai darbo sąnaudos didėja, o kapitalo sąnaudos lieka pastovios, vadinamas mažėjančio ribinio rezultatyvumo dėsniumi. Taigi trumpuoju laikotarpiu ribinis darbo produktas mažės ir didėjant kintamojo veiksnio gamybos sąnaudoms bei pa-

sieks nulinę ribą. Tai rodo gamybos apimtį didinimo ribas, jei keičiamas tik vienas gamybos veiksnys. Taškas A, kuriame ribinis darbo produktas yra maksimalus, vadinamas ribinio našumo mažėjimo tašku ir jis parodo didžiausią ribinio darbo produkto reikšmę, kai sunaudojama tam tikras skaičius darbo valandų.

Izokvančių metodas taikomas gamybos veiksnių keičiamumo galimybėms nustatyti. Gamybos veiksnių keičiamumą galima išreikšti ribine techninio keitimo norma, analogiška keitimo normai vartotojų elgesio teorijoje. Ribinė techninio keitimo norma, jei kapitalas keičiamas darbu, nustatoma kapitalo kiekiu, kurį gali pakeisti kiekvienas papildomas darbo vienetas, kai gamybos apimtis išlieka nepasikeitusi.

Mažėjanti techninio pakeitimo norma – ribinių produktų santykio kitimas, padidinus vieno veiksnio kiekį ir sumažinus kito veiksnio kiekį tiek, kad būtų liekama toje pačioje izokvančioje. Izokvantei tolstant nuo koordinatinių nulinių taško, pagaminto produkto kiekis didėja. Izokvantės turi žemėjančią formą, kuri rodo, kad mažėjant darbo sąnaudoms reikia daugiau kapitalo sąnaudų, kad gamyba išliktų to paties lygio.

Ribinio produkto efektyvumo mažėjimo dėsnis gali būti gerai aprašytas logistine funkcija. Logistinė funkcija ypač gerai aprašo ribinio kapitalo produkto arba investicijų efektyvumo mažėjimo dėsnį bei gerai tinka gamybos funkcijai pertvarkyti, įvedus logistinius darbo, kapitalo ir kitų gamybos veiksnių augimo modelius.

Gamybos veiksnių rinkos bei ribinio darbo naudingumo ir ribinio darbo pajamų produkto mažėjimo dėsniai

Rinkos ekonomikoje sprendimus, dirbti ar nedirbti ir kiek dirbti, priima individai, atsižvelgę į darbo užmokestį ir sunkumą, patiriamą dirbant, lygi. Elementariausias modelis, kuriuo

galima kiekybiškai įvertinti darbo pajamų ir laisvalaikio, prarandamo dirbant, analizė. Kai darbo užmokestis yra fiksuotas, norint gauti didesnę atlyginimą, reikia ilgiau dirbti. Kuo ilgiau dirbama, tuo mažiau laiko lieka laisvalaikiui ir poilsiui, nes paros trukmė yra pastovi. Taigi darbas turi alternatyvius kaštus, šiuo atveju jie yra laisvalaikio kiekis, kurio tenka atsisakyti darbo veiklos labui. Norint nustatyti optimalų pasirinkimą arba didžiausią vartotojo naudingumą, reikia vėl vartoti ribinio naudingumo sąvoką, kuri parodo kiekvienos papildomos laisvalaikio valandos naudą. Akivaizdu, kad čia taip pat galioja ribinio naudingumo mažėjimo dėsnis. Kuo daugiau turima laisvo laiko, tuo jis menkiausiai vertinamas, papildoma laisvalaikio valanda teikia vis mažiau džiaugsmo, kai pasiekiamas prisotinimo taškas. Tačiau taip pat negalima atsisakyti darbo kaip pajamų šaltinio. Šiuo aspektu ribinį darbo naudingumą galima apibrėžti kaip prekių, kurių galima įsigyti už papildomos darbo valandos pajamas, vertę. Pirmos darbo valandos ribinis naudingumas yra labai didelis, nes, negavę kelių litų per dieną ir neturėdami kitų pajamų, mirtume badu. Antros valandos darbas būtinas, kad apsirengtume, trečios, kad patenkinume kitus elementarius poreikius, ir t. t. Kadangi didėjančios pajamos leidžia tenkinti vis mažiau gyvybiškai svarbių poreikių, ribinis darbo naudingumas mažėja. Taigi, kuo ilgiau dirbama, tuo ribinis darbo naudingumas yra mažesnis, o laisvalaikio vertinimas tampa didesnis.

Individas, spręsdamas, kiek dirbti valandų, kaip ir rinkdamasis prekę prekių rinkose, lygina laisvalaikio ir darbo ribinius naudingumus, ir geriausios sąlygos arba maksimalus individo darbo naudingumas pasiekiamas, kai darbo ir laisvalaikio ribiniai naudingumai susilygina. Esant šioms sąlygoms, tiek darbo trumpinimas, tiek ilginimas mažina bendrąjį naudingumą, gaunamą iš darbo ir laisvalaikio. Ribinis dar-

bo naudingumas mažėja ir iki neigiamų dydžių, kai pervargus pajamos žmogui neteikia džiaugsmo ir jis sutiktų primokėti, kad nereiktų dirbti.

Čia kaip ir vartotojo elgsenos teorijoje galioja abejingumo teorija. Laisvalaikis, kurio darbuotojas atsisako, norėdamas padidinti darbo laiką ir išlaikyti tą patį naudingumą, vadinamas ribine keitimo norma.

Ribinė keitimo norma, kaip jau minėta, matuojama vartotojo abejingumo kreivių nuolydžiu ir yra neigiama. Naudingumo teorijoje suformuluotas mažėjančios ribinės keitimo normos dėsnis teigia, kad jei paros laikas susideda iš labai mažos darbo, o didelės laisvalaikio dalies, ir atvirkščiai, darbuotojas pasirengęs atsisakyti didesnio laisvalaikio laiko, kad padidintų darbo laiko apimtį, ir atvirkščiai. Kadangi darbuotojo elgesys priklauso nuo jo norų ir galimybių, jo norus rodo abejingumo kreivės, o galimybes – laiko biudžetinė tiesė. Abejingumo kreivės ir biudžetinės kreivės sankirtos taške yra darbuotojo pusiausvyros taškas, kuriame jis naudingiausiai paskirsto savo darbo laiką. Čia taip pat galioja pajamų ir pakeitimo efektai, naudojami abejingumo teorijoje, nagrinėjančioje vartotojo elgesį. Jeigu kyla darbo užmokestis, didėja produktų, kuriuos galima nusipirkti už darbo pajamas, skaičius, taigi ir ribinis darbo naudingumas. Laisvalaikio naudingumui nesikeičiant, o darbo užmokesčiui didėjant, optimalus darbo laikas ilgėja, tačiau ši tendencija nėra absoliuti, nes padidėjus algai vartotojas ima svarstyti, ar jam geriau vartoti daugiau, bet nesvarbių produktų, ar dalies jų atsisakyti ir ilginti laisvalaikį. Empiriniai tyrimai parodė, kad darbo užmokesčio kilimas turi įtakos darbo laikui ilgėti, nors kartu tai leistų darbuotojui mažinti darbo laiką ir ilginti laisvalaikį.

Daugelis produktų gali būti gaminami sunaudojant skirtingą darbo kiekį, ir gamintojams

reikia spręsti, kiek samdyti darbuotojų. Čia taip pat galioja mažėjančio ribinio pajamų produkto dėsnis. Ribinės darbo produkto pajamos – tai pajamų padidėjimas, gaunamas pasamdžius papildomą darbuotoją, kitiems veiksniam esant pastoviams. Tas pats dėsnis galioja ir kitų gamybos veiksmų ribinėms pajamoms.

Investicijos labai svarbios ekonomikos plėtrai, bet pirmiausia yra išnaudojamos efektyviausios investavimo galimybės, o tolesnės papildomos investicijos kaskart duoda mažesnę kiekį papildomos produkcijos.

Nuolat papildomai investuojant ribinis kapitalo efektyvumas, t. y. gaunamas metinės produkcijos ir / arba pajamų prieaugio ir tų metų investicijų sumos santykis, mažėja. Ribinio kapitalo efektyvumo mažėjimo dėsnis reiškia, kad kapitalo ir produkcijos santykis didėja, t. y. produkcijos vienetai pagaminti reikia kaskart daugiau kapitalo. Ekonomistai vis dar ginčijasi dėl ekonomistų klasikų nustatyto ribinio rezultatyvumo dėsnio galiojimo. Vieni ekonomistai teigia, kad pramonės atsiradimas ir sparti jos plėtra sukuria vis naujų investavimo galimybių. Yra įmanoma papildomo kapitalo investicijomis gauti ne mažėjančią, o didėjančią gamybos ir pajamų prieaugį, palyginti su ankstesnėmis investicijomis. Nors ekonomikos raida kuria papildomas investavimo galimybes, tačiau juk ekonominis augimas, taip pat investicinės galimybės negali visada didėti. Tiek ekonomikai būdingas cikliškumas, kai ji pasiekia prisotinimą, pradeda smukti, tiek ir ribinis kapitalinių investicijų efektyvumas, pasiekus prisotinimo tašką, ima mažėti. Todėl logistinė funkcija gali būti pritaikyta šiam dėsningumui aprašyti (Girdzijauskas, 2006a).

Lemiami investicijų, kaip pagrindinio augimo veiksnio, reikšmė ekonomikos teorijoje pripažįstama be išlygų, tačiau jos interpretavimas ilgai keitėsi. Šiuolaikinių ekonomistų pažiūros skiriasi nuo tų teiginių, kuriuos su-

formulavo klasikinės krypties ekonomikos augimo tyrėjai. Kaip visada būna esant tikrajai pažangai, klasikiniai teiginiai nebuvo paneigti, o liko kaip bendresni, abstraktesni, nekonkretūs apibūdinimai.

Klasikinės ekonomikos atstovų svarbus teiginys buvo mažėjančio kapitalo (ir bet kurių kitų išteklių) efektyvumas (Smith, 1965). Aiškinantis šį teiginį, reikia įtraukti sąlygą, kad visuomenė turi galimybių kaupti kapitalo investicijas, o technologiniai prekių gamybos teikimo būdai nesikeičia. Tokiu atveju pirmiausia bus išnaudotos palankiausios (duodančios didžiausią gamybos prieaugį) investicijų galimybės. Tolesnės papildomos investicijos kaskart duos vis mažesnę kiekį papildomos produkcijos, kapitalo kiekį padidinus, gamybos prieaugis sumažės, kol galiausiai papildomos investicijos neduos jokio gamybos ir pajamų prieaugio.

Vadinasi, nuolat investuojant ribinis kapitalo efektyvumas, t. y. gaunamų metinės produkcijos arba pajamų prieaugio ir tų metų investicijų sumos santykis, mažėja. Tai bendro mažėjančių pajamų dėsnio konkreti išraiška. Ribinio kapitalo efektyvumo mažėjimas reiškia, kad kapitalo ir produkcijos santykis didėja – produkcijos vienetai pagaminti reikia vis daugiau kapitalo. Kaip minėta, šiam dėsningumui aprašyti gerai tinka logistiniai kapitalo augimo modeliai.

Susipažinus su vartotojų ir gamintojų elgsena, reikia pažvelgti į rinką iš vartotojo ir gamintojo pozicijų tuo pat metu. Vartojimo teorija teigia, kad vartotojas maksimizuoja savo naudą, kai jo perkamų produktų ribinis naudingumas lygus tų produktų kainai, o vartotojo mokama kaina už produktą sudaro jo ribinius kaštus. Siekdamas kuo labiau padidinti savo naudą, vartotojas didina perkamų prekių kiekį, kol ribiniai kaštai yra mažesni už ribinį naudingumą.

Gamintojų elgsenos teorija rodo, kad didžiausią pelną galima gauti pasirinkus tinkamą gamybos apimtį, kuriai esant ribinis gamintojo efektyvumas yra lygus gamintojo ribiniams kaštams tai prekei pagaminti. Visuomeninis efektyvumas yra pasiekiamas tada, kai visuomeninė prekės nauda yra lygi ribiniams jos kaštams.

Ekonomikos būklė, kai pusiausvyra nusistovi visose šalies ūkio rinkose ir susiformuoja prekių ir gamybos išteklių paskirstymo optimumas, vadinama bendrąja pusiausvyra. Ją galima parodyti Edžvorto bendrosios pusiausvyros diagrama. Bendrąją pusiausvyrą galima aprašyti kaip dviejų vartotojų X ir Y bei dviejų prekių A ir B bendrosios pusiausvyros sąlygą: kai X ir Y vartotojų ribinės keitimo normos sutampa ir lygios ribinei techninio keitimo normai, nusistovi bendroji pusiausvyra. Vartotojų ribinė keitimo norma parodo vienos prekės kiekį, kurios vartotojas atsisako norėdamas padidinti kitos prekės kiekį rinkinyje ir išlaikyti tą patį naudingumą. Ribinė keitimo norma rodo, kiek reikia atsisakyti B prekės vienetų norint pagaminti papildomą A prekės vienetą.

Siekiant iš daugybės bendrosios pusiausvyros variantų visuomenei pasirinkti geriausią, taikoma visuomenės naudingumo funkcija, kuri priklauso nuo visų narių gaunamo naudingumo. Ji turi tas pačias savybes kaip individualaus vartotojo naudingumo funkcija ir gali būti transformuota į logistinę naudingumo funkciją, tačiau ją daug sunkiau įvertinti ir matematiškai aprašyti (Varian, 2004).

Logistinė funkcija ir jos taikymas

Izoliuotoje sistemoje populiacijos elementai kinta pagal riboto augimo arba logistinę dėsnį, kuris aprašomas formule (Girdzijauskas, 2006a):

$$K = K_0 K_m r / \{K_m K_0 ((r-1))\}, \quad (6)$$

čia: t – augimo trukmė, K_0 – pradinė populiacija, r – augimo greičio koeficientas, K_m – didžiausia populiacijos reikšmė.

Artėdama prie tos ribos, populiacija didina savo efektyvumą (kalbant apie investicijas, tai lemia vidinės grąžos normos didėjimą), tačiau šis efektyvumo didėjimas paverčia populiaciją nestabilią sistema ir rodo jos išnykimo grėsmę.

Ši funkcija gerai tinka aprašyti dydžius, pavyzdžiui, būsimą kapitalo vertę (Girdzijauskas, 2006a):

$$K = K_0 K_m (1+i)^n / [K_m + K_0 ((1+i)^n - 1)] \quad (7)$$

čia: K_m – didžiausias kapitalo reikšmė, įvertinanti didžiausias kapitalo didėjimo galimybes arba jo išteklius, K_0 – pradinė kapitalo reikšmė, n – laikotarpis.

Diferencijuojant šią funkciją gaunamas kapitalo didėjimo greitis arba ribinis kapitalo produktas. Ši funkcija gerai aprašo ribinio kapitalo produkto (efektyvumo) mažėjimo dėsnį, kai iš pradžių kapitalo didėjimo greitis didėja, bet pasiekęs maksimumą ima mažėti, kol pasiekia nulį (Girdzijauskas, 2006b).

Analogišką logistinę funkciją galima pritaikyti ribinio naudingumo mažėjimui aprašyti, kai iš pradžių didėjęs prekės teikiamas naudingumas pasiekia prisotinimo, arba aukščiausią, tašką ir ima mažėti.

Cobbo-Duglaso gamybos funkciją, pateiktą 8 formule, galima užrašyti naudojant logistines darbo ir kapitalo didėjimo funkcijas, nes darbo ir kapitalo išteklių didėjimo greitis kiekvienu laiko momentu yra proporcingas jo dydžiui, o kapitalo ir darbo augimas yra ribotas ir, pasiekus tą ribą, ribinis darbas ir ribinis kapitalas ima mažėti. Taigi 8 ir 9 formulėse logistinėmis funkcijomis yra aprašyti K ir D kiekiai, kurie gali būti naudojami gamyboje, 10 formulėje pateikta logistinė Cobbo-Duglaso gamybos funkcija (Girdzijauskas, 2006a):

$$K = K_0 K_m (1+i)^n / [K_m + K_0((1+i)^n - 1)] \quad (8)$$

$$L = L_0 L_m (1+i)^n / [L_m + L_0((1+i)^n - 1)] \quad (9)$$

$$Q = b \{K_0 K_m (1+i)^n / [K_m + K_0((1+i)^n - 1)]\}^a \times \\ \times \{L_0 L_m (1+i)^n / [L_m + L_0((1+i)^n - 1)]\}^{1-a} \quad (10)$$

čia: K_0, L_0 – pradiniai darbo ir kapitalo kiekiai; K_m, L_m – ribiniai kapitalo ir darbo kiekiai; i ir j – kapitalo ir darbo augimo normos; n – skaičiuojamas periodų skaičius.

Kai gamybos koeficientai $b = \alpha = 1, 9$ lygtis tampa paprasta logistine kapitalo būsimos vertės skaičiavimo formule.

Cobbo-Duglaso naudingumo funkciją, pateiktą 2 formulėje, galima aprašyti taip pat taikant logistines atskirų prekių panaudojimo funkcijas, nes, nagrinėjant naudingumo ir abejingumo teorijų dėsningumus, prekių ribiniai naudingumai mažėja, kaip ir gamybos veiksnių ribinis efektyvumas, kuris formalizuotas logistine Cobbo-Duglaso gamybos funkcija:

$$V(x, y) = x^a y^{1-a} = \{x_0 x_m (1+i)^n / [x_m + x_0((1+i)^n - 1)]\}^a \times \{y_0 y_m (1+i)^n / [y_m + y_0((1+i)^n - 1)]\}^{1-a} \quad (11)$$

čia: x_0, y_0 – pradiniai prekių kiekiai; x_m, y_m – ribiniai prekių naudingumai; i ir j – prekių x ir y vartojimo didėjimo normos; n – periodų skaičius.

Taikant logistinius modelius, kurie gerai aprašo ekonominius dėsningumus, viena iš svarbiausių problemų yra nustatyti regresijos koeficientų dydžius. Tam galima pasinaudoti eksponentiniu dėsniu, kuris yra paprastesnis ir gerai aprašo kapitalo kaupimą, kai didžiausia kapitalo riba yra labai didelė ir mažai riboja augimą (Boguslauskas, 2004). Sunkiausia nustatyti ribinį tašką arba didžiausią augimo ribą, tačiau tai tolesnių tyrimų uždavinys.

Išvados

1. Ekonomikos teorijoje būdingi ribinių dydžių mažėjimo dėsningumai, kurie yra susiję su ribotais ištekliais. Todėl jiems aprašyti gerai tinka logistinės funkcijos, kurios gerai aprašo populiacijų augimą esant ribotiems ištekliams ir parodo augimo ribas. Kai išteklių vartojimas pasiekia prisotinimo ribą, eksponentinio augimo dėsnis ekonomikos dėsningumams aprašyti yra visiškai netinkamas.

2. Mažėjančio ribinio naudingumo ir mažėjančio ribinio produkto dėsnis rodo, kad esant prisotinimo reiškiniai, pavyzdžiui, kai turima tiek daug produkto, kad papildomas jo vienetas neteikia pasitenkinimo, arba kai investicijos yra tokios didelės, kad papildomas jų vienetas nebeturės jokio gamybos prieaugio, jei kiti veiksniai yra pastovūs, t. y. riboti, ekonominės sistemos kinta pagal logistinį modelį. Panaikinus apribojimus tiek vartojimo struktūroje, tiek kitiems gamybos veiksniams ribinio naudingumo arba ribinio produkto mažėjimo dėsnis negalioj. Taigi logistinė funkcija gerai aprašo ekonominius reiškinius ir dėsningumus, kai įvedami tam tikri apribojimai.

3. Norint taikyti logistinę funkciją ekonominiams dėsningumams aprašyti, reikia daugiau tyrimų ir analizės, nes iki šiol Lietuvoje ir pasaulyje šis taikymas mažai tyrinėtas. Logistinė kapitalo valdymo teorija pateikta (Girdzijauskas, 2006), tačiau logistinių modelių taikymas kitiems ekonominiams dėsningumams aprašyti ir valdyti turi būti toliau tiriama ir tam reikia kuo didesnių ekonomistų pajėgų. Šis straipsnis yra pirmas bandymas atkreipti Lietuvos ekonomistų ir kitų mokslininkų dėmesį į logistinių modelių taikymą ekonominiams dėsningumams aprašyti ir, tikimės, sulauks reikiamo dėmesio, susidomėjimo ir vertingų komentarų bei siūlymų.

LITERATŪRA

1. Albrecht, W. P. (1979). *Microeconomic principles* – Englewood Cliffs, 1979.
2. Baumol, W. J., Blinder, A. S. (1985). *Economics. Principles and policy* – N. Y.
3. Beattie, B. R., Lafance, J. T. (2006). The Law of Demand Versus Diminishing Marginal Utility. *The Review of Agricultural Economics*, vol. 28:2, p. 263–271.
4. Boguslauskas, V. (2004). *Ekonometrikos pagrindai* – Kaunas: Technologija.
5. Čiegis, R. (2006). *Ekonominių teorijų istorija – Vilnius: Vilniaus universiteto leidykla.*
6. Girdzijauskas, S. (2006a). *Logistinė kapitalo valdymo teorija* – Vilnius.
7. Girdzijauskas, S. (2006b). *Finansinė analizė* – Vilnius.
8. Gorman, W. M. (1957). Convex Indifference Curves and Diminishing Marginal Utility. *The Journal of Political Economy*, vol. 65, No. 1, p. 40–50.
9. Hicks, J. R. (1946). *Value and Capital*. 2 ed., Oxford.
10. Henderson, J. M., Quandt, R. (1980). *Microeconomic theory. A mathematical approach* – New York: McGraw-Hill Book Company.
11. Madsen, J. B. (2007). Are there diminishing returns to R&D? *Economics Letters*, Vol. 95, Issue 2, p. 161–166.
12. Mannan, E. (1892). The origin of the Law of Diminishing Returns. *Economic Journal*, Vol. 2, p. 1813–1815.
13. Mill, J. S. (1848). *Principles of Political Economy* – London.
14. Sen, A., Villiams, B. J. (1982). *Utilitarianism and Beyond* – Cambridge University
15. Smith, A. (1965). *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*. Edited by C. I. Bullock. – New York: Collier.
16. Wicksell, K. (1967). *Lectures on Political Economy* – London: Rautledge & Kegan Paul Ltd.
17. Wicksell, K. (1954). *Value, Capital, and Rent* – London: Holt, Rinehart & Winston, Inc.
18. Varian, H. R. (2004). *Mikroekonomika. Šiuolaikinis požiūris* – Vilnius: Margi raštai.
19. Wonnacot, P., Wonnacot, R. (1993). *Mikroekonomika* – Kaunas: Litera Universitai Vytai Magni.

APPLICATION OF LOGISTIC FUNCTION FOR ANALYSIS OF MARGINAL VALUE DIMINISHING LAWS

Stasys Girdzijauskas, Dalia Štreimikienė

Summary

There are several very important economic theories related to the analysis of consumers' and producers' behavior under the same laws of diminishing marginal values. The laws of diminishing marginal values associated with limited resources can be mathematically formalized by applying the logistic functions which have been primarily developed for the description of population growth under conditions of limited resources and clearly indicate the limits of this growth. When the use of resources reaches the limit of saturation, the exponential law which is usually applied in economic theory to describe economic growth cannot be applied.

The law of diminishing returns, the law of diminishing utility, etc. indicate that under conditions of saturation when we have so many units of some product that an additional unit of that product does not provide for any satisfaction or investments are so huge that additional investment would not provide any increase in output when all other factors are constant, i. e. limited, for the development and forecast of economic systems, the logistic model can be successfully applied. If there are no limits in consumption structure or in the structure of production factors, the law of diminishing marginal values is not valid. In this case, the logistic function can be applied for the description of economic laws, rather than certain restrictions being imposed on the system.

LOGISTINĖS FUNKCIJOS TAIKYMAS RIBINIŲ DYDŽIŲ DĖSNINGUMŲ ANALIZĖJE

Stasys Girdzijauskas, Dalia Štreimikienė

Santrauka

Ekonomikos teorijoje yra keletas svarbių teorijų, nagrinėjančių vartotojų ir gamintojų elgesį, kurioms būdingi tie patys ribinių dydžių dėsniumai: tai – naudingumo ir gamybos teorijos. Ribinių dydžių mažėjimo dėsniumams, susijusiems su ribotais ištekliais, apibūdinti ir prognozuoti gerai tinka logistinės funkcijos, kurios tinka populiacijų augimui esant ribotiems ištekliams aprašyti ir parodo augimo ribas. Kai išteklių vartojimas pasiekia prisotinimo ribą, eksponentinio augimo dėsnis, paprastai taikomas ekonomikoje, ekonomikos dėsniumams aprašyti yra netinkamas.

Mažėjančio ribinio naudingumo ir mažėjančio ribinio produkto dėsnis rodo, kad esant prisotinimo reiškiniai, pavyzdžiui, kai turima tiek daug produkto, kad papildomas jo vienetas neteikia pasitenkinimo, arba kai investicijos yra tokios didelės, kad papildomas jų vienetas jau neturės jokio gamybos prieaugio, jei kiti veiksniai yra pastovūs, t. y. riboti, ekonominės sistemos kinta pagal logistinį modelį. Panaikinus ribojimus tiek vartojimo struktūroje, tiek kitiems gamybos veiksniams, ribinio naudingumo arba ribinio produkto mažėjimo dėsnis negalioja. Tačiau logistinė funkcija gali būti pritaikyta ekonominiams reiškiniams ir dėsniumams aprašyti, kai įvedami tam tikri ribojimai.

Įteikta 2007 m. vasario mėn.

Priimta spausdinti 2007 m. gegužės mėn.