Lietuvos matematikos rinkinys, 2019
Lietuvos matematikų draugijos darbai, serija B
https://doi.org/10.15388/LMR.B.2019.15230

ISSN 0132-2818
eISSN 2335-898X
60 tomas, 20–27

Apie lengvus pafilosofavimus sprendžiant dar lengvesnius neblogus geometrijos uždavinius

Romualdas Kašuba, Edmundas Mazėtis

Vilniaus Universitetas, Matematikos institutas
Naugarduko g. 24, LT-03225 Vilnius
E. paštas: Romualdas.kasuba@mif.vu.lt, edmundas.mazetis@mif.vu.lt

Santrauka. Geometrijos uždaviniai yra svarbi mąstymo, vaizduotės ir kitų vertingų kompetencijų ugdymo priemonė, bet jų sprendimas net ir gabiausiems mokiniams bei studentams sukelia nemažai sunkumų. Nėra kažkokių bendrų metodų, kurie padėtų išspręsti kiekvieną arba beveik kiekvieną geometrijos uždavinį. Straipsnio autoriai dalijasi savo ilgamete patirtimi apie geometrinių uždavinių sprendimo būdus, kai išmintingai sprendžiant sunkūs uždaviniai staiga tampa ne tokie sunkūs.

Raktiniai žodžiai: geometrijos uždaviniai, uždavinių sprendimo prieinamumas, sprendimo strategija ir uždavinio platesnis kontekstas.

Kas yra tie vadinamieji pafilosofavimai sprendžiant geometrijos uždavinius. Kas yra tas vadinamasis pafilosofavimas apskritai? Juk apie filosofiją yra prirašytos ir dabar dar yra teberašomos ištisos knygos. Buvo toks laikas, kai ir pati matematika apskritai buvo vadinama matematika be formulių.

Pačia kasdieniškiausia prasme pafilosofavimas būtų tokios netrivialios mintys, kurios iškyla kažką darant, kurios yra susijusios su tuo, kas yra daroma ir kurios gali būti vertingos susidūrus su kažkokiais kitais panašias uždaviniais. Galima būtų sakyti, kad tai yra „apibendrinta“ patirtis.

Kartais toji vadinamoji apibendrinta patirtis užrašyta žodžiais atrodo taip paprastai, kad ne iš karto ją galėtume pripažinti kokiu nors išminties krisleliu. Bet neskubėkime spręsti kategoriškai, o prisiminkime tai, kad ir Dirichle principas paprasčiausiais atvejais regisi tokiu teiginiu, už kurį sunku bent išgalvoti ką nors labiau kasdieniško – jūs tik paklausykite žodžių apie tai, jog jeigu ant dviejų šakų noksta trys obuoliai, tai ant vienos kurios nors šakos noksta tikrai daugiau negu vienas obuolys. Jeigu Jūs pasakytumėte, jog tai akivaizdu, tai Jūs būtumėte teisūs.

Tačiau dalyko akivaizdumas visai neprieštarauja jo efektyvumui arba jo pritaikymo spektro platumui. Kažkiek panašiai yra ir su pafilosofavimais apie geometrijos uždavinių sprendimo filosofiją. Sunku būtų ką nors iki širdies gelmių nustebinti patarimu arba pafilosofavimu apie tai, kas darytina susidūrus su geometriniu uždaviniu. Juk visi žino, kad tada pirmiausiai patartina būtų pasidaryti brėžinį – kas per uždavinys, jeigu jam net brėžinys nereikalingas. O kas yra brėžinys?

Brėžinys sprendžiant uždavinį yra „viskas“ ir todėl jo svarba sprendžiant geometrijos uždavinį nedaug nusileidžia nuotakos vestuvių suknelės gražybei per vestuves. Nuo brėžinio kylama „į uždavinio gelmes“. Turime uždavinį, pasidarėme brėžinį ir tada, kaip yra prieš daugelį metų tekę girdėti iš įžymiojo Latvijos matematiko ir matematikos švietėjo Agnio Andžanso, pirmiausiai reikia į jį atidžiai įsižiūrėti.

Pasakyti atidžiai įsižiūrėti yra abstraktu ir Jūs galėtumėte (ir turėtumėte) paklausti, ką tai galėtų konkrečiai reikšti arba į ką pirmiausiai „žiūrėti“?

Sakysime, jūs turite brėžinį. Brėžinyje jūs esate pasižymėję kažkiek taškų, nusibrėžę atkarpų, jame atsiranda trikampių, kartais net ir keturkampių, apskritimų – o pasitaiko ir sudėtingesnių darinių.

Taigi buvo patarta turint kokią nors atkarpą, sakykime, atkarpą AB „prie” progos pasvarstyti, gal tame brėžinyje yra ir kitų taškų, atstumas tarp kurių irgi yra toks pats, kaip ir atstumas AB.

Panašiai buvo patarta elgtis ir turint kampą ABC – tada buvo patarta pasvarstyti, ar mūsų sudarytame uždavinio modelyje – brėžinyje – yra dar ir kitas (ar ir dar kitas) tokio paties didumo kampas.

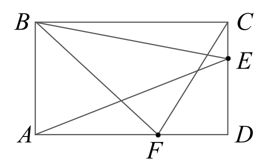
Panašiai yra ir su brėžinyje esančiais trikampiais ar jų plotais.

Toliau turint brėžinį – panašiai kaip ir turint kokią teoriją – labai svarbu yra ją plėtoti. Kas būtų brėžinio plėtotė? Elementariausias uždavinio plėtotės elementas yra pasirinkti kokius nors du taškus ir sujungti juos atkarpa – paprastai sakant – atsakyti į klausimą, kokią atkarpą pirmiausiai vertėtų išvesti mūsų turimame brėžinyje. Atskiru atveju galima dar pratęsti kokią nors jau turimą atkarpą.

Norėtume pakartoti, jog tuo ką čia pasakėme, sunku nustebinti, bet patikėkite, kad tai neretai yra pagrindinė uždavinio sėkmingo sprendimo prielaida.

Pasižiūrėkime, kaip mūsų išsakytos mintys veikia praktikoje, nagrinėdami nesunkius geometrijos uždavinius [1, 2, 3].

Imkime bet kokį stačiakampį $ABCD$ ir jo kraštinėse CD ir AD atitinkamai pažymėję bet kokius taškus E ir F (1 *pav.*). *Stačiakampio viduje turime du vienodo ploto* (*kodėl?*) *trikampius ABE ir BCF. Šie trikampiai stačiakampį $ABCD$ suskaido į* 8 *sritis –* 6 *iš jų yra trikampiai, o kitos* 2 *– keturkampiai* (*žiūrėkite* 1 *pav.*)

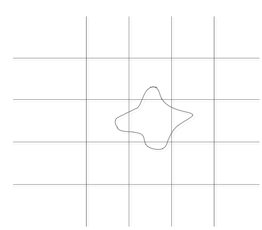


1 pav.

Iš tų 8 *daugiakampių* 3 (*du trikampiai ir keturkampis*) *yra tokie, kurių nedengia nei vienas iš paminėtųjų trikampių ABE ir BCF. Kokio ketvirtojo skaidinio daugiakampio plotą galėtume sužinoti žinodami tų trijų trikampiais ABE ir BCF nedengtų sričių plotus?*

Uždavinys jau iš karto yra prieinamas tvarkingam sprendėjui, arba tokiam, kuris atidžiai perskaitė uždavinio sąlygą ir suprato, kad kiekvienas trikampis ABE ir BCF sudaro pusę pradinio stačiakampio $ABCD$ ploto – todėl jų plotai yra lygūs.

Todėl tvarkingai surašę kad tada tų trikampių plotų suma yra lygi viso stačiakampio plotui gautume, kad tų trijų trikampiais nedengtų plotų suma yra lygi antrojo dvigubai dengtojo skaidinio keturkampio plotui.


2 pav.

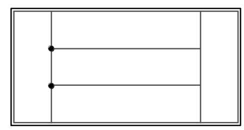
Petriukas sprendė aritmetikos uždavinį sąsiuvinyje stambiais langeliais, kurių kraštinės ilgis yra 1 *cm ir, rašydamas parkeriu, paliko rašalo dėmę, kurios plotas yra didesnis negu* 1 *kvadratinis centimetras* (*žiūrėkite* 2 *pav.*).

Kaip galima būtų jį įtikinti tuo, kad jo paliktoje rašalo dėmėje tikrai rasis du tokie taškai, atstumas tarp kurių yra lygiai 1 *cm.*

Įrodymui gana būtų sukarpyti dėmę langeliais ir „sustumti“ viską į vieną langelį. Jeigu tai, kas sustumta, neturi bendrų taškų, tai tas kertasi su paskelbta tiesa apie bendrą už 1 kvadratinį centimetrą didesnį tos dėmės plotą, o jeigu sustumtieji fragmentai kertasi, tai tada taip tokie du paieškomi taškai ir atsiranda.

Tai yra labai panašu į labai gerai girdėtą žinomą ir gražų galvosūkį apie tai, jog žinodami, kad jūros ir vandenynai yra užlieję daugiau negu pusę žemės paviršiaus, galime būti tikri, jog galima pradurti žemę per jos centrą taip, kad abu galai „išlįstų vandenin".

Mintis keliančių geometrinių uždavinių galima rasti ir šių metų Lietuvos pradinių klasių mokinių olimpiadoje. *Štai ketvirtokams buvo pasiūlytas toks iš penkių vienodų mažų stačiakampių sudėtas dideli stačiakampis* (*žiūrėkite* 3 *pav.*).



3 pav.

Matydami, kaip tas didelis stačiakampis yra sudėtas iš tų mažų vienodų stačiakampių ir žinodami to didžiojo stačiakampio perimetrą 224, *ar galėtume kaip nors sužinoti to mažojo stačiakampio plotą?*

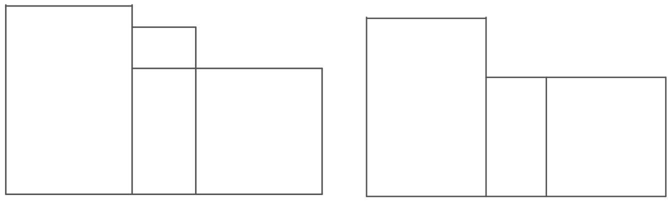
Jeigu susikarpytume kokį nors mažąjį stačiakampį į „ilgius“ ir „pločius“, tai netruktume sumoti, kad iškloti kelią aplink gautąjį didįjį stačiakampį reikėtų lygiai 4 tokių „ilgių“ ir vėl taip pat lygiai 4 „pločių“. Vadinasi, du ilgiai ir du pločiai (o tai vieno mažojo stačiakampio perimetras) yra 224.

Dar kitas žvilgsnis į pateiktą konstrukciją neša mintį, kad čia ilgis yra trys pločiai. Todėl apeiti aplink mažąjį stačiakampį būtų tiek pat kaip sukarti 8 „pločius“. Todėl vienas „plotis" yra $224 : 8 = 28$, o tada vienas ilgis – $28 \cdot 3 = 84$ ir ieškomasis plotas $28 \cdot 84 = 2352$.

Dar įdomesnis paprastam pasamprotavimui buvo ketvirtokams skirtas geometrinis uždavinys, kuriame daugiakampis buvo sudėtas iš vieno mažesnio, kito didesnio stačiakampių ir dar dviejų kvadratų kaip parodyta brėžinyje (4a *pav.*). *Pasakyti kvadratų matmenys, pasakytas visos figūros perimetras, parodyta, kaip visa yra sudėta ir reikia sužinoti didesniojo stačiakampio perimetrą.*

Nesunku pastebėti, jog mažąjį kvadratą ištrynus, daugiakampio perimetras liktų koks buvęs ir viskas pasidarytų gerokai paprasčiau. Jeigu dabar nutrintume dar ir didįjį kvadratą kartu su mažuoju stačiakampiu (4b pav.), tai dabar jau teliktų tik tas didesnysis stačiakampis, o figūros perimetras sumažėtų

$$2(5 + 8) = 26$$



(a) (b)

4 pav.

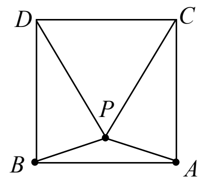
vienetais ir būtų

$$73 - 26 = 47.$$

Dar pateiktume keletą uždavinių, kuriuos labai verta pamėginti išspręsti nenugrimztant į sudėtingus samprotavimus.

Vienas iš jų yra uždavinys apie kvadrato kraštinę, kuris sujungtas su vienos kvadrato kraštinės AB galo taškais sudaro su ja du penkiolikos laipsnių kampus. Klausiama, kokį kampą sudaro atkarpos, jungiančios tą tašką su priešinga kvadrato kraštine CD – žiūrėkite brėžinį (5 *pav.*).

Sekančiuose paveikslėliuose (6 *pav.*) *vaizduojamas apskritimas yra padalintas į* 12 *lygių lankų ir gauta įvairių sričių, iš kurių vienos yra patamsintos, o kitos – ne. Visais pateiktais atvejais mums rūpi patamsintų ir nepatamsintų sričių plotų santykis.*



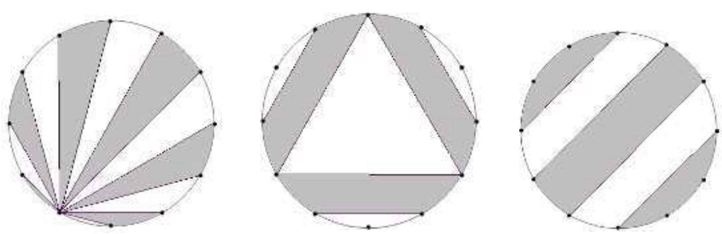
5 pav.

Dar keletas uždavinių iš įvairių metų Kengūros konkurso, kurių sprendimas remiasi plotų savybėmis.

Keturkampio $ABCD$ kraštinių AB, BC, CD ir CD vidurio taškai yra M, N, P ir *R, taškas S yra atkarpos PR vidurio takas. Reikia rasti kurią dalį duotojo keturkampio ploto sudaro trikampio MNS plotas.*

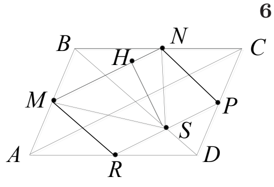
Šis uždavinys irgi remiasi plotų savybėmis. Atkarpos MN ir PR yra atitinkamai trikampių ABC ir ACD vidurinės linijos (7 pav.), todėl trikampių MBN ir PRD plotai atitinkamai lygūs trikampių ABC ir ACD plotų ketvirtadaliui. Taigi šių trikampių plotų suma yra lygi duotojo keturkampio ploto ketvirtadaliui. Lygiai taip pat gauname, kad trikampių AMR ir NCP plotų suma lygi ketvirtadaliui keturkampio ploto. Taigi lygiagretainio $MNPR$ plotas lygus pusei keturkampio $ABCD$ ploto. Šio lygiagretainio ir trikampio MNS kraštinės MN ir į jas nubrėžtos aukštinės SH yra tos pačios atkarpos, taigi trikampio MNS plotas sudaro pusę lygiagretainio $MNPR$ ploto, t. y. ketvirtadalį keturkampio $ABCD$ ploto.

Dar vienas panašus uždavinys: *Kvadratas $ABCD$ sudarytas iš vidinio mažojo kvadrato ir keturių vienodų stačiakampių* (8 *pav.*). *Kiekvieno stačiakampio perimetras lygus* 40. *Reikia rasti kvadrato $ABCD$ plotą.*

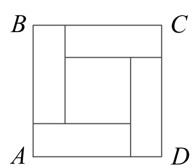


(a) (b) (c)

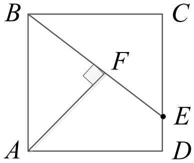
6 pav.



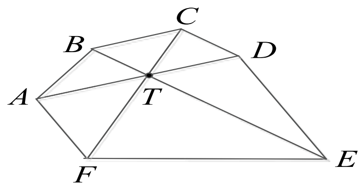
7 pav.



8 pav.



9 pav.



10 pav.

Spręsti galima sudarant lygtis, bet paprasčiausias sprendimas yra pastebėti, kad kvadrato $ABCD$ kraštinė sudaryta iš vienos didesnės ir vienos mažesnės stačiakampio kraštinės. Todėl šio kvadrato kraštinė lygi 20, o tai reiškia, kad jo plotas yra 400.

Dabar panagrinėkime kiek kitokius geometrinius uždavinius, kurių sprendimas irgi yra pilnai įkandamas sumanesniam sprendėjui, jei jis atidžiai įsižiūri į brėžinį ir pastebi tai, ko galbūt iš pirmo žvilgsnio ir nesimato.

Kvadrato $ABCD$ viduje yra toks taškas F, kad $AF = 4$, $BF = 3$, $AFB = 90°$. Rasime į kokio ilgio atkarpas tiesė BF dalija kvadrato kraštinę CD.

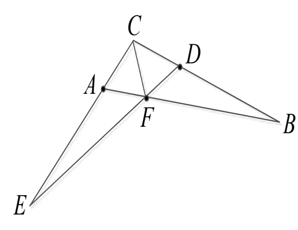
Šį uždavinį nesunkiai išsprendžiame, sudarydami lygtį, bet tai nėra įdomu. Žymiai lengvesnis kelias yra pasinaudoti A. Anžanso patarimu ir paieškoti panašiųjų trikampių. Jei taške E susikerta tiesės CD ir BF (9 pav.), tai $\angle ABF = 90° - \angle EBC = \angle CEB$, taigi statieji trikampiai AFB ir BCE yra panašieji, todėl $\frac{AF}{BC} = \frac{BF}{EC}$, $EC = 3{,}75$, $ED = 1{,}25$.

Šešiakampio $ABCDEF$ įstrižainės AD, BE ir CF susikerta viename taške T. Trikampių ABT, BCT, CDT, DET, EFT plotai atitinkamai lygūs 1, 2, 3, 4, 5. *Rasime trikampio AFT plotą.*

Tinkamai padarę brėžinį (10 pav.), jame matome tris kryžminių kampų poras: ATB ir ETD, BTC ir ETF, CTD ir ATF. Iš čia seka, kad trikampių, paimtų kas antras, plotų sandaugos yra vienodos. Taigi ieškomasis plotas lygus $\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4} = \frac{15}{8}$.

Trikampio ABC kraštinėje BC yra taškas D, o kraštinės AC tęsinyje už taško A yra taškas E tokie, kad $AC = CD = 1$, $CE = CB = 4$. Tiesės AB ir ED susikerta taške F. Reikia rasti, kurią trikampio ABC ploto dalį sudaro keturkampio $AFDC$ plotas.

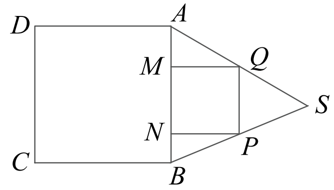
Pradedame spręsi nuo lygių trikampių ieškojimo (11 pav.) ir iš karto pastebime, kad $\triangle ABC = \triangle DEC$. Bet tai dar ne viskas, nes lygių trikampių yra ir daugiau. Kadangi $\angle CAB = \angle CDE$, tai ir jų gretutiniai kampai lygūs $\angle BDF = \angle EAF$. Kadangi $AE = BD = 3$, $\angle BDF = \angle EAF$, $\angle EBD = \angle AEF$, tai $\triangle BDF = \triangle AEF$, todėl $DF = FA$ ir turime dar du lygius trikampius $\triangle ACF = \triangle DCF$. Kadangi $CA : AE = 1 : 3$, tai trikampio CAF plotas yra 3 kartus mažesnis už trikampio AFE plotą, O tai reiškia, kad keturkampio $AFDC$ ploto ir trikampio AFE ploto santykis yra lygus $2 : 3$. Taigi atsakymas yra $\frac{2}{5}$.



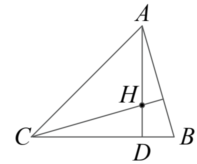
11 pav.

Kvadrato $ABCD$ kraštinė lygi 2, jo išorėje nubrėžtas kvadratas $MNPQ$, kurio viršūnės M ir N yra kraštinėje AB. Tiesės AQ ir BP susikerta taške S (12 *pav.*). *Reikia rasti trikampio ASB dalies, kurios nedengia kvadratas $MNPQ$, plotą.*

Šio uždavinio sprendimui padeda panašieji trikampiai ASB ir QSP, kurių panašumo koeficientas lygus jų kraštinių santykiui, t. y. lygus 2. Iš čia seka, kad taškai P ir



12 pav.



13 pav.

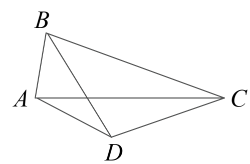
Q yra trikampio ABS kraštinių vidurio taškai, atkarpa PQ yra to trikampio vidurinė linija, todėl šio trikampio aukštinė lygi 2. Taigi trikampio ABS plotas lygus 2, o jo ir kvadrato MNPQ plotų skirtumas lygus 1.

Yra daug gražių geometrinių uždavinių, kiekvienas savaip supranta jų grožį. Autoriams labai patiko toks geometrijos uždavinys, kuris iš pažiūros atrodo sunkokai sprendžiamas, bet gerai pagalvojus, jo sprendimas yra aiškus ir suprantamas kiekvienam.

Trikampio ABC aukštinių sankirtos taškas H, atkarpos AB ir CH yra lygios. Rasime kampo ACB didumą.

Sakykime, kad atkarpa AD yra trikampio aukštinė (13 pav.). Uždavinio sprendimo raktas yra stačiųjų trikampių DHC ir DBA, turinčių lygias įžambines $CH = AB$ ir lygius smailiuosius kampus $\angle DCH = \angle DAB = 90^\circ - \angle ABC$, lygybė. Iš jos seka, kad $AD = DC$, t. y. statusis trikampis ADC lygiašonis, todėl $\angle ACB = 45^\circ$.

Keturkampio $ABCD$ įstrižainė BD (14 pav.) yra kampo ABC pusiaukampinė, $AC = BC$, $\angle BDC = 80^\circ$, $\angle ACB = 20^\circ$. Rasime kampo BAD didumą.



14 pav.

Uždavinio sprendimui galime taikyti panašumą ir surasti ieškomąjį kampą, bet įdomiau yra pritaikyti dar vieną filosofinę geometrijos uždavinių sprendimo mintį – jei yra bent keturi taškai, tai gal kurie nors keturi iš jų yra viename apskritime. Pagal uždavinio sąlygą nesunkiai gauname, kad $\angle CAB = \angle ABC = 80^\circ = \angle CDB$, $\angle ABD = \angle DBC = 40^\circ$. Taigi taškai A, B, C, D yra viename apskritime, $\angle CAD = \angle CBD = 40^\circ$, todėl $\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD = 80^\circ + 40^\circ = 120^\circ$.

Befilosofuojant apie geometrijos uždavinius neįmanoma neaptikti svarbaus apskritai visoje matematikoje Dirichle principo, kitaip tariant, sveiko proto principo. Šio principo yra daug įvairių formuluočių, bet visų jų esmė yra ta, kad dėliojant n rutulių į m dėžių, jei tik $m < n$, nors vienoje dėžėje bus bent du rutuliai. Pateikime pora šio principo taikymo geometrijoje pavyzdžių.

Reikia rasti mažiausią kvadratą, kuriame tilptų penki vienetiniai kvadratėliai, neturintys bendrų vidinių taškų, kurių kraštinės lygiagrečios duotojo kvadrato kraštinėms.

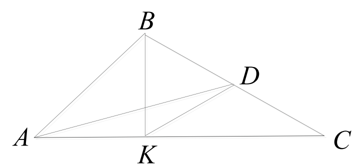
Truputį pasibandžius tampa aišku, kad kvadrato su kraštinės ilgiu lygiu 3 viduje telpa net 9 vienetiniai kvadratėliai, tenkinantys uždavinio sąlygą. Tam užtenka kiekvieną kvadrato kraštinę padalinti į tris lygias dalis. Taigi, kadangi telpa 9 kvadratėliai, tai iš jų parenkame bet kuriuos 5. Dabar bandykime šiek tiek sumažinti kvadrato kraštinę ir dviem vertikaliomis atkarpomis padalijame kvadratą į 3 vienodas vertikalias juostas. Kadangi juostų plotis mažesnis už 1, tai bet kuris vienetinis kvadratas kirs bent vieną iš dviejų vertikalių atkarpų. Kadangi vertikalios atkarpos yra dvi, o kvadratų – penki, tai atsiras vertikali atkarpa, kuri kerta bent tris vienetinius kvadratus. O tuomet šios atkarpos ilgis negali būti mažesnis už vienetą. Gautoji prieštara rodo, kad sumažinti kvadrato kraštinės negalima.

Jei daugiakampio kraštinių skaičius yra lyginis, tai atsiras bent viena įstrižainė, kuri nėra lygiagreti su jokia daugiakampio kraštine.

Aišku, prieš taikant Dirichle principą, būtina šį bei tą paskaičiuoti. Visų pirma, daugiakampis, turintis $2n$ viršūnių, turi $N = \frac{1}{2}2n(2n-3) - 2n^2 - 3n$ įstrižainių, nes kiekviena iš viršūnių jungiama su trimis mažesniu viršūnių skaičiumi, o taip skaičiuojant, kiekviena įstrižainė į bendrą skaičių patenka du kartus. Kadangi iš kiekvienos daugiakampio viršūnės gali išeiti ne daugiau nei viena įstrižainė, lygiagreti su kuria nors viena fiksuota kraštine, tai lygiagrečių su viena pasirinkta kraštine yra daugiausia $n-2$ įdtrižainės. Taigi įstrižainių lygiagrečių su kuria nors viena kraštine yra ne daugiau, nei $M = 2n(n-2) = 2n^2 - 4n$. Akivaizdu, kad $M < N$, taigi atsiras įstrižainė, kuri nėra lygiagreti su jokia daugiakampio kraštine.

O dabar truputį sunkesnis uždavinys, bet geriau įsižiūrėjus, jame irgi nieko ypač sudėtingo nėra.

Atkarpa AD yra trikampio ABC pusiaukraštinė, $\angle ADB = 45°$, $\angle ACB = 30°$. Rasime kampą BAD.



15 pav.

Spręsti pradedame nubrėždami trikampio ABC aukštinę BK (15 pav.). Kadangi stačiojo trikampio įžambinės vidurio taškas D yra apie jį apibrėžto apskritimo centras, tai $KD = DC = DB$. Iš stačiojo trikampio BKC randame, kad $\angle KBC = 60°$. Lygiašonis trikampis BKD, turintis $60°$ kampą, yra lygiakraštis, todėl iš čia lengvai randame, kad $\angle ADK = \angle BDK - \angle ADB = 15°$, $\angle AKD = \angle AKB + \angle BKD = 150°$, $\angle KAD = 180° - \angle AKD - \angle ADK = 15° = \angle ADK$, taigi trikampis AKD lygiašonis, $AK = KD = KB$, trikampis AKB yra statusis ir lygiašonis, todėl $\angle BAK = 45°$, o ieškomasis kampas $\angle BAD = \angle BAK - \angle KAD = 30°$.

Išvados

1. Geometrijos uždaviniuose tvarkingo ir uždavinio sąlygą atitinkančio brėžinio nubraižymas ir jo papildymas yra viena svarbiausių uždavinio išsprendimo sąlygų.
2. Straipsnio autoriai mano įtikinę skaitytoją savo teiginių teisingumu ir įtikinamumu.
3. Straipsnyje išsakytus teiginius reikia plėtoti ir kūrybiškai panaudoti – bet tai jau priklauso ir nuo straipsnio skaitytojų.

Literatūra

[1] A. Andžans ir J. Kluša. *Olimpiažu uzdevumi ar atrisinajumiem.* SIA „Macibu apgads NT", 1995.

[2] Kengūra. *Tarptautinio matematikos konkurso užduotys ir sprendimai.* TEV, Vilnius, 2000.

[3] Kengūra. *Tarptautinio matematikos konkurso užduotys ir sprendimai.* TEV, Vilnius, 2002.

SUMMARY

About simple philosophy of solving even simpler yet interesting geometry problems

R. Kašuba, E. Mazėtis

Geometry problems are important for training of the mind, imagination and other highly valuable human abilities, however, dealing with geometry tasks is remarkably difficult even for the brightest students. There do not exist, as it seems, universal methods enabling one to solve all or even most of geometry problems. The authors share their life-long experience about some methods of approaching problems, which, when done properly, make some difficult problems not so difficult.

Keywords: geometry problems, accessibility of geometry problems, the strategy of solution and the extended background of the task.