

Matematika informatikos olimpiadų uždaviniuose

Valentina DAGIENĖ (VU, MII)

el. paštas: dagiene@ktl.mii.lt

Reziumė. Straipsnyje aptariami nacionalinių informatikos olimpiadų matematiniu požiūriu. Išnagrinėta per 300 uždavinių, jie suklasifikuoti, pateikta kiekvienos grupės statistikinė analizė. Nustatyta, kad Lietuvos informatikos olimpiadose daugiausiai vyrauja uždaviniai, susiję su grafais. Jie sprendžiami įvairiais metodais.

Raktiniai žodžiai: algoritmavimo uždaviniai, programavimo mokymas, informatikos olimpiados.

1. Moksleivių informatikos olimpiados

Dalykinės olimpiados atskleidžia talentus, motyvuoja mokinius kryptingai veikti savo mėgiamoje srityje, varžybų pobūdis įkvepia tobulinti igūdžius. Pagrindinis viso olimpiadinio judėjimo variklis – uždaviniai. Jie rengiami kasmet unikalūs, nuolat ieškoma, ką įdomaus būtų galima pasiūlyti, koku netikėtu rakursu pakreipti užduotį.

Informatikos mokslas (ir studijų disciplina) apima daugybę veiklos sričių. Nepaisant to, informatikos olimpiados dažniausiai suvokiamos kaip grynai programavimo varžybos. Šią kryptį ir uždavinių pobūdį visų pirma diktuoja kasmet vykstančios pasaulinės informatikų olimpiados [5, 8].

Lietuvoje moksleivių informatikų olimpiados vyksta nuo 1990 metų. Jose be išimties sprendžiami algoritmavimo uždaviniai – programuojama [2]. Būta vieno kito teorinio uždavinio, paprastai susijusio su algoritmine ar logine mąstysena.

Lietuvos olimpiadų uždavinių per penkiolika metų susikaupė gana daug, arti 300 (apimant visus etapus: mokyklos, rajoninių, nacionalinių lygmenį, įskaitant jaunesniųjų ir vyresniųjų grupes). Šie uždaviniai anksčiau buvo išsamiai išnagrinėti algoritmavimo metodų bei algoritmų sudėtingumo bei stiliaus požiūriu [1, 3, 6, 7].

Algoritmams glaudžiai siejasi su matematikos kursu. Kokių temų uždaviniai dažniausiai vyrauja Lietuvos moksleivių informatikos olimpiadose? Kokiais matematiniais metodais grindžiami jų sprendimai? Kurios matematikos sritys populiariausios informatikų olimpiadose? Straipsnyje bandoma atsakyti į šiuos ir panašius klausimus.

Iš informatikos olimpiadinio uždavinio formuluotės paprastai negalima vienareikšmiškai pasakyti, kurios srities matematikos metodų reikės jam spręsti. Paprastai priklauso nuo uždavinio vertinimo reikalavimų – testų. Jei testai būtų nedidelių duomenų rinkiniai, tai dažniausiai dauguma uždavinių pavyktų išspręsti vien pritaikius per rinkimą. Tačiau duomenų rinkiniai vis didinami, programai atlikti skirtas laikas mažinamas, o tai reiškia, kad tenka ieškoti specialių matematinių ar algoritminių metodų uždaviniui išspręsti.

Dauguma olimpiadinių uždavinių formuluočių įvilktos į literatūrinius apvalkus, apipintos istorijomis. Ne visuomet vykusiai, bet tai jau kita tema. Pro šį apvalkalą reikia išvelgti uždavinio esmę – kokių matematikos žinių reikia norint jį išspręsti.

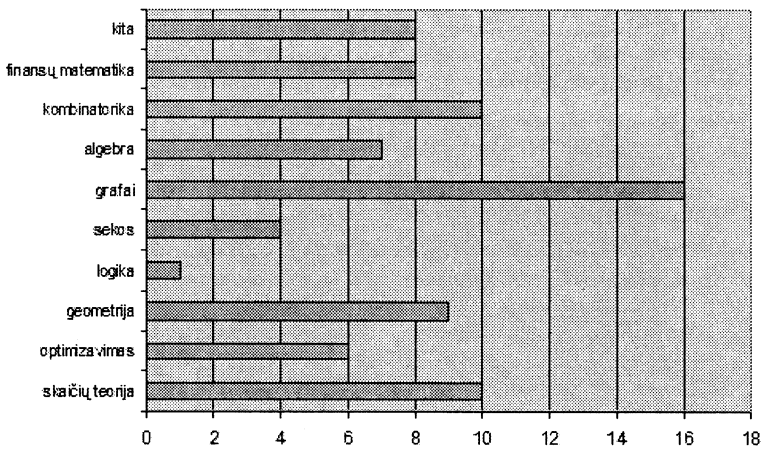
Galima nagrinėti uždavinių sprendimų aprašus, kuriuos pateikia uždavinių rengėjai. Tačiau reikia atsižvelgti ir kaip sprendė ar spęstų dauguma mokinių. Todėl uždavinio priskyrimas vienai ar kitai matematikos sričiai neišvengia subjektyvumo – tai yra uždavinio formuluotės, testų reikalavimų, pavyzdinio sprendimo ir mokinių programų sandūra.

Nagrinėjamus informatikos olimpiadų uždavinius galima rasti internete [9], jie paskelbti knygoje [4].

2. Uždavinių klasifikacija pagal matematikos sritis

Išnagrinėjus apie 300 Lietuvos informatikos olimpiadų uždavinių, pasirodė, kad pusė jų susijusi su viena ar kita matematikos sritimi. Informatikos olimpiadų uždaviniuose vyrauja šios matematikos sritys: 1) grafai, 2) skaičių teorija, 3) optimizavimas, 4) geometrija, 5) algebra, 6) kombinatorika, 7) finansų matematika, 8) logika. Parinktos stambesnės sritys, pavyzdžiui, galima būtų išskirti sekas, tačiau paprastai nagrinėjamos sveikųjų skaičių sekos, rekurentinės, tad jas galima priskirti prie skaičių teorijos.

Lietuvos olimpiados vyksta keliais etapais: pirmasis – mokyklinis, antrasis – rajoninis, trečiasis dviejų dalių, elektroniniu paštu ir stacionarus. Jau keletą metų uždaviniai rengiami dviem lygiais: jaunesniems (iki 10 kl.) ir vyresniems. Uždavinių pobūdis gerokai skiriasi tarp šių struktūrinių dalių. Sudėtingiausi uždaviniai būna trečiame etape. Jų analizei ir pasiskirstymui buvo skirta daugiausiai dėmesio (1 pav.).



1 pav. III etapo uždavinių pasiskirstymas (vienetais).

2.1. Grafų uždaviniai – varžybų pagrindas

Grafų teorijos uždaviniai būdingi baigiamiesiems olimpiadų etapams. Grafų tema neįeina į mokyklinės matematikos net išplėstinį kursą. Tačiau ši tema dėkinga, nes galima spręsti daug realaus gyvenimo uždavinių.

Grafų teorijos uždaviniai informatikos olimpiadose pradėjo rasti jau seniai, pasaulinėse jų būta vos ne pirmųjų olimpiadų. Lietuvos olimpiadose pradžioje tokių uždavinių nebuvo, paskui jų ėmė rasti vis daugiau ir daugiau. Grafų uždaviniai sudaro 11 procentų visų matematinių žinių reikalaujančių uždavinių. Prieš keletą metų labai padaugėjo grafų uždavinių, pernai ir šiemet jaučiamas atoslūgis (2 pav.).

Sprendžiant su grafais susijusius uždavinius dažniausiai buvo nustatinėjama, ar egzistuoja Oilerio kelias arba ciklas, atliekamas paieškos į plotį arba gylį algoritmas, taikomi Dijkstros, Kruskalo ar Primo algoritmai, taip pat apdorojami duomenų šrautai naudojant šrautų leidimo žemyn metodą.

2.2. Skaičių teorijos sritis

Uždaviniai, skirti įvairioms skaičių savybėms nagrinėti, būdingi pirmiesiems olimpiadų etapams. Pirmajame etape tokių uždavinių būta per 30% – net be sekų, jei prijungtume sekas, tuomet procentas išaugtų iki 44. Šie uždaviniai mokiniams būna patrauklūs, atrodo ganėtinai lengvi. Daug skaičių teorijos uždavinių ir antrajame etape. Trečiajame etape tokių uždavinių gerokai sumažėja.

Vien tik skaičių teorijos uždaviniai sudaro 15% visų matematinio pobūdžio informatikos olimpiadų uždavinių, iš jų net 36% duoti pirmame etape.

Sekos taip pat dažna olimpiados uždavinių tema. Iš viso tarp nagrinėjamų uždavinių pateikta 27 uždaviniai su sekomis, t.y., jie sudaro 17% visų informatikos olimpiadinių uždavinių.

Skaičių teorijos uždaviniams spręsti dažniausiai reikėjo taikyti mokyklinės matematikos metodus ar remtis skaičių savybėmis: skaidyti dauginamaisiais natūraliojo skaičiaus faktorialą (skaidomas ne jis pats, o jį sudarantys dauginamieji), remtis Eroto-steno rėčio metodu, ieškoti skaičiaus daliklių, ieškoti mažiausiojo bendro kartotinio ir



2 pav. Grafų uždavinių pasiskirstymas olimpiadose.

didžiausiojo bendro daliklio, taikyti Euklido algoritmą, Pitagoro trejeto savybes, atlikti veiksmus su skaičiais įvairiose skaičiavimo sistemose.

2.3. Optimizavimo uždaviniai

Optimizavimo uždavinių Lietuvos informatikos olimpiadose nėra daug. Tačiau jie gana įdomūs. Šie uždaviniai sudaro 6% visų matematinių žinių reikalaujančių uždavinių informatikos olimpiadose. Ištyrus šiuos uždavinius pagal etapus nustatyta, kad jie pasiskirstę maždaug po lygiai.

Olimpiadų optimizavimo uždaviniuose buvo ieškomi optimalūs keliai, naudojami geometrinio trumpiausio atstumo nuo taško iki tiesės, atkarpos radimo metodais, taip pat ieškoma optimalumo finansų matematikos uždaviniuose (naudojamas godusis algoritmas).

2.4. Geometrija – dėmesys planimetrijai

Lietuvos moksleivių informatikos olimpiadų geometriniai uždaviniai išsiskiria tuo, kad ne mažą jų dalis (25%) yra sprendžiami langeliais padalintoje lentoje, t.y., priešingai nei daugelyje matematikos uždavinių, ploto, ilgio vienetais išreikšti naudojami tik natūralieji skaičiai. Taip pat ir uždaviniuose, sprendžiamuose koordinatinių metodų, naudojamos tik sveikųjų skaičių koordinatės.

Apibendrinant šiuos uždavinius galima išskirti pagrindinius metodus: 1) trikampio nelygybės taikymas, tikrinant ar galimi tokie trikampiai; 2) iškilio daugiakampio savybių pritaikymas; 3) metodai, kuriais nustatoma tiesių tarpusavio padėtis, taško padėtis tiesės atžvilgiu ir pan.

2.5. Kombinatorika

Kombinatorika – tai matematikos skyrius, nagrinėjantis būdus apskaičiuoti įvairių junginių (kombinacijų) skaičių: perstatinių, gretinių, derinių, tam tikromis sąlygomis sudaromų iš duotųjų elementų. Jeigu olimpiadų uždavinius nagrinėsime tik šiuo aspektu, t.y., kombinatoriniais laikysim tuos uždavinius, kuriuose prašoma apskaičiuoti, kiek yra kombinacijų (o ne pvz.: kokios jos gali būti), tai tokie uždaviniai sudarys 9% matematinių uždavinių.

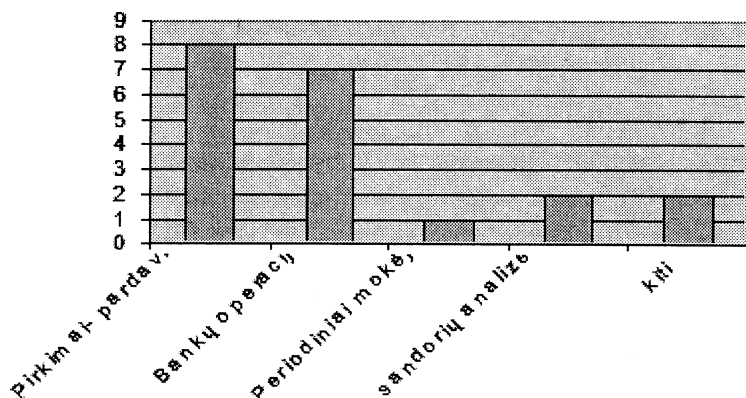
Išanalizavus uždavinius pagal etapus reikėtų išskirti III etapą – jame pateikta net 71% kombinatorinių uždavinių.

Apibendrinant kombinatorinius uždavinius galima išskirti pora vyraujančių metodų: 1) kombinacijų skaičiavimas, perrenkant visus galimus duomenų derinius; 2) kombinacijų skaičiavimas, naudojantis natūralių skaičių dalumo savybėmis.

2.6. Finansų matematika

Analizuojant uždavinius pastebėta, kad tokio tipo uždavinių daugiausia pateikiama III etape (net 8 uždavinių iš 14), tuo tarpu I ir II – po keturis. Be to, galima pastebėti, kad daugiau tokių uždavinių skiriama jaunesnio amžiaus grupei (70% visų skirstomų pagal amžių uždavinių), vyresniojo amžiaus – tik 30% uždavinių.

Pagrindiniai metodai šiuose uždaviniuose: procentų skaičiavimas, grafų teorijos taikymas, balanso suvedimo metodas (pvz., atsiskaitymas skolomis).



3 pav. Finansų matematikos uždavinių tipai informatikos olimpiadose.

3. Padėka

Autorė nuoširdžiai dėkoja Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakulteto IV kurso studentei Laurai Šlenderytei, kruopščiai nagrinėjusiai Lietuvos informatikos olimpiadų uždavinius ir pateikusiai pasiūlymų jų klasifikacijai sudaryti.

4. Išvados

Išnagrinėti dvylikos nacionalinių informatikos olimpiadų uždaviniai (apie 300). Nustatyta, kad pusė jų sudaro matematinio pobūdžio uždaviniai. Didžiausia dalis jų susiję su grafų teorija, ypač tai būdinga III etapui. Nemažai uždavinių skirta įvairiems skaičių teorijos skyriams, jie nesudėtingi, paprastai formuluojami, mėgstama duoti pirmuose etapuose.

Taigi ruošiant mokinius informatikos olimpiadoms didelį dėmesį reikia skirti straipsnyje išvardytoms matematikos sritims, kurių svarbiausiai – grafai ir jų taikymai. Gaila, tačiau į mokyklinį netgi sustiprintą matematikos kursą ši tema neįeina.

Literatūra

1. J. Blonskis, V. Dagiėnė, K. Plukas, Olimpiadinių uždavinių analizė moksleivių ir ekspertų požiūriu, *Liet. matem. rink.*, **43** (spec. nr.), 194–198 (2003).
2. V. Dagiėnė, Moksleivių informatikos olimpiados: tikslai ir organizavimo principai, in: *Fizikos, matematikos ir informatikos mokymas reformuojamoje mokykloje*, Šiauliai (1997), pp. 13–17.
3. V. Dagiėnė, J. Skūpienė, Algoritmavimo uždavinių sprendimo metodų ir sudėtingumo analizė Lietuvos informatikos olimpiadose, *Liet. matem. rink.*, **43** (spec. nr.), 209–214 (2003).
4. V. Dagiėnė, J. Skūpienė, *Moksleivių informatikos olimpiadų uždaviniai*, I ir II dalys, TEV, Vilnius, (1999, 2001).
5. D. Ginat, Seeking or skipping regularities? Novice tendencies and the role of invariants, *Informatics in Education*, **2**, 211–222 (2003).
6. G. Grigas, Informatikos olimpiadų darbų analizė programavimo stiliaus požiūriu, *Kompiuterininkų dienos '95*, Žara, Vilnius (1995), pp. 157–159.

7. G. Grigas, Investigation of the relationship between program correctness and programming style, *Informatica*, **6**(3), 265–276 (1995).
8. G. Horwath, T. Verhoeff, Finding the media under IOI conditions, *Informatics in Education*, **1**, 73–94 (2002).
9. *Lietuvos moksleivių informatikos olimpiados*.
Adresas internete: <http://aldona.mii.lt/pms/olimp>
10. L. Šlenderytė, *Matematiniai metodai informatikos olimpiadų uždaviniuose*, Bakalaurinis darbas, Vilniaus universitetas (2004) (rankraštis).

SUMMARY

V. Dagienė. Olympiads in informatics: problems from the mathematical approach

The paper deals with the problems delivered at the National Olympiads in Informatics from the mathematical approach. Over 300 of problems have been analyzed, they were classified, and statistical analysis of each group was submitted. It was found that in Lithuanian Olympiads in Informatics the problems bound with graphs dominates. These problems usually are solved implementing different kind of methods.

Keywords: algorithmical problems, programming teaching, olympiads in informatics.