

## Baltojo gandro migracijos kompiuterinis modeliavimas

Dominyka GLIOŽERYTĖ (VU), Feliksas IVANAUSKAS (VU, MII)

el. paštas: feliksas.ivanauskas@mif.vu.lt

**Reziumė.** Šio straipsnio tikslas – baltojo gandro migracijos kompiuterinis modeliavimas. Baltųjų gandrų migracijai aprašyti pasiūlyta ir pritaikyta pernešimo lygtis dalinėmis išvestinėmis. Ji leidžia modeliuoti paukščių judėjimą.

Pasirinkus baltojo gandro migravimo maršrutą (straipsnyje remiamasi duomenimis, gautais naudojant palydovinį stebėjimą), pateikiama konkreti pernešimo lygtis ir duotas tokios lygties išvedimo pavyzdys.

*Raktiniai žodžiai:* pernešimo lygtis, kompiuterinis modeliavimas, paukščių migracija, baltasis gandas.

### 1. Įvadas

Paukščių migracijos tyrinėjimas yra aktualus aviacijai (skrydžių saugumas), žmonių sveikatai, žemės ūkiui (infekcinių ligų pernešimas) ir t.t. Pastaruoju metu pradėtas taikyti palydovinis paukščių stebėjimas. Jis leidžia gauti vertingų žinių per trumpesnę laiką ir su mažesniais resursais. Nustatyta, jog prie gandrų nugarų pritvirtinti siūstuvai praktiškai netrukdo skrydžiui [3].

Ornitologai nustatė, kad baltųjų gandrų amžius skrydžio greičio neįtakoja. Svarbesnę įtaką turi vėjas, krituliai [1, 2].

Vidutinė stebimų baltųjų gandrų rudens migracijos trukmė yra  $26,1 \pm 4,9$  dienos, t.y.,  $24,7 \pm 3,8$  dienos be sustojimų, kuomet vidutinis skrydžio greitis buvo  $10,0 \pm 5,9$  km/h [2]. Pavasario migracijos metu vidutinė migracijos trukmė  $49,1 \pm 15,0$  dienos, t.y.,  $36,0 \pm 8,3$  dienos be sustojimų, o vidutinis greitis –  $6,14 \pm 5,6$  km/h. Matome, kad vidutinis greitis yra didesnis rudens nei pavasario migracijos metu.

### 2. Baltojo gandro migravimo modeliavimas

Vienas galimų baltojo gandro migracijos modeliavimo būdų yra naudojant parabolinio (difuzijos–konvekcijos) tipo lygtį

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \underbrace{a \frac{\partial u}{\partial x} + b \frac{\partial u}{\partial y}}_{\text{pernešimo nariai}} + \underbrace{c \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + d \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}}_{\text{difuzijos nariai}}, \quad t > 0, (x, y) \in \Omega. \quad (1)$$

Funkcija  $u(t, x, y)$  aprašo gandrų populiacijos tankį ir apibrėžiama  $u = \frac{\text{gandrų skaičius}}{\text{plotas}} = \frac{N}{\text{km}^2}$ . Pavyzdžiui, Lietuvoje yra apie 50 000 gandrų, o šalies plotas – apie 65 000  $\text{km}^2$  ir apytikslė tankio  $u$  reikšmė bus lygi  $0,7692$  gandro/ $\text{km}^2$ .

$\Omega$  nurodo gandrų populiacijos gyvenamą teritoriją.

Prie (1) lygties pridedame pradinės ir kraštinės sąlygas

$$u(0, x, y) = u_0(x, y), \quad x \in \Omega, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u(t, x, y)}{\partial n} = 0, \quad (x, y) \in \Gamma, \quad (3)$$

čia  $\frac{\partial u}{\partial n}$  yra išvestinė išorinės normalės kryptimi, o  $\Gamma$  – srities  $\Omega$  kontūras.

Nulinė kraštinė sąlyga nurodo, kad gandrai neišskrenda už savo arealo ribos.

Vietoje (3) kraštinės sąlygos galime imti ir sąlygą

$$\frac{\partial u}{\partial n} = -\gamma u, \quad \gamma > 0,$$

kuri nurodo, kad gandrai gali išskristi už arealo teritorijos, čia  $\gamma$  – koeficientas, aprašantis gandrų populiacijos polinkį skristi už įprasto gyvenamojo arealo.

(1) lygtyje koeficientai  $a$  ir  $b$  charakterizuoja judėjimo kryptį, o koeficientai  $c$  ir  $d$  – populiacijos difuziją (išplitimą). Nagrinėjant šią lygtį svarbu išskirti vieną atvejį. Jeigu koeficientai  $c$  ir  $d$  lygūs 0, tuomet (1) lygtis atitinka vieno gandro (gandrų būrio) skrydį. Šiuo atveju pradinė sąlyga

$$u(0, x, y) = \begin{cases} 1, & \text{gandro (būrio) dislokavimo vietoje,} \\ 0, & \text{visur kitur.} \end{cases}$$

Turint migravimo duomenis, galime šią lygtį pritaikyti baltojo gandro migracijos modeliavimui.

### 3. Pernešimo lygties taikymas baltojo gandro migravimo modeliavimui

Pernešimo lygtyje

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial u}{\partial x} + b \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4)$$

koeficientai  $a(x, y, t)$  ir  $b(x, y, t)$  charakterizuoja gandro skridimo kryptį ir greitį ir yra koordinatų  $x$  ir  $y$  ir laiko  $t$  funkcijos.

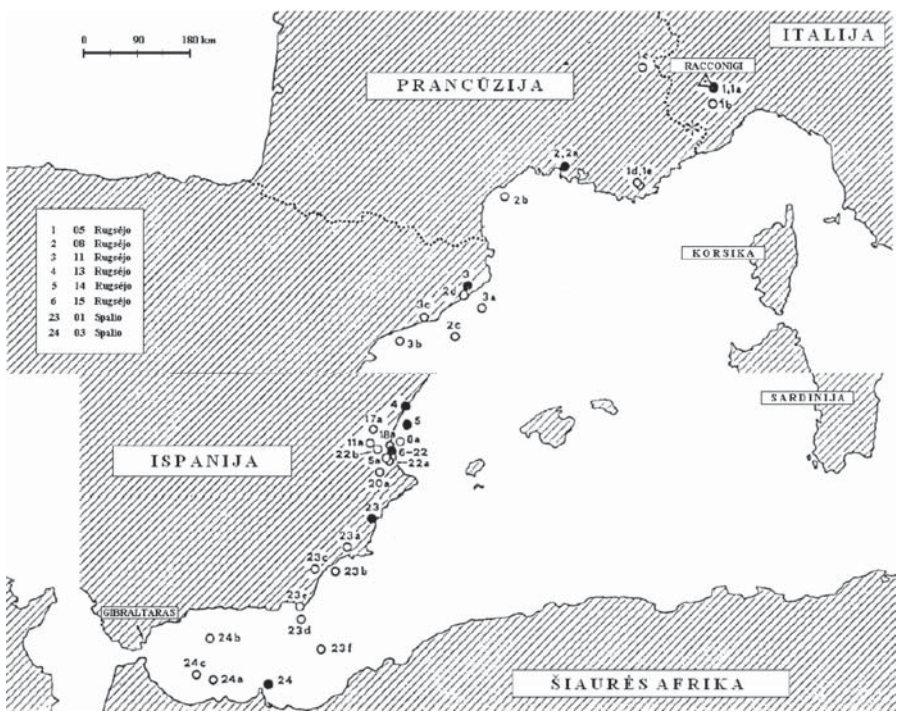
Norėdami apskaičiuoti pernešimo lygties koeficientus, naudosis žemėlapiu [3] (žr. 1 pav.).

Šiame žemėlapyje pažymėti baltojo gandro buvimo taškai yra jų sustojimo taškai. Laikysime, kad tarp sustojimo taškų gandrai skrenda pastoviu greičiu ir koeficientai  $a$  ir  $b$  yra pastovūs tarp šių taškų. Mūsų turimai lygčiai aprašyti reikalingi būtent sustojimo taškai.

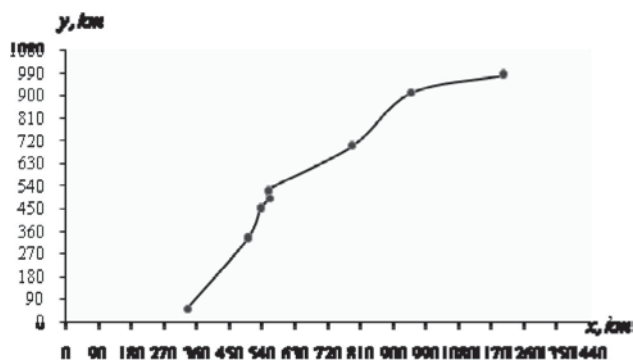
(4) lygties su pastoviais koeficientais  $a$  ir  $b$  sprendinys yra

$$u(t, x, y) = u_0(at + x, bt + y).$$

Mūsų tikslas yra apskaičiuoti koeficientus  $a$  ir  $b$  (juos skaičiuosime tarp sustojimo taškų). Juos ištačius į (4) lygtį, gausime lygtį, aprašančią baltojo gandro skrydį. Šiuos du nežinomus koeficientus galėsime apskaičiuoti remdamiesi lygties sprendiniu



1 pav. Baltojo gandro skrydžio maršrutas.



2 pav. Baltojo gandro skrydžio maršrutas x, y plokštumoje.

$u(t, x, y) = u_0(at + x, bt + y)$  ir pateikto žemėlapiu duomenimis. Prieš atlikdami skaičiavimus apžvelkime pateiktą paukščių migracijos maršrutą bei sustojimo taškus.

Sakysime, kad nagrinėjamoji sritis yra praktiškai plokščias ir žemėlapyje pažymėtus baltojo gandro sustojimo taškus perkeliame į plokštumą  $x, y$  (žr. 2 pav.). Mūsų tikslas yra pagal maršruto taškus nustatyti baltojo gandro judėjimo lygtį tarp šių taškų.

1 lentelė. Baltojo gandro sustojimo taškų koordinatės ir datos

Taškas	Taško x koord.	Taško y koord.	Taškas (x; y)	Laiko momentas
<b>1</b>	1200	1058	<b>1</b> (1200; 980)	rugsėjo 5 d.
<b>2</b>	946	928	<b>2</b> (946; 910)	rugsėjo 8 d.
<b>3</b>	785	723	<b>3</b> (785; 700)	rugsėjo 11 d.
<b>4</b>	555	523	<b>4</b> (555; 523)	rugsėjo 13 d.
<b>5</b>	559	492	<b>5</b> (559; 492)	rugsėjo 14 d.
<b>6</b>	535	447	<b>6</b> (535; 447)	rugsėjo 15 d.
<b>7</b>	500	330	<b>7</b> (500; 330)	spalio 1 d.
<b>8</b>	335	50	<b>8</b> (335; 50)	spalio 3 d.

2 lentelė. Pernešimo lygties pavidalas tarp sustojimo taškų

Kraštiniai taškai	Taškų koordinatės	Reikšmė a	Reikšmė b	Galutinė lygtis
1–2	<b>1</b> (1200; 980) / <b>2</b> (946; 910)	–84	$-23\frac{1}{3}$	$\frac{\partial u}{\partial t} = -84\frac{2}{3} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - 23\frac{1}{3} \cdot \frac{\partial u}{\partial y}$
2–3	<b>2</b> (946; 910) / <b>3</b> (785; 700)	–53	–70	$\frac{\partial u}{\partial t} = -53\frac{2}{3} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - 70 \cdot \frac{\partial u}{\partial y}$
3–4	<b>3</b> (785; 700) / <b>4</b> (555; 523)	–115	$88\frac{1}{2}$	$\frac{\partial u}{\partial t} = -115 \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - 88\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial u}{\partial y}$
4–5	<b>4</b> (555; 523) / <b>5</b> (559; 492)	4	–31	$\frac{\partial u}{\partial t} = 4 \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - 31 \cdot \frac{\partial u}{\partial y}$
5–6	<b>5</b> (559; 492) / <b>6</b> (535; 447)	–24	–45	$\frac{\partial u}{\partial t} = -24 \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - 45 \cdot \frac{\partial u}{\partial y}$
6–7	<b>6</b> (535; 447) / <b>7</b> (500; 330)	$-2\frac{19}{16}$	$-9\frac{3}{4}$	$\frac{\partial u}{\partial t} = -2\frac{19}{16} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - 9\frac{3}{4} \cdot \frac{\partial u}{\partial y}$
7–8	<b>7</b> (500; 330) / <b>8</b> (335; 50)	–82	–140	$\frac{\partial u}{\partial t} = -82\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - 140 \cdot \frac{\partial u}{\partial y}$

Remdamiesi žemėlapyje duotu masteliu (1 cm = 90 km) apskaičiuojame koordinates  $x$  ir  $y$  (1 lentelė).

Remdamiesi šiais duomenimis ir prielaida, kad gandrai tarp sustojimo taškų skrenda pastoviu greičiu apskaičiuojame koeficientus  $a(x, y, t)$  ir  $b(x, y, t)$ , kurie pateikiami 2 lentelėje.

### Išvados

Darbe pasiūlyta pernešimo lygtis baltojo gandro migracijai aprašyti. Remiantis palydovinio stebėjimo medžiaga yra apskaičiuoti pernešimo lygties koeficientai, kurie yra laiko ir koordinatinių funkcijos.

### Literatūra

1. N. Chernetsov, P. Berthold, U. Querner, Migratory orientation of first-year white storks (*Ciconia ciconia*): inherited information and social interactions, *Journal of Experimental Biology*, **207**, 937–943 (2004).
2. J. Shamoun-Baranes, A. Baharad, P. Alpert, P. Berthold, Y. Yom-Tov, Y. Dvir, Y. Leshem, The effect of wind, season and latitude on the migration speed of white storks *Ciconia ciconia*, along the eastern migration route, *Journal of Avian Biology*, **34**, 97–104 (2003).

3. F. Papia, M. Apollonia, B. Vaschettib, S. Benvenuti, *Satelite Tracking of a White Stork from Italy to Morocco*

## SUMMARY

***D. Gliozerytė, F. Ivanauskas. Modelling and visualization of the White Stork's migration***

The aim of this article is to present a computational modelling of the White Stork's migration. The transfer equation is proposed and applied to describe the migration of White Stork.

*Keywords:* transfer equation, computational modelling, birds migration, white stork.