

Menu Gerardą Žilinską*

Jonas Kubilius

Vilniaus universitetas, Matematikos ir informatikos fakultetas

Naugarduko 24, 03225 Vilnius

E. paštas: jonas.kubilius@mif.vu.lt

Santrauka. Pasakojama apie G. Žilinsko studijas Mančesterio universitete ir darbą Vilniaus universitete.

Raktiniai žodžiai: skaičių teorija, teoremos apie neapibrėžtines kvadratines formas.

Taip likimas lėmė, kad Matematikos fakultete likčiau vyriausias amžiumi. Vis esu prašomas parašyti ar papasakoti apie savo buvusius profesorius bei vyresniuosius kolegas. Nemažai jų turėjau. Tarp jų ryškų pėdsaką mano atmintyje paliko Gerardas Žilinskas.



Jis gimė 1910 m. vasario 23 d. Kalvarijos mieste-lyje, Marijampolės apskrityje. Tėvas Petras Žilinskas buvo gydytojas. Gerardo vaikystė prabėgo Trakuose, Vilniuje ir net Rusijos miestuose Pskove bei Vitebske, kur tėvus nubloškė prasidėjęs Pirmasis pasaulinis karas. Po karo šeima grįžo Lietuvon ir apsigyveno Žiežmariuose. Čia sūnus pradėjo lankyti progimnaziją, kurią baigė 1924 metais. Tais pačiais metais su tėvais persikėlė į Kaišiadorius. Aukštesnės mokyklos vietoje nebuvo, todėl tų metų rudenį Gerardui teko iš namų išvykti į netoliese esantį Kauną. Įstojo į „Aušros“ gimnaziją. 1928 m. gavęs brandos atestatą, iš karto pradėjo studijas Lietuvos universiteto Matematikos-gamtos fakulteto matematikos skyriuje. Deja, dėl motinos mirties teko padaryti pertrauką. Studijas baigė 1936 m., gerai išlaikęs visus egzaminus ir labai gerai atlikęs diplominį darbą „Geometrijos aksiomos“. Diplomą Universitetas išdavė 1936 m. spalio mėn. 13 d.

Lietuvoje tada dar nebuvo subrendusios sąlygos rimtam moksliniam darbui. Todėl toliau gilintis tekdavo užsienyje. Jau anksčiau vyresnieji Universiteto auklėtiniai, gavę stipendijas, vykdavo į Vakarus. Taip pasielgė Petras Katilius (1903–1995), Otonas Stanaitis (1905–1997). Jų pėdomis pasekė ir G. Žilinskas. Tik jam teko vykti savo lėšomis. Padėjo tėvas gydytojas. Fakulteto rekomenduotas, 1937 m. sausio mėn. atsidūrė Mančesterio universitete.

* Šis rašinys yra sutrumpintas autoriaus straipsnis, publikuotas knygoje „Daktaras Gerardas Žilinskas“, Vilniaus universitetas, 2006, pp. 13–24.

Anglija turi senas matematikos tradicijas. Vien išvardyti žymiems matematikams prireiktų nemažai vietos. Šio šimtmečio pirmojoje pusėje Anglijoje susiformavo nepaprastai stipri skaičių teorijos – matematikos karalienės – mokykla. Žymiausias jos atstovas buvo G. Hardy (Godfray Harold Hardy, 1877–1947). Su savo kolega Dž. Litlvodu (John Edensor Littlewood, 1885–1977) be individualių darbų per 35-rius bendravimo metus kartu parašė apie šimtą darbų iš skaičių teorijos ir įvairių matematinės analizės sričių. Dėl didelio produktyvumo tas bendradarbiavimas buvo pavadintas „Hardy–Litlvido matematikais“, darant iliuziją, jog tai buvęs didelis matematikų kolektyvas. Buvo sukurti nauji galingi metodai skaičių teorijoje ir gauta daug fundamentalių rezultatų iš adityviosios ir apskritai analizinės skaičių teorijos, diofantinių aproksimacijų teorijos.

Žymus skaičių teorijos centras kiek vėliau susikūrė ir Mančesterio universitete apie žinomą skaičių teorijos specialistą L. Mordelą (Luis Geoll Mordell, 1888–1972). Į čia ir pateko G. Žilinskas kaip doktorantas (research student). Tuo metu ten buvo ir kiti, vėliau pagarsėję, matematikai: H. Davenportas (Harold Davenport, 1907–1969), B. Segras (Beniamino Segre), P. Erdiošas (Pal Erdős, 1912–1996), K. Maleris (Kurt Mahler, 1903 07 26–1988 02 26), Ko (Chao Ko), S. Rodžersas (C.A. Rogers), Beilis (Bailey), H. Heilbronas (Hans Heilbronn), P. Duvalis (Patrick Du Val).

K. Maleris buvo gimęs Krefelde (Krefeld am Rhein, Vokietija). Amžiaus gale dirbo Australijoje. Mirė Kanberoje (Canberra). Dėl tuberkuliozės turėjo jau nuo 5 metų pažeistą dešinės kojos kelį. Chao Ko vėliau dėstė Kinijoje Szechuan universitete.

Su daugeliu iš jų vėliau man teko susipažinti ir ne kartą bendrauti.

Dar studijuodamas buvau susidomėjęs diofantinių aproksimacijų teorija. Literatūroje buvau aptikęs K. Malerio darbą apie skaičių klasifikavimą, o jame buvo suformuluota hipotezė apie vadinamuosius S -skaičius. Neužilgo man pavyko išspręsti dalinį tos hipotezės atvejį. Šį darbą pratęsė būrys matematikų: B. Folkmanas (Bodo Volkmann), F. Kašas (Friedrich Kasch), Dž. Kaselsas (J.W.S. Cassels), V. Levekas (W. LeVeque). Taip į mokslinę apyvertą buvo įvesta ta Malerio problema. Pagaliau mano mokiniui V. Sprindžiukui (1936–1987) pavyko iki galo ją išspręsti. Asmeniškai su K. Maleriu susipažinau 1968 m. pavasarį Obervolfache mokslinėje konferencijoje. Pažintis nenutrūko iki jo mirties. Jau per pirmąjį susitikimą užėjo kalba apie G. Žilinską.

Toje pat konferencijoje susipažinau ir su H. Davenportu, deja, po metų mirusiu, S. Rodžersu bei L. Mordelu. Ir jie prisiminė G. Žilinską ir gerai apie jį atsiliepė. Su L. Mordelu teko dar tais pat metais susitikti Debrecene. Po poros metų Nicoje vyko Tarptautinis matematikų kongresas. L. Mordelas, neseniai šventęs savo aštuoniasdešimtmetį, šauniame restorane ant Viduržemio jūros kranto surengė būriui matematikų pietus. Pakvietė ir mane. Ir čia teko tarp kitko pasikalbėti apie G. Žilinską. Sužinojęs apie jo mirtį, labai apgailestavo.

O su P. Erdiošu susipažinau dar 1958 metais Vengrijoje ir palaikiau ryšius iki pat jo mirties. Mirė Varšuvoje 1996 m., ruošdamasis atvykti į Palangoje vykusią tikimybinės ir analizinės skaičių teorijos konferenciją.

Jau Žilinskui išvykus namo, į Mančesterio universitetą pas prof. D. Hartrį (D.R. Hartree) atvyko konsultuotis kvantų teorijos klausimais Adolfas Jucys (1904–1974). Pastarasis iš G. Žilinsko buvo pramokęs keletą žodžių lietuviškai ir sutikdamas A. Jucį pasveikino: „Kaip sekėsi kelionė?“

Tačiau grįžkime į G. Žilinsko Mačesteryje praleistą laiką. Rimto darbo kūrybinėje atmosferoje gimė jo pirmieji moksliniai darbai.

Tačiau buvo ne tik dirbama. S. Rodžersas H. Davenporto biografijoje, patalpintoje pastarojo raštų I tome [5], rašo, jog Davenportas, Erdiošas, Ko ir Žilinskas rasdavę laiko reguliariai palošti bridžą. (Noriu pabrėžti, kad Žilinsko pavardė rašoma su mūsiške „Ž“. Juk dabar kai kurie lietuviai mandrapiškai, rašydami savo pavardę užsienio spaudoje, visai ją kraipo, ko nedaro niekas iš vartojančių lotynišką raidyną. Raseinių Magdės kompleksas dar tebėra gajus!) K. Maleris, tik neseniai pramokęs bridžo, lošė menkai. Todėl kiti lošėjai ir pats Maleris blogą lošimą apibūdindavę kaip O.M. (arba, tiksliau, $O(M)$). Maleris ilgą laiką neatkreipęs dėmesio, kad būtų turima galvoje Landau pažymėjimas ir tai reiškė „Order of Mahler“ („Malerio eilė“).

G. Žilinskas Mančesteryje išbuvo iki 1939 metų vasaros ir parašė du straipsnius.

Vienas straipsnis buvo skirtas aktualiai tuo metu kvadratinių formų klasių skaičiaus problemai nagrinėti [6]. Jis yra pagrindinis ir rimčiausias jo disertacijos darbas.

Tiriamos n kintamųjų kvadratinės formos su determinantu $\Delta = \pm 1$. Kaip gerai žinoma, padarius atitinkamą unimoduliariąją transformaciją, kvadratinę formą galime parašyti kvadratų su \pm ženklais suma. Minusų skaičius τ yra invariantiškas, kokią neimtume unimoduliariąją transformaciją. Jį vadiname formos *indeksu*. Tais laikais jau buvo gauta nemaža rezultatų apie apibrėžtinių kvadratinių formų su $\Delta = \pm 1$ skaičių. Pažymėkime raide $C_{n,\Delta}$ neapibrėžtinių n kintamųjų kvadratinių formų su determinantu Δ klasių skaičių. Tą skaičių ir ėmėsi nagrinėti G. Žilinskas.

Priminsime, kad kvadratinė forma su sveikaisiais koeficientais

$$\sum_{i,j=1}^n a_{ij}x_i x_j \quad (a_{ij} = a_{ji})$$

yra vadinama *primityviaja*, jei koeficientų a_{ij} didžiausias bendrasis daliklis yra 1. Sakoma, kad ji yra primityvi tiesiogine prasme (properly primitive), jei bent vienas iš koeficientų a_{ij} yra nelyginis. Priešingu atveju ji vadinama primityviaja netiesiogine prasme (improperly primitive).

G. Žilinskas įrodė tris teoremas.

1 teorema. *Jei n yra nelyginis skaičius, tai $C_{n,1} = C_{n,-1} = \frac{1}{2}(n-1)$. Kiekviena forma su $\Delta = \pm 1$ yra ekvivalenti vienai iš formų*

$$\sum_{i=1}^{n-\tau} x_i^2 - \sum_{i=n-\tau+1}^n x_i^2, \quad (1)$$

čia τ yra formos indeksas.

2 teorema. *Jei n yra lyginis skaičius, tai skaičius primityviųjų tiesiogine prasme formų su determinantu $\Delta = 1$ yra $\frac{1}{2}(n-2)$, o su determinantu $\Delta = -1$ yra $\frac{1}{2}n$. Kiekviena tokia forma yra ekvivalenti vienai iš (1) formų.*

3 teorema. *Egzistuoja primityviosios netiesiogine prasme formos su $\Delta = 1$ tada ir tik tada, kai $n \equiv 0 \pmod{4}$, ir su $\Delta = -1$ tada ir tik tada, kai $n \equiv 2 \pmod{4}$.*

Kitame darbe [7] tyrė tiesinių formų L_1, \dots, L_n su kintamaisiais v_1, \dots, v_n ir determinantu 1 sandaugą. Pažymėkime $M_n = \min L_1 \dots L_n$; čia minimumas imamas pagal visus sveikus v_1, \dots, v_n , išskyrus $(0, \dots, 0)$.

Konstantų M_n įvertinimas domino daugelį matematikų. Pradžioje reiktų paminėti Kaune gimusį žymų matematiką H. Minkovskį (Herrman Minkowski, 1864–1909), skaičių geometrijos pradininką. Iš jo rezultatų buvo žinoma, kad

$$M_2 \leq \frac{1}{\sqrt{5}}, \quad M_3 \leq \frac{4}{19} = \frac{1}{4,75}, \quad M_4 \leq \frac{3}{32} = \frac{1}{10,06\dots}$$

Pirmasis iš tų rezultatų yra nepagerinamas, tuo tarpu kiti nėra galutiniai.

H. Davenportui 1937 m. pavyko įrodyti [1], kad

$$M_3 \leq \frac{8}{((3 + \sqrt{2})\sqrt{2\sqrt{2} - 1} + 1)^2} = \frac{1}{6,07}.$$

Buvo spėjama, kad

$$M_3 \leq \frac{1}{7}.$$

Jau kitais metais H. Davenportas [2] įrodė tą teiginį ir parodė, kad jis yra nepagerinamas. Pirmasis įrodymas buvo labai sudėtingas. Tačiau neužilgo jam pavyko rasti [3] trumpą ir paprastą metodą, pavartojus binarinių kvadratinių formų redukciją ir naują lemą apie kubinių polinomų minimumą.

G. Žilinskas ištyrė atvejį $n = 4$ ir gavo, vartodamas H. Davenporto pirmojo darbo metodą, nors ir ne galutinį atsakymą, bet gana gerą įvertį

$$M_4 \leq \frac{3}{20\sqrt{5}} = \frac{1}{14,9\dots}$$

Vėliau pats L. Mordelas įrodė geresnį rezultatą

$$M_4 \leq \frac{1}{32,4}.$$

1950 m. H. Godvinas (H.J. Godwin) [4] gavo

$$M_5 \leq \frac{1}{57,02}.$$

Ši dydį Vilniuje 1954 m., šių eilučių autoriaus paskatintas, savo diplominiame darbe nagrinėjo Alfonsas Raudeliūnas.

Už tuos darbus G. Žilinskas 1939 m. liepos 7 d. gavo filosofijos daktaro (PhD) laipsnį. Pagal to meto nuostatus Kaune Universiteto Matematikos-gamtos fakulteto taryba 1939 m. lapkričio 28 d. nostrifikavo šį laipsnį, pripažindama jį ekvivalenčiu to fakulteto daktaro laipsniui.

Grįžęs Lietuvon, G. Žilinskas buvo paskirtas Kaišiadorių gimnazijos mokytoju nuo 1939 m. rugsėjo mėn. 11 d.

1939 metais Lietuva atgavo Vilnių. Vilniaus universitetas buvo perorganizuotas į lietuvišką. Į čia buvo perkelta dalis Kauno universiteto, tarp kitų Matematikos-gamtos fakultetas. Pagausėjus studentų, prireikė naujų dėstytojų. G. Žilinskas buvo pakviestas vyresnioju asistentu nuo 1940 m. spalio mėn. 1 d., o vėliau – vyresnioju dėstytoju. Kartu ir toliau su nedidelėmis pertraukomis dirbo Kaišiadorių gimnazijoje, o vienerius metus ir Pedagoginio instituto neetatiniu matematikos lektoriumi.

1940 m. aš pradėjau studijuoti matematiką. Nuo tada prasidėjo mano pažintis su G. Žilinsku. Jis tais metais vedė diferencialinio ir integralinio skaičiavimo pratybas ir taisė namų darbus. Jau nuo Kauno laikų buvo gera tradicija duoti studentams namų užduotis. Tai labai padėdavo išmolti ir perprasti dėstomąjį dalyką. Patį kursą skaitė prof. Z. Žemaitis.

Prasidėjo Vokietijos–TSRS karas. Sumažėjo studentų. Gyvenimas miestuose pasidarė labai sunkus.

1940/41 metų rudens semestrą G. Žilinskas vadovavo skaičių teorijos pratyboms. Kursą skaitė prof. V. Biržiška. Ir čia buvo namų darbai. Tarp uždavinių būdavo ir tokių, kuriuos sprendžiant reikėdavo kažką sugalvoti. Meno vieno tokio uždavinio sprendimas, kurį aš parašiau, patiko G. Žilinskui. Apie tai jis papasakojo V. Biržiškai, o pastarasis pasakė man, jaunam studentui, malonų komplimentą.

Pavasario semestrą G. Žilinskas turėjo skaityti apibrėžtinių integralų kursą. Deja, jis dažnai sirguliudavo, o vėliau ir rimčiau susirgo astma su sunkiais priepuoliais. Kurso paskaitų turėjome nedaug. Trečiaisiais mano studijų metais G. Žilinskas nedėstė jokio kurso. 1943 m. kovo 17 d. vokiečių okupacinė valdžia, keršydama lietuviams už priešinimąsi jų vedamai politikai, universitetą uždarė. G. Žilinskas toliau dirbo Kaišiadorių gimnazijoje.

1944 m., grįžus tarybinei okupacijai, Universitetas atnaujino darbą. Fakulteto taryba pavedė G. Žilinskui laikinai eiti Algebros ir skaičių teorijos, vėliau Bendrosios matematikos, katedros vedėjo pareigas ir pristatė skirti docentu. Juo ir buvo patvirtintas nuo 1944 m. spalio 16 d.

Neužilgo Maskvoje buvo peržiūrėti visų dėstytojų moksliniai laipsniai ir vardai. 1947 m. spalio 11 d. Aukščiausioji atestacinė komisija jam patvirtino fizikos-matematikos mokslų kandidato laipsnį ir docento vardą.

O aš doc. G. Žilinską vėl sutikau tik 1945 m. rudenį, kai grįžau tęsti studijų. Kadangi buvau dirbęs mokytoju, tai pagal to meto įstatymus be Švietimo ministerijos leidimo neturėjau teisės mesti darbo. Grėsė baudžiamoji byla. Tačiau Vilniaus universitetas tada priklausė tai ministerijai. Todėl paprasčiausiai tas klausimas buvo išspręstas priimant mane dirbti universitete. Tą rengėsi padaryti prof. Z. Žemaitis į jo vadovaujamą matematinės analizės katedrą. Tačiau tuo metu katedroje nebuvo laisvo etato. Todėl buvau priimtas vyresnioju laborantu į Bendrosios matematikos katedrą, kuriai vadovavo G. Žilinskas.

Personalo buvo nedaug. Katedros tada dirbo bendrai, tarp jų nebuvo jokių barjerų. Ir posėdžiaudavo visi kartu. Kadangi G. Žilinskas vis sirguliudavo, tai man dažnai tekdavo jį pavaduoti. Pradžioje vesti pratybas, o vėliau ir vieną kitą paskaitą paskaityti.

G. Žilinskas dėstė įvairius kursus: aukštąją matematiką miškininkams, aukštąją algebrą, tikimybių teoriją, skaičių teoriją, vadovavo matematikos praktikumui. Tačiau vėliau, atsiradus daugiau dėstytojų, pagrindinis dalykas buvo algebra. 1960 m. išėjo jo parašytas algebros vadovėlis.

1960 m. ryšium su katedrų reorganizacija buvo paskirtas Skaičiavimo matematikos katedros vedėju, o nuo 1962 m. tos katedros docentu.

Visą laiką domėjosi vidurinės mokyklos problemomis. Kaip minėjau, dirbo antraeilininku Kaišiadorių vidurinėje mokykloje. Ten pasistatydino namuką.

Dar prieškario metais kartu su A. Kaunu redagavo du vadovėlius: „Plokštumos trigonometrija“ ir „Trigonometrijos uždavinynas“. Pokario metais kartu su bendra-

darbiais (talkininkavo mano brolis Vytautas Kubilius ir aš) išvertė M. Grebenča ir S. Liapino „Aritmetiką“ mokytojų institutams. Deja, vertimą gerokai apgadino jo redaktorius, pagarsėjęs „fermatistas“, Z. Rupeika.

1954 m. G. Žilinskas ėmėsi sudarinėti pagrindinių matematikos terminų kartoteką. Jie buvo aptarinėjami su Vilniaus universiteto kolegomis matematikais ir lituanistais. Nors darbas po poros posėdžių nutrūko, buvo aptartos kelios dešimtys pagrindinių terminų. Vėliau šį darbą teko tęsti man su bendradarbiais. Taip po keturių dešimčių metų darbo su pertraukomis atsirado akademinis „Matematikos terminų žodynas“.

G. Žilinskas buvo lėtos kalbos, lėtų judesių. Daug kam atrodė, jog jis persiėmęs anglų manierų. Buvo geranoris, mėgdavo bendrauti su kolegomis ir studentais.

Be lietuvių mokėjo dar rusų, lenkų, anglų ir vokiečių kalbas.

Mirė 1968 09 30, palaidotas Vilniuje Antakalnio kapinėse. Kartkartėmis užsuku pastovėti prie jo kapo.

Literatūra

- [1] H. Davenport. *Journal of the London Mathematical Society*, **13**:139–145, 1938.
- [2] H. Davenport. On the product of three homogenous linear forms (II). *Proceedings of the London Mathematical Society*, **44**(2):412–431, 1939.
- [3] H. Davenport. Note on the product of three homogeneous linear forms. *Journal of the London Mathematical Society*, **16**:98–101, 1941.
- [4] H.J. Godwin. On the product of five homogeneous linear forms. *Journal of the London Mathematical Society*, **29**:331–339, 1950.
- [5] C.A. Rogers. Harald davenport. In B.J. Birch, H. Halberstam and C.A. Rogers(Eds.), *The Collected Works of Harold Davenport*, vol. I, XII–X, 1977. Academic Press.
- [6] G. Žilinskas. On the class number of indefinite quadratic forms in n variables with determinant ± 1 . *Journal of the London Mathematical Society*, **13**:225–240, 1938.
- [7] G. Žilinskas. On the product of four homogeneous linear forms. *Journal of the London Mathematical Society*, **16**:25–37, 1941.

SUMMARY

Remember Gerardas Žilinskas

J. Kubilius

Reminiscences about the doctoral studies of G. Žilinskas at the Manchester University and his work at Vilnius University.

Keywords: number theory, theorems on definite quadratic forms.