

## Dirichlė principas: pavadinimo niuansai

Juozas Juvencijus Mačys

*Vilniaus universitetas, Matematikos ir informatikos institutas*

Akademijos g. 4, LT-08663 Vilnius

E. paštas: juozas.macys@mii.vu.lt

**Santrauka.** Aptariami Dirichlė principo formulavimo subtilumai. Svarstomi principo pavadinimo ir autorystės klausimai.

**Raktiniai žodžiai:** Dirichlė principas, Dirichlė, matematinės indukcijos principas.

Dirichlė principas paprasčiausiu pavidalu formuluojamas, pavyzdžiui, taip:

*Neįmanoma 6 triušių uždaryti į 5 narvelius taip, kad kiekviename narvelyje būtų ne daugiau kaip vienas triušis.*

Kiek turiningesnė tokia šio principo forma:

*Jei 10 saldainių sudėsime į 3 dėžutes, tai bent vienoje dėžutėje bus ne mažiau kaip 4 saldainiai.*

Triušius ir saldinius čia cituoju – kiekvienas autorius linksminasi, kaip išmano. Daugeliui atrodo, kad tai išradinga ir nenuobodu. Vis dėlto – kas atsitiktų, jeigu matematikoje (net labai elementarioje) vietoje plokštumų pradėtume kalbėti apie stalviršius, vietoje tiesių – apie virbalus, o vietoje taškų – apie blusas. Tai nereiškia, kad konkrečiuose uždaviniuose šie žodžiai visai netinka. Bet net menkiausioje teorijoje ar teorijėlėje geriau vartoti tam tikrus „bespalvius“ terminus. Štai į mūsų vidurinių mokyklų programas įvesta (visiškai neapgalvotai) elementarioji tikimybių teorija. JAV įvedant ją mokytojai ruošėsi dvejus metus ir laikė 6 egzaminus. Lietuvoje buvo organizuoti dviejų savaitių kursai, kuriuos lankyti buvo visiškai nebūtina, užteko vieną kitą kartą juose pasirodyti. Tai štai net tikimybių teorijoje, kai reikia, standartiškai kalbama apie rutulius ir dėžes (kartais „moksliškiau“ – urnas), o ne apie triušius ir skrybėles. Kitaip sakant, Dirichlė principą, nesivaikant pigaus humoro, galima formuluoti, pavyzdžiui, taip:

*Jeigu į  $n$  dėžių sudėsime daugiau kaip  $n$  rutulių, tai bent vienoje dėžėje bus daugiau kaip vienas (= ne mažiau kaip du) rutuliai.*

Šiek tiek turiningiau atrodytų tokia principo forma:

*Jeigu į  $n$  dėžių sudėsime daugiau kaip  $nk$  rutulių, tai bent vienoje dėžėje bus bent  $k + 1$  rutulys.*

Mokyklinėje matematikoje žinome dar vieną terminą, kuriame vartojamas žodis *principas* – tai *matematinės indukcijos principas*. Dejuojama, kad sunku nustatyti,

kas jį išrado – ar Bernulis, ar Oileris, ar dar kas nors. Atsakymas čia paprastas – niekas jo neišrado. (Palyginkime: kas išrado pomidorą?) Tiesiog matematika vystėsi, pasiekė tam tikrą lygį, daugeliui tapo aišku, kad matematinės indukcijos principo teiginys yra neabejotinai teisingas, kad reikia ir galima juo naudotis. (Iš tikrųjų: jei-gu į eilę vieną prie kitos susstatysime degtukų dėžutes, pastumsime pirmąją, kad ji nugriūtų, ir būsime įsitikinę, kad nugriuvus bet kuriai dėžutei, nugrius ir sekanti, tai neabejojame, kad nugrius visos dėžutės.) Ir jau visai kitas klausimas, kas teiginį taip pavadino, šiuolaikiškai suformulavo ir t. t. Beje, rimtuose matematikos straipsniuose paprastai nevartojamas nė žodis *matematinė* (o kokia dar?), nė žodis *principas* – tiesiog, kai reikia tuo teiginiu remtis, ir ypač kai tai primityvu, rašoma tiesiog: (indukcija!) – ir nieko daugiau.

Daug aiškesnė pavadinimo *Dirichlė principas* istorija. Žymus vokiečių matematikas P. Dirichlė buvo pirmasis, kuris Vokietijos universitete skaitė skaičių teorijos kursą (1855 m.). Jo paskaitų klausėsi ir garsusis R. Dėdekindas, kuris jau po Dirichlė mirties išleido jo paskaitų kursą, pridėjęs ir kitus jam priklausančius skaičių teorijos rezultatus. Pasirodo, kad daugybės teoremų įrodymui Dirichlė užteko teiginio:

*Jeigu turime daugiau kaip  $n$  skaičių, tai bent dviejų iš tų skaičių dalybos iš  $n$  liekanos sutampa.*

Juo paskaitose tekdavo dažnai naudotis, ir kad nesikartotų, Dirichlė juokais šį teiginį pavadino stalčių principu (vienu vokišku žodžiu – Schubfachprinzip) – suprask, jeigu į rašomojo stalo 6 stalčius reikia sukaišioti daugiau kaip 6 rankraščius, tai bus bent vienas stalčius, kuriame bus daugiau kaip vienas rankraštis. Remdamiesi Dėdekindu, kiti autoriai taip pat minėtą teiginį vadino *Schubfachprinzip* arba *Schubfachschluss* ir tik retkarčiais paminėdavo, kad jį suformulavo Dirichlė. Bet rašant kitomis kalbomis vokiškas žodis buvo napatogus, stalčiai be Dirichlė nelabai suprantami, ir prancūzų matematikai terminą *le principe des tiroirs de Dirichlet* sutrumpino iki *le principe de Dirichlet*, t. y. padarė tą teiginį *Dirichlė principu*. Pavadinimą perėmė rusai, o per juos ir daugelis rusų kaimynų, taigi ir lietuviai. Vokiečiai taip ir liko prie pliko *Schubfachprinzip*, o štai anglai vartoja terminą *pigeonhole* („balandžių lizdų“) *principle* arba tiesiog *pigeonhole*.

Dirichlė principas yra toks akivaizdus teiginys, kad juo neabejotinai naudojosi net pirmykščiai žmonės: jeigu pirmykštis medžiotojas savo pirmykštei 5 asmenų šeimai ant laužo iškepė pirmykščio šerno 4 kojas, tai jis puikiai žinojo iš anksto, kad bent vieną koją grauš bent 2 šeimos nariai. Taigi nėra būtinas nė pats žodis *principas*, nė *Dirichlė*. Bet matematikoje (kaip ir bet kuriame moksle) patogu turėti pavadinimus bet kuriam dažniau vartojamam objektui ar sąvokai, taigi terminas *Dirichlė principas* nė vieno nestebina.

Kadangi anglų kalba tapo matematikos esperantu, tai ypač įdomi tų *pigeonhole* atsiradimo istorija. Tūlas amerikiečių matematikas nusprendė vokiškąjį *Schubfach* pakeisti anglišku atitikmeniu ir pavartojo žodį *pigeonhole*, kuris reiškia jau ne stalčius, o senovinio rašomojo stalo atvirus skyrelius susuktiems rankraščiams. Pats tų skyrelių pavadinimas kilo dėl panašumo į karvelidžių skyrelius. O vėliau matematikos populiarintojai, supratę žodį *pigeonhole* tiesiogiai, pradėjo piešti balandžius narvelio skyreliuose (kai kas perėjo prie šiandien dažniau sutinkamo narvelio su triušiais). Šiaip ar taip, terminas be balandžių ar su balandžiais išgalėjo, ir šiandien matematikams nekyla abejonių, kad *pigeonhole* – tai tas pats *Dirichlė principas*. Reziumuodami

pasakysime, kad matematikai (ne tik rašantys angliškai) stengiasi net kalbėdami apie šį teiginį nesieti jo su Dirichlė vardu. Nagana to, nei išsamiuose Dirichlė gyvenimo aprašymuose, nei jo kūrybinėje biografijoje apie šį principą net neužsimenama (garsusis Halmošas teiginį netgi vadina Dėdekindo principu), nors pabrėžiama, kad Dirichlė priklauso šiuolaikinis funkcijos apibrėžimas (nekalbant apie indėlį į Fermą teoremą ir Furjė eilutes).

Kuriozų su Dirichlė principo pavadinimu negana. Dažname vadovėlyje ar populiarioje literatūroje Dirichlė vadinamas prancūzų matematiku. Žinoma, čia kalta jo pavardės „prancūziška“ išvaizda – *Dirichlet*. O šiaip jis buvo grynakraujis vokiecis ir visą gyvenimą dirbo tik Vokietijoje (nors dar buvo ir Peterburgo Mokslų akademijos garbės narys). Tiesa, sąsajų su prancūzų kalba čia galima rasti: jo proprosenelis atkeliavo į Vokietiją iš prancūzakalbės Belgijos dalies, iš Lježo priemiesčio Rišleto, žmonės jį vadino „vaikinas iš Rišleto“ (le jeune de Richelette), ir pase jis buvo įrašytas dviejų žodžių pavarde Lejeune Dirichlet. Proprosenelio pavardę paveldėjo ir matematikas. Jis, beje, turėjo tris vardus – Johann Peter Gustav – o dažna enciklopedija klaidingai nurodo, kad jis turėjo net keturis vardus – Johann Peter Gustav Lejeune. Gimė jis 1805 metais Diūrene, mieste prie Reino, kuris tą dešimtmetį priklausė vadinamajai Pirmajai Prancūzų Imperijai – tiesa, 1815 metais Vienos kongresas miestą galutinai priskyrė Vokietijai. Ir dar apie dvigubą pavardę – Dirichlė žmona buvo garsiojo kompozitoriaus Mendelsono taip pat didžiai talentinga sesuo. Pastarųjų tėvai, jausdamiesi esą tikri vokiečiai, perėjo iš judėjų tikybos į krikščionybę, o visa giminė pridėjo prie pavardės savo dvaro pavadinimą, taigi tapo Mendelssohn Bartholdi (suvokdami, kad „Mendelio sūnums“ nelabai dera būti krikščionimis).

Šiuo metu internete vyksta didžiulė diskusija, kaip reikia tarti Dirichlė pavardę: „prancūziškai“ ar „vokiškai“. Diletantai įsivaizduoja, kad „prancūziškai“ tai būtų (vartojme „lietuvišką“ fonetinę transkripciją) [dirichlė], o „vokiškai“ – [dirichlèt]. Iš tikrųjų prancūzas nematematikas pavardę Dirichlet tartų [dirišlė], o vokiečiams abejonių nekyla, kad tai [diriklė]. Šiaip jau vokiečiai ch kaip [k] taria tik junginyje *chs*, pavyzdžiui *sechs* [zėks] – šeši. Taigi „vokiškas“ tarimas būtų [dirichlèt], bet vokiečiai visada sako [diriklė]. Taip tariama ir Dirichlė palikuonių (vienas jų yra bundestago narys) pavardė.

Rusai, matydami pavardės grafinį vaizdą Dirichlet ir perėmę žodžio galūnę prancūzišką tarimą be „t“, rašo Дирихле ir atitinkamai taria [dirichlė]. Lietuvius taip pat paveikė grafinis vaizdas, ir jie anksčiau rašė Dirichle ir tarė [dirichlè], o dabar rašo Dirichlė, bet taria (ar bent pusė jų tebetaria) [dirichlè].

Grafinio vaizdo įtaka visada buvo ir yra didžiulė. Pavyzdžiui, kadaise rusai ir Niutoną (Newton) vadino не Ньюто́н, о Невто́н. Velionis mano dėdė pasakojo, kad baigiantis karui ir sugrįžus rusams ir taryboms, visa Lietuva sužinojo, kad Churchill – tai visai ne Churchillis, o Čerčilis. Mūsų atveju – vargu ar beverta svarstyti, kaip rašyti ir tarti „ch“ Dirichlė pavardėje.

Visai kitas dalykas – è rašymas galūnėje. Anksčiau rašydavome ir tardavome kupe, foje, atelje. Ir staiga lituanistai padarė perversmą – pareiškė, kad nuo tos dienos rašysime *fojė* ir linksniuosime tą žodį kaip *varlė* – fojė, fojės, fòjei, fòje, fojė, fojė. „Vagos“ leidykla padarė kontrapareiškimą – kaip rašėme, tarėme ir nelinksniavome, taip rašysime, tarsime, ir nelinksniuosime. Praėjo keleri metai, jeigu kas ir rašė „è“, tai vistiek nelinksniavo, ir kalbininkai atsitraukė: pareiškė, kad tokie žodžiai turi tik vardininką ir kilmininką – fojė, fojės, tik nutylėjo, ką daryti su kitais linksniais. Kad ir kaip ten būtų, nesu nè karto girdėjęs net *Dirichlė* kilmininko – niekas nei rašo, nei sako *Dirichlės principas*. Beje, šie klausimai

susiję su daugelio prancūziškų pavardžių lietuviškuoju tarimu. Kadangi prancūzų fonetikai teigia, kad žodžių gale jų balsiai trumpi, tai ir mūsų kalbininkai siūlo rašyti ir tarti Kamiu, Bezu ir pan., o ne Kamiū, Bezū. Bet kas prancūzams – trumpas balsis, tas lietuviams – visai nebūtinai. Bet kuriuo atveju reikia atsižvelgti į tiksluosius mokslus: yra tokia eksperimentinė fonetika, ir ji paprasčiausiai gali išmatuoti (jau beveik sugrįžome prie matematikos!) ir pasakyti, ką prancūzams tariant čia girdi lietuviai – ilgą ar trumpą balsį. Tada gal ir taptų apčiuopiamesni argumentai už ar prieš kurį nors tarimą.

## Literatūra

[1] Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet. *Wikipedia*. Žiūrėta 2012-4-26.

[2] Pigeonhole principle. *Wikipedia*. Žiūrėta 2012-4-16.

### SUMMARY

#### **Dirichlet's principle**

*J.J. Mačys*

Formulations of Dirichlet's principle are discussed. The questions of authority of the principle and its name are considered.

*Keywords:* Dirichlet's principle, pigeonhole, principle of mathematical induction.