

Pagalbinės medžiagos naudojimas egzaminų metu

Ričardas Kudžma, Lina Jakubonienė

Vilniaus Universitetas, Matematikos ir informatikos fakultetas

Naugarduko 24, LT-03225 Vilnius

E. paštas: ricardas.kudzma@mif.vu.lt; linciuke@gmail.com

Santrauka. Praeityje matematikos egzaminai VU matematikos fakultete vykdavo žodžiu. Palaipsniui situacija keitėsi ir šiuo metu beveik visi egzaminai vyksta raštu. Egzaminai raštu gali būti naudojantis šaltiniais (angl. open-book) ir be šaltinių (angl. closed-book). Vyresnysis šio straipsnio autorius jau 10 metų matematinės analizės kurse studentams leidžia pasiruošti ir egzamino metu naudoti A4 formato lapą su tam tikra informacija. Tame lape, kurį vadinsime paruoštuke, galima rašyti apibrėžimus, teoremų formuluotes, įvairias formules (informaciją iš žinių srities pagal Bloom'o taksonomiją), bet negalima rašyti uždavinių sprendimų, teoremų įrodymų. Paruoštukę studentas privalo atiduoti kartu su egzamino užduočių sprendimais. Jaunesnioji autorė bakalauro ir magistro baigiamuosiuose darbuose tyrė paruoštukų ruošimą, naudojimą bei jų turinio informacijos ryšį su egzamino rezultatais.

Raktiniai žodžiai: egzaminas raštu, egzaminas su šaltiniais (open-book), egzaminas be šaltinių (closed-book).

1 Įvadas

Vyresniosios kartos matematikai atsimena, kad anksčiau beveik visi egzaminai VU Matematikos fakultete vykdavo žodžiu. Apie egzaminų žodžiu ir raštu palyginimą galima rasti R. Kudžmos straipsnyje [5]. Dabar beveik visi egzaminai vyksta raštu. Egzaminų raštu taip pat yra didelė įvairovė. Didžiausias skirtumas tarp skirtingo tipo raštu vykstančių egzaminų yra toks, kad vienų egzaminų metu leidžiama naudotis pagalbine literatūra, tokį egzaminavimo būdą vadiname su šaltiniais (angl. open-book), priešingu atveju, vadinsime be šaltinių (angl. closed-book). R. Kudžma jau 10 metų matematinės analizės kurse studentams leidžia pasiruošti ir egzamino metu naudoti A4 formato lapą su tam tikra informacija. Lapas, kuris vadinamas paruoštuke, yra ruošiamas pagal tam tikras dėstytojo nurodytas taisykles ir atiduodamas kartu su egzamino užduočių sprendimais. L. Ginevič [2] bei L. Ordojanaitė ir E. Ignaško [7] bakalauriniuose baigiamuosiuose darbuose tyrė paruoštukų ruošimą, naudojimą. Pagrindinis tyrimo metodas – atvejo analizė. Interviu metu buvo aiškinamasi, kiek laiko skiriama paruoštukės ruošimui, kokia informacija ten rašoma, kokią įtaką paruoštukė turi egzamino rezultatams ir kt. L. Ordojanaitė (dabar Jakubonienė) tęsė paruoštukų analizę ir magistriniame darbe [3]. Buvo nagrinėjama vieno semestro (2007 rudens) trijų VU MIF programų (Finansų ir draudimo matematikos, ekonometrijos bei matematikos ir matematikos taikymų) užkoduota kontrolinio darbo ir egzamino paruoštukų medžiaga, kartu buvo tiriama ir koreliacinė priklausomybė tarp paruoštukėse užrašytos informacijos ir kontrolinio bei egzamino rezultatų.

2 Egzaminų raštu formų apžvalga

Studijų metu dažnai susiduriama su egzaminavimo raštu įvairove. Vieni dėstytojai atsiskaitymo metu draudžia naudotis papildoma medžiaga, kiti leidžia naudotis su-tartais šaltiniais. Yra du pagrindiniai egzaminavimo raštu metodai:

1. *Su šaltiniais* (angl. *open-book*)
 - o ribotais šaltiniais (angl. *restricted*),
 - o neribotais šaltiniais (angl. *unrestricted*);
2. *Be šaltinių* (angl. *closed-book*).

Egzaminavimas be šaltinių – tai žinių tikrinimo raštu metodas, kai egzaminuoja-miesiems draudžiama naudotis bet kokia papildoma medžiaga. Šiuo egzaminavimo metodu tikrinamos teorinės žinios ir gebėjimas jas pritaikyti atkuriant reikiamą in-formaciją. Toks egzaminavimo būdas daugelio tyrėjų jau laikomas atgyvena.

Egzaminavimo būdas su *ribotais šaltiniais* yra skirstomas į dvi rūšis:

1. Pagalbinė medžiaga yra fiksuota ir vienoda visiems laikantiems egzaminą. Pa-vyzdžiui, matematikos valstybinio brandos egzamino sąsiuvinyje yra atspausdinti du puslapiai formulių. Universitetuose kartais studentai egzamino metu gali naudotis tam tikra dėstytojo aiškai apibrėžta literatūra (pvz., konkrečia knyga).

2. Dėstytojai egzamino metu leidžia naudotis tam tikro formato lapais, dažniau-siai tai būna A4 dydžio lapas. Tokia paruoštukė būtinai turi būti parašyta ranka ir tik iš vienos lapo pusės. Studentas į paruoštukę gali rašyti apibrėžimus, formules, teoremų formuluotes, tačiau negali rašyti įrodymų ar uždavinių sprendimų. R. Ku-džma matematinės analizės egzaminų ir kontrolinių darbų metu leidžia studentams naudotis tokiais legaliomis paruoštukėmis.

Egzamino su neribotais šaltiniais metu studentas gali naudotis bet kokia atsinešta literatūra. Akivaizdu, kad nuo leistinių šaltinių kiekio priklauso užduočių formuluotės. *Su šaltiniais* egzaminavimo būdu siekiama įvertinti suvokimo, taikymo ir analizės bei aukštesnių gebėjimų (pagal Bloom'ą) lygį, o ne tik tikrinti teorinės medžiagos žinojimą.

Iš pradžių gali atrodyti, kad egzaminas su neribotais šaltiniais studentams turė-tų būti priimtinausias. Bet yra tyrimų [1], kurie parodo, kad taip nėra. Apžvelgus pagrindinius, *be šaltinių* ir *su ribotais bei neribotais šaltiniais*, egzaminavimo metodų privalumus ir trūkumus, kai kurie tyrėjai priėjo išvadą, jog geriausias kompromisas tarp šių dviejų metodų yra ribotos pagalbinės medžiagos naudojimas atsiskaitymo metu. Theophilidies ir Dionysiou (1996) parodė, kad pagalbinės medžiagos naudoji-mas mažina stresinę įtampą, o tai įtakoja medžiagos susistemtinimą ir jos įsisavinimą [6]. Kai kurie tyrimai rodo, jog studentai ne tik teigiamai vertina šio egzaminavimo metodus, bet ir geriau jiems pasiruošia (Liu, 2005, diVesta, 1954) [8].

Mūsų tyrimai tai patvirtina. Tiek L. Ordojanaitės ir E. Ignaško, tiek L. Ginevič darbuose dauguma studentų apie pagalbinės medžiagos turinį pradeda mąstyti nuo mokslo metų pradžios. O jų ruošimui skiria daugiau nei 20 valandų. Kartais studen-tai paruoštukes perrašo kelis kartus, o tai padeda studentams įsiminti studijuojamą medžiagą. Vadinasi, leidimas naudotis tokia pagalbine medžiaga egzaminų metu di-dina studentų motyvaciją mokytis. Nagrinėjant studentų paruoštukes pastebėta, kad apie 60 procentų paruoštukių pasižymi gera struktūra. Tai reiškia, informacija yra sugrupuota ir suprantama kitam naudotojui. Informacijos paiešką palengvina konkrečių teoremų ar apibrėžimų paryškimas, pabraukimas. Pastebėta, kad studentai

ruošdami savo paruoštukę, joje ne tik talpina informaciją, bet ją rinkdami ir mokosi. Studentai ruošdamiesi egzaminui vos tik išmokę teoremą ar apibrėžimą, užsirašo į paruoštukę, kad nepamirštų. Dalis studentų į paruoštukes įtraukia svarbiausius dalykus iš paskaitų konspektų, pasiruoštą medžiagą naudoja ruošdamiesi egzaminui. Nagrinėjant stipresnių ir silpnesnių studentų paruoštas pagalbines medžiagas, pastebėta, kad aukštesnius įvertinimus gavę studentai yra linkę žodinį tekstą paversti simbolių kalba. Koduodami tekstą simboliais studentai stiprina supratimą apie matematikai būdingus terminus, žymenis, modelius. Kiti perrašo tekstą savais žodžiais arba tik pažodžiui nurašo nuo užrašų ar knygos.

3 Silpna koreliacija

Tirta buvo trijų VU MIF programų, Finansų ir draudimo matematikos (FDM), ekonometrijos (EKO) bei matematikos ir matematikos taikymų (MMT), pirmo semestro (2007 rudens) matematinės analizės kontrolinio darbo ir egzamino paruoštukių medžiaga. Informacija paruoštukėse buvo užkoduota ir tirta jos koreliacinė priklausomybė su kontrolinio bei egzamino rezultatais. Iš viso studentų buvo 150 (po dvi akademinės grupės kiekvienoje programoje), bet paruoštukių šiek tiek mažiau – tik 133. Kontroliniame darbe buvo 5 uždaviniai, įvertinti 60 taškų, egzamine – 8 uždaviniai, taip pat įvertinti 60 taškų. Beje, dešimtukui gauti užteko 60 taškų iš 120 galimų. Uždavinių duodama daug daugiau, kad net patys stipriausieji negalėtų visko išspręsti. Ne visiems studentams tai patinka, bet vėliau prie to pripranta ir netgi reikalauja duoti daugiau uždavinių, kad galėtų rinktis.

Informacija paruoštukėse buvo užkoduota ir suklasifikuota pagal uždavinius, kuriems ji galėtų būti pritaikyta. Buvo tirta jos koreliacinė priklausomybė su kontrolinio bei egzamino rezultatais. Koreliacija buvo skaičiuota naudojant paketą SPSS. Buvo tirta kiekvieno uždavinio koreliacija akademinėse grupėse atskirai ir visų studentų kartu. Dažniausiai atskirose grupėse koreliacinė egzaminų ir kontrolinių darbų rezultatų priklausomybė nuo informacijos kiekio paruoštukėje buvo silpna ar labai silpna. Nieko keisto, kad tai būdavo atskirose grupėse, nes studentų skaičius grupėje neviršijo 25. Bet buvo ir tokių uždavinių, kurių koreliacinė priklausomybė buvo silpna tiriant visus studentus. Galbūt ir čia tokia situacija susidarė dėl nedidelio tiriamųjų skaičiaus (reikėtų atlikti daugiau tyrimų, kad būtų galima patvirtinti/paneigti silpną koreliacinę priklausomybę).

4 Teigiama koreliacija

Stipriausia teigiama koreliacija buvo šešto egzamino uždavinio.

6. Sakykime, funkcijos $f(x)$, $g(x)$ apibrėžtos intervale $(0; 1]$ ir $\lim_{x \downarrow 0} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \downarrow 0} g(x) = +\infty$.

a) Suformuluokite Liopitalio teoremą šiuo atveju. (1)

b) Įrodykite (a) dalyje suformuluotą teoremą, pasinaudodami Liopitalio teorema, įrodyta per paskaitą. (4)

Studentai paruoštukėse galėjo turėti tokią dėstytojo per paskaitą suformuluotą Liopitalio teoremą:

Jei funkcijos f ir g diferencijuojamos intervale $(a; b)$ ir tenkina 3 sąlygas:

1. $\lim_{x \downarrow a} f(x) = \lim_{x \downarrow a} g(x) = 0$,
2. $g'(x)$ pastovaus ženklų visame intervale,
3. $\lim_{x \downarrow a} \frac{f(x)}{g'(x)} = A$,

tai $\lim_{x \downarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = A$.

Tikrai nebuvo sunku truputį pakeisti teoremos formuluotę ir gauti vieną tašką. Teoremos įrodyti beveik niekas nebandė. Todėl labai ryški teigiama koreliacija tiek atskirose grupėse, tiek ir bendra.

5 Neigiama koreliacija

Iš pradžių kėlė nuostabą gauta gana ryški neigiama koreliacija viename uždavinyje. Giliau paanalizavę užduotį, galime pateikti tokios koreliacijos interpretaciją. Užduotis (7-oji egzamino, vykusio 2008.01.04):

7. Kreivė γ nusakyta parametrinėmis lygtimis $x = \frac{t}{1-t^2}$, $y = \frac{t(1-2t^2)}{1-t^2}$.

a) Nubrėžkite funkcijų $x = x(t)$, $y = y(t)$ grafikų eskizus. (2)

b) Nubrėžkite kreivės γ eskizą xOy plokštumoje. (1)

c) Raskite kreivės γ asimptotes. (3)

d) Apskaičiuokite išvestinę $y'_x(t)$. Nustatykite kreivės didėjimo ir mažėjimo intervalus. (1)

e) Apskaičiuokite išvestinę $y''_{xx}(t)$. Nustatykite kreivės iškilumą, įgaubtumą ir perlankio taškus. (2)

f) Patikslinkite brėžinį. (1)

Nubrėžti parametrinę kreivę – gana sunki užduotis. Teorijos nėra daug, bet funkcijų grafikų bei kreivės eskizo xOy plokštumoje brėžimą lemia tik praktika. Buvo galima užsirašyti asimptočių parametrų formules bei išvestinių formules. Galima numanyti, kad studentai numanė egzamine būsiant tokio pobūdžio uždavinį, todėl skyrė daug dėmesio šio tipo uždaviniams. Geriausią rezultatą sprendžiant šį uždavinį pasiekė FDM1 grupė, kuriuos vidurkis 4,3, koreliacija $-0,668$.

6 Išvados

Tyrimas parodė, kad tokią A4 formato paruoštukę galima laikyti rimta papildoma mokymosi priemone. Pirma, ji motyvuoja studentą sisteminti žinias. Antra, sumažina stresą egzamino metu. Koreliacijos tyrimus reikėtų tęsti, nes buvo panaudota tik maža dalis turimų duomenų. Matematinės analizės kursas tęsiasi 4 semestrus.

Literatūra

- [1] A. Brown. *A Mathematics Teaching Event that Changed my Belief*. Available from Internet: <http://people.exeter.ac.uk/PErnest/pome12/article14.htm>.
- [2] L. Ginevič. *Pagalbinė medžiaga matematikos egzamine. Apžvalga ir tyrimas*. Bakalauro baigiamasis darbas, Vilnius, VU MIF, 2009.
- [3] L. Jakubonienė. *Matematinės analizės egzamino pagalbinės medžiagos tyrimas*. Magistro baigiamasis darbas, Vilnius, VU MIF, 2011.

- [4] V. Kabaila. *Matematinė analizė*. 1 dalis. Mokslas, Vilnius, 1983, 116–117 psl.
- [5] R. Kudžma. Egzaminas. Žodžiu ar raštu? *Matematika ir matematikos dėstymas-2002*. Konf. pranešimų medžiaga, Kauno Technologijos universitetas, 2002 m. balandžio 4–5, pp. 18–22. Technologija, Kaunas, 2002.
- [6] L. Loi and W. Yuan. *Open-Book Examinations*. Available from Internet: http://www3.ntu.edu.sg/nbs/sabre/working_papers/10-98.pdf.
- [7] L. Ordojanaitė ir E. Igniško. *Matematinės analizės egzamino ir kontrolinio darbo pagalbinės medžiagos turinio, ruošimo ir panaudojimo tyrimas*. Bakalauro baigiamasis darbas, Vilnius, VU MIF, 2009.
- [8] G. Rakes. *The Effects of Open Book Testing on Student Performance in Online Learning Environments*. Available from Internet: http://edtech.tennessee.edu/rite/2006/rakes_rite_06.pdf.

SUMMARY

Using the supporting material during the examination

R. Kudžma, L. Jakubonienė

About twenty years ago all examinations at the Faculty of Mathematics of Vilnius University were oral. During the past years the situation has been changed radically – almost all examinations are written. Written examinations can be open-book or closed-book. The older of authors of this article allows to prepare and to use during the mathematical analysis examinations the A4 sheet with specific information. The written information can be from the knowledge level according to the Bloom's taxonomy – definitions, formulations of theorems, formulae, but not solutions of problems, proofs of theorems. This sheet should be returned together with solutions of exams. The junior author investigated the preparation, usage and relation between the information in this A4 sheets with the results of exams in her Bachelor and Master theses.

Keywords: written examination, closed-book examination, open-book examination.