

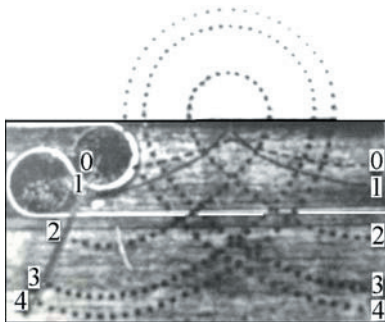
# ROLAMAITO TIPO MECHANIZMŲ DINAMINIO NESTABILUMO TYRIMAI

Antanas Andrijauskas, Ričardas Viktoras Ulozas

UAB „Auto anta“, Šiaulių universitetas, Šiaulių valstybinė kolegija

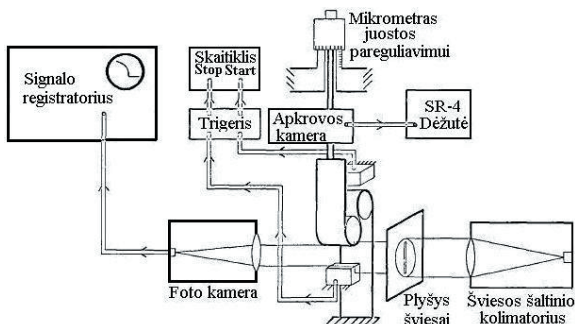
## Įvadas

Donaldas F. Uilksas (D. F. Wilkes), rolamaito tipo mechanizmo (RTM) sukūrėjas, teigė, kad šio mechanizmo elementai juda vienas kito atžvilgiu be praslydimo (Wilkes, 1967, 1968). Šią išvadą padarė atlikęs paprastą eksperimentą pagal schemą, parodytą 1 paveiksle, vizualiai nustatydamas, kad praslydimas tarp RTM elementų neegzistuoja.



1 pav. D. F. Uilksos (1967) atlikto eksperimento su rolamaito tipo mechanizmu schema

Tai paneigė darbo C. M. Percival ir F. R. Norwood (1969) autoriai, atlikę eksperimentą pagal schemą, parodytą 2 paveiksle. Jie nurodė, kad praslydimų RTM būna esant tam tikriems mechanizmo parametrų. Eksperimentui buvo panaudoti optiniai metodai, leidžiantys išvengti išorinių jėgų, galinčių paveikti tiriamos sistemos judesį. Lygiagrečių šviesos spindulių pluoštas, praėjęs pro plyšį, kerta tiriamo RTM kelią ir sukaupiamas į fotoelementą. Šviesos intensyvumas yra proporcingas ritinėlių poslinkiui ir registruojamas.



2 pav. D. M. Percival ir F. R. Norwood (1969) atlikto eksperimento su rolamaito tipo mechanizmu schema

Mechanizmas sukėlė mokslininkų susidomėjimą ir buvo atliekami RTM tyrinėjimai, parodė,

kad RTM, palyginus su kitais juostiniais – ritininiais mechanizmais, pasižymi dideliu kinematinio tikslumu, žemu trinties koeficientu (mažiausia gauta trinties koeficiento reikšmė 0,00004), plačiu funkcinio pritaikomumu.

Praslydimą tarp RTM elementų veikia juostos įtempimo jėgos ir ritinėlių apgaubimo juosta kampo dydžiai.

RTM elementų slydimo tyrimai (Рагульскис, Улозас, Бакай, Палявичюс, 1990; Ulozas, 2004) parodė, kad galimi šie RTM elementų slydimo variantai:

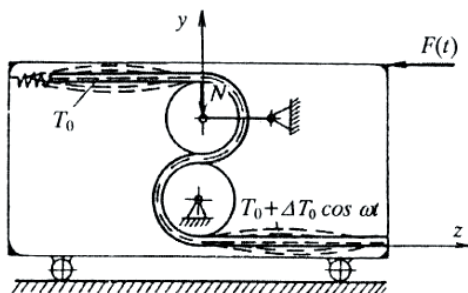
1. RTM elementai slysta esant *nepakankamo dydžio trinties jėgoms*. Šio slydimo galima išvengti pasirenkant racionalią RTM schemą su galima slydimo kompensacija.
2. *Geometrinį slydimą* lemia lankstaus perdavimo ryšio – baigtinio storio juostos buvimas, todėl juosta „paduodančio“ ir „priimančio“ ritinėlių paviršiniai greičiai yra skirtingi. Geometriniam slydimui būdingas negrįžtamumas, be to, ritinėliai juostos atžvilgiu, taip pat ir vienas kito atžvilgiu persislenka į priešingas puses.
3. *Tamprusis slydimas* susijęs su tuo, kad RTM juostos laisvieji galai yra skirtingo ilgio ir nevienodai deformuojami. Ritinėlių slydimas didėja didėjant sukimo pasipriešinimui (vadinasi, ir juostos įtempimui) ir visiškai išnyksta esant simetriniams svyravimams juostos ilgio atžvilgiu. Tampriam slydimui būdingas ritinėlių persislinkimas paskui juosta į vieną pusę ir nepersislinkimas vienas kito atžvilgiu.

Teoriškai tiriant supaprastintą RTM sistemos „ritinėlis-juosta“ dinaminį modelį, išsiaiškinta, kad, veikiant tiriamos sistemos elementus virpesiais, galima valdyti slydimo tarp jų procesą (Рагульскис, Улозас, Бакай, Палявичюс, 1990). Vadinasi, realioje RTM konstrukcijoje galima valdyti pasipriešinimo judesiu jėgų momentą, o tai ypač svarbu kuriant naujas RTM konstrukcijas su geresnėmis dinaminėmis charakteristikomis. Tai įrodyta eksperimentiniais tyrimais, aukštadažniams virpesiams sužadinti naudojant pjezoelementus RTM konstrukcijoje.

**Darbo tikslas** – išsiaiškinti, kokią įtaką RTM elementų slydimui turi RTM konstrukciją veikianti išorinė harmoninė jėga.

**RTM dinaminio nestabilumo sąlygų nustatymas**

Tyrimams panaudotas bazinis RTM modelis (3 pav.). Mechanizmas, pagal sinusinį dėsnį paveiktas besikeičiančios išorinės jėgos  $F(t)$ , pradeda judėti.



3 pav. Dinaminio poveikio RTM schema

Tarkime, kad juosta ritinėliais neslysta, t. y. pradinis juostos įtempimas  $T_0$  ir normalinė jėga  $N$  yra pakankamo dydžio, kad jų sukeltos trinties jėgos galėtų sužadinti virpamąjį ritinėlių judesį juosta, kurios abu galai pritvirtinti prie RTM rėmelių (korpuso). Tuomet juostos laisvųjų galų įtempimas, be pastovios sudaromosios, turės ir kintamąją sudaromąją  $\Delta T_0 \cos \omega t$  ir todėl galima manyti, kad sukamuosius ritinėlių virpesius sukelia kaip tik šis kintamasis dydis. Į juostą galima žiūrėti kaip į stygą, veikiamą kintamo įtempimo. Žinome, tokioje stygoje gali atsirasti skersiniai parametriniai virpesiai (Болотин, 1961; Вибрации в технике, 1978).

Juostos virpesiai aprašomi dalinių išvestinių lygtimi:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{T}{m_0} \frac{\partial^2 y}{\partial z^2}, \quad (1)$$

čia:  $y$  – skersinis poslinkis;  $T$  – įtempimas;  $m_0$  – juostos ilgio vieneto masė.

Nagrinėjamu atveju  $T$  – laiko funkcija

$$T = T_0 + \Delta T_0 \cos \omega t. \quad (2)$$

Remdamiesi Galiorkino metodu, ieškosime virpesių pirmosios harmonikos amplitudės priklausomybės pagal  $z$  nuo laiko, t. y. ieškosime sprendinio

$$y = q(t) \sin \frac{\pi z}{l}. \quad (3)$$

Įrašę (3) į (1), gausime

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = - \frac{T_0 + \Delta T_0 \cos \omega t}{m_0} \left( \frac{\pi}{l} \right)^2 q. \quad (4)$$

Pertvarkę, gausime

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{T_0}{m_0} \left( \frac{\pi}{l} \right)^2 \left( 1 + 2 \frac{\Delta T_0 \cos \omega t}{2T_0} \right) q = 0. \quad (5)$$

Pažymėję

$$\omega_0^2 = \frac{T_0}{m_0} \left( \frac{\pi}{l} \right)^2; \quad \mu = \frac{\Delta T_0}{2T_0}. \quad (6)$$

(5) lygtį užrašome taip

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 (1 + 2\mu \cos \omega t) q = 0. \quad (7)$$

(7) lygtis vadinama Matje lygtimi. Kita forma lygtis užrašoma taip

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + (a + 2h \cos 2x) q = 0. \quad (8)$$

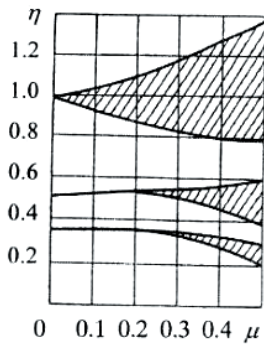
Iš (7) lygties į (8) buvo pereita pritaikius šias formules

$$2x = \omega t; \quad a = \frac{4\omega_0^2}{\omega^2}; \quad h = \frac{4\omega_0^2}{\omega^2} \mu. \quad (9)$$

Žinoma, kad mechaninių sistemų virpesius gali sužadinti ne tik išorinės jėgos, tiesiogiai sukeliančios sistemos pagrindinius poslinkius, bet ir išoriniai poveikiai, pakeičiantys sistemos parametrus (masę, standumą ir kt.). Kai kuriais atvejais, parametrus keičiantis periodiškai, atsiranda didėjantys sistemos virpesiai, kurie sukelia vadinamąjį parametrinį rezonansą. Kaip parametrinio virpesių sužadavimo pavyzdį galima nurodyti strypų dinaminio nestabilumo reiškinį, kai, veikiami periodiškai besikeičiančios išilginės jėgos, jie virpa skersiniais virpesiais. Kaip ir esant paprastam rezonansui, virpesių energija sistemoje tolydžiai didėja. Kadangi, esant skersiniams virpesiams, strypas įtvirtinimo taške slankioja dvigubu dažniu, tai išilginė jėga, besikeičianti taip pat dvigubai didesniu dažniu nei sistemos skersinių virpesių dažnis, sukelia parametrinį sužadimą. Matje lygties sprendinys yra Ainsio ir Stretto diagrama, kurioje pavaizduotas nestabilumo sričių pasiskirstymas. 4 pav. pateikta pirmųjų trijų nestabilumo sričių diagrama Matje lygčiai  $\mu$ ,  $\eta$  plokštumoje:

$$\mu = \frac{\Delta T_0}{2T_0} \text{ – santykinis sužadimo intensyvumas,}$$

$$\eta = \frac{\omega}{2\omega_0} \text{ – santykinis dažnis.} \quad (10)$$



4 pav. Matje lygties sprendimo diagrama, esant trims nestabilumo sritims

Pasinaudojant diagramomis, galima nustatyti nestabilumo sritis bendrajam parametrinio sužadavimo atvejui. Konkretiems atvejams gauname priklausomybę tarp bemačių dydžių  $\mu$  ir  $\eta$ :

$$\eta = \frac{l\omega}{\pi} \sqrt{\frac{2m_0\mu}{\Delta T_0}} \quad (11)$$

Remiantis (11), nestabilumo sritys diagramoje kirsis parabole:

$$\eta = K\sqrt{\mu}, \quad (12)$$

čia  $K = \frac{l\omega}{\pi} \sqrt{\frac{2m_0}{\Delta T_0}}$  (13)

Reikšmė  $\mu < 0,5$ , nes priešingu atveju sužadavimo jėgos  $\Delta T_0$  amplitudė bus didesnė už įtempimą  $T_0$ . Tai, esant lanksčiam elementui, yra nepriimtina dėl sistemos struktūrinių ryšių pažeidimo (Вибрации в технике, 1978).

RTM virpančių ritinėlių inercijos jėga yra pagrindinė parametrinio rezonanso sužadavimo jėga. Sužadavimo jėgos  $\Delta T_0$  amplitudei nustatyti pasinaudosime priklausomybe

$$M = i\alpha = \frac{ia}{R}, \quad (14)$$

čia  $M$  – sužadavimo jėgos momentas;  $i$  – sistemos ritinėlių inercijos momentas;  $a$  – kampinis pagreitis;  $\alpha$  – linijinis pagreitis.

Jei RTM ritinėliai vienodi, tai

$$i = 2\rho Jb, \quad (15)$$

čia  $\rho$  – ritinėlio medžiagos tankis;  $J$  – ritinėlių skerspjūvių suminis inercijos momentas;  $b$  – ritinėlio sudaromosios ilgis.

Tuomet

$$\Delta T_0 = \frac{M}{R} = \frac{2\rho Jba}{R^2}. \quad (16)$$

Ištisiniam cilindriui

$$J = \frac{\pi R^4}{2}.$$

Gauname

$$\Delta T_0 = 2\pi R^2 b \rho a. \quad (17)$$

Pateiktos priklausomybės leidžia nustatyti RTM dinaminio nestabilumo sritis, veikiant sistemą harmonine jėga, ir pašalinti priežastis, sukeliančias parametrinį rezonansą ir elementų slydimą dėl dinaminio apkrovų.

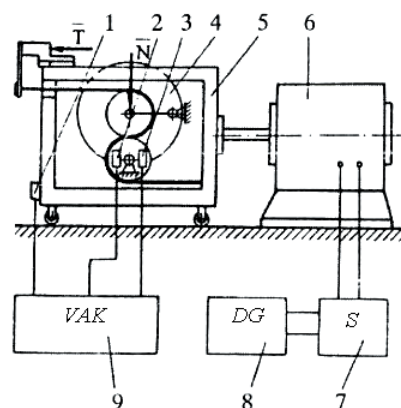
### Eksperimentiniai tyrimai

Esant dinaminiam poveikiui, lankstūs ryšiai apriboja RTM darbą. Mechanizmai netenka stabilumo, jų elementai ima tarpusavyje slysti. Remiantis aukščiau pateiktais teoriniais tyrimais, pagrįstais Matje lygtimi, esant periodiškai besikeičiantiems parametrams, sistemoje susidaro parametrinis rezonansas, kuris ir yra dinaminio nestabilumo priežastis.

Matje lygties sprendiniai gaunami iš Ainsio ir Stretto diagramos. Beje, sistema bus nestabili, jei apskaičiuoti parametrai pateks nors į vieną nestabilumo sritį.

Pagrindinis eksperimento tikslas – nustatyti bazinio RTM modelio ritinėlių ir juostos dinaminio nestabilumo (slydimo) sritis, priklausomai nuo juostos įtempimo ir normalinių jėgų kontakcinėje zonoje.

Tyrimams panaudotas 5 paveiksle pavaizduotas eksperimentinis stendas.



5 pav. RTM dinaminio nestabilumo tyrimų stendas:

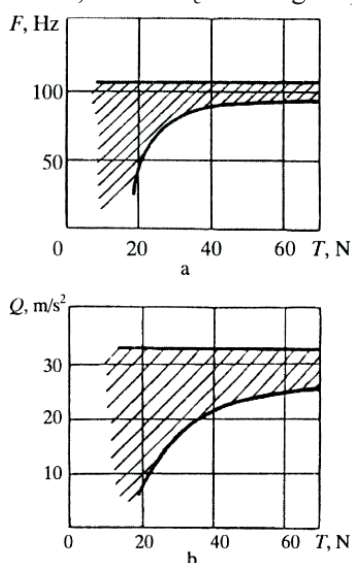
- 1, 2, 3 – pirminiai pagreičių matavimo keitikliai;
- 4 – apkrovimo smagratis; 5 – tiriamasis objektas;
- 6 – vibratorius; 7 – stiprintuvas; 8 – dažnių generatorius; 9 – vibroakustinis kompleksas

Eksperimentas atliekamas tokia seka:

- 1) nustatomos atitinkamos juostos įtempimo ir kon-

- taktinės elementų sąveikos apkrovos;
- 2) tiriamasis objektas paveikiamas vibratoriaus harmonine jėga, keičiant virpesių dažnį ir amplitudę iki dydžių, sukeliančių parametrinį rezonansą, (6a pav.);
  - 3) pasireiškus ritinėlių dinaminiam nestabilumui, užregistruojamos pagreičių reikšmės (6b pav.).

Tyrimų rezultatai apibendrinti ir pateikti 6 pav., kur parodytos RTM dinaminio ir dažninio nestabilumo sričių ribos, esant kontaktinės elementų sąveikos apkrovoms  $N = 20 \div 240$  N. Charakteristikos, pateiktos 6 pav., gautos RTM su ritinėliais, kurių skersmuo – 20 mm, ilgis – 60 mm, juostos skerspjūvis –  $0,055 \times 22$  mm<sup>2</sup> ir laisvųjų juostos galų ilgis – 200 mm, smagračio, uždedamo ant ritinėlio ir skirto sužadavimo jėgai padidinti, skersmuo – 60 mm ir plotis – 20 mm, elementų medžiaga – plienas.



**6 pav.** RTM nestabilumo dažninė (a) ir dinaminė (b) charakteristikos (nestabilumo sritis užbrūkšniuota)

Sužadavimo jėgos  $\Delta T_0$  ir reikšmių  $\mu$  ir  $\eta$  apskaičiavimai diagramos nestabilumo sritims nustatyti (4 pav.) visiškai patvirtina teorinių prielaidų padarytų įvertinant RTM dinaminį nestabilumą, teisingumą. Eksperimentinių ir teorinių tyrimų rezultatai lyginami lentelėje ( $N = 40$  N):

Lentelė. **RTM dinaminio ir dažninio nestabilumo sričių reikšmės**

$T_0$ , N	20	30	40	50	60	70
$\Delta T_0$ , N	19	22	24	26	28	30
$\mu$	0,48	0,37	0,3	0,26	0,23	0,21
$\eta$	1,28	1,24	1,13	1,01	0,91	0,85

Eksperimentiniai RTM dinaminio nestabilumo tyrimai parodė, kad Matje lygtis tinka tokiam uždaviniui teoriškai spręsti. RTM dinaminio nestabilumo galima išvengti panaudojus išbalansuotus ritinėlius (žr. sukurtus dinaminis virpesių slopintuvus, pvz., TSRS išradimus Nr.806930, 970006 ir kt.).

### Išvados

1. Teoriniais tyrimais gautos priklausomybės leidžia nustatyti išorinės harmoninės jėgos veikiamo RTM dinaminio nestabilumo sritis ir pašalinti priežastis, dėl kurių atsiranda parametris rezonansas bei RTM elementų praslydimas, veikiant dinaminėms apkrovoms.
2. Eksperimentiniai RTM dinaminio nestabilumo tyrimai patvirtino, kad Matje lygtis tinka RTM dinaminio nestabilumo sąlygoms teoriškai nustatyti.

### Literatūra

1. Percival C. M., Norwood F. R., 1969, A Theoretical and Experimental Investigation of the Dynamic Response of Rolamite. *Trans. ASME. Ser. B. Vol. 91. No 1. P. 235–239.*
2. Ulozas R. V., 2004, Raziskava zdrsa v mehanizmu med valjem in trakom. An Investigation of Slipping in Rolamite-Type Mechanisms. *Strojniški vestnik – Journal of Mechanical Engineering. No 50 (6). P. 302–309.*
3. Wilkes D. F., 1967, Rolamite: A New Mechanical Design Concept. *Research Report SC-RR-67-656A. Sandia Laboratories, December.*
4. Wilkes D. F., 1968, Rolamite: A New Mechanism. *Mechanical Engineering. April. Vol. 90. No 4. P. 11–29.*
5. Болотин В. В., 1961, *Динамическая устойчивость упругих систем.* Москва: ГИТТИ.
6. *Вибрации в технике. Справочник, 1978. Том. 1.* Москва: Машиностроение.
7. Рагульскис К., Улозас Р. В., Бакай Н., Палявичюс А., 1990, *Механизмы типа роламайт.* Вильнюс: Мокслас.

**THE RESEARCH ON DYNAMIC INSTABILITY IN ROLAMITE TYPE MECHANISMS***Antanas Andrijauskas, Ričardas Viktoras Ulozas***Summary**

The research on dynamic instability was carried out using the Matje equation. The result of solving this equation is the Ains-Strett diagram, according to which instability fields of parametric vibrations of the loose ends of a band in rolamite type mechanisms (RTM) are determined, i.e. under certain conditions because of parametric resonance RTM loses its stability what causes mutual sliding of RTM elements.

**Key words:** rolamite type mechanisms, vibrations, sliding, dynamic instability.

**ROLAMAITO TIPO MECHANIZMŲ DINAMINIO NESTABILUMO TYRIMAI***Antanas Andrijauskas, Ričardas Viktoras Ulozas***Santrauka**

Dinaminio rolamaito tipo mechanizmų (RTM) nestabilumo tyrimai atlikti pasinaudojant Matje lygtimi. Šios lygties sprendimo rezultatas yra Ainso ir Stretto diagrama, pagal kurią nustatomos juostos laisvųjų galų parametrinių virpesių dinaminio nestabilumo sritys, t. y. sąlygos, kai RTM dėl parametrinio rezonanso netenka stabilumo ir RTM elementai ima slysti.

**Prasminiai žodžiai:** rolamaito tipo mechanizmai, virpesiai, praslydimas, dinaminis nestabilumas

Įteikta 2012-11-06