

Lengvųjų automobilių stabdymo parametrų vertinimas

Marijus RADAVIČIUS (MII), Saulius NAGURNAS (VGTU)

el. paštas: mrad@ktl.mii.lt, saunag@ti.vtu.lt

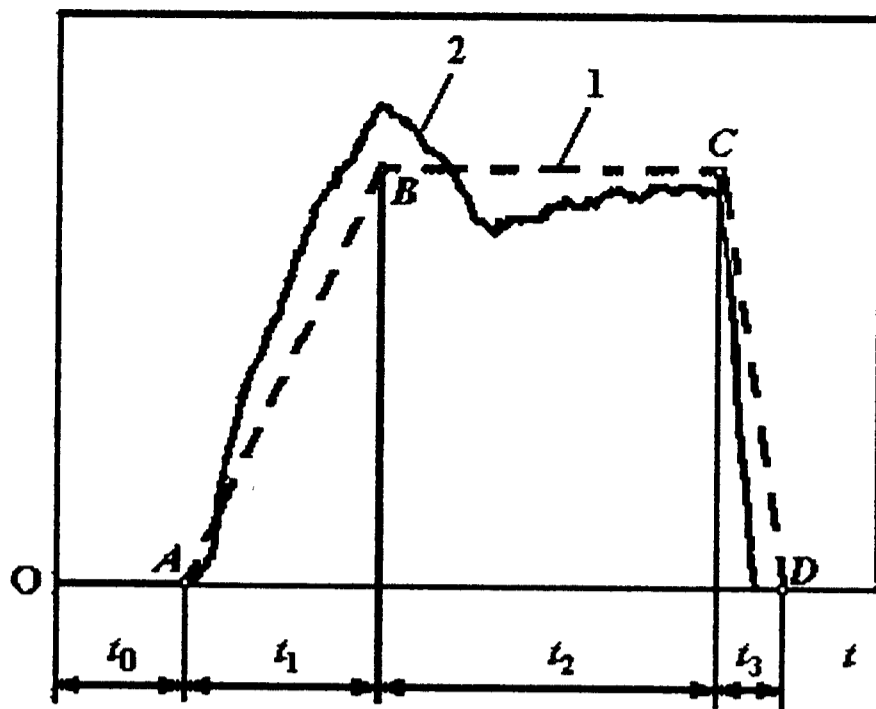
1. Įvadas

Autoįvykių tyrimo metu dažni atvejai, kuomet nepavyksta reikiamu tikslumu nustatyti vieno ar kitų automobilio judėjimo parametrų reikšmių (pvz., stabdymo kelio, automobilio judėjimo greičio ir pan.), reikalingų skaičiuojant ir atstatant autoįvykio mechanizmą. Autoįvykis - sudėtingas procesas, įtakojamas daugelio veiksnių, skirtingų savo veikimo pobūdžiu, intensyvumu ir trukme. Daugelis veiksnių tarpusavyje susiję sudėtingomis priklausomybėmis, kurias neįmanoma nei pilnai aprašyti nei tiksliai įvertinti. Autotechninėje ekspertizėje naudojamos matematinės lygtys, siejančios daugelį dydžių, yra tik realios situacijos idealizacija, kuri modeliuoja tik pagrindinius žinomus sąryšius ir neatsižvelgia į nežinomus, silpnus ir atsitiktinius faktorius. Dėl to labai svarbu žinoti, kokiose ribose galima garantuoti galutinę bendro skaičiavimo rezultato reikšmę. Viena svarbiausių užduočių, tiriant autoįvyki, yra automobilio stabdymo kelio nustatymas. Jo vertinimo tikslumą šiame straipsnyje ir aptarsime. Transporto priemonės judėjimo analizei dažniausiai yra naudojami determinuoti matematiniai modeliai. Tačiau tuomet sudėtinga nustatyti automobilio parametrų ir jo judėjimo aprašymo netikslumų įtaką apskaičiuotoms ieškomų dydžių reikšmėms. Vienas iš galimų čio uždavinio sprendimo būdų būtų priimti, kad modelio parametrai yra atsitiktiniai dydžiai ir formulių, naudojamų ieškomų dydžių reikšmėms apskaičiuoti, tikslumo analizei taikyti statistinius metodus. Nagrinėjant automobilio stabdymo kelio skaičiavimų netikslumus remiamasi įvairiais metodais ir modeliais: ribinių reikšmių, Lagranžo baigtinių pokyčių (pilno diferencialo), tikimybinio, Monte–Karlo; modeliavimu stochastiniais procesais ir kt.

2. Stabdymo kelio vertinimo problema

Tyrimo objektas. Darbe tiriamas paprasčiausias lengvojo automobilio stabdymo atvejis, kuomet jis važiuoja lygiu, horizontaliu keliu. Stabdymo eigą geriausiai aprašo išilginio stabdymo lėtėjimo pagreičio kitimas laike (žr. 1 pav.).

Pradiniu momentu (taškas O) (1 pav.) automobilio, judėjusio tam tikru pradiniu greičiu v , vairuotojas pastebi kliūtį ir priima sprendimą stabdyti, perkelia koją ant stabdžių pedalo (tai – vairuotojo reakcijos laikas) ir ją spaudžia, tačiau greitis pradeda mažėti ne iš karto, o po tam tikro laiko, vadinamo stabdžių pavaros vėlavimo arba stabdžių suveikimo laiku (1 pav., laikas t_0). Šios stabdymo fazės įtakos automobilio sustojimo keliui tyrimas yra atskiras uždavinys [2], kuris šiame darbe nenagrinėjamas.



1 pav. Automobilio stabdymo diagrama: 1 – teorinė, 2 – gauta eksperimento metu.

Darbe tiriamas automobilio *stabdymo kelio* ilgis. Tai yra atstumas, kurią nuvažiuoja automobilis nuo pagreičio lėtėjimo pradžios iki sustojimo (1 pav., atkarpa AD). Siekiant supaprastinti skaičiavimus, dažnai priimama [2], kad skaičiuojamojoje automobilio stabdymo diagramoje lėtėjimo kreivė iš pradžių kyla pagal tiesę (atkarpa AB, laikas t_1 vadinamas *lėtėjimo pagreičio augimo laiku*), po to, pasiekusi tam tikrą reikšmę, kada automobilio ratai pradeda slysti, tampa pastovia arba iš lėto tiesiškai didėja (atkarpa BC, laikas t_2 vadinamas *pilno stabdymo laiku*) ir gale staigiai tiesiškai, (beveik) statmenai t ašiai sumažėja iki 0 (atkarpa CD, laikas t_3 vadinamas *atstabdymo laiku*). Toks lėtėjimo pagreičio kreivės struktūrizavimas leidžia išskirti ir ištirti esminius stabdymo proceso elementus, kurie gali įtakoti stabdymo kelią, ir tuo būdu formalizuoti uždavinį.

Uždavinio formulavimas. Tarkime, kad stabdymo pradžios momentas yra $t = 0$, v yra automobilio judėjimo greitis tuo momentu, $T = T(v)$ yra atitinkamas sustojimo laikas. Lėtėjimo pagreičio kitimo trajektoriją intervale $[0, T]$ natūralu traktuoti kaip atsitiktinį procesą $Y(t)$, $0 \leq t \leq T$, $V = V(t)$ ir $S = S(t)$ yra atitinkamai automobilio greitis ir nuo stabdymo pradžios nuvažiuotas kelias momentu t . Tuomet

$$V(t) = v - \int_0^t Y(s) ds, \quad (1)$$

$$S(t) = vt - \int_0^t ds \int_0^s Y(l) dl = V(t)t + \int_0^t sY(s) ds, \quad t \in [0, T], \quad (2)$$

ir teisingos lygybės

$$V(T) = 0, \quad S_v := S(T) = \int_0^T sY(s) ds. \quad (3)$$

Čia S_v žymi stabdymo kelią, esant pradiniam judėjimo greičiui v . Uždavinys yra, žinant pradinio greičio v reikšmę, kuo tiksliau prognozuoti (nuspėti) atsitiktinio dydžio S_v reikšmę ir įvertinti tos prognozės vidutinę paklaidą. Kadangi procesas Y yra atsitiktinis ir be to dar pats priklauso nuo v , tai be papildomų prielaidų konstruktyviai šio

uždavinio išspręsti nepavyksta. Jam spręsti yra taikomi įvairūs metodai, dauguma iš jų remiasi aukščiau aprašyta lėtėjimo pagreičio kreivės linearizacija (žr. 1 pav.).

Trumpa paklaidų vertinimo metodų apžvalga. Pažymėkime $T_j = t_1 + \dots + t_j$, $j = 1, 2, 3$, $T_0 = 0$. Laikant, kad pagreitis $Y(t) \equiv a$, $t_1 \leq t \leq T_2$, $t_3 = 0$, o t_1 yra pakankamai mažas palyginus su t_2 , gauname tokią stabdymo kelio S_v aproksimaciją:

$$S_v \approx \frac{1}{2} \left(vt_1 + \frac{v^2}{2a} \right). \quad (4)$$

Pilno stabdymo atkarpoje BC pastovų pagreitį a galima išreikšti formule $a = g\varphi$, kur g yra laisvojo kritimo pagreitis, o φ yra (vidutinė) sukibimo koeficiento tarp rato ir kelio dangos reikšmė. Iš eksperimentinių duomenų įvertinus atskirų judėjimo parametrų vidurkį bei standartinę nuokrypį ir pritaikius „ 3σ taisyklę“, gauname, pavyzdžiui, tokias nelygybes [6]:

$$\frac{v^2}{2g(\bar{\varphi} + 3\sigma)} \leq S_v \leq \frac{v^2}{2g(\bar{\varphi} - 3\sigma)}. \quad (5)$$

Čia paprastumo dėlei laikoma, kad $t_1 = 0$, o $\bar{\varphi}$ ir σ yra sukibimo koeficiento φ atitinkamai vidurkio ir standartinio nuokrypio įvertiniai. Yra išvestos ir sudėtingesnės formulės, kurios naudoja ir sukibimo koeficiento (stabdymo pagreičio) atsitiktinių svyravimų, laikomų stacionariu atsitiktiniu procesu, koreliacinės funkcijos parametrų įverčius [6].

M.Guzek [3] pateikia tokią tiesiaieigio stabdymo, traktuojamo kaip tam tikras stochastinis procesas, analizę. Stabdymo procesas nagrinėjamas tik nusistovėjusio lėtėjimo fazėje, $t \in [t_1, T_2]$ (žr. 1 pav.). Laikoma, kad stabdymo pagreitis Y yra tiesinio trendo ir stacionaraus atsitiktinio proceso $\varepsilon(t)$ suma:

$$Y(t) = a_2 + b_2(t - T_2) + \varepsilon(t), \quad t \in [t_1, T_2]. \quad (6)$$

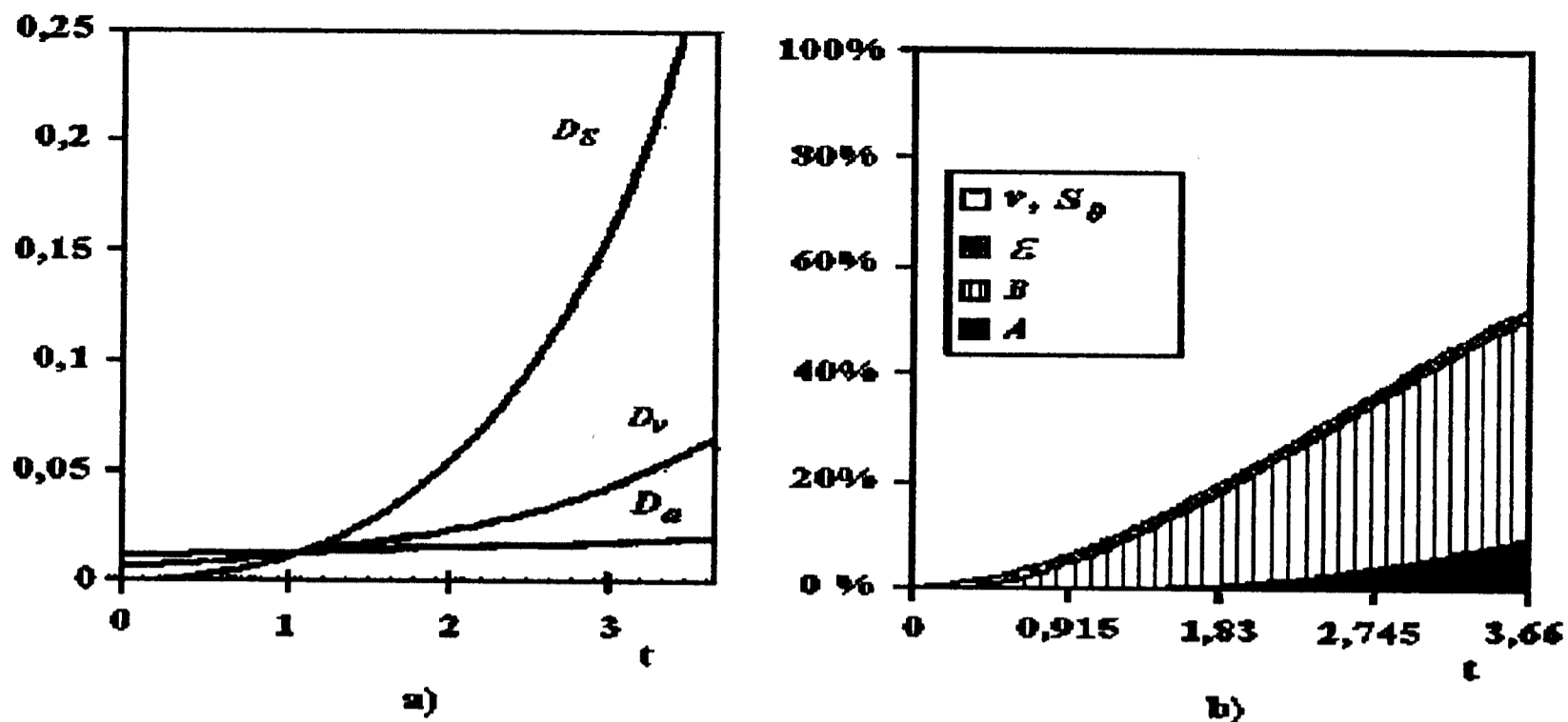
Trendo parametrai a_2 ir b_2 , o taip pat nuvažiuotas kelias iki pilno stabdymo pradžios S_0 ir pradinis greitis v laikomi atsitiktiniais dydžiais, turinčiais (pavyzdžiui) normalųjį skirstinį. Žinant a_2 , b_2 , S_0 , v ir atsitiktinio proceso ε tikimybinės charakteristikas (jų statistinius įverčius) galima įvertinti ir stabdymo kelio, jo trukmės ir kitų dominančių dydžių vidutinės paklaidas. Iš [3] pateiktų statistinės experimentinių duomenų analizės rezultatų matyti (žr. 2 pav. (a) ir (b)), kad, nepaisant žymios proceso ε įtakos pagreičio dispersijai, jo įtaka greičio ir kelio dispersijoms yra maža (neviršija 2 %).

Stabdymo kelio paklaidas siūloma skaičiuoti ir Lagranžo baigtinių pokyčių formule [4]. Jeigu S_v yra skaičiuojamas pagal formulę (4) (1), ir žinomos visų jos dešinėje lygybės pusėje esančių kintamųjų absoliutinės paklaidos Δt_1 , Δv , Δa , tai $S = S_v$ santykinė paklaida apskaičiuojama taip:

$$\frac{\Delta S}{S} = \left| \frac{\partial S}{\partial t_1} \frac{\Delta t_1}{S} \right| + \left| \frac{\partial S}{\partial v} \frac{\Delta v}{S} \right| + \left| \frac{\partial S}{\partial a} \frac{\Delta a}{S} \right|.$$

Stabdymo kelio paklaidoms vertinti taip pat naudojami ir grafiniai būdai [1].

Stabdymo kelio S_v skaičiavimo netikslumams vertinti naudojamų metodų analizė rodo, kad daugelis jų tik apytiksliai aprašo galimų paklaidų intervalą, o tie, kurie



2 pav. (a) Pagreičio, greičio ir kelio dispersijų $D_a = DY(t)$, $D_v = DV(t)$ ir $D_s = DS(t)$ kitimas laike; (b) procentinės dalys, vaizduojančios komponentių v , S_0 , ϵ , $B = b_2$, $A = a_2$ atsitiktinio išsibarstymo įtaką dispersijai D_s .

atsižvelgia į atsitiktinį stabdymo proceso pobūdį, atskiras jo atsitiktines komponentes traktuoja kaip nepriklausomas, dėl ko paprastai gaunamos gana plačios galimų reikšmių ribos, kas riboja jų taikymo galimybes autotechninėse ekspertizėse. Šiame darbe bandyta, remiantis stabdymo eksperimentų duomenimis, tiesiogiai modeliuoti stabdymo kelio ilgio S_v priklausomybę nuo pradinio greičio v , sudarant ir pagrindžiant regresinį modelį, ir jo pagrindu įvertinti S_v prognozės, žinant v , paklaidą.

3. Eksperimentiniai duomenys ir tyrimo metodika

Eksperimentiniai duomenys surinkti, atliekant lengvųjų automobilių tiesiaegio ekstremalaus stabdymo bandymus. Bandymams pasirinkta 13 lengvųjų automobilių, tame tarpe du iš jų su stabdžių antiblokavimo sistema (ABS), kuri pilno stabdymo fazėje neleidžia ratams slysti. Vidutinis tiriamų automobilių amžius – apie 12 metų. Automobiliai buvo stabdomi užmiesčio eismo sąlygomis ant lygios, sausos ir šlapios, asfalto kelio dangos. Bandymai atlikti po 3 kartus kiekvienai iš 3 automobilio judėjimo pradinio greičio v reikšmių: 40, 60 ir 80 km/h (viso 9 bandymai vienam automobiliui). Kiekvienu atveju, pasiekus atitinkamą greitį, buvo staigiai stabdoma (jei automobilis be ABS – ratai užsiblokuodavo), neatleidžiant stabdžių pedalo iki automobilis visiškai sustoja. Bandymo metu buvo kas 0,02 s. matuojamos stabdymo (lėtėjimo) pagreičio $Y(t)$ reikšmės visam stabdymo laikui kilnojamuoju lėtėjimo matavimo prietaisu VZM 100.

Prielaidos. Kaip jau buvo minėta, bendru atveju apie S_v priklausomybę nuo v nieko konkretnesnio pasakyti negalima. Aišku tik, kad didėjant v , S_v taip pat didėja. Žemiau pateiktos prielaidos remiasi preliminaria turimų duomenų analize, kurios metu kiekvienai stebėtai lėtėjimo pagreičio trajektorijai $Y(t)$, $0 \leq t \leq T$, naudojant euristinį algoritmą buvo parenkami 1 pav. pavaizduotos trapecijos ABCD parametrai. Tačiau reikia pabrėžti, kad galutinis tikslas yra ne pačių proceso Y trajektorijų kuo tikslesnė aproksimacija jas parametrizuojant, o S_v priklausomybės nuo v struktūros nustatymas ir jos pagrindimas.

Prielaidos:

- (I) Kaip jau buvo minėta metodų apžvalgoje, vertinant automobilio greitį stabdymo pradžioje v ir stabdymo kelią S_v , stebėtų proceso Y trajektorijų dažnus svyravimus ε , atsirandančius dėl automobilio virpesių ir matavimo paklaidų (formulė (6)), galima ignoruoti. Y trajektorijas pakankamai tiksliai aproksimuoja įgaubta tolydinė atsitiktinė laužtė L su dviem lūžio taškais B ir C (žr. 1 pav.), kuri tenkina lygybes $L(0) = L(T) = 0$.
- (II) Dydžiai $L(T_2)$ ir t_3 nepriklauso nuo v . Tai natūrali prielaida, nes visais atvejais automobilio greitis $V(t) \approx 0$, kai t yra artimas T . Atstabdymo laikas t_3 paprastai (apie 95% atvejų) neviršija 0,2.
- (III) Laužtės L atkarpų

$$L(t) = a_j + b_j(t - T_j), \quad t \in [T_{j-1}, T_j], \quad j = 1, 2, 3, \quad (7)$$

parametrai be laužtės L tolydumo sąlygotų apribojimų tenkina dar tokias sąlygas:

$$t_1 = \alpha + \beta v, \quad (8)$$

atsitiktiniai koeficientai α , β ir b_2 nepriklauso nuo v , jų vidurkiai tenkima nelygybes $0, 1 \leq \mathbf{E}\alpha \leq 0, 3$, $\mathbf{E}|\beta| \leq 0, 006$, $0 \leq \mathbf{E}b_2 \leq 0, 05\mathbf{E}a_2$, o jų variacijos koeficientai neviršija 0,4. Atsitiktiniam dydžiui a_2 galioja nelygybės $6 \leq \mathbf{E}a_2 \leq 8$, variacijos koeficientas mažesnis už 0,1.

Pastaba. Aišku, kad $T_3 = T$ ir $a_3 = 0$. Jie įvesti žymėjimo patogumui.

Stabdymo kelio S_v aproksimacija. Formulėje (1) sutinkamai su prielaida (I) procesą Y keičiame laužte L (7) ir suintegravę gauname $V(t)$ išraišką, kurią įstatome į pirmąją (3) lygtį:

$$v = \gamma_0 + \gamma_1 t_2 + \gamma_2 t_2^2 + \gamma_{01} v + \gamma_{11} t_2 v. \quad (9)$$

Čia raide γ su indeksais pažymėti atsitiktiniai koeficientai, priklausantys tik nuo α , β ir a_j, b_j , $j = 1, 2, 3$. Tai galios ir visiems kitiems graikiškom raidėm žymimiems koeficientams, kuriuos įvesime vėliau. Išsprendę lygtį (9) atžvilgiu v ir pasinaudoję prielaida (III) gauname

$$v = \frac{\gamma_0 + \gamma_1 t_2 + \gamma_2 t_2^2}{1 - \gamma_{01} + \gamma_{11} t_2} = (\tilde{\gamma}_0 + \tilde{\gamma}_1 t_2 + \tilde{\gamma}_2 t_2^2)(1 + \delta_1). \quad (10)$$

Remiantis prielaida (III) atsitiktinio dydžio $|\delta_1|$ vidurkis neturėtų viršyti 0,05. Analogiškai suintegravę $S(t)$ (2) ir įstatę į antrąją (3) lygtį ją galime užrašyti taip:

$$S_v = \frac{a_2 t_2^2}{2} \left(1 + \frac{2t_1}{t_2} + \frac{2t_1^2}{3t_2^2}\right) + \frac{b_2 t_2^3}{6} \left(1 + \frac{3t_1}{t_2} - \frac{2t_1^2}{t_2^2}\right) + \mu_1 T_2 + \mu_0. \quad (11)$$

Iš lygties (10) suradę apytiksliai t_2 išraišką per v ir ją pakeitę t_2 formulėje (11), o taip pat pasinaudoję t_1 išraiška (8) bei prielaida (III) išvedame, kad

$$S_v = (\eta_0 + \eta_1 v + \eta_2 v^2 + \eta_3 v^3)(1 + \delta), \quad (12)$$

kur atsitiktinio dydžio $|\delta|$ vidurkis neturėtų viršyti 0,05. Konkrečios koeficientų η_0, \dots, η_3 išraiškos per α, β ir $a_j, b_j, j = 1, 2, 3$, gana gremėzdiškos ir tolesnei analizei nereikalingos, todėl jų nepateiksime. Svarbi tik šių koeficientų dalykinė interpretacija. Koeficientas η_3 yra apytiksliai proporcingas b_2 ir todėl atspindi sukibimo koeficiento φ priklausomumą nuo greičio. Jeigu φ nuo greičio nepriklauso, koeficientas $\eta_3 = 0$. Koeficiento η_2 pagrindinė dedamoji yra $a_2/2$ ir jos indėlis didėja augant v . η_2 taip pat priklauso nuo β ir sandaugos αb_2 . Koeficientai η_0 ir η_1 gana sudėtingi, bet iš esmės aprašo stabdžių suveikimo ir atstabdymo fazių įtaką stabdymo keliui. Jie lygūs 0, jeigu $t_1 = t_3 = 0$. Trečiasis narys dešinėje lygybės (12) pusėje yra pagrindinis.

Kadangi η_0, \dots, η_3 yra atsitiktiniai koeficientai, nepriklausantys nuo v , tai iš (12) galima padaryti išvadą, kad S_v priklausomybę nuo v , jeigu tik teisingos prielaidos (I)–(III), turėtų gerai apsiraišyti 3-ios eilės polinominės regresijos su heteroskedastiškais paklaidomis modelis. Statistinė analizė iš esmės patvirtino šią išvadą.

4. Statistinės analizės rezultatai

Kiekvienai stebėtai trajektorijai $Y(t)$, $0 \leq t \leq T$, Simpsono skaitinio integravimo metodu buvo apskaičiuotas pradinis greitis v ir stabdymo kelias S_v . Pasirodė, kad tokiu būdu gautos v reikšmės ženkliai skiriasi nuo stabdymo pradžioje užregistruotų spidometro parodymų, kurie dažnai turėjo aiškia sistemine paklaidą. Kaip tai įtakojo S_v prognozę, šiame darbe nenagrinėsime. Taip pat buvo sukurti papildomi kategoriniai kintamieji: kintamasis SLAPIAS, nusakantis sausa ar šlapia buvo asfalto danga, AUTOID, identifikuojantis vieną iš 13 automobilių, bei ABS, charakterizuojantis automobilio stabdymo sistemą (su ABS ar be jos). Statistinė analizė buvo atlikta su SAS procedūra MIXED [5], skirta mišraus bendro tiesinio modelio (mixed general linear model) parinkimui. Šis modelis leidžia aprašyti tiek determinuotų (fixed factors), tiek ir atsitiktinių faktorių (random factors) įtaką aiškinamajam kintamajam ir tokiu būdu įvertinti bendro tiesinio modelio parametrus, kai paklaidos yra koreliuotos (ir heteroskedastiškos). Buvo išbandyti įvairūs modeliai. Neatsitiktinei daliai aprašyti buvo nagrinėtos visos galimos v laipsnių iki 4-osios eilės sąveikos su kategoriniais kintamaisiais. Paklaidų koreliacinės matricos struktūrą visų pirma nusako dvi prielaidos:

- (1) bandymai, atlikti su skirtingais automobiliais yra tarpusavyje nepriklausomi,
- (2) paklaidų dispersija didėja kartu su v .

Kadangi duomenų buvo palyginti nedaug, buvo nagrinėti tik paprasčiausi koreliaciniai modeliai su vienoda koreliacija (compound symmetry) tarp to paties eksperimento skirtingų bandymų. Galutinio modelio parinkimui taikėme Akaike tipo informacinius kriterijus (AIC, AICC, BIC). Paklaidų kovariaciją tarp priklausomų stebėjimų geriausiai aprašė kovariacinė matrica su vienoda skirtingų stebėjimų koreliacija ir dispersijom, priklausančiom nuo pasirinkto greičio (40, 60 ar 80 km/h). Konstruodami S_v prognozės modelį kintamojo AUTOID nenaudojome, jį traktavome kaip atsitiktinį faktorių, nes realiose situacijose jis bus nežinomas. Iš visų stebėjimų labai išsiskyrė bandymų serija su automobiliu AUDI 90 ant šlapio asfalto. Tai aiškinama labai susidėvėjusiom šio automobilio padangom. Šiam atvejui išskirti buvo sukurtas specialus kategorinis kintamasis IA90S.

Parinkto modelio rezultatai pateikiami 1 lentelėje.

1 lentelė

| Pavadinimas | Įvertis | Std. paklaida | l.l. | <i>t</i> -statist. | <i>p</i> reikšmė |
|-------------|----------|---------------|------|--------------------|------------------|
| IA90S | -10,6314 | 1,2385 | 12 | -8,58 | <, 0001 |
| v*IA90S | 0,3631 | 0,03149 | 100 | 11,53 | <, 0001 |
| v*v | 0,006243 | 0,000069 | 100 | 90,25 | <, 0001 |
| v*v*SLAPIAS | 0,000732 | 0,000152 | 100 | 4,81 | <, 0001 |
| v*v*v*ABS | -0,00002 | 1,736E-6 | 100 | -8,75 | <, 0001 |

Iš 1 lentelės matyti, kad tarp aiškinamųjų kintamųjų nėra v laipsnių aukštesnių už 3 bei jų sąveikų su kategoriniais kintamaisiais, kas atitinka (12). Koeficientas prie v^3 , o tuo pačiu ir b_2 , statistiškai reikšmingas tik automobiliams su ABS. Šlapia asfalto danga mažina sukibimo koeficientą, ir todėl natūralu, kad sąveika „v*v*SLAPIAS“ įeina į regresijos lygtį. Dėl nusidėvėjusių padangų automobilis AUDI 90 pradėjo slysti daug anksčiau, ir todėl ženkliai sutrumpėjo laikas t_1 . Tuo ir paaiškinamas dichotominio kintamojo „IA90S“ ir jo sąveikos „v*IA90s“ statistinis reikšmingumas. Parinkto modelio liekanų standartinis nuokrypis yra lygus 0,64, 0,84 ir 1,73 m., kai greitis pagal spidometrą atitinkamai lygus 40, 60 ir 80 km/h; automobiliui be ABS prognozuojamas stabdymo kelias ant suasos asfalto dangos tuomet yra atitinkamai 9,97, 22,44 ir 39,88 m. Atsitiktinė paklaida išskaidoma į dvi dedamąsias: atsitiktinį automobilio ir vairuotojo efektą, kuris sąlygoja koreliaciją tarp pakartotinių bandymų toje pačioje bandymų serijoje, ir grynai atsitiktinę (pure random) paklaidą, kurios reikšmės tarp skirtingų bandymų yra nekoreliuotos. Automobilio ir vairuotojo efekto dispersija sudaro maždaug 44 procentus visos atsitiktinės paklaidos dispersijos.

Literatūra

1. M. Danner, J. Halm, *Technische Analyse von Verkehrsunfaellen*, Eurotax (International) AG (1994).
2. А.И. Гришкевич, *Автомобили: Теория*, Минск, Высшая школа (1986).
3. M. Guzek, Analiza prostoliniowego hamowania samochodu jako procesu stochastycznego. *Zeszyty Naukowe Politechniki Świętokrzyskiej, Mechanika*, 71, 147–156 (2000).
4. M. Guzek, Z. Lozia, Bńdy oceny parametrów prostoliniowego hamowania samochodu, *Zeszyty Naukowe Politechniki Świętokrzyskiej, Mechanika*, 64(II), 69–76 (1998).
5. R.C. Little, W.W. Stroup, R.J. Freund, *SAS for Linear Models*, 4th edition, NC, SAS Institute Inc. (2002).
6. И.К. Пчелин, *Динамика процесса торможения автомобиля*, Автореферфт, Москва, Московский автомобильно-дорожный институт (1984).

SUMMARY

M. Radavičius, S. Nagurnas. Estimation of car braking parameters

In the paper the problem of prediction of car braking distance from its initial speed is considered. Based on the data of braking experiments, a regression model is fitted and validated and the covariance structure of the prediction errors is established.

Keywords: car braking distance, deceleration, general linear mixed model, repeated measures, regression analysis.