

# ĮTEMPIŲ-DEFORMACIJŲ BŪVIO PARAMETRŲ APSKAIČIAVIMAS LENKIAMŲ GELŽBETONINIŲ ELEMENTŲ STAČIAKAMPIAME SKERSPJŪVYJE, TAIKANT EN-2 KREIVINĘ BETONO ĮTEMPIŲ DIAGRAMĄ

Vytautas Kovaitis, Tautvydas Užgrindis, Ipolitas Židonis

Šiaulių universitetas, Technologijos fakultetas

## Įvadas

Pagrindinis konstrukcinių elementų skaičiavimo metodas yra ribinių būvių metodas. Statinių naudojimo stadijoje tenka apskaičiuoti gelžbetoninių elementų plyšių atsivėrimą, įlinkius. STR 2.05.05:2005 [1] ir LST EN 1992-1-1:2005 [2] pateikiama EN-2 [3] kreivinė gniuždomo betono įtempimų-deformacijų ( $\sigma - \varepsilon$ ) apskaičiavimo formulė ir grafikas (1 pav.). Skaičiavimui supaprastinti kreivinės įtempimų diagramos keičiamos elementaresnėmis diagramomis. Todėl taip apskaičiuotų parametrų reikšmės būna sąlyginės. Labiausiai būna iškreipta gniuždomos zonos  $x$  reikšmė.

Plyšių pločiui daugiausia įtakos turi elemento tempiamos zonos armatūros  $\varepsilon_s$  deformacija. Elementų su plyšiais tempiamoje zonoje įlinkiams apskaičiuoti reikalinga dar ir elemento gniuždomos zonos betono  $\varepsilon_c$  deformacija. Trims nežinomiesiems ( $x$ ,  $\varepsilon_s$  ir  $\varepsilon_c$ ) apskaičiuoti, kai vienoje plokštumoje veikia lygiagretės jėgos, yra tik dvi teorinės poveikių statinės pusiausvyros lygtys. STR 2.05:2005 metodikoje  $x$  reikšmei apskaičiuoti taikoma empirinė formulė. Vietoje realios kreivinės įtempimų diagramos imama labai sąlygiška stačiakampė diagrama. Tai – metodikos trūkumai.

I. Židonio (2007a, 2007b) straipsniuose pateiktas praktiškas gana universalus teorinis inžinerinis metodas, kurio pagrindą sudaro netiesinis modelis, leidžiantis pagal vieningą metodiką apskaičiuoti realias, ne sąlygines įtempimų-deformacijų būvio parametrų reikšmes statniuose elementų ašiai pjūviuose bet kurioje apkrovimo stadijoje nuo apkrovimo pradžios iki elemento suirimo. Šiame straipsnyje analizuojamas bendraautorius pasiūlytas metodas ir teorinės formulės realiai  $x$  reikšmei apskaičiuoti pagal kreivinę  $\sigma - \varepsilon$  diagramą (2 pav.). Toliau šis metodas bus vadinamas ZI metodu.

**Tyrimo objektas** – gelžbetoninės stačiakampio skerspjūvio sijos su armatūra tik tempiamoje zonoje.

**Tyrimo tikslas** – patikrinti ZI metodo priimtumą  $x$ ,  $\varepsilon_s$  ir  $\varepsilon_c$  dydžiams skaičiuoti tinkamumo grupės plyšių atsivėrimo ir įlinkių ribiniuose būviuose.

**Uždaviniai:** apskaičiuoti įprastai armuotų gelžbetoninių sijų iš dažniausiai naudojamų betono stiprumo klasių  $x$ ,  $\varepsilon_s$  ir  $\varepsilon_c$  parametrus. Šiuos parametrus apskaičiuoti

dviem būdais: ZI metodu ir pagal STR reglamente rekomenduojamas formules (toliau pastarąjį metodą vadinsime STR metodu).

**Tyrimo metodas** – skirtingais metodais teoriškai apskaičiuotų rezultatų palyginimas.

**Tyrimo imtis.** Keturi gelžbetoninės sijos tempiamos zonos armavimo variantai – mažas (armavimo koeficientas  $\rho_l \approx 0,4\%$ ), vidutinis ( $\rho_l \approx 1,01\%$  ir  $\rho_l \approx 1,60\%$ ) ir didelis ( $\rho_l \approx 2,13\%$ ) ir trys [1–3] reglamentuose pateiktos įprasto betono stiprumo klasės:  $f_{ck} = 12, 25$  ir  $50$  MPa. Sijų skerspjūvio matmenys:  $b = 0,20$  m,  $h = 0,50$  m,  $d = 0,46$  m. Imamos M. Tankūno, V. Urbono, I. Židonio (2012) darbe ZI metodu apskaičiuotos gelžbetoninių stačiakampio skerspjūvio sijų (3 pav.) stiprumo  $M = M_{Rd}$  reikšmės. Laikomasi nuostatos, kad pastatų naudojimo nuolatinėje situacijoje didžiausia charakteristinė reikšmė neviršija  $M = M_{Rk} = M_{Rd} / 1,3$  reikšmės. Šitos  $M_{Rk}$  reikšmės ir panaudojamos  $x$ ,  $\varepsilon_s$  ir  $\varepsilon_c$  skaičiavimuose.

## Sijų $x$ , $\varepsilon_s$ ir $\varepsilon_c$ parametrų reikšmių apskaičiavimas

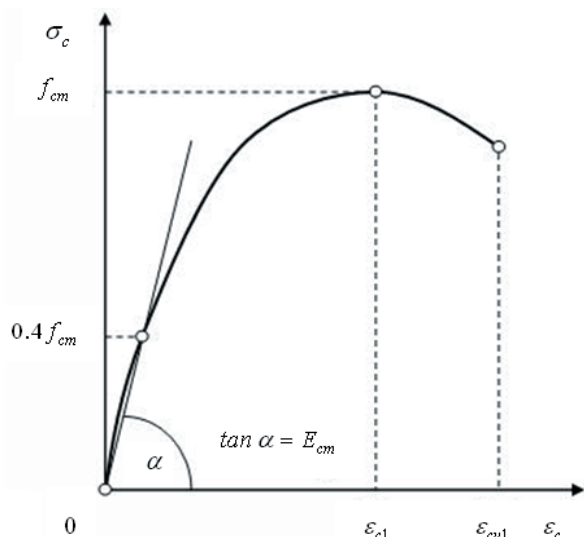
Čia pateikiamame straipsnyje sijų  $x$ ,  $\varepsilon_s$  ir  $\varepsilon_c$  reikšmės apskaičiuojamos dviem metodais – ZI metodu ir STR metodu. STR reglamente įteisintas metodas, nors ir turi trūkumų, bet yra patikrintas praktikos. Jis čia panaudojamas universalesnio teorinio mažiau suscheminto, todėl mažiau nutolusio nuo realybės ZI metodo tinkamumui patikrinti.

**ZI metodas.** ZI metode panaudojama matematiškai kitaip aprašyta (2 pav.) EN-2 reglamentuose pateikta (1 pav.) gniuždomo betono  $\sigma - \varepsilon$  kreivinė diagrama. EN-2 reglamentų lygtis [1–3]:

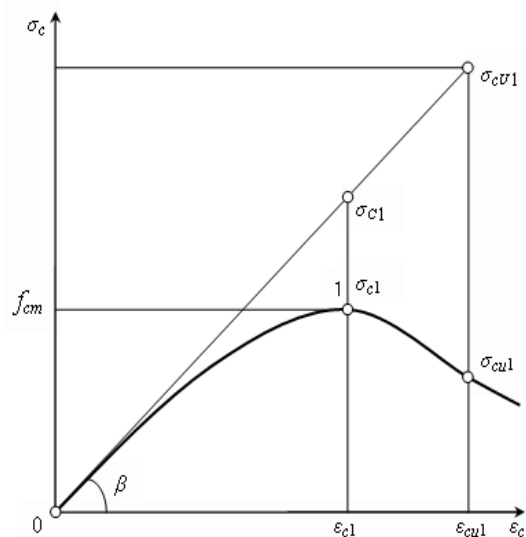
$$\frac{\sigma_c}{f_m} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} \quad (1)$$

$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1} \quad (2)$$

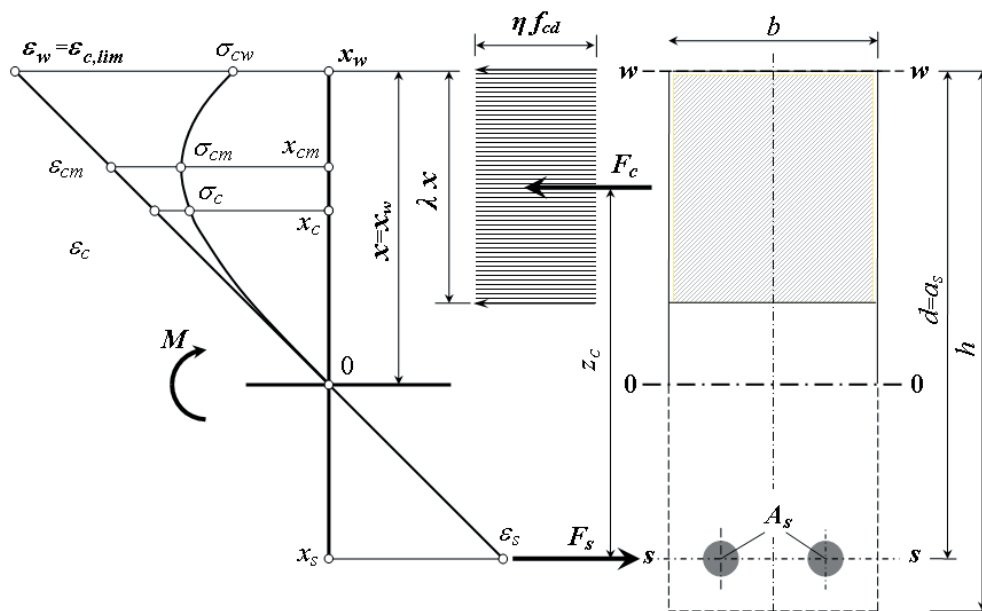
$$k = \frac{1,05 E_{cm} \cdot \varepsilon_{c1}}{f_{cm}} \quad (3)$$



1 pav. EN-2 įtempių-deformacijų grafikas(1 ir 4)



2 pav. ZI įtempių-deformacijų grafikas (5)



3 pav. Lenkiamo elemento skerspjūvis ir elementą veikiančios jėgos bei EN-2 reglamentuose pateikiamas sijų betono gniuždomos zonos įtempių stačiakampis pasiskirstymas

Jeigu  $E_c = 1,05 E_{cm}$  ir  $v_{c1} = f_{cm} / E_c \epsilon_{c1}$ , tai  $k = 1 / v_{c1}$   
 ir  

$$\sigma_c = \frac{\eta / v_{c1} - \eta^2}{1 + (1 / v_{c1} - 2) \eta} f_{cm} . \quad (4)$$

1 pav. grafikas keičiamas 2 pav. grafiku (Židonis, Venckevičius, 2007; Tankūnas, Urbonas, Židonis, 2012), aprašytu (5) lygtimi.

$$\sigma_c = E_c \epsilon_c (1 + c_1 \eta + c_2 \eta^2) = v_c E_c \epsilon_c = v_c \sigma_{ce} \quad (5)$$

Čia:

$$v_c = 1 + c_1 \eta + c_2 \eta^2 = 1 + (3v_{c1} - 2) \eta + (1 - 2v_{c1}) \eta^2 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} c_1 &= 3v_{c1} - 2, & c_2 &= 1 - 2v_{c1}; & E_c &= \tan \beta; \\ \sigma_{c1} &= E_c \epsilon_{c1}; & \sigma_{c1} &= \sigma_{cm} = f_{cm}; & v_{c1} &= \sigma_{c1} / \sigma_{c1}. \end{aligned}$$

1 paveikslo grafiko pakeitimo 2 paveikslo grafiku rezultatas pateiktas (Židonis, 2007b; Židonis, Venckevičius, 2007; Tankūnas, Urbonas, Židonis, 2012) straipsniose.

Šio straipsnio bendraautorius (trečiojo autoriaus) atlikti tyrimai parodė, kad visų įprasto stiprumo klasių betono 2 pav. grafiko „kylanti“ dalis (iki  $\epsilon_{c1}$ ) 3-čio laipsnio (5) lygtimi aprašoma gana tiksliai, kai  $v_{c1} \geq 0,3$  ( $f_{ck} \geq 12$  MPa), patenkinamai, – kai  $v_{c1} > 0,25$  ( $f_{ck} \geq 08$  MPa).

ZI metodikos pagrindą sudaro netiesinis betono deformacijų modelis. Sijos gniuždomos zonos betono

įtempiai aproksimuojami kreivine (5) lygtimi. Šioje lygtyje, o taip pat ir [2 ir 3] eukoduž 3.1 lentelės formulėse deformacinėms betono savybėms apskaičiuoti imamos ne charakteristinės, bet vidutinės parametrų reikšmės. Pagal šias formules apskaičiuojama vidutinė sijos betono gniuždomos zonos jėga. Reikiamam patikimumui gauti taikomas sijos betono gniuždomos zonos jėgos dalinis  $\gamma_{Fk} = F_{cm} / F_{ck}$  koeficientas.

Šio straipsnio trečiojo autoriaus (I. Židonio) tyrimas parodė, kad galima imti  $\gamma_{Fk} = 1,3$ . Taip atsarga didinama nuo vidutinių  $f_{cm}$  reikšmių 50% patikimumo lygio iki charakteristinių  $f_{ck}$  reikšmių 95% patikimumo lygio.

Betono savybių parametrai, reikalingi sijų  $x$ ,  $\varepsilon_s$  ir  $\varepsilon_c$  reikšmėms apskaičiuoti STR ir ZI metodais, pateikiami 1 lentelėje.

ZI metodo esmė tokia. (5) funkcija lengvai integruojama. Sijų gniuždomos zonos betono įtempių atstojamoji jėga ir šios jėgos momentas apie neutraliąją ašį (Židonis, 2007a) yra

$$F_c = \int_{x_w}^0 \sigma_c b(dx_c) = \omega_{nc} \varepsilon_w E_c b x_w = \omega_{nc} \varepsilon_w E_c b d \xi_w \quad (7)$$

$$M_c = \int_{x_w}^0 \sigma_c b x_c (dx_c) = \omega_{mc} \varepsilon_w E_c b x_w^2 = \omega_{mc} \varepsilon_w E_c b d^2 \xi_w^2 \quad (8)$$

Čia:  $\eta_c = \eta_w = \varepsilon_w / \varepsilon_{c1}$

$$\omega_{nc} = \frac{1}{2} + \frac{c_1}{3} \eta_c + \frac{c_2}{4} \eta_c^2 \quad (9)$$

$$\omega_{mc} = \frac{1}{3} + \frac{c_1}{4} \eta_c + \frac{c_2}{5} \eta_c^2 \quad (10)$$

$$\xi_w = \frac{x_w}{d}$$

$$e_c = \frac{M_c}{F_c} = \frac{\omega_{mc}}{\omega_{nc}} x_w = \frac{\omega_{mc}}{\omega_{nc}} \xi_w d \quad (11)$$

$$a_c = x_w - e_c = \left(1 - \frac{\omega_{mc}}{\omega_{nc}}\right) \cdot \xi_w d \quad (12)$$

$$z_c = d - a_c = d - \left(1 - \frac{\omega_{mc}}{\omega_{nc}}\right) \cdot d \xi_w = \left[1 - \left(1 - \frac{\omega_{mc}}{\omega_{nc}}\right) \xi_w\right] \cdot d \quad (13)$$

$$F_{cm} = \omega_{nc} \varepsilon_w E_c b d \xi_w \quad (14)$$

Tinkamumo grupės ribinių būvių patikimumas, numatytas EN-2 reglamente, ZI metode užtikrinamas imant tokias sijos tempiamos ir gniuždomos zonų jėgų skaičiuotinas reikšmes:

$$F_{sk} = \sigma_{sk} A_s = \nu_s E_s \varepsilon_{sk} A_s = \nu_s E_s A_s \frac{1 - \xi_w}{\xi_w} \varepsilon_w \quad (15)$$

$$F_{cd} = \frac{F_{cm}}{\gamma_{Fk}} = \frac{\omega_{nc} \varepsilon_w E_c b d \xi_w}{\gamma_{Fk}} \quad (16)$$

ZI metode skaičiavimui vartojamos tokios jėgų projekcijų ir lenkimo momentų pusiausvyros lygtys:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega_{nc} \varepsilon_w E_c b d \xi_w}{\gamma_{Fk}} - \nu_s E_s A_s \frac{1 - \xi_w}{\xi_w} \varepsilon_w &= 0 \\ \omega_{nc} E_c b d \xi_w^2 + \gamma_{Fk} \nu_s E_s A_s \xi_w - \gamma_{Fk} \nu_s E_s A_s &= 0 \\ \omega_{nc} E_c \xi_w^2 + \gamma_{Fk} \nu_s E_s \rho_l \xi_w - \gamma_{Fk} \nu_s E_s \rho_l &= 0 \\ \xi_w^2 + s \xi_w - s &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} M_{Rd} = M_{Rd,ZI} = F_{cd} z_c = F_{sd} z_c = \\ = \frac{\omega_{nc} \varepsilon_w E_c b d \xi_w}{\gamma_{Fk}} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\omega_{mc}}{\omega_{nc}}\right) \xi_w\right] \cdot d \\ \xi_w^2 + \frac{\omega_{nc}}{(\omega_{nc} - \omega_{mc})} \xi_w - \frac{\gamma_{Fk} M_{Rd}}{(\omega_{nc} - \omega_{mc}) \varepsilon_w E_c b d^2} = 0 \\ \xi_w^2 - \frac{\omega_{nc}}{(\omega_{nc} - \omega_{mc})} \xi_w + \frac{\gamma_{Fk} m}{(\omega_{nc} - \omega_{mc}) E_c \varepsilon_w d} = 0 \\ \xi_w^2 - u \xi_w + \frac{w}{\varepsilon_w} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \text{Čia: } \rho_l = A_s / b d, \quad m = M / b d, \quad s = \frac{\gamma_{Fk} \nu_s E_s \rho_l}{\omega_{nc} E_c}, \\ u = \frac{\omega_{mc}}{\omega_{nc} - \omega_{mc}} \text{ ir } w = \frac{\gamma_{Fk} m}{(\omega_{nc} - \omega_{mc}) E_c d}. \end{aligned}$$

### Skaičiavimo pavyzdžiai

Gelžbetoninės sijos (3 pav.) skerspjūvio matmenys:  $b = 0,20$  m,  $h = 0,50$  m,  $d = 0,46$  m.

Betonas  $f_{ck} = 25$  MPa,  $\varepsilon_{c1} = 0,7 f_{cm}^{0,31} = 2,069$  ‰  
Armavimo koeficientas  $\rho_l = 1,01$  ‰, armatūros skerspjūvio plotas  $A_s = b d \rho_l = 0,0009292$  m<sup>2</sup>.

$$M_{Ek} = \frac{M_{Rd}}{\gamma_F} = \frac{175,03}{1,3} = 134,638 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

### Įtempių-deformacijų būvio parametrų sijos skerspjūvyje apskaičiavimas STR metodu

$$E_{cm} = 22 (f_{cm} / 10)^{0,3} = 31,48 \text{ GPa}, \quad \alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = 6,3532,$$

$$\delta = \frac{M_{Ek}}{b d^2 f_{ck}} = 0,12726, \quad \varphi_f = 0, \quad \lambda = 0, \quad \nu_c = 0,45;$$

$$\xi_{STR} = \frac{1}{\beta + \frac{1 + 5(\delta + \lambda)}{10 \rho \alpha_e}} = 0,22988,$$

$$x_{STR} = \xi_{STR} d = 0,105745 \text{ m},$$

$$z_{STR} = d - \frac{x_{STR}}{2} = 0,40713 \text{ m},$$

$$\varepsilon_{c,STR} = \frac{M_{Ek}}{z_{STR} b d \xi_{STR} \nu_c E_{cm}} = 0,00110390,$$

$$\varepsilon_{s,STR} = \frac{M_{Ek}}{z_{STR} A_s E_s} = 0,00177962.$$

### Įtempių-deformacijų būvio parametrų sijos skerspjuvyje apskaičiavimas ZI metodu

$$m = \frac{M_{Ek}}{b d} = \frac{134,638}{0,2 \cdot 0,46} = 1463,4565 \cong 1463,46 \text{ kN/m}.$$

$$\nu_{c1} = f_{cm} / (1,05 E_{cm} \varepsilon_{c1}) = 0,483,$$

$$c_1 = 3\nu_{c1} - 2 = -0,551,$$

$$c_2 = 1 - 2\nu_{c1} = 0,0340.$$

Pirmam ciklui  $\varepsilon_{w,ZI1-1} = \varepsilon_w = \varepsilon_{wc1} = 0,002069$ , todėl

$$\eta_w = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_{c1}} = 1 \text{ ir}$$

$$\omega_{nc} = \frac{1}{2} + \frac{c_1}{3} + \frac{c_2}{4} = 0,325, \quad \omega_{mc} = \frac{1}{3} + \frac{c_1}{4} + \frac{c_2}{5} = 0,202.$$

$$s = \frac{\gamma_{Fk} \nu_s E_s \rho_l}{\omega_{nc} E_c} = 0,24448, \quad u = \frac{\omega_{nc}}{(\omega_{nc} - \omega_{mc})} = 2,6423,$$

$$w = \frac{\gamma_{Fk} m}{(\omega_{nc} - \omega_{mc}) E_c d} = 0,0010174,$$

$$\xi_{w,ZI} = \frac{\sqrt{s^2 + 4s} - s}{2} = 0,387095,$$

$$z_{ZI} = z_c = \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\omega_{mc}}{\omega_{nc}} \right) \xi_w \right] \cdot d = 0,3926 \text{ m},$$

$$\varepsilon_{w,ZI1-2} = \varepsilon_w = \frac{w}{(u - \xi_w) \xi_w} = 0,0011654,$$

$$\varepsilon_{s,ZI} = \varepsilon_w \frac{1 - \xi_w}{\xi_w} = \varepsilon_w \left( \frac{1}{\xi_w} - 1 \right) = 0,0018452.$$

Jeigu laikoma, kad  $\omega_{nc} = const$  ir  $\omega_{mc} = const$ , tai tuo skaičiavimas ir baigiamas. Kitų šiame straipsnyje analizuojamų atvejų (kitų uždavinių) taip apskaičiuoti dydžiai surašyti 2 lentelėje.

Tiesa, gali būti imami ir nekreivinės įtempių diagramos  $\omega_{nc} = const$  ir  $\omega_{mc} = const$  parametrai. Pavyzdžiui, trikampės diagramos  $\omega_{nc} = 1/2$  ir  $\omega_{mc} = 1/3$ , stačiakampės diagramos  $\omega_{nc} = 1/2$  ir  $\omega_{mc} = 1/4$ . ZI metode gali būti panaudojamos ir kitokių formų diagramos.

Kadangi ciklo pabaigoje gauta  $\varepsilon_{w,ZI1-2} = 0,0011654$  labai skiriasi nuo ciklo pradžioje imtos  $\varepsilon_{w,ZI1-1} = 0,002196$  deformacijos, tai ciklas kartojamas. Naujo ciklo pradžioje galima imti prieš tai buvusio ciklo pabaigos deformaciją, pvz.,  $\varepsilon_w = \varepsilon_{w,ZI2-1} = \varepsilon_{w,ZI1-2} = 0,0011654$ . Šitai apskaičiuojant, trečiame cikle yra pasiekiamas pakankamas tikslumas:  $\Delta \varepsilon_w = \varepsilon_{w,ZI3-2} / \varepsilon_{w,ZI3-1} - 1 = 0,006012$ . Apskaičiuoti dydžiai:  $\xi_{w,ZI} = 0,35573$ ,  $x_{w,ZI} = 0,16363 \text{ m}$ ,  $z_{ZI} = 0,40229 \text{ m}$ ,  $\varepsilon_{w,ZI3-2} = 1,0100 \%$ ,  $\varepsilon_{s,ZI} = 1,8293 \%$ . Kitų atvejų (kitų uždavinių) taip apskaičiuoti dydžiai surašyti 3 lentelėje.

### Tyrimo rezultatai

Iš  $z_c$ ,  $\varepsilon_s$ ,  $\varepsilon_c$  ir  $\varepsilon_c + \varepsilon_s$  parametrų reikšmių, apskaičiuotų EN-2 ir ZI metodais, rezultatų palyginimo (2 ir 3 lent.) matyti, kad abiem metodais gaunami gelžbetoniui gana geri rezultatai. Atvejis, kai skaičiuojant ZI metodu naudojama „sustingusi“ kreivinė betono įtempių diagrama ir imama  $\eta_c = \eta_w = \varepsilon_w / \varepsilon_{c1} = 1$ , todėl ir  $\omega_{nc} = const$  ir  $\omega_{mc} = const$ , laikytinas orientaciniu (2 lent.). Gaunamas mažesnis skaičiavimo tikslumas. Kai sijos gniuždomos, zonos betono kreivinės įtempių diagramos forma imama kintama, t. y. priklausanti nuo lenkimo  $M$  momento dydžio ir  $\varepsilon_w = \varepsilon_c$  reikšmės,  $z_c$ ,  $\varepsilon_s$ ,  $\varepsilon_c$  ir  $\varepsilon_c + \varepsilon_s$  parametrų reikšmių skaičiavimo rezultatai yra tikslesni (3 lent.). Toks skaičiavimas yra logiškesnis ir laikytinas pagrindiniu. Pastaruoju atveju  $\omega_{nc} \neq const$  ir  $\omega_{mc} \neq const$ . Skaičiuojama nuoseklaus artėjimo būdu.

2 ir 3 lentelėse paryškintos gausaus armavimo atvejo  $M_{rd,ZI}$  reikšmės. Taip pat paryškinti maksimalūs ir minimalūs  $z_c$ ,  $\varepsilon_s$ ,  $\varepsilon_c$  ir  $\varepsilon_c + \varepsilon_s$  parametrų reikšmių, apskaičiuotų STR ir ZI metodais, santykiai. Natūralu, kad skaičiuojant STR metodu, stačiakampės diagramos  $x = x_{eff}$  dydžiai yra per maži. Taip pat suprantama, kai STR metodu, imant dar ir  $\nu_c = 0,45 = const$ , negalima tiksliai apskaičiuoti  $\varepsilon_c$  reikšmės. Bet ne ji čia svarbiausia. Plyšių pločiui apskaičiuoti reikalinga  $\varepsilon_s$  reikšmė, o kreiviams ir įlinkiams apskaičiuoti –  $\varepsilon_c + \varepsilon_s$  reikšmė.  $\varepsilon_s$  reikšmės, apskaičiuotos STR ir ZI metodais, šiame darbe, nagrinėjamos gana plačiame diapazone skiriasi (3 lent.) ne daugiau 2,2%, o  $\varepsilon_c + \varepsilon_s$  reikšmės – ne daugiau 6%.

1 lentelė. *Betono stiprumo ir deformacinės savybės*

$f_{ck}$ , MPa	12	16	20	25	30	35	40	45	50
$f_{cm} = f_{ck} + 8$ , MPa	20	24	28	33	38	43	48	53	58
$E_{cm} = 22(f_{cm}/10)^{0,3}$ , GPa; ( $f_{cm}$ , MPa)	27,09	28,61	29,96	31,48	32,84	34,08	35,22	36,28	37,28
$E_c = 1,05E_{cm}$ , GPa	28,44	30,04	31,54	33,05	34,48	35,78	36,98	38,10	39,14
$\varepsilon_{c1} = 0,7f_{cm}^{0,31} \leq 2,8$ , ‰; ( $f_{cm}$ , MPa)	1,772	1,875	1,967	2,069	2,162	2,246	2,324	2,397	2,465
$\varepsilon_{cu1} = 3,5$ (‰), kai $f_{ck} \leq 50$ MPa $\varepsilon_{cu1} = 2,8 + 27[(98 - f_{cm})/100]^4$ , ‰, kai $f_{ck} \geq 50$ MPa	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
$\nu_{c1} = f_{cm}/(1,05E_{cm}\varepsilon_{c1})$ ( $f_{cm}$ , MPa; $E_{cm}$ , GPa; $\varepsilon_{c1}$ , ‰)	0,397	0,426	0,453	0,483	0,510	0,535	0,558	0,580	0,601
$c_1 = 3\nu_{c1} - 2$	-0,809	-0,722	-0,641	-0,551	-0,470	-0,395	-0,326	-0,260	-0,197
$c_2 = 1 - 2\nu_{c1}$	0,206	0,148	0,094	0,034	-0,020	-0,070	-0,116	-0,160	-0,202
$\omega_{nc} = \frac{1}{2} + \frac{c_1}{3}\eta_w \frac{c_2}{4}\eta_w^2$	0,282	0,296	0,310	0,325	0,338	0,351	0,362	0,373	0,384
$\omega_{mc} = \frac{1}{3} + \frac{c_1}{4}\eta_w \frac{c_2}{5}\eta_w^2$									
$\eta_w = \varepsilon_w/\varepsilon_{c1} = 1$ $\varepsilon_w = \varepsilon_{c1}$	0,172	0,182	0,192	0,202	0,212	0,221	0,229	0,236	0,244

2 lentelė. Įtempių-deformacijų būvio parametrai šių statmename skerspjūvyje, kai  $\omega_{nc} = const$  ir  $\omega_{mc} = const$ 

$f_{ck}$ , MPa	12				25				50			
	0,44	1,01	1,60	2,13	0,44	1,01	1,60	2,13	0,44	1,01	1,60	2,13
$\rho_l$ , %	61,547	107,506	107,506	107,506	63,688	143,069	178,620	178,620	65,176	151,927	218,017	279,101
$M_{Rd,ZI}$ , kN·m	47,344	82,697	82,697	82,697	48,991	110,053	137,400	137,400	50,135	116,867	167,705	214,693
$M = M_{k,max} = M_{Rd,ZI} / 1,3$ , kN·m	0,15839	0,23624	0,29977	0,33856	0,16114	0,23987	0,29218	0,33126	0,15295	0,240667	0,29182	0,32061
$\xi_{STR}$	0,31311	0,43157	0,50623	0,55469	0,27748	0,38717	0,45819	0,50521	0,24049	0,339725	0,40567	0,45019
$\xi_{ZI}$	0,50586	0,54739	0,59216	0,61036	0,58073	0,61955	0,63768	0,65569	0,63599	0,708417	0,71935	0,71217
$x_{STR}$ , m	0,07286	0,10867	0,13789	0,15574	0,07412	0,11034	0,13440	0,15238	0,07036	0,11075	0,13424	0,14748
$x_{ZI}$ , m	0,14403	0,19852	0,23287	0,25516	0,12764	0,17809	0,21077	0,23240	0,11062	0,15627	0,18661	0,20709
$x_{STR} / x_{ZI}$	0,50583	0,54740	0,59213	0,61036	0,58069	0,61957	0,63766	0,65568	0,63605	0,70871	0,71936	0,71216
$z_{STR}$ , m	0,42356	0,40567	0,39105	0,38213	0,42293	0,40483	0,39279	0,38381	0,42482	0,40468	0,39287	0,38626
$z_{ZI}$ , m	0,40402	0,38283	0,36984	0,36082	0,41189	0,39286	0,38054	0,37240	0,41961	0,40293	0,39186	0,38439
$z_{STR} / z_{ZI}$	1,04836	1,05966	1,05735	1,05906	1,02680	1,03046	1,03219	1,03066	1,01243	1,00434	1,00257	1,01278
$\varepsilon_{c,STR}$ , ‰	0,62920	0,76942	0,62900	0,56994	0,55155	0,86960	0,91861	0,82922	0,49994	0,77755	0,94773	1,12328
$\varepsilon_{c,ZI}$ , ‰	0,65979	0,88242	0,77943	0,72843	0,56421	0,95232	1,03717	0,96125	0,46730	0,80300	0,99227	1,16693
$\varepsilon_{c,STR} / \varepsilon_{c,ZI}$	0,95364	0,87194	0,80699	<b>0,78243</b>	0,97757	0,91314	0,88569	0,86265	<b>1,06985</b>	0,96831	0,95511	0,96259
$\varepsilon_{s,STR}$ , ‰	1,38060	1,09694	0,71832	0,55218	1,43077	1,46282	1,18817	0,91342	1,45770	1,55409	1,44994	1,41821
$\varepsilon_{s,ZI}$ , ‰	1,44742	1,16234	0,76025	0,58479	1,46916	1,50737	1,22642	0,94142	1,47581	1,56068	1,45370	1,42513
$\varepsilon_{s,STR} / \varepsilon_{s,ZI}$	0,95384	<b>0,94373</b>	0,94485	0,94423	0,97387	0,97044	0,96881	0,97025	0,98773	0,99577	0,99741	0,99515
$\varepsilon_{c,STR} + \varepsilon_{s,STR}$ , ‰	2,00980	1,86636	1,34732	1,12212	1,98232	2,33242	2,10678	1,74264	1,95764	2,33164	2,39767	2,54149
$\varepsilon_{c,ZI} + \varepsilon_{s,ZI}$ , ‰	2,10721	2,04476	1,53968	1,31322	2,03336	2,45969	2,26359	1,90267	1,94311	2,36368	2,44597	2,59206
$\frac{\varepsilon_{c,STR} + \varepsilon_{s,STR}}{\varepsilon_{c,ZI} + \varepsilon_{s,ZI}}$	0,95377	0,91275	0,87506	<b>0,854481</b>	0,97490	0,94826	0,93073	0,91589	<b>1,00748</b>	0,98644	0,98025	0,98049
Artėjimo ciklų skaičius	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1



3 lentelė. Įtempimų-deformacijų būvio parametrai sijų statmename skerspjūvyje, kai  $\omega_{nc} \neq \text{const}$  ir  $\omega_{nc} \neq \text{const}$ 

$f_{ck}$ , MPa	12				25				50			
	0,44	1,01	1,60	2,13	0,44	1,01	1,60	2,13	0,44	1,01	1,60	2,13
$\rho_l$ , %					63,688	143,069	178,620	178,620	65,176	151,927	218,017	279,101
$M_{Rd,Zl}$ , kN·m	61,547	107,506	107,506	107,506	178,620	178,620	178,620	178,620	178,620	178,620	178,620	178,620
$M = M_{k,max} = M_{Rd,Zl}/1,3$ , kN·m	47,344	82,697	82,697	82,697	137,400	137,400	137,400	137,400	137,400	137,400	137,400	137,400
$\xi_{STR}$	0,15839	0,23624	0,29977	0,33856	0,23987	0,23987	0,23987	0,23987	0,15295	0,24067	0,29182	0,32061
$\xi_{ZI}$	0,26373	0,37723	0,44197	0,48562	0,34708	0,34708	0,34708	0,34708	0,21662	0,31111	0,37544	0,42033
$\xi_{STR}/\xi_{ZI}$	0,60057	0,62624	0,67826	0,69718	0,69111	0,69111	0,69111	0,69111	0,70608	0,77358	0,77727	0,76276
$x_{STR}$ , m	0,07286	0,10867	0,13789	0,15574	0,07412	0,11034	0,13440	0,15238	0,07036	0,11075	0,13424	0,14748
$x_{ZI}$ , m	0,12131	0,17352	0,20331	0,22338	0,11006	0,15965	0,19141	0,21098	0,09964	0,14311	0,17270	0,19335
$x_{STR}/x_{ZI}$	0,60061	0,62627	0,67823	0,69718	0,67345	0,69114	0,70216	0,72226	0,70614	0,77388	0,77730	0,76276
$z_{STR}$ , m	0,42356	0,40567	0,39105	0,38213	0,42293	0,40483	0,39279	0,38381	0,42482	0,40468	0,39287	0,38626
$z_{ZI}$ , m	0,41786	0,39889	0,38903	0,38236	0,42251	0,40466	0,39339	0,38690	0,42657	0,41167	0,40143	0,39413
$z_{STR}/z_{ZI}$	1,01364	1,01699	1,00519	0,99940	1,00099	1,00042	0,99847	0,99201	0,99590	0,98302	0,97868	0,98003
$\varepsilon_{c,STR}$ , ‰	0,62920	0,76942	0,62900	0,56994	0,55155	0,86960	0,91861	0,82922	0,49994	0,77755	0,94773	1,12328
$\varepsilon_{c,ZI}$ , ‰	0,50130	0,67575	0,57188	0,52099	0,45049	0,77792	0,84543	0,76768	0,40143	0,68988	0,85304	1,00783
$\varepsilon_{c,STR}/\varepsilon_{c,ZI}$	1,25514	1,13862	1,09988	1,09396	1,22433	1,11785	1,08656	1,08016	1,24539	1,12708	1,11100	1,11455
$\varepsilon_{s,STR}$ , ‰	1,38060	1,09694	0,71832	0,55218	1,43077	1,46282	1,18817	0,91342	1,45770	1,55409	1,44994	1,41821
$\varepsilon_{s,ZI}$ , ‰	1,39946	1,11558	0,72205	0,55200	1,43219	1,46342	1,18557	0,90610	1,45173	1,52756	1,41886	1,38990
$\varepsilon_{s,STR}/\varepsilon_{s,ZI}$	0,98656	0,98329	0,98585	1,00033	0,99901	0,99959	1,00219	1,00808	1,00411	1,01736	1,02190	1,02037
$\varepsilon_{c,STR} + \varepsilon_{s,STR}$ , ‰	2,00980	1,86636	1,34732	1,12212	1,98232	2,33242	2,10678	1,74264	1,95764	2,33164	2,39767	2,54149
$\varepsilon_{c,ZI} + \varepsilon_{s,ZI}$ , ‰	1,90076	1,79133	1,29393	1,07299	1,88268	2,24134	2,03100	1,67378	1,85316	2,21744	2,27190	2,39773
$\frac{\varepsilon_{c,STR} + \varepsilon_{s,STR}}{\varepsilon_{c,ZI} + \varepsilon_{s,ZI}}$	1,05737	1,04188	1,04126	1,04579	1,05292	1,04064	1,03117	1,04114	1,05638	1,05150	1,05536	1,05996
Artėjimo ciklo skaičius	3	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3

## Išvados

1.  $x$ ,  $z_c$ ,  $\varepsilon_s$  ir  $\varepsilon_c$  parametrų reikšmių sijų skerspjūvyje apskaičiavimas siūlomu teoriniu ZI metodu, kuriame panaudojama realiausia iš visų EN-2 reglamentuose pateiktų kreivinė įtempių-deformacijų tarpusavio priklausomybė, yra logiškas, nesudėtingas ir gana tikslus. Metodas gali būti taikomas ne tik konstrukcijoms projektuoti, bet ir įvairių faktorių, pvz.,  $\sigma_c - \varepsilon_c$  priklausomybės diagramos „krentančios“ dalies įtakai skaičiavimo rezultatams tirti, gniuždomos betono zonos įtempių diagramos formos įtakai  $x$ ,  $z_c$ ,  $\varepsilon_s$  ir  $\varepsilon_c$  dydžiams tirti ir t. t.
2. Straipsnyje nagrinėjama betono stiprio ir armavimo atvejais gautas geras  $\varepsilon_s$  ir  $\varepsilon_c + \varepsilon_s$  rezultatų apskaičiuotų STR ir EN-2 metodais, sutapimas. Tai leidžia  $\varepsilon_s$  ir  $\varepsilon_c + \varepsilon_s$  reikšmes skaičiuoti teoriškai ZI metodu, o toliau plyšių plotį ir elementų kreivį skaičiuoti STR metodu, t. y. pagal STR formules.
3. Tikslinga tęsti tyrimą, siekiant panaudoti ZI metodą elemento su plyšiais tempiamoje zonoje vidutiniam kreiviui (kartu ir įlinkiui) bei plyšių pločiui teoriškai apskaičiuoti, t. y. visai atsisakyti empirinių STR formulių.

## Literatūra

1. STR 2.05.05:2005. Betoninių ir gelžbetoninių konstrukcijų projektavimas, 2005. Vilnius: Rekona.
2. LST EN 1992-1-1:2005. Eurokodas 2. Gelžbetoninių konstrukcijų projektavimas. 1-1 dalis. *Bendrosios ir pastatų taisyklės*.
3. EN 1992-1-1:2004:E. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1: *General rules and rules for buildings*.
4. Židonis I., 2007a, Alternative method for the calculation of stress-strain state parameters in normal sections of structural members. *Mechanika*. Nr. 5 (67). P. 24–32.
5. Židonis I., 2007b, A simple-to-integrate formula of stress as a function of strain in concrete and its description procedure. *Mechanika*. Nr. 4 (66). P. 23–30.
6. Tankūnas M., Urbonas V., Židonis I., 2012, Sijų stiprumo statmename pjūvyje apskaičiavimas pagal kreivinę euronormų gniuždomo betono įtempių diagramą. *Jaunųjų mokslininkų darbai*. Nr. 3 (36). P. 140–148.
7. Židonis I., Venckevičius V., 2007, Simplified variant of easily integratable stress-strain relationship for concrete. *Lietuvos taikomųjų mokslų akademijos mokslo darbai. Tarptautinis inovacinis taikomųjų mokslo darbų žurnalas*, Nr. 4. P. 71–77.

## CALCULATION OF STRESS-STRAIN STATE PARAMETERS AT RECTANGULAR CROSS-SECTIONS OF FLEXURAL REINFORCED CONCRETE MEMBERS ACCORDING TO EN-2 CURVILINEAR CONCRETE STRESS DIAGRAM

Vytautas Kovaitis, Tautvydas Užgrindis, Ipolitas Židonis

### Summary

The width of vertical cracks of flexural reinforced concrete members mostly depends on the tensile zone reinforcement strain  $\varepsilon_s$  of the member. In order to calculate the values of deflections of members with cracks in the stretching zone, it is also necessary to know the value of concrete strain  $\varepsilon_c$  in the compression zone of a member. There are three unknowns:  $\varepsilon_s$ ,  $\varepsilon_c$  and  $x$ . For the calculation of the value of  $x$  the STR analysis method employs an empirical formula. A highly conditional rectangular compressive zone concrete stress diagram is used, which is a shortcoming of the present method.

In this research, the value  $x$  is calculated theoretically by using the ZI method proposed by the third author of the present paper. The research uses the Eurocode (EN-2) curvilinear stress-strain relation for concrete in the compression zone. This relation is then replaced by an easy-to-integrate 3rd degree equation. The parameters of the equation are calculated according to the EN-2 formulae. The required reliability of the strength of the compression zone of the concrete of the beam is achieved by dividing the force by the partial factor for force (safety factor). The value of the factor can be assumed to be equal to 1.3.

The values of  $x$ ,  $\varepsilon_s$  and  $\varepsilon_c$  are calculated using the ZI method and then compared with the values calculated using the STR method. The paper analyses the most important strength classes of the regular concrete, which are indicated in the EN-2 regulations. The reinforcement of the beams is regular and ranges from low to high. The results of the calculation are very good.

The ZI method is suitable not only for the calculation of the values of  $x$ ,  $\varepsilon_s$  and  $\varepsilon_c$  of beams but also for the analysis of the impact of various factors on them.

**Keywords:** concrete, reinforced concrete, beams, curvilinear stress diagrams, strain.



**ĮTEMPIŲ-DEFORMACIJŲ BŪVIO PARAMETRŲ APSKAIČIAVIMAS  
LENKIAMŲ GELŽBETONINIŲ ELEMENTŲ STAČIAKAMPIAME SKERSPJŪVYJE,  
TAIKANT EN-2 KREIVINĘ BETONO ĮTEMPIŲ DIAGRAMĄ**

*Vytautas Kovaitis, Tautvydas Užgrindis, Ipolitas Židonis*

**Santrauka**

Lenkiamų gelžbetoninių elementų statmenųjų plyšių pločiui daugiausia įtakos turi elemento tempiamos zonos armatūros  $\epsilon_s$  deformacija. Elementų su plyšiais tempiamoje zonoje įlinkiams apskaičiuoti reikalinga dar ir elemento gniuždomos zonos betono  $\epsilon_c$  deformacija. Yra trys nežinomieji:  $\epsilon_s$ ,  $\epsilon_c$  ir  $x$ . STR metodikoje  $x$  reikšmei apskaičiuoti vartojama empirinė formulė. Imama labai sąlyginė stačiakampė gniuždomos zonos betono įtempių diagrama. Tai yra metodikos trūkumas.

Straipsnyje  $x$  reikšmė apskaičiuojama teoriškai bendraautorius I. Židonio pasiūlytu ZI metodu. Panaudojama Eurokodų EN-2 kreivinė gniuždomo betono įtempių-deformacijų priklausomybė. Ši priklausomybė pakeičiama lengvai integruojama trečiojo laipsnio lygtimi. Lygties parametrai apskaičiuojami pagal EN-2 formules. Sijų betono gniuždomos zonos jėgos reikiamas patikimumas pasiekiamas, dalijant jėgą iš jėgos dalinio koeficiento. Šio koeficiento reikšmę galima imti lygią 1,3.

ZI metodu  $\epsilon_s$ ,  $\epsilon_c$  ir  $x$  reikšmės apskaičiuojamos ir lyginamos su apskaičiuotomis STR metodu. Nagrinėjamos svarbiausios EN-2 reglamentuose nurodomos įprasto (normalaus) betono stiprumo klasės. Sijų armavimas – įprastas, nuo mažo iki gausaus. Skaičiavimo rezultatai geri.

ZI metodika tinka ne tik sijų  $\epsilon_s$ ,  $\epsilon_c$  ir  $x$  reikšmėms apskaičiuoti, bet ir analizuoti įvairių faktorių įtaką joms.

**Prasminiai žodžiai:** betonas, gelžbetonis, sijos, kreivinės įtempių diagramos, deformacijos.

Įteikta 2013-04-14