

# SIJŲ STIPRUMO STATMENAME PJŪVYJE APSKAIČIAVIMAS PAGAL KREIVINĘ EURONORMŲ GNIUŽDOMO BETONO ĮTEMPIŲ DIAGRAMĄ

Mantas Tankūnas, Vytautas Urbonas, Ipolitas Židonis  
Šiaulių universitetas, Technologijos fakultetas

## Įvadas

Pagrindinis statybinių konstrukcijų elementų skaičiavimo būdas yra ribinių būvių metodas. Dažnai tenka apskaičiuoti gelžbetoninių elementų stiprumą, plyšių atsiradimą, įlinkius. Tam norminiuose reglamentuose nustatytos vis kitos kiekvienam minėtam skaičiavimui pritaikytos formulės. Skaičiavimui supaprastinti kreivinės įtempių diagramos keičiamos paprastesnėmis. Todėl taip apskaičiuotų parametrų reikšmės būna sąlyginės.

I. Židonio (2007, 2077a), I. Židonio ir V. Vencevičiaus (2007) straipsniuose pateiktas praktiškas gana universalus inžinerinis metodas, kurio pagrindą sudaro netiesinis modelis, leidžiantis pagal vieningą metodiką apskaičiuoti realias, ne sąlygines įtempimų-deformacijų būvio parametrų reikšmes statmenuose elementų ašiai pjūviuose bet kurioje apkrovimo stadijoje nuo apkrovimo pradžios iki elemento suirimo. Kai kuriuos šios metodikos formulių parametrus, reikalingus sijų stiprumui  $M_{Rd}$  statmename išilginei ašiai pjūvyje apskaičiuoti, galima nustatyti iš anksto. Tai leistų išvengti pasikartojančių skaičiavimų ir supaprastintų formulių taikymą praktikoje.

**Tyrimo objektas** – gelžbetoninės stačiakampio skerspjūvio sijos  $M_{Rd}$  atsparumo apskaičiavimas.

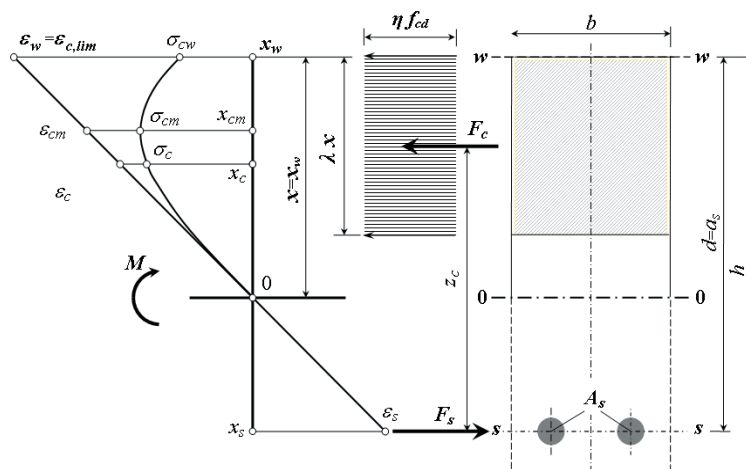
**Tyrimo tikslas** – apskaičiuoti sijų iš įvairių gniuždomo betono stiprumo klasių gniuždomos

zonos įtempių kreivinės diagramos parametrus, reikalingus gelžbetoninių sijų  $M_{Rd}$  stiprumui statmenuose pjūviuose nustatyti, kai taikomas netiesinis EN-2 deformacijų-įtempių modelis [4–6].

**Uždaviniai.** Apskaičiuoti mažai, vidutiniškai ir gausiai armuotų gelžbetoninių sijų iš įvairių betono stiprumo klasių gniuždomos zonos parametrus. Sijų stiprumą  $M_{Rd}$  apskaičiuoti dviem metodais: [2] darbe siūlomu metodu (toliau jį vadinysime ZI metodu) ir pagal [4–6] reglamentuose rekomenduojamas formules (toliau šį metodą vadinysime EN-2 metodu). EN-2 metode imti stačiakampę sijų gniuždomos zonos betono įtempių diagramą (1 pav.). Tarpusavyje palyginti  $M_{Rd}$  skaičiavimo rezultatus.

**Tyrimo metodas** – skirtingais metodais teoriškai apskaičiuotų rezultatų palyginimas.

**Tyrimo imtis.** Keturi gelžbetoninės sijos tempiamos zonos armavimo variantai – mažas (armavimo koeficientas  $\rho_l \approx 0,44\%$ ), vidutinis ( $\rho_l \approx 1,01\%$  ir  $\rho_l \approx 1,60\%$ ) ir didelis ( $\rho_l \approx 2,13\%$ ). Visos [4–6] reglamentuose pateiktos įprasto betono stiprumo klasės:  $f_{ck}$  nuo 12 iki 90 MPa. Sijų skerspjūvio matmenys:  $b = 0,20$  m,  $h = 0,50$  m,  $d = 0,46$  m.



1 pav. Lenkiamo elemento skerspjūvis ir elementą veikiančios jėgos bei EN-2 reglamentuose pateikiamo sijų betono gniuždomos zonos įtempių stačiakampis pasiskirstymas

**Sijų gniuždomos zonos betono kreivinės įtempių diagramos parametrų apskaičiavimas ir jų praktiškas panaudojimas**

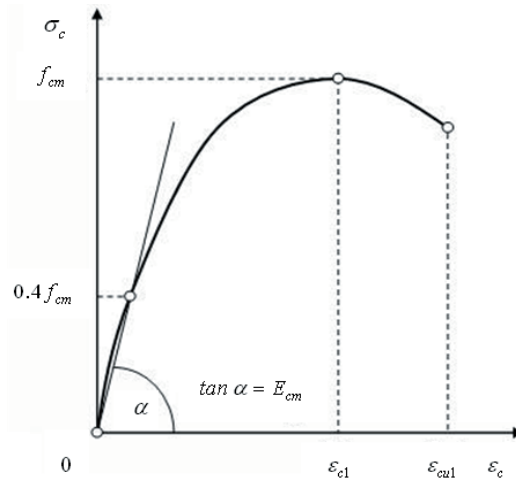
Šiame straipsnyje gelžbetoninių stačiakampio skerspjūvio sijų (1 pav.) stiprumas  $M = M_{Rd}$ , t. y. skaičiuotinis irimo momentas nustatomas sijos betono gniuždomos zonos įtempius įvertinant dviem metodais – ZI metodu ir EN-2 metodu. Reglamentuose įteisintas EN-2 metodas čia panaudojamas universalesnio mažiau suscheminto, todėl mažiau nutolusio nuo realybės ZI metodo tinkamumui patikrinti.

**ZI metodas.** Įtempių diagrama yra kreivinė (2 pav.), aprašyta ES-2 reglamentų lygtimi [4–6]:

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta}; \tag{1}$$

$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1} \tag{2}$$

$$k = \frac{1,05E_{cm} \cdot \varepsilon_{c1}}{f_{cm}} \tag{3}$$



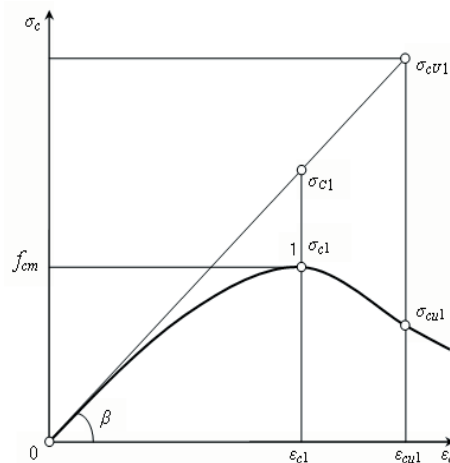
**2 pav.** Įtempių-deformacijų tarpusavio priklausomybė (1 ir 4)

Jeigu  $E_c = 1,05E_{cm}$  ir  $\nu_{c1} = f_{cm} / E_c \varepsilon_{c1}$ , tai

$k = 1 / \nu_{c1}$  ir

$$\sigma_c = \frac{\eta / \nu_{c1} - \eta^2}{1 + (1 / \nu_{c1} - 2)\eta} f_{cm}. \tag{4}$$

2 pav. grafikas keičiamas 3 pav. grafiku [3], aprašytu (5) lygtimi.



**3 pav.** Įtempių-deformacijų tarpusavio priklausomybė (5)

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c (1 + c_1 \eta + c_2 \eta^2) = \nu_c E_c \varepsilon_c = \nu_c \sigma_{ce} \quad (5)$$

Čia:

$$\nu_c = 1 + c_1 \eta + c_2 \eta^2 = 1 + (3\nu_{c1} - 2)\eta + (1 - 2\nu_{c1})\eta^2 \quad (6)$$

$$c_1 = 3\nu_{c1} - 2, \quad c_2 = 1 - 2\nu_{c1}; \quad E_c = \tan \beta;$$

$$\sigma_{c1} = E_c \varepsilon_{c1}; \quad \sigma_{c1} = \sigma_{cm} = f_{cm};$$

$$\nu_{c1} = \sigma_{c1} / \sigma_{c1}.$$

2 paveikslo grafiko pakeitimo 3 paveikslo grafiku rezultatas parodytas 4 pav. (Židonis, Vencevičius, 2007).

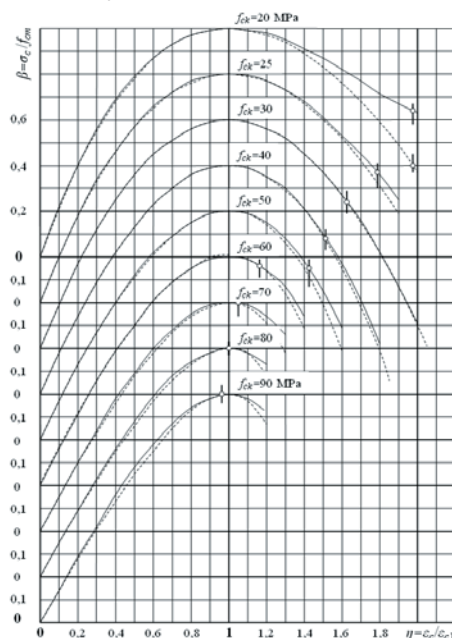
I. Židonio atlikti tyrimai parodė, kad visų įprasto stiprumo klasių betono 4 pav. grafiko „kylanti“ dalis (iki  $\varepsilon_{c1}$ ) 3-čio laipsnio (5) lygtimi aprašoma gana tiksliai, kai  $\nu_{c1} \geq 0,3$

( $f_{ck} \geq 12$  MPa), patenkinamai, – kai  $\nu_{c1} \geq 0,25$  ( $f_{ck} \geq 08$  MPa).

Tam tikrą 3-čio laipsnio (5) lygties „krentančios“ dalies intervalą galima nagrinėti, kai  $\nu_{c1} \geq 0,39$ , –  $f_{ck} \geq 25$  MPa. Visą krentančios dalies intervalą galima nagrinėti, kai  $\nu_{c1} \geq 0,44$ , –  $f_{ck} \geq 35$  MPa.

Pagal EC-2 reglamento E.1N lentelę ir STR 2.05.05:2005 reglamento 1 lentelę žemiausia konstrukcijų betono stiprumo  $f_{ck}$  klasė yra 12 MPa (C12/15), kai panaudojimo sąlygos ypač geros ir 20 MPa (C20/25) – kitais atvejais.

Kai  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c1}$  ir  $\varepsilon_{c1} = 0,7 f_{cm}^{0,31} \leq 2,8$  ‰, tai žemiau pasirinkta metodika pakankamai gerai tinka visam betono  $f_{ck}$  stiprumo klasių diapazonui nuo 12 iki 90 MPa, patenkinamai tinka ir  $f_{ck} = 8$  MPa atveju.



4 pav. Įtempių  $\sigma_c$  santykinių reikšmių  $\beta = \sigma_c / f_{cm}$  grafikai:

-----  $\beta_{EN-2} = \sigma_c / f_{cm}$ , kai  $\sigma_c$  iš (1) formulės;

—  $\beta_{ZI} = \sigma_c / f_{cm}$ , kai  $\sigma_c$  iš (5) formulės

Skaičiuojant  $M_{Rd}$  stiprumą sijos skerspjūvyje, EN-2 reglamente reikiamas medžiagų stiprumo patikimumas gaunamas armatūros ir gniuždomo betono stiprį dalijant iš dalinių koeficientų, t. y.  $f_{sd} = f_{sk} / \gamma_s$  ir  $f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c$ .

ZI metodikos pagrindą sudaro netiesinis betono deformacijų modelis. Sijos gniuždomos zonos betono įtempiai aproksimuojami kreivine (5) lygtimi. Šioje lygtyje, o taip pat ir [4, 6] eurokodų 1 lentelės formulėse deformacinėms betono savybėms apskaičiuoti imamos ne charakteristinės, bet

vidutinės parametų reikšmės. Pagal šitas formules apskaičiuojama vidutinė sijos betono gniuždomos zonos jėga. Reikiamam patikimumui gauti panaudojame sijos betono gniuždomos zonos jėgos dalinį  $\gamma_{Nc} = F_{cm} / F_{cd}$  koeficientą. Ankstesnis I. Židonio tyrimas parodė, kad galima imti  $\gamma_{Nc} = 1,95$ . Armatūros stiprumo patikimumas užtikrinamas, kaip ir EN-2 metode, panaudojant armatūros stiprumo dalinį koeficientą:  $f_{sd} = f_{sk} / \gamma_s$ .

Šiame darbe yra visų stiprumo klasių betonui apskaičiuoti ir 1 lentelėje surašyti papildomi parametrai, reikalingi  $M_{Rd}$  atsparumui sijų skerspjūvyje apskaičiuoti ZI metodu.

ZI metodo esmė tokia. (5) funkcija lengvai integruojama. Sijų gniuždomos zonos betono įtempių atstojamoji jėga ir šios jėgos momentas apie neutraliąją ašį (žr. [2]) yra

$$F_c = \int_{x_w}^0 \sigma_c b(dx_c) = \omega_{nc} \varepsilon_w E_c b x_w = \omega_{nc} \varepsilon_w E_c b d \xi_w \quad (7)$$

$$M_c = \int_{x_w}^0 \sigma_c b x_c (dx_c) = \omega_{mc} \varepsilon_w E_c b x_w^2 = \omega_{mc} \varepsilon_w E_c b d^2 \xi_w^2 \quad (8)$$

Čia:

$$\eta_c = \eta_w = \varepsilon_w / \varepsilon_{c1}$$

$$\omega_{cn} = \frac{1}{2} + \frac{c_1}{3} \eta_c + \frac{c_2}{4} \eta_c^2 \quad (9)$$

$$\omega_{cm} = \frac{1}{3} + \frac{c_1}{4} \eta_c + \frac{c_2}{5} \eta_c^2 \quad (10)$$

$$\xi_w = \frac{x_w}{d}$$

$$e_c = \frac{M_c}{F_c} = \frac{\omega_{mc}}{\omega_{nc}} x_w = \frac{\omega_{mc}}{\omega_{nc}} \xi_w d \quad (11)$$

$$a_c = x_w - e_c = \left(1 - \frac{\omega_{mc}}{\omega_{nc}}\right) \cdot \xi_w d \quad (12)$$

$$z_c = d - a_c = d - \left(1 - \frac{\omega_{mc}}{\omega_{nc}}\right) \cdot d \xi_w = \left[1 - \left(1 - \frac{\omega_{mc}}{\omega_{nc}}\right) \xi_w\right] \cdot d \quad (13)$$

$$F_{cm} = \omega_{nc} \varepsilon_w E_c b d \xi_w \quad (14)$$

Stiprumo ribinio būvio patikimumas, numatytas EN-2 reglamente, ZI metode užtikrinamas, imant tokias sijos tempiamos ir gniuždomos zonų jėgų skaičiuotines reikšmes:

$$F_{sd} = f_{sd} A_s = \frac{f_{sk}}{\gamma_s} A_s = \frac{F_{sk}}{\gamma_s} \quad (15)$$

$$F_{cd} = \frac{F_{cm}}{\gamma_{Fc}} = \frac{\omega_{nc} \varepsilon_w E_c b d \xi_w}{\gamma_{Fc}} \quad (16)$$

ZI metode skaičiavimui panaudojamos tokios jėgų projekcijų ir lenkimo momentų pusiausvyros lygtys:

$$\frac{\omega_{nc} \varepsilon_w E_c b d \xi_w}{\gamma_{Fc}} - f_{sd} A_s = 0 \quad (17)$$

$$M_{Rd} = M_{Rd,ZI} = F_{cd} z_c = F_{sd} z_c = \frac{\omega_{nc} \varepsilon_w E_c b d \xi_w}{\gamma_{Fc}} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\omega_{mc}}{\omega_{nc}}\right) \xi_w\right] \cdot d \quad (18)$$

$$\xi_w^2 + \frac{\omega_{nc}}{(\omega_{nc} - \omega_{mc})} \xi_w - \frac{\gamma_{Fc} M_{Rd}}{(\omega_{nc} - \omega_{mc}) \varepsilon_w E_c b d^2} = 0 \quad (19)$$

I. Židonio nustatyta koeficiento  $\gamma_{Fc} = 1,95$  reikšmė. Ji yra 1,3 karto didesnė už  $\gamma_c = 1,5$  todėl, kad atsarga didinama ne nuo charakteristinių  $f_{ck}$  reikšmių 95% patikimumo lygio, bet nuo vidutinių  $f_{cm}$  reikšmių 50% patikimumo lygio.

Betono gniuždomos zonos dydžio (8) maksimaliai reikšmei nustatyti panaudota formulė

$$\xi_{lim} = \frac{x_{lim}}{d} = \frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{c,lim} + \varepsilon_{sd}} \quad (20)$$

### Skaičiavimo pavyzdžiai

$M_{Rd}$  stiprumo sijos skerspjūvyje apskaičiavimas ZI metodu ir pagal EN-2 formules

Sijos betonas  $f_{ck} = 25$  MPa.

Armavimas:

$$f_{sd} = 364 \text{ MPa}, \quad \varepsilon_{sd} = \varepsilon_{yd} = 1,815 \text{ ‰}$$

Sijos (1 pav.) skerspjūvio matmenys:

$$b = 0,20 \text{ m}, \quad h = 0,50 \text{ m}, \quad d = 0,46 \text{ m}.$$

$$\xi_{lim1} = \frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_{c1} + \varepsilon_{sd}} = \frac{2,1}{2,1 + 1,815} = 0,5364$$

$$\xi_{lim,u3} = \frac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{cu3} + \varepsilon_{sd}} = \frac{3,5}{3,5 + 1,815} = 0,6581$$

$M_{Rd}$  skaičiavimas ZI metodu

$$F_{sd} = 146,2 \text{ kN}.$$

$$\text{Iš 1 lentelės } \frac{F_{cd}}{\xi_{c1} b d} = 11393 \text{ kPa}.$$

$$\frac{F_{cd}}{\xi_{c1}} = 11393 b d = 11390 \cdot 0,2 \cdot 0,46 = 1048 \text{ kN}.$$

$$\xi_{c1} = \frac{F_{cd}}{1048} = \frac{F_{sd}}{1048} = \frac{146,2}{1048} = 0,1395 <$$

$$\xi_{lim1} = 0,5364.$$

$$F_{cd} = F_{sd} = 146,2 \text{ kN}.$$

$$\text{Iš 1 lentelės } \left(1 - \frac{\omega_{mc}}{\omega_{nc}}\right) = 0,378.$$

$$z_c = \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\omega_{mc}}{\omega_{nc}} \right) \xi_{c1} \right] \cdot d =$$

$$= [1 - 0,378 \cdot 0,1395] \cdot 0,46 = 0,4357 m.$$

$$M_{Rd} = M_{Rd,ZI} = N_{cd} z_c = 146,2 \cdot 0,4357 = 63,70 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Jeigu  $F_{sd} = 357,1 \text{ kN}$ , tai  $\xi_{c1} = \frac{357,1}{1048} = 0,3407$ ,

$$z_c = 0,4007 m, M_{Rd,ZI} = 143,1 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

Jeigu  $F_{sd} = 533,8 \text{ kN}$ , tai  $\xi_{c1} = \frac{533,8}{1048} = 0,5093$ ,

$$z_c = 0,3713 m, M_{Rd,ZI} = 198,1 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

Jeigu  $F_{sd} = 713,7 \text{ kN}$ , tai  $\xi_{c1} = \frac{713,7}{1048} = 0,6810$ :

kai imama  $\xi_{lim} = \xi_{lim1} = 0,5364$ , tai  $F_{cd} = 487,2$ ,  
 $z_c = 0,3666 m$ ,  $M_{Rd,ZI} = 178,6 \text{ kN}\cdot\text{m}$ ;

kai imama  $\xi_{lim} = \xi_{lim,u3} = 0,6581$ , tai  
 $F_{cd} = 689,7 \text{ kN}$   $z_c = 0,3454 m$ ,  
 $M_{Rd,ZI3} = 238,3 \text{ kN}\cdot\text{m}.$

#### *M<sub>Rd</sub> skaičiavimas pagal EN-2 formules*

Kai  $f_{ck} = 25 < 50 \text{ MPa}$ , tai  $\eta = 1$ ,  $\lambda = 0,8$ .

$$f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c = 0,9 \cdot 25 / 1,5 = 15 \text{ MPa}.$$

$$\eta \cdot f_{cd} b d = 1 \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,46 = 1380.$$

$$\xi_{eff} = \frac{F_{sd}}{\eta \cdot f_{cd} b d} = \frac{146,2}{1380} = 0,1059.$$

$$\xi = \frac{\xi_{eff}}{\lambda} = \frac{0,1059}{0,8} = 0,1324 < \xi_{lim,u3} = 0,6581.$$

$$F_{cd} = F_{sd} = 146,2 \text{ kN}.$$

$$z_c = \left( 1 - \frac{\xi_{eff}}{2} \right) d = \left( 1 - \frac{0,1059}{2} \right) \cdot 0,46 = 0,4356 m.$$

$$M_{Rd,EN-2} = F_{cd} z_c = 146,2 \cdot 0,4356 = 63,69 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

Jeigu  $F_{sd} = 357,1 \text{ kN}$ , tai  $\xi_{eff} = \frac{357,1}{1380} = 0,2588$ ,

$$\xi = \frac{\xi_{eff}}{\lambda} = \frac{0,2588}{0,8} = 0,3235 < \xi_{lim,u3} = 0,6581,$$

$$z_c = 0,4005 m, M_{Rd,EN-2} = 143,0 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

Jeigu  $F_{sd} = 533,8 \text{ kN}$ , tai  $\xi_{eff} = \frac{533,8}{1048} = 0,3868$ ,

$$\xi = \frac{\xi_{eff}}{\lambda} = \frac{0,3868}{0,8} = 0,4835 < \xi_{lim,u3} = 0,6581,$$

$$z_c = 0,3710 m, M_{Rd,EN-2} = 198,1 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

Jeigu  $F_{sd} = 713,7 \text{ kN}$ , tai  $\xi_{eff} = \frac{713,7}{1380} = 0,5172$ ,

$$\xi = \frac{\xi_{eff}}{\lambda} = \frac{0,5172}{0,8} = 0,6465 < \xi_{lim,u3} = 0,6581,$$

$$z_c = 0,3410 m, M_{Rd,EN-2} = 243,4 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

Abiem metodais apskaičiuotų  $M_{Rd}$  palyginimas:

kai  $F_{sd} = 146,2 \text{ kN}$ , armavimo koeficientas

$$\rho_l = 0,437 \%, \text{ tai } \frac{M_{Ed,ZI}}{M_{Rd,EN-2}} = \frac{63,70}{63,69} = 1,0002;$$

kai  $F_{sd} = 357,1 \text{ kN}$ ,  $\rho_l = 1,011 \%$ , tai

$$\frac{M_{Ed,ZI}}{M_{Rd,EN-2}} = \frac{143,1}{143,0} = 1,0007;$$

kai  $F_{sd} = 533,8 \text{ kN}$ ,  $\rho_l = 1,596 \%$ , tai

$$\frac{M_{Ed,ZI}}{M_{Rd,EN-2}} = \frac{198,1}{198,1} = 1,0000;$$

kai  $F_{sd} = 713,7 \text{ kN}$ ,  $\rho_l = 2,134 \%$ , tai

$$\frac{M_{Ed,ZI}}{M_{Rd,EN-2}} = \frac{178,6}{243,4} = 0,7338,$$

$$\frac{M_{Ed,ZI3}}{M_{Rd,EN-2}} = \frac{238,3}{243,4} = 0,9790.$$

**Armatūros  $A_{sd}$  ploto sijos skerspjūvyje apskaičiavimas ZI metodu ir pagal EN-2 formules**

#### *A<sub>sd</sub> skaičiavimas ZI metodu*

Sija ta pati, kaip ir skaičiuojant  $M_{Rd}$ .

$$M_{Ed} = 198,1 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot f_{sd} = 364 \text{ MPa}.$$

$$N_{cd} = \gamma_{Ncd} N_{cm}, \gamma_{Fcd} = 1,95.$$

$$\xi_w^2 - \frac{\omega_{nc1}}{\omega_{nc1} - \omega_{mc1}} \xi_w + \frac{1,95 M}{(\omega_{nc1} - \omega_{mc1}) \varepsilon_w E_c b d^2} = 0.$$

Iš 1 lentelės  $(\omega_{nc1} - \omega_{mc1}) \varepsilon_w E_c = 8,408 \text{ MPa}$

$$\text{ir } \frac{\omega_{nc1}}{\omega_{nc1} - \omega_{mc1}} = 2,65,$$

$$\frac{\gamma_{Fcd} M}{(\omega_{nc1} - \omega_{mc1}) \varepsilon_w E_c b d^2} = \frac{1,95 \cdot 198,1}{8,408 \cdot 0,2 \cdot 0,46^2} = 1,0856$$

$$\xi_w^2 - 2,65 \xi_w + 1,95 \cdot 0,5568 = 0.$$

$$\xi_w = \frac{2,65}{2} - \left( \left( \frac{2,65}{2} \right)^2 - 1,0856 \right)^{\frac{1}{2}} = 0,5064 <$$

0,5364.

Iš 1 lent.  $\omega_{nc1} \varepsilon_{cl} E_c = 22,215 \text{ MPa}$ , o iš (17) –

$$A_s = \frac{\omega_{nc1} \varepsilon_w E_c b d \xi_w}{\gamma_{Fc} f_{sd}} = \frac{22,215 \cdot 0,2 \cdot 0,46 \cdot 0,5064}{1,95 \cdot 364} =$$

$$= 0,001458 \text{ m}^2 = 14,58 \text{ cm}^2$$

**$A_{sd}$  skaičiavimas EN-2 metodu**

Sija ta pati, kaip skaičiuojant  $M_{Rd}$ .

$$M_{Ed} = 533,8 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot f_{sd} = 364 \text{ MPa}$$

Kai  $f_{ck} = 25 < 50 \text{ MPa}$ , tai  $\eta = 1$ ,  $\lambda = 0,8$ .

$$f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c = 0,9 \cdot 25 / 1,5 = 15 \text{ MPa}.$$

$$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{\eta \cdot f_{cd} b d^2} = \frac{198,1 \cdot 10^3}{1 \cdot 15 \cdot 0,2 \cdot 0,46^2} = 0,312.$$

$$\xi_{eff} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,312} = 0,3868.$$

$$\xi = \frac{\xi_{eff}}{\lambda} = \frac{0,3868}{0,8} = 0,4835 < \xi_{lim,u3} = 0,6581.$$

$$A_{sd} = \frac{\eta \cdot f_{cd} b d \xi_{eff}}{f_{sd}} = \frac{1 \cdot 15 \cdot 0,2 \cdot 0,46 \cdot 0,3868}{364} = 14,6644 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Daugiau skaičiavimo rezultatų ir jų tarpusavio santykių pateikta 2 lentelėje. Ten yra ir skaičiavimo duomenų ne tik kai  $\gamma_{Fc} = 1,95$ , bet ir kai  $\gamma_{Fc} = 1,5$  bei kai  $\gamma_{Fc} = 2,25$ . Tinkamiausia yra  $\gamma_{Fc} = 1,95$  reikšmė.

Iš skaičiavimo skirtingais metodais rezultatų palyginimo matyti, kad abiem atvejais gaunami geri rezultatai, kai sijų armavimas yra įprastas.

EN-2 norminiuose reglamentuose riba tarp normaliai ir gausiai armuotų elementų apskaičiuojama iš (20) formulės, laikant  $\varepsilon_{c,lim} = \xi_{lim,u3}$ . Gausiai armuotiems elementams imama  $\xi_c = \xi_{lim,u3}$ .

Skaičiuojant ZI metodu, (20) formulėje imta  $\varepsilon_{c,lim} = \xi_{c1}$ , – gautos  $M_{Rd,ZI}$  reikšmės yra ma-

žesnės už  $M_{Rd,EN-2}$  reikšmes (žr. 2 lent.). Jeigu  $\varepsilon_{c,lim} = \xi_{lim,u3}$ , kai betono stipris yra mažas, gausiamos jau per didelės  $M_{Rd,ZI}$  reikšmės.

Gausiai armuotų sijų  $M_{Rd}$  apskaičiavimo čia naudotu būdu nelogiškumas yra jau tai, kad ribinis gniuždomos zonos dydis nepriklauso nuo armavimo procento. Šį trūkumą galima pašalinti, panaudojus ZI metodo formules [1–3].

**Išvados**

1.  $M_{Rd}$  stiprumo sijų skerspjūvyje skaičiavimas siūlomu ZI metodu, kuriame panaudojama realiausia iš visų EN-2 reglamentuose pateiktų kreivinė įtempių-deformacijų tarpusavio priklausomybė, yra logiškas ir nesudėtingas. Metodas gali būti panaudojamas ne tik konstrukcijoms projektuoti, bet ir įvairių faktorių, pvz.,  $\sigma_c - \varepsilon_c$  priklausomybės grafiko „krentančios“ dalies įtakai  $M_{Rd}$  skaičiavimo rezultatams tirti.
2. Geriausi  $M_{Rd}$  skaičiavimo ZI metodu rezultatai gaunami tuomet, kai  $\gamma_{Fc} = 1,95$ . Įprasto armavimo atveju jie labai artimi rezultatams, apskaičiuotiems EN-2 metodu.
3. Gausiai armuotų sijų  $M_{Rd}$  skaičiavimas straipsnyje naudotais metodais yra labai sąlygiškas, apytikslis – jį reikia tobulinti.

1 lentelė. *Betono stiprumo ir deformacinės sąryšės*

$f_{ck}$ (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
$f_{cm} = f_{ck} + 8$ (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98
$E_{cm} = 22(f_{cm}/10)^{0,3}$ (GPa); ( $f_{cm}$ , MPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44
$E_c = 1,05E_{cm}$ (GPa)	28,35	30,45	31,5	32,55	34,65	35,7	36,75	37,8	38,85	39,9	40,95	43,05	44,1	46,2
$\varepsilon_{cl} = 0,7f_{cm}^{0,31} \leq 2,8$ (‰); ( $f_{cm}$ , MPa)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8
$\varepsilon_{cu1} = 3,5$ (‰), kai $f_{ck} \leq 50$ MPa														
$\varepsilon_{cu1} = 2,8 + 27[(98 - f_{cm})/100]^4$ (‰), kai $f_{ck} \geq 50$ MPa	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,2	3,0	2,8	2,8	2,8
$v_{cl} = f_{cm}/(1,05E_{cm}\varepsilon_{cl})$ ( $f_{cm}$ , MPa; $E_{cm}$ , GPa; $\varepsilon_{cl}$ , ‰)	0,392	0,415	0,444	0,483	0,498	0,535	0,568	0,584	0,609	0,632	0,639	0,671	0,713	0,758
$c_1 = 3v_{cl} - 2$	-0,824	-0,755	-0,668	-0,551	-0,506	-0,395	-0,296	-0,248	-0,173	-0,104	-0,083	0,0130	0,139	0,274
$c_2 = 1 - 2v_{cl}$	0,216	0,1700	0,1120	0,0340	0,0040	-0,070	-0,136	-0,168	-0,218	-0,264	-0,278	-0,342	-0,426	-0,516
$\omega_{ncl} = \frac{1}{2} + \frac{c_1}{3} + \frac{c_2}{4} \eta_w^2$ $\eta_w = \varepsilon_w / \varepsilon_{cl} = 1$	0,279	0,291	0,305	0,325	0,332	0,351	0,367	0,375	0,390	0,397	0,403	0,419	0,440	0,462
$\omega_{mcl} = \frac{1}{3} + \frac{c_1}{4} \eta_w + \frac{c_2}{5} \eta_w^2$ $\varepsilon_w = \varepsilon_{cl}$	0,1705	0,1786	0,1887	0,202	0,208	0,221	0,232	0,238	0,248	0,253	0,257	0,268	0,283	0,299
$e_{0,cl}/x_w = M_{cl}/F_{cl} / = \omega_{mcl}/\omega_{ncl}$ (m)	0,611	0,614	0,619	0,622	0,627	0,60	0,632	0,635	0,636	0,637	0,638	0,640	0,643	0,647
$\Delta\omega_{cl} = \omega_{ncl} - \omega_{mcl}$	0,1085	0,1124	0,1163	0,123	0,124	0,130	0,135	0,137	0,142	0,144	0,146	0,151	0,157	0,163
$1 - e_{0,cl} = 1 - \omega_{mcl}/\omega_{ncl} = \Delta\omega_{cl}/\omega_{ncl}$	0,389	0,386	0,381	0,378	0,373	0,370	0,368	0,365	0,364	0,363	0,362	0,360	0,357	0,353
$\omega_{nc}/\Delta\omega_{cl}$	2,57	2,59	2,62	2,65	2,68	2,70	2,72	2,74	2,75	2,76	2,77	2,78	2,80	2,83
$\sigma_{C1} = E_c \varepsilon_{cl}$ (MPa)	51,030	57,855	63,000	68,355	76,230	80,325	84,525	90,720	95,183	99,750	106,47	116,24	123,48	129,36
$\Delta\omega \varepsilon_{cl} E_c$ (MPa)	5,537	6,503	7,327	8,408	9,453	10,442	11,411	12,429	13,516	14,364	15,545	17,551	19,386	21,086
$10^3 \omega_{ncl} \varepsilon_{cl} E_c = F_{cm}/\xi_{cl} bd$ (kPa)	14237	16836	19215	22215	25308	28194	31021	34020	36931	39800	42907	48702	54331	59764
$10^3 \frac{\omega_{ncl} \varepsilon_{cl} E_c}{1,95} = \frac{F_{cm}}{\gamma_{Fc} \xi_{cl} bd} = \frac{F_{cd}}{\xi_{cl} bd}$ (kPa)	7301	8634	9854	11393	12979	14459	15908	17446	18939	20410	22004	24976	27862	30648

2 lentelė. Sijų  $M_{Rd}$  stiprumo skaičiavimo ZI ir EN-2 metodais palyginimas (gausaus armavimo atvejo skaičiai lentelėje yra paryškinti)

$f_{ck}$	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
$\rho_l = 0,437\%$	$M_{Rd,ZI}$	61,547	62,458	63,103	63,688	64,163	64,500	64,767	65,000	65,176	65,478	65,695	65,869	66,007	
	$M_{Rd,EN-2}$	59,819	61,675	62,786	63,678	64,270	64,694	65,008	65,256	65,454	65,673	65,826	65,929	66,002	
	$M_{Rd,ZI}/M_{Rd,EN-2}$	<b>1,0289</b>	<b>1,0127</b>	<b>1,0050</b>	<b>1,0002</b>	<b>0,9983</b>	<b>0,9970</b>	<b>0,9963</b>	<b>0,9961</b>	<b>0,9958</b>	<b>0,9965</b>	<b>0,9970</b>	<b>0,9980</b>	<b>0,9991</b>	<b>1,0001</b>
$\rho_l = 1,011\%$	$M_{Rd,ZI}^*$	1,0508	1,0508	1,0203	1,0130	1,0094	1,0068	1,0051	1,0039	1,0030	1,0032	1,0034	1,0039	1,0044	
	$M_{Rd,ZI}^{**}$	1,0142	1,0008	0,9949	0,9916	0,9909	0,9905	0,9904	0,9908	0,9908	0,9921	0,9944	0,9959	0,9972	
	$M_{Rd,ZI}$	<b>107,506</b>	135,728	139,578	143,069	145,901	147,916	149,505	150,897	151,927	152,974	153,748	154,377	156,082	156,907
$\rho_l = 1,596\%$	$M_{Rd,EN-2}$	118,197	131,039	137,680	143,001	146,535	149,070	150,963	152,445	153,623	154,337	154,926	155,819	156,426	156,872
	$M_{Rd,ZI}/M_{Rd,EN-2}$	<b>0,9095</b>	<b>1,0358</b>	<b>1,0138</b>	<b>1,0005</b>	<b>0,9957</b>	<b>0,9923</b>	<b>0,9903</b>	<b>0,9898</b>	<b>0,9890</b>	<b>0,9912</b>	<b>0,9929</b>	<b>0,9907</b>	<b>0,9978</b>	<b>1,0002</b>
	$M_{Rd,ZI}^*$	1,1686	1,0860	1,0551	1,0346	1,0246	1,0175	1,0129	1,0101	1,0075	1,0080	1,0080	1,0087	1,0099	1,0110
Sijos armavimo koeficientas	$M_{Rd,ZI}^{**}$	0,9095	0,9917	0,9862	0,9777	0,9764	0,9754	0,9803	0,9764	0,9766	0,9799	0,9820	0,9860	0,9898	0,9930
	$M_{Rd,ZI}$	107,506	129,953	151,588	198,21	204,544	209,052	212,604	215,714	218,017	220,356	222,091	224,990	227,302	229,147
	$M_{Rd,EN-2}$	118,197	157,597	186,189	198,07	205,97	211,63	215,87	219,15	221,79	223,40	224,73	226,70	228,09	229,05
$\rho_l = 2,134\%$	$M_{Rd,ZI}/M_{Rd,EN-2}$	<b>0,9095</b>	<b>0,8245</b>	<b>0,8150</b>	<b>1,0007</b>	<b>0,9931</b>	<b>0,9878</b>	<b>0,9849</b>	<b>0,9843</b>	<b>0,9830</b>	<b>0,9864</b>	<b>0,9883</b>	<b>0,9925</b>	<b>0,9965</b>	<b>1,0004</b>
	$M_{Rd,ZI}^*$	1,3644	1,2369	1,0911	1,0559	1,0390	1,0276	1,0201	1,0157	1,0116	1,0124	1,0124	1,0134	1,0150	1,0170
	$M_{Rd,ZI}^{**}$	0,9095	0,8245	0,8142	0,9018	0,9628	0,9616	0,9617	0,9636	0,9641	0,9692	0,9724	0,9786	0,9844	0,9895
$\rho_l = 2,134\%$	$M_{Rd,ZI}$	107,506	129,953	151,588	178,620	207,434	263,074	269,424	274,985	279,101	283,284	286,386	291,570	295,703	299,001
	$M_{Rd,EN-2}$	118,197	157,597	196,996	243,423	257,556	267,691	275,257	281,145	285,856	288,746	291,102	294,635	297,097	298,846
	$M_{Rd,ZI}/M_{Rd,EN-2}$	<b>0,9095</b>	<b>0,8246</b>	<b>0,7695</b>	<b>0,7338</b>	<b>0,8054</b>	<b>0,9828</b>	<b>0,9788</b>	<b>0,9781</b>	<b>0,9764</b>	<b>0,9811</b>	<b>0,9838</b>	<b>0,9896</b>	<b>0,9953</b>	<b>1,0005</b>
$\rho_l = 2,134\%$	$M_{Rd,ZI}^*$	1,3644	1,2369	1,1542	1,0813	1,0558	1,0390	1,0282	1,0218	1,0161	1,0171	1,0170	1,0184	1,0196	1,0232
	$M_{Rd,ZI}^{**}$	0,9095	0,8246	0,7695	0,7338	0,8054	0,8717	0,9411	0,9492	0,9501	0,9573	0,9618	0,9706	0,9785	0,9855

$M_{Rd,ZI}/M_{Rd,EN-2}$  – čia, apskaičiuojant  $M_{Rd,ZI}$  reikšmę, (18) formulėje imta  $\gamma_{Fc} = 1,95$ .

$M_{Rd,ZI}^*/M_{Rd,EN-2}$  – čia, apskaičiuojant  $M_{Rd,ZI} = M_{Rd,ZI}^*$  reikšmę, (18) formulėje imta  $\gamma_{Fc} = 1,5$ .

$M_{Rd,ZI}^{**}/M_{Rd,EN-2}$  – čia, apskaičiuojant  $M_{Rd,ZI} = M_{Rd,ZI}^{**}$  reikšmę, (18) formulėje imta  $\gamma_{Fc} = 2,25$ .



## Literatūra

1. Židonis I., 2007, Alternative method for the calculation of stress-strain state parameters in normal sections of structural members. *Mechanika*. No. 5 (67). P. 24–32.
2. Židonis I., 2007., A simple-to-integrate formula of stress as a function of strain in concrete and its description procedure. *Mechanika*. No. 4 (66). P. 23–30.
3. Židonis I., Venckevičius V., 2007, Simplified variant of easily integratable stress-strain relationship for concrete. *Lietuvos taikomųjų mokslų akademijos mokslo darbai. Tarptautinis inovacinis taikomųjų mokslo darbų žurnalas*. Nr. 4. P. 71–77.
4. EN 1992-1-1:2004:E. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings. 225p.
5. STR 2.05.05:2005. Betoninių ir gelžbetoninių konstrukcijų projektavimas. Vilnius: Rekona, 2005. 123 p.
6. LST EN 1992-1-1:2005. Eurokodas 2. Gelžbetoninių konstrukcijų projektavimas. 1-1 dalis. Bendrosios ir pastatų taisyklės. 232 p.

## CALCULATION OF STRENGTH AT CROSS-SECTIONS OF BEAMS ACCORDING TO THE EURONORM CURVILINEAR CONCRETE STRESS DIAGRAM

*Mantas Tankūnas, Vytautas Urbonas, Ipolitas Židonis*

### Summary

In the paper, the input data for the calculation of strength of beams at cross-sections by the ZI method proposed by the third author are prepared. For the calculations, the Eurocode curvilinear concrete compression stress-strain relation is used. The relation is replaced by an easy-to-integrate 3rd degree equation. The parameters of the equation are calculated according to formulae for all the strength classes of concrete. The required reliability of the strength of the compression zone of the concrete of the beam is achieved by dividing the force by the partial factor for force (safety factor). The value of the partial factor for force may be assumed to be equal to 1.95.

All the regular concrete strength classes covered by the regulations are analysed in the paper. The reinforcement of the beams covered by the paper ranges from low to high. In all cases when reinforcement is not high, the calculation results that are obtained are very good. The proposed method is suitable not only for the calculation of the values of strength of beams but also for the analysis of the impact of various factors on the value of strength.

**Keywords:** concrete, reinforced concrete, beams, curvilinear stress diagrams, beam strength calculation.

## SIJŲ STIPRUMO STATMENAMŲ PJŪVYJE APSKAIČIAVIMAS PAGAL EURONORMŲ KREIVINĘ BETONO ĮTEMPIŲ DIAGRAMĄ

*Mantas Tankūnas, Vytautas Urbonas, Ipolitas Židonis*

### Santrauka

Straipsnyje nagrinėjami duomenys sijų stiprumui skerspjūvyje apskaičiuoti I. Židonio pasiūlytu metodu. Panaudojama Eurokodų kreivinė gniuždomo betono įtempių-deformacijų priklausomybė. Ši priklausomybė pakeičiama lengvai integruojama trečiojo laipsnio lygtimi. Lygties parametrai apskaičiuojami pagal formules visų stiprumo klasių betonui. Sijų betono gniuždomos zonos jėgos reikiamas patikimumas pasiekiamas dalijant jėgą iš jėgos dalinio koeficiento. Šio koeficiento reikšmė galima imti lygią 1,95.

Nagrinėjamos visos reglamentuose nurodomos įprasto (normalaus) betono stiprumo klasės. Sijų armavimas – nuo mažo iki gausaus. Visais negausaus armavimo atvejais gaunami labai geri skaičiavimo rezultatai. Gausiai armuotų sijų skaičiavimo metodiką reikia tobulinti.

Pasiūlyta metodika tinka ne tik sijų stiprumui skaičiuoti, bet ir įvairių faktorių įtaka stiprumo dydžiui analizuoti.

**Prasminiai žodžiai:** betonas, gelžbetonis, sijos, kreivinės įtempių diagramos, sijų stiprumo skaičiavimas.

Įteikta 2012-05-15